L'EVALUATION EN MATHEMATIQUES : PERSPECTIVES INSTITUTIONNELLES, PEDAGOGIQUES ET STATISTIQUES

ACTES DE L'UNIVERSITE D'ETE :

METHODOLOGIE D'ANALYSE DE SYSTEMES D'OBSERVATION ET D'EVALUATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES ; LEURS RETOMBEES SUR L'ENSEIGNEMENT

organisée du 10 au 14 juillet 1995

au Centre International de Valbonne-Sophia Antipolis

par Régis Gras et Michèle Pécal

Actes coordonnés par Michèle Pécal

Brochure n° 102

UNIVERSITE D'ETE

U.E. R/CA/ K00/UF n°28 BOEN N° 7 du 6 avril 1995

METHODOLOGIE D'ANALYSE DE SYSTEMES D'OBSERVATION ET D'EVALUATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES; LEURS RETOMBEES SUR L'ENSEIGNEMENT

10 - 14 juillet 1995

Association des Professeurs de Mathématiques de
l'Enseignement Public

Méthodologie d'analyse de systèmes d'observation et d'évaluation de l'enseignement des mathématiques ; leurs retombées sur l'enseignement des mathématiques

Dates : du 10 au 14 juillet 1995
Lieu : Centre international de Valbonne 190 rue Frédéric Mistral - BP 97, 06902 Sophia Antipolis cedex
Structure(s) à l'initiative : Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public.

Responsable(s) pédagogique(s) : Régis Gras ; Université de Rennes IRMAR ; Campus de Beaulieu 35042 Rennes cedex ; téléphone : 99.28.60.55 ; télécopie : 99.28.67.90
Contact : Michèle Pecal ; IREM de Nice Parc Valrose 06034 Nice cedex ; téléphone : 93.52.98.73 ; télécopie : 93.52.90.39
Nombre de stagiaires : 50
Recrutement : national
Public concerné : Professeurs de l'enseignement secondaire et supérieur, formateurs, chercheurs en didactique des mathématiques.
Pré-requis : Etre motivé par une réflexion critique et prospective sur l'économie de l'enseignement des mathématiques. Avoir participé à des actions d'évaluation et s'être intéressé à au moins un dispositif d'évaluation.
Contenu : Analyser les résultats recueillis dans différentes opérations d'évaluation et envisager les retombées de ces analyses sur l'enseignement des mathématiques. Etudier avec les participants une méthodologie d'analyse en fonction des objectifs de l'évaluation.

Université d'Eté
U.E. R/CA/ K00/UF n°28 - BOEN N° 7 du 6avril 1995
Méthodologie d'analyse de systèmes d'observation et
d'évaluation de l'enseignement des mathématiques;
leurs retombées sur l'enseignement
Valbonne du 10 au 14 juillet 1995

PROGRAMME

Lundi 10 juillet

9h	9h30	Accueil
9h30	10h15	Ouverture
10h15	10h30	Pause
10h30	11h45	Dispositifs d'évaluation des systèmes d'enseignement; le cas des mathématiques. **A.Bodin**
11h45	13h	Historique d'EVAPM, témoignages de membres de l'équipe, rôle qu'EVAPM a joué dans leur formation personnelle. **J.Fromentin, N.Toussaint, Marie-Josée Houssin**
15h30	18h00	Ateliers
18h	18h15	Pause
18h	15h45	Interventions libres et débat sur le thème de la journée.

Mardi 11 Juillet

9h	10h15	Les évaluations de la DEP. Infirmations fournies au système éducatif. **C.Thélot ou son représentant**
10h15	11h15	Le rôle de l'Inspection dans l'évaluation du système éducatif, quels sont les indicateurs, les critères, quelle influence ont-ils sur les acteurs du système. **A.Hugon et Y.Olivier**
11h15	11h45	Pause
11h45	12h45	Observing a mathematic curriculum. The example of the Assessment of Performance Unit in the UK. **D.Foxman.**
15h	17h30	Ateliers
17h30	17h45	Pause
17h45	18h15	Interventions libres et débat sur le thème de la journée.

Mercredi 12 juillet

9h	10h30	Autour de l'évaluation: pistes de réflexion didactique. **A.Bodin**
10h30	11h	Pause
11h	12h30	Evaluation et recherche en didactique. **R.Douady**

Après-midi libre

Jeudi 13 Juillet

9h	10h30	Méthodologies d'analyse d'enquêtes. **R.Gras**
10h30	11h	Pause
11h	12h30	Pourquoi et comment s'intéresser aux représentations de l'enseignement des mathématiques chez les professeurs de mathématiques ? **M.Bailleul**
15h	17h30	Ateliers
17h30	17h45	Pause
17h45	18h15	Interventions libres et débat sur le thème de la journée.

Vendredi 14 Juillet

9h	11h30	Ateliers
11h30	12h	Pause
12h	12h30	Interventions libres et débat sur le thème de la veille
14h	15h	Compte-rendu des ateliers
15h	16h	Bilan et perspectives

ORGANISATION DES ATELIERS

Groupe 1:

Lundi Examen transversal des évaluations relatives à un thème particulier dans les enquêtes EVAPM (thème Fonctions). **A.Bodin et M.Pécal.**

Mardi et Jeudi: Suite du lundi: analyse des résultats obtenus lors de l'enquête, sur le thème choisi

Vendredi: Elaboration d'autres items sur le même thème

Groupe 2:

Lundi: Construction d'items pour une évaluation CM2 (capacités attendues). **M.Bailleul et N.Toussaint;**

Mardi: Les bases de données informatisées (EVAPMIB,...). Développement et perspectives d'utilisation. **F.Couturier**

Ces bases seront par ailleurs à la disposition des participants pendant toute la durée de l'U.E.

Jeudi: Suite de l'atelier de lundi

Vendredi: Analyse statistique des questionnaires -prof d'EVAPM **M.Bailleul**

Groupe 3:

Lundi Production d'items d'une nouvelle évaluation sixième (capacités attendues). **H.Bareil et J.Fromentin**

Mardi: Capacités évaluées dans les évaluations de la DEP. **M.J.Houssin**

Jeudi: suite de l'atelier de lundi

Vendredi: Traitements statistiques.Différentes approches **R.Gras, M.D.Fontaine.**

INTERVENTION DE MONSIEUR LE RECTEUR DE L'ACADEMIE DE NICE

Je suis pour ma part très heureux d'ouvrir cette Université d'Eté préparée par l'APMEP, et je vous souhaite à tous la bienvenue sous le ciel bleu de la Côte d'Azur dans un site remarquable et unique au monde, celui de Sophia Antipolis.

Vos travaux vont porter sur la méthodologie d'analyse de systèmes d'observation et d'évaluation de l'enseignement des mathématiques, ainsi que leurs retombées. Je ne suis pas mathématicien mais juriste. Il est vrai que pour moi l'enseignement des mathématiques a toujours soulevé une question : celle de sa finalité.

La réponse la plus ancienne à cette question nous vient de Platon, pour qui " *les mathématiques sont une propédeutique à la morale, une introduction à la connaissance du Bien* " .

Une autre réponse donnée en cette fin du XXème siècle, pourrait être la fabrication d'appareils sur la base de la " *logique floue* "

Deux réponses qui, chacune, caractérise son temps.

Mais, de Platon à l'Ecole des Mines, qui vient d'être primée pour ses travaux sur la morphologie mathématiques, visant à utiliser cette discipline pour l'étude des formes, il a fallu, progressivement, adapter la pédagogie des mathématiques, au fur et à mesure des découvertes faites en la matière, et de leurs applications.

Et aujourd'hui, deux orientations antithétiques : *spécialisation* et *interdépendance* se profilent au seuil du XXIème siècle, à tous les niveaux, professionnel et économique notamment, contradictions qu'il s'agira impérativement de concilier. D'ailleurs, Jean-Christophe YOCCOZ, membre de l'Académie des Sciences, titulaire en octobre 1994, de l'une des sept prestigieuses médailles FIELDS attribuées à une France "*bonne en maths*", ne déclarait-il pas:

" *nous avons abandonné l'idée de résoudre des équations à l'aide de formules kilométriques, pour nous concentrer sur les propriétés qualitatives des solutions. En clair, nous sommes passés depuis le début du siècle et Henri Poincaré, d'une approche calculatoire à une approche qualitative* ".

Se posent, dès lors, deux questions :

1 - à quel objectif l'enseignement des mathématiques doit-il répondre aujourd'hui ?

2 - une fois défini cet objectif, l'enseignement, tel qu'il est dispensé actuellement, satisfait-il aux exigences correspondantes ?

C'est à ces deux questions que l'APMEP, fondée en 1909, et qui regroupe des enseignants de mathématiques "de la maternelle à l'université", s'est toujours efforcée de répondre de manière adaptée.

Dès 1985, à l'occasion de la mise en oeuvre des nouveaux programmes de collège - toujours en vigueur- s'est mis en place un Observatoire d'évaluation de l'impact des programmes de mathématiques dans les classes, (EVAPM).

De 1987 à 1994, dix évaluations ont concerné 27 000 classes et 687 000 élèves, plusieurs milliers de professeurs et d'établissements.

S'attachant par ailleurs à préciser la finalité de l'enseignement des mathématiques en lycée, l'APMEP, Régionale de Nice, dans un souci de cohérence et de liaison, a organisé le 10 mai dernier à Antibes, une journée de réflexion et de travail, sur une approche innovante de l'enseignement des mathématiques, qui a permis de mettre en lumière, notamment, le rôle moteur joué par les enseignants en matière de rénovation pédagogique, dans la discipline.

Par sa démarche, l'APMEP a donc été précurseur en matière de culture d'évaluation et de rénovation pédagogique.

Il faut noter par ailleurs, que cette démarche est de même nature que celle entreprise par les pays de l'OCDE, depuis 1992 : évaluer, au moyen d'indicateurs statistiques, leurs systèmes éducatifs, afin de les améliorer.

Mais définir l'objectif que doit atteindre l'enseignement des mathématiques présuppose une conscience de discipline qui doit trouver son champ d'activité dans quatre directions au moins.

Cette discipline constitue d'abord « un langage » que les enseignants doivent lui apprendre à élucider, l'élève devant savoir par exemple que

- les mathématiques désignent aujourd'hui l'étude des nombres et des rapports entre les grandeurs

- l'algorithme est un ensemble d'instructions qui permettent de calculer un résultat, telle est la méthode qu'on apprend à l'école pour effectuer une multiplication de nombres à plusieurs chiffres ; c'est en tout état de cause ce que m'ont appris mes enfants.

Au même titre que toutes les autres, cette discipline doit, plus que jamais aujourd'hui, « s'intégrer progressivement à la culture générale des élèves, et ne plus constituer pour la plupart d'entre eux un monde « à part », un noyau dur, difficilement assimilable, qui leur parait exclusivement destiné à l'évaluation scolaire » (Stella Baruk)

De même, elle doit montrer, dès le secondaire, quelles applications elle peut avoir dans telle ou telle autre discipline, voire dans la vie de tous les jours

Enfin, en tant que discipline fondamentale, à quelque niveau que se situe d'élève, les mathématiques ont pour fonction de constituer un facteur déterminant d'évolution, en favorisant le développement de la créativité et l'esprit d'initiative.

D'autant qu'il est clair que l'homme doit et devra de plus en plus être perméable à l'interactivité et à l'universalité.

La formation des jeunes doit donc être sous-tendue par cet impératif.

Or, la démarche scientifique, si elle suppose la connaissance d'autres disciplines, d'autres points de vue, peut parfois se pervertir jusqu'à aboutir au cloisonnement , à l'autoconsommation: l'enseignement devient alors un but pour lui-même.

La spécialisation, certes génératrice d'efficacité, est aussi, par définition, réductrice.

En conséquence, évaluer l'enseignement actuel, c'est mesurer le degré de sa fragmentation pour pouvoir ensuite créer une dynamique de cet enseignement, de la maternelle à l'université, fondée sur la cohérence et le décloisonnement.

C'est dans cette optique que, dans l'Académie de Nice, pour la deuxième année consécutive, a été organisé au mois de février dernier, à l'initiative de l'APMEP Régionale et avec mon soutien total, un Rallye des mathématiques, qui a remporté, auprès des classes de CM2 et de sixième qui y participaient pour la première fois, un succès record.

Cette action, qui a contribué à réaliser une liaison, une transition harmonieuse entre l'école primaire et le collège, doit se poursuivre pour les liaisons troisième/seconde, lycée/université et par le développement de partenariats avec:

* les corps d'Inspection en mathématiques : Inspecteurs Généraux, Inspecteurs Pédagogiques Régionaux, Inspecteurs de l'Education Nationale, pour le fonctionnement de clubs et de laboratoires de mathématiques,

* les organismes de recherche et de formation :

- l'IREM sur des objectifs communs, s'agissant notamment de la liaison lycée/université
- les IUFM et la MAFPEN pour la formation initiale et continue des enseignants
- l'INRP pour l'évaluation par l'APMEP de l'impact des programmes de mathématiques du collège et du lycée
- le CNDP pour la constitution d banques de données

* les diverses Commissions de programmes

* indépendamment de l'APMEP, avec les Associations de Professeurs de Mathématiques des secteurs post-bac

* et avec, en projet pour la rentrée 1995, un partenariat entre l'Association des Professeurs de Mathématiques, l'INRIA et l'Institut Non Linéaire de l'Université de Nice Sophia-Antipolis, en vue de la conception et de la réalisation de logiciels éducatifs et d'outils pédagogiques, faisant appel à la programmation assistée par ordinateur, tant en physique qu'en économie, en biologie qu'en mathématiques.

L'utilisation des nouvelles technologies de l'information en matière de formation et d'éducation, représente en effet, l'un des moyens les plus prometteurs pour s'engager dans une voie qui s'apparente à celle de l'interdisciplinarité, car il ne s'agit pas, bien sûr, de « faire des maths » à partir de l'histoire alors que les mathématiques ne tiennent pas compte de la chronologie ou de la littérature.

Il est tout aussi réducteur de vouloir expliquer par son seul aspect séculier et pratique la production des objets mathématiques.

Ce serait là le meilleur moyen de les amputer des relations qu'ils entretiennent avec la langue leur permettant de les exprimer, avec la démarche historiquement et individuellement riche, complexe, faite d'allers et retours entre le sens commun de cette langue où la parole et l'écriture « savantes » traduisent les méandres d'un long parcours.

On retrouve formalisation, intuition et déduction, liberté et contraintes, fantaisie et rigueur, variations et invariantes, certitudes et conjectures, évidences et résistances.

Dès lors la formation des professeurs, du premier degré à l'université, initiale et continue, devient capitale dans la mesure où, tant pour eux-mêmes que pour leurs élèves, il s'agit de réussir le « rituel » du passage de l'ère de la spécialisation, à l'ère de l'interdépendance.

Il s'agit de le réussir, car il porte en lui, à un autre degré, la promesse de la volonté de participation à la formation à la citoyenneté européenne, manifestée tant dans le Nouveau Contrat pour l'Ecole et dans le Plan Académique de Développement 1995-2000, que dans le traité de l'Union Européenne.

Enfin, rien ne saurait mieux symboliser la nécessité d'interdépendance disciplinaire que la présentation aux mathématiciens d'autres disciplines, par exemple la démonstration du théorème de FERMAT en mai dernier, lors du séminaire Bourbaki.

Cela est encore plus vrai si on se souvient que c'est pour l'honneur de l'esprit humain qu'Andrew WILES a consacré quelques années de sa vie à bâtir une telle démonstration et a su trouver l'énergie inouïe de repartir à l'attaque quand il s'est avéré que la première démonstration, dont les médias s'étaient déjà emparés, comportait un « trou ».

N'y a-t-il pas là matière à encouragement pour tous ceux qui entreprennent des travaux de recherche notamment ceux relatifs à la pratique des mathématiques ?

Je vous souhaite donc ce courage.

DISPOSITIFS D'ÉVALUATION DES SYSTÈMES D'ENSEIGNEMENT : LE CAS DES MATHÉMATIQUES

par **Antoine BODIN,** IREM de BESANÇON

Le but de l'exposé est de situer cette Université d'Été dans un cadre beaucoup plus large que celui d'EVAPM, ou même que celui de celui de l'enseignement des mathématiques.

Pour l'instant, il sera peu question d'enseignement, de contenus, ou de compétences. Ces questions seront abordées dans un autre exposé (Autour de l'évaluation : pistes de réflexion didactiques), et seront présentes dans l'ensemble des travaux notre l'Université d'Été. Nous allons plutôt nous intéresser ici aux raisons et aux effets des dispositifs d'évaluation dont l'objet n'est pas ***l'élève*** (même si ***les élèves*** interviennent dans le processus), mais qui cherchent à refléter les qualités et les défauts des curricula et des systèmes d'enseignement.

En effet, de plus en plus souvent, et un peu partout, aux niveaux locaux, régionaux, nationaux, inter-états, ou internationaux, des responsables des systèmes d'enseignement mettent en place des dispositifs d'évaluation. Des groupement professionnels comme l'APMEP, on le sait, emboîtent le pas, contribuant ainsi à la banalisation de pratiques qui hier encore étaient l'exception et dont les enseignants se détournaient avec mépris, suspicion ou inquiétude.

En fait, depuis le début du siècle, dans les pays développés, on accumule des informations sur les système éducatifs, mais il convient d'observer que, au cours des 10 dernières années, la demande s'est déplacé du quantitatif (combien d'élèves, quels âges, quelles capacités d'accueil,...) sur le qualitatif (quelle est la qualité de l'enseignement que nous dispensons ?). (NUTTALL D -1992).

On peut commencer par s'intéresser au QUI (les acteurs de l'évaluation), au POURQUOI (fonctions annoncées...), au COMMENT (démarches utilisées), et finalement aux EFFETS (fonctions "réelles")

QUI ?

Qui commandite (est à l'initiative, paie, est le destinataire officiel ou privilégié des résultats de l'étude) ?

- Le conseil d'administration d'un établissement ou d'un groupe d'établissements ?
- Une institution officielle plus ou moins politique ?
- Un groupe professionnel (l'IEA, une association comme l'APMEP, ...) ?
-

Qui est responsable de l'étude ?

- Un groupe d'experts désignés par le commanditaire, (groupe plus ou moins dépendant..) ?
- Une institution vouée à ce type de tâche ?

-

Qui exécute l'étude ?

- Un groupe technique ?
- ....

Qui est destinataire de l'étude ?

-

POURQUOI ?

- Pour rendre des comptes au corps social (en démocratie !), aux bailleurs de fonds, (cf le concept américain d'"accountability" auquel il est souvent fait référence).
- Pour justifier une action ? une politique ? Et la faire accepter ! (Avec le risque de tomber dans l'auto-justification .. et d'utiliser assez systématiquement des arguments ad hoc). On se rapproche là de la démarche de propagande (cela peut concerner aussi bien une institution nationale ou régionale, qu'une association ou un groupement d'établissements de formation).
- Pour faciliter la régulation explicite du système (contrôle et prospective, "monitoring") - guider la décision politique.
- Pour informer les acteurs sur les résultats de leur action ("feed-back" externe).

Ces différents points ne sont pas indépendants

Selon les cas on parle d'études de rendement (efficacité - efficience), d'études de conformité (respect des normes, atteinte des objectifs assignés,...),

Il peut être pertinent de placer la démarche d'évaluation dans un cadre encore plus large qui est celui de l'AUDIT et de ses quatre pôles : RECHERCHE - EVALUATION - CONTRÔLE - DECISION.

On met ainsi en évidence la référence obligée à deux paradigmes difficilement conciliables :

Recherche : on cherche plutôt à éclaircir le problème (le poser), trouver les bonnes questions, diminuer l'incertitude,...obtenir quelques savoirs fiables sans pour autant trouver une réponse globale à un problème global (comment bien enseigner ? qu'est qu'un bon programme ? - on parle souvent de questions "naïves" (sans aucune connotation péjorative) pour les questions qui n'ont pas été soumises des méthodologies de recherche.

Evaluation : il s'agit d'aider à la décision qui de toutes façon doit être prise. Il ne s'agit plus de trouver la vérité (scientifique !) mais plus pragmatiquement de permettre d'orienter vers la moins mauvaise solution possible...

L'articulation de ces deux pôles avec les pôles **contrôle et décision** pose, on le sait, de nombreux problèmes.

COMMENT ?

- Enquêtes à grande ou moyenne échelle portant sur l'ensemble de la population concernée ou sur des échantillons (statistiquement représentatifs - méthode des sondages ou autre)
- Mise en place et suivi d'indicateurs (monitoring). *"Un indicateur renseigne sur l'efficacité et le comportement d'un système scolaire et peut servir à instruire les décideurs"* (NUTTALL).

Démarches d'évaluation

Diverses démarches sont rencontrée et peuvent cohabiter. Sans souci d'exhaustivité, citons :

CONTROLE (SIMPLE) (degré 0 de l'évaluation)
EVALUATION COMPARATIVE (dans le temps et l'espace)
EVALUATION ANALYTIQUE (portée et signification des changements)
EVALUATION FONCTIONNELLE (réponse à des questions..)
EVALUATION DYNAMIQUE (dans la suite de la démarche dite d'évaluation répondante)
AUDIT

Il ne s'agit dans ce qui précède que de la mise à plat de notes introductives à l'exposé. Le développement demanderait plusieurs ouvrages et de toutes façon est déjà présenté dans une littérature nombreuse et variée.

Le thème lui même demande à être articulé avec celui de "l'évaluation en mathématique dans le système d'enseignement français et dans d'autres systèmes". Il convient en particulier de s'interroger sur la cohérence globale des pratiques et des conceptions, de la classe au système dans son ensemble, ainsi que de la cohérence entre l'évaluation quotidienne et formative des élèves et les examens.

L'exemple français, et le cas des mathématiques

En premier lieu, nous chercherons à montrer pourquoi et de quelle façon il est possible de considérer que, au moins en France, l'ensemble des actions ayant pour finalité la transmission et le développement des connaissances et des savoirs du domaine mathématique peut être structuré en système.

Nous mettrons ensuite en évidence l'existence et le positionnement d'un système **partiellement** isomorphe au premier : le **système de régulation** de ce système de formation, avec en particulier ses actions de contrôle-évaluation (sans que la distinction soit toujours très claire).

En particulier, nous étudierons les relations existant entre les divers agents, institutions, et catalyseurs de ce système de régulation :

Éléments strictement institutionnels : Direction de l'Évaluation et de la Prospective, Inspection Générale et Régionale, Direction des Lycées et Collèges,...

Éléments professionnels : L'Association des Professeurs de Mathématiques et l'observatoire EVAPM, les IREM, la Société Mathématique de France, etc...

Éléments liés à la Recherche : INRP, Recherche "fondamentale" en Didactique des Mathématiques et Groupement de Recherche du CNRS,...

et aussi : **Études internationales**, média, organisations syndicales, parentales, etc...

...

En fait il ne s'agit, en présentant ces éléments, que de brosser le décor (voir figure 1 de l'exposé "Autour de l'évaluation..."). **L'essentiel** doit consister à se demander quels sont les faits, pouvant plus ou moins relever de l'évaluation, qui ont des effets sur le fonctionnement du système, et quels sont ces effets.

La question qui nous intéresse peut encore s'énoncer d'une autre façon : comment se construisent les décisions qui gouvernent l'enseignement des mathématiques dans notre pays ? (Il serait en effet facile de montrer que, dans ce domaine, les choses varient considérablement d'un système éducatif à un autre).

Les recherches ne sont pas assez avancées pour que l'on puisse répondre avec suffisamment d'assurance à la plupart des questions qui peuvent se poser, et l'analyse systémique envisagée demande à être affinée et supporterait des mises en questions et des concours multiples.

La collaboration amorcée avec des sociologues de l'éducation pourrait contribuer à cet affinement. La prise en compte des connaissances et des représentations des enseignants est tout aussi essentielle. D'autre part, il est clair que notre sujet est directement lié à celui de la transposition didactique, même s'il le déborde sans avoir la prétention de l'épuiser ; nous ne développerons pas ce point ici.

Pour simplifier, nous serons amenés à distinguer deux types d'évaluation participant à la régulation du système :

- Évaluations du premier type : jugements d'évaluation fondés sur l'expérience ou l'opinion sans qu'une méthodologie puisse être mise en évidence et communiquée à autrui.
- Évaluation du deuxième type : actions d'évaluation explicites et assorties d'une méthodologie communicable et susceptible d'être mise en examen (critique de la méthode).

Bien sûr, la plupart des jugements d'évaluation participent des deux types.

Les définitions ci-dessus montrent que les deux types d'évaluations se caractérisent par des démarches différentes sans qu'il soit possible de postuler que les évaluations du premier type seraient de moins bonne qualité que celles du second type (dans notre cas, qu'elles conduiraient systématiquement à prendre de plus mauvaises décisions).

Notre hypothèse est que, jusqu'aux années 80, les évaluations du premier type dominaient largement dans notre système. Les idées et théories relatives aux évaluations plus instrumentées ne se sont développées qu'à partir des années 60 et ne sont que récemment parvenues à maturité (du moins dans notre pays).

Dans le système éducatif français, la Direction de l'Évaluation et de la Prospective (DEP) occupe une place dominante en ce qui concerne l'évaluation institutionnelle, et même l'évaluation tout court (comme en témoigne sa forte implication dans des évaluations qui se présentent comme purement pédagogiques).

Le mot d'ordre de la DEP est bien connu : "*développer la culture de l'évaluation dans le système éducatif*" et il est certain que la DEP a fourni un travail très important depuis une dizaine d'années, travail qui a accru la qualité des évaluations réalisées, des indicateurs fournis et leur impact sur le système.

D'autres institutions ou organismes tels que l'INRP, des IREM, les MAFPEN, et....l'APMEP ont aussi contribués à développer l'évaluation dans le système éducatif. En particulier, l'Observatoire EVAPM, développé depuis 1986 dans le cadre de l'APMEP avec des concours ou appuis divers est généralement pris au sérieux aussi bien par les enseignants de mathématiques que par les chercheurs ou, par les "décideurs".

Quelles évaluations ont des effets ? Quelles évaluations ont des effets positifs sur le fonctionnement du système ?

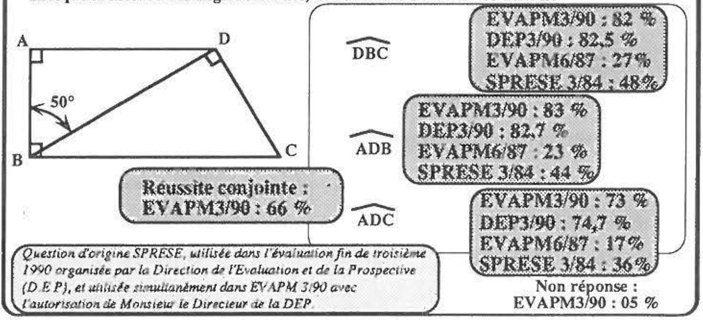
Guy BROUSSEAU a depuis longtemps, avec d'autres, dénoncé les effets négatifs de certaines évaluations (1979 à CAMPINAS - texte cité). Nous voyons d'ailleurs facilement les effets réducteurs d'évaluations effectuées dans tel ou tel pays (mais peut-être aussi chez-nous):

"écrasement de l'apprentissage sur des objectifs insignifiants"... dressage et apprentissages uniquement procéduriers,....perte du sens des connaissances...

Toutefois il peut aussi y avoir des effets positifs (encore que définir cette expression ne serait pas facile, et il vaudrait mieux dire "qui semblent positifs").

ABCD est un trapèze rectangle en A et B, l'angle $\widehat{BDC}$ est droit et $\widehat{ABD} = 50°$

Indique la mesure des angles suivants, sans donner le détail des calculs:

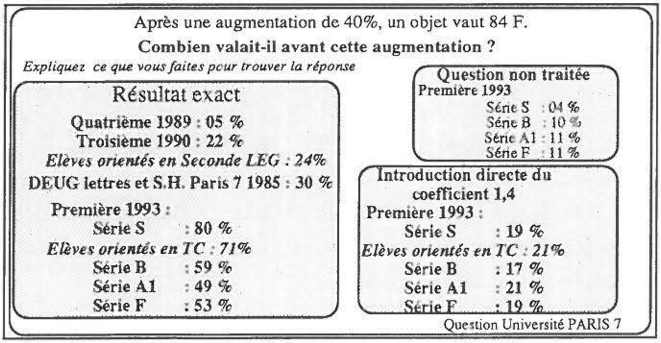


Question d'origine SPRESE, utilisée dans l'évaluation fin de troisième 1990 organisée par la Direction de l'Evaluation et de la Prospective (D.E.P), et utilisée simultanément dans EVAPM 3/90 avec l'autorisation de Monsieur le Directeur de la DEP.

Figure 1

Ainsi, après les évaluations du SPRESE et de l'IEA en 1984, il était clair que les enfants de notre pays avaient perdu, en géométrie, des compétences que beaucoup considéraient comme indispensables. La modification des programmes de collège qui s'ensuivit en 1985 a modifié la situation de façon importante et des effets massifs sont apparus en quelques points. Les études EVAPM convergent avec celles de la DEP, comme avec les études internationales, pour montrer, sur quelques points, le niveau de compétence des élèves peut doubler ou tripler en quelques années.

La figure 1 montre ainsi une question posée en fin de troisième et pour laquelle les taux de réussite ont plus que doublés entre 1984 et 1990.



Après une augmentation de 40%, un objet vaut 84 F.

Combien valait-il avant cette augmentation ?

Expliquez ce que vous faites pour trouver la réponse

Résultat exact

Quatrième 1989 : 05 %
Troisième 1990 : 22 %
Elèves orientés en Seconde LEG : 24%
DEUG lettres et S.H. Paris 7 1985 : 30 %

Première 1993 :
Série S : 80 %
Elèves orientés en TC : 71%
Série B : 59 %
Série A1 : 49 %
Série F : 53 %

Question non traitée

Première 1993
Série S : 04 %
Série B : 10 %
Série A1 : 11 %
Série F : 11 %

Introduction directe du coefficient 1,4

Première 1993 :
Série S : 19 %
Elèves orientés en TC : 21%
Série B : 17 %
Série A1 : 21 %
Série F : 19 %

Question Université PARIS 7

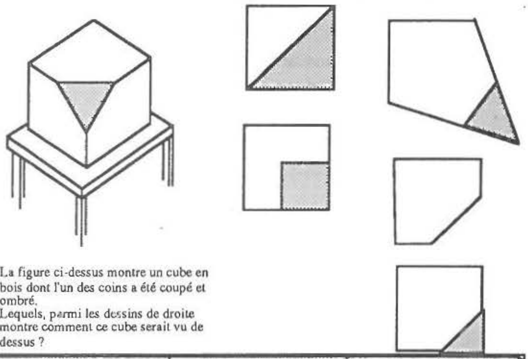
Figure 2

Les choses ne se passent pas toujours aussi bien ! Par exemple, l'observation de compétences jugées insuffisantes dans le domaine de la proportionnalité et les mesures prises (en définissant des capacités "exigibles") ne semble pas avoir suffi pour que suffisamment d'élèves parviennent à maîtriser la notion de pourcentage. La question présentée figure 2 bien que correspondant à une capacité "exigible" en fin de Cinquième semble encore hors d'atteinte de la plupart des élèves en fin de collège ! Cette question ne devient "banale" qu'en fin de première scientifique. Ce qui veut dire que plus d'un jeune "citoyen" sur deux ne sera pas en mesure de la traiter sous cette forme.

Ce qui vient d'être dit doit cependant être fortement nuancé. Les taux de réussite ou les indices d'utilisation de telle et telle démarche (ici l'utilisation directe d'un coefficient de proportionnalité) ne sont que des indicateurs.

Les bonnes notes de la France (titre connu !)

Seconde étude internationale sur l'enseignement des mathématiques
SIMS de l'IEA : 1982
Population des élèves de 13 ans (en France : classe de Quatrième)



La figure ci-dessus montre un cube en bois dont l'un des coins a été coupé et ombré.
Lequels, parmi les dessins de droite montre comment ce cube serait vu de dessus ?

Japon : 88 %	France : 64 %	Belgique Fr : 55 %
Canada British Columbia : 75 %	Belgique Fl : 62 %	Luxembourg : 47 %
Suede : 73 %	U.S.A. : 60 %	Israel : : 46 %
Pays Bas : 67 %	Pays de Galle : 58 %	Thaïlande : 41 %
Finlande : 67 %	Hong Kong : 59 %	Swahili : 28 %
Canada Ontario : 66 %	Ecosse : 59 %	Nigéria : 19 %
Nouvelle Zelande : 65 %	Hongrie : 56 %	

L'intérêt d'un tel palmarès est très limité !
Ce n'est qu'une occasion pour signaler que sur les 175 questions de l'enquête, deux seulement concernent des objets de l'espace. Encore s'agit-il de questions de nature quasiment perceptive.
En fait, la situation des divers pays par rapport à l'enseignement de la géométrie de l'espace est très variable et il est quasiment impossible de trouver une question qui obtiennent l'agrément des pays engagés dans une telle étude.

L'apport des études et évaluations internationales ?

Figure 3

La tendance "psychométrique" ou "édumétrique" à prendre ces indicateurs pour des "mesures" peut conduire à de graves contresens. Ce qui nous intéresse finalement, ce sont les compétences développées.
Malheureusement, quelque soit la définition que l'on donne de la compétence, celle n'est pas facile à définir, et, lorsqu'elle est définie, il devient vite évident qu'il n'est pas possible d'en rendre compte par un seul indicateur : indice, score, pourcentage,... les "mesures" de compétence ne sont que succédanés de mesures dont il convient d'user prudence et de modestie.

D'autres exposés de cette UE mettront en évidence l'intérêt de dépasser les observations isolées et les moyennes diverses qu'il est toujours possible de faire avec n'importe quels scores. Des méthodes existent (ou sont en cours de développement) qui permettent pour croiser (ou corréler) les informations, d'enchaîner les comportements observés (analyse implicative par exemple), et ainsi, de passer des fausses mesures à un début de vraies raisons.

La figure 3 montre une question posée dans le cadre de la Seconde Étude Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques. Il n'est pas certain que cette question présente la moindre validité

Les documents de l'observatoire EVAPM et les documents publiés par la DEP donnent de nombreuses pistes pour compléter ce qui, ici, ne constitue qu'un ensemble de réflexions sur un sujet qui continuera à être approfondi au cours de cette Université d'Eté et qui devrait intéresser, de plus en plus, l'ensemble des enseignants.

Références et bibliographie

BODIN A.(1992) - **Les mathématiques en fin de Troisième générale - évolution des compétences observées chez les élèves au cours des années 80.** -In Rapport à Monsieur le Ministre de l'Éducation Nationale établi par Monsieur Claude THELOT, Directeur de la DEP (1992). Publié dans le dossier Éducation et formations n°17 d'octobre 1992 (DEP).et dans le bulletin de l'APMEP Février 1993

BROUSSEAU.G (1979) : Evaluation et théories de l'apprentissage en situations scolaires Conférence faite à la rencontre CIEAEM de CAMPINAS (Polycopié).

BURTON, L.(1994) : Who counts ? - Assessing mathematics in Europe - Trentham books

Centre International d'etudes Pédagogique (CIEP) (1994) - Approches comparatives en Éducation - Revue internationale d'éducation - Sèvres - N°1

DEARING, R. : (1994) : The National Curriculum and its Assessment : Final report. School Curriculum and Assessment Authority, LONDON

DICKES P, et all.(1994), La psychométrie, PUF

Educational Testing Service (1991) : **Learning Mathematics** - Princeton - USA. Il s'agit du rapport international de l'étude largement rapportée en France par la presse en 1992 et qui classait la France 6ème sur 20 (ce qui n'a bien sûr aucune signification).

FRAISSE et all, (1987) : L'évaluation dynamique des organisations publiques - Les éditions d'organisation

FREUDHENTHAL H; (1975) : Pupils' achievements internationally compared - The IEA. In Educational Studies in Mathematics - Vol 1975.

GLAESER G. (1995) : Fondements de l'évaluation.- APMEP PARIS (Préface A. BODIN)

HUBERMAN, A.M., et MILES, M.B (1991 - édition française) : Analyse des données qualitatives - recueil de nouvelles méthodes. De Boeck Université

KERSTIN KEEN (1991) : Competence - what is it and how can it be developed ? (p111 -121) - Instrctional design : implementation issues - Proceeding of the IBM/KU Leuven Conference, La Hulpe, December 17-19, 1991

LESH, R ., LAMON, S. J. (1992) : Assessment of Authentic Performance in School Mathematics. American Association for the advancement of Science Press, WASHINGTON D.C.

NUTTALL, D. (1992) : Les indicateurs internationaux de l'enseignement : leurs fontions et leurs limites. in l'OCDE et les indicateurs internationaux de l'enseignement - OCDE PARIS 1992

NUTTALL, D. L. (1987) : The validity of assessments - Europeen Journal of Psychology of Education - 1987 Vol II

OCDE (1995) : Regards sur l'éducation - Les indicateurs de l'OCDE

OECD - OCDE (1995), Public expectation of the final stage of compulsory education - Le dernier cycle de l'enseignement obligatoire : quelle attente. (deux langues, mais non bilingue)

ROBIN, D.; BARRIER, E. (1985) : **Enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques - Le cas Français.** - Institut National de Recherches Pédagogiques (Paris)

ROBITAILLE D.F. and all..(1993) - **Curriculum Frameworks for Mathematics and Science**. TIMSS Monograph n° 1.
Traduction française de la seconde partie (BODIN A) : **TIMSS - une étude de l'IEA** Présentation et traduction française de la grille de classification (framework for mathematics) utilisée dans le cadre de la Troisième Étude Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences de l'IEA (disponible à l'IREM de BESANÇON).

THÉLOT C.(1994) - **L'évaluation du système éducatif français** - Revue Française de pédagogie N° 107 - INRP . PARIS.

Et aussi ......

APMEP

Brochures **EVAPM**, contenant les épreuves, les résultats et les analyses des évaluations des programmes de mathématiques menées par l'APMEP (BODIN. A., et All)

EVAPM6/87 - Évaluation fin de Sixième 1987 (Paris 1987)

EVAPM5/88 - Évaluation fin de Cinquième 1988 (Paris 1988)

EVAPM4/89 - Évaluation fin de Quatrième 1989 (Paris 1989)

EVAPM3/90 - Évaluation fin de Troisième 1990 (Paris 1990)

EVAPM6/89-5/90 - Compléments 1991 des évaluations Sixième et Cinquième

EVAPM2/91 - Évaluation du programme de Seconde 1991 (Paris 1991)

EVAPM1/93 - Evaluation fin de Première 1993

EVAPMLP95 - Evaluation fin de Première BEP 1995

DEP

Revue mensuelle : éducations et formations.

Numéros spéciaux de cette revue consacrés chaque année aux évaluations menée par la DEP et en particulier aux évaluations de début de CE2 et de début sixième.

EVAPM ET "NOUS" : TEMOIGNAGES

Jean Fromentin, Marie-Josée Houssin, Nicole Toussaint

Notre témoignage concerne essentiellement les évaluations réalisées au niveau du collège.

L'idée d'une évaluation des nouveaux programmes mis en place à partir de la rentrée 86 a été lancée par Antoine BODIN au sein de la commission 1er cycle de l'APMEP à laquelle nous participons tous les trois. Il s'agissait bien, non pas d'évaluer les performances de chaque élève, mais d'évaluer le programme mis en place après un an d'application, puis une deuxième fois deux ans plus tard, avec ce que nous avons pris l'habitude d'appeler "évaluation-bis".

Avec le recul du temps, on peut dire que cette opération a bénéficié de conditions très favorables : un initiateur très compétent et enthousiaste, une commission Premier Cycle très volontaire, très dynamique, très diverse, dont la volonté de travail ne s'est pas émoussée au fil des années.

Ce qui ressort de ces années de préparation des questionnaires d'évaluation et d'analyse des résultats en vue de l'élaboration des brochures, c'est une formidable, car inattendue, formation professionnelle à l'évaluation ; formation "stricte" (réception d'informations) dans un premier temps, puis, sans vouloir être prétentieux, une co-formation ou une auto-formation. C'est ce que nous allons développer maintenant.

Formation à l'évaluation

1°) Transcription du programme en compétences ou capacités opérationnalisables.

Il nous a fallu traduire et parfois découper les "*capacités exigibles*" du programme pour les rendre opérationnalisables en terme d'évaluation.

Nous avons le sentiment d'avoir été parfois trop loin dans cette précision, plus particulièrement la première année : opérationnalisations trop "pointues" par exemple, en Sixième, en géométrie (annexe 1).

2°) La notion d'ITEM : Recherche d'une information par opposition à constat d'une réussite ou d'un échec (exemples : questions et consignes de codages sur des méthodes).

Il ne s'agissait pas de poser un exercice et de considérer l'information qu'on pouvait en tirer, mais au contraire de construire l'exercice à partir des informations qu'on souhaitait obtenir. Cette recherche nécessitait donc une définition précise des informations souhaitées.

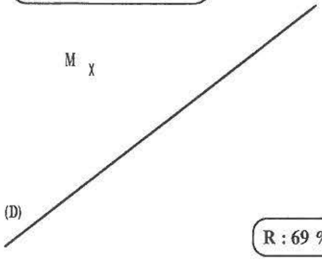
3°) Réalisation des questions : difficulté de sortir du cadre habituel de l'évaluation sommative pour l'élaboration des questions et items.

Nous hésitions souvent à mettre telle ou telle question jugée trop facile ou trop difficile pour le niveau attendu de l'élève. Nous faisions référence à une "norme" intuitive et subjective. Il fallait donc bien prendre conscience qu'il s'agissait d'une **évaluation diagnostique**.

4°) Notion de "variables didactiques" et, en conséquence, recherche de différentes opérationnalisations d'une même compétence.

Nous avions déjà observé que, pour une même compétence, des situations différentes peuvent entraîner des tâches plus ou moins complexes. Par exemple, à propos de symétrie, image d'un point, d'un segment, (EVAPM 6/87 EXB5, C18), axe coupant ou non la figure (EVAPM 6/87 EXD13, A17, B6, C20).

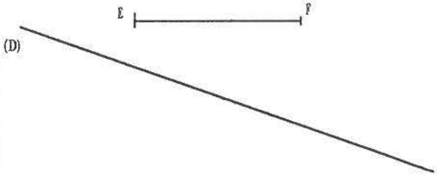
EVAPM6/87 EXB5



R : 69 %

Trace l'image du point M dans la symétrie orthogonale d'axe (D).

EVAPM6/87 EXC18

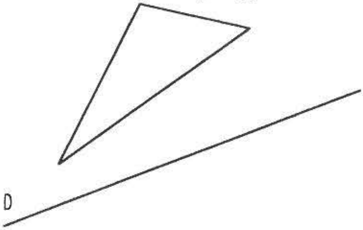


Trace l'image du segment [EF] dans la symétrie orthogonale d'axe (D).

R : 39 %

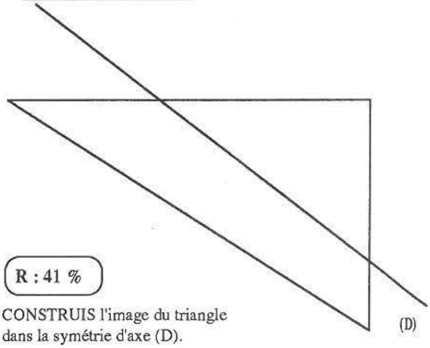
EVAPM6/87 EXD13

Trace l'image du triangle dans la symétrie par rapport à la droite D.



R : 61 %

EVAPM6/87 EXA17



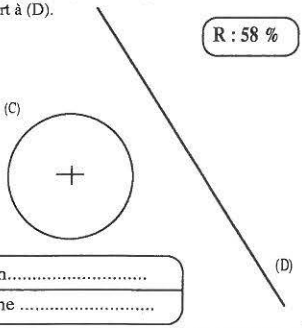
R : 41 %

CONSTRUIS l'image du triangle dans la symétrie d'axe (D).

EVAPM6/87 EXB6

TRACE, la symétrique de la figure (C) par rapport à (D).

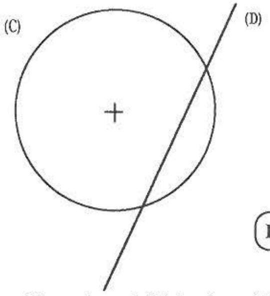
R : 58 %



(C) est un...........................

(D) est une ....

EVAPM6/87 EXC20



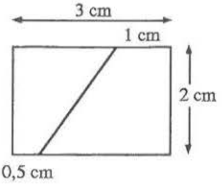
R : 54 %

Trace l'image du cercle (C) dans la symétrie orthogonale d'axe (D).

** Dans les encadrés, R : XX % signale le pourcentage de bonnes réponses à la question.*

Cela a constitué un sérieux obstacle à franchir, qui nous a valu un nombre important de questions de la part de nos collègues pendant plusieurs années, ce qui a été moins le cas dans les évaluations de la DEP avec le principe des codes intermédiaires 2 à 8 dont nous donnons ci-dessous deux exemples.

PROP.ECH III 1



Reproduis ce dessin à l'échelle 3.

Proposition de codage :

Code 1 : Réponse juste (rectangle de longueur 9 cm, de largeur 6 cm, et oblique bien placée, à 3 cm du "sommet supérieur droit" et à 1,5 cm du "som-met inférieur gauche"), les dimensions étant indiquées sur le dessin.

Code 2 : Réponse juste, sans indication des dimensions, ou avec indication des dimensions du dessin réduit.

Code 5 : Réponse fausse ; certaines dimensions sont bien triplées, mais d'autres pas.

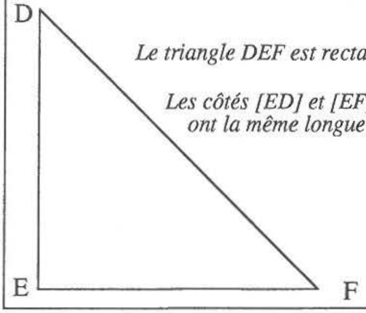
Code 6 : Réponse fausse ; l'élève a ajouté 3 cm aux dimensions données.

Code 9 : Autre réponse.

Code 0 : Absence de réponse.

partie de GEOM.TRI II 3

Porte sur le dessin les informations qui sont écrites.



Le triangle DEF est rectangle en E.

Les côtés [ED] et [EF] ont la même longueur.

Proposition de codage :

Code 1 : Réponse correcte (l'angle droit étant codé de façon habituelle ou par l'indication "90°").

Code 2 : Réponse correcte comportant plus d'informations que celles écrites.

Code 3 : L'angle droit est codé mais pas les côtés de même longueur.

Code 4 : Les côtés de même longueur sont codés mais pas l'angle droit.

Code 9 : Autre réponse.

Code 0 : Absence de réponse.

Ou encore, sans avoir nécessairement d'hypothèses, nous souhaitions observer comment réagissent les élèves, par exemple à propos du calcul d'un pourcentage, lorsque la même situation est présentée sous forme de texte d'une part, sous forme iconographique d'autre part (EVAPM 5/88 D17-18, C01-02).

EVAPM5/88 D17-18

Jean achète un radio-réveil marqué 240 F.
Le commerçant lui fait une remise de 60 F.
Exprime cette remise en pourcentage .

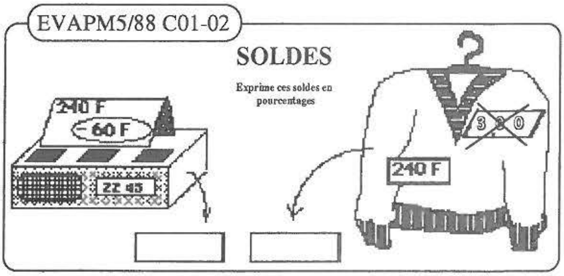
Réponse : **R : 29 %**

Un pull valant 300 F est soldé 240 F.

Quel est le pourcentage de réduction ?

Réponse : **R : 21 %**

EVAPM5/88 C01-02

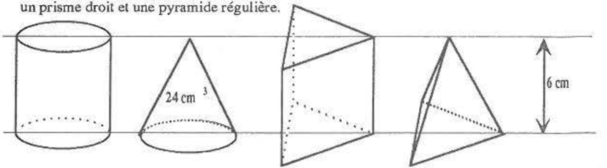


5°) Codage : repérage des informations recherchées.

Dans l'élaboration des questions d'évaluation, il fallait avoir présent à l'esprit le principe de recherche d'informations qui ne sont pas nécessairement des réussites ; il pouvait être intéressant de coder différentes méthodes (par exemple, dans la question EVAPM3/92 I 29-33, le calcul des volumes par le calcul de l'aire de la base [Item 32] ou par l'application directe du coefficient 3 [Item 33]), intéressant aussi de repérer des méthodes pas nécessairement adéquates, ou des réponses partielles ou fausses ;

EVAPM3/92 I 29-33

La figure représente quatre solides: un cylindre de révolution, un cône de révolution, un prisme droit et une pyramide régulière.



Ces quatre solides ont la même aire de base et la même hauteur. Le cône a un volume de 24 cm^3

Quel est le volume du cylindre? ....

Quel est le volume du prisme? ....

Quel est le volume de la pyramide? ....

Explique comment tu as fait pour trouver les réponses : ....

ce qui apparaît original dans EVAPM, et qui a beaucoup dérouté de nombreux collègues, c'est l'attribution du code **1** pour une erreur dans certains items, puisqu'on avait décidé trois seuls codes possibles : **1** (condition réalisée), **0** (condition non réalisée), **X** (question non traitée). Ainsi, dans la question EVAPM6/89 P 1-6, le code 1 à l'item 1 repérait la réponse exacte, mais le code 1 aux items 2 et 3 signalait les réponses fausses 24 ou 12 petits cubes.

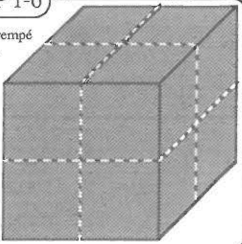
EVAPM6/89 P 1-6

Voici un cube qui a été trempé dans de la peinture grise.

Jean le scie en suivant les pointillés

(chaque face carrée est partagée en 4 carrés).

Combien obtient-il de petits cubes ?



Co ou auto-formation

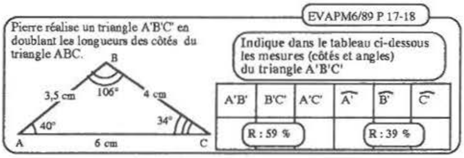
Après cette formation sur les différents points que nous venons d'évoquer, le travail qui a suivi à propos de la réalisation des questionnaires nous a permis d'approfondir, de prolonger, d'améliorer et même de compléter cette formation. C'est en ce sens que nous pouvons parler d'auto-formation ou de co-formation.

1°) Recherche de situations, et élaboration de questions en fonction des informations qu'on veut obtenir, et non en fonction d'un niveau à évaluer.

Cette tâche s'est énormément développée au fil des évaluations. Nos hypothèses de travail se sont en effet multipliées et précisées à la suite des premières analyses qui, elles aussi, ont été un facteur important d'auto-formation.

A partir de ces hypothèses de travail, il fallait donc rechercher des questions permettant d'obtenir l'information souhaitée, surtout dans les "évaluations bis". Voici quelques exemples.

- La présentation de données numériques sous la forme d'un tableau enclenche-t-elle le réflexe de proportionnalité ? Agrandissement d'un triangle (EVAPM6/89 P17-18 et Q7-8).

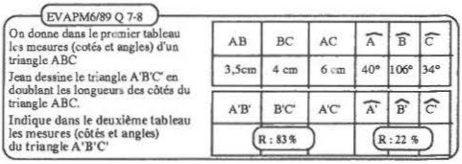


EVAPM6/89 P 17-18

Pierre réalise un triangle A'B'C' en doublant les longueurs des côtés du triangle ABC.

Indique dans le tableau ci-dessous les mesures (côtés et angles) du triangle A'B'C'

A'B'	B'C'	A'C'	$\widehat{A'}$	$\widehat{B'}$	$\widehat{C'}$
R : 59 %			R : 39 %		



EVAPM6/89 Q 7-8

On donne dans le premier tableau les mesures (cotés et angles) d'un triangle ABC

Jean dessine le triangle A'B'C' en doublant les longueurs des côtés du triangle ABC.

Indique dans le deuxième tableau les mesures (côtés et angles) du triangle A'B'C'

AB	BC	AC	$\widehat{A}$	$\widehat{B}$	$\widehat{C}$
3,5cm	4 cm	6 cm	40°	106°	34°

A'B'	B'C'	A'C'	$\widehat{A'}$	$\widehat{B'}$	$\widehat{C'}$
R : 83 %			R : 22 %		

- Le contexte d'une situation permettra-t-il une meilleure reconnaissance de la proportionnalité ? Tableaux de proportionnalité "nus" puis "habillés" (EVAPM 5/88 A1 et 5/90 D22).

EVAPM5/88 A1

Parmi les quatre tableaux présentés ci-dessous :

ENTOURE celui ou ceux qui sont des tableaux de proportionnalité.
BARRE les autres.

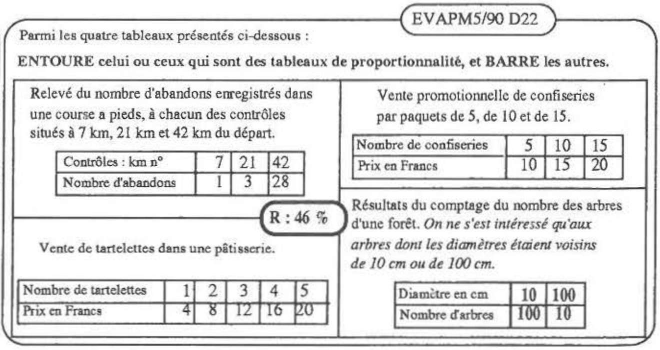
7	21	42
1	3	28

5	10	15
10	15	20

1	2	3	4	5
4	8	12	16	20

10	100
100	10

R : 43 %



EVAPM5/90 D22

Parmi les quatre tableaux présentés ci-dessous :

ENTOURE celui ou ceux qui sont des tableaux de proportionnalité, et BARRE les autres.

Relevé du nombre d'abandons enregistrés dans une course a pieds, à chacun des contrôles situés à 7 km, 21 km et 42 km du départ.

Contrôles : km n°	7	21	42
Nombre d'abandons	1	3	28

Vente promotionnelle de confiseries par paquets de 5, de 10 et de 15.

Nombre de confiseries	5	10	15
Prix en Francs	10	15	20

R : 46 %

Vente de tartelettes dans une pâtisserie.

Nombre de tartelettes	1	2	3	4	5
Prix en Francs	4	8	12	16	20

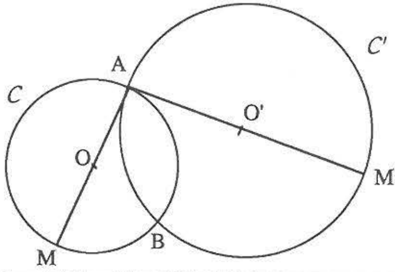
Résultats du comptage du nombre des arbres d'une forêt. *On ne s'est intéressé qu'aux arbres dont les diamètres étaient voisins de 10 cm ou de 100 cm.*

Diamètre en cm	**10**	**100**
Nombre d'arbres	**100**	**10**

- Le tracé des segments [OO'] et [MM'] entraînera-t-il, à propos du théorème des milieux, une meilleure reconnaissance de la situation standard ? (voir page suivante : EVAPM 4/91 B17-18 et D20-21).

EVAPM4/91 B17-18

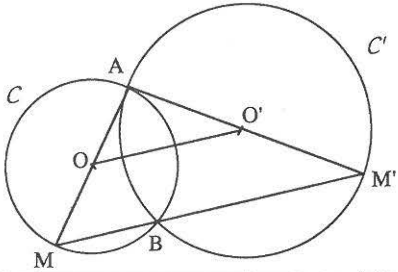
$\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sont deux cercles de centres O et O'
qui se coupent en A et B.
La droite (AO) recoupe le cercle $\mathcal{C}$ en M.
La droite (AO') recoupe le cercle $\mathcal{C}'$ en M'.



Les droites (MM') et (OO') semblent parallèles
Est-ce vrai ?..................
Prouve - le
R : 22 %

EVAPM4/91 D20-21

$\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sont deux cercles de centres O et O'
qui se coupent en A et B.
La droite (AO) recoupe le cercle $\mathcal{C}$ en M.
La droite (AO') recoupe le cercle $\mathcal{C}'$ en M'.



Les droites (MM') et (OO') semblent parallèles
Est-ce vrai ?..................
Prouve - le
R : 34 %

2°) Observer une performance "aveugle" ou une bonne compréhension ?

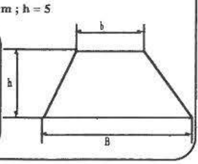
Au niveau des analyses, nous avons pris conscience de deux types de questions : celles qui sont de pure technique et celles qui permettent de s'assurer de l'appropriation des concepts. Nous nous sommes rendu compte, à ce propos, de quelques erreurs d'objectifs dans l'élaboration de certaines questions. Par exemple, dans EVAPM6/89, la question C17-18, contrairement à la question M6, ne testait en aucune manière une compétence sur les aires, mais seulement la capacité à appliquer une formule littérale. La question proposée alors dans l'analyse (3^e image ci-dessous) permet au moins de tester la reconnaissance sur la figure des éléments de la formule de l'aire d'un trapèze.

EVAPM6/89 C17-18

L'aire d'un trapèze est donnée par la formule : $A = \frac{(B+b) \times h}{2}$
Utilise cette formule pour calculer l'aire dun trapèze
qui vérifie : **B = 2,5 cm ; b = 1,5 cm ; h = 5**

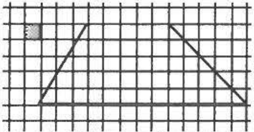
Ecris le détail de tes calculs dans ce cadre.

Aire du trapèze :
R : 50 %



EVAPM6/89 M6

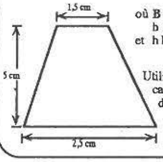
Calculer l'aire de ce trapèze en prenant
comme unité l'aire du petit carré



réponse
R : 14 %

L'aire du trapèze est donnée par la formule :

$A = \frac{(B+b) \times h}{2}$



où B designe la grande base,
b la petite base
et h la hauteur du trapèze.

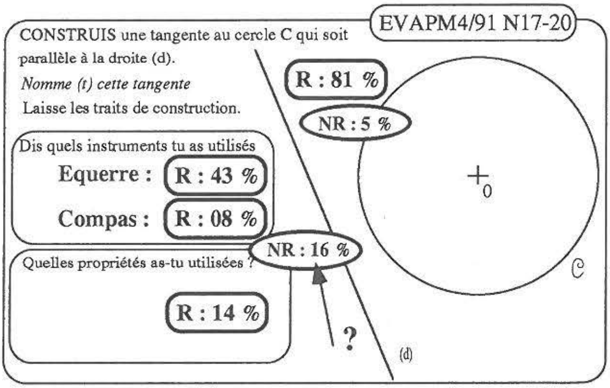
Utilise cette formule pour
calculer l'aire d'un trapèze
dont les mesures sont
indiquées sur le dessin
ci-contre.

3°) Problème de formulations des questions.

Dans la réalisation des exercices, il fallait trouver une formulation précise, mais "générale" en ce sens qu'elle ne pouvait pas reposer sur les conventions tacites de langage ou de notations qui peuvent exister entre un professeur et sa classe. Nous avions bien sûr nos propres habitudes de formulations et devions souvent les reconsidérer.

4°) **Une difficulté non surmontée** à propos des codages :

l'attribution du code X pour l'absence de réponse, lorsque les items concernent la méthode utilisée. Dans la question EVAPM4/91 N17-20, l'item 18 signalait l'utilisation de l'équerre, et l'item 19 l'utilisation du compas, pour le tracé de la tangente au cercle. Quel code (0 ou X) mettre alors à l'item 19, par exemple, si l'élève a utilisé l'équerre ?


EVAPM4/91 N17-20

CONSTRUIS une tangente au cercle C qui soit parallèle à la droite (d).
Nomme (t) cette tangente
Laisse les traits de construction.

Dis quels instruments tu as utilisés
Equerre : R : 43 %
Compas : R : 08 %

Quelles propriétés as-tu utilisées ?
R : 14 %

5°) QCM

L'idée d'utiliser un QCM dans l'évaluation APMEP a été lancée par Antoine BODIN, à l'occasion des évaluations-bis, pour étendre notre champ d'investigation et varier notre mode d'observation. Pour que ce QCM soit riche d'informations, nous nous sommes mis au défi de le calquer sur une épreuve antérieure complète. Il a donc fallu transposer les questions "classiques" sous forme de QCM.

Nous avons en particulier essayé d'ouvrir de nouvelles pistes comme, par exemple, nous donner la possibilité de proposer plusieurs réponses vraies (EVAPM4/91 C9 et C10-13) : dans la première question, les situations proposées sont différentes, il faut les envisager toutes et on considère une réussite conjointe ; dans la deuxième, il y a deux réponses vraies pour une seule question ; dans les deux cas, l'élève est obligé d'examiner toutes les réponses proposées.

EVAPM4/91 C9

Si on avait une feuille assez grande, et des instruments adaptés, ***on pourrait construire un triangle dont les côtés mesurent :***

	C 9		
30 cm; 18 cm; 45 cm.	A	Vrai	Faux
28 cm; 14 cm; 44 cm.	B	Vrai	Faux
13 cm; 52 cm; 35 cm.	C	Vrai	Faux
27 cm; 48 cm; 25 cm.	D	Vrai	Faux

EVAPM4/91 C10-13

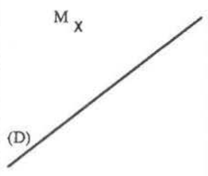
L'usage de la calculatrice est conseillé

Une valeur approchée à 0,1 près de $\frac{17,9}{23}$ ***est :***

	C 10-11-12-13		
0,8	A	Vrai	Faux
0,7	B	Vrai	Faux
411,7	C	Vrai	Faux
0,78	D	Vrai	Faux

Il fallait, pour une question donnée (EVAPM6/89 A32), rechercher les erreurs classiques à proposer en réponse (EVAPM6/89 B23). Pour un exercice,trouver une "bonne" présentation QCM fut, pour nous, un travail inhabituel et enrichissant.

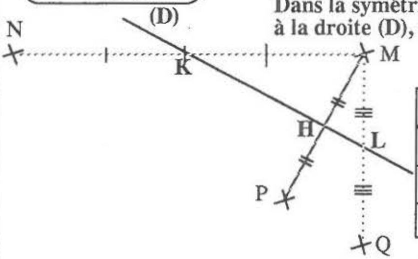
EVAPM6/89 A32



Trace l'image du point M dans la symétrie orthogonale d'axe (D).

EVAPM6/89 B23

Dans la symétrie orthogonale par rapport à la droite (D), le point M a pour image :



	Q23		
Le point Q	A	Vrai	Faux
Le point P	B	Vrai	Faux
Le point N	C	Vrai	Faux
Le point H	D	Vrai	Faux

Les analyses des QCM nous ont fait découvrir des intérêts que nous ne soupçonnions pas : la forme QCM permet en effet à l'élève plusieurs démarches : **résolution directe**, comme dans la question classique EVAPM4/91 A23-24, ou **essais et analyse à partir des réponses proposées** comme le montrent les questions EVAPM 4/91 C20-23 et C24-27, transposées de la précédente sous forme QCM.

Factorise EVAPM4/91 A23-24

$a^2 + a =$

R : 33 %

$3x^2 - 8x =$

R : 36 %

EVAPM4/91 C20-23

En FACTORISANT
l'expression
$a^2 + a$
on obtient :

R : 23 %

	C 20-21-22-23		
$a \times a + a$	A	Vrai	Faux
a^3	B	Vrai	Faux
$a(a+1)$	C	Vrai	Faux
$a \times a + 1$	D	Vrai	Faux

EVAPM4/91 C24-27

En FACTORISANT
l'expression
$3x^2 - 8x$
on obtient :

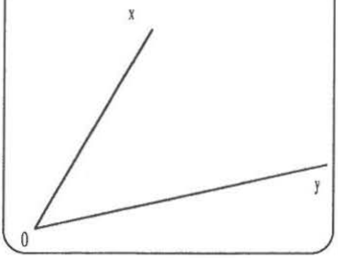
R : 30 %

	C 24-25-26-27		
$x^3(3-8)$	A	Vrai	Faux
$-5x^3$	B	Vrai	Faux
$3 \times x \times x - 8 \times x$	C	Vrai	Faux
$x(3x-8)$	D	Vrai	Faux

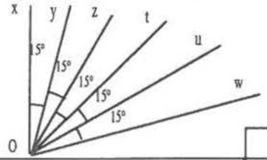
Cette dernière démarche est spécifique au QCM : c'est la mise en œuvre de stratégies d'ordre mental . La double formulation, classique et QCM, permet donc de tester, pour une même notion, des compétences différentes : par exemple, (voir page suivante) pour la bissectrice (EVAPM6/89 A29 et B20) ou la symétrie orthogonale (EVAPM6/89 A33 et B25), tracé purement technique d'une part et reconnaissance d'autre part. Il apparaît même, dans ces deux cas, que la forme QCM permet, comme nous le disions précédemment, de mieux tester l'appropriation des concepts, alors que la question sous forme "classique" teste plutôt une compétence technique.

EVAPM6/89 A29

TRACE la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.



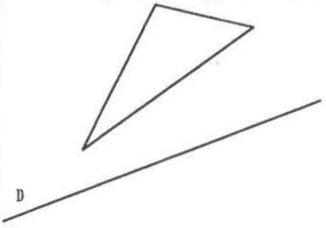
EVAPM6/89 B20



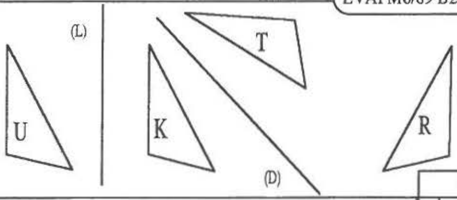
	Q20		
La demi droite Oz est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOw}$	A	Vrai	Faux
La demi droite Ot est la bissectrice de l'angle $\widehat{yOw}$	B	Vrai	Faux
La demi droite Oz est la bissectrice de l'angle $\widehat{yOt}$	C	Vrai	Faux
La demi droite Ot est la bissectrice de l'angle $\widehat{zOu}$	D	Vrai	Faux

EVAPM6/89 A33

Trace l'image du triangle dans la symétrie par rapport à la droite **D**.



EVAPM6/89 B25



	Q25		
L'image du triangle T dans la symétrie d'axe (D) est le triangle K	A	Vrai	Faux
L'image du triangle K dans la symétrie d'axe (D) est le triangle R	B	Vrai	Faux
L'image du triangle K dans la symétrie d'axe (L) est le triangle R	C	Vrai	Faux
L'image du triangle R dans la symétrie d'axe (L) est le triangle U	D	Vrai	Faux

Nous avons donc observé que la forme QCM favorise beaucoup les représentations et démarches mentales. En conclusion, nous pouvons affirmer que la méfiance que nous avions vis-à-vis des QCM, méfiance qui repose sur la fermeture des questions, sur la possibilité de réponses aléatoires et sur l'absence de rédaction, est tombée. En fait, si le QCM ne peut pas se substituer aux questionnaires "classiques", **les deux formes de questionnement apparaissent complémentaires.**

6°) "Calcul mental"

Toujours pour étendre notre champ d'investigation et varier notre mode d'observation, nous envisagions une épreuve de calcul mental. L'idée initiale de calcul mental "classique" a évolué pour considérer aussi l'aspect visuel, grâce au rétroprojecteur, dans le domaine numérique (démarches mentales) mais aussi dans les domaines géométrique et fonctionnel (images mentales). Ce type de questionnaire (Annexe 2) oblige l'élève à répondre rapidement. L'élève doit mettre en œuvre, et donc développer, de bonnes représentations mentales, ainsi que des démarches mentales performantes.

7°) "Calcul machine"

Dans le même esprit que les épreuves QCM et "calcul mental", des épreuves "calcul machine" ont été réalisées, mais nous n'y avons pas participé personnellement ; aussi n'en parlerons-nous pas.

Retombées dans notre pratique d'enseignant

- Le travail fait au sein d'EVAPM nous a permis d'intégrer rapidement les objectifs de l'évaluation institutionnelle à l'entrée en Sixième et contribué à une meilleure compréhension et acceptation des codages.
- EVAPM a également contribué à améliorer pour nous la compréhension des causes d'erreurs et leur exploitation auprès de nos élèves, erreurs qui ne sont plus considérées comme des tabous mais qui font partie intégrante de la formation. Certaines erreurs deviennent même des passages incontournables dans la formation des élèves.
- Le travail de conception des questionnaires a attiré notre attention sur la formulation des exercices ou problèmes que nous proposons à nos élèves dans les contrôles. Nous faisons preuve d'une plus grande vigilance sur les interprétations possibles des questions.
- Nous avons aussi pris conscience que les résultats des évaluations ne sont que des INDICATEURS, et que les jugements que l'on peut formuler sur un élève doivent s'appuyer sur un maximum d'informations.
- Les compétences acquises à l'occasion de ce travail nous ont naturellement "désignés", comme personnes ressources au sein de nos établissements : interlocuteur du chef d'établissement pour tout ce qui concerne les évaluations, rôle privilégié dans les liaisons Ecole - Collège, exploitation pédagogique des résultats de l'évaluation à l'entrée en Sixième à partir du logiciel Casimir.
-La reconnaissance, par l'Institution, du travail effectué par EVAPM , a conduit celle-ci à faire appel à plusieurs d'entre nous pour l'élaboration ou l'expérimentation d'opérations de la DEP, et à utiliser, en accord avec l'APMEP, une partie des travaux d'EVAPM pour ses propres opérations. Nous ne pouvons que nous féliciter de cette reconnaissance, tout en continuant à pratiquer et à trouver indispensable l'indépendance d'EVAPM par rapport à toute hiérarchie institutionnelle.

Annexe 1

Compétences Sixième	Code	Questionnaire							
		Exigibles				Complément.			
		A	B	C	D	M	N	P	Q
SUR PAPIER BLANC, sans méthode imposée,									
- **REPORTER** une longueur	6C101	X	X						
- **REPRODUIRE** : - un angle	6C102								
- un arc de cercle de centre donné	6C103			X					
- **TRACER**, par un point donné : - la perpendiculaire	6C104						X		
- la parallèle	6C105								
à une droite donnée, passant par un point donné.									
UTILISER correctement, dans une situation donnée, le vocabulaire suivant : - droite	6D110			X					
- cercle	6D111				X				
- disque	6D112								
- arc de cercle	6D113								
- angle	6D114								
- droites perpendiculaires	6D115			X	X			X	
- droites parallèles	6D116			X					
- demi-droite	6D117			X					
- segment	6D118			X					
- milieu	6D119							X	
DECRIRE les figures suivantes : - triangle	6D130							X	
- triangle isocèle	6D131								
- triangle équilatéral	6D132								
- triangle rectangle	6D133				X				
- losange	6D134	X	X						
- rectangle	6D135				X				
- carré	6D136								
- cercle	6D137				X				
TRACER sur papier blanc, les figures suivantes :									
- triangle	6C140								
- triangle isocèle	6C141				X				X
- triangle équilatéral	6C142				X				
- triangle rectangle	6C143								
- losange	6C144						X		
- rectangle	6C145				X				
- carré	6C146				X				
- cercle	6C147								
REPRODUIRE sur papier blanc, les figures suivantes :									
- triangle	6C150	X	X						X
- triangle isocèle	6C151					X			
- triangle équilatéral	6C152				X	X			
- triangle rectangle	6C153					X			
- losange	6C154			X					
- rectangle	6C155								
- carré	6C156								
- cercle	6C157								
RECONNAITRE les figures suivantes, dans un environnement complexe : - triangle	6D160								
- triangle isocèle	6D161				X				
- triangle équilatéral	6D162	X	X		X				
- triangle rectangle	6D163	X	X		X				
- losange	6D164	X	X		X				
- rectangle	6D165	X	X		X				
- carré	6D166	X	X		X				
- cercle	6D167				X				

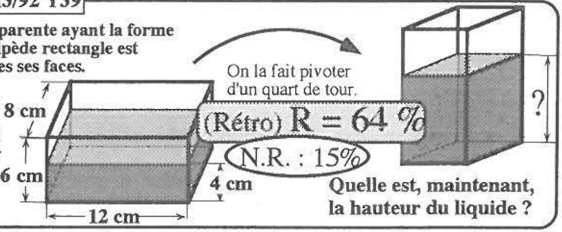
Annexe 2

Libellé de la question	Niveau et année de la passation													
	6/89		5/88		5/90		4/89		3/90		3/92		2/91	
	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)
Calculer : 7,3 x 0,1	10	**43** (07)	6	**59** (06)			6	**67** (03)			3	**80** (02)		
Calculer : 42 : 0,1	12	**28** (06)									4	**52** (04)		
Calculer : 42 : 0,1 *(Question rétroprojetée)*	35	**26** (06)	49	**20** (12)	25	**16** (07)					30	**63** (03)		
Calculer : 358 x 75 - 358 x 74 *(Question rétroprojetée)*			57	**32** (33)			48	**33** (27)			31	**57** (14)		
Quel est le nombre décimal égal à : *(Question rétroprojetée)* $2,1 \times \frac{2}{3}$?	39	**04** (54)	42	**22** (38)							29	**45** (16)		
Trouver le nombre entier égal à : *(Question rétroprojetée en 5/90)* $\frac{8}{3} \times 6$	20	**04** (54)	22	**15** (37)	21	**18** (28)	14	**28** (11)			5	**48** (16)		

EVAPM3/92 Y39

Une boîte transparente ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est fermée sur toutes ses faces.

Elle contient un liquide coloré qui, ici, s'élève à 4 cm de hauteur



On la fait pivoter d'un quart de tour.

(Rétro) R = 64 %

N.R. : 15%

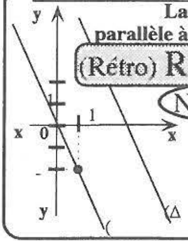
Quelle est, maintenant, la hauteur du liquide ?

EVAPM3/92 Y24

La droite (Δ) est parallèle à la droite (D).

(Rétro) R = 39 %

N.R. : 18%



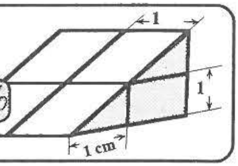
Quel est le coefficient directeur de la droite (Δ) ?

EVAPM3/92 Y22

Quel est le volume de ce solide ?

(Rétro) R = 42 %

N.R. : 21%



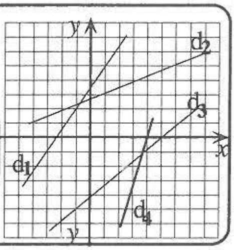
EVAPM3/92 Y25

Quelle est, parmi les droites d1, d2, d3 et d4, la droite qui a le plus petit coefficient directeur ?

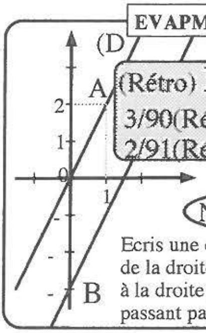
(Rétro) R = 46 %

2/91(Rétro) : 61 %

N.R. : 03%



EVAPM3/92 Y34



(Rétro) R = 20 %

3/90(Rétro) : 02 %

2/91(Rétro) : 26 %

N.R. : 23%

Ecris une équation de la droite parallèle à la droite (D) et passant par B

LES EVALUATIONS DE LA DEP
INFORMATIONS FOURNIES AU SYSTEME EDUCATIF

Claudine Peretti Direction de l'Evaluation et de la Prospective

La création de la direction de l'évaluation et de la prospective (DEP) en 1987 au sein du ministère de l'éducation nationale répondait au souci du Ministre de l'époque, M. MONORY, de disposer d'une structure administrative qui lui fournisse les informations nécessaires au pilotage du système éducatif.

L'émergence de cette préoccupation est à replacer dans le contexte de la crise économique qui a conduit progressivement :

- l'ensemble de la Nation à s'interroger sur l'efficacité et l'efficience du système éducatif (les dépenses d'Education représentent plus de 20 % du Budget de l'Etat) ;
- les familles à exiger de l'Ecole la réussite de leurs enfants, car la possession d'un diplôme, le plus élevé possible, constitue la meilleure protection contre le chômage ;
- les entreprises à attendre du système scolaire qu'il forme les travailleurs dont elles ont besoin pour être compétitives.

Pour contribuer à améliorer l'efficacité du système éducatif, la DEP a de ce fait reçu 3 missions :

- la première est de procéder à une évaluation externe du système éducatif dans toutes ses dimensions, évaluation :

. de ses résultats, en particulier en mesurant les acquis des élèves ;
. de l'efficacité des politiques éducatives conduites pour améliorer les résultats des élèves ;
. des acteurs et des structures qui mettent en oeuvre ces politiques.

- la deuxième est de rendre compte, rendre compte non seulement aux décideurs, mais aussi au sein du système éducatif, aux acteurs et à l'extérieur du système aux élus et plus généralement à l'ensemble de la Nation.

C'est pour remplir cette mission que la DEP s'est dotée d'une palette de publications à travers lesquelles elle diffuse les résultats de ses travaux sous forme exhaustive (ex : des dossiers "éducation et formations"), ou résumée (ex : des notes d'information), sous forme thématique ou synthétique (ex : de l'Etat de l'Ecole ou de Géographie de l'Ecole).

- la troisième est de développer au sein du système éducatif une culture de l'évaluation.

La loi d'orientation de juillet 1989 sur l'éducation a en effet posé le principe d'une évaluation à tous les niveaux du système éducatif.

Pour favoriser l'application de ce principe la DEP s'est mise en mesure de mettre à disposition des acteurs des outils d'évaluation qui les aident à prendre la mesure du contexte dans lequel ils interviennent et à évaluer l'efficacité de leurs actions.

1. Dans quels domaines la DEP mène-t-elle des travaux d'évaluation ?

Pour mesurer l'efficacité du système éducatif, la DEP a retenu quatre approches de complexité croissante :

- **la première est celle de l'évaluation des compétences et des connaissances des élèves**, c'est l'approche la plus traditionnelle car c'est à la fois la plus évidente et la plus facile à mettre en oeuvre. Les compétences et les connaissances attendues des élèves à chaque niveau étant fixées par les objectifs et les programmes d'enseignement, l'évaluation consiste à mesurer l'atteinte de ces objectifs à l'aide de tests passés par un échantillon représentatif d'élèves.

Pour élargir cette approche, la DEP s'est aussi engagée dans des comparaisons internationales, bilatérales ou multilatérales qui permettent de replacer les résultats obtenus par les élèves français dans un cadre qui dépasse le contexte national, (ex : de TIMSS). De même, la DEP intègre souvent dans ses évaluations une dimension longitudinale qui vise à mesurer l'évolution dans le temps des compétences et des connaissances des élèves (ex : du certificat d'études).

- **la deuxième approche est celle de l'évaluation des politiques éducatives**.

L'objectif des évaluations en ce domaine est de mesurer, au-delà du recueil de l'opinion des acteurs, l'impact des politiques mises en oeuvre sur les acquis des élèves. La méthode consiste, lorsque la politique ne concerne qu'une partie de la population, à comparer les résultats de deux populations représentatives, l'une qui a bénéficié de l'innovation éducative évaluée, l'autre qui a fonctionné selon les normes préexistantes. (ex. de la semaine de 4 jours).

Lorsqu'une politique est mise en oeuvre sur la totalité du territoire, son évaluation n'est possible que si l'on s'est mis en mesure d'évaluer la situation antérieure, ce qui est rarement le cas.

- la troisième approche est celle de l'évaluation des acteurs du système.

Ce champ de l'évaluation est exploré selon deux voies :

- celle qui consiste à recueillir l'opinion des acteurs sur leur rôle, l'environnement dans lequel ils se situent et ils interviennent, les actions qu'ils conduisent soit dans le cadre des directives nationales ou académiques, soit de leur propre initiative ;
- celle qui consiste à essayer de mesurer l'impact des caractéristiques propres de ces acteurs et de leurs pratiques sur les acquis des élèves dans les domaines tant cognitif que non cognitif.

La première voie est évidemment la plus facile à suivre et elle trouve son intérêt dans l'importance que revêtent les représentations des acteurs dans la réussite d'une politique. Elle montre cependant rapidement ses limites lorsque l'on constate que des opinions favorables ne vont pas forcément de pair avec l'atteinte des objectifs poursuivis (ex. de l'Aménagement des rythmes de vie des enfants).

L'exploration de la seconde voie devrait permettre de mieux connaître, et donc d'améliorer, la relation maître-élève sur laquelle repose l'essentiel de la qualité des apprentissages. C'est évidemment aussi la plus difficile et la DEP s'y est engagée depuis deux ans seulement avec deux études l'une sur le CE2, l'autre sur la 6ème qui visent à mettre en relation les progrès accomplis par les élèves d'une classe en une année avec les pratiques pédagogiques, d'une part déclarées par les enseignants, d'autre part constatées par des observateurs extérieurs.

- La quatrième approche est celle de l'évaluation des structures d'enseignement, c'est-à-dire de la recherche de l'impact que peuvent avoir l'organisation des établissements d'enseignement et les interactions entre les acteurs au sein de ces derniers, sur les apprentissages, les acquisitions et donc la réussite des élèves. Elle débouche sur le concept de valeur ajoutée par l'établissement qui représente la mesure de l'efficacité de ce dernier.

C'est ce qui a conduit à la publication des indicateurs de performance des lycées au baccalauréat réalisée depuis deux ans.

2. Comment la DEP essaie-t-elle de diffuser au sein du système éducatif une culture de l'évaluation ?

Tout d'abord en mettant à disposition des enseignants des outils d'évaluation qui leur permettent de pratiquer une évaluation de leurs élèves différente de l'évaluation à visée sommative qu'ils ont l'habitude de pratiquer dans leurs classes. L'évaluation telle que la pratiquent les enseignants est en effet avant tout une évaluation bilan ; bilan des savoirs et des savoir-faire qui vise à vérifier si ce que l'élève est supposé avoir appris est acquis.

Pour que l'évaluation devienne un outil pédagogique, il faut qu'elle s'inscrive dans un processus d'apprentissage. Elle se donne alors un objectif qui peut être diagnostique, formatif ou certificatif.

L'évaluation à l'entrée en CE2 et en 6ème mise en place en 1989 et l'évaluation à l'entrée en seconde créée en 1993 s'inscrivent dans cette perspective. Ces évaluations qui se placent à trois moments clés du parcours scolaire permettent, par leur caractère systématique et obligatoire, de sensibiliser l'ensemble des enseignants à l'usage de ce type d'outils. Elles présentent cependant l'inconvénient, en raison de leur caractère ponctuel, de n'avoir qu'un effet limité. Aussi la DEP s'est-elle engagée dans une démarche visant à mettre à disposition des enseignants des outils d'évaluation qu'ils puissent utiliser quand ils le souhaitent.

A ce jour, une banque d'items d'évaluation a été diffusée en français, mathématiques, sciences, technologie, histoire et géographie pour l'enseignement primaire, en français et mathématiques pour les deux premières années du collège. La même démarche est engagée pour le lycée ; en janvier 1996, les enseignants de seconde recevront, en complément de l'évaluation de rentrée, des exercices destinés à mesurer, en cours d'année, les compétences attendues des élèves en regard des objectifs de la classe de seconde.

La DEP se place ainsi dans une logique d'offre d'outils qui marque une forte évolution du rôle de l'administration centrale, de l'édiction de normes et du contrôle à celle d'impulsion. Cette logique a conduit également à mettre à disposition des établissements scolaires depuis l'an dernier une batterie d'indicateurs qui doivent permettre au chef d'établissement de rendre compte de la situation de son collège ou de son lycée et de son évolution, à son conseil d'administration et plus largement à ses différents partenaires (collectivités locales - autorités académiques). Grâce à ces indicateurs, construits à partir des données existant dans les systèmes d'information, chaque établissement est à même de prendre la mesure de la spécificité de son contexte par comparaison avec les références académiques et nationales et, à partir de ce constat, de construire un projet pour favoriser la réussite et l'épanouissement personnel de ses élèves.

3. Quel est l'impact de cette politique d'évaluation et de diffusion d'une culture de l'évaluation sur le système éducatif.

Outre qu'elle permet de fonder le débat public relatif à l'efficacité du système éducatif sur des bases plus objectives que naguère et d'aider à la rationalisation des choix budgétaires, l'évaluation commence, comme le mettent en évidence certains indices, à jouer un rôle de régulation du fonctionnement du système éducatif et contribue donc à l'améliorer.

Une évaluation des évaluations à l'entrée en CE2, 6ème et seconde et de l'utilisation de la banque d'items dans le primaire, effectuée en 1993, sur un échantillon représentatif d'enseignants a montré que trois quarts de ces derniers jugent ces évaluations utiles même si la moitié d'entre eux environ en soulignent la lourdeur. Quel que soit le niveau, près de la moitié des enseignants reconnaissent que l'évaluation est un moyen plus efficace pour déceler les difficultés des élèves que les moyens traditionnels. Environ la moitié des enseignants du primaire disent utiliser aussi la banque d'items.

Une autre illustration des comportements nouveaux que font naître ces évaluations s'appuie non plus sur les déclarations des enseignants mais sur les résultats des élèves. L'évaluation menée en 1989 à l'entrée au CE2 a montré que les élèves étaient d'un niveau assez faible en géométrie. La simple mise en évidence de ce résultat a entraîné une prise de conscience des instituteurs qui d'eux-mêmes ont comblé cette lacune comme l'ont montré les évaluations suivantes.

Les outils d'évaluation qui sont mis à disposition des enseignants tant en CE2, 6ème et seconde que dans la banque d'items, les tableaux de compétences qui les assortissent, contribuent donc de façon générale à la prise de conscience par les enseignants des objectifs de la formation qu'ils ont à dispenser à leurs élèves et des acquis que ceux-ci sont supposés posséder. On n'en observe pas néanmoins pour autant, à ce jour, de bachotage. Les enseignants ont compris que l'objectif de ces évaluations n'était pas de les évaluer eux mais de les aider à évaluer leurs élèves.

Si les bénéfices de la création de la DEP et du développement de ses travaux sont indéniables, il ne faut pas se cacher pour autant les limites de son action.

La première est que l'évaluation est loint d'être exhaustive : non seulement, elle n'embrasse pas tous les champs possibles, mais elle laisse aussi dans ceux qu'elle traite de larges parties inexplorées.

La deuxième est que l'évaluation ne peut pas être le seul régulateur au sein du système éducatif.

La troisième est que l'évaluation ne sera réellement efficace que lorsqu'elle sera pratiquée et ses résultats utilisés à tous les niveaux du système. Or, cet objectif est loin d'être atteint. Beaucoup d'enseignants, beaucoup d'inspecteurs ne sont pas encore convaincus de l'intérêt de l'évaluation diagnostique et formative et préfèrent s'en remettre aux modes traditionnels d'évaluation sommative. Il est vrai que tous les enseignants n'ont pas été formés à l'utilisation de l'évaluation diagnostique et formative et certains ne parviennent pas à prendre la distance critique vis-à-vis de leur pratique qui leur permettrait d'en comprendre l'intérêt.

*

En conclusion, pour que le système éducatif dans toutes ses composantes puisse tirer réellement bénéfice des évaluations et des outils d'évaluation de la DEP, il est indispensable que se développent la formation initiale et continue en ce domaine et l'action d'animation et de sensibilisation des corps d'inspection au niveau du terrain.

LE ROLE DE L'INSPECTION DANS L'EVALUATION DU SYSTEME EDUCATIF ;
QUELS SONT LES INDICATEURS, LES CRITERES, QUELLE INFLUENCE ONT-ILS SUR LES ACTEURS DU SYSTEME ?

Albert Hugon Inspection Générale de Mathématiques
Yves Olivier IPR de Mathématiques, Académie d'Orléans-Tours

Sujet :

Le rôle de l'Inspection dans l'évaluation du système éducatif ; quels sont les indicateurs, les critères, quelle influence ont-ils sur les acteurs du système ?

Introduction

Ce texte tentera de faire ressortir, en les résumant, des axes et des éléments qui, de notre point de vue, jalonnent et éclairent le sujet proposé, qui a pour intitulé, rappelons-le :
"Le rôle de l'Inspection dans l'évaluation du système éducatif ; quels sont les indicateurs, les critères, quelle influence ont-ils sur les acteurs du système ?".

Le sujet nous apparaît centré, non pas sur l'inspection individuelle en tant que telle, mais bien, dans le cadre large du système éducatif, sur l'enseignement des mathématiques.

Le propos sera organisé dans son déroulement suivant une progression suggérée par celle utilisée dans l'intitulé même du sujet :

- Rôle des corps d'inspection dans l'évaluation du système éducatif et, plus particulièrement, l'évaluation de l'enseignement des mathématiques ;
- Critères et indicateurs utilisés par les corps d'inspection pour l'évaluation de l'enseignement des mathématiques ;
- Retombées de cette évaluation en direction des acteurs du système ;
- Conclusions et perspectives.

Enfin, comme le veut la tradition, nous ajoutons que le contenu de ce texte n'engage que ses deux auteurs.

Rôle des corps d'inspection dans l'évaluation du système éducatif et, plus particulièrement, l'évaluation de l'enseignement des mathématiques

Tout d'abord, on citera quelques éléments sur **l'évaluation du système éducatif au sens large.** Dans ce domaine, le rôle des corps d'inspection est à notre sens, pour l'essentiel, le même que celui d'autres acteurs (en particulier la Direction de l'Evaluation et de la Prospective).

Principalement, il consiste à fournir à l'instance politique les éléments de renseignement lui donnant une image fiable de ce système, pour notamment permettre d'éclairer deux pans de la prise de décision :

- l'amont, par un apport anticipé d'informations et d'avis ;
- l'aval, par l'observation de la réalité de sa mise en œuvre.

Pour assurer ce rôle, les corps d'inspection disposent en gros de deux voies :

- l'appel à la masse d'observations rassemblées au cours des visites "usuelles" effectuées régulièrement dans les établissements (inspections individuelles, rencontres, réunions et contacts divers, ...) ;
- le recours au "programme annuel de travail de l'Inspection générale", notion mise en place depuis quelques années. Pour chaque année, ce programme est constitué d'un certain nombre de thèmes d'étude ; par exemple, parmi les thèmes de l'année qui se termine figurent "L'évaluation des personnels enseignants : objectifs et procédures" (thème presque d'actualité ici ...) et "La rénovation pédagogique des collèges". Pour chacun de ces thèmes, un protocole d'enquête est mis en place, amenant en général des inspecteurs de disciplines différentes à intervenir ensemble sur le terrain. Ces thèmes sont très souvent déterminés par la conjoncture, précisément par "l'amont" ou "l'aval" d'une décision. Les résultats de ces études sont publiées à la Documentation Française en général vers la fin du premier trimestre de l'année scolaire qui suit.

Il est à noter que la particularité des corps d'inspection dans ce domaine réside dans leur présence "physique" dans de nombreuses classes, classes où se situe, aux dires de beaucoup, l'essentiel de l'action pédagogique, en tout cas de "l'acte pédagogique".

Passons maintenant au thème particulier de **l'évaluation de l'enseignement des mathématiques.**

Le rôle des corps d'inspection spécialisés, dans ce domaine qui prend une grande part de leurs missions, est naturellement important.

A notre sens, fondamentalement, il ne diffère pas du rôle indiqué il y a quelques instants pour l'évaluation du système éducatif au sens large : vis à vis de l'instance politique, "éclairage" de "l'amont" et de "l'aval" de la prise de décision.

Toutefois, bien davantage que celles touchant au système dans son ensemble, les idées et informations recueillies, les observations réalisées dans le domaine de l'enseignement des mathématiques permettent aux corps d'inspection spécialisés de réaliser sur cet enseignement des actions d'équilibrage, de régulation et d'évolution, notamment par une voie s'apparentant au "colportage", au bon sens du terme. (Nous aurons l'occasion de revenir sur cet aspect dans la dernière partie de ce texte.)

Ce rôle repose essentiellement sur le contact régulier établi avec les professeurs et, plus largement, les établissements (notamment à l'occasion d'inspections ou de réunions diverses). Dans ce contexte, la particularité qui vient d'être évoquée, la présence "physique" dans de nombreuses classes, constitue un élément primordial.

En complément, chaque année, comme tout groupe de spécialité, le groupe "mathématiques" de l'Inspection étudie un thème spécifique, dans le cadre du "programme annuel de travail de l'Inspection générale", déjà évoqué tout à l'heure. Cette étude se situe bien sûr aussi dans une perspective d'évaluation de l'enseignement des mathématiques. Par exemple, pour l'année qui se termine, ce thème s'intitulait "bilan de la mise en œuvre des programmes de première ; choix et options".

Nous allons, dans toute la suite, centrer le propos exclusivement sur l'évaluation de l'enseignement des mathématiques (par les corps d'inspection), et seulement celle issue de ce que l'on vient de qualifier de "contact régulier avec les professeurs et les établissements".

Critères et indicateurs utilisés par les corps d'inspection pour l'évaluation de l'enseignement des mathématiques

La particularité des corps d'inspection, fondamentale et irremplaçable à nos yeux, est, comme il a déjà été indiqué, la présence "physique" dans les classes ; aussi traitera-t-on dans un premier temps la question des critères et indicateurs précisément par l'entrée "**visites individuelles aux professeurs dans une classe** (inspections, titularisations, ...)", ce qui constitue notre pratique la plus courante. Vis à vis d'une évaluation "globale" de l'enseignement des mathématiques, cette entrée nous paraît d'ailleurs parfaitement légitimée par le nombre de visites effectuées et les recoupements que celles-ci permettent.

Le contenu de cette entrée "visites individuelles aux professeurs" sera principalement descriptif, organisé par les critères (c'est à dire les principes de référence utilisés), chacun assorti d'indicateurs correspondants (c'est à dire de moyens employés pour tenter de percevoir sa réalité). D'autres types d'organisation peuvent naturellement être imaginés.
Ici, il s'agit d'une simple liste de critères et d'indicateurs qui sont utilisés usuellement, notamment au cours des inspections. Cette utilisation se fait en général sans formalisme et sans complète explicitation. Cette liste, assez fruste, ne prétend d'ailleurs pas non plus être totalement exhaustive, et les expressions

utilisées n'ont aucune valeur définitive ou universelle, étant soit de notre cru (pour les besoins de ce texte), soit issues ou inspirées des travaux relatifs au thème d'étude de l'Inspection générale "l'évaluation des personnels enseignants : objectifs et procédures", évoqué tout à l'heure et piloté par MM. le Inspecteurs généraux Ovaert et Pietryk.

Critères	*Indicateurs correspondants*
Conception de l'enseignement (projet pédagogique ; progression et gestion du programme ; conformité aux instructions officielles ; équilibre des travaux ; structure du cours ; choix des exercices ; adaptation à la classe et au contexte de l'établissement ; ...).	Contenus de : documents de classe (cahier de textes ; cahiers d'élèves ; fiches d'exercices ; ...) ; la séance de classe ; l'entretien individuel ; la réunion des professeurs de mathématiques de l'établissement ; l'entretien avec le chef d'établissement.
Qualité de l'enseignement (correction scientifique ; clarté ; démarche spécifique à la discipline ; mise en perspective ; relation au savoir ; ...).	Contenus de : documents de classe (cahier de textes ; cahiers d'élèves ; fiches d'exercices ; ...) ;la séance de classe ; l'entretien individuel.
Qualité de la mise en œuvre de l'enseignement (gestion de la conduite de classe ; diversification des types de travaux, des moyens pédagogiques ; gestion du temps ; relations entre professeur et élèves ; formulation des objectifs ; organisation, suivi et évaluation du travail personnel des élèves ; coordination et travail avec les autres professeurs ; ...)	Contenus de : documents de classe (cahier de textes ; cahiers d'élèves ; fiches d'exercices ; ...) ; la séance de classe ; l'entretien individuel ; la réunion des professeurs de mathématiques de l'établissement ;l'entretien avec le chef d'établissement.
Maîtrise et entretien de la formation professionnelle dans la discipline et dans les domaines pédagogique et didactique.	Contenus du dossier administratif et de l'entretien individuel (diplômes ; travaux personnels ; stages ; inscription universitaire ; inscription à des concours ; participation à des jurys de concours ; accueil de stagiaires ; ...).

Il est à noter que nous avons délibérément écarté de cette liste certains critères pourtant utilisés dans le cadre des inspections, parce que nous les avons jugés ne pas être directement liés à l'enseignement des mathématiques au sens strict (thème traité ici), bien qu'ils puissent avoir une incidence non négligeable sur l'image de cet enseignement. C'est le cas par exemple d'un critère qui pourrait s'intituler "participation à la vie de l'établissement".

Encore dans le cadre "visites individuelles aux professeurs", deux temps forts évoqués lors du descriptif précédent, différents de celui relatif à la présence en classe de l'inspecteur, sont à faire ressortir : l'entretien individuel et la réunion de l'équipe des professeurs de mathématiques de l'établissement.

Plus largement, toutes les **réunions de travail avec des groupes de professeurs**, organisées notamment dans un cadre institutionnel (points sur de nouveaux programmes, rencontres APMEP, ...) autorisent aussi une incursion dans l'évaluation "globale" de l'enseignement des mathématiques, mais d'un type autre que celui associé à l'observation de classes : reposant pour partie sur un apport d'informations par les professeurs aux inspecteurs, ces entretiens et ces réunions permettent de mettre en lumière des critères qui souvent sont d'une nature plus large que ceux indiqués précédemment (les indicateurs étant alors souvent directement fournis par les professeurs). En voici deux exemples :

- l'adaptation du programme de telle classe à l'horaire et aux élèves concernés (un indicateur pouvant être l'éventuelle difficulté rencontrée pour "finir le programme") ;
- le degré de facilité dans l'organisation des articulations entre les divers types d'enseignements de mathématiques en première ES (un indicateur pouvant être le nombre de professeurs qui interviennent devant les élèves d'une même classe).

Nous pensons profondément, sans aucune démagogie, que ce type d'apports constitue un volet non négligeable de l'évaluation de l'enseignement des mathématiques par les corps d'inspection ; les professeurs sont en effet directement et constamment en contact avec les élèves et les classes, et tout élément qui ressort avec une relative universalité de leurs propos ne doit pas être pris à la légère.

Ce volet n'est pas encore totalement maîtrisé ; en particulier, une absence est à regretter, celle d'un canal officiel par lequel les inspecteurs pourraient faire remonter les observations et les informations "globales" recueillies lors de ces diverses circonstances (un cadre existe pour les observations individualisées, le "rapport d'inspection", bien que sa double fonction, vers le professeur et vers l'institution, limite son exploitation ; un cadre existe aussi pour les thèmes d'étude de l'Inspection générale, le "rapport final", mais là, c'est sa relative confidentialité qui en détermine les conséquences).
Sans doute ce cadre plus global est-il difficile à imaginer et à rendre opérationnel, mais son absence n'est-elle pas simplement due au fait qu'il y a, somme toute, peu de temps que l'on se préoccupe effectivement d'évaluation large d'un enseignement ? Vraisemblablement, nous vivons actuellement une phase de changement dans le domaine de la "culture d'évaluation" (pour reprendre une expression chère à nos collègues de la Direction de l'Evaluation et de la Prospective) ; le caractère relativement récent de la création de plusieurs instruments (EVAPM, certains outils de la Direction de l'Evaluation et de la Prospective, thèmes d'étude de l'Inspection générale) tend à le prouver.
Cela dit, ces observations et ces informations "globales" imprègnent ce que l'on peut convenir d'appeler "la mémoire collective des corps d'inspection" et s'avèrent très couramment utiles (on entame un peu ici la question suivante, relatives aux "retombées"), en particulier :

- pour répondre à des commandes de l'institution, comme l'élaboration de nouveaux programmes ou l'étude d'un thème entrant dans le programme annuel de travail de l'Inspection générale ;
- lors de travaux périodiques, comme la confection de sujets ;
- quotidiennement, en établissement, pour situer le contexte de l'enseignement et le placer dans la perspective de la formation poursuivie.

Enfin, nous voudrions clore ce chapitre consacré *a priori* aux critères et indicateurs, mais qui a été aussi un espace de digressions, par une remarque qui nous parait de bon sens : il est bien sûr totalement irréaliste d'imaginer que les points qui viennent d'être relevés puissent tous être pris en compte par chaque inspecteur à tout instant de sa pratique quotidienne...

Retombées de cette évaluation en direction des acteurs du système

Cette question est redoutable. En effet, correspondant au fond à l'évaluation des effets d'une évaluation, ne contient-elle pas en germe la notion de l'infini ? Aussi, au-delà de la boutade, surtout parce que cette question, à notre connaissance, n'a jamais été étudiée de très près ni de façon très complète et organisée, nous nous contenterons de rester, pour l'évocation que nous en ferons, à un niveau de premier rang, c'est à dire à celui associé à nos propres impressions ou sentiments, étant entendu que sur cette question, il y a lieu d'être très modestes. Nous avons toutefois la faiblesse de penser que retombées il y a, même si elles sont souvent difficiles à mesurer, et que ces impressions ou sentiments traduisent certaines réalités.

Arrêtons-nous d'abord un instant sur la notion : "acteurs du système". Qui sont-ils ? D'évidence, toute personne ou groupe qui agit et fonctionne dans le cadre du système peut être considéré comme un de ces acteurs : élèves, parents, professeurs, chefs d'établissement, inspecteurs, recteurs, ministre, et l'on en passe ... Il nous paraît non moins clair que l'évaluation dont il est question ici (celle de l'enseignement des mathématiques par les corps d'inspection) a, peu ou prou et à des titres divers, des retombées sur chacun de ces acteurs (y compris sur les inspecteurs "évaluateurs"). Comme il serait trop long, et d'ailleurs pas forcément pertinent, de dresser un constat pour chacun des acteurs pris en particulier, nous avons choisi de centrer notre propos sur un seul type d'acteurs, les professeurs. Ce choix nous semble justifié par le fait que les professeurs sont situés à un endroit de ce système où passe presque inévitablement toute éventuelle retombée ; chacun pourra d'ailleurs s'essayer à transposer vers d'autres acteurs quelques-unes des retombées évoquées...

Après ces longues précautions oratoires, entrons dans le vif de la question en classifiant les retombées que nous évoquerons en deux catégories, sans doute assez arbitraires : les retombées "directes" et les retombées "indirectes" (expressions qui ne sont, en plus, peut-être pas les mieux choisies ...).

Retombées "directes" :

Entrent dans cette catégorie celles des conséquences de l'évaluation qui se concrétisent directement entre les corps d'inspection et les professeurs, sans autre transition institutionnelle.

Nous avons aperçu trois grands types de retombées directes :

D'abord celles qui se situent dans le **cadre des visites individuelles aux professeurs**, et impliquent donc deux personnes, un professeur et un inspecteur.
Dans ce cas, les retombées possibles reposent le plus souvent sur la confrontation entre ce qui a été perçu de l'enseignement dispensé par le professeur et les attentes (certains diraient les présupposés) de l'inspecteur vis à vis de cet enseignement (cf. ce qui a été indiqué précédemment sur les critères). Ici, il faut fortement souligner le fait que ces attentes ne sont jamais grandement d'essence capricieuse -elles sont même en général contextualisées, et notamment liées au "style" du professeur-, parce que constamment modulées, voire modelées, par les nombreuses autres visites individuelles effectuées par l'inspecteur.
Comme il n'est bien entendu pas question d'égrener ici de nombreuses éventualités pour illustrer le propos , nous ne donnerons qu'un seul exemple, pas aussi caricatural qu'il paraît :
Un inspecteur constate qu'un stagiaire se cantonne en classe à une attitude de type "magistral" (critère "diversification des types de travaux"), qui conduit à une perte de concentration chez les élèves. L'inspecteur espère une retombée de l'évaluation en amenant d'abord le stagiaire, si ce n'est déjà fait, à une prise de conscience, puis en lui indiquant des moyens de régulation appropriés, mieux, en lui conseillant d'aller observer dans les classes d'autres professeurs de l'établissement l'utilisation de ces moyens.

Parmi les retombées directes nous avons aussi placé celles qui se situent dans le **cadre de rencontres avec l'équipe des professeurs de mathématiques d'un établissement,** le plus souvent au cours ou au terme de visites individuelles effectuées dans l'établissement. Ces rencontres impliquent parfois plusieurs inspecteurs.
Comme pour le cas précédent, les éventuelles retombées reposent généralement sur la confrontation entre ce qui a été perçu localement par les inspecteurs et certaines de leurs attentes "modulées" (cf. ce qui a été évoqué sur les attentes pour le premier type de retombées).
En voici un exemple, lui aussi peut-être un peu caricatural :
Sachant la difficulté que pose l'apprentissage de la rédaction par les élèves tout au long de la scolarité, et constatant que dans un établissement aucun travail visant particulièrement cet apprentissage n'est proposé aux élèves (critère "organisation et suivi du travail personnel des élèves"), les inspecteurs évoquent cette question lors de la réunion générale et discutent de pistes possibles pour l'équipe, mieux, en vue d'une éventuelle prise de contact, signalent des établissements qui ont mis en place dans ce domaine des procédures intéressantes.

Enfin, le dernier type de retombées directes est constitué de celles qui **engagent de nombreux professeurs et un ou plusieurs inspecteurs**. Elles peuvent résulter de démarches d'évaluation variées, notamment visites individuelles aux professeurs et réunions de travail avec des groupes de professeurs (cette dernière forme a été abordée tout à l'heure, à propos des critères et indicateurs) ; certaines de ces retombées entrent dans le cadre de la formation initiale (contribution au fonctionnement des Instituts Universitaires de Formation des Maîtres, notamment pour le suivi des stagiaires, ...) ou de la formation continue (participation aux Missions Académiques de Formation des Personnels de l'Education Nationale, relations avec les Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, ...).

Dans le cadre de la formation, on peut citer l'exemple suivant :

Dans la perspective du critère "diversification des moyens pédagogiques", il est constaté dans une académie que la banque d'outils d'évaluation 6ième-5ième de la Direction de l'Evaluation et de la Prospective est relativement peu utilisée. Les inspecteurs de cette académie, en collaboration avec un groupe de professeurs utilisant cete banque, proposent des stages sur ce thème, dans le cadre de la MAFPEN.

Retombées "indirectes" :

Entrent dans cette catégorie les conséquences de l'évaluation qui passent par une transition institutionnelle du type "voie hiérarchique".

(Il est peut-être bon de rappeler ici que les corps d'inspection "pédagogiques", dont nous sommes, sont situés "hors hiérarchie" ; la voie hiérarchique étant constituée du Chef d'établissement, du Directeur des services départementaux de l'Education -dit Inspecteur d'Académie-, du Recteur et du Ministre.)

Il s'agit de toutes les retombées que l'évaluation d'un enseignement peut avoir pour la confection des textes et directives, du niveau national au niveau local. Bien sûr, les corps d'inspection sont dans ce cas loin d'être la seule partie prenante initiale. On ne s'appesantira pas sur cette catégorie de retombées au-delà de la simple évocation de deux exemples :

- l'élaboration de nouveaux programmes d'enseignement pour telle classe ;
- les choix faits dans les établissements pour l'organisation des différents enseignements de mathématiques dans certaines classes (première ES, terminale S, ...).

Enfin, nous voudrions terminer cette partie consacrée aux retombées de l'évaluation de l'enseignement des mathématiques par les corps d'inspection en livrant quelques considérations complémentaires :

On peut bien sûr s'interroger sur la portée des retombées de l'évaluation de l'enseignement des mathématiques par les corps d'inspection ; il est vrai qu'il manque sans doute quelques études sur ce thème. Pour ce qui nous concerne, nous pensons que ces retombées sont très réelles (sinon, comment pourrions-nous continuer à vivre notre fonction !) et qu'elles constituent l'un des aspects premiers de cette fonction. Nous venons de tenter de donner un aperçu de leur existence, à travers quelques exemples.

Nous voudrions aussi faire remarquer, en nous appuyant notamment sur ceux des exemples choisis précédemment pour illustrer les retombées que l'on a qualifiées de "directes", que l'un des rôles, très important, des corps d'inspection est le "colportage" (toujours au bon sens du terme) de réussites observées ici ou là (activités de classe entière ou modulaires, progressions, ...).

Aussi, la portée de ces retombées réside pour beaucoup dans le degré de qualité et de confiance réciproque qui règne dans les rapports entre professeurs et inspecteurs, ainsi que dans un travail d'équipe entre ces derniers. Dans cette perspective, par leur stabilité géographique, les Inspecteurs pédagogiques régionaux occupent une place cruciale.

Conclusions et perspectives

On a pu constater que nous avons constamment centré le propos de ce texte sur "l'évaluation de l'enseignement des mathématiques au sens large", qui nous a paru être le thème correspondant à la commande des organisateurs de cette université d'été.

Par ce choix, nous avons délibérément évité d'aborder d'autres questions certainement importantes, plus larges ou plus restreintes selon le point de vue que l'on prend, qui pourraient être l'objet d'autres réflexions, comme l'inspection individuelle dans la perspective de la notation pédagogique, ou encore le statut des compétitions internationales de mathématiques vis à vis de l'évaluation de l'enseignement des mathématiques (et l'on pourrait en trouver bien d'àutres ...).

Cela dit, nous sommes convaincus que "l'évaluation de l'enseignement des mathématiques au sens large", associée à l'utilisation qui en est faite pour améliorer les contributions apportées aux élèves, et c'est bien là l'essentiel, constitue véritablement le cœur de nos fonctions.

LES ENQUETES DE L'UNITE POUR L'ÉVALUATION DE RESULTATS OBSERVES (THE SURVEYS OF THE ASSESSMENT OF PERFORMANCE UNIT [APU])

Derek Foxman *National Foundation for Educational Research - LONDRES*

1. L'introduction et le contexte

Cette conférence décrit la nature des évaluations et les résultats des enquêtes nationales destinées à suivre de près les résultats obtenus des élèves âgés de 11 et 15 ans aux écoles d'Angleterre, des Pays de Galles, et de l'Irlande du Nord. (L'Écosse a un système d'éducation séparé).

Ces études ont été réalisées par l'Assessment of Performance Unit (APU) pendant la période de 1977 jusqu'à 1990 au Ministère de l'Éducation en Grande Bretagne. L'APU a été établi en 1975. Les objectifs assignés étaient de, *'Promouvoir le développement de l'évaluation et de suivre de près les niveaux des élèves à l'école, et de rechercher pour identifier la fréquence des connaissances mal acquises !*

Ce mandat comportait quatre tâches :

- *Identifier et évaluer les instruments d'évaluation existants*
- *Subventionner la construction de nouveaux instruments et méthodes d'évaluation, tenant compte des questions de statistiques et d'échantillonnage*
- *Promouvoir la réalisation d'évaluations avec la coopération des LEAs (Les Offices Régionaux de-l'Enseignement) et des enseignants*
- *Identifier les différences significatives relatives au contexte d'étude des élèves.*

Pour accomplir ces tâches l'APU a commandité des équipes de recherche appartenant à des établissements indépendants pour exécuter ces tâches dans cinq disciplines du curriculum. Les projets en langue (c'est-à-dire, l'Anglais), en mathématiques, et en sciences, ont commencé en 1977, quoique les premières enquêtes ont été introduites progressivement: les mathématiques en 1978, la langue en 1979, et les sciences en 1980. Il y avait aussi trois enquêtes dans les langues étrangères modernes qui ont commencé en 1981, et une enquête dans la technologie en 1988. Il y avait d'autres domaines qui étaient prévus pour le programme: le social, la physique, et l'éducation artistique, mais en fait ils n'ont pas été entrepris.

Les enquêtes étaient à grande échelle. La méthode était d'utiliser un petit échantillon d'écoles et des étudiants pris au hasard. Pour elles les chercheurs ont développé une large gamme d'instruments d'évaluation, une grande variété de moyens à utiliser dans les études , et aussi diverses méthodes pour analyser les résultats. Les premières publications étaient des rapports techniques sur chaque étude individuelle, mais avec peu d'interprétation des résultats. En effet, il y avait quelque inquiétude que le rôle de l'APU de suivre de près le système ne soit pas acceptable aux enseignants. Donc, d'abord l'APU avait le rôle de fournir des renseignements que d'autres devaient interpréter. Pourtant, la valeur des résultats était rapidement reconnue, et puis l'APU a commencé à publier des livrets et brochures qui étaient destinées en particulier aux écoles. Les âges de 11 et 15 ans étaient choisis pour mener le programme de l'APU. Ces âges sont respectivement ceux de la fin de l'école primaire et de l'enseignement secondaire obligatoire.

D'abord, de 1978 jusqu'à 1982, les enquêtes avaient lieu annuellement. Après la série annuelle l'intention était de mener les enquêtes tous les cinq ans. Donc, une autre enquête a eu lieu en 1987. Mais l'année suivante le gouvernement a introduit une nouvelle loi d'éducation (Education Reform Act, 1988) qui envisageait la construction d'un curriculum national et aussi des épreuves pour tous les étudiants âgés de 7, 11 et 14 ans. Les examens pour les étudiants de 16 ans existaient déjà (le GCSE). Alors le gouvernement a mis fin au programme de l'APU, et puisque son intention était d'élever les niveaux de performances des élèves, les épreuves nationales seront peut-être utilisées pour les suivre de près - une tâche qui appartenait autrefois à l'APU. Pourtant, aujourd'hui en 1995 il y a encore un débat parmi le public concernant si le niveau des élèves s'élève ou baisse. L'avis de l'auteur est que seule la méthode de l'APU peut donner une réponse exacte à cette question.

2. Le cadre d'évaluation de l'APU

Les études étaient fondées sur un cadre d'évaluation à trois dimensions. En général le cadre était utilisé pour assurer que les enquêtes engloberaient la plus grande gamme possible de performances en mathématiques.

- *Les domaines de mathématiques*. Il y avait 5 catégories principales :
  le nombre;
  les mesures ;
  la géométrie;
  l'algèbre;
  la probabilité et les statistiques.

Chacune de ces catégories était partagée entre environ une douzaine de sous-catégories au total pour construire la description des performances en détail. Ce partage était différent pour les deux âges : par exemple il y avait plus de sous-catégories pour le nombre à l'âge de 11 ans qu'à l'âge de 15 ans et le contraire pour les sous-catégories de l'algèbre.

- *Le contexte dans lequel les mathématiques interviennent.* Il y avait trois types :
  la vie courante ;
  les autres disciplines scolaires (eg : les sciences, la géographie etc.);
  les mathématiques elles-mêmes.

- *Les résultats* Il y avait trois grandes catégories de résultats de l'étude :
  la compréhension des concepts et les performances des habiletés routinières ;
  l'utilisation des stratégies pour la résolution de problèmes ;
  les attitudes face aux mathématiques.

3. Les modes d'évaluation

Alors que le cadre d'évaluation restait pratiquement le même durant la période des enquêtes, la gamme des types d'évaluation était progressivement augmentée. Il y avait deux catégories de modes : le mode *écrit* et le mode *pratique*.

Les épreuves écrites étaient données par les enseignants des élèves et les épreuves pratiques par les enseignants-examinateurs qui étaient recrutés et formés par l'équipe de recherche.

Dans chaque mode il y avait des épreuves des trois résultats d'étude principaux : les concepts et les habiletés, la solution de problèmes, et les attitudes. Pendant la période de 1978 jusqu'à 1982 il y avait quelques mises à l'épreuve des solutions des problèmes ; on insistait sur les épreuves au 'papier et crayon' des concepts et des habiletés, et des épreuves pratiques (ainsi que des épreuves à la calculatrice pour les élèves plus âgés). En 1987 la balance des mises à l'épreuve a penché vers la résolution de problèmes, en faisant les mathématiques en contexte, et en utilisant plus de technologie : calculatrices, et ordinateurs. Par exemple, en 1987 il y avait des épreuves écrites dans lesquelles les élèves avaient la permission d'utiliser une calculatrice s'ils le voulaient, mais ce n'était pas obligatoire.

En 1987, il y avait aussi une enquête expérimentale de mathématiques utilisant les ordinateurs. Dans les années précédentes les habiletés à la calculatrice n'étaient examinées qu'à 15 ans dans les épreuves pratiques, et les ordinateurs n'étaient pas utilisés.

Les épreuves écrites.

Les concepts et les habiletés. Chaque épreuve comportait environ 50 items aux réponses courtes. Il n'y avait que peu d'items qui étaient du type à choix multiples. Dans chaque épreuve il y avait des items de trois sous-catégories de contenu. Jusqu'à 30 épreuves étaient utilisées dans chaque enquête à chaque âge.

Les 50 questions à réponse courte dans une épreuve de concepts et habiletés étaient choisies parmi 550 à 700 questions employées dans une enquête. En général on présentait toutes les épreuves de concepts et habiletés dans chaque école. Donc normalement chaque élève dans une école passait une épreuve différente ; alors ils ne pouvaient pas copier d'un autre. Il y avait des dessins pareils pour les autres modes d'évaluation sauf le questionnaire d'attitudes dont il n'y avait qu'une version. Ceci est 'échantillonner à la matrice' des questions pour une épreuve. En utilisant ce moyen d'échantillonner on peut construire le tableau complet par l'agrégation de toutes les contributions individuelles.

Bien que beaucoup des questions fussent mises en des contextes divers, quelques épreuves neuves en 1987 étaient construites avec un thème contextuel (les épreuves thématiques), par exemple: *' Un voyage à Paris', 'Le temps',* et *'Un plan pour le jardin'*

Résoudre des problèmes. Les épreuves écrites dans cette catégorie s'appelaient *Les problèmes et les "patterns".* 'Pattern' est un mot qui évoque, en anglais, l'idée de régularité et répétition en géométrie, algèbre et nombre.

Il y avait 5 ou 6 problèmes dans chaque livret d'une épreuve. A chaque problème, il y avait une série de questions qui étaient classées selon leur difficulté. A partir de 8 jusqu'à 10 épreuves étaient utilisées dans chaque enquête dès 1981.

Les questionnaires d'attitudes Il y avait plusieurs sections. Une d'elles concernait les attitudes aux mathématiques en général : à l'égard du plaisir, de la difficulté, et de l'utilité des mathématiques. Une autre section se rapportait aux parties de mathématiques particulières (eg : l'addition; la multiplication; la mesure de longueur; la résolution d'équations).

Pour compléter ces sections-ci, les élèves devaient cocher un point sur une échelle, mais il y avait aussi des questions auxquelles ils devaient répondre avec des mots de leurchoix. Ces questions à 'réponses libres' étaient à propos de leurs expériences dans les leçons de mathématiques.

Les épreuves pratiques

Les enseignants-examinateurs qui donnaient ces épreuves étaient familiers des élèves de 11 ou 15 ans.

Les épreuves pratiques 'face à fae'e Quelques aspects des concepts et habiletés , la résolution de problèmes et les attitudes étaient mises à l'épreuve avec les épreuves pratiques 'face à face' qui étaient orales. Pour ces épreuves on insistait sur les activités utilisant des matériaux divers (eg : l'utilisation de la règle; en construisant des modèles etc.).

Le centre d'intérêt était de regarder le moyen dont les élèves ont fait les activités. La présentation des épreuves permettait aux enseignants-examinateurs de constater ce que les élèves ont fait et de leur poser des questions concernant leurs méthodes et leurs raisonnements.

Le but de la formation des enseignants-examinateurs était de produire la meilleure standardisation possible de présentation aux élèves. Pourtant on permettait aussi un peu de flexibilité pour créer une ambiance amicale, mais rigoureuse. Les enseignants-examinateurs employaient un texte qui contenait toutes les questions qui devaient êtredonnées aux élèves et les instructions pour la façon dans laquelle les matériaux et l'appareil avaient dû être présentés.

Quelquefois le texte permettait à un examinateur de donner à une élève une indication qui dépendait de la réponse précédente. On laissait aux examinateurs un peu de flexibilité dans la façon de demander aux élèves d'éclaircir ce qu'ils faisaient et pourquoi ils le faisaient. Ces demandes d'éclaircissement n'étaient pas forcément dans le texte. Par exemple, il était toujours permis de demander aux élèves comment ils avaient obtenu leurs réponses, si elles étaient correctes ou non.

La résolution de problèmes dans un petit groupe. Cette situation d'évaluation était développée pour les enquêtes en 1987 parce qu'il y avait un intérêt croissant pour le travail coopératif. Aussi on s'intéressait à inclure plus de questions ouvertes dans la gamme des épreuves. Il y avait trois élèves dans chaque groupe. Ils étaient du même sexe et de niveau semblable en ce qui concerne les mathématiques. Ils travaillaient ensemble à une tâche de résolution de problèmes tandis que l'enseignant-examinateur enregistrait leurs activités (c'est-à-dire, ce qui se passait). On pouvait aborder les problèmes de façons différents et on pouvait les étendre. Aussi les élèves devaient discuter entre eux pour rendre plus 'visible' les opérations utilisées en abordant les problèmes que s'ils travaillaient seuls en silence

Les problèmes comprenaient des tâches de la vie courante, où les élèves devaient faire des plans, ou des tâches qui étaient plus mathématiques 'pures' qui donnaient aux élèves la possibilité de conjecturer et d'éprouver leurs conjectures.

Chaque groupe cherchait un problème et, au commencement de la séance, l'enseignant-examinateur leur présentait une tâche pour orienter les élèves vers le problème proprement dit.

Pendant qu'ils abordaient cette tâche les élèves pouvaient interagir réciproquement avec l'enseignant-examinateur, mais le problème proprement dit devait être abordé par les élèves tout à fait seuls. Après que les élèves avaient fait autant qu'ils pouvaient, il y avait encore une séance interactive avec l'enseignant-examinateur où les élèves décrivaient leurs résultats et disaient leurs opinions concernant la séance, et l'enseignant-examinateur pouvait éclaircir ce qu'il ou elle a constaté pendant la séance.

Les mathématiques avec un ordinateur. C'était un sondage expérimental qui était développé pour utiliser les possibilités de l'ordinateur. Quelques élèves individuels d'un échantillon "pas pris au hasard", abordaient des tâches concernant la résolution de problèmes. Les enseignants-examinateurs notaient ce que faisaient les élèves.

La structure d'une enquête

Les échantillons sont prélevés au hasard de façon qu'il ne soit pas possible de comparer une école avec une autre, ou un LEA avec un autre.
Une structure typique des enquêtes de 1978-1987 était:

Mode d'évaluation	*Nombre d'épreuves*	*Nombre des élèves dans l'échantillon*	*L'échantillon*
Les concepts et Habiletés	24	13 000	Complet
Les problèmes et "patterns"	6	1 600	Sous-échantillon 1
Les pratiques face à face	12	1 200	Sous-échantillon 2
Les questionnaires d'attitudes	1	1 200	Sous-échantillon 3

L'échantillon complet a inclus à peu près 2 % de chaque tranche d'âge en Angleterre et à peu près 6 % de celle du Pays de Galles et d'Irlande du Nord. En 1987 le sous-échantillon aux *problèmes* et "*patterns*" était beaucoup augmenté, et il y avait aussi des élèves qui passaient les épreuves de thèmes et des élèves qui passaient des épreuves avec calculatrice. En 1987 les échantillons du petit groupe et de l'ordinateur étaient pris de l'échantillon complet, mais tous ces élèves-ci ont passé une épreuve de *concepts* et d'*habiletés* qui était spécialement construite. Donc il était possible de comparer les échantillons-là avec l'échantillon complet.

On donnait un questionnaire aux écoles pour se renseigner sur leurs contextes et leurs curriculums. Les questions qui étaient demandées ont inclus: quelles parties de mathématiques qu'on enseignait; combien de temps on mettait à apprendre les mathématiques par semaine; quelles quantités de devoir étaient données aux élèves; combien d'élèves dans une classe, la méthode d'organisation des classes. D'autres renseignements étaient obtenus d'une bande d'ordinateur tenue par le Ministère d'Éducation relatif au type d'école, au nombre de la tranche d'âge appropriée, à l'emplacement d'une école, et au nombres des élèves en proportion des enseignants.

5. Les données et les conclusions

Dans la série d'enquêtes complète à peu près 150 000 d'élèves ont passé une épreuve des *concepts* et des *habiletés* de l'APU, 14 000 ont passé une épreuve pratique, 12 000 ont passé une épreuve de *problèmes* et "*patterns*", 17 000 ont passé un questionnaire *d'attitudes*. D'autres exemples existent où des élèves abordent des questions de l'APU: il y a beaucoup d'heures d'enregistrements sur magnétoscope faits pour former des enseignants-examinateurs à présenter les épreuves pratiques, et, plus tard l'évaluation de petits groupes.

Les données relatives aux questions individuelles comportaient non seulement le taux de succès mais aussi les proportions des élèves qui avaient fait des erreurs spécifiques et, en cas d'épreuves pratiques, les proportions qui choisissaient les appareils particuliers et employaient des méthodes particulières afin d'obtenir leurs réponses.

Quant aux conclusions, la base de données est tellement grande qu'il est seulement possible d'en donner un morceau. Il est important de savoir que les procédures de mesures ne nécessitaient pas que les mêmes épreuves soient employées chaque année.

La plupart des conclusions dans les rapports restait niveau de l'item. Bien que quelques questions soient communes à toutes les enquêtes, une bonne proportion d'elles sont différentes. Pour chaque enquête on écrivait quelques nouveaux items. En particulier on profitait de l'occasion pour construire quelques nouvelles questions qui étaient 'parallèles' à quelques questions anciennes. C'est-à-dire des items qui différaient l'un de l'autre par certains détails, comme leurs nombres, ou des caractéristiques contextuelles, ou des caractéristiques de leurs présentations (eg : les figures). On pouvait étudier l'effet de ces caractéristiques sur les taux d'erreurs et de succès, et cela fournissait ainsi un élément de recherche au programme. En général on n'avait pas inclus des questions parallèles dans la même épreuve, mais telles épreuves étaient passées par des échantillons équivalents à l'égard aux statistiques.

D'autres caractéristiques du programme de l'APU étaient des comparaisons des réponses des deux tranches d'âges aux mêmes questions, et au sein des tranches d'âges, les résultats par bande de même effectif. (Les élèves étaient répartis en 5 groupes de même effectif selon leur niveau général de résultats aux tests. Chaque groupe comportait 20% de l'échantillon complet))

Les concepts et les Habiletés

. Un exemple de comment on suivait pendant plusieurs enquêtes les connaissances des élèves relativement aux nombres décimaux est montré en appendice. Il y a cinq questions à choix multiple qui diffèrent seulement d'une ou deux caractéristiques (comme la taille du nombre.) On donne ici la proportion (le pourcentage) qui a choisi chaque réponse. On décrit aussi les réponses populaires.

Au commencement des années 80 nous avons trouvé en même temps que d'autres chercheurs, que les questions concernant les comparaisons de nombres décimaux amenaient deux types principaux d'erreurs. Nous avons nommé un type 'Méconnaître le point (virgule) décimal' (en Anglais, 'Decimal Point Ignored'), en abregé l'erreur DPI, où les décimaux ont été traités comme des nombres entiers, c'est-à-dire comme si le point (virgule) n'était pas là. Le deuxième type d'erreur est de croire que le décimal le plus 'long', ou plutôt le nombre le plus grand à droite du point (virgule) décimal, est le plus petit. Nous avons nommé cet erreur ' Le plus grand est le plus petit' (en Anglais, the Largest is Smallest, LS error).

La Question 1 sépare trois groupes d'étudiants :

ceux qui font l'erreur DPI
ceux qui font l'erreur LS
ceux qui répondent juste

Aussi les réponses à Question 1 montrent que c'est le décimal le plus grand, pas le plus long, que les élèves qui donnent le réponse LS croient être le plus petit.

La Question 2 montre dramatiquement que l'addition d'un seul chiffre à l'option C occasionne la défection des LS élèves vers l'option A.

La Question 3 demande le nombre le plus grand au lieu du plus petit. L'effet en est de confondre deux réponses : celle qui est correcte et l'erreur DPI. C'est un piège de beaucoup de comparaisons de décimaux, dont beaucoup d'enseignants ne sont pas conscients.

La Question 4 est la même que la Question 1, sauf que les réponses sont relatives aux élèves âgés 11 ans. Le taux de succès de ces élèves plus jeunes est beaucoup plus bas que ceux de 15 ans. La Question 5, donnée à des élèves d'onze ans, montre de plus une autre influence : quand les comparaisons de décimaux sont posées dans un contexte de mesures, il y a peu d'influence sur le taux de succès, mais plusieurs élèves LS semblent revenir à la réponse DPI. Quelques entretiens avec des élèves suggèrent que de tels élèves traitent le point (virgule) décimal comme une paroi entre deux unités qui sont différentes en mesure. Par exemple, 0,625 mètres est traité comme 0m 625cm. Dans la même façon, pour un autre item, quelques élèves ont dit que 0.7secs était 0 minutes, 7 secondes. Dans quelques cas il y avait un conflit clair entre la réalité des mesures et ses représentations par les nombres décimaux. En effet, les chiffres à la droite du point (virgule) décimal sont traitées comme les nombres entiers.

Les analyses par las bandes de mêmes effectifs (Rappelez-vous que les élèves étaient répartis en 5 groupes de même effectif selon leur niveau général de résultats).

Ces groupes sont très utiles pour identifier le groupe d'élèves qui est le plus influencé par un changement dans une caractéristique d'une question. Par exemple, nous avons montré que c'est les 20 % les plus bas, aux deux tranches d'âges, qu'on peut aider le mieux en utilisant les phrases explicatives au lieu de termes techniques (comme 'La distance tout autour..' au lieu de 'le périmètre').

Dans un autre exemple, deux items parallèles demandent le coût de 4 ou 9 boîtes, respectivement, de nourriture d'animaux familiers à 37 p (p=pence) la boîte. Le changement de 4 à 9 n'avait pas d'effet sur les taux de succès des premiers 40% des élèves, mais ceux des derniers 40 % étaient très baissés.

Alors, ci-dessous il y a deux exemples du type d'information obtenue des épreuves pratiques au sujet des *concepts* et des *habiletés* des élèves, et aussi des méthodes qu'ils utilisaient en pesant et en faisant des calculs mentaux. Quand on leur a demandé d'employer une balance pour découvrir le bloc le plus lourd de cinq blocs de bois qui, à l'oeil, se ressemblaient identiquement, 91% des élèves de 15 ans ont réussi, mais 62 % seulement pouvaient mettre les blocs en ordre de poids. La plupart d'eux l'a fait par le moyen de mettre le bloc le plus lourd de côté, et puis de découvrir le plus lourd du reste, et en continuant de cette façon. Pourtant, autant que 10 % des élèves de 15 ans comparaient le bloc le plus lourd avec tous les autres et fondaient leurs réponses sur l'indication que la balance donnait à chaque fois (angle de plus ou moins grand).

Il était demandé aux élèves des deux tranches d'âge de calculer mentalement combien de timbres à 18 p on peut acheter pour £1 (100p=£1), et puis de décrire leurs méthodes. Huit pour cent des élèves de 11 ans arrondissaient 18 p à 20 p : pourtant 44 % de ceux de 15 ans faisaient de même. Les autres méthodes qui étaient utilisés comprennent : doubler successivement ; faire des essais de multiplication ; et compter par 18. En général les élèves les plus âgés employaient les méthodes plus avancées et plus justes relatives au calculs particuliers. Il est douteux que beaucoup de ces élèves aient jamais reçu un enseignement relatif à ces méthodes.

Des résultats comme ceux-ci attirent l'attention sur les *concepts* et sur les *habiletés* des élèves, ce qui est nécessaire pour diagnostiquer et ensuite répondre à leurs besoins. Les résultats ont aussi révélé qu'il y a plus de cas qu'on ne pensait auparavant où lesélèves ont obtenu une réponse correcte mais pour une raison non correcte.

On peut découvrir cette situation le plus facilement en demandant, 'Comment as-tu obtenu ta réponse?'

La résolution de problèmes

Des aspects de la résolution de problèmes étaient évalués dans les deux modes d'évaluation, l'écrit et le pratique. Les épreuves écrites étaient *'les problèmes et les "patterns".'* En 1987 il y avait trois modes pratiques : face à face, le petit groupe, et les mathématiques avec l'ordinateur.

Les épreuves, les problèmes et les "patterns", ont produit des résultats intéressants, entres autres parce que, de bout en bout, les filles réussissaient mieux que les garçons aux deux tranches d'âges (plus loin à 15 ans). C'est le contraire qui se passe à propos de toutes les épreuves Les concepts et les habiletés .

Les questions dans les problèmes et les "patterns", étaient visées vers les processus individuels, comme généraliser une règle, ou travailler systématiquement. Par exemple, dans une situation, on donnait aux élèves des soustractions avec des chiffres manquants. On leur demandait de fournir toutes les séries de chiffres possibles pour faire une soustraction correcte. Pour le premier item, 5☐-3☐ = 27 (écrit verticalement dans l'épreuve réelle), il y avait trois solutions distinctes tandis que le deuxième item (5☐-3☐ = 24) avait six solutions. Dans ce dernier cas, on notait l'ordre dans lequel les élèves avaient écrit leurs solutions. Les élèves qui avaient listé leurs solutions dans un "pattern" (par exemple 59-35; 58-34; 57-35 etc.) étaient regardés comme travailleurs systématiques. Trente et un pour cent des élèves de 11 ans, et 56 % de ceux de 15 ans étaient jugés comme travailleurs systématiques. D'autres problèmes qu'on aurait pu résoudre en utilisant du travail systématique montraient que le degré dont les étudiants utilisaient cette stratégie dépend de la situation.

L'influence des contextes différents sur la résolution de problèmes était examinée dans le problème 'des poules et des lapins', où le nombre de têtes et de jambes appartenant àgroupe mixte de ces animaux est donné, et le problème est de calculer le nombre de chaque type d'animal. Dans une version parallèle, l'habillage devenait relatif à des paquets de chewing gum qui coûtaient soit 2p soit 4p. La différence entre les deux habillages menait les élèves à travailler de façons différentes : dans la version animale davantage d'élèves se concentraient d'abord sur le nombre de têtes plutôt que sur le nombre de jambes, tandis que plus d'étudiants dans la version 'chewing gum' fixaient leur attention d'abord sur le coût total (l'équivalent des jambes dans la version animale) que sur le nombre de paquets (l'équivalent des têtes).

Les résultats de telles tâches indiquaient qu'il faut familiariser les élèves avec la situation en utilisant des échanges verbaux entre les élèves et l'enseignant. Cela était renforcé quand on comparait les efforts des étudiants pour faire un problème présenté dans trois modes différents: les épreuves écrites des *problèmes* et les "*patterns*"; face en face ; pratique; et le petit groupe. Le problème concernait une chaîne de nombres entiers qui était formée en utilisant la règle: ' s'il est nombre impair, ajoute 3 ; s'il est nombre pair, divise par deux'.

Toutes les chaînes produites par cette règle terminent à un de deux boucles de nombres: soit 4-2-1 soit 6-3. La présentation aux élèves était comme suit:

- Les élèves devaient découvrir la règle en notant ce qui se passait quand des nombres fournis par eux-mêmes, étaient changés par la règle.
- Ils apprenaient à former une chaîne de nombres en utilisant la règle.
- Ils se rendaient compte que les chaînes se terminaient par deux boucles différentes.

Alors, on leur a donné le problème proprement dit : découvrir quel type de nombre produisait chaque type de boucle. Les élèves devaient apprendre les trois points ci-dessus en accord avec le mode de présentation particulier, comme suit:

- dans les épreuves des Problèmes et les "patterns" en répondant aux questions écrites
- dans un face à face pratique conversationnel avec un enseignant-examinateur.
- dans le petit groupe une discussion avait lieu avec un enseignant-examinateur, et aussi il y a une discussion parmi les membres du groupe lui-même.

Les résultats étaient sans équivoque aux deux tranches d'âges:

	petits groupes (pratique)	**face à face (pratique)**	**épreuve écrite**
11 ans	34 %	24 %	2 %
15 ans	56 %	28 %	15 %

6. Suivant de près : l'individuel et le système

Les enquêtes d'APU produisaient les photos des performances à des temps particuliers. Dès que le programme de l'APU a commencé, la mesure des variations dans le temps des performances des élèves est devenue rapidement un sujet à controverse. Le piège est que le curriculum change sans cesse. Donc, des questions utilisées dans une épreuve donnée peuvent devenir dépassées. Alors, ces questions deviendraient plus difficiles , non parce que les élèves n'ont pas appris mais parce que les élèves n'ont pas été enseigné de ces contenus.

Aussi des catégories de performances retiennent peut-être leurs étiquettes tandis que leurs contenus changent. Par exemple, aujourd'hui la catégorie 'le nombre' doit avoir plus de questions en contexte, et plus de questions à la calculatrice qu'il y a 10 ans. La catégorie 'nombre' d'aujourd'hui est différente de la catégorie 'nombre' d'il y a 10 ans. Un autre facteur est que de nouvelles catégories de connaissances et d'habiletés sont entrées dans le curriculum (eg : les enquêtes mathématiques) tandis que d'autres en sortaient (eg : la longue division).

Les modèles de mesures présument que la chose à mesurer et la règle restent constante : mais le curriculum ne reste pas immobile, et les techniques d'évaluation sedéveloppent. Pourtant c'est essentiel d'avoir quelque constance dans les mesures pour que les comparaisons aient quelque validité : mais on doit estimer aussi l'ampleur d'élasticité dans la mesure avec une période de temps. Par exemple, en 1987 les épreuves de *concepts* et *d'habiletés* comportaient quelques questions d'une douzaine de sous-catégories qui faisaient partie des épreuves de 1982. Ces questions qui pourraient bien changer, comme celles concernant les montres numériques ou analogiques, n'étaient pas inclus dans les comparaisons.

Le changement était très intéressant: il y avait une amélioration significative dans les catégories de la Géométrie, les Mesures, et quelques aspects des Probabilités et des Statistiques, mais une baisse dans le Nombre et l'Algèbre.

Cela peut être dû au fait que le curriculum s'est élargi depuis la publication en 1982 du Rapport de "Cockcroft", une très importante enquête sur l'état d'éducation mathématique ; la pression sur l'horaire des écoles a aussi produit peut-être quelques améliorations et quelques baisses. Il n'y a pas d'évidence que la baisse dans "le nombre" puisse être attribuée à plus d'utilisation des calculatrices dans les écoles, mais les résultats des épreuves *d'habiletés* de calculatrice ont souligné que beaucoup d'élèves manquent de compréhension des décimaux et des compétences à utiliser une calculatrice avec à-propos.

L' opération d'APU avait plusieurs buts, pas toujours tout-à-fait compatibles. Elle produisait un tableau détaillé de performances, quelques associations des catégories de performances avec les variables contextuelles, et des modifications avec le temps. Les épreuves nationales qui l'ont remplacé se préoccupe plutôt du classement individuel des élèves, écoles et LEAs. Il faudra du temps pour juger de l'efficacité de ce nouveau mode d'évaluation.

Post-scriptum

Après la conférence à Valbonne, à la fin d'août, les résultats des examens en Angleterre, le GCSE (16 ans) et l'A-level (18 ans) étaient publiés. Ils ont provoqué le débat habituel concernant les niveaux des examens : est-ce que ces niveaux baissent ou est-ce que les niveaux des étudiants s'améliorent ? Quelques chercheurs ont déjà proposé que les méthodes de l'APU devraient être utilisés pour suivre de près les niveaux des examens.

Cet article est une traduction (avec quelques modifications) de mon chapitre dans la publication de l'ICMI qui était dirigé par Mogens Niss : *Invezstigations into Assessment in Mathematics Education*

J'aimerai remercier de leur aide en traduisant ce xhapitre Ruth Foxman, Antoine Bodin et François Couturier..

Bibliographie

COCKCROFT REPORT (Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools) (1982) *Mathematics Counts.* London: Her Majesty's Stationery Office.

FOXMAN, D., RUDDOCK, G., JOFFE, L., MASON, K., MITCHELL, P., and SEXTON, B. (1985) *A Review of Monitoring in Mathematics 1978 to 1982; Parts 1 &2.* London: APU (Refer to NFER)

FOXMAN,D., RUDDOCK, G., McCALLUM, I., and SCHAGEN, I. (1991) *APU Mathematics Monitoring Phase 2: 1984-1988* .Slough: NFER; London: SEAC(School Examinations & Assessment Council)

FOXMAN, D., RUDDOCK, G., and McCALLUM, I. (1991) *Assessment Matters 3: APU Mathematics Monitoring Phase 2. A Summary of Findings, Conclusions and Implications* . London: SEAC (Refer to NFER)@

FOXMAN, D., HUTCHISON, D., and BLOOMFIELD,B. (1991) *The APU Experience 1977-1990.* London: SEAC (Refer to NFER)

Appendice: les cinq items décimaux

Question 1
Age 15

Quel nombre ci-dessous a la valeur la plus petite?

A	0.625	34%	LS
B	0.25	3%	
C	0.375	2%	
D	0.125	37%	√
E	0.5	20%	DPI
Other/Omit		2%	

Question 2
Age 15

Quel nombre ci-dessous a la valeur la plus petite?

A	0.625	4%	
B	0.25	2%	
C	0.3753	36%	LS
D	0.125	43%	√
E	0.5	13%	DPI
Other/Omit		2%	

Question 3
Age 15

Quel nombre ci-dessous a la valeur la plus grande?

A	0.625	60%	√/DPI
B	0.25	0%	
C	0.375	0%	LS
D	0.125	0%	
E	0.5	33%	
Other/Omit		7%	

Question 4
Age 11

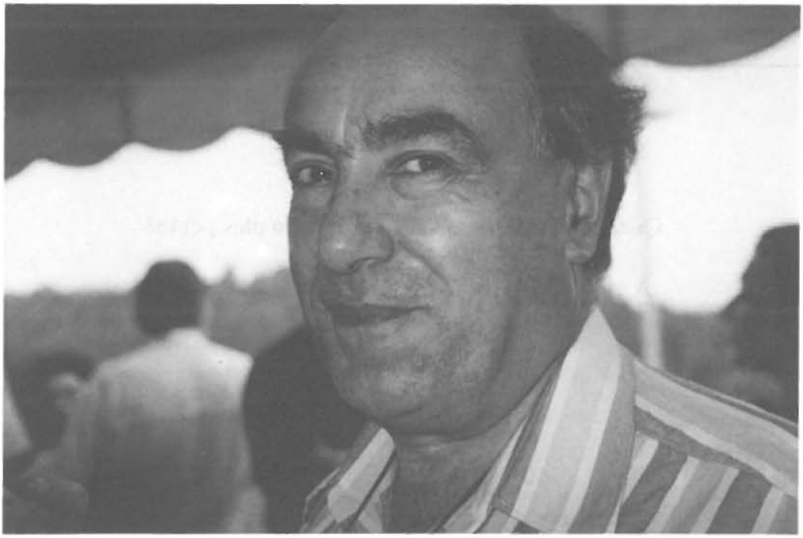
Sarah a mesuré la longueur de quelques bâtons en mètres.
Quel bâton est la plus petit?

Stick A	0. 6 2 5 m	12%	LS
Stick B	0. 2 5 m	4%	
Stick C	0. 3 7 5 m	2%	
Stick D	0. 1 2 5 m	14%	√
Stick E	0. 5 m	67%	DPI
Other/Omit		3%	

Question 5
Age 11

Quel nombre ci-dessous a la valeur la plus petite?

A	0. 6 2 5	25%	LS
B	0. 2 5	2%	
C	0. 3 7 5	1%	
D	0. 1 2 5	12%	√
E	0. 5	56%	DPI
Other/Omit		4%	



AUTOUR DE L'ÉVALUATION
PISTES DE RÉFLEXIONS DIDACTIQUES

par **Antoine BODIN,** IREM de BESANÇON

AVERTISSEMENT

L'essentiel de l'exposé fait à l'Université d'Été DE L'APMEP correspond au texte d'une conférence donnée au CIRADE (Université du QUÉBEC à MONTRÉAL) en novembre 1992 et publié une première fois dans *LES CAHIERS du CIRADE*. Le texte présenté ici en est une adaptation légère et je remercie la rédaction des cahiers d'avoir autorisé les reprises qui ont été faites.

Ce texte doit beaucoup à la réflexion et aux échanges qui ont été menés eu cours des années 1988-1990 au sein du groupe thématique "Les instruments de gestion de l'enseignement : objectifs - curriculums - évaluation" du Groupement de Recherche Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques du CNRS.

Ce travail est aussi largement redevable à la Direction des Lycées et Collèges du Ministère de l'Éducation Nationale pour la disponibilité qu'elle m'a accordée pour travailler dans le cadre de ce groupement de recherche.

Enfin il doit beaucoup au travail des nombreux enseignants et militants de l'APMEP qui, depuis 1987, ont participé au développement de l'observatoire EVAPM.

Les questions d'évaluation ontn été utilisées au cours de mon exposé peuvent illustrer des points différents. Pour la présentation écrite, il m'a semblé préférable de les regrouper dans la dernière partie.

RESUMÉ

Depuis une vingtaine d'années, en France, mais aussi dans d'autres pays, la didactique des mathématiques s'est constituée comme un nouveau paradigme en ce qui concerne les recherches sur l'enseignement des mathématiques.

Dans le même temps, l'idée d'évaluation s'est imposée à tous les points des systèmes de formation. Dans une certaine mesure, et souvent dans une large mesure, l'évaluation se propose de porter des jugements sur l'existence et la qualité des savoirs développés par les individus et par les groupes. De plus, les démarches d'évaluation se proposent de plus en plus de contribuer à la construction des savoirs (et non plus seulement de les contrôler). Recherche en didactique et évaluation ne peuvent donc pas être considérés comme indépendants.

Pourtant, peu de recherches en didactique des mathématiques prennent en compte l'existence des faits d'évaluation, de même que peu de recherches sur l'évaluation prennent en compte la spécificité des savoirs en jeu.

Le présent article est une tentative d'intégration, dans le champ de la didactique des mathématiques, de préoccupations et de questions issues du champ de l'évaluation. Il cherche d'abord à préciser ce que pourrait être une problématique didactique de l'évaluation. Il cherche ensuite à ouvrir quelques pistes de recherches.

ABSTRACT

For about twenty years, in France but also in some other countries, what has been called "*Didactique* of Mathematics" is being constituting a new paradigm around researches on mathematics education.

Within the same period of time, the idea of evaluation has imposed itself at every point of the educational systems. To a certain extent and often to a great one, evaluation sesigns aims to assess existence as well as qualities of individual or group knowledge. Also and more and more, evaluation aims to help building individual knowledge (and not only to check it). Research in *didactique* and evaluation can't no more be viewed as independents).

Nevertheless researches in Didactique seldom address the existence of evaluation facts, as well as researches in evaluation seldom take into account what is specific in the content subject matter.

The present paper tries to bring questions and concerns coming from the evaluation field into the *didactique* of mathematics field. It first try specify what could be a didactical approach to evaluation. Then it seeks to opening a few research directions.

RESUMEN

Hace unos veinte años en Francia y también en otros países, la didáctica de las matemáticas se ha constituido como un nuevo paradigma en lo que se refiere a la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas.

Al mismo tiempo, la idea de evaluación se ha impuesto desde todos los puntos de los sistemas de formación. En cierta medida, y a menudo en una amplia medida, la evaluación se propone emitir juicios sobre la existencia y la calidad de los saberes desarrollados por los individuos y los grupos. Además, los trámites de evaluación se proponen cada vez más contribuir a la construcción de los saberes (ya no solamente controlarlos). Así pues investigación en didáctica y evaluación no pueden considerarse como independientes.

Sin embargo poca investigación en didáctica de las matemáticas toma en cuenta la existencia de los hechos de evaluación, lo mismo que poca investigación sobre la evaluación toma en cuenta el carácter específico de los saberes en juego.

El presente artículo es un intento de integración, en el campo de la didáctica de la matemáticas, de preocupaciones y de cuestiones surgidas del campo de la evaluación. En primer lugar procura especificar lo que sería una problemática didáctica de la evaluación. Luego procura abrir algunas pistas de investigación.

Introduction

La recherche en didactique des mathématiques, malgré l'importance de ses récents développements, a, jusqu'à présent, produit peu de travaux explicites sur les phénomènes liés à l'évaluation.

Une des raisons que l'on peut invoquer pour expliquer cette mise entre parenthèses est sans doute que les faits d'évaluation se constituent en un réseau quasiment indépendant du système didactique et qu'ils semblent ainsi appartenir à un autre champ ou relever d'une autre problématique.

La relative absence de travaux spécifiques ne signifie cependant pas que les didacticiens n'aient pas, depuis longtemps, été conscients de l'importance des phénomènes d'évaluation.

Pour Yves CHEVALLARD, par exemple, (CHEVALLARD.Y, FELDMANN. S, 1986) :

> *"lorsque ...le didacticien tente de pénétrer dans l'histoire d'une classe, il doit se rendre à l'évidence : les faits d'évaluation qu'il peut alors y observer ne sont pas simplement un existant contingent, un mal nécessaire que l'on pourrait ignorer, mais bien l'un des aspects déterminants du processus didactique - qui règle et régule tout à la fois les comportements de l'enseignant comme l'apprentissage des élèves. Bref, quiconque pénètre un peu longuement dans la vie d'une classe ne peut longtemps ignorer la "tyrannie" du processus d'évaluation."*

Toutefois, la recherche en didactique des mathématiques, même lorsqu'elle n'est pas dirigée directement vers les phénomènes liés à l'évaluation, conduit à des observations et à des savoirs qui modifient profondément les conceptions que l'on peut se faire de l'évaluation.

Le présent exposé se propose de tenter une mise en perspective des **faits d'évaluation**, de la façon dont ces faits interrogent la **didactique des mathématiques**, des réponses que la didactique des mathématiques peut d'ores et déjà apporter à certaines de ces questions, et des orientations qui se dégagent.

Les recherches spécifiques sont encore trop embryonnaires et trop disparates pour qu'il soit possible de proposer une synthèse claire. L'exposé, même s'il cherche à structurer l'analyse entreprise, n'échappera pas à un certain pointillisme. Il s'attachera surtout à dégager des pistes et à ouvrir des perspectives.

Compte tenu de l'aspect systémique de l'organisation des faits d'évaluation, il ne me semble pas possible de me centrer d'emblée sur la vie de la classe et sur la relation didactique qui y prend place. Dans un premier temps au moins, il me paraît nécessaire de prendre en compte les fonctions très diverses assurées par les dispositifs qui se réclament de l'évaluation.

Pour une part, les réflexions qui suivent prennent leur origine dans la familiarité que j'entretiens avec un système éducatif particulier : le système éducatif français, et plus particulièrement son système d'enseignement secondaire des mathématiques. Toutefois, mes interventions dans d'autres pays, comme son implication personnelle dans la Troisième Étude Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences (TIMSS de l'IEA) me permettent de me situer dans un cadre plus large.

Le titre initial de cet exposé était : *problèmes didactiques de l'évaluation du savoir mathématique*. L'intégration dans l'exposé de réflexions plus générales a conduit à modifier le titre et d'une certaine façon à complexifier l'exposé. Le souci de mettre en évidence, en particulier, les aspects didactiques n'en est pas moins resté dominant. Il convient d'insister d'emblée sur le fait que, derrière la petite phrase : problèmes didactiques de l'évaluation du savoir mathématique se cachent autant de pièges que de mots soulignés. L'acception donnée à chacun de ces mots est loin d'être univoque, même à l'intérieur d'un système particulier. Les choses se compliquent lorsque l'on cherche à généraliser ou que l'occasion nous est donnée de communiquer nos réflexions à des personnes participant d'un autre système : autre discipline que les mathématiques, autre pays que la France, autre niveaux de scolarité. Nous aurons l'occasion de voir que même les objets de savoir ne sont pas stables lorsque l'on passe certaines de ces frontières !

Un travail préalable d'explicitation du vocabulaire utilisé me semble donc nécessaire. Mais avant cela, je crois utile de commencer par effectuer un premier repérage des faits relatifs à l'évaluation.

Place de l'évaluation dans le système d'enseignement des mathématiques

Sous des pressions diverses, la notion d'évaluation et les pratiques qui l'accompagnent ont, au cours des trente dernières années, fini par investir totalement le champ de l'éducation. De ce fait, l'observateur du système d'enseignement des mathématiques se trouve aujourd'hui confronté à un grand nombre de faits qui lui sont présentés comme relevant de l'évaluation.

Ces faits concernent aussi bien l'action quotidienne de l'enseignant (préparer des devoirs, corriger, mettre des notes,...) que la planification de l'enseignement, le fonctionnement de l'établissement, etc.... Ils concernent encore les comptes que la société demande à son système éducatif.

La *figure 1* essaie de mettre en relief quelques uns de ces faits en les situant par rapport aux divers constituants du système. Il est en effet de plus en plus manifeste que les diverses actions d'évaluation forment une sorte de réseau dont les éléments interviennent les uns sur les autres. Ainsi, il sera difficile de comprendre l'évaluation qui se fait à un moment donné dans une classe donnée, si l'on ne sait rien de l'évaluation institutionnelle qui l'a précédée ou d'une évaluation en cours concernant le fonctionnement de l'établissement.

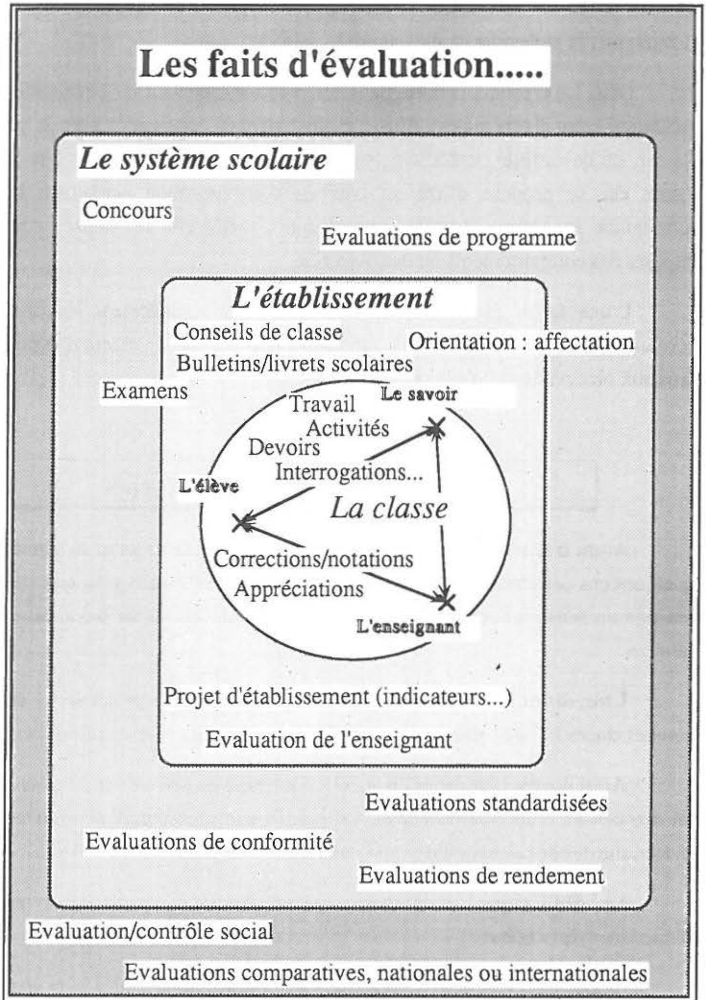


Figure 1

En France, par exemple, étudier le fonctionnement de l'évaluation dans une classe de lycée sans prendre en compte l'existence du baccalauréat ne serait pas raisonnable. A la limite, on peut même se demander s'il est possible de s'intéresser à l'évaluation des élèves sans s'intéresser aux représentations que les enseignants ont de l'évaluation, donc sur ce qui détermine ces représentations, et en particulier sur la façon dont ils sont eux-mêmes évalués.

Dans cet exposé, nous nous limiterons cependant aux faits d'évaluation qui mettent directement en jeu le savoir mathématique.

Qu'il s'agisse de l'évaluation que les enseignants font directement de leurs élèves, de l'évaluation institutionnelle, ou encore de celle, indirecte, faite par le corps social et les médias, il y a toujours intervention d'un **jugement** sur la qualité des connaissances acquises par les élèves ou par les étudiants. Comment se construisent ces jugements ? Quel est leur degré de consistance et de pertinence ? Par rapport à quelles conceptions ? Voilà qui ne peut qu'intéresser la recherche en didactique !

Dans les discours comme dans les pratiques relevant de l'évaluation, on observe une oscillation entre divers pôles. Ainsi l'évaluation intervient tantôt avec le propos de juger, de classer, ou de certifier, tantôt avec celui de comprendre les processus et d'aider l'apprenant. Tantôt elle se propose d'être un outil de communication permettant à l'élève de mieux comprendre les enjeux de ses apprentissages, tantôt elle est utilisée comme moyen de lui imposer des comportements ou des objectifs.

D'une façon générale et ne recouvrant que partiellement les distinctions ci-dessus, l'évaluation oscille entre le désir de mesurer à tout prix et la volonté d'expliquer, de donner du sens aux observations qu'elle permet de faire.

Problématiques en présence

Avant d'aller plus loin, il semble indispensable de préciser la signification donnée ici à quelques uns des termes utilisés dans cet exposé. Cela d'autant plus que certains de ces termes ont pris un sens particulier, en France et dans quelques autres pays, au moins dans certains milieux.

Une didactique consiste en une actualisation d'un projet social de faire acquérir des connaissances à autrui, éventuellement de transmettre des valeurs culturelles.

Ainsi pourra-t-on parler de la didactique mise en oeuvre par tel enseignant, proposée par tel manuel ou curriculum officiel. On pourra être plus précis et évoquer par exemple **une** didactique des décimaux ou de l'intégration.

Le didactique est le champ qui se constitue à partir de la prise en compte des didactiques particulières.

Selon Marc LEGRAND (exposé 1993 - non publié), *"il y a du didactique chaque fois qu'il y a une double intentionnalité : celle du professeur qui détient un savoir, et qui l'aménage pour le transmettre et celle de l'élève qui reconnaît l'intérêt de ce savoir et qui veut l'apprendre"*.

Cette définition paraît raisonnable et nous l'adopterons ici. Toutefois elle n'est pas de nature à nous faciliter la tâche. En effet, même si Marc LEGRAND ne dit pas qu'il donne là une condition **nécessaire** pour que l'on puisse reconnaître du didactique, il met implicitement en garde contre la tentation d'intégrer trop rapidement n'importe quoi dans ce champ.

En ce qui concerne les faits d'évaluation mon hypothèse est que, de façon directe ou non, ils interviennent de façon prégnante pour modeler la double intentionnalité en question. Il paraît cependant souhaitable de ne pas chercher à faire entrer de force tous les faits d'évaluation dans le champ du didactique, ce qui nous amène à proposer le schéma *figure 2*.

La recherche, dans un domaine quelconque, a pour objet de dégager des invariants, des lois. Elle conduit à généraliser et à produire des systèmes de repérage.

Pour ce qui nous concerne ici, la recherche peut porter sur une didactique particulière, elle peut aussi porter sur l'évaluation. On sait par exemple que la recherche en didactique des mathématiques a produit et utilisé un certain nombre de concepts sur lesquels elle s'appuie et qui permettent de mettre en évidence des régularités, sinon des lois : contrat didactique, transposition didactique, obstacle(s), champ conceptuel,... On ne peut bien entendu pas confondre une (ou la) recherche en didactique et une didactique particulière.

On parle donc de **recherches en didactique** pour parler de recherches qui portent sur **le** didactique.

Ces recherches ont eu besoin de s'appuyer sur un cadre théorique qui s'est peu à peu constitué et qu'elles ont aidé à constituer. C'est ce cadre théorique que nous nommons **la didactique**.

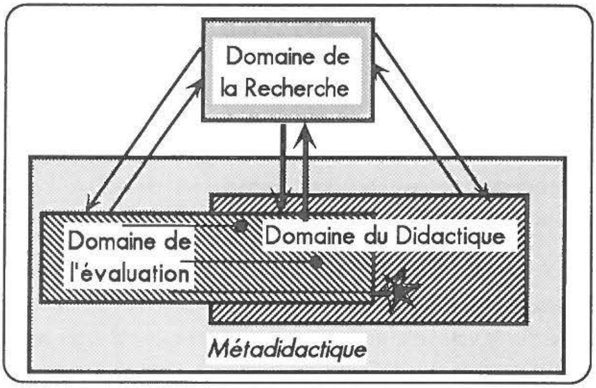


Figure 2

La didactique peut donc être définie comme une théorie, ou un ensemble de théories, modélisant le didactique.

Selon Marc LEGRAND, *"La didactique est le résultat d'un travail de théorisation qui vise à comprendre et à expliquer le réel de l'enseignement"*

Une définition opératoire de l'évaluation

Il existe de nombreuses définitions de l'évaluation, souvent circonstancielles et incomplètes, voire contradictoires. Nous essayons ici de proposer **une** définition qui permette à la fois de rendre compte de la plupart des faits d'évaluation observés, de faciliter l'entrée dans le champ de la didactique, et particulièrement de la didactique des mathématiques, tout en permettant de communiquer avec les autres champs (Sciences de l'Éducation, psychologie, psychométrie,...)..

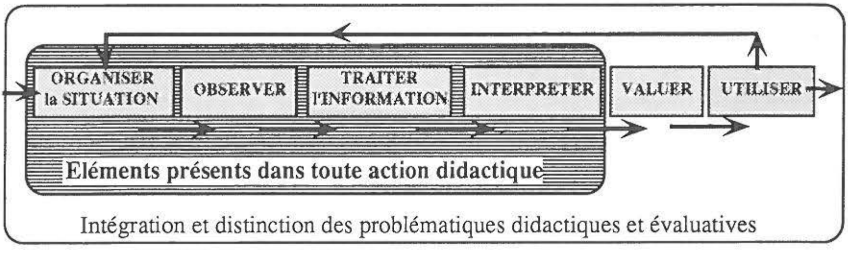
L'ÉVALUATION consiste en l'ensemble des **procédures** et des **processus** dont la finalité première est de porter un jugement sur la "valeur" d'un "objet".

ÉVALUER suppose d'**organiser et d'étudier des situations** permettant de recueillir des informations qui, **après traitement,** soient susceptibles de révéler quelque chose de fiable et de substantiel sur la "valeur" d'un "objet".

L'***objet*** de l'évaluation peut être de nature et d'ampleur très diverses. En nous restreignant à ce qui peut intéresser l'enseignement des mathématiques, cet objet peut être le "savoir" d'un élève, dans un domaine donné, une situation d'enseignement, un programme d'enseignement, une question d'évaluation, une épreuve, un test, un examen, un manuel, un didacticiel, etc...

La ***valeur*** peut concerner la conformité (ou l'écart) d'un comportement à des attentes, la qualité d'une production (devoir), la qualité d'un apprentissage, la signification d'un comportement observé, la valeur formative ou informative d'une situation, etc... Elle peut être intrinsèque ou relative, de nature épistémologique, normative, critériée,...

Malgré la difficulté qu'elle apporte, l'idée de ***valeur*** ne peut pas être évacuée. Le schéma *figure 3* cherche à montrer que lorsque l'évaluation renonce à tenter de dire quelque chose sur la **valeur**, elle perd sa raison d'être : en effet, les pratiques résiduelles trouvent alors leur place dans l'organisation des situations didactiques sans qu'une référence quelconque à l'évaluation soit nécessaire (voir aussi *figure 2*).



Intégration et distinction des problématiques didactiques et évaluatives

Figure 3

La définition proposée, avec l'insistance mise sur la valeur, me semble de nature à favoriser l'exigence de rigueur et, autant que faire se peut, de "vérité", qui me semble devoir caractériser les pratiques d'évaluation. On ne peut manquer d'évoquer à ce sujet la **fonction de véridiction** de l'évaluation telle qu'elle est définie par Yves CHEVALLARD (1989) et qui, selon cet auteur, serait en perte de vitesse, peut être sous les assauts, de certaines pratiques d'évaluation sur lesquelles nous aurons l'occasion de revenir.

Selon notre définition, qui s'éloigne ainsi, par exemple, de celle proposée par

STUFFLEBEAM, ***l'évaluation, prépare et nourrit des décisions*** ; elle ne les impose pas. Bien entendu, la décision concerne l'*objet* évalué, mais elle reste extérieure à l'évaluation. Il peut s'agir d'une micro-décision (concernant par exemple la poursuite ou la modification d'une séquence d'enseignement) aussi bien qu'une macro-décision (conseiller ou imposer un redoublement à un élève, changer de manuel, modifier un programme d'enseignement...).

Fonctions de l'évaluation et didactique

Il est devenu classique de distinguer différentes fonctions de l'évaluation et de leur associer des méthodologies différentes. Évaluation sommative, formative, diagnostique,..., démarche critériée, normative, etc...

Ces distinctions sont utiles lorsqu'il s'agit de décrire ou de spécifier des actions, de proposer une instrumentation. Elles ont cependant l'inconvénient de se diversifier à l'infini sans qu'il soit toujours facile de voir ce qui les distingue et ce qu'elles ont en commun.

D'autre part, ces distinctions concernent essentiellement les procédures mises en oeuvre et nous souhaitons ici nous intéresser plus particulièrement aux processus : comment et pourquoi l'évaluation fonctionne, comment elle interagit avec les apprentissages, etc... La tentation est alors d'intégrer l'étude des faits d'évaluation dans l'étude d'un processus plus général qui serait celui de la régulation du système d'enseignement.

Un concept intégrateur, le concept de régulation

On peut définir la régulation comme l'ensemble des processus et des procédures assurant l'équilibre d'un système. Ainsi définie, la notion de régulation d'un système didactique ne contient pas l'idée d'asservissement aux objectifs poursuivis (ce qui est toutefois le cas pour la régulation d'un système finalisé). Dans le cas général cependant, la régulation a lieu, mais elle peut éventuellement éloigner du but poursuivi.

Remarquons déjà qu'il n'est pas possible de considérer d'emblée toute didactique, au sens défini ci-dessus, comme un système finalisé dont la finalité réelle correspondrait à la finalité affichée.

L'évaluation, quelle que soient les fonctions affichées, contribue de façon évidente à la régulation du système didactique. Cependant, la régulation ne se réduit pas à l'évaluation et s'intéresser à la régulation serait s'intéresser à un objet beaucoup plus "gros" que celui qui pourrait être constitué de l'ensemble des faits d'évaluation.

Pour l'instant au moins, il semble donc nécessaire de continuer à parler d'évaluation et même des différentes fonctions affichées, cela au moins pour ne perdre de vue l'intentionnalité des acteurs et son éventuelle congruence ou contradiction avec les effets observés.

Évaluer pour juger ou évaluer pour aider ?

Remarquons qu'à propos d'évaluation, l'Encyclopédia Universalis renvoie directement et uniquement à l'article **Jugement**. Qu'il s'agisse d'évaluer pour désigner les étudiants qui seront reçus à tel examen, pour **certifier** la qualité d'une formation, ou pour se prononcer sur la compétence professionnelle d'un enseignant, c'est bien, en fin de compte, de jugement qu'il s'agit.

Dans ce contexte le terme d'**évaluation sommative** convient bien. Il s'agit alors d'établir ou d'inférer un portrait suffisamment complet pour que la décision prise ne dépende pas du tableau particulier produit.

En France, les recherches docimologiques, dont la tradition remonte à PIERON (1920), portent le plus souvent sur l'examen du baccalauréat et donc sur l'évaluation sommative. Ces recherches ne se déroulent habituellement pas dans le cadre didactique et ne prennent pas en, compte la spécificité des savoirs en question. Nous n'en parlerons donc pas directement ici..

La plupart des ouvrages et des recherches récentes relatifs à l'évaluation portent sur l'**évaluation formative**, c'est à dire sur les pratiques d'évaluation dont l'objectif annoncé est l'amélioration de la formation individuelle ou collective (on parlera ainsi d'évaluation formative des programmes comme le faisait SCRIVEN dès 1967).

L'évaluation formative se caractérise par une intention (déclaration), par des pratiques, et par des effets. Voici, par exemple, deux citations qui sonnent comme des définitions possibles :

Pour Jean CARDINET (1978) : l'évaluation formative *"**a pour but** de guider l'élève dans son travail scolaire. **Elle cherche** à situer ses difficultés pour l'aider à découvrir des procédures qui lui permettent de progresser dans son apprentissage."*

Pour Philippe PERRENOUD (1991) : *"Est formative toute évaluation **qui aide** l'élève à apprendre et à se développer, autrement dit, **qui participe** à la régulation des apprentissages et du développement dans le sens du projet éducatif."*

On remarquera que la première définition porte sur l'intention alors que la seconde porte sur les effets de l'action. Dans la définition de PERRENOUD on peut d'ailleurs remplacer le mot **évaluation** par *action, situation, démarche*...et même par *didactique*.

On touche là une question d'importance : le discours pédagogique ne permet pas toujours de distinguer entre instruments, démarches, méthodes,... destinées à atteindre certains buts, d'une part, de l'effectivité de ces mêmes objets ou actions. Par exemple, on peut lire une phrase telle que *"on apprend aux élèves à ..."* alors que l'on ne parle que de la stratégie utilisée et que, peut-être, soumis à cette stratégie, certains élèves n'apprennent rien. Pour le verbe **apprendre** on a cependant l'avantage de pouvoir distinguer **enseigner** et **apprendre** ; mais rien de tel pour **évaluation formative** : tantôt désir, tantôt "réalité". Rien de tel non plus pour

formation qui peut désigner aussi bien une action qu'un produit.

Ainsi, il faudrait dire *"une évaluation formative (démarche) réellement formative (effet) est une évaluation qui concourt à ce que la formation donnée (par le biais d'une didactique) conduise à une formation réussie (dans un sens à définir) pour la cible de l'évaluation "*. Mais cela devient bien confus !

Une façon de simplifier consiste à confondre des notions que la raison commande de distinguer et à pratiquer une sorte de syncrétisme où tout et n'importe quoi peut être dit. Une autre consiste bien sûr à assumer la distinction, ce que les auteurs cités plus haut essayent de faire pour leur part, et ce que je vais essayer de continuer à faire ici.

Ainsi une démarche d'évaluation, formative dans ses intentions, peut être sommative de fait et inhibitrice de formation dans ses effets, tandis qu'une démarche d'évaluation, sommative dans ses intentions, peut avoir des effets formatifs tout à fait positifs.

Évaluation et contrat didactique

La notion de **contrat didactique** telle qu'il est défini et utilisé par Guy BROUSSEAU (1986) est ici essentielle. Insistons sur le fait que, dans la modélisation adoptée, l'enseignant n'a pas le pouvoir de décider de ce qui entre ou n'entre pas dans le contrat, de ce qui le modèle. Un **contrat pédagogique** explicite peut cohabiter avec le contrat didactique, éventuellement l'influencer ; les deux notions ne peuvent en aucun cas être confondues.

Nous renvoyons ici aux textes fondateurs de Guy BROUSSEAU ainsi qu'aux analyses qui ont été faites en termes de contrat de phénomènes tels que celui de "l'âge du capitaine" (CHEVALLARD 1988) et dont les rapports avec la question de l'évaluation sont évidents. La suite du texte nous donnera l'occasion de rencontrer plus loin quelques manifestations du contrat dans des situations d'évaluation.

Nous faisons l'hypothèse que l'évaluation apparemment la plus éloignée de la formation, l'évaluation sommative la plus administrative qu'il soit possible de concevoir, imprègne de sa marque le contrat didactique (de façon éventuellement préventive !). Par contre, la part de l'évaluation qui est intégrée aux situations d'apprentissage, qui joue un rôle positif dans les apprentissages et qui se trouve totalement intégrée au contrat didactique ne peut plus guère être pensée de façon indépendante de la didactique.

Nous renvoyons à nouveau ici aux schémas *figure 2* et *figure 3* qui, d'une certaine façon, illustrent ce qui précède.

L'évolution des conceptions et des connaissances concernant l'apprentissage conduit de plus en plus souvent à intégrer aux situations d'apprentissages relevant, par exemple, de conceptions constructivistes, des éléments qui, dans une conception béhavioriste auraient été considérées comme extérieures et relevant strictement de l'évaluation.

En mathématiques au moins et dans le cadre de la classe, il n'est plus guère concevable de concevoir l'enseignement et l'évaluation comme deux actions parallèles. La première, l'enseignement, consistant à déverser des connaissance plus ou moins formelles tandis que la seconde, l'évaluation, s'attacherait à contrôler que, comme en écho, les élèves développent alors des connaissances opératoires.

Si l'on prend en compte, par exemple, la position de VERGNAUD G (1981) selon laquelle la résolution de problème est "source et critère de savoir", l'élève devra être confronté à des problèmes aussi bien si l'on souhaite lui faire acquérir des connaissances que si l'on souhaite contrôler l'existence de ces connaissances (ou leur développement). Toujours en mathématiques, une partie au moins de l'évaluation (telle que nous l'avons définie) est strictement interne. La nécessité de vérifier les résultats obtenus et celle de se prononcer sur la valeur des procédures utilisées, font partie de l'activité normale du mathématicien comme de l'utilisateur des mathématiques. Ces nécessités doivent donc s'inscrire dans la définition des compétences du domaine mathématique et donc dans les tâches proposées aux élèves. Cet aspect de la question a été largement développé et utilisé par Guy BROUSSEAU (BROUSSEAU 1986,..) sous le nom de **dialectique de la validation** et repris de façon particulièrement éclairante par Claire MARGOLINAS (1993).

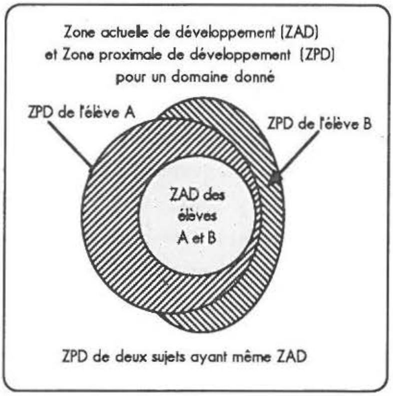


Figure 4

Si les conceptions plus ou moins constructivistes des apprentissages modifient la place relative de l'enseignement et de l'évaluation, que dire alors de la prise en compte éventuelle, par les didactiques et par l'évaluation, du concept de **zone proximale de développement** de VIGOTSKY ?

Rappelons que : (VIGOTSKY 1935 - repris 1968)

> *"La zone proximale de développement peut être considérée comme limitée d'un côté par ce que l'apprenant est capable de faire, le savoir qu'il peut manifester de façon indépendante et autonome et de l'autre côté par ce dont il serait capable s'il était guidé par l'enseignant, s'il travaillait en collaboration avec des pairs, ou s'il disposait d'aides adaptées (documentation...)."*

Au niveau des recherches comme au niveau des pratiques, la référence aux travaux et aux idées de VIGOTSKY et en particulier à la notion évoquée ci-dessus conduit à privilégier une **évaluation dynamique** portant sur les acquisitions immédiatement possibles et non plus seulement sur les acquisitions déjà effectuées. Cela, non seulement pour organiser les apprentissages, mais aussi pour certifier des compétences.

Pour employer les termes utilisés par VIGOTSKY, il s'agit de passer d'une évaluation rétrospective, à une évaluation prospective.

Toutefois, alors qu'il est clair que cette référence peut être utilisée, sans doute avec profit, pour l'organisation des situations d'enseignement. Les questions qu'elle est susceptible d'apporter ou de résoudre dans le domaine de l'évaluation n'apparaissent pas encore très clairement.

L'un des pièges, lorsqu'on se réfère à VIGOTSKY à propos d'évaluation est, contrairement à ce qui est proposé plus haut, la tentation de faire sortir des éléments le champ strict du didactique alors qu'ils s'y trouvaient fort bien, pour les introduire dans le champ de l'évaluation, et donc d'accentuer ce que nous appelons la pression évaluative. Cependant, une opérationnalisation réussie des notions Vigotskiennes pourrait conduire à une définition dynamique des compétences.

Les recherches en didactique des mathématiques se référant de plus en plus souvent à VIGOTSKY, on peut cependant espérer qu'elles contribueront à éclaircir la notion de compétence (au sens large de virtualité) et qu'elle pourront contribuer à améliorer ce qui reste la partie sans doute la moins bien maîtrisée de l'évaluation, je veux dire l'évaluation certificative et les examens, avec ce qu'ils comportent d'évaluation nécessairement sommative.

Intégration des fonctions et des problématiques

Nous avons vu, à plusieurs reprises que des pans entiers de la problématique évaluative se dissolvaient dans le didactique. Toutefois, nous pensons que cette intégration ne doit pas être forcée et que la spécificité de certains faits d'évaluation doit continuer à être affirmée et assumée.

En contrepartie, nous pensons les interventions correspondantes demandent à être justifiées et en particulier à faire la preuve de leur utilité et, autant que possible, à montrer qu'elles ne contrecarrent pas l'action didactique.

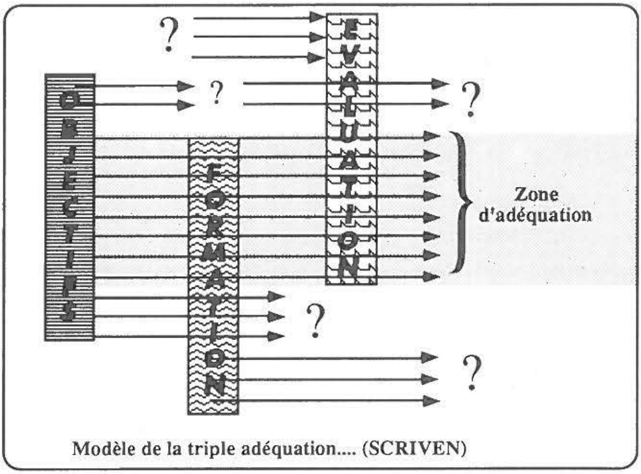
Certes, les informations que l'on a besoin de recueillir lors d'une évaluation du "rendement" d'un système de formation, ou celles que l'on souhaite recueillir lors d'une évaluation certificative (examen externe), ne sont pas nécessairement de même type et de même ampleur que celles que l'on cherche à recueillir lors de l'évaluation "formative" pratiquée au quotidien de la classe. Il n'y a pas de raison, cependant, pour que les informations obtenues dans les premiers cas ne puissent être utilisées à des fins formatives.

Il n'y a pas non plus de raison pour que les tâches auxquelles ont soumises les élèves dans les premiers cas ne puissent pas être reconnues comme pertinentes par les spécialistes de la discipline et par les enseignants. Il y a encore moins de raison pour que les enseignants soient amenés à pervertir leur action pour amener les élèves à la maîtrise de tâches auxquelles ils n'accordent que peu de pertinence.

Cela, au moins dans le cas où il est possible d'accepter l'idée que l'épistémologie des enseignants n'est pas trop défaillante (dans le cas contraire un effort de formation sera nécessaire).

C'est par exemple le cas lorsque l'évaluation d'un système éducatif donné est faite à partir de batteries de questions à choix multiples conçues dans, et pour, un autre système. C'est encore le cas lorsque l'analyse de contenu la plus élémentaire met en évidence que seuls sont pris en compte des connaissances procédurales qui ne recouvrent qu'une partie des savoirs que le système se propose de développer. Lorsque, enfin, on sait que la "mesure" effectuée à partie de ces batteries est faiblement corrélée avec ce que l'on obtiendrait avec des épreuves mettant en jeu d'autres types de savoirs par ailleurs jugés essentiels.

L'effet en retour sur les représentations des enseignants, sur leurs pratiques et, finalement sur la constitution du contrat didactique fait qu'il n'est plus possible de s'en désintéresser. La recherche en didactique doit aussi s'intéresser aux évaluations qui se déclarent étrangère à l'action didactique proprement dite.



Modèle de la triple adéquation.... (SCRIVEN)

Figure 5

Une question d'évaluation utilisée dans un contexte donné n'est acceptable, selon nous, que si elle garde de l'intérêt dans tout autre contexte. Elle peut être étrangère à un domaine particulier ou moins pertinente qu'une autre, elle peut être d'utilisation moins bien adaptée à la formation que l'on veut donner ou à l'information que l'on souhaite recueillir, elle peut ne pas avoir les propriétés psychométriques souhaitables dans une situation particulière,... mais elle ne doit pas pouvoir être rejetée comme définitivement étrangère aux résultats attendus d'une formation en mathématiques. En particulier, c'est une question qui continuera à apporter une information fiable et utile sur des connaissances reconnues utiles.

Le schéma *figure 4*, qui reprend la vieille idée de la triple adéquation objectifs - formation - évaluation de SCRIVEN (1957) nous paraît bien illustrer cette demande d'une évaluation qui reste cohérente dans ses diverses manifestations.

Il ne s'agit plus seulement d'intégration d'une partie de l'évaluation formative dans le didactique, il s'agit de faciliter le glissement suggéré par le schéma ci-dessous.

Évaluation sommative ----> Évaluation formative ----> Didactiques

En fait les didactiques ne peuvent que chercher à rejeter les pratiques d'évaluation qui contrarient leur projet et à assimiler celles qui les facilitent. Dans certains cas, il faudrait même parler d'accommodation car, comme nous l'avons vu, ce sont les didactiques elles mêmes qui se transforment pour intégrer les pratiques d'évaluation.

Signalons que la question des relations entre les pratiques d'évaluation formative et les pratiques didactiques a été soulevée ces derniers temps, de façon explicite, par plusieurs auteurs : en particulier par Daniel BAIN (1988) à propos de la didactique du français et plus généralement par Philippe PERRENOUD (1991). Cette question me semble d'autre part être présente de façon implicite dans de nombreux autres travaux, en particulier ceux qui cherchent à prolonger ou à renouveler les théories concernant l'évaluation formative.

Évaluer pour communiquer ou évaluer pour conditionner ?

S'intéresser à l'évaluation comme productrice d'information utile sur le savoir des élèves sur son existence, sa consistance, son devenir., est-ce faire fausse route ?

Si l'on en croit Yves CHEVALLARD (1986), *"la note assignée par le correcteur n'est pas mesure, mais message. Ce message intervient dans une négociation, ou une transaction, qui signe un rapport de forces entre l'enseignant et les enseignés, à propos du savoir enseigné.* "

Une autre façon de mettre en doute l'intérêt d'une recherche de consistance de l'évaluation en tant que productrice d'information concerne la relation, que de façon évidente, l'évaluation entretient avec l'**institutionnalisation.** Citons par exemple JOHSUA S., et DUPIN J.J. (1993) :*"L'évaluation redouble... à sa manière la fonction de l'institutionnalisation. Elle confirme, dans le cadre d'un contrat éventuellement spécifique à une classe, ce qui doit être considéré comme important, et ce qui est secondaire, ce qu'il est décisif de savoir faire et ce qui est accessoire"*

Remarquons que la remarque faite par CHEVALLARD ne semble concerner que la relation didactique proprement dite et que de plus elle ne concerne que la note, ce qui ne correspond qu'à une façon de communiquer le jugement consécutif une évaluation. La seconde remarque est plus générale.

On peut cependant admettre l'idée que toute évaluation est le prétexte d'une négociation plus ou moins importante. Même au niveau des examens ou des évaluations du système éducatif la publicité (et parfois la non publicité !) faite aux dispositifs et aux résultats peut être assimilé à une négociation.

De toutes façons l'importance de la communication dans l'évaluation est soulignée depuis longtemps. On ne parlait pas encore d'évaluation en France dans la première moitié de ce siècle, mais on organisait de cérémonies imposantes pour communiquer aux élèves les résultats de leurs efforts : je veux bien sûr parler des distributions des prix.

De nombreux travaux ont progressivement mis en évidence les effets positifs sur les apprentissages de la communication préalable des objectifs, puis celle de la communication des critères de l'évaluation (voir par exemple BONNIOL J.J. 1981). Des travaux plus récents ont montré l'efficacité de la communication directe des produits attendus ainsi que des procédures supposées être mises en oeuvre.

Écoutons par exemple Michèle GENTHON (1991) parlant de l'élève en apprentissage : *"non seulement il faut lui communiquer les critères qui permettent d'évaluer les produits, les résultats, les performances, mais ceux qui portent sur les procédures permettant d'obtenir ces résultats. En amont encore, il convient d'expliciter les critères relatifs aux stratégies à développer, aux opérations à mener, constitutives de ces stratégies".*

Cette conception de la communication liée à l'évaluation associée à la prise en compte de la notion de "base d'orientation de l'action" de GALPERINE (1966) a conduit au moins en France à une instrumentation particulière d'évaluation pédagogique connue sous le nom **d'évaluation formatrice**.

Dans le cas de cette démarche, il y a indubitablement intégration d'une partie de l'évaluation à la didactique utilisée, modification profonde de cette didactique et modification du contrat. Les observations faites concluent à un effet important sur les compétences développées, telles du moins qu'elles sont évaluées ensuite. Nous n'avons pas de raison d'en douter.

Pour ce qui est de l'utilisation d'une telle démarche dans le cadre de l'enseignement des mathématiques on peut cependant s'interroger sur le risque de perversion du sens des connaissances ainsi acquises. On peut en effet se demander en particulier ce que deviennent les phases de validation internes. Le risque n'existerait peut-être pas dans le cas où l'adéquation objectifs - formation - examen (cf. *figure 4*) serait parfaite. Dans le cas contraire on peut craindre une adaptation à l'examen qui contribue un peu plus à l'évanouissement du sens des connaissances acquises contre lequel Guy BROUSSEAU met en garde depuis longtemps. Citons encore JOHSUA S., et DUPIN J.J. (1993) :

> *"Dans sa volonté de réduction de l'ambiguïté née du processus de passage de la gestion professorale du rapport au savoir à celle de l'élève, le système d'enseignement penche de fait vers l'évanouissement du sens de ces savoirs."*

A propos des inquiétudes manifestées par Guy BROUSSEAU par rapport à l'évaluation en général, et pas seulement pour ses aspects liés à la communication, il nous semble utile de citer un peu plus longuement cet auteur (BROUSSEAU 1989).

> *"Beaucoup d'enfants et ensuite de professeurs n'acquièrent qu'une fausse pratique du savoir... L'évaluation seule ne permet pas de corriger les phénomènes rapportés plus haut et parfois elle les accentue....*
>
> *1- L'évaluation permet à certains maîtres de pallier en partie aux insuffisances les plus criantes de leur enseignement.*
>
> *2 - Elle le conduit ensuite à un diversification et à une démultiplication des objectifs intermédiaires, donc à recourir à des situations fermées visant des apprentissages à court terme, avec pour corollaire l'effet de rationalisation.*
>
> *3 - Enfin, tôt ou tard l'évaluation se limite à certains objectifs convenus. Les maîtres les visent par des apprentissages d'algorithmes et de savoirs non fonctionnants. L'économie conduit à céder sur les exigences relatives à la compréhension...*
>
> *Il n'est pas encore possible de distinguer, à l'aide des évaluations classiques, des connaissances acquises par une suite organisée d'assimilations ou même de conditionnement de celles qui sont acquises par une genèse authentique des concepts"*

D'une autre façon, Claire MARGOLINAS met en garde, de façon indirecte, contre les procédures qui risquent de conduire à l'illusion du savoir, ou à un savoir qui se couperait de ses racines et de ses significations profondes (MARGOLINAS 1993) :

> *"Si l'élève cherche dans les savoirs mathématiques que veut lui transmettre le maître une collection de recettes erratiques, s'il n'est pas passé de l'empirisme au rationalisme en ce qui concerne son rapport personnel aux mathématiques enseignées, le maître ne peut l'y faire rentrer "de force"... L'entrée dans une problématique apodictique représente à la fois les étapes initiales et finales d'un apprentissage de mathématiques. Ce lien crucial entre mathématiques et vérité apodictique place le point de vue de la validation au centre des problèmes d'enseignement des mathématiques."*

La prise en compte systématique des aspects communicationnels de l'évaluation peut être poussée à des limites à côté desquelles les pratiques traditionnelles d'évaluation paraîtront bien innocente.

Dans une thèse récente soutenue à OTTAWA, Charles FOURNIER (1993) met clairement en évidence l'avantage qu'il peut y avoir à entraîner le étudiants à "**anticiper**" l'examen. L'idée n'est pas nouvelle et de nombreux pédagogues ont suggéré aux étudiants de "se mettre en scène", et de répéter l'examen ; particulièrement dans le cas de l'oral. Ce qui est sans doute nouveau c'est la tentation de systématisation. Dans l'expérimentation, les étudiants sont en effet amenés à prévoir les questions qui leur seront posées mais aussi à faire un pronostic sur leurs chances de les traiter correctement ; et cela avant même d'essayer de les traiter.

La recherche de Charles FOURNIER n'est pas en cause. Il s'agit d'une recherche rigoureuse qui, en tant que recherche nous apprend des choses utiles sur les processus d'évaluation et sur les conduites face à l'évaluation. Il est même vraisemblable que des applications systématiques pourront être utiles pour certaines formations.

Mais nous parlons ici de mathématiques et nous avons déjà essayé de montrer que, dans ce domaine, l'entrée par l'évaluation, par l'examen et par l'adaptation à l'examen, ne pouvait conduire qu'à une perversion épistémologique. De plus, C. FOURNIER construit une partie de son argumentation sur le schéma *figure 5*. En particulier, le "domaine utilisé par l'enseignant" serait ainsi une partie du "domaine du spécialiste".

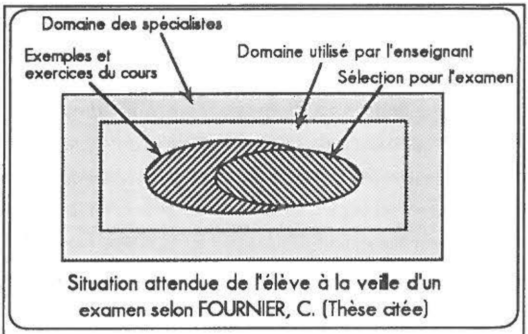


Figure 6

Dans le cas des mathématiques "le domaine du spécialiste" renvoie bien sûr au **savoir savant,** et l'ensemble du schéma nous renvoie à la **transposition didactique**.

En mathématiques, comme Yves CHEVALLARD (1985) l'a abondamment montré, le savoir officiel (scolaire) ne peut être considéré comme simplement inclus dans le savoir savant. De même le savoir enseigné ne peut être identifié au savoir officiel ; pas plus que les questions de l'examen ne peuvent être considérées de façon systématique comme des éléments du "domaine utilisé par l'enseignant" (savoir enseigné ?).

A moins de parvenir à la parfaite adéquation déjà évoquée, la situation de l'étudiant au moment de l'examen a plus de chance de correspondre au schéma ci-contre (*figure 6*).

Des questions de pertinence se posent alors : tel élément de savoir est-il utile ? pourquoi ?

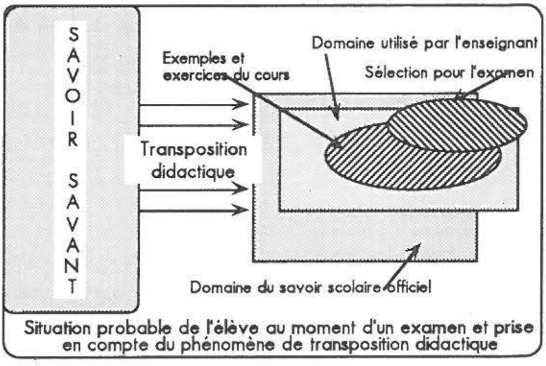


Figure 7

De même que se posent des questions de validité : telle question d'évaluation peut-elle fournir l'information que l'on souhaite obtenir sur le savoir d'un étudiant, d'un candidat, d'une personne ?

Les réflexions qui précèdent m'ont conduit à mettre en parallèle deux façons de communiquer les objectifs : l'une qui s'appuie sur l'anticipation et l'autre qui s'appuie sur la négociation explicite des objets de savoir accompagnés de leurs significations propres (voir *annexe 1*).

Nous nous sommes arrêtés peut être trop longtemps sur cette question des relations entre communication et évaluation et nous nous sommes autorisés bien des détours. Il nous semble que l'enjeu est important. En laissant des méthodologies non contrôlées par la didactique (ce qui ne signifie pas nécessairement contrôlées par les didacticiens) occuper la place nous risquons en effet de voir s'éloigner le moment où l'enseignement des mathématiques pourra communiquer le pourquoi avec le comment, le sens avec l'opérationnalité. Il semble donc urgent que la recherche en didactique des mathématiques s'intéresse de près aux faits d'évaluation.

Quoi qu'il en soit, remarquons que, au fil des pages précédentes, la plupart des concepts clé de la didactique se sont trouvés comme convoqués : **régulation, contrat didactique, validation, institutionalisation, transposition didactique**. Qu'on se rassure, ceux qui manquent à l'appel ne tarderont d'ailleurs pas à apparaître !

Peut-être faut-il invoquer ici l'un des principes de la régulation cybernétique qui postule qu'un système régulé est isomorphe à son système de régulation (principe d'ASHBY) ? Remarquons en passant qu'isomorphie ne signifie pas absence d'éléments communs.

Que faut-il conclure ?

Que le système didactique est déjà assez complexe à étudier et que la (science) didactique est encore trop jeune pour se risquer à se disperser en prenant en compte de façon explicite les faits d'évaluation ?

Que le discours sur l'évaluation ne fait que doubler de façon pâle, inutile, et peut être nuisible l'effort de théorisation qui s'effectue dans le champ de la didactique des mathématiques ?

Que l'importance pour le fonctionnement du système didactique de l'ensemble des faits d'évaluation est tel qu'il n'est plus possible d'éviter l'affrontement frontal, au moins en certains endroits de l'étude de ce système ?

Personnellement, il me semble que c'est la dernière solution qui s'impose.

L'évaluation entre mesure et sens

Si la notion d'évaluation véhicule avec elle l'idée de **valeur,** au moins par son étymologie, elle véhicule aussi celle d'**incertitude** par son histoire. La disparition de l'incertitude autoriserait à substituer la notion de **mesure** à celle d'évaluation. L'un des apports des recherches en didactique est sans doute d'avoir mis en évidence l'impossibilité de cette disparition : **le savoir mathématique d'un élève ou d'un groupe d'élèves n'est pas mesurable.**

Dans le cas de l'évaluation scolaire classique, qu'il s'agisse de noter leurs propres élèves ou d'autres élèves (en situation d'examen par exemple), il est pourtant demandé au enseignants de repérer, sur une **échelle**, la valeur du savoir de ces élèves par rapport à un domaine plus ou moins bien défini. Chaque enseignant sait que cette échelle est personnelle (même lorsque des barèmes communs sont utilisés), souvent non explicitable, variable dans le temps, difficile à mettre en relation avec des significations d'ordre didactique, qu'elle ne présente que peu de garantie de **validité**, de **fidélité**, de **sensibilité**, de **précision**,...

Dans le cas où il s'agit d'évaluer le fonctionnement du système (évaluations nationales, évaluations et enquêtes internationales), le souci de comparaison des professeurs entre eux, des établissements entre eux, ou des pays entre eux, conduit aussi à construire des échelles.

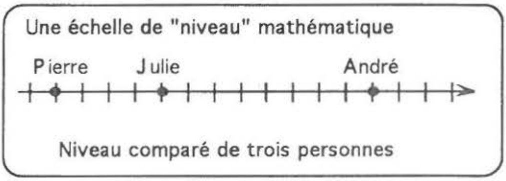


Figure 8

Ces échelles seraient intéressantes si elle concernaient un **champ conceptuel** (ou une classe de questions ayant une cohérence suffisante) et dans lequel on aurait préalablement repéré des hiérarchies. Malheureusement le souci principal concerne habituellement la fidélité, ce qui finit par être obtenu grâce à une certaine insignifiance. La chose s'aggrave lorsque l'échelle utilisée s'applique au domaine mathématique dans son ensemble. On objectera sans doute qu'il ne s'agit plus là de mesure mais **d'indicateurs** et que tout le monde en est conscient ! L'ennui est que ces indicateurs sont utilisés comme des mesures.

La *figure 7* se passe de commentaires ! Pour ce qui est de la figure 8, comment passer de là à un classement absolu ? Cela ne peut être fait, si cela est nécessaire, qu'au prix d'une réduction que l'on connaît bien. Mais cette réduction suppose elle même des choix de pondérations qui ne peuvent pas être fait sur des critères psychométriques.

Nous avons pu constater par exemple la faible corrélation existant entre les "niveaux" obtenus sur des échelles correspondant à des champs aussi grossiers que "géométrie" d'un côté et "domaine numérique" de l'autre, ou encore entre les "niveaux" mesurés sur des tâches proches de l'apprentissage (niveaux taxinomiques inférieurs) et des niveaux mesurés sur des tâches correspondant aux niveaux taxonomiques supérieurs. Là aussi, la psychométrie ne donne pas de clés pour faire les choix nécessaires à une réduction unidimensionnelle.

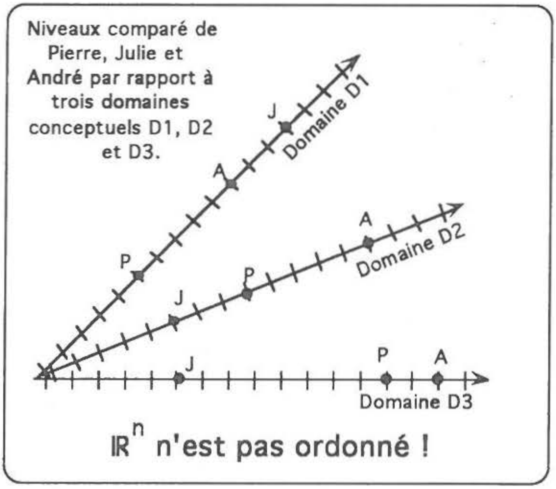


Figure 9

Un type d'échelle intéressant doit pouvoir être obtenu en utilisant un modèle didactique du fonctionnement des connaissances combiné avec des analyses de données recueillies dans des études à grande échelle. Certaines recherches sont suffisamment avancées pour qu'il soit possible d'envisager de telles échelles. On peut par exemple penser à des domaines tels que celui des situations additives, la proportionnalité, celui de la géométrie de construction, les probabilités.

Des recherches de ce type sont en cours qui s'appuient en particulier sur la **théorie des champs conceptuels** (VERGNAUD G 1990) et sur une méthode d'analyse originale développée dans le cadre des recherches en didactique : l'**Analyse implicative** (GRAS R. 1977 - 1992)

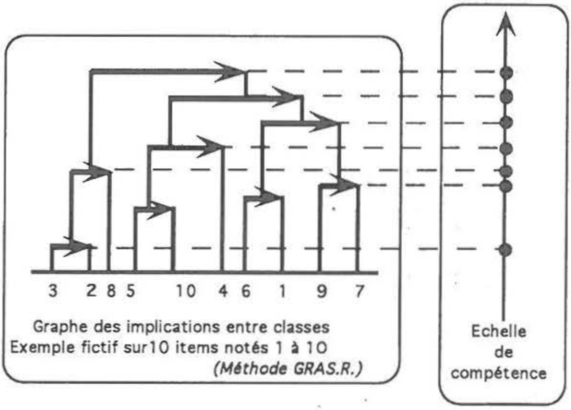


Figure 10

La place ne permet pas de développer cette idée, et de plus, les résultats obtenus restent à confirmer. Il est toutefois certain que l'Analyse implicative nous a déjà permis d'obtenir hiérarchies suffisament fortes dans plusieurs situations pour pouvoir envisager la construction d'échelles : géométrie de l'espace en Cinquième, calcul vectoriel en Seconde, proportionnalité en Troisième...)

Le schéma figure 9 n'est cependant qu'une simplification un peu hardie24 : la projection seule ne suffira pas à obtenir de bonnes échelles.

Un piste complémentaire intéressante semble être celle de la Théorie de Réponse aux Items (Item Response Theory - HAMBLETON, R.K. ; SWAMINATHAN, H (1985)). Le lecteur trouvera dans la prochaine partie des courbes caractéristiques d'items qui donnent une petite idée de ce qu'il est possible de proposer. Disons simplement que la méthode utilise les probabilités bayésiennes et les estimateurs statistiques du type "maximum de vraisemblance".

Un travail considérable reste à faire et, de plus, il ne faut cependant pas attendre des recherches en didactique qu'elles produisent de telles échelles, directement et de façon immédiatement opératoire. Les recherches sont toujours faites dans un contexte donné et la généralisation ne peut pas être effectuée sans précaution ; une généralisation acceptable à un moment donné peut très bien devenir incorrecte avec le temps. Les programmes et les pratiques évoluent et la diffusion d'instruments du type de ceux évoqués n'est pas sans avoir une incidence sur ces évolutions. De telles échelles devraient cependant être élaborées et plus ou moins validées dans le cadre de recherches d'ingénierie didactique, mais on reste, là encore au niveau de la recherche et la dissémination ne peut être faite que par les enseignants et sous leur responsabilité.

Notons que la critique de la mesure classique, qui est implicite dans ce qui précède, est aussi le fait des psychométriciens eux-mêmes, et que ceux-ci cherchent à mettre au point de nouveaux modèles et de nouveaux instruments qu'il n'y a pas lieu de rejeter a priori.

Pour nous, il s'agirait plutôt de chercher un meilleur équilibre et une meilleure collaboration conduisant à mettre les modèles et les méthodes liés à la mesure sous le contrôle de la signification, donc sous celui du didactique.

Voici par exemple un avis autorisé du coté psychométrie. Des spécialistes de d'Educational Testing service (Princeton) écrivent (FREDERIKSEN N., MISLEVY R. J., BEJAR I. I. -1993) :

> *"Ce qui manque dans la conception sur laquelle la théorie standard des test est basée sont des modèles pour expliquer comment les gens arrivent à savoir ce qu'ils savent et à faire ce qu'ils savent faire et la façon dont ils améliorent leurs capacités. L'impulsion pour un examen des fondations la théorie des tests vient de psychologues et d'éducateurs, qui, alors qu'ils repoussent les frontières de leur compréhension du domaine cognitif, posent des questions qui sortent de l'univers du discours produit par la théorie classique des tests."*

Et un autre qui nous semble complémentaire (WITTROCK, M. C.1991) :

"Le nouveau type de tests fournirait une information de nature diagnostique, relativement aux conceptions des étudiants, à leurs stratégies d'apprentissage, ainsi qu'aux processus de pensée métacognitive et affective impliqués dans la construction du sens...

Ces tests des processus cognitifs fourniraient une information pertinente en ce qui concerne les diagnostics d'apprentissage des étudiants ainsi que l'amélioration de l'enseignement. Tout cela à partir d'une meilleure compréhension de la façon dont les élèves apprennent."

C'est donc les psychométriciens eux-mêmes qui cherchent à échapper aux conceptions classiques de la mesure et cherchent de nouvelles voies : soit de nouveaux types d'échelles, soit des instruments d'analyse qualitative qui nous ramène à une problématique du sens.

Mais au fait, pourquoi avoir tant insisté sur ces questions d'échelles ?

D'une part de nombreuses échelles implicites ou explicites, sont utilisées partout où il est question d'évaluation : construites avec précaution ou construites n'importe comment (un point n'est-il pas toujours la moitié de deux points ?).

D'autre part, la nécessité sociale de classement ou simplement de contrôle, ou encore le souci d'égalité devant les procédures certificatives conduit à souhaiter l'introduction d'échelles.

Notons encore que la tradition académique en France reste très éloignée de la vogue des tests standardisés et des préoccupations d'ordre psychométrique qui se sont imposés dans la plupart des autres pays. Il n'est cependant pas certain que la qualité de nos évaluations et en particulier des évaluations certificatives n'aient pas quelque chose à gagner à une prise en compte prudente des techniques développées ailleurs. Par contre, il est certain qu'elles auraient beaucoup à perdre à une imposition administrative qui ne serait pas précédée de recherches sérieuses.

Pour éviter une certaine ambiguïté, rappelons aussi que cet exposé n'est pas un plaidoyer pour l'évaluation. Mon sentiment, partagé par beaucoup de chercheurs qui, dans le domaine de sciences de l'éducation, s'intéressent aux questions d'évaluation est au contraire, qu'en France au moins, il y a déjà trop d'évaluation.

En est-ce fini avec la mesure ? pas tout à fait ! En effet nous allons passer maintenant du côté du sens, mais on a déjà pu entrevoir que cela n'était pas nécessairement contradictoire avec l'idée d'échelle. Bien plus, une condition nécessaire à la possibilité de construite de bonnes échelles est la maîtrise du sens de l'information produite par les situations d'évaluation.

Les situations d'évaluations ne sont que déclencheurs de comportements et, dans le meilleur des cas, des révélateurs de possible. Il n'y a pas transparence et l'évaluation ne donne pas un accès direct au savoir du sujet : ce qui est observé à propos du savoir d'un élève aurait pu ne pas être observé si la situation avait été légèrement modifiée tout autant que ce qui n'a pas été observé aurait pu l'être.

Ce qui importe dans une évaluation, c'est moins le comportement observé que les inférences que les observations permettent de faire. Une des qualités attendues d'une situation d'évaluation est sa **généralisabilité**, c'est à dire ce qu'elle permet de dire sur ce qui n'a pas été directement observé. Ce point est à relier à la question de la définition, de la délimitation et de l'organisation des **compétences**.

Selon la fonction attribuée à l'évaluation, les qualités classiques de la psychométrie gardent leur importance (en particulier la **fidélité** et la **validité**), mais ces qualités devraient être assujetties à la généralisabilité. Notons que, comme cela est souvent le cas, ces deux qualités sont antagonistes (améliorer l'une conduit souvent à diminuer les autres). Il n'est donc pas possible de construire des évaluations qui soient utilisables sans précaution quelle que soit la fonction attribuée à l'évaluation (formative, diagnostique, sommative, certificative...). Un même instrument d'évaluation peut cependant être utilisé pour des fonctions différentes, à condition que l'interprétation faite des observations soit asservie à cette fonction. De plus, ce qui précède n'est pas contradictoire avec l'idée, exprimée plus haut, du caractère intrinsèquement intéressant des questions d'évaluation.

Le chapitre suivant nous donnera de nombreuses possibilité d'insister et d'illustrer la question du sens sous divers aspects.

Analyse de quelques questions d'évaluation

Exemple 1 - La bissectrice

Parmi les nombreux exemples que nous pourrions donner, en voici un qui illustre à la fois l'importance du **contexte** dans lequel une question est posée, l'importance des **conceptions** des élèves, l'existence de **schèmes** qui peuvent ou non être activés selon la situation. Cette question illustre aussi, implicitement le parti que l'on peut tirer, en formation, de la connaissance du comportement des questions (c'est bien le comportement des questions qui nous intéresse et non plus seulement celui des élèves).

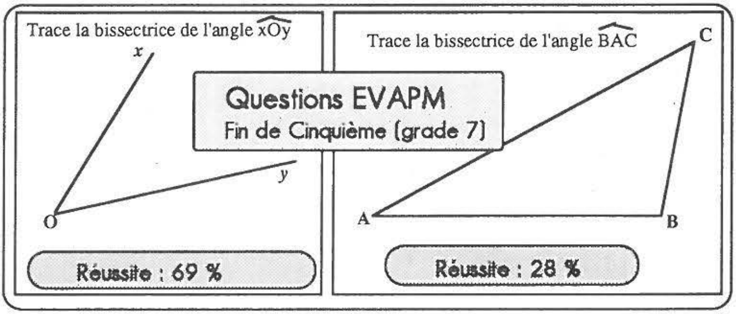


Figure 11

En Sixième (grade 6), la différence importante entre la réussite concernant le tracé de la bissectrice d'un angle selon que cet angle est isolé (70%) où qu'il appartient à un triangle (28%) ne peut manquer d'attirer l'attention.

Dans les deux cas, les élèves utilisent un intermédiaire qui est un milieu, mais dans le second cas ils *préfèrent* prendre le milieu du côté opposé, ce qui en particulier leur permet d'utiliser une règle graduée plutôt que le compas qui leur paraît moins sûr. Insistons sur le fait que pour les élèves les deux procédures sont équivalentes. Nous avons sans doute là un bel exemple de conception "erronée" mais qui a son domaine de validité propre (triangle isocèle), et qui de plus reste souvent inaperçue. En effet, pour que la différence médiane-bissectrice apparaisse nettement sur la figure, il faut que l'angle B soit assez grand par rapport à l'angle C, ce qui est rarement le cas dans les situations rencontrées par les élèves.

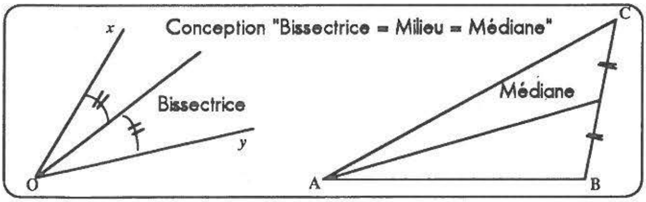


Figure 12

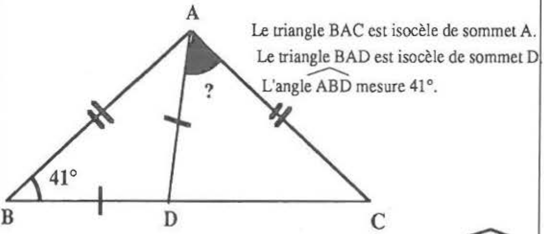
Exemple 2 - Angles et Triangles

Considérons maintenant les deux questions suivantes, utilisées dans des évaluations à grande échelle (EVAPM), ce qui permet d'avoir des intervalles de confiance de très faible amplitude et de pouvoir construire des courbes de réponses assez fiables (voir plus loin).

La question A7 est un "**bon indicateur du niveau de compétences**" des élèves, du moins en géométrie, et tel qu'il peut être habituellement estimé aussi bien par les évaluations des enseignants que par une évaluation indépendante conforme au curriculum. Ce qui signifie en particulier que la question est discriminante. Pour le reste voir éventuellement les explications qui accompagnent les courbes de réponse.

Dans les mêmes conditions, la questions A17 se comporte curieusement : la probabilité pour qu'un élève donné réponde correctement à cette question n'est pas une fonction croissante de sa compétence en géométrie, estimée comme ci-dessus (voir encore les courbes de réponses).

Question EVAPM4/91 - A7



Le triangle BAC est isocèle de sommet A.
Le triangle BAD est isocèle de sommet D
L'angle $\widehat{ABD}$ mesure 41°.

CALCULE la mesure de l'angle $\widehat{DAC}$.

Explique ce que tu fais.

Explication correcte
Quatrième (grade 8) : 42 %
Cinquième (grade 7) : 23 %

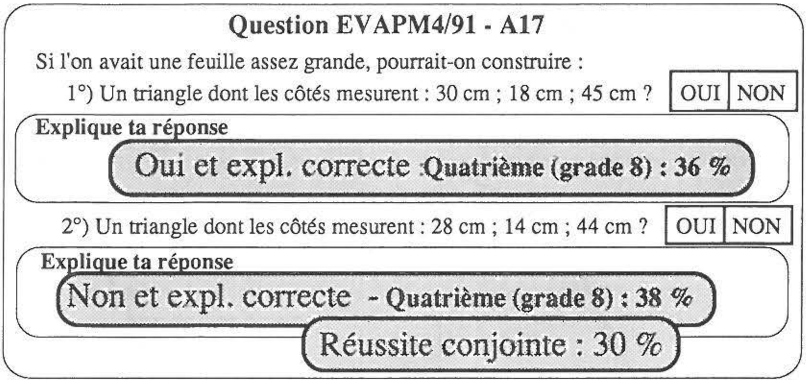
Quel est ton résultat ?

Résultat exact
Quatrième (grade 8) : 46 %
Cinquième (grade 7) : 29 %

Figure 13

L'explication n'est pas bien difficile à trouver mais suppose une observation attentive des procédures utilisées par les élèves. Les élèves "les plus faibles" selon l'indicateur global manifestent une approche perceptive de la question, ils tentent éventuellement un dessin et **voient** que, selon les cas, la construction est ou n'est pas possible. Ils trouvent ensuite une explication *ad hoc* tout à fait satisfaisante.

Les élèves "les plus forts", selon le même indicateur ont tendance à utiliser directement une procédure déductive, procédure qu'ils maîtrisent assez souvent. Entre les deux, on trouve les élèves qui hésitent : plus vraiment perceptifs, pas encore déductifs, mais qui cherchent cependant à appliquer une procédure déductive (théorème), apprise mais non encore maîtrisée.



Question EVAPM4/91 - A17

Si l'on avait une feuille assez grande, pourrait-on construire :

1°) Un triangle dont les côtés mesurent : 30 cm ; 18 cm ; 45 cm ? OUI | NON

Explique ta réponse

Oui et expl. correcte :**Quatrième (grade 8) : 36 %**

2°) Un triangle dont les côtés mesurent : 28 cm ; 14 cm ; 44 cm ? OUI | NON

Explique ta réponse

Non et expl. correcte - **Quatrième (grade 8) : 38 %**

Réussite conjointe : 30 %

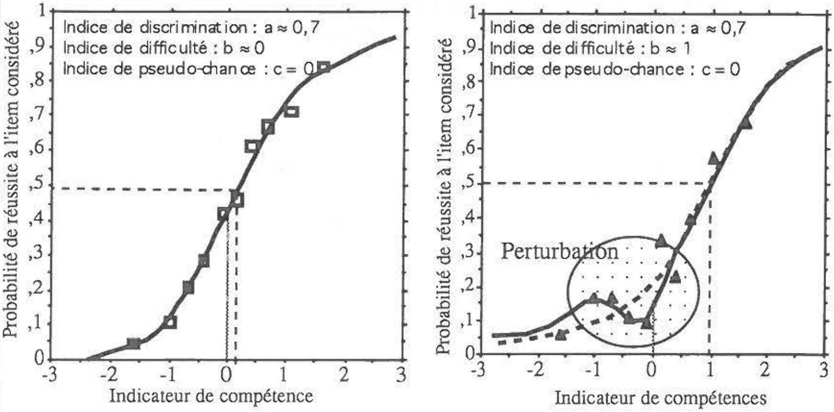
Figure 14

Les courbes de réponses ci-dessous illustrent bien le phénomène observé.

La question A7 peut légitimement être intégrée pour la constitution d'une échelle.

La question A17 ne de vrai pas être utilisée pour une telle échelle. En effet, quelle que soit le mode d'élaboration de l'échelle, elle va pénaliser des élèves qui échouent mais qui, en fait, sont plus compétents que certains de ceux qui réussissent. Par contre on voit bien l'intérêt que l'on peut tirer de cette question en situation d'**évaluation diagnostique** strictement qualitative.

Courbes de réponse des questions A7 et A17 (courbes de RASH)


Question EVAPM4/91 - A7

Question EVAPM4/91 -A17

En abscisse est placé un indicateur de compétence, normalisé pour permettre les comparaisons.

Chaque "point" du graphique (petits triangles ou petits carrés selon le cas) correspond à 10% de la population (décilage basé sur la valeur de l'indicateur utilisé en abscisse). Par exemple, le point le plus à droite représente les 10% des élèves qui réussissent le mieux selon cet indicateur.

La taille importante des échantillons traités assure une grande fiabilité aux courbes obtenues. Le remplacement d'un indicateur de référence par un autre qui lui serait fortement lié ne modifie que très peu les courbes obtenues (robustesse du procédé).

Par définition, l'indice de discrimination est proportionnel à la pente de la tangente à la courbe au point d'ordonnée 0,5.

Les deux courbes présentées ici concernent des items ou questions de difficultés nettement différentes mais ayant un pouvoir discriminatif égal et relativement important.

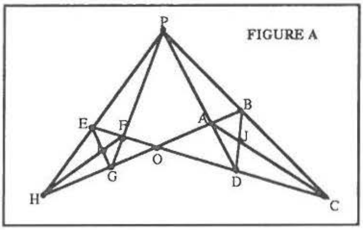
D'un point de vue psychométrique, la question A7 a un "bon comportement" ; mais en ce qui concerne l'analyse didactique, c'est la question A17 qui présente le plus d'intérêt.

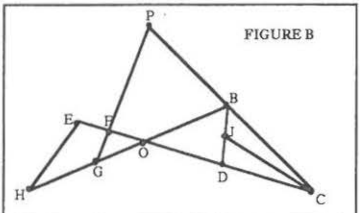
Figure 15

Exemple 3 - Les alignements

Les méthodes relatives à la Théorie de Réponse aux Items (IRT déjà évoquée) conduisent à construire des échelles de compétences indépendantes des groupes d'élèves soumis aux évaluations. Cela règle en théorie la question de la **difficulté** des questions, difficulté qui, dans la conception classique ne pouvait qu'être relative à un groupe donné.

Question SPRESE CE2 (grade 4) - Evaluation du Ministère d el'Education Nationale
Reprise IREM de BESANÇON Sixième (grade 6)



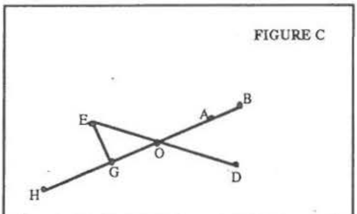


Complète cette figure B pour obtenir la même que celle qui est encadrée en haut de la page (figure A).

TRACE tous les segments qui manquent

MARQUE tous les points qui manquent

Pourcentages de réussites
SPRESE CE2 : **86%**
IREM BES 6ème : 90%



Complète cette figure C pour obtenir la même que celle qui est encadrée en haut de la page (figure A).

TRACE tous les segments qui manquent

MARQUE tous les points qui manquent

Pourcentages de réussites
SPRESE CE2 : 50%
IREM BES 6ème : 38%

Figure 16

Il est certain qu'une notion de difficulté intrinsèque (ou de facilité) serait la bienvenue, surtout si elle n'entre pas en contradiction avec d'autres notions importantes.

La question présentée figure 15 a été utilisée en 6ème et au CE2 (grades 4 et 6). Il se trouve que cette question est mieux réussie au CE2 qu'en Sixième.

Bien entendu on pense **contrat didactique**..., mais on peut être plus précis.

Signalons d'abord que, dans le cadre du Suivi Scientifique des programmes 1987, cette question a été un bon révélateur des difficultés de certains élèves. Aucun élément de vocabulaire ni aucune autre connaissance formelle n'étant en jeu, les difficultés concernent, selon les élèves, la capacité à explorer une figure et à en appréhender les éléments et relations constitutifs ou la capacité à coordonner la manipulation des instruments de dessin.

Dans la figure C, le point P doit être placé en premier, à moins de mesurer et de prendre en compte les propriétés métriques de la figure (au lieu des seules propriétés topologiques). C'est ce que font certains élèves de Sixième.

Au CE2 les élèves utilisent une procédure affine et ne prennent en compte que les alignements. En Sixième où l'on utilise plus les instruments de mesure qu'au CE2 (règle graduée), les élèves ont tendance à essayer de s'en servir. L'aspect métrique de la figure est beaucoup plus souvent pris en compte qu'au CE2. Mais chacun admettra qu'il faut être plus adroit pour réussir avec la procédure métrique qu'avec la procédure affine.

Dans le cas de cette question, l'utilisation d'une échelle de compétences relatives aux tracés géométriques qui couvrirait, disons, l'école élémentaire et le début de l'enseignement secondaire risquerait fort de fournir une courbe de réponse de l'un des types A et B proposés figure 16.

Cette question qui apporte une information intéressante sur les relations que l'élève entretient avec les objets géométriques ne devrait pas non plus pouvoir entrer dans la constitution d'une échelle.

Il ne serait pas non plus correct de dire comme on l'a vu faire dans ce cas que le niveau des élèves aurait baissé entre le CE2 et la Sixième.

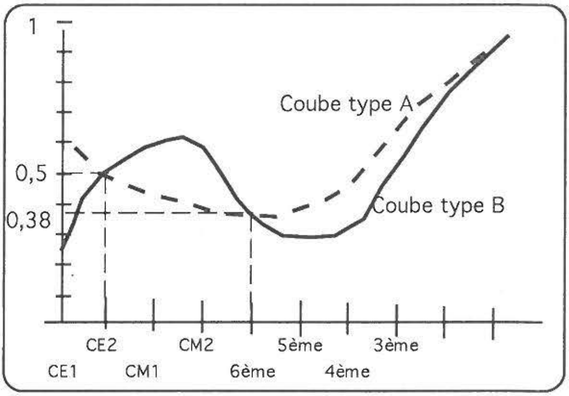


Figure 17

Les questions peuvent rester apparemment les mêmes, en fait elles changent au fur et à mesure que changent le rapport des élèves aux objets de savoir.

Les questions d'évaluation peuvent ainsi se comporter comme des révélateurs de l'état du **contrat didactique**. Elles peuvent aussi mettre en évidence les **conceptions** personnelles des élèves. Enfin, selon la façon dont on les regarde, elle renseignent sur l'état du **rapport au savoir** : rapport que l'élève entretient avec un savoir particulier, éventuellement savoir officiel.. (CHEVALLARD Y; 1989).

Ces trois concepts de la didactique peuvent être utilisés pour rendre compte du fonctionnement d'une question. Ils ne sont pas pour autant équivalents et chacun apporte son éclairage.

Exemple 4 - Les pommes

L'un des intérêts des évaluations à grande échelle est qu'elles permettent de suivre l'évolution dans le temps des comportements des élèves par rapport à des questions données.

Grâce à l'observatoire EVAPM nous disposons de questions suivies de la Sixième à la Première.

Question Observatoire EVAPM

Un producteur de pommes a fixé le prix proportionnellement à la quantité.

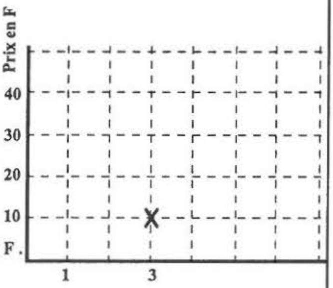
Sur ce graphique, une croix indique le prix de 3 kg de pommes.

Indique de la même manière (par une croix) :

a) - Le prix de 2 kg de pommes

b) - Le prix de 7 kg de pommes

c) - La quantité de pommes que l'on a pour 15 F .



Pourcentages de réussite

Fin de Cinquième (grade 7) 1988 :	a) 47%	b) 43%	c) 31%
Fin de Quatrième (grade 8) 1989 :	a) 65%	b) 67%	c) 55%

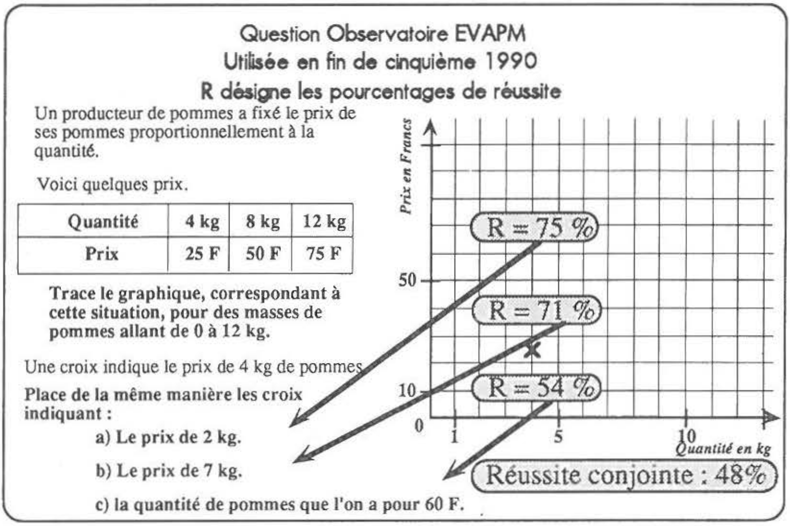
Figure 18

Pour ne pas trop alourdir la présentation, nous nous contenterons ici d'une question posée en fin de Cinquième (grade 7) puis en fin de quatrième (grade 9). (figure 17).

Au niveau Cinquième, peu d'élèves ont tracé la demi-droite pour placer les croix. La plupart des élèves qui ont réussi cet exercice l'ont fait par le calcul (recherche du prix de 1 kg) ; l'usage de la calculatrice a favorisé cette stratégie. A ce niveau, la question a donc une validité assez limitée.

Au niveau Quatrième, on observe une amélioration des taux de réussite mais aussi un changement dans les procédures utilisées. Le passage par le calcul devient rare. Les élèves tracent la demi-droite et placent ensuite les croix demandées. Cette évolution est significative d'une acquisition. **Théorème en acte** ou théorème explicite ? : *"les points de la représentation graphique d'une relation de proportionnalité sont alignés entre eux et alignés avec l'origine des axes"* . S'il s'agit de savoir si les élèves ont une bonne maîtrise de cette représentation, il est clair que la question présente une validité plus grande au niveau Quatrième qu'au niveau Cinquième.

En Cinquième comme en Quatrième, la réussite est meilleure dans le sens (objet ----> image) que dans le sens (image -----> objet), cela est assez bien connu, et cela est vrai aussi bien dans le cas du passage par le calcul que dans le cas de la lecture sur une représentation graphique. On trouve la trace de cette difficulté dans des questions posées en fin de Seconde (difficulté à utiliser une représentation graphique pour des résolutions approchées d'équations ou d'inéquations).



Question Observatoire EVAPM
Utilisée en fin de cinquième 1990
R désigne les pourcentages de réussite

Un producteur de pommes a fixé le prix de ses pommes proportionnellement à la quantité.

Voici quelques prix.

Quantité	4 kg	8 kg	12 kg
Prix	25 F	50 F	75 F

Trace le graphique, correspondant à cette situation, pour des masses de pommes allant de 0 à 12 kg.

Une croix indique le prix de 4 kg de pommes.

Place de la même manière les croix indiquant :

a) Le prix de 2 kg.

b) Le prix de 7 kg.

c) la quantité de pommes que l'on a pour 60 F.

Figure 19

La question a été reprise en 1990, en fin de Cinquième sous une forme modifiée.

Dans cette opérationnalisation les informations données sont largement redondantes et l'élève est largement aidé par la consigne préalable de "tracer le graphique". L'interprétation est faite ensuite avec peu de difficultés, mais on notera que la difficulté de lecture dans le sens (image -----> objet) subsiste largement.

La modification a été faite moitié par curiosité, moitié pour rester plus proche *"de ce que l'on savait que les élèves étaient capable de faire"*. Donc pas de surprise. Mais la phrase entre guillemets semblera quelque peu assassine pour l'évaluation. En effet pourquoi continuer à chercher su l'on sait déjà ?.

En fait, par rapport à la question figure 17, la question ci-dessus est un bon exemple de l'effet Topaze (BROUSSEAU 1986). On fait un peu comme si on gardait la même question mais on introduit le *sss* aux moutons*(ss)* qui permet aux élèves de reconnaître à défaut de connaître.

L'expérience accumulée autour de l'observatoire EVAPM (quelque 2 000 questions) nous permet d'affirmer (à peu près !) que l'on est maintenant capables de faire des évaluations sur mesure : "**donnez-nous les résultats souhaités et nous vous donnerons les questions !** "

Exemple 5 - Les maisons

Certaines questions ne sont liées à aucune "mesure" de compétence telle qu'on les établit habituellement : évaluation de l'enseignant, épreuves "objectives", etc...

C'est par exemple le cas de la question suivante

Question EVAPM
posée en Troisième (grade 9) et en Seconde (grade 10)

Trois personnes, de trois nationalités différentes, habitent les trois premières maisons d'une rue : chaque maison a une couleur différente et chaque personne un métier différent.

A - Le Français habite la maison rouge,
B - L'Allemand est musicien,
C - L'Anglais habite la maison du milieu,
D - La maison rouge est à côté de la verte,
E - L'écrivain habite la première maison à gauche.

Quelle est la nationalité de l'écrivain ? et qui habite la maison jaune ?

Réponses correctes, avec ou sans explications : **Troisième : 62 % - Seconde 68 %**

Explications convaincantes : **Troisième : 44 % - Seconde 38 %**

Figure 20

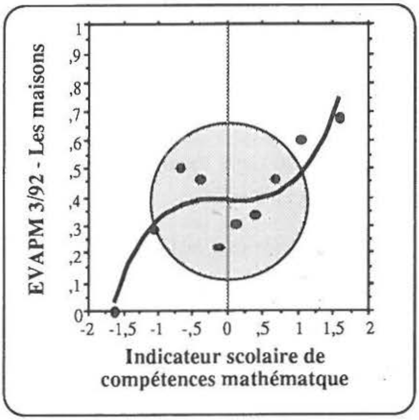


Figure 21

La "courbe" de réponse relative à ce petit problème parle d'elle même. Il n'est d'ailleurs pas légitime de tracer cette courbe.

D'une façon générale tous les problèmes qui s'éloignent des pratiques scolaires et en particulier ceux qui supposent la mise en oeuvre de qualités d'imagination, de créativité, sont ainsi peu corrélés avec les indicateurs habituels de compétence scolaires.

D'une façon apparemment contradictoire, il en est de même, au niveau du Collège (grade 6 à 9) pour les questions du domaine statistique quelles soient globalement bien ou mal réussies.

Nous pourrions présenter bien d'autres questions et illustrer d'autres thèmes. Nous renvoyons aux actes de la 45ème rencontre de la CIEAEM pour une analyse d'une épreuve complète utilisant l'analyse implicative (BODIN 1993).

A propos de la question du sens, renvoyons à la "typologie de la signification" (BODIN 1988) . Cette typologie permet de distinguer les questions d'évaluation selon qu'elles font intervenir l'**aspect outil** ou l'**aspect objet** des notions concernées (DOUADY 1984) ; elle permet aussi de distinguer les questions selon qu'elles interpellent plutôt les conceptions ou encore selon qu'elles font intervenir les notions pour résoudre des problèmes de communication (par exemple codages de figures).

Renvoyons finalement à la taxonomie de la complexité cognitive (GRAS R 1977) ainsi qu'a la typologie d'activités associées.

De même que l'utilisation des taxonomies de la complexité ont permis de mettre en évidence que l'évaluation s'adressait le plus souvent aux niveaux les plus bas de ces taxonomies, de même l'utilisation d'une typologie de la signification met en évidence le fait que la plupart des questions d'évaluation concernent l'aspect objet des notions en jeu.

L'utilisation de ces typologies, associées à l'utilisation de plans d'évaluation du type tables de spécification permettent au moins d'éviter les évaluations caricaturales que l'on voit encore souvent.

Conclusion

La qualité de l'évaluation, c'est à dire la qualité des informations recueillies et des inférences faites, conditionne dans une large mesure la qualité des didactiques.

Dans le cadre de la recherche en didactique des mathématiques, l'évaluation est un gigantesque chantier à peine entamé.

Des pistes semblent se présenter pour des travaux qui se donneraient comme objectif une meilleure compréhension des processus qui accompagnent les actes d'évaluation.

Des pistes pour des avancées méthodologiques ancrées dans la réflexion didactiques existent aussi.

Il n'y a plus qu'à travailler pour exploiter au mieux ces pistes tout en conservant la prudence qui, dans le domaine habituellement largement idéologique de l'évaluation, s'impose plus qu'ailleurs.

Annexe

Deux façons de concevoir la communication des objectifs

	Anticipation Communiquer les objectifs pour permettre à l'élève d'anticiper l'évaluation	Négociation Communiquer les objectifs pour aider l'élève à donner du sens à ses apprentissages, y compris face à l'évaluation
A **Information Communication**	*Communication des objectifs de la formation* **Enseignant** ↓ **Apprenant**	*Explicitation progressive et interactive des valeurs, buts et finalités* **Enseignant** ↓↑ **Apprenant**
B **Formation**	*Intériorisation par l'apprenant des objectifs de l'enseignant (objectifs que l'apprenant finit, si tout se passe bien, par faire siens)* **Enseignant** ↓ **Apprenant** ↺	*Intégration progressive par l'élève de SAVOIRS assortis de significations et de valeurs de nature épistémiques (Apprentissage)* **Enseignant** ↓↑ **Apprenant** ↺
B' **Préparation aux examens et aux contrôles**	*Anticipation par l'élève des questions d'examen ou de contrôle* **Enseignant** ↻ **Apprenant**	*Analyse de l'écart existant entre les objectifs définis en* **A** *et les savoirs résultant de* **B** **Enseignant** ↺ ↓↑ **Apprenant** ↺
C **Examens Contrôles**	*Situations opérationnalisant les objectifs de l'enseignant* **Enseignant** ↺ **Apprenant**	*Mise à plat de l'écart entre les objectifs définis en* **A** *et les savoirs résultant de* **B** **Enseignant** ↺ **Apprenant** ↺
Remarques diverses. ***Avantages et inconvénients***	*Perte de vue des significations profondes des objets d'enseignement au bénéfice d'un glissement vers les conditions d'évaluation. Perte de vue de la pertinence épistémologique (du sens profond des questions étudiées).* *Réaliste et efficace au prix d'un certain conditionnement de l'apprenant.* *Risque de renforcer l'écrasement de l'apprentissage sur les objectifs" selon une formule de Guy BROUSSEAU.*	*Cohérence épistémologique (respect de la signification des objets d'enseignement).* *Favorise l'autonomie de l'apprenant.* *Permet à l'évaluation de mieux remplir son rôle véridictionnel (selon Y. CHEVALLARD, l'évaluation a tendance à perdre cette faculté de dire quelque chose de vrai sur le savoir d'autrui).* *Adapté à une conception constructiviste de l'apprentissage.*

Références

ALLAL, L. ; CARDINET, J. ; PERRENOUD, P. (1978) : L'évaluation formative dans un enseignement différencié - Actes du colloque de Genève, mars 1978 - Éditions Peter Lang

ALLAL. L. - BAIN, D - PERRENOUD P (1993) : Évaluation formative et didactique du français - Delachaux et Niestlé.

APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) Brochures EVAPM, contenant les épreuves, les résultats et les analyses des évaluations des programmes de mathématiques menées par l'APMEP (BODIN. A., et All).

BAIN D. (1988) : L'évaluation formative fait fausse route : de la nécessité de changer de cap. Mesure et Evaluation en Education n° 10/2.

BODIN A. (1988) : Evaluation in mathematics : the quality of students'knowledge - 6ème congrès international sur l'enseignement des mathématiques (ICME.6). Budapest Août 1988. Traduction française: l'évaluation du savoir mathématique. Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques.(APMEP) N°368/1989 pp 195-219.

BODIN A. (1992) - Evaluation et didactique - distinguer ou intégrer
XV èmes Journées d'étude de l'ADMEE - CANADA - OTTAWA-HULL, Octobre 92
In Les pratiques d'évaluation en Education , Dany LAVAULT, éditions de l'ADMEE - MONTREAL

BODIN A. (1992) - Réflexions sur les représentations, les conceptions et les compétencesRecherches en didactiques : contribution à la formation des maîtres - Actes du Colloque INRP février 92 et Petit x , 30/1992

BODIN A. (1992) - What does to assess mean
Conférence ICMI sur le thème " Assessment in mathematics Education and its effects" Colonge (SPAIN) Avril 1991 et ICME 7 - QUEBEC - in : Investigations into Assessment in Mathematics Education - An ICMI Study (ed Mogens NISS) - KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS 1993

BODIN A. (1993) - Développement d'une Base de Données d'Evaluation en Mathématiques : EVAPMIB (Avec F. COUTURIER) - PEDAGOGIES N°5/1993 (Cahiers du Laboratoire de pédagogie Expérimentale de L'Université de LOUVAIN)

BODIN A. (1994) - L'évaluation en mathématiques - continuités et perspectives - Actes 45ème rencontre C.I.E.A.E.M - Cagliari (Italie) Juillet 1993

BROUSSEAU G. (1986) : Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques - Recherches en Didactique des Mathematiques - VOL7.2 - Ed la pensée sauvage GRENOBLE

BROUSSEAU.G (1979) : Evaluation et théories de l'apprentissage en situations scolaires (Polycopié communiqué).

CARDINET. J., (1986) - La maîtrise, communication réussie - Institut Romand de Documentation Pédagogique (1986)

CHEVALLARD Y (1985) : La transposition didactique - du savoir savant au savoir enseigné - La pensée Sauvage - GRENOBLE

CHEVALLARD Y (1989) : Evaluation, véridiction, objectivation - la relation didactique comme caprice et miniature.- In L'évaluateur en révolution - actes du colloque ADMEE 89 - INRP

CHEVALLARD.Y, FELDMANN. S, (1986) : Pour une analyse didactique de l'évaluation - IREM d'AIX MARSEILLE

DOUADY.R.(1984) - Jeux de cadres et dialectique outil-objet- Thèse de doctorat - Universté de PARIS VII.

FOURNIER C. (1991) : Etude corrélationnelle des liens entre l'anticipation, la préparation, l'autoévaluation et le résultat à un examen de rendement scolaire. Thèse - Faculté d'éducation - Université d'OTTAWA.

FREDERIKSEN N., MISLEVY R. J., BEJAR I. I. editors (1993) : Test Theory for a new generation of tests - Educational Testing service - Lawrence Erlbaum Associates

GALPERINE P.I. (1966) : Essai sur la formation par étapes des actions et des concepts - in De l'enseignement programmé à la programmation des connaissances - Presses Universitaires de LILLE (1980).

GENTHON M. (1991) : Communiquer., quoi, pour quoi faire et comment, dans un processus d'évaluation ? - L'Evaluation : Problème de communication - DELVAL - SUISSE

GRAS.R (1977) : Contributions à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques - Thèse- université de RENNES (1977). (description et utilisation de la taxonomie)

GRAS, R. (1992) : L'analyse des données : une méthodologie de traitement de questions de didactique - Recherches en didactique des Mathématiques - Vol12/1 - La pensée sauvage - GRENOBLE

GRAS, R. (1986) : Recherches sur l'apprentissage: Analyse des correspondances et méthodes statistiques apparentées - Cahier du Cirade - Université du Quebec à Montreal.

HAMBLETON, R.K. ; SWAMINATHAN, H (1985) : Item Response Theory - Principles and Applications - Kluwer Nijhoff Publishing.

JOHSUA S, DUPIN J.J (1993) : Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques. P.U.F. PARIS

De KETELE J.M.(1993) : L'évaluation conjuguée en paradigmes - Revue Française de Pédagogie n° 103.

MARGOLINAS C.(1993) : De l'importance du vrai et du faux dans le classe de mathématiques, Recherches en Didactique des Mathémmatiques. La pensée Sauvage Editions - GRENOBLE

PERRENOUD, P.(1991): Pour une approche pragmatique de l'évaluation formative - Mesure et Evaluation en Education - Vol 13/4(1991)

VERGNAUD G. (1981) : L'enfant, l'école, et la réalité - Peter lang

VERGNAUD G. (1990) : La théorie des champs conceptuels - Recherches en Didactique des Mathematiques Vol 10/ 2.3 - Ed la pensée sauvage GRENOBLE

VIGOTSKY L. S. (1935) - Interaction between learning and development - Mind in society (1968) - Harvard University Press.

WITTROCK, M. C.(1991) : Cognition and testing in Testing and cognition - Prentice-Hall, Inc

Suite à une erreur de pagination, les pages 107 et 108 n'existent pas.

Suite à une erreur de pagination, les pages 107 et 108 n'existent pas.

UNE ANALYSE DIDACTIQUE D'UNE EPREUVE
DU BAC S -1995
LE PROBLEME DE L'ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

Régine DOUADY

Introduction

Les évaluations ont des fonctions et des formes très variées. Mme Peretti et Antoine Bodin nous en ont exposé une large panoplie.

Quelles qu'en soient les formes et les objectifs, elles nous obligent, enseignants et chercheurs, à les resituer dans le processus didactique global dès lors qu'on cherche à donner une signification aux comportements des élèves évalués. Et par comportement, j'entends aussi bien manifestation de connaissances, de compétences que d'habitudes intellectuelles et techniques.

Je vais prendre pour appui le bac scientifique.

1. Le Bac S

Le bac est un examen en fin de cursus scolaire. Il a une double fonction

- contrôle des connaissances
- passeport d'accès à l'université.

Le Bac S a pour rôle de sanctionner, pour chaque candidat, en particulier des connaissances en mathématiques à travers les épreuves qui lui sont proposées.

L'hypothèse est faite, par l'institution, qu'une certaine maîtrise des mathématiques engagées dans le sujet des épreuves a une fonction pronostique : le candidat qui réussit au bac peut s'orienter vers des études universitaires, plus spécialement en mathématiques s'il le désire. Il ne s'agit pas ici de discuter cette hypothèse.

Le Bac se présente ainsi comme un instrument de mesure des connaissances, compétences, habitudes intellectuelles et techniques

- telles qu'elles peuvent être exprimées par les candidats dans leurs copies qui en sont les traces écrites
- telles qu'elles peuvent être perçues par les correcteurs à travers la lecture qu'ils en font, au moment où ils la font.

Le produit à mesurer est la *copie* , la mesure c'est la *note*.

La copie est une réponse du candidat à une demande de l'institution. Elle est un des éléments d'un *contrat* entre l'élève et l'institution :

- l'élève se forme au cours de sa scolarité selon des modalités émanant de l'institution qui mettent en jeu des interactions Professeur-Elève-Savoir.
- l'institution soumet l'élève à des épreuves qui doivent lui permettre de manifester les compétences et connaissances attendues.

Autrement dit,

- il est à la charge de l'élève, sous la conduite de ses enseignants, ou en responsabilité propre, de prendre de la distance par rapport aux conditions d'apprentissage. Il doit être capable de manifester ses connaissances dans des conditions différentes de celles de l'apprentissage, par exemple dans un problème d'examen.
- il est à la charge de l'auteur de l'épreuve (par exemple un problème à résoudre) de proposer une tâche accessible aux candidats dans les conditions de l'examen, c'est à dire en temps limité, en travail individuel, en disposant des seules ressources permises. De plus, cet auteur doit fournir un texte qui permette à un grand nombre de correcteurs qu'il ne connait pas de donner des notes évaluant quelque chose. Les notes doivent pouvoir discriminer les copies.

Nul doute que la tâche est difficile!

Intéressons-nous au cas précis où l'épreuve consiste, pour le candidat, à résoudre un problème de mathématique et à fournir une rédaction de la solution.

2. Bac S , enseignement de spécialité : le problème de mathématiques

En amont du travail du candidat, il y a l'élaboration du problème.

L'énoncé résulte en général, de la transformation d'idées ou d'intentions mathématiques en un texte lisible, compréhensible par les candidats, c'est-à-dire sous une forme qui leur permette de sélectionner, mobiliser, exprimer des connaissances et des compétences. Et cela n'est pas indépendant de leurs habitudes et des familiarités développées dans le cursus scolaire.

La difficulté réside dans le fait que l'épreuve est unique mais qu'elle s'adresse à une immense diversité de cas singuliers. Le correcteur dispose d'un barême lui permettant de noter chaque copie. Il reste toutefois à sa charge une bonne part d'interprétation dans les cas ambigus. En prévision de cette difficulté et dans un souci d'efficacité à l'examen, certains enseignants croient pouvoir aider leurs élèves en installant chez eux une certaine idée de norme et de conformité à la norme en référence aux demandes des évaluateurs et pratiquent un contrat de type 'bachotage". Ce qui donne très peu d'information, comme on sait, sur les compétences hors des situations de bachotage.

De quels éléments de référence dispose l'auteur du problème pour rédiger un énoncé ?
Que doit-il prendre en compte ?

Citons

- les *programmes* des classes antérieures au bac
- le *sens* des éléments mathématiques retenus. Et cela a à voir avec les contextes où ils sont couramment investis, avec les traitements usuels qui en sont faits dans les classes, avec la place et le rôle qu'ils occupent dans les manuels.
- les *connaissances et compétences supposées* des élèves. Cela résulte en particulier des interactions élève-savoir qui ont été provoquées dans le cadre scolaire sous la responsabilité des professeurs.

Ainsi la rédaction de l'énoncé est le résultat, comme dit Y. Chevallard, d'un travail d'ajustement des questions proposées par rapport aux capacités supposées des candidats. C'est le résultat d'une négociation entre *l'auteur-mathématicien* et *l'auteur professeur-évaluateur.*

Qu'en est-il de ces deux points de vue dans le problème du bac S 1995 enseignement de spécialité ?

2.1 Un objectif mathématique intéressant clairement exprimé,

En tête de l'énoncé, il est dit que l'on s'intéresse aux :
tangentes communes aux deux courbes d'équation respective $y = e^x$ et $y = \ln x$.

- Les *fonctions* choisies sont réciproques l'une de l'autre.
- Les *courbes* qui les représentent sont symétriques par rapport à la première bissectrice.
- Une *tangente* à l'une ou l'autre des deux courbes est une droite qui a un point de contact avec la courbe, et une direction. Celle-ci s'exprime à l'aide d'un coefficient directeur : la valeur, au point de contact, de la *dérivée* de la fonction associée. Ainsi, une tangente commune aux deux courbes se décrit aussi comme deux tangentes respectivement à chacune des courbes, ayant chacune leur point de contact avec la courbe qui la concerne, parallèles et à distance nulle l'une de l'autre.

Comme on voit, le sujet mathématique choisi impose, pour en respecter le *sens* , une **imbrication très forte** entre les aspects géométrique, graphique, algébrique et étude de fonctions.

Or le contrôle des actions est avantageusement soutenu par le sens. Par exemple,

- si on sait calculer la dérivée de chacune des fonctions en un point donné, qu'on sait mettre en relation pente de tangente et dérivée de la fonction associée,

- si on a disponible à l'esprit la symétrie qui échange les deux courbes du problème et les conséquences sur les pentes des tangentes en deux points qui se correspondent dans cette symétrie,

alors on dispose d'outils mathématiques pour contrôler les calculs et aussi pour avancer dans la résolution du problème.

En termes de cadres, l'interaction entre le *cadre algébrique,* une fenêtre "fonctions" incluant l'étude des fonctions exponentielle et logarithme et le calcul de leurs dérivées, et le *cadre géométrique centré sur le registre graphique* est au coeur de l'étude.

2.2 Un énoncé malheureux

Le problème choisi n'est pas difficile sur le plan mathématique. Il fait appel à des notions familières pour des élèves de TS. Il n'y a pratiquement aucune initiative à la charge des candidats, aucune démonstration délicate. Seul le calcul de l'aire en fin de problème, présente une difficulté technique certaine. Pourtant, tel qu'il a été formulé, ce problème a provoqué la déroute d'un nombre suffisant de candidats pour enclencher des réactions fortes d'origine variée.

Je ne reprendrai pas l'argument de rupture de contrat entre le type de problème attendu (qui aurait dû être proche des exemples donnés en référence en cours d'année) et le problème proposé au bac, car, pour moi, ce n'est pas là la raison fondamentale du malaise. Je vais plutôt tenter une analyse du texte en mettant en relation les points suivants

- le contenu mathématique
- la démarche proposée et l'enchaînement des questions
- les notations,

en n'oubliant pas de me placer, sans les confondre, et dans la position de l'évaluateur et dans la position de candidat.

Analyse du texte du problème

L'objectif mathématique est annoncé dès la première phrase : chercher les *tangentes communes aux deux courbes d'équation respective* $y = e^x$ et $y = \ln x$.

Ensuite, l'énoncé donne une description du décor en termes graphiques.

On peut prévoir qu'une lecture réfléchie de ce premier paragraphe où l'on trouve les mots "plan", "repère orthonormal", "unité graphique", "courbes" ...appelle raisonnablement un traitement graphique.

Les notations choisies pour désigner les objets à traiter font appel à 2 registres :

Γ lettre grecque pour désigner la courbe d'équation $y = e^x$
C lettre latine pour désigner la courbe d'équation pour $y = \ln x$
x est une variable, y fonction de x , conformement aux habitudes

T comme tangente, abscisse "a" lettre latine en référence à Γ

D comme droite, abscisse "λ" lettre grecque en référence à C

a et λ ont statut de paramètres

Ces notations peuvent étonner. On peut les trouver maladroites tout en estimant que la gêne ne peut être que mineure. Or elles ont entraîné au bac de la confusion dans les calculs, de la perte de temps en lecture et relecture pour s'y retrouver. Beaucoup de candidats n'ont pas réussi à entrer dans le problème. Ainsi vis-à-vis de l'évaluation, se sont trouvés en situation analogue des candidats ayant plus ou moins de connaissances (certes, cela peut se produire dans bien d'autres occasions).

La démarche choisie pour construire le problème met en jeu 2 paramètres : les abscisses des points de contact des tangentes avec leur courbe respective. Le problème s'organise autour de ce choix en trois parties, chacune subdivisée en questions et sous-questions.

- Est-elle une bonne démarche mathématique?

- En admettant qu'elle le soit, est-elle facile à décrire en une suite de questions constituant un problème d'examen ?

Cela veut dire que, pour chaque candidat, sa copie doit donner une information sur ses connaissances et compétences et pas seulement sur ses habitudes. Cela veut dire aussi que le barème doit permettre au correcteur de retrouver dans les notes l'estimation qu'il fait des copies à leur lecture et que, pour l'ensemble des copies, le barème doit être discriminant.

- Est-elle adaptée à des candidats qui n'ont pas eu l'habitude de travailler explicitement avec des paramètres ?
- Comment expliquer les notations proposées ? S'agit-il d'une difficulté à en trouver de meilleures ou d'une non prise en compte de leur importance dans le traitement mathématique ?

Une remarque:

Si, a priori, on est en droit de choisir arbitrairement les notations des objets à étudier, en fait, la cohérence des notations les unes par rapport aux autres et l'ensemble des notations par rapport aux objets mathématiques qu'elles désignent facilite l'entrée dans un problème. C'est d'ailleurs un travail non négligé dans la recherche professionnelle dans la mesure où il oblige à une réflexion sur la signification et le statut des éléments manipulés. Une telle réflexion participe à l'élaboration des bons objets d'étude. Ici, les 2 courbes jouent le même rôle. Il était raisonnable de prendre des lettres d'un même registre pour marquer ce fait. Par exemple, Γ et Γ' pour désigner les 2 courbes, a et a' pour les abscisses, T_a et $T'_{a'}$ pour les tangentes...

Cependant, choisir des notations cohérentes pour faciliter la mémorisation des objets à traiter, ne veut pas dire être prisonnier des notations. On doit pouvoir désigner une variable par a ou p même si en général on utilise les lettres x ou y . Dans un texte où interviennent à la fois des variables et des paramètres, il est intéressant de leur attribuer des registres d'écriture distincts, sans s'obliger à changer de registre quand un paramètre prend statut de variable, mais sans non plus se l'interdire. Souplesse et cohérence ne sont pas incompatibles. Cela dépend de ce qui est en jeu.

Partie A)

La première phrase annonce, là encore, clairement l'objectif mathématique : *recherche de tangentes parallèles, condition pour qu'elles soient confondues.*

Il est clair dès lors qu'un bon élément de référence est la pente des tangentes. La condition pour que deux droites soient parallèles est qu'elles aient même pente (ou coefficient directeur si on préfère). Dire que deux telles droites sont confondues, c'est dire que leur distance est nulle. Dans cette approche du problème, il y a un seul paramètre. La difficulté de notation est bien réduite. Il est possible de faire des choix cohérents pour les deux courbes, ce qui aide la mémoire et facilite par là-même l'étude. On peut en ce cas poser la question d'existence de tangente de pente donnée (dans le texte du bac, l'existence et l'unicité de T_a et D_λ sont implicitement admises).

Ce ne sont pas les choix faits dans l'énoncé du bac. Or celui-ci n'a reçu apparemment, de la part des instances de supervision, aucune objection ni sur l'expression ni sur la démarche proposée.

Comme il ne s'agit à l'évidence ni d'incompétence mathématique, ni de sabotage de la part des différents filtres que l'énoncé a subis on peut avancer l'hypothèse suivante :

Dans les pratiques scolaires, la relation entre sens, statut et choix des notations des éléments mathématiques à traiter est sous-estimée.

Reprenons le texte de ce point de vue.

Dans la présentation, le cadre graphique est sollicité

a et λ sont pris comme paramètres
x est une variable, y est une fonction de x

Dans A) l'accent est mis sur le *lien entre graphique et algébrique.*

dans A1) a) a et λ sont toujours paramètres
des variables devront intervenir comme outils pour répondre à la demande. Il faudra les nommer.

Dans A1) b)

1ère phase : a est pris comme variable et λ comme fonction de a

2ème phase : a est fixe, λ variable et b valeur particulière de λ
autrement dit, a et b sont des variables liées au sens des physiciens.

Dans A2) la lettre "a" , dans l'équation $(a + 1) e^{-a} = a + 1$, a statut d'inconnue
b est liée à a par la relation $b = e^{-a}$, a et b sont deux variables liées.

* Du point de vue des cadres, dans cette partie A), l'objectif est exprimé *en termes géométriques, dans le cadre graphique,* les questions sont formulées *dans le cadre algébrique* . Ceci est intéressant au moins pour les raisons citées plus haut. Mais les lettres changent de statut quasiment à toutes les lignes. C'est une source de difficulté pour les élèves. De plus, le fait de nommer *b* une valeur particulière de λ est une source de confusion supplémentaire.

* Du point de vue des connaissances des candidats, on attend
-qu'ils mettent en oeuvre la correspondance entre
coefficient directeur de T_a et dérivée de $x \rightarrow e^x$ en a
coefficient directeur de D_λ et dérivée de $x \rightarrow \ln x$ en λ
- qu'ils écrivent l'équation d'une droite de direction donnée passant par un point donné,
- qu'ils traduisent le parallélisme de deux droites par l'égalité des coefficients directeurs.

Il n'y a dans tout cela rien de difficile pour des élèves de TS. On peut penser que la difficulté majeure a été, pour les candidats, l'entrée dans les notations.

Toutefois, en lisant le texte, on constate que la confiance accordée aux candidats quant à leurs connaissances et compétences est relativement limitée. Il n'est pas question de leur laisser l'initiative d'établir la condition pour que les deux droites T_a et D_b soient confondues. Le texte la fournira. Plus encore, le texte leur fournira la condition pour que ces deux droites décrites par leur équation cartésienne soient parallèles, ce qui est demandé dans la question qui précède. Pourtant, les élèves savent répondre en général à une telle question en fin de collège ou début du second cycle. Finalement, on leur demande seulement une tâche de vérification.

Parties B) et C)

Contrairement à la partie A), le travail se veut essentiellement dans un cadre bien identifié : celui des fonctions pour B), le cadre géométrique pour C).

Dans B) alors que l'objectif mathématique est bien annoncé :

étudier les solutions de l'équation $e^{-x} = \frac{x-1}{x+1}$

il n'est laissé aucune possibilité pour un traitement graphique de cette question : transformer la recherche des solutions de cette équation en la recherche des points d'intersection des deux courbes représentant respectivement la fonction

$$x \text{ -> } e^{-x} \text{ et } x \text{ -> } \frac{x-1}{x+1} .$$

Au contraire, la partie B) est découpée en trois sous questions, chacune redécoupée en plusieurs pas. Chacun des pas est élémentaire et fait appel à un calcul.

Le candidat n'a pas besoin de savoir où il va. Il doit seulement y aller. C'est sans doute confortable pour certains, mais qu'est ce qu'on évalue ?

Et encore : est-ce pour ne pas sortir du domaine des fonctions équations qu'il est fourni en B3) l'information géométrique : les courbes Γ et C sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$. Il aurait été intéressant pourtant de tester cette connaissance ou de permettre à travers le choix des questions que cette relation entre Γ et C puisse apparaître comme un résultat, et ceci dès le début.

La dernière partie C) est intitulée *étude géométrique du problème*.

Le point de vue géométrique n'a pas servi à comprendre le problème. Au contraire, tout a été forcé pour le laisser de côté malgré la présentation qui en est faite au début du problème. Cette partie permet de retrouver des résultats. Il est demandé encore de faire des vérifications, sauf à la question C4) où il faut calculer une aire.

En conclusion, on peut dire que l'auteur de l'énoncé a fait interagir les cadres dans la première partie. Au contraire, dans les deux autres, on a le sentiment qu'il a forcé pour obtenir un travail dans des cadres séparés aussi lontemps que possible, au détriment de ce qui en constituait le sens. Est-ce vraiment une aide pour les candidats ?

On peut penser qu'il s'agit là d'un reflet des pratiques enseignantes.

Les enseignants ont pour souci de réduire la complexité mathématique et pour cela de découper le contenu en parties que les élèves sont susceptibles d'accepter et de digérer. Une des réponses est de séparer autant que faire se peut les cadres de travail : algèbre, géométrie, graphique, fonctions ...Ce faisant, ils sous-estiment les possibilités offertes par les interactions entre cadres ou domaines différents pour organiser, choisir, rejeter des stratégies, pour créer du nouveau ou pour servir de moyens de contrôle et ainsi permettre aux élèves de prendre des initiatives dont ils pourront gérer les effets. En somme donner du sens à ce qu'ils font.

On en revient à la question : Qu'est-ce que faire des maths ? savoir des maths ?

Que veut-on évaluer ?

3. Une proposition

Une expérience intéressante serait d'envisager à partir de la même intention mathématique, d'autres énoncés travaillés au regard du ou des paramètres choisis, des notations, des cadres mobilisés dans les données et dans les questions d'un point de vue explicite, des outils et des cadres auxiliaires de travail laissés à l'initiative des élèves, des connaissances attendues. On pourrait ensuite tester ces énoncés sur des populations d'élèves en rapportant leurs réponses à leurs connaissances, compétences et habitudes scolaires.

Le texte que je propose ci-dessous, sur le même thème mathématique que celui du bac, répond à des exigences issues de l'analyse précédente.

Enoncé

On considère dans $\mathbf{R}^2$ la courbe Γ d'équation $y = e^x$ et la courbe Γ' d'équation $y = \ln x$, $x > 0$.

1) Tracer avec soin les courbes Γ et Γ' (axes orthonormés, unité 2cm) . Quelle relation géométrique existe-t-il entre Γ et Γ' ?

Dans la suite du problème on se propose d'étudier les *tangentes communes* à Γ et Γ' (droites qui sont tangentes à la fois aux 2 courbes).

2) a) Montrer que, pour tout $p > 0$, il existe une droite D_p et une seule qui soit tangente à Γ et de pente p. Donner, en fonction de p, les coordonnées (a,b) du point de contact A_p de D_p avec Γ . Donner l'équation réduite de D_p.

b) Montrer que, pour tout $p > 0$, il existe une droite D'_p et une seule qui soit tangente à Γ' et de pente p. Donner, en fonction de p, les coordonnées (a',b') du point de contact A'_p de D'_p avec Γ' . Donner l'équation réduite de D'_p.

c) Décrire la droite correspondant à D_p dans la symétrie qui échange Γ et Γ'.

3)a) On note f_p et g_p les fonctions ayant pour graphes D_p et D'_p respectivement. Montrer que, pour p fixé, $f_p - g_p$ est une constante h(p).

b) Etudier la fonction $p \to h(p)$ de $\mathbf{R}^*_+ \to \mathbf{R}$ ainsi définie.
Montrer qu'elle s'annule en deux valeurs $p_1$et p_2 (on prendra $p_1 < p_2$) .
Montrer que D_{p_1}et D_{p_2} sont des tangentes communes à Γ et Γ' .
Quelle relation géométrique y a -t-il entre D_{p_1} et D_{p_2} ?
Quelle relation y a-t -il entre p_1 et p_2 ?
Y a -t-il d'autres tangentes communes ?

4) Calculer en fonction de p_1 et p_2 les coordonnées

(a_1 , b_1) de A_{p_1}	(a_2 , b_2) de A_{p_2}
(a'_1 , b'_1) de A'_{p_1}	(a'_2 , b'_2) de A'_{p_2}

Quelle relation y a-t-il entre a_1 et a_2 ?
Préciser la position de ces 4 points sur $\Gamma \cup \Gamma'$.

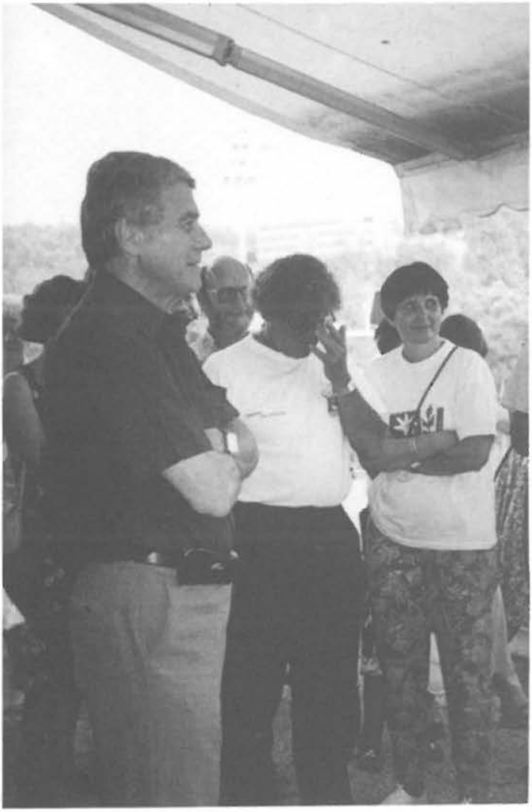
5) a) Etant donné deux points M_1 et M_2 de Γ d'abscisses respectives m_1 et m_2 avec $m_1 < m_2$, calculer l'aire S_{m_1 , m_2} comprise entre le segment $[M_1 , M_2]$ et l'arc (M_1 , M_2) de Γ .
En choisissant $m_1 = a_1$ et $m_2 = a_2$ calculer S_{a_1 , a_2} .

Bibliographie

Douady R. (1986) : *Jeux de cadres et Dialectique outil-objet* Recherches en didactique des mathématiques, vol.7.2 pp 5-32 La Pensée Sauvage, Grenoble
Douady R. (1992) : *Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement* , Repères IREM n° 6, Topiques Edition, Pont à Mousson
Douady R. (1994) : *Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir* , Repères IREM n°15, pp 37-61 , Topiques Edition, Pont à Mousson
EVAPM 2ème (1991) Edition APMEP
EVAPM 1ère (1993) Edition APMEP (à paraître)

Régine DOUADY

IREM, Université Paris 7, CP 7018
2, place Jussieu, 75251 Paris cedex 05
e-mail rgdouady@mathp7.jussieu.fr



METHODOLOGIE D'ANALYSE D'ENQUETES[1]

par **Régis GRAS**, Universités de **Nantes** (IRESTE) et de **Rennes** (UFR Math.)

1- PROBLEMATIQUE DIDACTIQUE

La didactique, tant du côté de l'enseignant que du côté du chercheur et à l'exclusion de certains domaines, ne dispose pas actuellement de réponses tranchées relativement à la plupart des questions qui lui sont posées. Or, pour se fonder scientifiquement, en dépassant la simple opinion, elle doit pouvoir formuler et avancer des hypothèses correspondant à ces questions. Elle doit pouvoir mettre en place un dispositif d'enquêtes et de questionnaires permettant le recueil et le traitement de données susceptibles de conforter ou infirmer les hypothèses, d'avancer des conclusions. Certes, cette stratégie ambitieuse mais rigoureuse ne peut pas s'enclencher dès les premières approches des phénomènes à observer et d'où surgissent les questions. Elle s'impose, cependant, ultérieurement si l'on souhaite que les décisions didactiques s'appuient sur une stabilité et une pertinence de réponses et gagnent ainsi précision, validité et prédictibilité.

Par exemple, à travers l'analyse a priori d'une situation - problème, on conjecture l'apparition de certaines procédures de résolution et une hiérarchie de difficultés. L'observation fait apparaître un écart entre le modèle a priori et l'ensemble des procédures effectivement observées. Quelles conclusions peut-on tirer de la distorsion ?

Autre exemple, un questionnaire, tel celui d'EVAPM, est présenté à une vaste population d'élèves, portant sur une partie hétérogène d'un cursus scolaire. On présume des complexités spécifiques, l'indépendance de certains items, de certains champs de savoirs (par exemple, des questions sur "Pythagore" et sur le calcul algébrique), des compétences particulières de certaines familles d'élèves, etc. L'observation met en évidence l'existence de certains facteurs discriminants. Quels sont-ils ? Quelle est leur hiérarchie effective ? Comment se positionnent les familles d'élèves par rapport à ceux-ci ?

Autre exemple, ayant observé des stratégies utilisées par les élèves dans la résolution de problèmes, peut-on leur associer des conceptions consistantes ? Sont-elles évolutives et comment ?

---

[1] Ce texte s'inspire pour une large part de l'article du même auteur : "L'analyse statistique des données : une méthodologie de traitement de questions de didactique" R.D.M. Vol. 12/1

Dernier exemple, en psychologie cognitive, est-il possible de mettre en évidence, à travers un questionnaire adapté, des relations implicatives entre certains comportements ?

Des difficultés surgissent à tout moment et l'enseignant ou le chercheur isolé se trouve démuni devant les choix présentés et les décisions à prendre. Par exemple, comment traiter les informations qualitatives ? Comment coder les données ? A partir de quel effectif d'élèves la crédibilité d'un résultat est-elle assurée ? Quelle méthode statistique peut-on adopter pour dégager des invariants, des structures dans les données? Comment interpréter les résultats ? Il s'agit de trouver un juste équilibre, dans la recherche d'une validation d'hypothèses, entre la péjoration des méthodes statistiques, le refus d'investissement dans ce domaine et la statisticomanie qui conduit à une pléthore de résultats inexploitables, accompagnée de l'illusion de la transparence (cf. exposé d'Antoine Bodin).

2- REPONSES DE LA STATISTIQUE CLASSIQUE

La statistique descriptive classique permet, entre autres, de décrire quelquefois de façon très suggestive la distribution d'une variable, ou mieux l'interaction de deux variables. Cette méthode utilise d'une part des paramètres indicateurs de cette distribution (moyenne, médiane, écart-type, coefficient de corrélation, ...), d'autre part des représentations graphiques (histogrammes, droites des moindres carrés,...). Elle apparaît cependant limitée dans ses objectifs et mutilante dans le cas de données multidimensionnelles. En effet, elle limite son étude aux croisements successifs de 2, voire 3 variables, ce qui nécessite des calculs longs, répétitifs et insuffisants pour rendre compte d'une globalité.

Les modes de réponse de la statistique inférentielle et décisionnelle sont compatibles avec les démarches dites scientifiques. En effet, relisant Didier Dacunha - Castelle, on note le schéma suivant de la situation générale :

Discussion Statisticien - praticien sur les buts de l'expérience
↓
Construction d'un ensemble de modèles
↓
Choix de l'observation, calcul de sa réduction et de l'information de l'observation
↓
Réalisation de l'expérience par le praticien
↓
Validation d'un ou des ensembles de modèles
↓
Exposé des résultats aux praticiens
↓
Construction d'un nouveau modèle, etc

Ce schéma recoupe l'essentiel des conduites du statisticien et de ses relations avec le réel. Ces conduites peuvent être résumées ainsi : à partir d'un échantillonnage d'une population, l'échantillonnage étant supposé effectué par des épreuves indépendantes et de même distribution (dans le cas de la statistique dite paramétrique) :

. on estime, en vue de construire des modèles probabilistes, des paramètres relatifs aux variables observées dans l'expérience ou, tout au moins, des intervalles de confiance censés contenir ces paramètres ;

. on ajuste inductivement, à une ou deux autres variables, une variable dépendante dans un but de prédiction ou d'explication ;

. on décide de valider ou d'invalider des jugements et des hypothèses de modèles par des tests dits d'hypothèse (ceci est encore le cas en statistique non paramétrique).

Mais, on le voit, ces conduites se légitiment à plusieurs conditions :

. avoir clairement identifié, séparé et probabilisé les variables : or en didactique, données et variables peuvent être très nombreuses et intriquées ;

. présupposer le plus souvent des hypothèses de normalité des variables, hypothèses restrictives et quelquefois difficilement vérifiables ;

. accepter des méthodes longues et fastidieuses de croisements 2 à 2 de ces variables, en supposant qu'elles soient identifiées ;

. savoir formuler des hypothèses dites "nulles" i.e. mises en question et réfutables à l'issue de l'expérience avec un risque d'erreur donné ;

. écraser l'individualité des sujets dans l'échantillonnage.

Or ces conditions sont encore difficilement satisfaites au stade de scientificité actuel de la didactique, mais également d'autres disciplines comme l'épidémiomogie, les sciences économiques, la psychologie,.... Si leur stade actuel autorise l'émission de conjectures (ou hypothèses du premier niveau par opposition aux hypothèses "nulles" que l'on qualifierait de 2ème niveau), il apparaît indispensable d'avoir recours à d'autres méthodes que les précédentes pour synthétiser et structurer les données et ainsi pouvoir identifier les variables, les facteurs en jeu, leurs liaisons, leur hiérarchie, etc.

Par exemple, supposons que nous voulions examiner la liaison éventuelle entre deux phénomènes présentant plusieurs modalités. C'est le cas lorsque nous "interrogeons les comportements réussite-échec-non-réponse des élèves soumis à un questionnaire présentant différents items. Le test, dit du χ^2, a pour fonction principale de mettre à l'épreuve d'observations expérimentales l'hypothèse de l'indépendance, susceptible de tenir lieu de modèlisation théorique. Une certaine "distance" entre la liaison observée et la liaison dans le cas où il y aurait indépendance sert d'indicateur de la distorsion entre modèle et réalité. Si l'expérience montre qu'elle est incroyablement grande sous l'hypothèse d'indépendance, alors celle-ci est rejetée, avec un risque d'erreur qu'elle soit cependant vraie, risque que l'on minimise autant que faire se peut. Ce test, s'il présente l'intérêt de la simplicité, présuppose que les effectifs des populations observées selon chaque modalité sont suffisamment importants pour qu'une approximation gaussienne soit valide. De plus, si, comme c'est le cas pour un questionnaire-élève, nous devons croiser ainsi un nombre important d'items, la tâche est longue et souffre du défaut déjà évoqué d'un regard non global, non systémique dirait-on. D'autres méthodes sont donc à trouver.

3- RUPTURE EPISTEMOLOGIQUE DE LA STATISTIQUE : L'ANALYSE DES DONNEES, SES POSSIBILITES ET SES MODES DE REPONSE

Une double conjoncture va permettre d'apporter des réponses plus satisfaisantes à notre problématique :

. d'une part, la formalisation de l'algèbre linéaire, de la géométrie, des probabilités va permettre d'élaborer de nouvelles méthodes de traitement de données ;

. d'autre part, l'ordinateur va permettre de les engranger, de pratiquer des calculs rapides sur des structures complexes sans mutiler la taille des tableaux à traiter et de fournir des représentations variées de l'information obtenue.

En effet, l'analyse des données, méthodologie de traitement des données en vue de visualiser mais aussi de structurer, modéliser et aider à expliquer des phénomènes, fournit à ce jour de multiples méthodes, dites analyses de données, qui permettront d'obtenir, contrairement à leur désignation, des condensations, des synthèses des données, en vision multidimensionnelle, holographique, des facteurs discriminants, des typologies, des hiérarchies, etc.

La rupture épistémologique concerne donc à la fois les objectifs visés et atteints, les moyens techniques pour y parvenir (informatique), les données traitées (nombre, nature, variété, ...), les sujets de l'analyse (variables ou individus), les modes de restitution de l'information, les démarches (aller des données vers les modèles et non l'inverse), les méthodes mathématiques employées, les concepts en jeu dans celles-ci, etc. En ce sens, l'analyse des données se distingue donc à la fois de la statistique inférentielle et décisionnelle et de la statistique descriptive classique.

Mais les nouvelles perspectives offertes, apparemment dithyrambiques sans réserve, créent ou entretiennent la fiction que des données recueillies et traitées sans choix opportun de la méthode et sans hypothèses préalables, vont fournir des informations en clair et des résultats organisés. Trop de chercheurs qui ont d'ailleurs ensuite abandonné cette méthodologie pour cette raison, se sont retrouvés avec des amas de papier de données et des résultats numériques ou graphiques non exploitables. Gâchis économique et intellectuel ! Il me paraît indispensable, plus de vingt ans après mes premières rencontres avec l'analyse de données, de procéder ainsi :

. formuler des hypothèses, sans entrer dans l'illusion qu'elles seront réfutables ou définitivement acquises, mais seulement mises en doute ou confortées ;

. choisir une méthode d'analyse adaptée parmi les deux grandes classes : analyse factorielle et classification automatique ; par exemple, si l'on cherche à mettre en évidence :

* les principaux facteurs discriminants dans une population à travers des variables : une analyse factorielle,

* une partition parmi des variables : les nuées dynamiques,

* une typologie ou une classification : une classification hiérarchique des similarités,

* une implication entre variables ou classes de variables : un graphe implicatif ou une hiérarchie implicative, etc.

. coder et élaborer un tableau de données exhaustif, pertinent, homogène, compatible avec la méthode choisie ;

. connaître la première surface des concepts mathématiques à la base des synthèses (espaces vectoriels euclidiens, algorithmes et critères de classification), connaissance qui contrôle et facilite l'interprétation ;

. interpréter les résultats numériques et graphiques de façon synthétique par un certaine distanciation et savoir étendre ou restreindre les données sur lesquelles un deuxième passage apparaît nécessaire pour confirmer ou critiquer les premières interprétations. Eventuellement, dans ce cas, pratiquer une méthode inférentielle.

Il sera nécessaire, pour le chercheur, de dépasser les évidences de certains résultats, de se servir de cet accord pour crédibiliser les interprétations plus cachées, plus surprenantes qui justifient à elles-seules l'emploi d'une méthode sophistiquée.

4- PRESENTATION BREVE DE DEUX METHODES

4.1- L'Analyse Factorielle des Correspondances

Elle se propose de donner une représentation géométrique, dans un espace de grande dimension en général, d'une distribution conjointe de deux ensembles E (en général des sujets) et V (en général des variables ou des modalités de variables).

Chacun de ces ensembles E et V admet un espace de représentation où les points, affectés d'une pondération égale à leur occurrence, sont les "profils" de l'un sur l'autre, traduisant ainsi les relations, les correspondances entre E et V. Ces espaces sont munis d'une distance euclidienne (dite du χ^2) : nous dirons, par exemple, que 2 sujets sont d'autant plus voisins qu'ils ont eu le même comportement à l'égard des variables et, en particulier, celles qui sont le moins fréquentes, donc les moins triviales.

La méthode analytique consiste alors à extraire, à partir des espaces de représentation, des sous-espaces dont la dimension est réduite, mais tels que le nuage de points E ou V y soit représenté de façon optimale par ses différentes projections. Aux axes de ces sous-espaces correspondent des facteurs discriminants dans les ensembles E et V : le premier est le plus informatif à ce sujet, le second l'est moins, etc. Le didacticien doit alors, par un jeu d'opposition - ressemblance des projections de points, déterminer la signification de ces facteurs. Elle lui servira à analyser puis à interpréter les informations qui sont plus cachées et qui découlent de cette signification. Il s'intéressera aux contributions de certains points à ces facteurs et, entre autres, par exemple, aux positions relatives de sous-groupes de la population étudiée.

Dans sa thèse, A. Robert met, par exemple, en évidence la séparation entre plusieurs modèles (primitif, statique, dynamique) dont disposent les étudiants relativement aux suites et séries, identifie les procédures qui en relèvent et apprécie leur efficacité et leur pertinence.

4.2- L'Analyse Hiérarchique des Similarités selon I.-C. LERMAN

Comme dans toutes les méthodes de classification, on cherche à constituer sur l'ensemble V des variables des partitions de moins en moins fines, construites de façon ascendante en un arbre à l'aide d'un critère de similarité entre variables. Le didacticien s'intéresse à ce type d'analyse qui lui permet d'étudier puis d'interpréter en termes de typologie et de ressemblance (et de dissemblance) décroissante des noyaux de variables, constitués significativement à certains niveaux de l'arbre et s'opposant à d'autres à ces mêmes niveaux.

Le critère de similarité s'exprime de la façon suivante :

2 variables a et b, caractérisant respectivement les parties A et B d'un ensemble E de sujets, se ressemblent d'autant plus que l'effectif des sujets les satisfaisant (A ∩ B) est important eu égard d'une part à ce qu'il aurait été dans le cas d'absence de lien a priori entre a et b et d'autre part, aux cardinaux, de A et B. On mesure cette ressemblance par la probabilité de son invraisemblance.

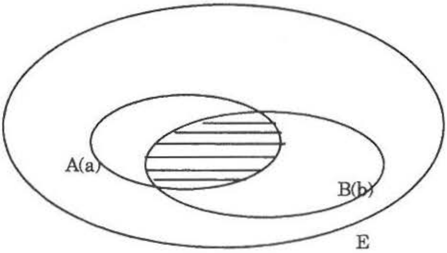


Figure 1

L'indice entre les variables qui lui correspond n'est donc pas biaisé par les effectifs. Il sert ensuite à définir un indice de similarité entre deux classes de variables.

Ainsi, pour construire un arbre de classification, on réunit en une classe au plus bas niveau, tout d'abord, les 2 variables qui se ressemblent le plus à travers cet indice, puis 2 autres variables ou une variable et la classe déjà formée, puis d'autres variables ou des classes de variables.

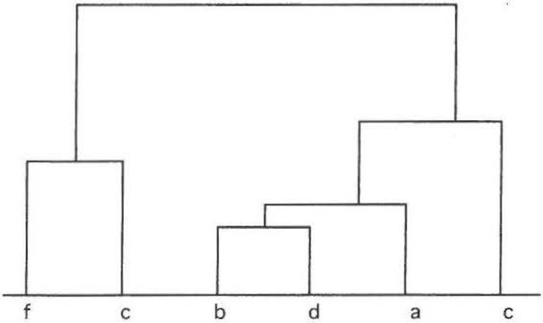


Figure 2

Dans ma propre thèse, ce type d'analyse met en évidence une typologie intéressante de tâches dans la résolution d'exercices portant sur la symétrie centrale, typologie où s'opposent en particulier les traitements dans le cadre géométrique et le cadre algébrique. La contribution de certaines catégories d'élèves à cette typologie présente un grand intérêt puisqu'elle permet de mettre en évidence la relation existant entre des descripteurs d'élèves et leurs comportements vis-à-vis des questins posées.

5- L'ANALYSE IMPLICATIVE

5.1- Implication entre variables

Contrairement aux méthodes citées précédemment, où distance et indice de similarité sont symétriques, la méthode implicative est non symétrique. L'élaboration de cette méthode prend son origine dans une question que je me posais en 1978 au sujet d'une hiérarchie de complexité organisée selon un ordre partiel. La problématique générale qui l'introduit est la suivante, dans le cas où les variables considérées sont binaires (un individu satisfait ou non une variable):

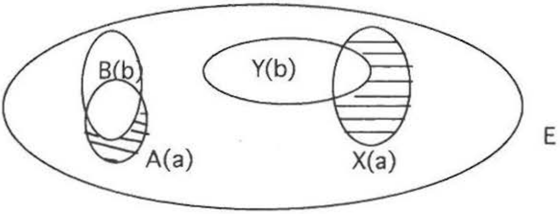


Figure 3

Si A et B sont les sous-populations des sujets ayant respectivement satisfait les variables a et b, dans quelle mesure peut-on dire : "si a alors b", l'implication ne devant pas être connotée a priori de causalité.

Si $A \subset B$, la proposition est vérifiée, mais généralement les cas courants présentent une intersection $A \cap \overline{B}$ non vide, mais qui peut être petite.

L'indice d'implication mesure, d'une façon comparable à la similarité, le degré d'"étonnement" de la petitesse de $A \cap \overline{B}$ eu égard à l'indépendance a priori et aux effectifs observés. Ainsi on dira, par exemple, que X et Y étant 2 parties aléatoires de E de mêmes cardinaux respectifs que A et B, *"a ==> b" est admissible au niveau de confiance ou avec l'intensité implicative 0,95 si et seulement si :* $Prob\ [card\ (X \cap \bar{Y})) < card\ (A \cap \bar{B})] < 0,05$.

En effet, on démontre que, pour une certaine modélisation, la variable aléatoire card $(A \cap \bar{B})$ suit une loi de Poisson de paramètre $\frac{\text{card A. card } \bar{\text{B}}}{\text{n}}$. Si nous centrons et réduisons cette variable aléatoire, la nouvelle variable suit approximativement, pour des effectifs assez grands, une loi normale centrée réduite. Si ces effectifs ne sont pas suffisants pour légitimer l'approximation gaussienne, il suffit de rester dans le modèle poissonnien. Dans la pratique, il suffit donc de déterminer :

$$q\left(a,\bar{b}\right) = \frac{\text{card}\left(\text{A} \cap \bar{\text{B}}\right) - \dfrac{\text{card A. card } \bar{\text{B}}}{\text{n}}}{\sqrt{\dfrac{\text{card A. card } \bar{\text{B}}}{\text{n}}}}$$

et de calculer l'intensité d'implication :

$$\varphi(a,\bar{b}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{q(a,\bar{b})}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \cong \text{Prob}\left[card(X \cap \bar{Y}) \geq card(A \cap \bar{B})\right]$$

Si $\varphi\left(a,\bar{b}\right) \geq 0,95$ l'implication est admise au seuil 0,05.

Cette notion est étendue, depuis les thèses d' A.Larher et de M.Bailleul, à des variables modales et numériques, unifiées en variables fréquentielles, prenant leurs valeurs sur [0,1].

Un graphe implicatif rend compte de l'ordre partiel induit par cette intensité d'implication. Par exemple :

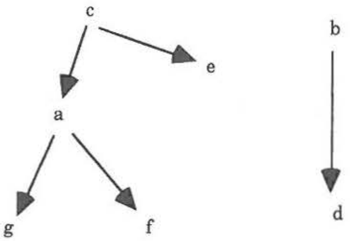


Figure 4

Dans sa thèse, A. Robert explicite un ordre partiel entre des procédures employées par des étudiants dans le traitement d'exercices sur suites et séries, procédures rentrant dans la définition de conceptions ou de modèles plus ou moins fonctionnels. Elle souligne les apports respectifs des méthodes d'analyse qu'elle emploie. H. Londeix met en évidence, à partir d'un test, une hiérarchie de stades selon Piaget et un décalage différentiel du fait des contextes des exercices du test. A.Totohasina montre que deux conceptions limitatives, l'une chronologiste, l'autre causaliste, font obstacle chez les élèves et les étudiants à la compréhension de la notion de probabilité conditionnelle.

5.2- Implication entre classes de variables

Insuffisamment synthétique, l'implication entre variables est conceptuellement prolongeable en une implication entre classes de variables. L'examen d'une telle relation entre deux classes n'ayant véritablement un sens que dans le cas d'une "bonne fermeture" des classes, nous définissons le concept de cohésion d'une classe comme antinomique à celui de "désordre implicatif" (au sens de l'entropie dans la théorie de l'information). De là, l'implication entre deux classes bien "cohésives", i.e. déjà ordonnées en leur sein, traduit la force implicative de l'une sur l'autre.

Précisons. La cohésion d'une classe de deux variables C(a,b) est définie ainsi :

$$\text{posant } \varphi(a,\overline{b}) = p \text{ alors } C(a,b) = [1-[p\log_2 p + (1-p)\log_2(1-p)]^2]^{1/2} \text{ si } p > 0,5$$
$$= 0 \text{ si } p \leq 0,5$$

L'expression $\left[p \log_2 p + (1\text{-}p) \log_2 (1\text{-}p)\right]$ représente l'entropie liée à l'expérience aléatoire $[\mathrm{card}(X \cap \overline{Y}) \geq \mathrm{card}(A \cap \overline{B}))]$. Ainsi, la cohésion implicative s'oppose en quelque sorte au "désordre dû à l'absence de relation implicative de a sur b". Elle est de même dimension que cette entropie.

De là, nous construisons la cohésion d'une classe $\mathbb{A}$ de r variables (a_1, a_2, ..., a_r), ordonnées suivant un algorithme maximisant pas à pas la cohésion de la classe formée, définie comme une moyenne géométrique des cohésions des couples :

$$C(\mathbb{A}) = [\pi c(a_i,a_j)]^{\frac{2}{r(r-1)}} ,$$
$$\text{pour } i \in \{1,2,\ldots,r\text{-}1\},\ j \in \{2,\ldots,r\},\ j>i$$

Finalement, la force implicative d'une classe $\mathbb{A}$ composée des variables (a_1, ..., a_r) sur la classe $\mathbb{B}$ composée des variables (b_1, ..., b_s), ordonnées de la même façon, est donnée par:

$$\psi(\mathbb{A},\mathbb{B}) = \left[\sup_{\substack{i \in \{1, \dots, r\} \\ j \in \{1, \dots, s\}}} \varphi\left(a_i, \overline{b_j}\right)\right]^{rs} \left[C(\mathbb{A})\, C(\mathbb{B})\right]^{1/2}$$

Un algorithme, comparable à celui qu'utilise I.C. LERMAN pour construire une hiérarchie des similarités, permet de mettre en évidence l'agrégation successive de classes de cohésion significative et le sens dans lequel elles s'impliquent. Une sélection des niveaux de la hiérarchie auxquels correspond une classe de variables significative, de même que la détermination de la contribution des sujets à celles-ci sont possibles grâce au travail théorique de H.Ratsimba-Rajohn et de M.Bailleul.

Par exemple, cette notion a permis à A. Larher de rejeter la liaison implicative entre deux classes de procédures erronées dans des exercices où de jeunes élèves, devant compléter des inférences, substituent, respectivement = à // et // à =.

Par contre, l'analyse des hiérarchies des similarités et des implications permet de faire apparaître une genèse de l'inférence à un pas en géométrie :

* deux formes primitives :

. répétition de l'hypothèse dans la conclusion,

. changement des instanciations des variables, accompagné ou non de celui de la relation attendue dans la conclusion ;

* une forme plus évoluée où les relations attendues sont échangées avec des relations voisines, sans symétrie entre ces échanges ;

* une forme presque achevée où la conclusion diffère de l'attendu par la seule écriture (confusion des signifiants seuls) ;

* une forme achevée conduisant à la réussite.

De même, S.Ag Almouloud a montré que deux conceptions synthétisaient les comportements d'élèves en situation de résolution de problèmes de géométrie avec démonstration : conceptions où dominent respectivement une centration sur les hypothèsess, une autre sur la conclusion. M.Bailleul, dans une étude sur les représentations des enseignants relativement à l'enseignement des mathématiques, montre l'homogénéité et la puissance de certaines représentations.

De façon générale, les deux méthodes basées sur la similarité et l'implication nous ont permis, dans des travaux divers, de définir, à partir de classes de comportements, des procédures voire des conceptions stables et consistantes permettant de les repérer, de façon anticipée, dès l'apparition de quelques signes. On verra, en Intelligence Artificielle, l'avantage de partir de conceptions réellement synthétisées en vue d'une modélisation de l'élève à travers une hiérarchie de règles, au lieu de partir d'un hypothétique écart au modèle ou à un sous-modèle de l'expert.

EN CONCLUSION, soulignons deux points qui nous paraissent importants dans l'emploi d'une telle méthodologie d'analyse didactique :

. les méthodes ayant des fondements mathématiques différents, comme nous l'avons vu, conduisent à des résultats qui, certes fréquemment se confortent, mais le plus souvent se complètent ; ceci doit nous encourager à doubler telle méthode par telle autre ;

. l'interprétation ne peut se faire qu'à partir de questions préalablement posées : il n'est ni superflu, ni péjorant de retrouver une information évidente, cette absence de contradiction avec le "connu" ou le "vraisemblable" doit au contraire crédibiliser l'information nouvelle et inattendue.

BIBLIOGRAPHIE

BAILLEUL M. 1994- "Analyse statistique implicative: variables modales et contribution des sujets. Application à la modélisation de l'enseignant dans le système didactique", thèse d'Université. *Université de Rennes 1*, juin 1994.

BAILLEUL M. 1995- L'analyse statistique implicative : variables modales et contribution des sujets. *Actes du colloque "Méthodes d'analyses statistiques multidimensionnelles en didactique des mathématiques". I.U.F.M. de Caen*, janvier 1995

BAILLEUL M. et GRAS R. 1995, L'implication statistique entre variables modales, *Mathématique, Informatique et Sciences Humaines, E.H.E.S.S. Paris*, n°128

BENZECRI J.P. * 1976- L'analyse des données (2 volumes) - *Dunod*
* 1980-La pratique de l'analyse des données (3 volumes) - *Dunod.*

BERTIER P. et BOUROCHE J.M. 1975-Analyse des données multidimensionnelles - *P.U.F.*

BODIN A. 1993- L'évaluation en mathématiques, continuité et perspectives. *Actes de la 45ème rencontre CIAEM Cagliari.* Juillet 1993

ESCOFIER B. et PAGES J. 1993 - Analyses factorielles simples et multiples ; objectifs, méthodes et interprétation. *Dunod.*

FENELON J.P. 1981- Qu'est-ce que l'analyse des données ? - *Leforun* .

FLEURY L. et MASSON Y. 1994- "L'intensité d'implication : indice de mesure de la qualité d'une implication" et " L'intensité d'implication, une mesure probabiliste de l'implication entre la prémisse et la conclusion d'une règle", articles soumis à lecture.

FOUCART T. 1985 - Analyse factorielle. Programmation sur micro-ordinateurs - *Masson.*

GRAS R. * 1979 -Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques -Thèse d'Etat *Université de Rennes I*- octobre 1979

* 1981-L'analyse factorielle des correspondances - *Brochures II, Analyse des données -A.P.M.E.P.*

* 1993- *En deçà et au-delà de la genèse d'un test. Actes de l'Université d'Eté de Statistique de La Rochelle. I.R.E.M. de Rouen.*

* 1995- L'analyse implicative statistique. Introduction. *Actes du colloque "Méthodes d'analyses statistiques multidimensionnelles en didactique des mathématiques." I.U.F.M de Caen*, janvier 1995.

GRAS R. et AG ALMOULOUD S. 1993 - Le temps, analyseur de comportements d'élèves dans l'environnement D.E.F.I.. *Recherches en Didactique des Mathématiques. La Pensée Sauvage. Grenoble.*Vol. 14-1.

GRAS R. et LARHER A., 1992- L'implication statistique, une nouvelle méthode d'analyse de données, *Mathématiques, Informatique et Sciences Humaines*, n° 120.

GRAS R. et RATSIMBA-RAJOHN H. 1995, Analyse non symétrique de données par l'implication statistique. *RAIRO, Recherche Opérationnelle*, Paris

GRAS R., TOTOHASINA A., AG ALMOULOUD S., RATSIMBA-RAJOHN H., BAILLEUL M.1994- La méthode implicative en didactique. Applications. *Actes du Colloque "20 ans de la Didactique des Mathématiques en France", La Pensée Sauvage,* Grenoble, p. 349-363.

GRAS R. et TOTOHASINA A. 1995- Chronologie et causalité, conceptions sources d'obstacles épistémologiques à la notion de probabilité conditionnelle, *Recherches en didactique des mathématiques, La Pensée Sauvage, Grenoble* . Vol.15-1

GRAS R. et TOTOHASINA A. 1995- Conceptions d'élèves sur la notion de probabilité conditionnelle par une méthode d'analyse de données: imlpication-similarité-corrélation, *Educational Studies in Mathematics, n° 274* .

LARHER A. 1991- Implication statistique et applications à l'analyse de démarches de preuve mathématique - Thèse d'Université. *Université de Rennes I* - février 1991.

LEBART L., MORINEAU A., FENELON J.P. 1979- Traitement des données statistiques - *Dunod*

LERMAN I.C. 1981 - Classification et analyse ordinale des données - *Dunod*

LERMAN I.C., GRAS R., ROSTAM H. 1981- Elaboration et évaluation d'un indice d'implication pour des variables binaires - *Mathématiques et Sciences Humaines n°74 et 75* .

MASSON Y, FLEURY L., GRAS R. 1995- Modélisation de l'apprentissage de connaissances par l'implication statistique. *Actes du colloque "Méthodes d'analyses statistiques multi-dimensionnelles en didactique des mathématiques." I.U.F.M. de Caen,* janvier 1995.

PAGES J. et ESCOFIER B. 1995- Introduction à l'analyse en composantes principales à partir de l'étude d'un tableau de notes. *Actes du colloque "Méthodes d'analyses statistiques multi-dimensionnelles en didactique des mathématiques." I.U.F.M. de Caen,* janvier 1995.

RATSIMBA-RAJOHN H. 1992 - Contribution à l'étude de la hiérarchie implicative, application à l'analyse de la gestion didactique des phénomènes d'ostension et de contradictions, Thèse d'Université. *Université de Rennes 1*, décembre 1992.

SAPORTA G. 1978- Théorie et méthodes de la statistique - *Technip.*

TOTOHASINA A. 1992 - Méthode impicative en analyse de données et application à l'analyse de conceptions d'étudiants sur la notion de probabilité conditionnelle, Thèse d'Université. *Université de Rennes 1*, novembre 1992.

POURQUOI ET COMMENT S'INTERESSER AUX REPRESENTATIONS DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES CHEZ LES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES?

Marc Bailleul IUFM de Basse Normandie. Caen

Plan de l'exposé

I. L'évaluation diagnostique en formation d'enseignants

1) Un constat

2) Les différents types de savoirs en jeu en formation d'enseignants

3) La problématique de travail

II. Méthodologie

1) Le recueil de données

2) Les hypothèses

3) Quels outils mathématiques pour tester ces hypothèses ?

III. Des "résultats"

1) Un exemple de "structure de représentation"

2) Les quatre points de vue, en lycée

3) Des enseignants derrière les réseaux organisés de variables

IV. Conclusion

Retour sur la formation

I. L'évaluation diagnostique en formation d'enseignants

1)Un constat

Le constat que nous faisons est, somme toute, tout à fait banal : nous sommes différents les uns des autres, enseignants de mathématiques y compris. Mais soyons plus précis : c'est non seulement en tant que personnes que nous sommes différents mais aussi en tant même qu'enseignants de la discipline mathématique.

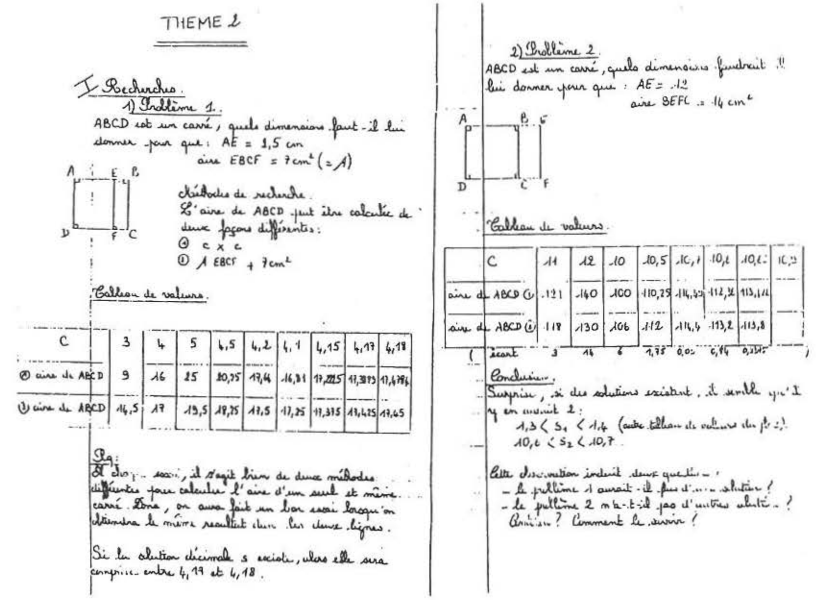
Regardons deux extraits d'entretiens que nous avons menés avec des professeurs de mathématiques de lycée. Voici les réponses de chacun d'eux à la question : "*Comment concevez-vous votre enseignement des mathématiques ?*"

E_1 : "J'ai consacré le début de mon année, mais une bonne moitié de l'année, d'abord à essayer d'**installer entre mes élèves et moi un contrat didactique alternatif**, c'est-à-dire sur l'idée que on commence par se colleter à la **recherche dans des situations problèmes** le lundi matin, le lundi après midi en travaux dirigés en particulier, que on **exploite collectivement** le résultat de ces recherches le mardi pendant l'heure et demie de cours sous la forme d'un **débat scientifique** alimenté par les contributions des élèves, l'occasion de **quelques synthèses prof** et naturellement, une fois que les concepts sont installés, on les apprend, on les met en application dans des petits exercices et surtout dans des problèmes un peu plus costauds et voilà et les modules sont faits pour retravailler sur des prérequis qui ne sont pas installés chez un certain nombre et ça fait d'ailleurs dans la semaine très peu de temps à consacrer à la transmission entre guillemets des connaissances et des concepts. [...] J'ai consacré un temps assez important à **travailler sur le sens de la démonstration** et sur la façon dont ça se construit, la règle du jeu mathématique dans ce domaine là en quelque sorte."

E_2 : "Comment je le conçois ? J'essaie de le concevoir pour essayer de leur montrer **quand même** cette **rigueur mathématique**, j'en fais moins, c'est sûr qu'au début, d'ailleurs, le public ayant changé, et puis je crois que, si on se base par rapport au niveau que j'ai eu, bon, ben, là, **les mathématiques sont assez faciles à enseigner dans le sens qu'on a déjà les annales**, les annales ça nous donne quand même une bonne directive pour guider les élèves vers certains raisonnements à suivre. Quand on termine une terminale, bon, qu'est ce qu'on fait des mathématiques, on n'y pense plus trop en fait, on bachotte au maximum, bon les annales, en effet, on a d'ailleurs la préoccupation du bac pendant toute l'année. Il y a quand même maintenant une approche, **on essaie d'approcher les maths d'une façon quand même beaucoup plus concrète qu'avant**, ça c'est sûr. Dans les livres, d'ailleurs, il y a beaucoup de travaux pratiques, **il y a même des activités préparatoires** qui sont à faire, alors c'est sûr que ça rentre peut-être un petit moins d'une façon abrupte qu'avant.[...] Je leur faisais pour leur faire voir quand même ce que c'était qu'une démonstration et puis les autres choses, je leur disais, bon, on va peut-être se contenter du résultat. On le voyait sur des exemples, on voyait que ça marchait donc je leur disais : peut-être maintenant **vous allez pouvoir me faire confiance** et admettre cette formule ou ce raisonnement. Mais j'essaie de ne pas donner de grosses doses de démonstrations à des élèves qui ne sont pas destinés vers les mathématiques. Je crois que, à ce niveau là, j'en fais effectivement moins qu'à une certaine époque."

C'est nous qui soulignons dans ces textes. Il est clair que l'enseignement des mathématiques, pour ces deux enseignants, n'a pas les mêmes enjeux et n'est pas basé sur le même rapport professeur-élève-savoir. Ce pourrait être un trait de surface. Observons, à la page suivante, deux extraits de cahiers d'élèves de ces enseignants.

Extrait du cahier d'un élève de seconde de l'enseignant E_1.



THEME 2

I Recherches.

1) Problème 1.

ABCD est un carré, quels dimensions faut-il lui donner pour que : AE = 1,5 cm
aire EBCF = 7 cm² (= A)

Méthodes de recherche.
L'aire de ABCD peut être calculée de deux façons différentes :
② c × c
① A EBCF + 7 cm²

Tableau de valeurs.

C	3	4	5	4,5	4,2	4,1	4,15	4,17	4,18
② aire de ABCD	9	16	25	20,25	17,64	16,81	17,2225	17,3889	17,4724
① aire de ABCD	14,5	17	19,5	18,25	17,5	17,25	17,375	17,425	17,45

Rq :
Il [illegible] essai, il s'agit bien de deux méthodes différentes pour calculer l'aire d'un seul et même carré. Donc, on aura fait un bon essai lorsqu'on obtiendra le même résultat dans les deux lignes.

Si la solution décimale existe, alors elle sera comprise entre 4,17 et 4,18.

2) Problème 2.

ABCD est un carré, quels dimensions faudrait-il lui donner pour que : AE = 12
aire BEFC = 14 cm²

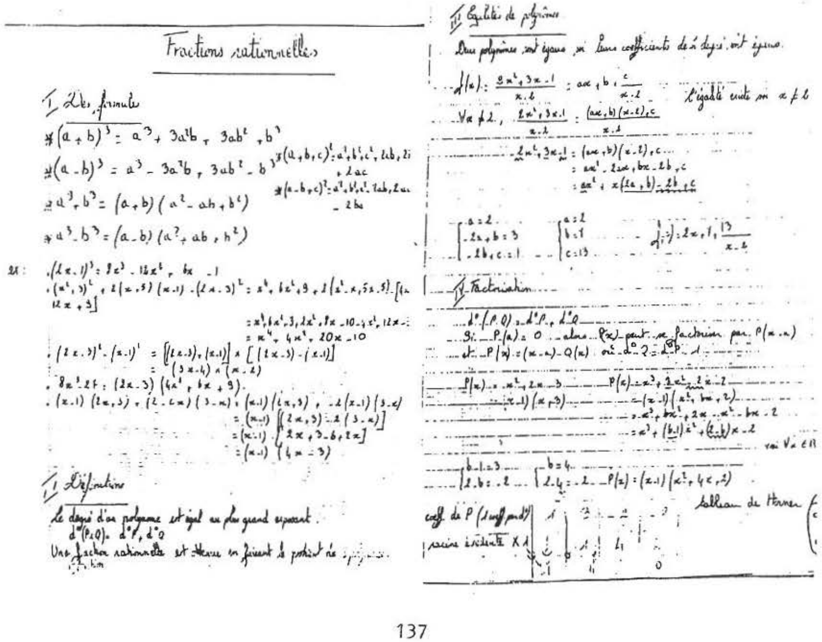
Tableau de valeurs.

C	11	12	10	10,5	10,7	10,6	10,65	10,[illegible]
aire de ABCD ①	121	140	100	110,25	114,49	112,36	113,42	
aire de ABCD ②	118	130	106	112	114,4	113,2	113,8	
écart	3	10	6	1,75	0,09	0,84	0,3775	

Conclusion.
Surprise, si des solutions existent, il semble qu'il y en aurait 2 :
$1,3 < S_1 < 1,4$ (autre tableau de valeurs du [illegible])
$10,6 < S_2 < 10,7$

Cette observation induit deux questions :
– le problème 1 aurait-il plus d'une solution ?
– le problème 2 n'a-t-il pas d'autres solutions ?
Pourquoi ? Comment le savoir ?

Extrait du cahier d'un élève de première de l'enseignant E_2.



Fractions rationnelles

I Les formules

* $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
* $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
* $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$
* $(a-b+c)^2 = a^2+b^2+c^2-2ab+2ac-2bc$
* $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$
* $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

Ex :
. $(2x-1)^3 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$
. $(x^2+3)^2 + 2(x+5)(x-1) - (2x-3)^2 = x^4+6x^2+9+2(x^2-x+5x-5)-[4x^2-12x+9]$
$= x^4+6x^2+9+2x^2+8x-10-4x^2+12x-9$
$= x^4+4x^2+20x-10$
. $(2x-3)^2-(x-1)^2 = [(2x-3)+(x-1)]\times[(2x-3)-(x-1)]$
$= (3x-4)\times(x-2)$
. $8x^3-27 = (2x-3)(4x^2+6x+9)$.
. $(x-1)(2x+3)+(2-2x)(3-x) = (x-1)(2x+3) - 2(x-1)(3-x)$
$= (x-1)[(2x+3)-2(3-x)]$
$= (x-1)[2x+3-6+2x]$
$= (x-1)(4x-3)$

II Définition

Le degré d'un polynome est égal au plus grand exposant.
d°(P×Q) = d°P + d°Q
Une fraction rationnelle est obtenue en faisant le quotient de 2 polynômes.

III Égalité de polynômes

Deux polynômes sont égaux si leurs coefficients de même degré sont égaux.

$f(x) = \frac{2x^2+3x-1}{x-2} = ax+b+\frac{c}{x-2}$ L'égalité existe si $x \neq 2$

$\forall x \neq 2,\ \frac{2x^2+3x-1}{x-2} = \frac{(ax+b)(x-2)+c}{x-2}$

$2x^2+3x-1 = (ax+b)(x-2)+c$
$= ax^2-2ax+bx-2b+c$
$= ax^2+x(-2a+b)-2b+c$

$\begin{cases} a=2 \\ -2a+b=3 \\ -2b+c=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} a=2 \\ b=7 \\ c=13 \end{cases}$ $f(x) = 2x+7+\frac{13}{x-2}$

IV Factorisation

d°(P.Q) = d°P + d°Q
Si P(α) = 0 alors P(x) peut se factoriser par (x-α)
et P(x) = (x-α)·Q(x) où d°Q = d°P - 1

$P(x) = x^2+2x-3$ $P(x) = x^3+3x^2-2x-2$
$= (x-1)(x+3)$ $= (x-1)(x^2+bx+2)$
$= x^3+bx^2+2x-x^2-bx-2$
$= x^3+(b-1)x^2+(2-b)x-2$
vrai $\forall x \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} b-1=3 \\ 2-b=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} b=4 \\ 2-4=-2 \end{cases}$ $P(x) = (x-1)(x^2+4x+2)$

tableau de Horner

coeff. de P (1 coeff. prod.)	1	3	-2	-2
racine évidente × 1		1	4	2
	1	4	2	0

Risquons-nous à quelques commentaires sur ces deux cahiers.

E_1 : Deux **problèmes** sont posés et sont de réels problèmes pour les élèves de seconde qui ne disposent pas encore des moyens de résolution des équations du second degré. Des **conjectures** sont émises : si une solution existe, alors ... , il semble que ..., le problème 2 n'a-t-il pas d'autres solutions ? combien ? comment le savoir ? Ces interrogations sont le signe d'une situation **ouverte**. L'intention du professeur et des élèves est bien évidemment de **résoudre** ces problèmes. Des méthodes sont envisagées, des tableaux sont dressés : on sent une réelle volonté de **structurer** l'investigation. Des **savoirs** sont mobilisés (calcul d'aires) et d'autres apparaissent comme enjeux (fonction, point représentatif). Compte tenu de ce que E_1 a dit de sa façon de travailler on peut supposer que ce travail a été mené en groupe donc fortement **socialisé** . Il s'agit bien là de construire une **démarche**, au sens d'attitude, chez les élèves vis-à-vis d'une question mathématique.

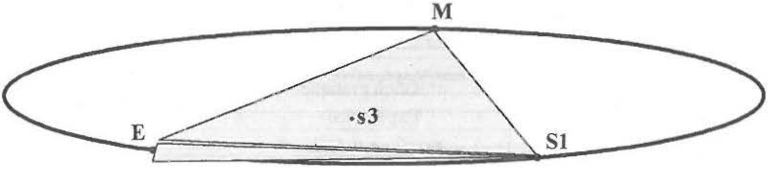
E_2 **expose un savoir théorique**, l'**applique** instantanément, et ainsi de suite. S'il est fait appel à une certaine forme de raisonnement, c'est seulement à la cinquième page de la leçon sur les fractions rationnelles pour résoudre une inéquation, la trace restant sur le cahier étant plutôt celle de **mécanismes** que l'on applique que celle d'une question, la recherche des solutions d'une inéquation, à laquelle on cherche une ou des réponses. La construction chez les élèves de la capacité de raisonner, de se poser des questions, d'imaginer est du strict ressort de l'individu mais ne fait pas l'objet d'une quelconque remarque sur le cahier.

Même si les cahiers de ces élèves ne relèvent pas du même niveau dans le cursus scolaire, il semble indéniable que des traces des différences entre professeurs passent dans les cahiers d'élèves.

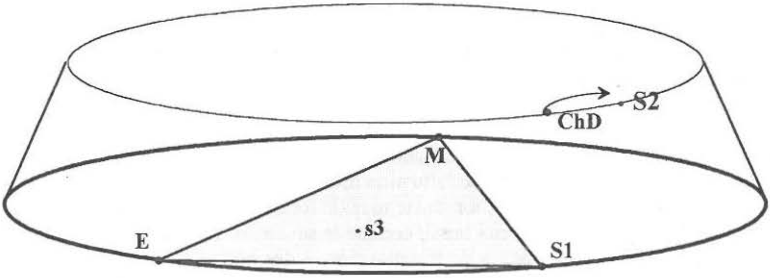
2) Les différents types de savoirs mis en jeu en formation d'enseignants

Comme plusieurs autres auteurs actuellement [ABBOUD-BLANCHARD, 1994 ; HOUDEMENT, 1995 ; KUZNIAK, 1994], nous considérons le système de formation des enseignants comme un système didactique. Dans cette optique, il est légitime de se poser la question des savoirs qui sont en jeu dans ce système. A la différence de la situation didactique "de base", celle de la classe, dans lequel, du point de vue de l'élève, c'est un savoir d'une seule catégorie qui est l'enjeu de la situation, le savoir mathématique enseigné, en formation d'enseignants, et plus particulièrement en formation continue de type professionnelle, ce n'est pas ce savoir qui est l'enjeu de la réflexion mais le "savoir enseigner".

Essayons de modéliser la situation didactique de formation. On peut considérer comme point de départ le fameux "triangle didactique". Dans une classe, structure d'enseignement la plus communément répandue, le pôle "élève" est déjà une superposition de n élèves singuliers (n variant environ de 15 à 40 en fonction du niveau dans le cursus scolaire), le triangle, du côté de ce pôle a donc une certaine "épaisseur". Dans ce triangle, le plus près possible du centre de gravité (situation idéale), nous avons placé un "savoir" s3 (voir dessin ci-dessous). Je désigne ainsi le *"savoir en usage"* (MALGLAIVE, 1990) ou *"savoir d'expérience"* (PORTUGAIS, 1992) que l'enseignant met en oeuvre pour assurer, du mieux qu'il le peut n'en doutons pas, sa fonction sociale, au moins telle qu'il la perçoit. Ce savoir s3 existe : des maîtres auxiliaires sans aucune formation spécifique "survivent" dans des classes, nombre d'entre nous ont débuté "sur le tas" ; mais ce savoir reste implicite, non dit. Il est, de plus, lié au savoir disciplinaire en jeu que nous désignons dans le schéma par S1. Nous avons plongé le triangle didactique dans un disque qui peut représenter tout son environnement : établissement, programmes, contraintes matérielles, ...



Le chercheur en didactique (ChD) va s'intéresser, avec différents angles d'attaque, différentes méthodologies d'investigation, à ce qui se joue dans cet espace où il y a enjeu de formation pour un des partenaires, l'élève. Un chercheur pourrait, par exemple, s'intéresser plus spécifiquement à identifier, le mieux possible, la position du point s3 en fonction des maîtres et/ou des savoirs S1 en jeu ou essayer de repérer quels types d'influences peuvent avoir sur la situation didactique des éléments du disque extérieurs au triangle.



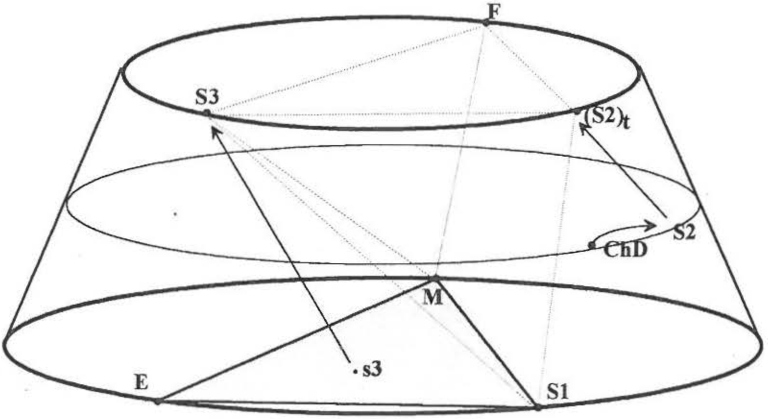
Dans l'environnement de la recherche, le chercheur ChD va produire des savoirs didactiques S2, mais ces savoirs auxquels il a, là encore n'en doutons pas, assigné une fonction sociale (pour faire bref et éventuellement caricatural, l'amélioration de la diffusion des savoirs mathématiques), ne peuvent être exploités à cette fin directement dans l'espace du premier schéma ci-dessus. Ils devront généralement transiter par la formation, il s'agit ici de celle des enseignants, initiale ou continue. On est donc amené à considérer ce qu'on appelle communément la situation de formation.

L'objectif, clairement affiché par l'institution, de la formation des enseignants, qu'elle soit initiale ou continue, est de contribuer à la professionnalisation de ces derniers. M. ALTET (1994) nous propose une mise en parallèle des modèles d'enseignement, de formation et de production de savoirs reproduite ci-dessous.

Modèle d'enseignement	*Modèle de formation*	*Modèle de production de savoirs*
Art, charisme, don ***le mage***	Pas possible ***théorie***	Pas nécessaire
Métier technique, Artisanat ***le technicien***	Apprentissage, savoir-faire par imitation pratique Expérience ***pratique-théorie***	Recherche-action, recherche expériencielle
Science appliquée Ingénierie Technologie ***l'ingénieur***	Acquisition et application de savoirs ***théorie-pratique***	Recherche déductive
Pratique réfléchie ***le professionnel***	Analyse Réflexion en action Résolution de problèmes ***pratique-théorie-pratique***	Recherche inductivo-déductive

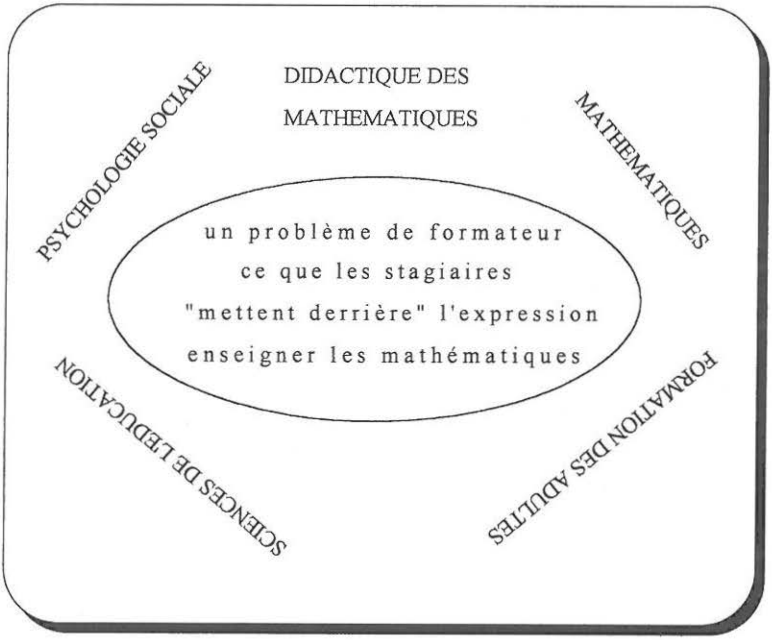
Si on adhère à la démarche de professionnalisation des enseignants, il convient alors, en formation, de contribuer à transformer le savoir d'expérience s3 en un Savoir-Expérience S3 formalisé, voire théorisé (cf. la dernière ligne du tableau ci-dessus).

Si nous faisons d'autre part l'hypothèse que se joue dans cette situation l'apprentissage de certains savoirs de type S2, nous nous autorisons à compléter l'expression "situation de formation" et à l'identifier en termes de "situation didactique de formation". Une question se pose alors : dans le cadre d'une situation didactique de formation, les savoirs S2 produits par le chercheur ChD ne sont-ils pas, eux aussi, comme le savoir S1 dans la situation didactique "de base", soumis à des phénomènes de transposition, à des contraintes épistémologiques ? C'est pourquoi nous les désignerons, lorsqu'ils sont mobilisés en formation d'enseignants, dans le schéma suivant, par le symbole $(S2)_t$.



3) Problématique du travail

Nous l'avons vu plus haut : les enseignants sont différents. En formation, c'est prioritairement un savoir de type S3 qui est visé, concernant l'enseignement des mathématiques. Notre objet de questionnement a donc été l'investigation de ce que des enseignants de mathématiques "mettent derrière" l'expression "enseigner les mathématiques". Ce type d'interrogation est à l'intersection de plusieurs champs théoriques. Le dessin ci-dessous permet de saisir cette approche multiple. Dans le cadre de cette université d'été, nous nous attacherons plus particulièrement au regard croisé psychologie sociale-didactique des mathématiques.



MOSCOVICI, cité par ABRIC (1988), définit la représentation comme *"le produit et le processus d'une activité mentale par laquelle un individu ou un groupe reconstitue le réel auquel il est confronté, et lui attribue une signification spécifique"* pendant que JODELET parle de *"modalité de pensée, sous son aspect constituant - les processus - et constitué - les produits ou contenus."* D. JODELET précise ensuite que *"la représentation remplit certaines fonctions dans le maintien de l'identité sociale et de l'équilibre socio-cognitif qui s'y trouve lié"*. ABRIC reprend en écho : *"La représentation est donc un reflet non pas de l'objet lui-même mais des relations complexes, réelles ou imaginaires, objectives ou symboliques, que le sujet entretient avec cet objet. Ces relations font de la représentation un système symbolique organisé et structuré dont la fonction essentielle est l'appréhension et le contrôle du monde par le sujet, en lui permettant de le comprendre et de l'interpréter. Par là, la représentation permet l'adaptation du sujet et elle sera un élément essentiel pour guider* *ses comportements."* Ces deux citations permettent d'insister sur la caractère agissant des représentations sociales.

Nous avons pour notre part cherché à identifier ce système organisé et structuré dont parle ABRIC, pour ce qui concerne l'enseignement des mathématiques.

II. Méthodologie

1) Le recueil des données

Nous inspirant de la technique du Q-sort dans laquelle il est demandé aux questionnés de hiérarchiser une série de propositions sous forme de phrases et qui, pour le cas qui nous intéresse ici, à savoir l'enseignement des mathématiques, commenceraient par "Enseigner les mathématiques, c'est ...", nous nous sommes essayé à la compléter de la façon la plus brève possible, conscient que cette concision pouvait faire perdre de la richesse du point de vue du sens mais que cette richesse pourrait se retrouver sous une autre forme à travers le choix multiple et l'ordre qui étaient demandés.

"Enseigner les mathématiques, c'est difficile."
"Enseigner les mathématiques, c'est démontrer."
"Enseigner les mathématiques, c'est un plaisir."

Mais on peut aussi dire "Enseigner les mathématiques, c'est sélectionner", "Enseigner les mathématiques, c'est corriger beaucoup de devoirs", etc... Il est donc important à ce niveau de bien préciser ce que nous avons appelé plus haut l'angle sous lequel nous voulions regarder l'enseignement des mathématiques. Dans la problématique qui est la nôtre, celle de l'élaboration d'outils et de savoirs contribuant, modestement, à une plus grande efficacité de la formation, c'est vers les **"gestes professionnels"** (CHEVALLARD, 1991) que nous avons orienté notre investigation : ceux que fait l'enseignant et ceux qu'il fait faire aux élèves, en particulier ceux qui dépendent de la nature du **rapport au savoir** (CHEVALLARD, 1989) qu'entretiennent le professeur et les élèves.

Nous avons donc choisi des mots qui, à notre avis, permettaient de caractériser ces gestes professionnels et ce rapport au savoir. Ils ont été inspirés par des lectures de **propos de mathématiciens** (NIMIER, 1989), notre **expérience de formateur** et les échanges à l'occasion de stages, notre **expérience d'enseignant** et les "conversations de salles des profs" à travers lesquelles les professeurs échangent à propos de ce qu'ils font faire aux élèves, même s'ils ne se dévoilent pas souvent quant à ce qui fonde leurs choix pédagogiques.

Nous avons choisi des mots de natures grammaticales différentes pour pouvoir donner l'occasion aux personnes qui rempliraient le questionnaire d'émettre des **jugements** (adjectifs) et de caractériser leurs visions de l'enseignement en termes d'**actions** (verbes) ou de **références "emblématiques"** (substantifs). Le corpus de ces mots apparaît dans le tableau ci-dessous.

théorique		faire		rigueur	
symbolique		parler		démonstration	
concret		écrire		conjecture	
motivant		raisonner		science	
lassant		structurer		savoirs	
socialisé		savoir		jeu	
individuel		imaginer		plaisir	
difficile		douter		problème	
utile		appliquer		démarche	
ouvert		résoudre		formation	

Mais porter un regard sur l'enseignement des mathématiques dépend du point de vue que l'on adopte, c'est pourquoi il a été proposé aux enseignants auxquels ce questionnaire a été envoyé de positionner leurs choix dans quatre tableaux identiques à celui qui se trouve ci-dessus en considérant les quatre titres suivants :
votre propre enseignement des mathématiques,
votre idéal de l'enseignement des mathématiques,
l'enseignement des mathématiques tel que vous le perçoivez autour de vous,
l'enseignement des mathématiques tel que vous pensez que l'Institution l'attend de vous.

La consigne qui accompagnait ces tableaux était la suivante : *"Pour caractériser l'enseignement des mathématiques en se plaçant dans chacun des quatre points de vue proposés, choisissez, pour chacun des quatre tableaux, trois mots exactement par colonne que vous ordonnez de 1 (celui auquel vous accordez la plus grande importance) à 3."*

La population concernée

Cette méthodologie a fait l'objet d'une pré-expérimentation dans un stage au cours de l'année scolaire 1991-1992 et les résultats se sont avérés suffisamment intéressants pour qu'on envisage d'étendre le nombre d'enseignants "enquêtés". A la rentrée scolaire 1992, deux cents questionnaires ont été envoyés à des collègues de l'académie de CAEN, moitié en collège, moitié en lycée (les lycées concernés étaient des lycées "classiques" ou "techniques", les lycées professionnels n'ont pas été contactés), en respectant les proportions entre les différents grades. Près de cent questionnaires exploitables ont été retournés.

2) Les hypothèses

"Les mots diversement rangés font un divers sens ; les sens diversement rangés font différents effets" (PASCAL, 1969). Nous faisons nôtre ce jugement de PASCAL au sujet de la langue et de l'emploi des mots, pour énoncer la première hypothèse sur laquelle a été

fondée ce travail : **c'est à travers la concomittance des choix de mots et de leurs ordonnancements que se révèlera le sens de ces choix.**

L'objectif du travail que nous nous sommes proposé, à partir de ces choix ordonnés de mots, est de mettre en évidence des réseaux de mots, construits sur la réponse à la question suivante : dans quelle mesure le choix de tel mot va-t-il "entraîner statistiquement" le choix de tel ou tel autre mot ? Il nous appartenait alors, en tant que chercheur analysant ces données, d'essayer de débusquer le sens derrière les réseaux et d'en proposer des interprétations.

La deuxième hypothèse concerne le lieu d'énonciation des choix : **les réseaux de mots qui seront mis en évidence, et par là même les sens sous-jacents, seront différents selon que les enseignants concernés enseignent en collège ou en lycée.**

Une troisième hypothèse a guidé une autre partie de notre travail : **les contributions des personnes à la constitution de tel ou tel réseau sont fonction de diverses variables : grade, sexe par exemple.**

3) Quels outils mathématiques pour tester ces hypothèses ?

Notre objectif étant prioritairement la mise en évidence de réseaux hiérarchisés, il nous a semblé naturel de nous orienter vers la recherche d'un outil dissymétrique, dans l'optique d'une visualisation sous forme de graphe. L'analyse statistique implicative de R. GRAS nous a semblé un outil tout à fait adapté à cet objectif. Nous l'avons, pour les besoins de cette recherche, adaptée à la forme ordinale de nos variables.

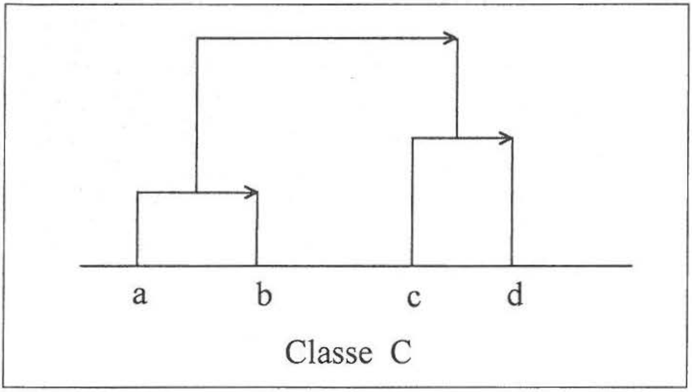
Nous allons devoir ici faire un détour assez important par les mathématiques, dans la lignée de l'exposé de Régis GRAS. Travailler sur les variables permet de faire apparaître ce que nous appelerons des "phénomènes implicatifs" : classes implicatives dans un arbre ou sous-graphes dans le graphe implicatif. Nous présenterons dans le paragraphe suivant un exemple de travail sur les variables qui permet d'apporter des éléments de réponse aux deux premières hypothèses, mais on voit qu'une réponse à la troisième nécessite l'élaboration d'une notion nouvelle qui rendrait compte de la "responsabilité" des individus dans l'apparition des phénomènes implicatifs : la contribution des individus. Il faut signaler que c'est en 1992 que cette préoccupation est apparue simultanément dans deux recherches, celle qui est évoquée ici, mettant en jeu des variables ordinales, facilement tranformables en variables modales, c'est-à-dire prenant leurs valeurs entre 0 et 1, et celle de H. RATSIMBA-RAJOHN, pour des variables binaires.

Nous allons construire notre développement sur un exemple de classe implicative. On peut facilement transférer la démarche aux chemins d'un graphe implicatif. Considérons une classe implicative simple C représentée à la page suivante.

On appellera **implications génériques** de cette classe les implications $a \to b$, $c \to d$ et $e \to f$ où e et f sont telles que $\varphi(e,f) = \max_{i \in \{a,b\}, j \in \{c,d\}} \varphi(i,j)$.

Remarque : ci-dessus et dans la suite de ce texte, on remplace la notation $\varphi(a,\bar{b})$ par $\varphi(a,b)$ pour alléger.

On supposera ici que $e = a$ et $f = d$.



On appellera **vecteur puissance implicative de la classe C** le vecteur de R^3 dont les composantes sont les coefficients d'implication des implications génériques.
Si on suppose ici par exemple que : $\varphi(a, b) = 0.95$, $\varphi(c, d) = 0.90$ et que $\varphi(a, d) = 0.85$,

on aura : $$\overrightarrow{V_C}\begin{pmatrix} 0.95 \\ 0.90 \\ 0.85 \end{pmatrix}$$

Considérons maintenant six individus dont les comportements de réponse aux variables a, b, c et d sont reportés dans le tableau ci-dessous (quatre possiblités de choix).

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$a \rightarrow b$	(0.33 ; 0.66)	(1 ; 1)	(0 ; 0)	(0.66 ; 0)	(1 ; 0)	(0 ; 0)
$c \rightarrow d$	(0 ; 1)	(1 ; 1)	(0.33 ; 0.33)	(0.33 ; 0)	(1 ; 0.33)	(0 ; 0)
$a \rightarrow d$	(0.33 ; 1)	(1 ; 1)	(0 ; 0.33)	(0.66 ; 0)	(1 ; 0.33)	(0 ; 0)

A la simple lecture de ce tableau, on voit que les trois individus x_1, x_2 et x_3 ont, globalement, le même comportement de réponse aux trois implications : ils attribuent à la première variable une valeur inférieure ou égale à celle qu'ils attribuent à la seconde. x_4 et x_5 ont le comportement inverse alors que x_6 ne manifeste aucun intérêt pour ces variables.

Nous allons construire la notion de "respect d'une quasi-implication $a \rightarrow b$" en étendant la table de vérité de l'implication logique dans laquelle le seul cas de non-implication est celui dans lequel la valeur attribuée à a (1) est supérieure à celle attribuée à b (0). On pourrait donc dire dans l'exemple ci-dessus que les individus x_1, x_2 et x_3, voire x_6, respectent les implications génériques de la classe C alors que x_4 et x_5 ne les respectent pas. Cette approche ne nous satisfait pas tant il est évident que le choix de l'individu x_2 est différent de celui de x_6 ou de celui de x_3. Nous avons alors chercher à apprécier le **degré d'adhésion d'un individu à une implication**.

La première étape de ce travail a été d'ordonner l'ensemble des couples de réponses possibles. Reprenons l'exemple, dans lequel les valeurs attribuées aux variables peuvent prendre quatre valeurs comprises entre 0 et 1 : 0, 0.33, 0.66 et 1. Intuitivement, nous proposons l'algorithme suivant pour ordonner l'ensemble des couples de réponses. Il est clair que, pour intuitif qu'il soit, l'ordre induit par cet algorithme est arbitraire, donc potentiellement modifiable.

	a	b		
l'individu qui	1	0	écart	
attribue ces valeurs	1	0,33	écart = 2/3	**pour chaque valeur**
au couple (a,b)	0,66	0	"	**de l'écart,**
contredit	1	0,66	écart = 1/3	**on fait décroître a**
l'implication	0,66	0,33	"	de 1 à la valeur de cet écart.
a --→ b	0,33	0	"	
	0	0	valeur de a = 0	
	0	0,33	"	**pour chaque valeur de a,**
l'individu qui	0	0,66	"	
attribue ces valeurs	0	1	"	
au couple (a,b)	0,33	0,33	valeur de a $=\frac{1}{3}$	**on fait croître l'écart**
adhère	0,33	0,66	"	
à l'implication	0,33	1	"	
a --→ b	0,66	0,66	valeur de a $=\frac{2}{3}$	entre a et b
	0,66	1	"	
	1	1	valeur de a = 1	

Au couple (1;0), on attribuera le rang 1, à (1;0,33) le rang 2, ... , jusqu'au couple (1;1) auquel on attribuera le rang 16. L'intuition, qui suit une logique "naturelle", décrite en langage naturel dans la colonne de droite de ce tableau, ordonnant les couples de celui qui contredit le plus l'implication à celui qui est révélateur de la plus grande adhésion, suit-elle aussi une certaine logique mathématique ? En d'autres termes, peut-on "algorithmiser" cette "logique naturelle" ?

Si on appelle n le nombre de valeurs qu'il est possible d'attribuer aux variables (dans l'exemple, $n = 4$) et si on suppose l'intervalle [0,1] segmenté en intervalles de même longueur par les nombres de l'ensemble Val = $\left\{\frac{0}{n-1};\frac{1}{n-1};\frac{2}{n-1};\dots;\frac{n-2}{n-1};\frac{n-1}{n-1}\right\}$, alors l'algorithme d'ordonnancement des couples de réponses, dans le cas général est donné par les formules ci-dessous.

- Les couples (a, b) vérifiant :

$$a = \frac{n-i}{n-1} \; ; \; b = \frac{i-j}{n-1} \; .$$

où i est un entier naturel variant de 1 à n-1,

j étant un entier naturel variant de 1 à i,

contredisent l'implication $a \rightarrow b$.

- Le rang du couple $\left(\frac{n-i}{n-1}; \frac{i-j}{n-1}\right)$ est $(\sum_{k=1}^{i-1} k) + j$ c'est-à-dire $\frac{i(i-1)}{2} + j$.

- Les couples (a, b) vérifiant :

$$a = \frac{n-i}{n-1} \; ; \; b = \frac{n-i+j}{n-1} \; .$$

où i est un entier décroissant de n à 1 avec un pas de (-1),

j étant un entier variant de 0 à i-1,

adhèrent à l'implication $a \rightarrow b$.

- Le rang du couple $\left(\frac{n-i}{n-1}; \frac{n-i+j}{n-1}\right)$ est $\underbrace{\left(\sum_{k=1}^{n-1} k\right) + (\sum_{k=1}^{n} k)} - (\sum_{k=1}^{i} k) + j + 1$

c'est-à-dire $n^2 \quad -\frac{i(i+1)}{2} + j + 1$

Remarque 1:

le nombre de cas de contradiction de l'implication $a \rightarrow b$ est $\sum_{k=1}^{n-1} k \;\; (= \frac{n(n-1)}{2})$

le nombre de cas d'adhésion à l'implication $a \rightarrow b$ est $\sum_{k=1}^{n} k \;\; (= \frac{n(n+1)}{2})$

Remarque 2 :

Le cas des variables binaires n'est qu'un cas particulier de ce cas général. Vérifions-le.

i = 1 ; j = 1	(a, b) = (1, 0)	rang 1	contradiction de $a \rightarrow b$
i = 2 ; j = 0	(a, b) = (0, 0)	rang 2	position neutre
i = 2 ; j = 1	(a, b) = (0, 1)	rang 3	adhésion à $a \rightarrow b$
i = 1 ; j = 0	(a, b) = (1, 1)	rang 4	adhésion maximale

Nous allons maintenant donner la définition de ce que nous appelons le **degré d'adhésion d'un individu à une implication** $a \to b$, noté $\deg_{a,b}(x)$:

$$\deg_{a,b}(x) = \frac{rg(\psi_a(x), \psi_b(x)) - 1}{n^2 - 1}\,\varphi(a, b)$$

où $rg(\psi_a(x), \psi_b(x))$ est le rang, donné par l'algorithme ci-dessus, du couple $(\psi_a(x), \psi_b(x))$ de valeurs attribuées par l'individu x aux variables a et b. Cet indice a été construit pour être nul dans le cas d'une contradiction maximale (rang 1) et maximal et égal à $\varphi(a, b)$ pour une ahésion maximale à l'implication (rang 16, dans l'exemple).

Le tableau du début devient alors :

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$\varphi_{a,b} = 0,95$	$a \to b$	(0.33;0.66)	(1;1)	(0;0)	(0.66;0)	(1;0)	(0;0)
	$rg(\psi_a(x_i), \psi_b(x_i))$	12	16	7	3	1	7
	$\deg_{a,b}(x_i)$	0,69	0,95	0,38	0,13	0	0,38
$\varphi_{c,d} = 0,9$	$c \to d$	(0;1)	(1;1)	(0.33;0.33)	(0.33;0)	(1;0.33)	(0;0)
	$rg(\psi_c(x_i), \psi_d(x_i))$	10	16	11	6	2	7
	$\deg_{c,d}(x_i)$	0,54	0,9	0,6	0,3	0,06	0,36
$\varphi_{a,d} = 0,85$	$a \to d$	(0.33;1)	(1;1)	(0;0.33)	(0.66;0)	(1;0.33)	(0;0)
	$rg(\psi_a(x_i), \psi_d(x_i))$	13	16	8	3	2	7
	$\deg_{a,d}(x_i)$	0,68	0,85	0,39	0,11	0,06	0,34

On va construire maintenant la notion de **vecteur puissance implicative d'un individu par rapport à la classe** ***C***. A chaque individu, on va associer le vecteur, ici de R^3, dont les composantes sont les dégrés d'adhésion de cet individu aux implications génériques de la classe C. On aura alors :

$$\overrightarrow{V_C(x_1)}\begin{pmatrix} 0,69 \\ 0,54 \\ 0,68 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{V_C(x_2)}\begin{pmatrix} 0,95 \\ 0,9 \\ 0,85 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{V_C(x_3)}\begin{pmatrix} 0,38 \\ 0,6 \\ 0,39 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{V_C(x_4)}\begin{pmatrix} 0,13 \\ 0,3 \\ 0,11 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{V_C(x_5)}\begin{pmatrix} 0 \\ 0,06 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{V_C(x_6)}\begin{pmatrix} 0,38 \\ 0,36 \\ 0,34 \end{pmatrix}$$

A l'aide d'une formule de type distance du χ^2, nous allons définir la distance individu-classe par :

$$d(x, C) = \left[\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{3}\frac{\left(\varphi_i - \deg_{r_i}(x)\right)^2}{1 - \varphi_i}\right]^{1/2}$$

où r_i désigne chacune des trois implications génériques de C, φ_i mesurant l'intensité d'implication de celles-ci et $\deg_{r_i}(x)$ le degré d'adhésion de l'individu x à l'implication r_i.

Plus généralement, si C est une classe à s "étages", formée par t variables, si on désigne par r_i, i variant de 1 à s les implications génériques de C, on a :

$$\overrightarrow{V_C} = (\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_s)$$

$$\overrightarrow{V_C(x)} = (\deg_{r_1}(x), \deg_{r_2}(x), \ldots, \deg_{r_s}(x))$$

et $$d(x, C) = \left[\frac{1}{t} \sum \frac{(\varphi_i - \deg_{r_i}(x))^2}{1 - \varphi_i} \right]^{1/2}$$

Dans l'exemple, on aura :

$d(x_1, C) = 0,8427$, $d(x_2, C) = 0$, $d(x_3, C) = 1,484$, $d(x_4, C) = 2,2748$, $d(x_5, C) = 2,7049$ et $d(x_6, C) = 1,6694$.

Il nous reste, pour répondre au problème que nous nous sommes posé au début de cet exposé, à construire la notion de contribution d'un individu à une classe implicative. Nous allons auparavant appeler individu neutre celui qui affecte la valeur 0 à toutes les variables en relation par les implications génériques d'une classe, ici l'individu x_6.

Nous allons fixer trois contraintes pour cette contribution :

- (c_1) : elle devra être maximale et égale à 1 pour un individu x dont la distance à la classe C est nulle,
- (c_2) : elle devra être nulle pour un individu neutre,
- (c_3) : elle devra être négative pour tout individu "plus éloigné de C" que ne l'est un individu neutre.

La formule suivante remplit ces conditions : $\gamma(x, C) = 1 - \frac{d(x,C)}{d(x_n,C)}$ où x_n désigne l'individu neutre de la classe C.

On a dans l'exemple :

$\gamma(x_1, C) \approx 0,4952$, $\gamma(x_2, C) = 1$, $\gamma(x_3, C) \approx 0,111$, $\gamma(x_4, C) \approx -0,3626$, $\gamma(x_5, C) \approx -0,6202$, $\gamma(x_6, C) = 0$.

Il est clair que tout ce qui a été dit relativement à une classe de hiérarchie implicative peut être sans difficulté étendu aux chemins significatifs d'un graphe implicatif. Ces notions permettent d'évaluer la responsabilité des sujets dans l'apparition des phénomènes implicatifs. On peut alors mener deux types d'investigation :

- étant donné une classe ou un groupe de chemins, identifier les sujets qui contribuent significativement à leur constitution et rechercher leurs caractéristiques,
- à l'inverse, étant donnée une typologie a priori des sujets, le grade par exemple, chercher à quelle classe ou groupe de chemins les individus ainsi différenciés contribuent le plus.

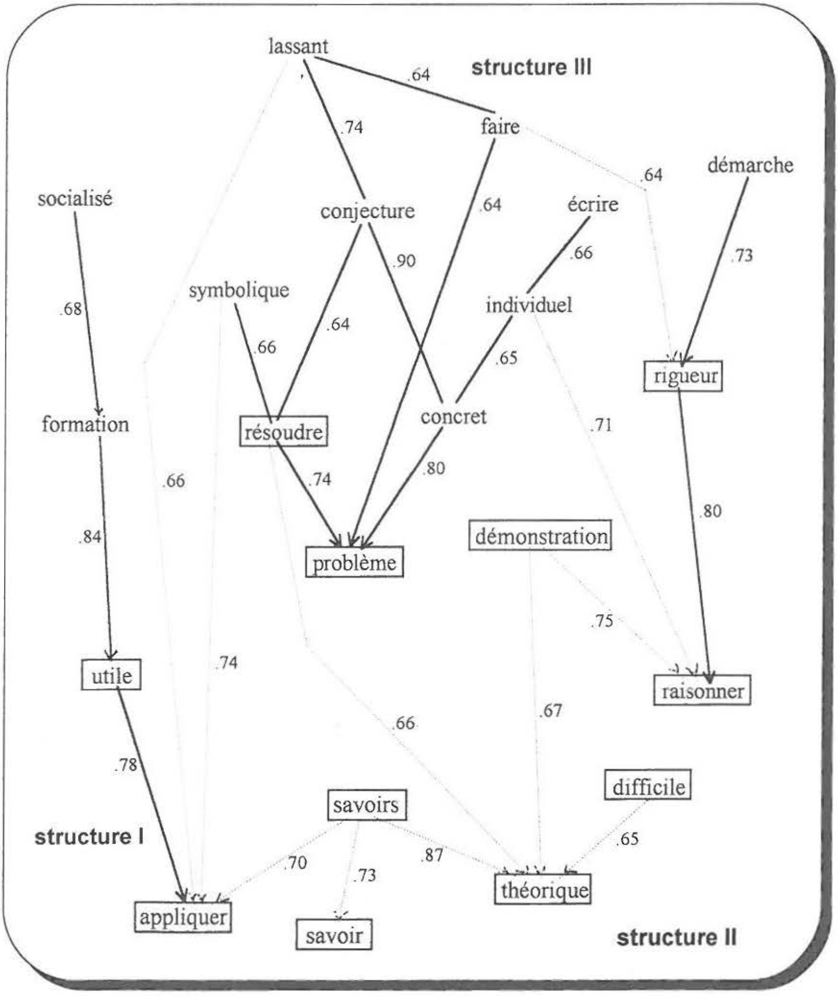
Dotés des instruments nécessaires pour repérer les individus derrière des phénomènes implicatifs, nous allons, sur l'exemple que nous avons présenté au chapitre précédent, illustrer notre travail en utilisant ces différents outils statistiques.

III. Des "résultats"

1) Un exemple de "structure de représentation"

Le point de vue AUTOUR en lycée

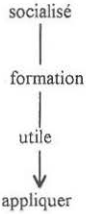
Il était demandé aux enseignants de se prononcer, à travers les mots proposés, sur l'enseignement des mathématiques tel qu'ils peuvent le percevoir autour d'eux : à travers leurs enfants, les discussions avec leurs collègues et même leurs propres souvenirs. Il faut noter que quelques collègues (environ 5 %) se sont refusés à adopter ce point de vue.



Graphe implicatif construit sur les données du fichier AUTOURL

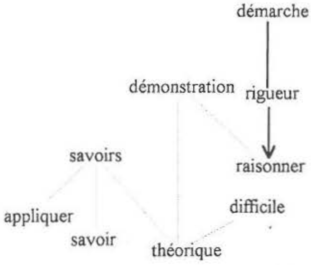
On trouve dans ce graphe sept chemins significatifs :

ch 1 : socialisé → formation → utile → appliquer
ch 2 : lassant → faire → problème
ch 3 : lassant → conjecture → résoudre → problème
ch 4 : lassant → conjecture→ concret→ problème
ch 5 : symbolique → résoudre → problème
ch 6 : écrire → individuel → concret → problème
ch 7 : démarche → rigueur → raisonner



Nous considérons le chemin 1 comme une structure à lui tout seul tellement il est bien isolé du reste du graphe. Les mathématiques en tant que telles forment un objet fortement socialisé -en ce sens que tout le monde est convaincu qu'elles sont partout présentes- et qui occupe une place privilégiée dans le conscient et l'inconscient d'une société technologiquement avancée. Il s'ensuit une importante demande sociale de formation aux mathématiques qui échoit au système enseignant, formation qui doit être utile, au sens de la société, utilité qui sera jugée à l'aune de l'applicabilité des savoirs mathématiques enseignés. Ne peut-on déceler ici trace du débat qui divise les enseignants de mathématiques depuis de nombreuses années, opposant les tenants d'un enseignement des mathématiques "pures" aux tenants d'un enseignement de mathématiques "de service" ?

Nous avons regroupé dans la structure II le chemin 7 et 6 arcs simples. Dans le chemin 7, le mot "démarche", placé en tête et lié au mot "rigueur", n'est très certainement pas à considérer dans la même acception que dans le chemin 8 du point de vue précédent. En effet, je pense qu'ici il convient plutôt de l'interpréter avec une connotation algorithmique : une démarche, cela se déroule de façon quasi-linéaire, ce qui la constitue comme rigoureuse. Et nous savons bien que cette rigueur est ressentie par les enseignants de mathématiques comme le critère le plus important d'un "bon" raisonnement mathématique.

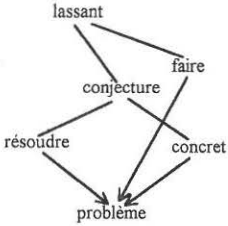


La démonstration, qui met en oeuvre des outils théoriques [démonstration → théorique] est un des exercices qui permet d'accéder à la maîtrise du raisonnement mathématique [démonstration → raisonnement], mais aussi de juger de cette maîtrise. On peut se demander si la spécificité des exigences françaises par rapport à cet exercice trouve son origine dans l'histoire.

On voit clairement apparaître plusieurs choses dans les trois arcs qui partent de savoirs : premièrement que ceux-ci sont essentielllement théoriques [savoirs → théorique], deuxièmement que ce sont des moyens d'accés au comprendre [savoirs → savoir] et troisièmement qu'ils sont à appliquer [savoirs → appliquer]. Mais on peut s'interroger ici sur le sens à donner au mot "appliquer" dans cette structure. S'agit-il d'une applicabilité sociale comme dans la structure I ou d'une applicabilité interne dans le champ du Savoir Mathématique ? En d'autres termes, ces savoirs sont-ils à appliquer pour eux-mêmes (même si, dans ce cas, on peut leur trouver une applicabilité sociale dans un rôle sélecteur qu'on peut éventuellement leur faire jouer) ou sont-ils producteurs d'une valeur ajoutée, même symbolique, dans le champ social ?

Prenons un exemple : la maîtrise de l'addition des décimaux par un élève de CM1 n'est-elle qu'une maîtrise scolaire ou peut-elle être considérée comme un élément utile à l'émancipation sociale de cet élève dans la mesure où il dispose alors d'un moyen de contrôle pour vérifier un ticket de caisse ?

Nous pensons qu'on peut voir dans cette structure II, dans laquelle se trouvent d'ailleurs les trois mots qui ont les plus fortes occurrences dans ce graphe : "appliquer", "théorique" et "raisonner", un deuxième aspect de l'attente sociale par rapport à l'enseignement des mathématiques, très fortement lié à l'image sociale des mathématiques elles-mêmes. Les mathématiques étant socialement perçues comme un ensemble théorique élaboré et stable dans lequel fonctionne un mode de raisonnement (LE raisonnement mathématique dont l'image mythique est la démonstration), l'enseignement de cette discipline est perçu autour d'eux par les collègues qui ont répondu comme une réplique de ce fonctionnement interne des mathématiques, exercice par ailleurs jugé difficile [difficile → théorique].



La structure III, que nous identifierions volontiers graphiquement à une sorte d'île coincée entre les deux autres structures, révèle à mon avis, ce que certains collègues perçoivent comme malaise dans l'enseignement des mathématiques actuellement autour d'eux, mais n'oublions pas qu'ils appartiennent à cet "autour". Nous allons tenter d'expliquer pourquoi cette structure traduit un malaise en proposant deux interprétations des chemins qui la composent.

Notre première interprétation sera pessimiste. Nous allons considérer les contraposées des implications en jeu dans les trois chemins 2, 3 et 4.

non-problème → non-concret → non-conjecture → non-lassant
non-problème → non-résoudre → non-conjecture → non-lassant
non-problème → non-faire → non-lassant

S'il ne donne pas à ses élèves de problèmes, au sens de problème à chercher, dans lequel il faut faire des conjectures, et il peut alors y en avoir plusieurs dans une même classe, alors il n'y aura pas réellement à "faire" des mathématiques, au sens de produire des mathématiques, mais seulement à reproduire, à appliquer des mathématiques et, en ce sens, ce ne sera pas lassant, au sens de fatigant. Ces interprétations vont dans le sens d'une réponse positive aux pressions des deux structures I et II dans la mesure où la structure I influencerait vers un enseignement des mathématiques "qui s'appliquent" tandis que la structure II privilégierait un enseignement des mathématiques conforme au principe qu'"en mathématiques, on raisonne avec rigueur dans un ensemble de savoirs théoriques". Le caractère non-lassant, non-fatigant, résiderait alors dans le fait que l'enseignant, dans le premier modèle, sous l'influence de la structure I, fait oeuvre utile, et, dans le deuxième modèle, sous l'influence de la structure II, se sent bien, en sécurité, dans ce mode de fonctionnement, car c'est, dans la majeure partie des cas, la forme d'enseignement qu'il a lui-même reçue.

Notre deuxième interprétation sera beaucoup plus optimiste.

Partant du constat que l'enseignement des mathématiques est actuellement lassant (peut-être dans son côté répétitif et application : lassant appliquer), on peut penser que les collègues portant un regard sur ce qu'ils perçoivent autour d'eux y décèlent quelques pistes pour sortir de cet état de fait. Pour "faire faire des maths" aux élèves, pour les faire conjecturer sur du concret (au sens premier du terme mais aussi au sens de ce que je peux toucher, appréhender, ce qui est devenu un outil pour moi, même s'il s'agit d'une notion mathématique - cf. dialectique outil-objet de R. DOUADY), pour qu'ils résolvent, alors il appartient aux enseignants de leur proposer des problèmes adéquats. Notons le *"changement de position énonciative"* dans les dernières implications des trois chemins. Cette interprétation optimiste nous semble renforcée par la contrapposée de [lassant → appliquer] : si on se contente pas d'appliquer les mathématiques, alors leur enseignement n'est pas lassant.

Notons aussi que, même dans cette interprétation optimiste, la pression du pôle savoir reste forte : on peut la lire dans les deux chemins 5 et 6.

[symbolique → résoudre → problème] : le langage mathématique (qu'il faut appliquer : symbolique appliquer) sert à résoudre les problèmes.

[écrire → individuel → concret → problème] : écrire, acte individuel, met en oeuvre les outils mathématiques concrets à utiliser dans les problèmes.

C'est la possibilité de donner deux interprétations à cette structure qui nous donne à penser que son existence est révélatrice d'un certain malaise. Mais s'il fallait choisir, c'est bien entendu la deuxième interprétation que nous choisirions. Pour caractériser cette structure, nous dirions volontiers qu'on trouve ici l'enseignant à la recherche de stratégies "motivantes", pour lui et pour les élèves.

2) Les quatre points de vue, en lycée

On trouvera ci-dessous le tableau récapitulatif, pour le lycée, des structures des quatre points de vue.

L'enseignement des mathématiques tel que l'Institution l'attend de moi

Structure I_{In} : l'enseignement des mathématiques ancré dans une culture
Structure II_{In} : le discours "généreux" de l'institution sur l'enseignement des mathématiques
Structure III_{In} : le statut mal défini du problème

Mon idéal de l'enseignement des mathématiques

Structure I_{Id} : la dimension psycho-sociologique du "pourquoi l'élève apprend" ou l'élève idéal
Structure II_{Id} : l'enseignement au service des mathématiques explicatrices de l'univers par le "penser"
Structure III_{Id} : l'enseignement des "mathématiques-découverte"

L'enseignement des mathématiques autour de moi

Structure I_A : la demande sociale vis-à-vis de l'enseignement de mathématiques "utilitaires"
Structure II_A : l'enseignement des mathématiques comme réplique du fonctionnement du savoir constitué
Structure III_A : l'enseignant à la recherche de stratégies "motivantes"

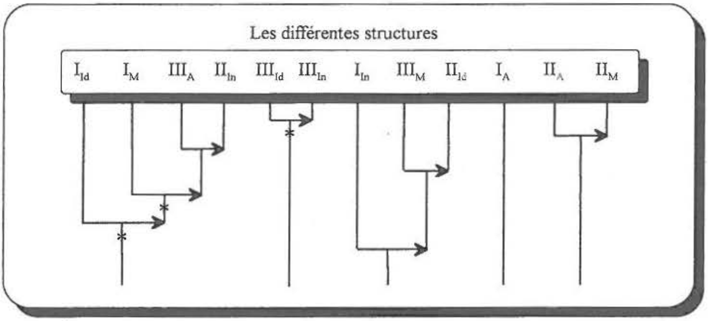
Mon enseignement des mathématiques

Structure I_M : l'enseignant tentant de s'adapter à la demande sociale et aux élèves
Structure II_M : l'enseignement du savoir mathématique fonctionnant presque idéalement
Structure III_M : les "mots flous"

3) Des enseignants derrière les réseaux organisés de variables

Après l'identification de ces différentes structures, nous nous sommes posés la question suivante : peut-on voir dans quelle mesure le fait d'être représentatif de telle structure d'un point de vue donné entraîne le fait d'être représentatif de telle autre structure de tel autre point de vue ? A travers cette question, nous voulons essayer de saisir ce qui, de l'attente institutionnelle, de l'idéal ou de ce que l'enseignant perçoit autour de lui, influence le plus directement sa propre pratique. Il est clair que c'est au niveau de ce que les enseignants **disent** que nous menons cette investigation et non au niveau de la pratique réelle, piste de travail actuellement explorée par l'équipe de Grenoble (COMITI, GRENIER, 1993).

Nous avons, pour répondre à cette question, mené une analyse implicative sur le caractère "être représentatif d'une structure". En effet, la notion mathématique de contribution nous a permis de calculer, pour chaque individu, la part de "responsabilité" qu'il avait dans la constitution de telle et telle structure. Après la détermination d'un critère de représentativité, il est facile de construire un tableau binaire du caractère "être représentatif ", pour cahque structure et dans les quatre points de vue. L'arbre implicatif obtenu après cette analyse est présenté ci-dessous.



Arbre de hiérarchie implicative
construit sur le caractère représentatif des individus
aux différentes structures des quatre points de vue proposés

On voit apparaître quatre classes dans cet arbre :

$C_1 = \{III_{Id} \rightarrow III_{In}\}$
$C_2 = \{II_A \rightarrow II_M\}$
$C_3 = \{I_{Id} \rightarrow [I_M \rightarrow (III_A \rightarrow II_{In})]\}$
$C_4 = \{I_{In} \rightarrow (III_M \rightarrow II_{Id})\}$

Intéressons-nous plus particulièrement aux classes C_1, C_2 et C_3, C_1 et C_3 parce qu'elles correspondent à des niveaux significatifs et C_2 parce que l'intensité de l'implication y est forte et très voisine de celle de C_1 (.88 pour C_2 et .89 pour C_1). Nous n'interprêterons pas la classes C_4 dont la cohésion est trop faible.

Le fait d'être, pour un individu, représentatif de la structure III du point de vue IDEAL, l'enseignement des mathématiques exploratoires, a de fortes chances d'entraîner le fait que cet individu sera aussi représentatif de la structure III du point de vue INST, révélatrice, d'une perception ambiguë, pour les enseignants, du statut du problème dans le discours institutionnel. Peut-on penser que des enseignants, parmi ceux qui ont répondu, aimeraient enseigner des "mathématiques-découverte", mais qu'ils ne se sentent pas assez "soutenu" par l'Institution, en particulier par rapport au rôle clé que joueraient alors les problèmes qui ne seraient plus des "exercices de style" ?

L'implication qui forme la classe C_2 ne peut manquer de nous interroger. Comment expliquer le fait qu'être, pour un individu, représentatif de la structure II du point de vue AUTOUR, l'enseignement des mathématiques comme réplique du fonctionnement interne des mathématiques elles-mêmes, a de fortes chances d'entraîner le fait que cet individu sera aussi représentatif de la structure II du point de vue MONENS, dans lequel l'enseignement des mathématiques a été caractérisé par son fonctionnement quasi-idéal ? Citant un travail de VEYNE (1974), D. JODELET précise que les connotations sociales de la connaissance ne tiennent pas tant à sa distribution chez plusieurs individus, qu'à ce que *"la pensée en chacun d'eux est, de diverses manières, marquée par le fait que les autres la pensent aussi"* et parle alors d'*"intériorisation d'autrui"* (JODELET, 1991). Il nous semble qu'on peut clairement identifier ce phénomène dans l'implication de C_2 : c'est ce qui se passe autour de moi, enseignant de mathématiques, qui va, pour une large part, consciente ou non, influencer ce que je vais faire dans ma classe.

La classe C_3 comporte deux niveaux significatifs : dans le graphe implicatif correspondant à ces données, les quatre variables de cette classe apparaissent dans un seul et même chemin significatif reproduit ci-dessous.

$$III_A \rightarrow I_M \rightarrow I_{Id} \rightarrow II_{In}$$

On retrouve ici un phénomène d'intériorisation d'autrui, à savoir : les enseignants qui ont contribué à l'apparition de ce chemin seraient "preneurs" (dans I_M) des stratégies motivantes dont ils sentent peut-être l'émergence autour d'eux (à travers des discussions avec des collègues ou des participations à des stages). Ils seraient d'autant plus prêts à prendre en compte ces stratégies dans leurs pratiques qu'elles s'inscriraient dans une dynamique de l'apprentissage correspondant à la structure I de IDEAL (l'élève, "idéal" lui aussi, est motivé par une démarche globale de formation) et répondrait alors parfaitement à l'attente institutionnelle qui s'exprime dans la structure II de INST : le "discours généreux".

Il est possible d'illustrer ce phénomène par un exemple rencontré dans un stage de formation continue dont le public était constitué de professeurs de mathématiques de lycée. Le thème du stage était l'enseignement des mathématiques en classe de seconde. Pour faire travailler des enseignants sur la notion de situation d'apprentissage, il leur avait été proposé un scénario de séquence pour aborder l'homothétie. Ce scénario était basé sur une activité de tri : à travers une quinzaine de dessins, un élément fixe du dessin était transformé par différentes transformations du plan, certaines connues et d'autres, dont l'homothétie, inconnues. A partir de la consigne : *"classez ces dessins et donnez vos critères de classement"*, les élèves étaient confrontés à une situation dont le statut basculait du rôle d'évaluation diagnostique pouvant être riche d'informations pour l'enseignant (par rapport aux transformations connues) à celui de situation d'apprentisssage proprement dit lorsqu'il s'agissait d'affronter la nouveauté qui faisait partie du programme de seconde, à savoir l'homothétie. Classiquement, le groupe de stagiaires s'est partagé en deux : un premier groupe reconnaissant le fait que la démarche proposée s'inscrivait bien comme réponse à un souci de prise en compte de l'élève dans une dynamique : "motivation, problème à résoudre, apprentissage, dans la lignée du "discours généreux" de l'Institution", et un deuxième groupe, plus important en effectif, qui s'est presqu'aussitôt réfugié derrière l'argument du temps nécessaire pour mener à bien cette activité pour en mettre en évidence le caractère de non conformité aux pratiques les plus couramment répandues.

Après cette lecture transversale des quatre points de vue, en lycée, revenons sur la troisième hypothèse qui a été proposée au début de ce texte, à savoir des différences de contribution aux structures en fonction de la variable grade. Le tableau ci-dessous présente les résultats.

LYCEE	St I	St II	St III
INSTITUTION		A > C	
AUTOUR			
IDEAL			A > C
MONENS		C > A	

Une conclusion évidente s'impose à la lecture de ces tableaux : **la place que l'enseignant ménage aux situations "à risques" est fonction de son degré de maîtrise de la discipline, maîtrise évaluée par le degré de certification**. Par "situations à risques", j'entends risque pour l'enseignant, dans la mesure où il laisse une grande place à l'élève (mathématiques exploratoires de l'IDEAL et discours généreux de INST) donc à d'éventuelles erreurs ou cheminements non prévus. Cette place est d'autant plus grande qu'il est d'autant plus "diplômé".

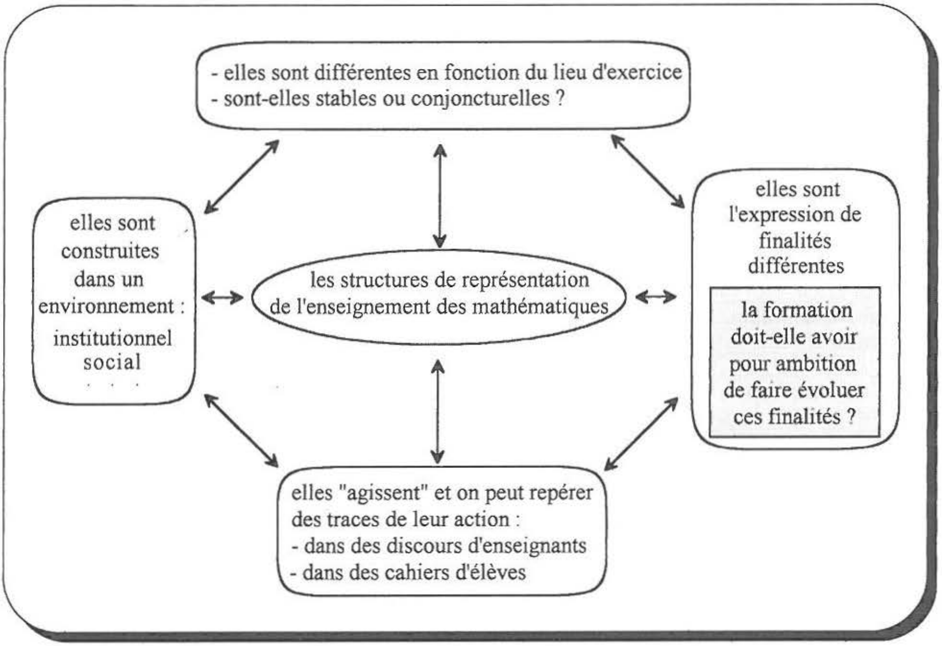
Si cette constatation est relativement abrupte, il convient cependant de la pondérer en précisant qu'elle ne porte que sur ce que **des** enseignants de mathématiques **disent penser** et ne préjuge pas de ce qui se passe **effectivement** dans la classe avec les élèves. On peut néanmoins se poser légitimement une question car, si la contribution globale des certifiés est significativement plus forte que celle des agrégés à la structure II, centrée sur le fonctionnement "quasi-idéal" de l'enseignement des mathématiques, on n'a pas la différence significative inverse pour la structure I, caractérisée comme l'enseignement qui tend à s'adapter aux élèves, différence qu'on était peut-être en droit d'attendre, compte tenu de ce qui a été dit plus haut. Le poids du quotidien annihilerait-il toutes les "bonnes intentions" ?

IV. Conclusion

Retour sur la formation

Le schéma de la page suivante présente, de façon systémique, l'ensemble du cheminement que nous avons fait au cours de cet exposé, de façon très accélérée et très partielle.

La partie grisée de ce schéma, pour ce qui est des représentations de l'enseignement des mathématiques chez les enseignants, objet possible d'évaluation pendant et après des actions de formation d'enseignants, pose, de notre point de vue, la question centrale : faut-il que la formation les fasse évoluer ?



Et c'est alors toute une autre série de questions qui apparait :
- comment les cerner, quels outils pour les évaluer, non au sens normatif ou contrôle du mot mais au sens de comprendre, pour les prendre en compte ? (l'étude présentée, peut être une façon de faire, nous ne prétendons pas qu'elle soit la seule pertinente) ;
- en vertu de quoi faut-il mettre en place une formation continue intégrant cette dimension ? ;
- disposons-nous d'ingénieries de formation adéquates ?

Cette université d'été est probablement, de par le fait même de son existence, déjà une réponse à ces questions.

Bibliographie

ABRIC, J.-C., (1988). Coopération, compétition et représentations sociales, Cousset, Del Val.

ABRIC, J.-C., (1991). L'étude expérimentale des représentations sociales, in Les représentations sociales, sous la direction de D. JODELET, Sociologie d'aujourd'hui, Paris, PUF.

ALTET, M., (1994). La formation professionnelle des enseignants. Analyse des pratiques et situations pédagogiques, Pédagogie d'aujourd'hui, PARIS, PUF.

BAILLEUL, M., (1994). Analyse statisitique implicative : variables modales et contribution des individus. Application à la modélisation de l'enseignant dans le système didactique, Thèse de l'Université de Rennes I.

BAILLEUL, M., GRAS, R., (1995). L'implication statistique entre variables modales, in Mathématiques et Sciences Humaines, n°128, EHESS.

BAILLEUL, M., (à paraître). Une approche statistique des représentations de l'esneignement des mathématiques chez des professeurs de mathématiques, in Recherche en Didactique des Mathématiques, La Pensée Sauvage Editions, Grenoble.

BAILLEUL, M., (à paraître). Contribution à l'émergence d'une didatique de la formation : deux modélisations pour concevoir l'articulation recherche didactique-formation des enseignants, in Cahiers de le Recherche en Education de Nantes, CREN, Nantes.

CHEVALLARD, Y., (1989). Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, in Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, LSD-IMAG, Grenoble.

CHEVALLARD, Y., (1991). Les études scientifiques à l'IUFM : éléments fondamentaux du schéma directeur, IUFM Aix-Marseille.

COMITI, C., GRENIER, D., (1993). L'observation, outil de modélisation de l'enseignant, acteur du système didactique, Atelier de l'Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, St Sauves d'Auvergne.

DOUADY, R., (1993). Dialectique outil-objet, Conférence, VII ème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques, Ste Sauves d'Auvergne.

GRAS, R., (1979). Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et certains objectifs didactiques en mathématiques, Thèse d'Etat, Rennes.

HOUDEMENT, C., (1995). Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques, prgrammation et stratégies, Thèse de doctorat, Université Paris VII, Paris.

JODELET, D., (1991). Représentations sociales : un domaine en expansion, in Les représentations sociales, sous la direction de D. JODELET, Sociologie d'aujourd'hui, Paris, PUF.

KUZNIAK, A., (1994). Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré, Thèse de doctorat, Université Paris VII, Paris.

MALGLAIVE, G., (1990). Enseigner à des adultes : travail et pédagogie, Paris, PUF.

NIMIER, J., (1989). Entretiens avec des mathématiciens, IREM, Lyon.

PASCAL, B., (1969). Pensées, Le livre de poche, Paris, Gallimard.

PORTUGAIS, J., (1992). Didactique des mathématiques et formation des enseignants ; le cas des erreurs de calcul, Université de Genève, FPSE.

RATSIMBA-RAJOHN, H., (1992). Contribution à l'étude de la hiérarchie implicative. Application à l'analyse de la gestion didactique des phénomènes d'ostension et de contradictions, Thèse, Université de Rennes I.

ANALYSE STATISTIQUE DES QUESTIONNAIRES-PROFS D'EVAPM

ATELIER ANIME PAR MARC BAILLEUL.
REDACTEUR : VIOLETTE MASSIET

L'atelier s'est composé de deux temps distincts :

- une première partie a consisté dans la lecture des résultats des questionnaires EVAPM 91 auxquels ont répondu les professeurs des classes de seconde.

- dans un second temps, chaque participant a peu à peu, grâce à la mise à disposition d'ordinateurs en salle informatique, découvrir "concrètement" le logiciel de traitement de données par l'analyse implicative CHIC.

1) QUESTIONNAIRE-PROF D'EVAPM

• Chaque participant prend tout d'abord connaissance du questionnaire destiné aux professeurs des classes de seconde dans le cadre d'EVAPM 91.

Les rubriques essentielles portent sur :

- le contexte de travail,
- le programme de mathématiques de seconde
- les calculatrices et l'informatique
- la formation et les méthodes pédagogiques
- les manuels
- la participation aux opérations 'évaluation de l'APMEP
- les objectifs de référence

• Un second document est distribué, qui donne les résultats de l'enquête sous forme "classique" par pourcentages.

Les tableaux récapitulatifs donnent matière à discussion et commentaires de la part du groupe. Il apparaît évident cependant qu'un tel traitement, s'il apporte un nombre considérable d'informations, est difficilement lisible et donc interprétable, car il ne permet pas de faire émerger une synthèse dynamique.

• Une troisième série de documents est alors mise à la disposition des participants, mettant en évidence les résultats fournis par une analyse statistique implicative.

Marc Bailleul, après avoir précisé que les variables avaient été codées sous forme binaire, donne toutes explications nécessaires pour décoder les tableaux de variables traduites ensuite en termes d'items.

Ainsi peuvent se dégager un certain nombre de liaisons, plus ou moins fortes, entre certaines réponses.

A titre d'exemple, une liaison forte existe entre le fait d'avoir répondu "**oui**" à :

Participation à EVAPM pour proposer aux professeurs une évaluation externe

et "**oui**" à

Participation à EVAPM pour proposer aux élèves une évaluation externe

Bien entendu, l'objectif de l'atelier, trop limité dans le temps, n'est pas d'interpréter les liaisons mises en exergue par ce type d'analyse. Il réside essentiellement dans une mise en parallèle des différents tableaux de variables et de la traduction de ces variables dans le cadre d'une analyse implicative de classes.

2) PHASE DE MANIPULATION

Grâce à l'utilisation d'ordinateurs en salle informatique, les stagiaires ont eu la possibilité de faire "tourner" le logiciel CHIC (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive).

Des données y avaient été entrées en binaire.

Dans une première phase, ils ont eu accès à une organisation en structure arborescente de l'ensemble des classes, empruntée à la classification hiérarchique construite avec l'indice de similarité de Lerman.

Puis ils peuvent visualiser, avec les mêmes données, le graphe d'une analyse hiérarchique de cohésions implicatives.

Le versant interprétatif n'est absolument pas abordé ici, les stagiaires ne disposant pas d'informations sur les données. Ils se sont uniquement intéressés à la manipulation du logiciel, tentant par exemple de défaire les noeuds en changeant les coordonnées de certains points afin de rendre le graphe plus lisible.

3) CONCLUSION

La première partie de l'atelier a montré comment les réponses à un questionnaire "classique" pouvait donner lieu à une analyse implicative

La seconde phase, de type manipultoire, a permis aux non-initiés de découvrir les premiers rudiments d'utilisation du logiciel CHIC faisant apparaître les différents graphes.

CONSTRUCTION D'ITEMS D'UNE EVALUATION CM2

ATELIER ANIME PAR MARC BAILLEUL ET NICOLE TOUSSAINT

Avant de commencer la construction d'items, des questions préalables ont été posées par les participants :

- à quelle demande répond cet atelier : une demande de l'APMEP, une demande individuelle, voire une commande ? La participation à cet atelier est-elle synonyme d'un engagement dans un groupe de travail de l'APMEP ? Ces questions ont été posées à Antoine BODIN qui a précisé : que l'existence de cet atelier semblait « être dans l'air » depuis déjà un certain temps à l'APM suite aux évaluations en collège et méritait, à tout le moins, que l'on s'y intéresse d'un peu plus près, sans pour autant devoir apparaître aux yeux des participants de ce groupe comme une commande.
- à quel niveau pouvait se concevoir cette éventuelle évaluation CM2, étant entendu que l'organisation administrative du premier degré est très différente de celle du collège et du lycée ? La question cachée par celle-ci est celle de la place des Inspecteurs de l'Education Nationale dans un tel dispositif. Il semblerait clair, de l'avis des participants, que ce pourrait, dans un premier temps au moins, n'être qu'à un niveau local, quelques circonscriptions par exemple, qu'une telle évaluation pourrait avoir lieu. Un échantillon, non nécessairement significatif, mais d'un effectif déjà assez grand, donnerait probablement déjà d'intéressantes pistes de réflexion.
- une évaluation proposée par l'APM ne risque-t-elle pas de faire double emploi avec l'évaluation DEP du début de sixième ? Pour qu'une réponse négative puisse être apportée à cette question, il convient de se démarquer clairement de l'évaluation DEP, tant dans les objectifs que dans les contenus. Les épreuves de la DEP étant plus particulièrement centrées sur les savoirs et les techniques objets d'enseignement dans le premier degré, il nous a semblé important d'orienter notre réflexion vers la construction d'items visant à l'évaluation de compétences plus larges, à savoir le réinvestissement d'outils mathématiques dans la résolution de problèmes.

Nous avons travaillé en trois petits groupes qui se sont choisi chacun un thème relevant du programme : les nombres naturels, les nombres décimaux et les fractions simples. Cet exercice de construction d'items, et surtout l'élaboration a priori d'une grille de codage d'erreurs potentielles, s'est révélé être beaucoup plus complexe que certains ne l'imaginaient et nous a demandé un temps non négligeable.

Voici, pour le thème décimaux, une partie de notre travail. La méthode de codage utilisée est celle de la DEP, jugée beaucoup plus simple que celle d'EVAPM.

1- Quel nombre faut-il ajouter à 12,34 pour obtenir 12,4 ?

Consignes de codage :	L'élève répond 0,06	code 1
	L'élève répond 0,6	code 5
	L'élève répond 0,74	code 6
	L'élève répond 6	code 7
	L'élève répond 0,30	code 8
	Autre réponse	code 9

2- On veut partager un segment de 23 cm en 7 segments de même longueur. Quelle est la mesure (en cm) qui s'approche le plus de la vraie longueur d'un petit segment ?

3,28 ☐ 3,287 ☐ 3,258174 ☐ 3,528 ☐ 3,3 ☐

Consignes de codage :	L'élève répond 3,287	code 1
	L'élève répond 3,28	code 5
	L'élève répond 3,258174	code 6
	Autre réponse	code 9

3- Parmi les nombres suivants, quel est le plus proche du résultat de 47 : 13 ?

3,7 ☐ 3 ☐ 3,6 ☐ 4,61538 ☐ 3,61 ☐

Consignes de codage :	L'élève répond 3,61	code 1
	L'élève répond 3	code 5
	L'élève répond 4,61538	code 6
	Autre réponse	code 9

4- Ecris un nombre ayant 5 chiffres après la virgule plus proche de 4 que ne l'est 3,9.

Consignes de codage :	Une bonne réponse	code 1
	L'élève répond 3,99999	code 2
	Réponse fausse	code 9

Les exercices construits dans les deux autres domaines n'ont pas faits l'objet d'un travail de codage. Les participants à cet atelier ont mesuré toute la difficulté à construire des items et leurs codages. La poursuite ou non de ce travail, en tant qu'activité relevant de l'association, fera l'objet d'une « négociation » entre les membres de ce groupe et le bureau.

PRODUCTION D'ITEMS D'UNE NOUVELLE EVALUATION SIXIEME (CAPACITES ATTENDUES)

ANIME PAR HENRI BAREIL ET JEAN FROMENTIN
REDACTEUR HENRI BAREIL

I - OBJECTIF

Les évaluations EVAPM se sont d'abord préoccupées, au niveau collège, des savoirs et savoir-faire centrés sur le "contenu mathématique".

Les plus récentes ont, en fin de collège, essayé d'aller un peu plus loin, à propos de la recherche de problèmes, et cela a été amplifié dès la seconde.

Sans négliger pour autant les savoirs et savoir-faire de "contenu mathématique", il pourrait être envisagé d'accentuer résolument l'évolution esquissée, en se préoccupant de "capacités générales" à tester dès la sixième.

Buts de l'atelier : Réfléchir aux façons d'agir en conséquence, esquisser des idées directrices, engager une réflexion à propos des modes d'évaluation correspondants, produire, si possible, quelques propositions d'items.

II - DOCUMENT PREPARATOIRE

Ce document, cité en annexe, a été fourni en début de séance. Il est constitué de :

1) * une liste de quelques capacités générales à tester ou à tester davantage dès la sixième, liste qui essaie d'être plus explicite et opérationnelle, au niveau sixième, que des objectifs généraux tels que développer l'aptitude à la synthèse, à l'analyse, développer l'esprit critique,....

* une liste de savoirs et savoir-faire en mathématiques, essentiels dès la sixième, apparemment peu ou non étudiés dans les EVAPM sixième.

Bien entendu, ces listes, subjectives, sont amendables, modifiables,... Mais il s'agirait d'en conserver l'esprit.

2) des exemples d'énoncés ou d'activités susceptibles de faciliter la mise en oeuvre des objectifs poursuivis.

Quelques énoncés, signalés comme tels, sont extraits de championnats de Saint-Michel en l'Herm ou de la Fédération Française des Jeux Mathématiques publiés aux éditions Hatier. Les autres le sont de diverses publications "Bareil-Zehren" concernant la sixième.

III - DEBUTS DE L'ATELIER

◆ Une bonne partie de la première séance a été consacrée :

- à se mettre au clair sur les termes employés (capacités, ...). Le mot "compétences" semblerait préférable à celui de "capacités"
- à s'approprier les objectifs de l'atelier et du travail ultérieur :
  - passer du quantitatif au qualitatif,
  - échapper à l'effet normatif des tests existants
  - repérer ce qui n'a pas été évalué juqu'à présent (est-ce évaluable ?)
  - s'intéresser aux stratégies de l'élève, et à leur développement

Bref repérer tout ce qui est nécessaire aux élèves pour réussir à des épreuves conformes aux objectifs explicites du programme au niveau :

- du développement intellectuel (et, notamment de leur formation scientifique)
- de leur modalité de fonctionnement scolaire,
- de leurs représentations et de leurs attentes,
- de leur "posture" d'élève (attitude, comportement)

◆ L'idée de hiérarchiser les compétences générales proposées par le document préparatoire a conduit à une classification sommaire, critère d'une répartition de l'atelier en groupes de travail pour "trouver des situations" (non envisagées sous l'angle d'un apprentissage) permettant de tester les capacités de l'élève dans tel ou tel domaine.
De là une subdivision en quatre groupes, réduits ensuite à trois.

IV - QUELQUES PRODUCTIONS

◆ SOUS-GROUPE 1 :

• **Aptitude 1 :** S'approprier un texte, un dessin, une consigne, une situation.

Proposition 1 :

3	5			

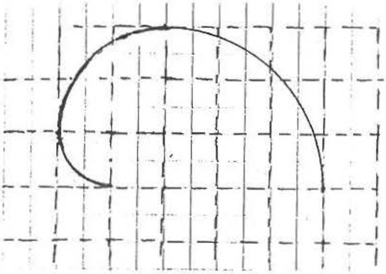
Dans la grille ci-dessus, complète la liste de six nombres connaissant ceux des deux premières cases :

- *le troisième nombre est la somme des nombres des deux cases précédents,*
- *le quatrième nombre est la somme des nombres des deux cases précédents*
- *le cinquième nombre est la somme des nombres des deux cases précédents*
- *le sixième nombre est le produit des nombres des deux cases précédents*

Proposition 2 :

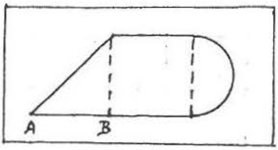
La ligne commencée ci-contre s'appelle une spirale.

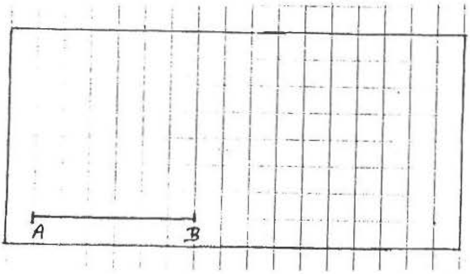
Continue-la jusqu'à ce que tu sortes du quadrillage (en proposant un quadrillage plus grand que celui tracé ci-contre)



Proposition 3 :

Consigne : *continue le motif géométrique ci-dessus que l'on a commencé à reproduire.*





Remarque : Il s'est posé, à ce propos, diverses questions :

- celle des dénominations de points. Ici, comme il s'agit de deux dessins différents, les mêmes appellations A et B semblent licites.
- celle de la précision de la consigne : il semble que l'on veuille un dessin "à l'échelle". Est-ce évident?
- celle du cadrage de la figure de départ. Telle qu'elle est, on ignore s'il s'agit vraiment d'un carré, d'un triangle rectangle isocèle, ...

Proposition 4 Donner un dessin et proposer plusieurs programmes de construction dont un seul correspond au dessin. Trouver la construction correspondant au dessin.

Proposition 4 bis Donner des dessins et un programme de construction correspondant à un seul dessin. Trouver le dessin correspondant à ce programme.

Remarques pour 4 et 4 bis La qualité des tests dépendra de l'ampleur des différences concernant les programmes (4) ou les dessins (4 bis).
Il pourrait aussi être imaginé que l'on donne plusieurs dessins et plusieurs programmes alors qu'il n'y a qu'un jumelage possible.

- **Aptitude 2** : se questionner, remarquer, observer, s'étonner
- Retrouver une configuration simple à partir d'une configuration complexe (par exemple en surlignant en couleur la configuration simple)

Remarques :

- il pourrait y avoir plusieurs configurations simples présentes dans une configuration complexe.
  D'ailleurs il faudrait être au clair sur le mot configuration, le mot simple, l'expression configuration simple.
- Des alignements de points, des droites concourantes (esquissées), des égalités de longueurs, d'angles, des parallélismes, des orthogonalités, peuvent figurer parmi les configurations simples à déceler éventuellement.
- La consigne étant clarifiée, elle peut rester "ouverte". Un texte peut être nécessaire pour mettre en exergue la configuration simple proposée.

La précision de la réponse, simple conjecture ou non, dépendra généralement du codage, et non de la figure complexe proposée.

♦ SOUS-GROUPE 2

• S'approprier un texte

Méthode : Faire un texte qui n'a pas de sens, le lire à haute voix (les élèves disposent du texte écrit). Demander aux élèves de le modifier de façon à lui donner un sens (aucun calcul annexe n'est nécessaire).

Exemple 1 : Dans le texte suivant, déplacer les donnés soulignées pour obtenir un énonçé qui a du sens.

"*Un transporteur remplit le réservoir de son camion de 1260 F avec 3 tonnes de gasoil ; il paie 1250 km et pense parcourir 360 litres avant de refaire le plein.*"

Codage proposé :
1) le texte est bien reconstitué
2) 1260F et 1250km sont à la bonne place.

Donner un énoncé et demander à l'élève de l'utiliser pour inventer des questions tout en essayant de donner une réponse à la question posée.

Exemple 2 : Après avoir lu le texte suivant, propose une question que l'on pourrait te poser et donne une réponse à cette question.

"Un transporteur remplit le réservoir de son camion de 3 tonnes avec 360 litres de gasoil ; il paie 1260 francs et pense parcourir 1250 km avant de refaire le plein."

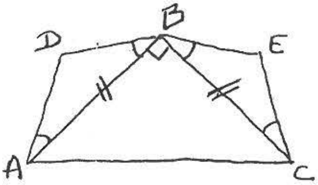
Donner un texte à l'élève et lui demander de répondre à des questions qui ne nécessitent aucun calcul afin de voir s'il a compris le sens de ce texte.

• S'approprier un dessin

Méthode : - Extraire des informations d'une figure construite en répondant à des questions

- Reproduire une figure codée, éventuellement faite à main levée.

Exemple 1 :



Reproduis la figure construite en utilisant les points A et B déjà placés.

Codage proposé : 1) angle droit correct

2) A'B' = B'C'

3) les angles de même mesure repérés

4) la figure correctement construite

Remarques : La figure proposée étant faite à main levée, qu'attendre pour les angles sinon le seul repérage de l'égalité?

Pour aller plus loin, pourrait-on proposer une mesure?

Pourrait-on aussi donner deux paires d'angles égaux, non tous les quatre égaux?

Exemple 2 : Fournir une figure construite et le programme de construction correspondant dans le désordre, demander de le remettre en ordre.

• S'approprier une consigne

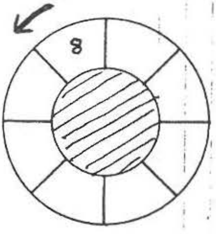
Méthode : - Fournir un texte de travail et des réponses d'élèves, demander de faire la critique de ces réponses

- Suivre un programme écrit de construction
- Suivre un programme dicté de construction

♦ SOUS-GROUPE 3

Objectif initial : Recherche de stratégies pour résoudre des problèmes (capacités 8, 9, 10, 13 de la première liste du document préparatoire

Objet d'étude : énoncé "*Marche forcée*" de la page 6 du document préparatoire (texte issu des Championnats F.F.J.M., volume n°6, édité par Hatier)



"A l'aide des nombres 1 à 7, compléter la numérotation des cases de la couronne ci-contre de manière qu'on puisse y décrire le circuit suivant (dans le sens de la flèche) :
on part de la case 1, on avance d'une case,
on tombe sur la case 2, on avance de deux cases
on tombe sur la case 3, et ainsi de suite jusqu'à arriver à la case 8".

Il avait été ajouté : "Envisager au moins deux méthodes"

Premier constat : La compétence générale 2 est la première à jouer, et de façon radicale. Le groupe met en cause la rédaction de l'énoncé, jugée trop elliptique. Pour y remédier (en tombant peut-être dans l'excès inverse : texte trop long pour être bien lu et assimilé) le groupe préfèrerait l'énoncé suivant :

"La couronne comportait les nombres entiers de 1 à 8 placés, chacun dans une case, dans un certain ordre.
Les nombres de 1 à 7 ont été effacés.
<u>Retrouve leur place</u> sur cette couronne : pour cela, en tournant dans le sens de la flèche, tu place 1 dans une case, tu avances d'une case, tu tombes sur la case 2, tu avances de deux cases, tu tombes sur la case 3, et ainsi de suite jusqu'à tomber sur la case 8 (à condition d'avoir bien placé les nombres précédents!)"

Deuxième constat : Cet énoncé se prête à une évaluation "en situation d'obseervation", non à partir du travail écrit remis par l'élève mais en s'intéressant à la façon dont il agit.
Pour les élèves bloqués, il est envisaagé diverses aides.

Aides possibles :

- <u>à la lecture de la consigne</u> : mettre des bandes quadrillées à disposition
- <u>à la découverte d'une stratégie</u> : mettre du papier calque à disposition
  mettre une bande de papier avec des cases à disposition
- <u>(verbales) au démarrage</u> : vérifier la compréhension du "ainsi de suite"
  donner une consigne telle que, par exemple, "essaie en plaçant le 1 dans une case : où serait le 7 ?"

Stratégies possibles : (non exhaustives!)

S1 : Placer le 1 au hasard, obtenir le 8 corresponadnt, utiliser une rotation générale pour mettre ce 8 en coïncidence avec le 8 donné.

S2 : Placer le 1 au hasard, obtenir le 8 correspondant ; puis le mettre en coïncidence avec le 8 donné en déplaçant le 1 soit pas à pas, soit en une seule étape.

S3 : Pratiquer par essais exhaustifs (sans rectification raisonnée)

S4 : Raisonner en partant du 8 (tourner "à l'envers" pour placer le 7, etc.)

S5 : Conjuguer un parcours à partir du 1 et un parcours à partir du 8, en notant que, comme 1+7=8, 2+6=8, ..., se déplacer de 7 "à l'envers" revient à se déplacer de 1 dans le sens de la flèche.

Donc on se déplace dans le même sens de 1 à 2 et de 8 à 7,
puis, de même, de 2 à 3 et de 7 à 6
de 3 à 4 et de 6 à 5

Or 4 et 5 sont diamétralement opposés. De même donc, 3 et 6, 2 et 7, 1 et 8.

Remarques :

1. La stratégie S5, la plus raisonnée sans doute, est la plus délicate. Nous verrons qu'elle surgit essentiellement à l'occasion d'une complexification de la situation (d'où l'intérêt éventuel de celle-ci)
2. Pour autant les autres stratégies sont accessibles. Or le texte de la F.F.J.M. ne portait pas la dernière ligne ("Envisager au moins deux méthodes") et il ne proposait comme solution que la stratégie S4. Comme quoi il pourrait être sclérosant de se fier aveuglément à des "corrigés"

Suggestions d'ouvertures

Dans la situation étudiée, le nombre n de cases est 8, ce même nombre est déjàplacé et on doit placer les (n-1) entiers précédents.

- Sans toucher aux règles de placement, modifions la valeur de n.

Nous ouvrons alors sur le compétences 3, 4, 6, 7, 8, 10.

En effet :

1. Nous constatons, avec des essais pour n croissant à partir de 2, que "ça ne marche pas" avec des valeurs de n autres que 2 (évident), 4, 8, 16, 32, ...
2. Nous pouvons en déduire une conjecture : le problème semble n'admettre une solution que pour n égal à une puissance de 2.
3. La multiplication des exemples, la nécessité de résoudre au moindre coût, peuvent faire surgir, pour n de plus en plus grand, la stratégie S5, la plus économique et rapide parmi celles envisagées ici.

Cette stratégie permet d'expliquer pourquoi n doit être pair. Elle permet aussi d'expliquer éventuellement pourquoi telle valeur de n qui ne convient pas initie une chaîne de valeurs à refuser. Par exemple, lorsque n=4p+2 (p entier), on passe de la case p à la case p+2 par une rotation de p+(p+1) donc de n/2. Comme on occupe alors la case diamétralement opposée à p il est sûr qu'il y aura recouvrement.

- On pourrait évidemment modifier les règles de placemeent (de 1 à 2, sauter une case, de 2 à 3, sauter deux cases, ...)
- L'aptitude à modifier les données et à en observer les conséquences s'insère dans la capaacité générale n°2 et il peut être intéessant de la tester.

Remarque sur le "niveau" du problème

Dès la règle du jeu comprise, les stratégies simples sont accssibles dès avant la sixième. Par contre les tentatives de démonstration de la conjecture sur les puissances de 2 comme valeurs possibles de n semblent dépasser le cadre du lycée. Entre les deux il y a bien des possibilités, de nombreuses "compétences générales" mises en jeu..., que l'on pourrait tester à divers niveaux en commençant dès la sixième.

V - UNE CONCLUSION ?

Le plus intéressant et sans doute le plus fécond pour l'avenir n'est pas rapporté ici : il s'agit des discussions relatives à l'approximation des objectifs et de celles qui ont entouré les essais de production. Grâce à elles il doit être possible d'envisager un lancement efficace de la nouvelle évaluation prévue en sixième.

ANNEXE 1 : DOCUMENT PREPARATOIRE

QUELQUES "CAPACITES GENERALES" A TESTER OU A TESTER DAVANTAGE DES LA SIXIEME

PROPOSITIONS H.B.

1. Maîtrise du langage courant utilisé dans le formulations mathématiques ("est", "un", "le", "si",...)

- **Aptitudes à :**

2. S'approprier un texte, un dessin, une consigne, une situation.
3. Se questionner, remarquer, observer, s'étonner.
4. Poser un problème, se donner un défi.
5. Utiliser une documentation, un argumentaire, (et en chercher)
6. Faire des essais, prendre des exemples.
7. Conjecturer, en distinguant nettement conjecture et fait avéré.
8. Utiliser des cas particuliers
9. Utiliser un contre-exemple.
10. Identifier, reconnaître un modèle, une analogie.
11. Appliquer une propriété, une consigne, une formule.
12. Plus généralement mettre en oeuvre des savoirs.
13. Chercher des stratégies de résolution de problèmes :
 * en faisant varier des données, des paramètres,
 * en partant de la conclusion, du but poursuivi
 * en changeant de cadre
 * en comparant à un "champion présumé"
 * par essais exhaustifs
 * ...
14. Débattre et exposer
15. Choisir le niveau de rigueur (réponses exactes ou approchées)
16. Evaluer la plausibilité, la pertinence, le niveau de rigueur, d'informations ou de résultats

SAVOIRS ET SAVOIR-FAIRE EN MATHEMATIQUES ESSENTIEL DES LA SIXIEME PPAREMMENT PEU OU NON ETUDIES DANS LES EVAPM 6EME

PROPOSITIONS H.B.

DOMAINE NUMERIQUE : *1, *2

20. Pratiques et méthodes de calcul mental.
21. Passage d'un nombre à un autre par une multiplication.
22. Cas des "petits" décimaux.
23. Utilisation d'ordres de grandeur.
24. Emploi de lettres.
25. Maîtrise des trois visages d'une relation du type $x=yz$.
26. Signification d'un pourcentage
27. Passage d'un pourcentage en hausse, baisse, ...à un coefficient multiplicatif, et inversement
28. Reconnaissance d'une proportionnlité, d'une non-proportionnalité, d'une "proportionnalité approximative utile"

DOMAINE GEOMETRIQUE : *1, *2, *3

30. Distinctions entre des concepts mathématiques, ce qu'ils représentent et leurs représentations.
31. Maîtrise des concepts de base (droite, longueur, distance, aire,...)
32. Apprentissage de la démonstration. ***4**

***1** Les "capacités générales" (cf. Autre "relevé") sont évidemment à tester le plus possible à travers le programme de mathématiques de sixième.

***2** Les "recherches d'erreurs" (40) sont toujours à développer.

***3** De même les "figures téléphonées" (33) ou la recherche de figures "simples" dans un environnement complexe (34)

***4** Peut se faire aussi en dehors de la géométrie...

(2) S'APPROPRIER un texte, un dessin, une consigne, une situation :

-1- Mettre un énoncé sous une forme qui m'implique :

- **Diviser, mais quoi ?**

« 8 lots d'abricots, les huit de même poids, pèsent ensemble 5 kg. Quel est le poids de chaque lot ? »
Posez-vous ce problème sous une forme active, où vous devez agir :
« J'ai 5 kg d'abricots à répartir, à partager en 8 lots... »

-2- Un énoncé à comprendre

Nous allons vous donner ci-dessous un énoncé de problème. Ici il ne s'agit pas de résoudre ce problème, mais d'indiquer comment vous comprenez l'énoncé.
Pour cela, nous vous poserons des questions.
Voici l'énoncé :

« Dessinez un rectangle MIEL. Les segments [ME] et [IL] se coupent en A. Intéressez-vous à la nature du triangle EAL. »

Voici les questions :

1. *Le rectangle doit-il être dessiné particulier, par exemple avec* MI = ML *?*

....

2. *Pouvez-vous dessiner le rectangle avec les dimensions que vous voulez ?*

....

3. *Le rectangle a quatre sommets. Les noms de ces points sont-ils* M, I, E, L *?*

....

4. *En suivant le contour du rectangle, peut-on rencontrer les 4 sommets dans l'ordre* M, E, I, L *?*

....

5. *En écrivant* « Les segments [ME] et [IL] se coupent en A », *veut-on dire que ces segments se coupent et qu'on appellera A leur point commun ?*

....

6. *La question sur* « la nature du triangle EAL » *veut-elle dire qu'il faudrait se demander s'il s'agit d'un triangle particulier, par exemple isocèle ou rectangle ?*

....

7. *La réponse fournie pour* EAL *devrait-elle être valable quel que soit le rectangle* MIEL *de départ ?*

....

3. Comment s'approprier l'énoncé habituel, concis, qui définit la médiatrice ~~de~~ un segment ?
- mots employés, leur signification
- énoncé réexprimé,
  décortiqué ;
- dessins multipliés, en couleur
- " à main levée, ensuite contrôlés
- dessins que l'on fait bouger, ...

Comment contrôler cela ?

-4- Dessins de conchoïdes :

(à partir de la consigne-définition)

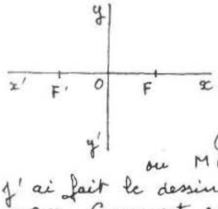
-5- Dessins de figures inverses

(à partir de la consigne-définition)

-6- Enoncés à trous,
pour y placer :
- des valeurs numériques,
- des valeurs de longueurs, aires, volumes ou capacités, masses, prix, ...

-7- Retrouver des énoncés "mélangés", - avec des différences de situations permettant de ranger et classer ! -

-8- Par analogie : ...

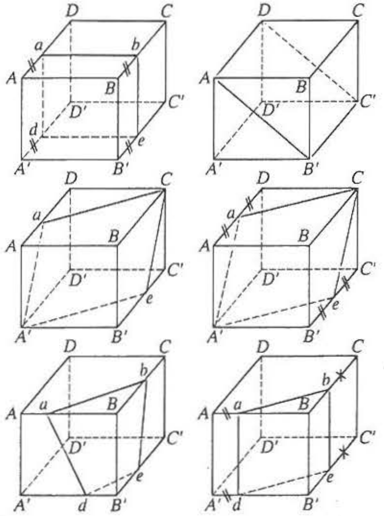


Je dois dessiner l'ensemble des points M tels que
MF + MF' = a
(ou MF - MF' = b ;
ou MF × MF' = c ; ...)
J'ai fait le dessin pour le quadrant xOy. Comment continuer ?

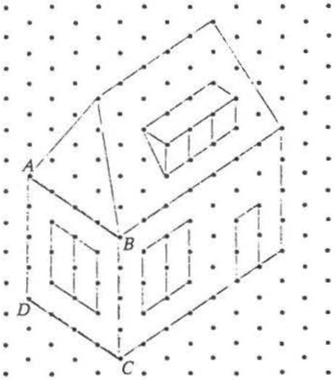
-2-

③ OBSERVER

1 . Voici des dessins de parallélépipèdes rectangles coupés par des plans. Observe les sections. Quelles figures reconnais-tu?

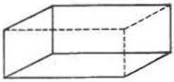


2 ~~62~~ La figure ci-dessous montre l'utilisation d'un « réseau triangulaire » pour dessiner, en perspective cavalière, des objets de l'espace (ici une maisonnette).



• S'agit-il d'un toit à deux pentes, ou à quatre pentes? Qu'est le quadrilatère *ABCD* (dessin et réalité)?

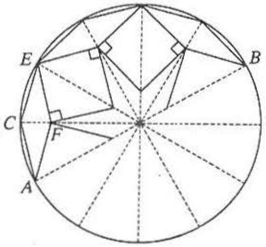
3 . Voici un dessin de parallélépipède rectangle.



Le dessinateur a-t-il observé ce solide par en dessus ou par en dessous?

4 . ~~260~~ Refais, en multipliant le rayon par 3, le dessin ci-dessous, où figurent trois losanges tels que *ACEF*. Complète-le par une symétrie par rapport à la droite (*AB*).

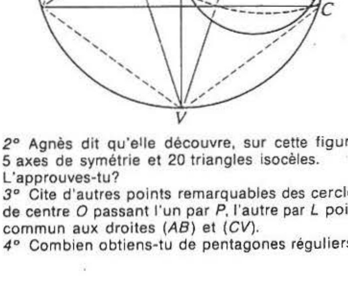
Observes-tu des alignements de points? des carrés? d'autres axes de symétrie?



5 . ~~162~~ De nombreux crics d'automobile ont la forme d'un losange. Essaie d'expliquer leur fonctionnement.

6 . **construction des pentagones réguliers à la règle et au compas.**

1° La figure ci-dessous indique une construction des pentagones réguliers. Cherche comment elle a été réalisée en la refaisant sur un cercle (*O*; 6 cm), mais avec des traits fins, au crayon, pour les traits de construction.



2° Agnès dit qu'elle découvre, sur cette figure, 5 axes de symétrie et 20 triangles isocèles. L'approuves-tu?

3° Cite d'autres points remarquables des cercles de centre *O* passant l'un par *P*, l'autre par *L* point commun aux droites (*AB*) et (*CV*).

4° Combien obtiens-tu de pentagones réguliers?

⑥ ESSAIS RAISONNÉS

LE CAISSIER IMPRUDENT

F. F. J. M. Vol n°6

Les frères Rape-sou essaient d'ouvrir le coffre de la banque Pique-tout. La combinaison est une suite croissante de 3 chiffres (non nuls).

Dans les poches du caissier ligoté, ils découvrent les deux indications suivantes :

• La somme des chiffres est 17

• Le produit de 2 quelconques d'entre eux augmenté du troisième est un carré.

Quelle est la combinaison du coffre ?

LES CRAYONS

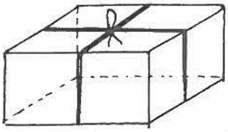
F. F. J. M. Vol n°7

Charlie et Bruno jouent au jeu suivant, avec un tas de dix crayons : ils prennent à tour de rôle un, deux ou trois crayons. Mais ils imposent la règle suivante : aucun des joueurs n'a le droit de prendre le même nombre de crayons que le joueur précédent, sauf s'il ne reste qu'un seul crayon, auquel cas le joueur est obligé de prendre ce crayon.

Le perdant est celui qui doit ramasser le dernier crayon. Charlie commence.

Combien doit-il prendre de crayons la première fois, pour obliger Bruno à prendre le dernier crayon ?

BIEN FICELER ...



Ce dessin est celui d'un paquet parallélépipédique ... ficelé. La longueur totale des trois dimensions doit être 90 cm. Aucune ne peut être inférieure à 15 cm ni supérieure à 45 cm. Quelles dimensions proposer pour employer le moins de ficelle possible ?

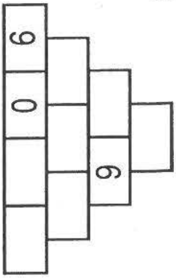
PILE DE CARRES

(de Michel [illegible] L'Herman)

Complétez cette pyramide de telle sorte que :

• Tous les chiffres de 0 à 9 figurent une et une seule fois

• Chaque ligne soit un carré.



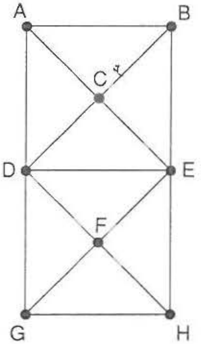
CHEMIN DE FER A DEFAIRE

F.F.J.M. Vol n°6

La figure représente le réseau ferré de la ville de Stadt-City. Par souci d'économie, le maire décide d'abandonner l'entretien d'un certain nombre de voies. Deux impératifs doivent être respectés :

- Deux gares quelconques parmi les huit de la ville doivent toujours être reliées, quitte pour le voyageur à emprunter une correspondance.

- Le coût d'entretien, proportionnel à la longueur totale des voies, doit être minimisé.



Repassez au feutre épais les voies restantes après exécution de la décision du maire.

LES NOMBRES DE MARCO

(6e Marché [illegible])

Appelons nombre de Marco un nombre de 4 chiffres tel que le produit des 2 premiers chiffres soit égal à la somme des 2 derniers.

Par exemple 1990 est un nombre de Marco (1 x 9 = 9 + 0) ou encore 2351 ou 5387.

Quel est le plus grand nombre de Marco ?

LES ALLUMETTES

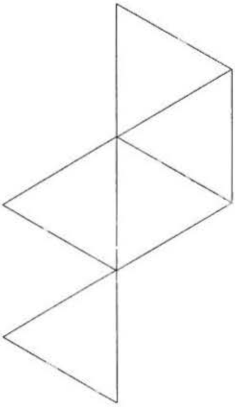
F.F.J.M. Vol n°6

(Ce jeu ne convient pas aux enfants de moins de 36 mois)

Cinq triangles équilatéraux sont formés par des allumettes identiques.

En déplaçant deux allumettes, transformez cette figure et fabriquez une figure constituée seulement de quatre triangles équilatéraux égaux. Chaque allumette doit appartenir à un triangle (au moins). Deux allumettes ne peuvent être superposées.

Vous dessinerez une position finale en représentant les allumettes déplacées à l'aide d'un feutre épais.



• CRYPTO-CUBE

F. F. J. M.,
Vol 6

UN x UN x UN = CUBE

Chaque lettre de cette multiplication représente un chiffre. Deux lettres distinctes correspondent à deux chiffres distincts. L'opération est exacte.

Quelle est la valeur de UN ?

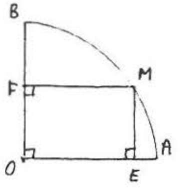
• UNE **COURONNE** (D'après F.F.J.M. Vol n° 3)

⑦ [illegible]

Trace un segment AB (de 5 cm) et Δ, perpendiculaire en A à ce segment.
Soit O un point de Δ
Trace les cercles (O, OA) et (O, OB)
On dessine ainsi une couronne.
L'aire de cette couronne est donnée par $\pi \times (OB^2 - OA^2)$.

As-tu assez de données pour calculer cette aire ? Il paraît que oui ...

• COMPARAISON AU **CHAMPION** PRÉSUMÉ :



On donne un quart de cercle $\widehat{AB}$ (centre O).

Où choisir M sur cet arc pour que l'aire du rectangle OEMF soit maximale ?

Et si M était sur le segment AB (et non plus sur le quart de cercle, toujours avec OEMF rectangle) ?

• QUI SERA **REÇU ?** (Cf. fiche-page ⑩ : Nombres ↔ Lettres).

On (désigne) $a^2 + b^2$ par x et $c^2 + d^2$ par y. Pierre sera reçu si $x > y$.
Sinon ce sera Jean.

Qui sera reçu ?

(13) STRATÉGIES, ...

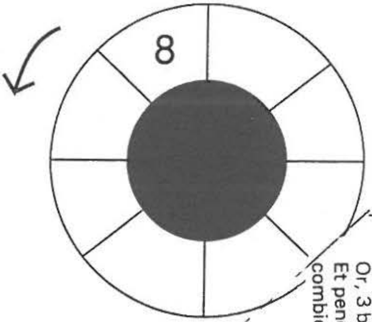
MARCHE FORCEE

D'après F.F.J.M Vol n° 6

A l'aide des nombres de 1 à 7, ***complétez la numérotation des cases*** de cette couronne de manière qu'on puisse y décrire le circuit suivant (dans le sens de la flèche) :

On part de la case 1, on avance d'une case, on tombe sur la case 2, on avance de deux cases, on tombe sur la case 3 et ainsi de suite jusqu'à arriver à la case 8.

Envisager au moins deux méthodes.



L'encyclopédie

F.F.J.M. Vol 3

Pour numéroter les pages d'une encyclopédie, on a imprimé 1988 fois le chiffre 1.
Combien l'encyclopédie compte-t-elle de pages ?

____ pages

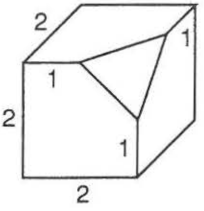
LE CUBE A SEPT FACES

(S^t Michel en l'Herm - modifié -)

Un cube plein a l'un de ses coins coupé (voir figure).
Les dimensions sont indiquées en mètres.

Quelle est, en m², l'aire de ce "cube à 7 faces" ?

Faute de mieux, un ordre de grandeur suffira - Expliquer -



Le renard et le chien

F F J M Vol n° 3

Un renard est poursuivi par un chien. Il a 27 bonds d'avance. Or, 3 bonds du renard valent en longueur, 2 bonds du chien. Et pendant que le chien fait 4 bonds, le renard en fait 5. En combien de bonds le chien rattrapera-t-il le renard ?

(13) STRATÉGIES DE RÉSOLUTION...

Faire varier les données :

4. Un compagnon ouvre la voie

Une plaque de fer de **1 m²** *pèse* **40 kg.**
1. *Quelle est l'opération à faire pour trouver le poids d'une plaque de fer de* **6 m²** *(et de même épaisseur) ?*

....

2. *Même question pour une plaque de fer, de même épaisseur, de* **0,35 m².**

....

5. Cherchons ensemble

0,72 litre *de boisson coûte* **22,5 F.** *Cherchons ensemble le prix du litre.*
1. *Transformez l'énoncé en remplaçant* **0,72** *par un nombre entier* **plus grand que 1.** *Écrivez lequel :* ☐ ....

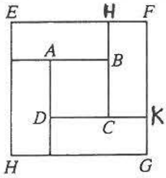
Écrivez l'opération à faire pour trouver, dans ce cas, le prix du litre :

....

2. *De même, avec* **0,72 litre,** *l'opération à faire est :*

....
(Vous pouvez la faire à la calculette.)
Le prix du litre est : ....

Rechercher un maximum :



La figure ci-contre est formée d'un carré EFGH et de quatre rectangles tous pareils HFKC, ...

Le carré ne change pas, mais on peut changer les dimensions des rectangles à condition que leur somme (longueur + largeur) soit toujours le côté du carré.
Comment choisir les dimensions de chaque rectangle pour que leur aire soit maximale ?

Utiliser des "chemins inverses"

- On calcule ainsi le volume (V) d'une pyramide à base carrée, côté a (cm), et de hauteur h (en cm) : $a \longmapsto \boxed{\text{aire base}} \xrightarrow{\times h} \boxed{} \xrightarrow{:3} \boxed{V}$

  V étant donné, calculer a.

- Je multiplie par 3 le prix de revient d'un livre. J'augmente ce produit de 22 F. Je ne dois pas alors dépasser 110 F. Quel peut être le prix de revient de ce livre ?

- 8 stylos coûtent 72 F (Ils sont tous au même prix). Combien puis-je en acheter avec 43 F ?

«petites» recherches...

- Si un papier «a pour force 80 g», c'est que 1 m² de ce papier pèserait 80 grammes.
Combien pèse une feuille rectangulaire de 21 cm sur 29,7 cm , «force 80 g»?
Comment chercheras-tu la force du papier de ton cahier?

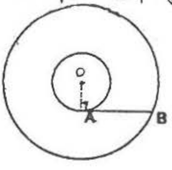
㉓ RÉFLEXION SUR LES ORDRES DE GRANDEUR.

• La moquette.

En 6eme, fournir la form de l'aire d'une couronne.

Le tapissier doit poser de la moquette dans ce vaste hall en forme de couronne. La distance du point A au point B (voir figure) est 10 m. La pose du mètre carré de moquette coûte 19,80F. Donne un encadrement du prix à payer.

D'après FFJM Vol n°3



• Affiner une approximation

(23 et 31)

La figure 17 encadre l'aire S entre :
- l'aire bordée en « gros points » — désignons sa mesure par x;
- l'aire bordée par le trait en tiretés — désignons sa mesure par y.

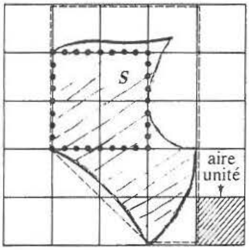


Figure 17 ▸

D'où : $x <$ mesure de $S < y$.
Cherche les valeurs de x et y.
Quel est le « milieu » de l'encadrement obtenu?
Le « manque » pour x et « l'excès » pour y te semblent-ils de même importance?
Quelle mesure de S proposes-tu?

Recommence avec l'encadrement, « plus fin », indiqué par la figure 18.

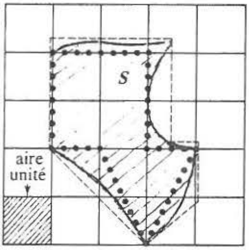


Figure 18 ▸

• Quelle approximation ?

(23 et 31)

La figure ci-contre est un arc de cercle. On dispose d'un compas et d'une règle graduée. On ne doit pas utiliser autre chose.
On cherche la mesure du rayon de cet arc. Quelle valeur proposes-tu? avec quelle approximation?

(22) « Les "PETITS" DÉCIMAUX »

1. On veut plus grand

(Rappel sur le signe « > » :
« > » peut se lire « est plus grand que ».
Par exemple : 7,8 > 6 *et* 7,3 > 7,18.*)*

Pour avoir 80 : ... > 80

Vous allez compléter par un nombre :

plus grand que 2	plus grand que 1
plus petit que 1	compris entre 1 et 2

(Barrez ce qui ne convient pas.)

2. On veut plus petit

(Rappel sur le signe « < » :
« < » peut se lire « est plus petit que ».
Par exemple : 6,4 < 7 *et* 6,09 < 6,1.*)*

Pour avoir 110 × ... < 110

Vous allez compléter par un nombre :

plus grand que 1	plus petit que 1
compris entre 1 et 2	égal à 1

3. Le bon choix !

Sans effectuer *les multiplications ou les divisions, complétez par « > » ou par « < ».*

1. 103 × 0,7 103
2. 0,48 × 2,3 0,48
3. 17 : 0,8 17
4. 0,35 : 4,7 0,35

(26) Signification d'un pourcentage ...

- Analogie avec ‰,
- Le "per cent" anglo-saxon
- Analogie avec des « par douzaines », ...

(21) PASSER D'UN NOMBRE A UN AUTRE PAR MULTIPLICATION

① Des degrés de difficulté :

(Concept de base ?)

$11 \times \cdots = 77$
$0,7 \times \cdots = 364$
$13 \times \ldots = 1,3$
$17 \times \cdots = 7$

② Compléter :

$(18 \times 0,1 \times 13) \times \ldots = 18 \times 13$
$(18 \times 17 \times 31) \times \ldots = 18 \times 17$

(27) EXPRIMER UNE HAUSSE, UNE BAISSE, ... PAR UN COEFFICIENT MULTIPLICATIF.

J'achète un téléviseur. Au prix "**Hors Taxes**", s'ajoute la T.V.A. de 20,6%. Ce qui donne le prix «**Toutes Taxes Comprises**». Le vendeur me consent une remise de 8%. Vaut-il mieux que j'aie cette remise sur le prix H.T. ou sur le prix T.T.C. ?

(25) LES TROIS VISAGES DE $x = yz$.

Exemples avec "base, hauteur, volume", "distance, durée, vitesse", ... "prix/kg, masse, prix", ...

(24) NOMBRES ↦ LETTRES

1. Demi-périmètre du rectangle

(« Périmètre » : voir p. 218-219)
Un rectangle a une longueur de 15 cm. *Sa largeur n'a pas été mesurée. Désignons-la par x, en cm.*

1. *Exprimez le demi-périmètre de ce rectangle* en fonction de *x :*

En cm, demi-périmètre = ...

2. *Écrivez la* valeur numérique *de ce demi-périmètre lorsque celle de x est* 11 : ....

3. *Exprimez l'aire de ce rectangle* en fonction de *x* :
En cm², aire = ...

4. *Écrivez la* valeur numérique *de cette aire lorsque celle de x est 7,5 :*

....

2. De délicieux abricots

Voici des abricots à 7 F *le kilo.*

1. *Indiquez l'opération qui donne le prix de* 3,5 kg *de ces abricots :*

....

2. *J'en achète un nombre de kg que je désigne par* n. *Le prix de cette quantité sera désigné par* p, *en* F. *Encadrez, ci-dessous, ce qui exprime* p en fonction de n *(il n'y a qu'une bonne réponse) :*

$p = n + 3{,}5$; $\quad p = n + 7$;
$p = 7 \times 3{,}5 \times n$; $\quad p = 7 \times n$

3. *Encadrez maintenant ci-dessous ce qui exprime* n en fonction de p :

$n = p : 7$; $\quad n = p - 7$;
$n = p \times 7$; $\quad n = p + 7$.

3. Une notation abrégée

$5 \times x$ *s'abrège en* $5\,x$.
$x \times 5$ *s'abrège aussi en* $5x$ **et jamais** *en* $x\,5$ **:** **dans un produit, on écrit toujours les facteurs « numériques », ici 5, avant les lettres.**

1. *L'écriture* 7,8 *x est l'abréviation d'une écriture où figure un signe d'opération. Écrivez ce signe :* ....

2. *Quelle est la* **valeur numérique de 7,8** *x lorsque celle de x est* 10 ?

....

4. Est-ce cher ?

J'achète un nombre de kg de prunes que je désigne par x. Je paie, en **F**, *6,5 x.*

1. **6,5***x est une abréviation. Écrivez le signe d'opération qui a été supprimé :* ....

2. *Écrivez le prix du kilogramme de ces prunes :*

....

5. Un marchand fait ses comptes

Il a acheté 17 *transistors, tous au même prix. Désignons le prix de chacun par* t, *en francs.*

1. *Exprimez le prix total* en fonction de t :

....

2. *Calculez* t *lorsque* **17 t = 680 F :**

....

---

6 Qui SERA REÇU ? (suite ↦ fiche-page 5)

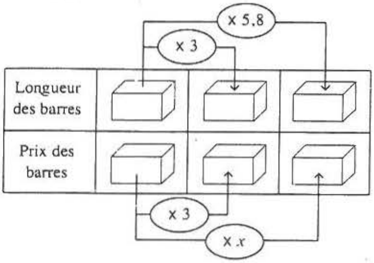
Le concours d'entrée à l'école LATÉRALE porte sur deux matières : français et mathématiques.
Pierre obtient en français la note a et, en maths, la note b
Soit m leur moyenne
Exprimer m en fonction de a et b
Jean obtient les notes c et d (avec $c < a$ et $a < b$)
Il a la même moyenne que Pierre.
Exprimer m en fonction de c et d.
Situer d par rapport à b.

-11-

28 proportionnalité ?

1. Une mise en boîte...

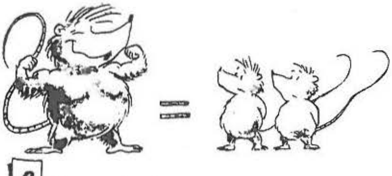
Le tableau ci-dessous concerne les prix de trois barres en fonction de leurs longueurs.
Mais les longueurs et les prix sont cachés dans des boîtes :



Le dessin indique les multiplicateurs qui donnent les longueurs et les prix de la deuxième et de la troisième barre en fonction de ceux de la première.

1. *Lorsque* $x = 5,8$, *les prix sont-ils proportionnels aux longueurs ? (Justifiez votre réponse.)* ...
....
....

2. *Même question lorsque* $x = 29,4$: ....
....
....



2. Masse et volume...

1. *Marc fabrique des cubes en fer, pleins. Leurs masses (poids) sont-elles proportionnelles à leurs volumes ? (Justifiez votre réponse.)* ....
....
....

2. *Même question lorsque les cubes ont un vide à l'intérieur, le même pour tous les cubes :* ....
....
....
....

3. Éric a vendu trois lots de raisins :

Poids	7 kg	11 kg	13 kg
Prix	49 F	77 F	91 F

Les prix sont-ils proportionnels aux poids ? ......
Justifiez votre réponse : ....
....
....

4. Les tarifs postaux (en 1990)

Poids de la lettre	11 g	33 g	66 g	330 g
Prix du timbre	2,3 F	3,8 F	5,7 F	...

1. *Le prix du timbre est-il proportionnel au poids de la lettre ?* ....
Justifiez votre réponse : ....
....
....

2. *Pouvez-vous, sans connaître les tarifs postaux, remplir la dernière case ?* ....
Pourquoi ? ....
....

5. Deux frères

L'âge d'Éric est-il proportionnel à l'âge de son frère Marc qui a 3 ans de moins que lui ? ....
Pourquoi ? ....
....
....

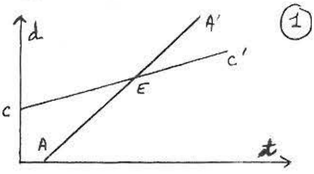
6. On vous cache quelque chose ?

Voici un tableau concernant des terrains :

Nombre de m^2	700	3 500	y
Prix, en F	28 000	x	42 000

Expliquez si vous pouvez, sans autres renseignements, calculer x et y : ....
....
....

㉚ OBJETS ≠ REPRÉSENTATIONS :



①

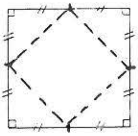
Graphiques représentant les mouvements d'un camion et d'une automobile ...

E correspond au dépassement du camion par l'automobile.
E est-il un point ?

②

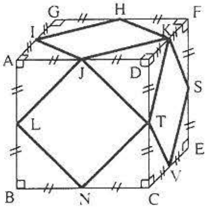
Que de carrés !

Nous vous affirmons que les milieux des côtés d'un carré forment un nouveau carré (en tiretés ci-contre). Admettez ce résultat. Vous pourrez l'utiliser pour la suite.



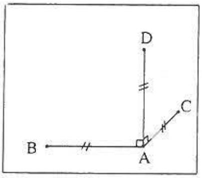
La figure ci-contre, représente un cube en perspective cavalière. Parmi les quadrilatères tracés sur cette figure, citez ceux qui représentent des carrés :

ABCD ; ....
....



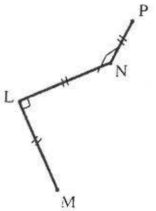
③

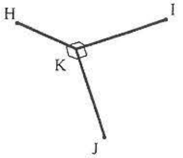
On demande un cube



Ci-contre, il y a le début du dessin d'un cube en perspective cavalière. Terminez-le.

Terminez aussi les dessins ci-dessous (toujours pour des cubes vus en perspective cavalière) :

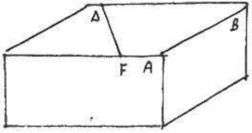




⑬ ... CHANGEMENTS DE CADRES ...

- Problèmes de partage « représentés » en termes de longueurs de segments,
- Graphiques de mouvements
- Equations et graphiques
- Géométrie dans l'espace ↔ géométrie plane.

(Exemple :



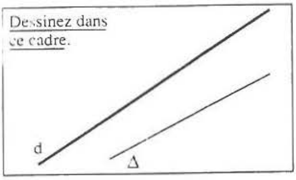
Cette figure représente un parallélépipède rectangle.
Tracer, par B, la perpendiculaire à (EF).

— ..., ..., ...

-13.

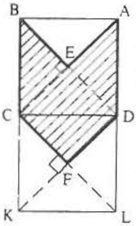
(31) MAÎTRISE DE CONCEPTS DE BASE :

LIGNE DROITE :



Dessinez, sans sortir du cadre, *la droite* d' *symétrique de la droite* d *par rapport à* Δ. *Expliquez comment vous avez fait :*

Aires ...



La figure ci-contre représente deux carrés **ABCD**, **CDLK** *et leurs diagonales, avec :* AB = 2 cm.
À partir de là, on a formé le polygone de six côtés **AEBCFD** *(c'est donc un hexagone).*

1. *L'aire du triangle* **EAB** *est une fraction de l'aire du carré* **ABCD**. *Encadrez la bonne fraction parmi celles-ci :*

1/2 ; 3/5 ; 1/4 ; 2/5 ; 3/8

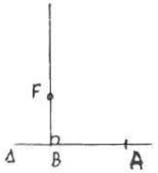
2. *Complétez :*

L'aire du triangle FCD est le .... de l'aire du carré CDLK.

3. *Les aires des triangles* **FCD** *et* **EAB** *sont-elles égales ? (Justifiez votre réponse.)* ....
....
....

4. *Comparez, en expliquant, les aires du polygone* **AEBCFD** *et du carré* **ABCD** :

DISTANCES



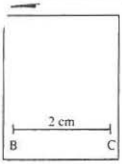
Recherche de points « équidistants » de A et de F,

« équidistants » de A et de [AB],

... , ...

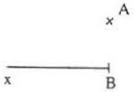
LE CERCLE

Pour « construire » un triangle



1. *Sur quelle ligne se trouvent les points qui sont à 2,5 cm de* **B** *?* .....
....
2. *Sur quelle ligne se trouvent les points qui sont à 1,5 cm de* **C** *?* .....
....
3. *Où placer un point* A *tel que* AB = 2,5 cm *et* AC = 1,5 cm *?* ....
....

Retrouver le centre



Il y avait, sur la figure ci-contre, un cercle qui passait par A. *Il a été effacé, mais on se souvient de deux choses :*
— *son rayon était* 1,5 cm *;*
— *son centre,* E, *était sur la demi-droite* Bx.

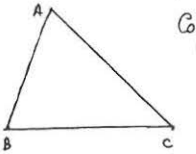
1. *Sur quelle autre ligne* E *doit-il se trouver ?* ...
....
2. *Où le placez-vous ?* ....
....

Carré qui "roule"...

Un carré « roule » sans glisser sur une ligne donnée (segment, triangle, carré, ...)

Etudier ce que sont les lignes décrites par des points du carré ou liés au carré ...

LONGUEUR, périmètre :



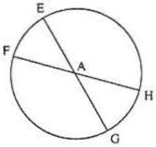
Comment choisir M sur [BC] pour que les triangles AMB et AMC aient le même périmètre ?

(32) APPRENTISSAGE DE LA DÉMONSTRATION

(et 5) UTILISATION DE THÉORÈMES CITÉS !

Quand vous utiliserez l'une des possibilités indiquées dans la page de gauche, contentez-vous, ici, de la désigner par son numéro *(ne le faites pas en classe : tout le monde ne numérote pas, ou ne numérote pas de la même façon ; en classe, il faudra écrire, ou réciter, l'énoncé utilisé).*

1. Un cercle et deux diamètres



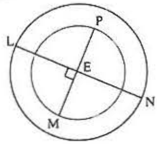
Partons de la figure ci-contre, où **[EG]** *et* **[FH]** *sont deux diamètres du cercle.*

1. *Comparez les longueurs* **EG** *et* **FH** *:* .....
....

2. *Que dire des milieux de* **[EG]** *et* **[FH]** *?* ....
....

3. **EFGH** *semble être un rectangle. Vous le prouvez en utilisant la possibilité n°* ....

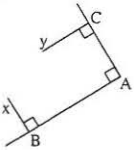
2. Deux cercles et deux diamètres



Partons de la figure ci-contre où les deux cercles ont le même centre **E**, *où* **[LN]** *est diamètre d'un cercle et* **[MP]** *diamètre de l'autre.*

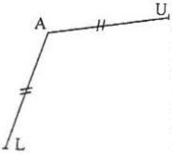
LMNP *semble être un losange. Vous le prouvez en utilisant la possibilité n°* ....

3. Que de perpendiculaires !



Les droites **(Bx)** *et* **(Cy)** *se coupent en* **E**. *Tracez* **E**. *Vous prouvez que* **EBAC** *est un rectangle en utilisant la possibilité n°* ....

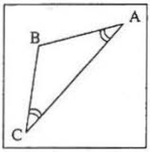
4. Que de parallèles !



1. *Vous prouvez que le triangle* **ALU** *est isocèle en utilisant la propriété n°* ...

2. *Tracez, par* **L**, *la droite* Δ *parallèle à* **(AU)**. *Tracez, par* **U**, *la droite* Δ' *parallèle à* **(AL)**.
Δ *et* Δ' *se coupent en* **B**.
Le quadrilatère **LAUB** *semble être un losange. Vous le prouvez en utilisant la propriété n°* ....

5. Un peu de symétrie (voir p. 210 à 214)



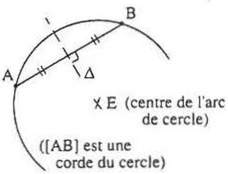
1. *Vous prouvez que le triangle* **BAC** *est isocèle en utilisant la propriété n°* ....

2. *Puisque le triangle est isocèle, que savez-vous de* **AB** *et* **BC** *?* ....
....

3. *Dessinez le point* **D** *symétrique de* **B** *par rapport à* **(AC)**. *Que savez-vous des longueurs* **AB, AD, BC, BD** ?

4. *Vous prouvez que le quadrilatère* **ABCD** *est un losange en utilisant la propriété n°* ....

6 La médiatrice passe par là...



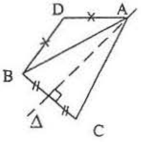
1. *Pourquoi* Δ *est-elle la médiatrice de* **[AB]** ? ..

2. *Pourquoi a-t-on* **EA = EB** ? ....

3. *Relisez la « **Propriété 1** » et la « **Propriété 2** » de la page de gauche.*
Citer le numéro de celle qui permet d'affirmer que Δ *passe par* **E** :

㉜ APPRENTISSAGE DE LA DÉMONSTRATION

1 Symétrisons...



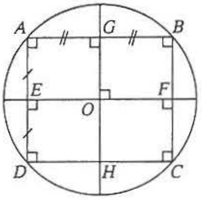
1. *Prouvez la nature du triangle* **ABC : ....**
....
....
....

2. *Prouvez celle du triangle* **DAB : ....**
....
....

3. *Dessinez le symétrique* E *de* D *par rapport à* Δ. *Citez le symétrique de* [CD] : ....
Qu'en déduisez-vous pour CD *et* **BE** *?* **............**
....

2

Sur la figure ci-dessous, *O* est le centre du cercle et du rectangle *ABCD*.

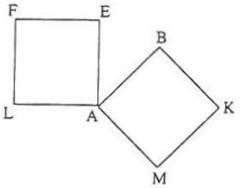


1° Que sont les quadrilatères *AGOE*, *BFOG*, ...?
2° Compare, sans mesurer, les longueurs *EG* et *AO*.
Qu'est le quadrilatère *EGFH*? (Justifie-le).
3° Quand les points *A*, *B*, *C*, *D* se déplacent sur le cercle (*ABCD* restant un rectangle) que fait le périmètre de *EGFH*?

3

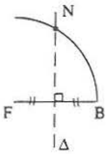
~~126~~ Dessine un triangle isocèle *ABC* de base [*BC*], puis un point *E* du segment [*AC*] et un point *F* du segment [*BC*] tels que $\widehat{EFC} = \widehat{ABC}$. Compare $\widehat{ECB}$ et $\widehat{ABC}$, $\widehat{ECB}$ et $\widehat{EFC}$. Qu'est le triangle *EFC* (justifie-le)?

5 Pas tout à fait un papillon !



Cette figure représente un triangle isocèle **AEB** *bordé par deux carrés. Codez-la. Expliquez ensuite ce qu'est le triangle* **ALM :**
....
....
....

6 Le joli triangle !



(F est le centre de l'arc de cercle.)

1. *Pourquoi a-t-on* **FB = FN ? ....**
....

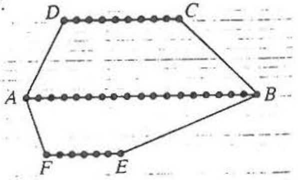
2. *Pourquoi* Δ *est-elle la médiatrice de* **[FB] ? ...**
....
....

3. *Pourquoi a-t-on* **NF = NB ? ....**
....

4. *Le triangle* **NFB** *a-t-il ses trois côtés de même longueur ?* **...**

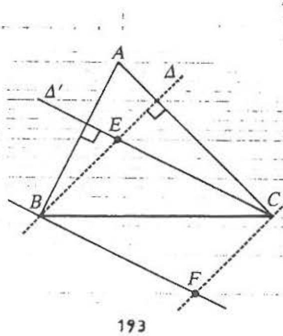
7

— *tracer deux trapèzes ABCD et ABEF de base* [*AB*],
— *s'interroger sur le quadrilatère DCEF.*



4

— *tracer un triangle ABC,*
— *tracer, par B et C respectivement, les perpendiculaires Δ et Δ' aux droites* (*AC*) *et* (*AB*); *ces perpendiculaires se coupent en E,*
— *terminer le parallélogramme CEBF,*
— *chercher une particularité du quadrilatère ABFC.*



㉜ APPRENTISSAGE DE LA DÉMONSTRATION

☆ 142 Dessine un triangle isocèle *ABC*, de base [*BC*].
Marque *E* sur la demi-droite *BC* tel que $BE = BA$, et *F* sur la demi-droite *BA* tel que $BF = BC$. Trace le segment [*EF*].
1° Cette figure a un axe de symétrie : lequel?
2° Compare les longueurs *FE* et *AC*, *FE* et *AB*. Qu'est le triangle *FBE*?
3° Qu'est le quadrilatère *AFCE*?

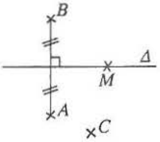
☆ 143 Dessine un triangle isocèle *ABC*, de base [*BC*].
Soit *I* le milieu du segment [*BC*] et *M* un point du segment [*AI*]. La droite (*CM*) coupe en *F* le segment [*AB*]. La droite (*BM*) coupe en *E* le segment [*AC*].
Que dis-tu du triangle *MBC*? du triangle *AEF*? du quadrilatère *BFEC*?

☆ 20 *1°* Compare, sans mesurer sur le dessin :

$$MA + MC$$

et $$MB + MC.$$

2° Où placer *M* sur *Δ* pour que le trajet $MA + MC$ soit le plus court possible?



☆ 30 Soit un cercle (*A*; 3 cm).
1° Dessine une corde [*EF*], et son milieu *M*. Que dis-tu des distances à *E* et *F* du point *A*? du point *M*? Qu'est la droite (*AM*) pour le segment [*EF*]?
2° Marque un point *B* tel que $AB = 2$ cm. Explique comment tu dessines une corde [*LH*] du cercle dont le milieu est *B*.

☆ 31 Dessine sur papier transparent un segment [*AB*] de 2 cm et sa médiatrice. Comment utiliser cette figure pour trouver le centre (perdu) d'un cercle?

40 Dessine un cercle (*A*; 4 cm) et un point *B* tel que $AB = 3$ cm. La médiatrice *Δ* du segment [*AB*] coupe le cercle en *E* et *F*. Compare les longueurs *EA* et *EB*, *FA* et *FB*. Compare les longueurs *AE* et *AF*. Qu'est le quadrilatère *AEBF*?

154 Dessine un triangle isocèle *ABC*, de base [*BC*] et le milieu *M* de celle-ci. Marque un point *E* de la droite (*AM*) et son symétrique *F* par rapport à la droite (*BC*).
Qu'est le quadrilatère *EBFC*?

☆ 160 Dessine un triangle *ABC* non isocèle, et la médiatrice, *D*, du segment [*AC*].
Dessine les points *E* et *G* symétriques de *B* respectivement par rapport aux droites (*AC*) et *D*.
Dessine *F* symétrique de *E* par rapport à la droite *D*.
Les droites (*AB*) et (*CG*) se coupent en *K*. Les droites (*AE*) et (*CF*) se coupent en *L*. Situe *K* et *L* par rapport à la droite *D*. Le quadrilatère *AKCL* a-t-il des axes de symétrie? Qu'est-il?

★ 181 Dessine un rectangle *ABCD* en dessinant d'abord un côté [*AB*] puis le centre *O* du rectangle.
Explique le choix de *O* puis le tracé de *C* et *D*. Justifie ton dessin.

★☆ 182 Dessine deux points *A* et *E* puis une droite *Δ* qui passe par *A* et pas par *E*. Dessine un rectangle *ABCD* tel que ses diagonales se coupent en *E* et que *B* soit sur *Δ*. Justifie ton dessin.

★☆ 183 Construis un rectangle *ABCD*, connaissant *B*, *D*, et un point *K* de la droite (*AC*). (*Un conseil :* occupe-toi du centre *O* du rectangle...)

★ 190 Dessine un cercle, un diamètre [*AB*], et un point *M* sur ce cercle. Le triangle *MAB* semble rectangle.
Voyons cela : Prends le point *L* diamétralement opposé à *M*.
Qu'est le quadrilatère *AMBL*? Conclus.

★☆ 200 Dessine un segment [*AB*], son milieu *O*, une droite *Δ* qui passe par *O*, les symétriques *A'* et *B'* de *A* et *B* par rapport à *Δ*.
1° Qu'est *O* pour le segment [*A'B'*]?
2° Compare les longueurs *AB* et *A'B'*.
3° Qu'est le quadrilatère *AA'BB'*?

☆ 230 Dessine un losange *ABCD*. Par ses sommets, trace les parallèles aux diagonales. Tu formes ainsi 9 rectangles : justifie-le.

★☆ 240 Dessine un losange *ABCD* puis termine les parallélogrammes *ACBE* et *ACDF*.
Que dis-tu des droites (*AB*) et (*CD*), (*AF*) et (*CD*), (*AB*) et (*AF*)? des longueurs *AB* et *CD*, *AF* et *CD*, *AB* et *AF*? du point *A* pour le segment [*BF*]? Que dis-tu de *A* pour le segment [*DE*]? Qu'est le quadrilatère *BEFD*?

☆ 250 *1°* Dessine un rectangle *ABCD* puis, hors de ce rectangle, deux points *E* et *F* tels que :

$$EA = EB = FC = FD.$$

La figure a deux axes de symétrie : lesquels? *E* et *F* sont-ils sur l'un?
2° Les droites (*EA*) et (*FD*) se coupent en *H*, les droites (*EB*) et (*FC*) se coupent en *L*. Les points *H* et *L* sont-ils sur l'un des axes de symétrie? Qu'est le quadrilatère *EHFL*?
3° Les droites (*AF*) et (*ED*) se coupent en *N*, les droites (*BF*) et (*EC*) se coupent en *P*.
Qu'est le quadrilatère *ENFP*?

120 Dessine un triangle équilatéral *ABC* de 7 cm de côté. Marque les points *E* et *I* sur le côté [*AB*], *F* et *J* sur le côté [*BC*], *H* et *G* sur le côté [*AC*] tels que :

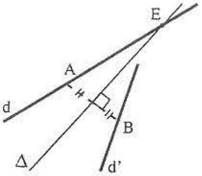
$$AE = AH = BI = BF = CJ = CG.$$

1° La figure a des axes de symétrie : lesquels?
2° Cite des segments de longueur *EF*. (Utilise les symétries.)
Que sont les triangles *EFG* et *HIJ*?

㊵ RECHERCHE D'ERREURS

① La chasse aux erreurs

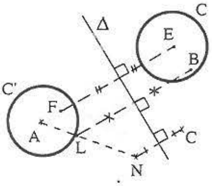
Vous pouvez constater, à vue d'œil, que les dessins ci-dessous sont mal faits. Vous préciserez, pour chacun, ce qui vous choque le plus :



1. *d et d' devraient être symétriques par rapport à Δ. Précisez ce qui ne va pas à propos de E :*

……………………………………………………………

……………………………………………………………



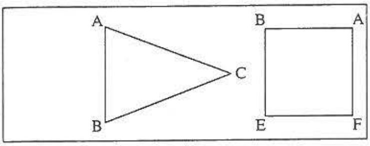
2. *Les deux cercles C et C' devraient être symétriques par rapport à Δ. Précisez ce qui ne va pas à propos de A ou F :* ……………………………

……………………………………………………………

3. *Deux choses ne vont pas bien pour B. Dites lesquelles.*

② Il s'est trompé...

Éric devait faire un exercice commençant par : « **Dessiner un triangle ABC et un carré ABEF** ».
Il a dessiné la figure ci-dessous :



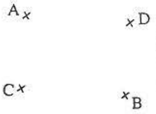
1. *Cette figure est incorrecte. Dites pourquoi :*

……………………………………………………………

……………………………………………………………

2. *Gardez le triangle* **ABC** *et dessinez correctement deux positions possibles du carré* **ABEF** *(utilisez des couleurs différentes).*

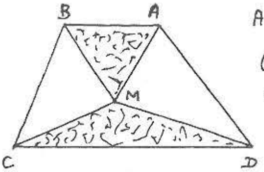
③ Les deux ?



Le quadrilatère **ABCD** *semble-t-il être un rectangle ?* …………………

Et **BCAD** *?* ……………

⑦ CAPACITÉ A CONJECTURER



ABCD est un trapèze.

Où placer M (... ensemble des possibles) pour que la somme des aires des triangles MAB et MCD soit égale à la somme des aires des triangles MBC et MAD ?

– Que semble être l'inverse d'un cercle ? (à partir de la définition de l'inversion, avec valeur numérique de a – pour OM×OM'=a –) et l'inverse d'une droite ?

– Que semblent être l'orthocentre (à définir), le centre de gravité (à définir), le centre du cercle circonscrit (à définir) d'un triangle ?

EXAMEN TRANSVERSAL DES EVALUATIONS RELATIVES A UN THEME PARTICULIER DANS LES ENQUETES EVAPM : FONCTIONS

ATELIER ANIME PAR ANTOINE BODIN ET MICHELE PECAL
REDACTION : JOSIANE GUIBERT, MICHELE PECAL, CLAUDE TALAMONI

PRESENTATION DE L'ATELIER

Dans cet atelier, nous nous sommes intéressés aux questions traitant de la notion de "fonction" dans les enquêtes EVAPM existantes, c'est à dire de la sixième à la seconde. De ce fait, des questions concernant les limites ou les dérivées ne sont pas envisagées. Nous disposions également des items posés lors de l'évaluation de fin de première ainsi que des résultats en pourcentage, mais ceux-ci n'avaient pas encore été analysés, ni publiés.

Nous avons d'abord essayé de faire le tour de ce que les résultats des questionnaires EVAPM nous apprennent, dans le contexte actuel, des connaissances des élèves sur ce sujet.

Nous avons porté un regard critique sur la rédaction même des questions posées, relevant certaines imperfections, et proposant parfois une nouvelle version.

Au niveau des informations recueillies, nous proposons d'augmenter le nombre de réponses conjointes. Au-delà de cinq items des réponses conjointes intéressantes, on pourrait donner droit à un "joker", c'est-à-dire codifier "réussite sur tout moins 1 item".

Nous avons essayé de étudier les "manques" dans les évaluations EVAPM sur le thème de fonctions, c'est-à-dire de repérer les compétences qui n'ont pas été évaluées, de compléter ces domaines "manquants" par des propositions d'items.

En particulier, nous avons noté qu'il y avait peu d'items permettant d'évaluer la compréhension du concept de fonction sans la relier automatiquement à une formule algébrique, peu d'exercices de "mise en fonction", de fonctions définies en géométrie, ou de fonctions avec représentations graphiques autres que celles de fonctions affines dans les évaluations de collège.

Les participants se sont répartis en plusieurs sous-groupes, s'intéressant chacun à un niveau de classe différent.

PREMIERE PARTIE :

LE CONSTAT.

EN FIN DE QUATRIEME

Les élèves savent exploiter la représentation d'une application linéaire dans une situation concrète

Par contre, ils savent moins bien :

* Ecrire une relation qui traduit la linéarité à partir d'un tableau : taux de réussite autour de 40%
Ce taux de réussite est légèrement meilleur pour une situation concrète avec un coefficient positif (43%) que sans support concret et avec un coefficient négatif
Précisons que trouver une relation à partir d'un tableau minimal est moins bien réussi (de 16% à 23%)

* Passer d'un problème concret à une relation "y en fonction de x" : taux de réussite de 16% (même taux pour la recherche de l'application linéaire qui à la hauteur d'un cylindre associe son volume)

Remarquons que le tiers des élèves interrogés en quatrième réussissent une lecture graphique comportant une inégalité (recherche des antécédents sans employer le mot)

EN FIN DE TROISIEME

Le libellé des programmes indique en titre de la partie 3 : *Organisation et gestion des données ; fonction* , et en titre du premier paragraphe de cette partie 3 :*Application affine. Représentation d'une application affine*. Les mots *fonction* et *application* ne sont pas définis en collège et on s'aperçoit que manuels et professeurs utilisent indifféremment l'un ou l'autre.

En troisième, figure l'étude de fonctions affines, mais il semble que pour donner du sens à la notion, pour permettre à l'élève de construire le concept, il est indispensable de rencontrer d'autres types de fonctions. C'est à ce moment là que l'élève pourra comprendre qu'il suffit de deux points pour représenter graphiquement une fonction affine, mais qu'il n'en est pas de même pour d'autres fonctions traduisant par exemple une variation d'aire, de volume ou un sinus. Il nous semble d'ailleurs qu'on ne peut construire le concept de fonction sans introduire le graphique et en manipulant seulement des formules.

En nous appuyant sur le libellé des questions posées et sur les résultats de l'enquête EVAPM de fin de troisième (publication APMEP n° 83), nous avons analysé les réussites et les difficultés des élèves.

1) Les questions faisant appel au graphique rendent compte de stratégies de réussite.

A) Donner des informations à partir d'un graphique (exercice p.186 items WA 28 à 33)

- lire sur un graphique : réussite 82%

- trouver un minimum (la notion n'est pas abordée en troisième, mais le mot peut être pris dans son sens commun) : réussite 58%

- trouver des intervalles de croissance (notion non abordée en troisième) : réussite 28%

B) Des graphiques étant donnés, associer ces graphiques à des situations données en langage courant et non sous forme de formules : réussite 78%
(exercice p.180 items 24 à 26)

C) Représenter graphiquement une situation donnée par une phrase en français et non par une formule (exercice p.183 items 7 à 9) :

- il s'agit d'une application affine : réussite 58%

- il s'agit d'une application linéaire : réussite 68%

D) Représenter graphiquement une application linéaire définie par une formule ($y = -2x$) (exercice p.172 item G30) : réussite 44%

2) Les questions faisant appel à un tableau sont moins bien réussies

A) A partir d'un tableau, reconnaître une situation où existe une proportionnalité des accroissements (exercice p.174 item H19) : réussite 50%

B) A partir d'un tableau, utiliser la proportionnalité des accroissements (exercice p.176 items I 25 à 28)

- pour trouver la constante de l'application affine : réussite 44%

- pour trouver une image, la valeur de la variable étant donnée : réussite 20%

- pour déterminer la formule qui définit la fonction : réussite 20%

3) Le taux de réussite diminue encore lorsqu'il s'agit d'utiliser ou de trouver la formule qui définit la fonction

A) à partir d'un graphique exprimer y en fonction de x (exercice p.170 item E18) : réussite 25%

B) Une situation étant donnée par une phrase en français, exprimer y en fonction de x (il s'agit ici de modéliser une situation) (exercice p.172 items Q 31 et 32) : réussite 9%

C) A partir d'un graphique incomplet (segment), exprimer y en fonction de x (exercice p.177 items P 8 et 9) : réussite 15%.

EN FIN DE SECONDE

On constate que les élèves n'ont aucune difficulté à effectuer une lecture graphique lorsqu'il y a un contexte, mais davantage lorsqu'on passe à des données mathématiques sans support concret.

Les acquisitions de vocabulaire et de notations sont difficiles, comme est difficile d'établir le lien entre représentation graphique, sens de variation et expression algébrique. On note la confusion entre croissance et proportionnalité, la difficulté à utiliser le support fonction pour donner une traduction algébrique à partir d'une information graphique.

Les élèves sont plus entraînés à manipuler des fonctions numériques et ont des difficultés à abstraire.

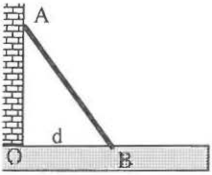
Note : il est, bien entendu, utile de se reporter aux brochures EVAPM publiées par l'APMEP dont les analyses donneront de nombreuses autres indications, et où on trouvera les questions posées ainsi que les taux de réussite.

DEUXIEME PARTIE :

PROPOSITIONS DE TESTS , NIVEAUX 6EME ET 5EME

Test 1

Objectif Tester la notion de variable.
Niveau : 6$^{\text{ème}}$



Une barre AB indéformable, de longueur 3 m, touche le mur en A et le sol en B.
On désigne par d la distance OB

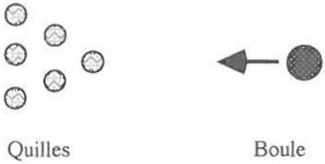
Combien d peut-elle prendre de valeurs ? Répondre en entourant les bonnes réponses

☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ plus de 4 ☐ plus de 100

Test 2

Objectif Tester la notion de variable indépendamment du temps et du mouvement.

Niveau : 6$^{\text{ème}}$



John joue aux quilles. Il y a six quilles disposées comme l'indique la figure ci contre.
John lance une seule fois la boule.

On appelle n le nombre de quilles renversées par la boule

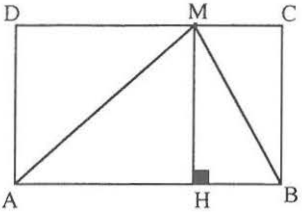
1° Donner toutes les valeurs possibles pour n

2° Sachant que chaque quille renversée rapporte 3 points. Donner les différents scores possibles.

Test 3

Objectif Tester la notion de variable.

Niveau : $6^{ème}$



Les longueurs sont exprimées en m.
ABCD est un rectangle de longueur 5 et de largeur 3.

M est un point du segment [DC].
Le segment [MH] est la hauteur du triangle MAB

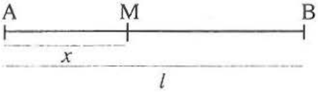
Entourer, parmi les longueurs suivantes, celles qui varient quand M se déplace sur le segment [AB]

MA BM AB MH MD MC AD

Test 4

Objectif Tester la notion de variable.

Niveau : $6^{ème}$; $5^{ème}$



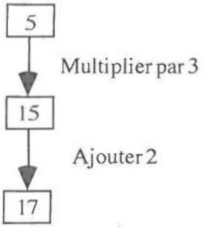
[AB] est un segment de longueur l fixée.
M est un point du segment [AB].
On appelle x la longueur du segment [AM].

1° Répondre par : VRAI , FAUX , ON NE PEUT PAS DIRE aux affirmations suivantes
  x est plus grand que 1 :
  x est plus petit que l :
  x est compris entre 0 et l :
  x est plus grand que l
  x est plus petit que 3
  x est compris entre $l/2$ et l
2° Exprimer la longueur du segment [BM] à l'aide de x et l.
3° Quelle est la plus petite valeur de x ?
4° Quelle est la plus grande valeur de x ?

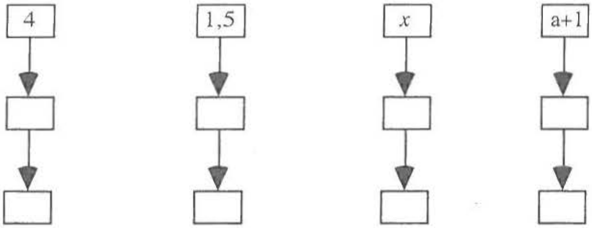
Test 5

Objectif Tester la notion de variable.
Niveau : 6$^{\text{ème}}$; 5$^{\text{ème}}$

Exemple



Refaire la même chose dans les cas suivants



Test 6

Objectif Tester la notion de variable et la liaison graphique-tableau de valeurs.

Niveau : 6$^{\text{ème}}$; 5$^{\text{ème}}$

On s'intéresse au prix (en francs) payé lorsque l'on achète des paquets de lessive.
On a le tableau ci-contre.
1° Quel est le prix d'un paquet de lessive ?

.... F

Nombre de paqets	1	2	3	4	
Prix en F			45		

2° Compléter le tableau ci-contre.

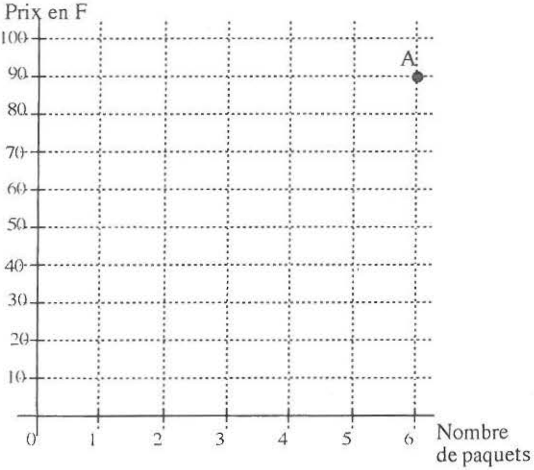
3° Représenter ce tableau par des points sur le graphique.

4° A combien de paquets correspond le point A ?Quel est le prix payé ?

.... paquets

.... Francs

Remplir la dernière colonne du tableau



Commentaire :

- Il est nécessaire de varier les situations pour éviter de substituer la notion de mouvement à celle de variable. (Mouvement : test 1, test 3, test 4)

TROISIEME PARTIE

TEST DES PREREQUIS SUR LES FONCTIONS EN SECONDE

Avant d'aborder le thème fonctions en seconde, il nous paraît indispensable de mettre en évidence les acquisitions des élèves sur ce thème de façon à construire des stratégies d'apprentissage;

Nous avons élaboré cette évaluation à partir d'objectifs opérationnels de la classe de troisième ; elle est complémentaire à l'évaluation de le DEP et elle approfondit l'investigation sur le thème concerné.

Nous avons établi le codage en respectant les règles utilisées pour les évaluations de la DEP.

Réponses correctes :

Le code 1 est attribué à toute réponse correcte (démarche correcte, réponse juste).

Réponses erronées :

Le code 2 est attribué aux réponses faisant intervenir une démarche correcte mais comportant une erreur de calcul.

Le code 3 est attribué aux réponses inexactes que l'on souhaite mettre en évidence en raison de leur fréquence ou de l'intérêt pédagogique qu'elles peuvent présenter.

Le code 5 est attribué aux réponses cohérentes avec une erreur d'interprétation du texte.

Le code 9 est attribué à toute réponse différente de la réponse attendue et éventuellement des réponses codées 2 ou 3. En particulier, une réponse ambiguë ou illisible sera codée 9.

Absence de réponse :

Le code 0 est attribué lorsque l'exercice (ou la partie de l'exercice) n'a pas été traité.

Le codage de ces exercices n'a pas été expérimenté et peut donc être sujet à amélioration après vos observations.

Objectifs opérationnels testés dans cette évaluation

Exercice 1 :
Savoir dire qu'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées représente une application affine.

Exercice 2 :
Dans une formule, être capable de substituer une valeur à une variable.
Savoir résoudre une équation du type ax + b = c.

Exercice 3 :
Savoir représenter graphiquement une application affine définie par une situation concrète (le repère étant donné).
Dans le cadre d'une situation concrète, savoir déterminer une application affine par la donnée de deux nombres et de leurs images.

Exercice 4 :
A partir de la représentation graphique d'une application affine :
- connaissant une valeur de la variable, savoir lire son image.
- connaissant l'image, trouver la valeur de la variable.

Exercice 5 :
Etre capable d'utiliser un graphique pour résoudre un problème.

Exercice 6 :
Savoir représenter graphiquement une application affine définie par une formule (le repère étant donné).

Exercice 7 :
A partir de la représentation graphique d'une application affine, être capable d'interpréter graphiquement les solutions d'équations du type ax + b = c.

Exercice 8 :
Savoir représenter graphiquement une application affine définie par une formule (le repère étant donné).

Exercice 9 :
A partir de sa représentation graphique, être capable de déterminer une application affine par la donnée de deux nombres et de leurs images.

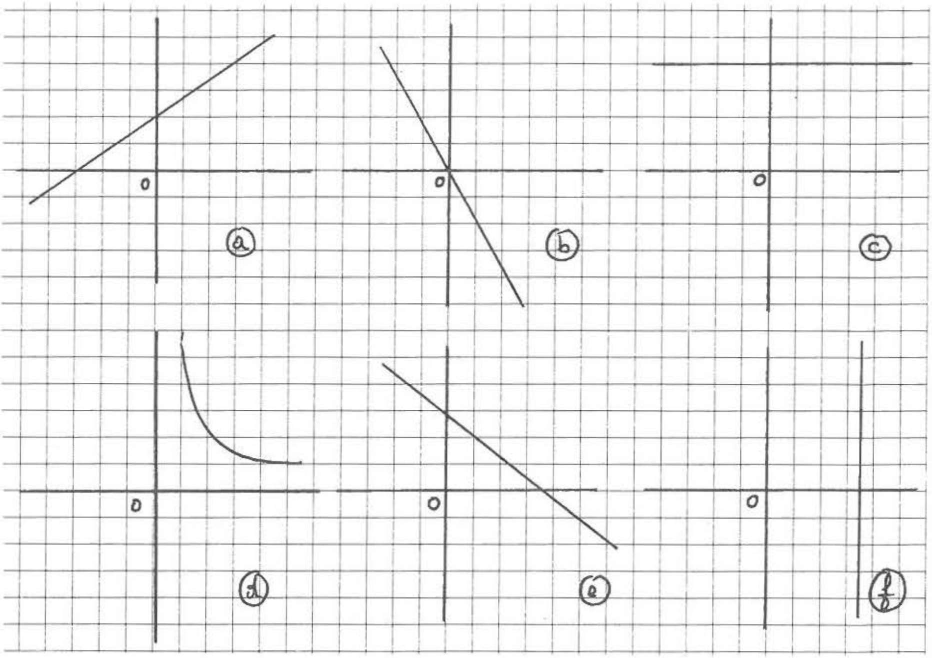
Exercice 10 :
Une application affine étant donnée par sa formule et sa représentation graphique, savoir reconnaître l'image d'un nombre.

Exercice 11 :
Savoir reconnaître la représentation graphique d'une application affine donnée par une formule.

Textes des exercices

Exercice 1 :

Parmi les graphiques suivants, indique ceux qui représentent une application affine.



Exercice 2 :

On considère l'application affine qui à x fait correspondre 7x - 3.
Complète le tableau suivant :

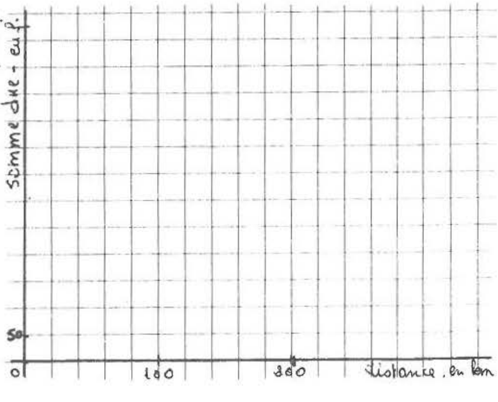
x		π		√2		a
7x - 3	- 10		4		0	

Exercice 3 :

Une entreprise de transport loue une camionnette au tarif suivant : un versement de 250 F au départ et 1,50 F par km parcouru.

a) On désigne par x le nombre de km parcourus. Représente graphiquement dans le repère ci-contre l'application affine qui à x associe la somme dûe, y.

b) Exprime y en fonction de x.



Exercice 4 :

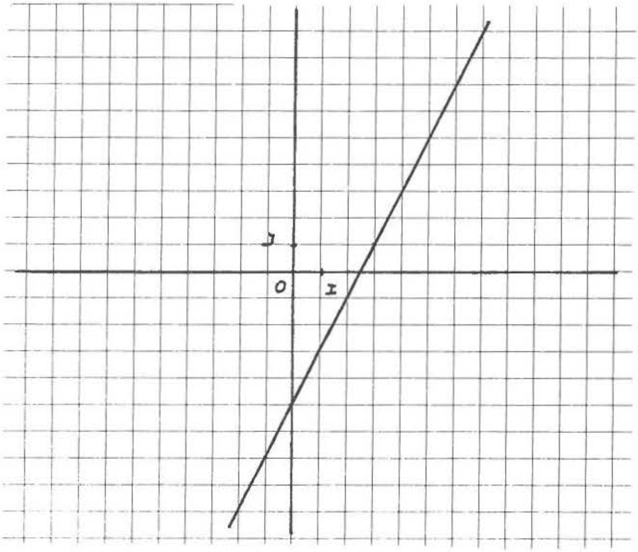
On a représenté une application affine. En utilisant le graphique, indique :

a) Quelle est l'ordonnée du point de la droite dont l'abscisse est -1 ?

b) Quelle est l'image de 3 ?

c) Quelle est l'abscisse du point de la droite ayant pour ordonnée 2 ?

d) Quel est le nombre ayant pour image -8 ?

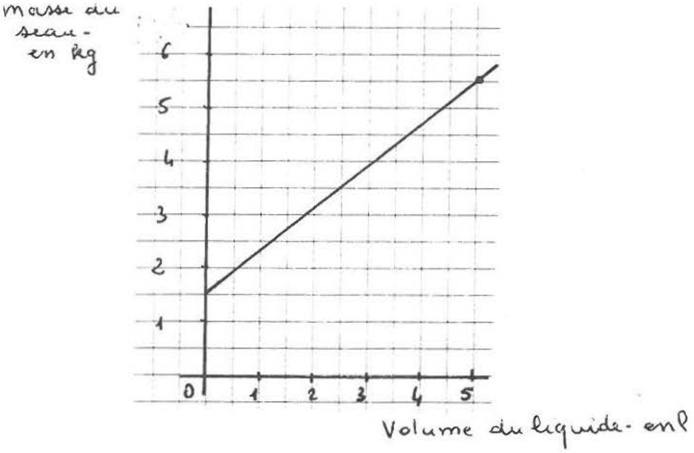


Exercice 5 :

On a pesé un seau contenant un liquide et on a représenté graphiquement la masse totale du seau en fonction du volume de liquide. D'après ce graphique :

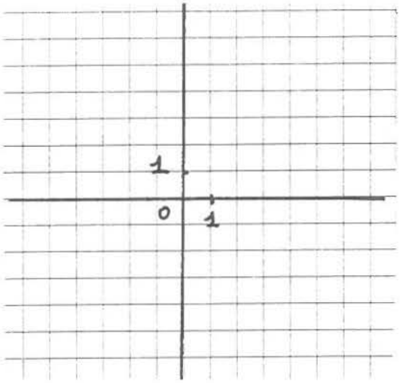
a) Quelle est la masse du seau vide ?

b) Quelle est la masse d'un litre de liquide ?



Exercice 6 :

Représente graphiquement l'application linéaire définie par y = -2x.

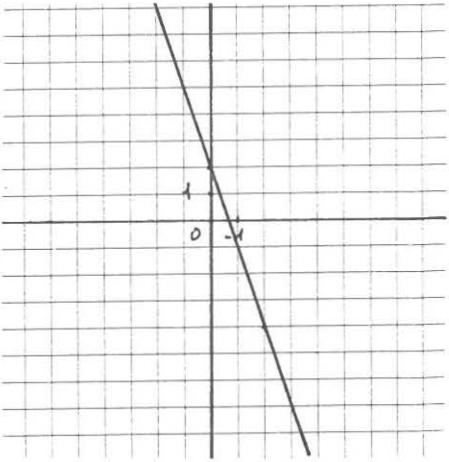


Exercice 7 :

On a représenté ci-contre l'application affine qui à x fait correspondre -3x + 2.

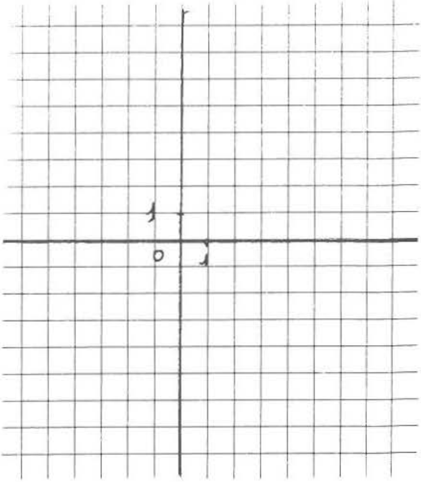
Résoudre graphiquement les équations :

a) -1 = -3x + 2.
b) -3x + 2 = 5.
c) -3x + 2 = -4.



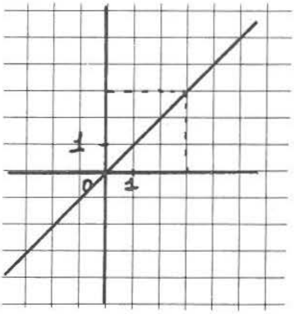
Exercice 8 :

Représente graphiquement l'application affine qui à x fait correspondre 3x - 5.



Exercice 9 :

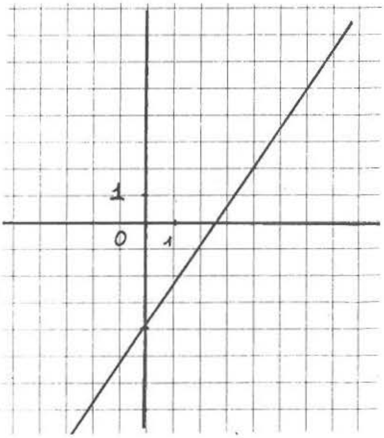
Pour l'application linéaire représentée ci-contre, exprime y en fonction de x.



Exercice 10 :

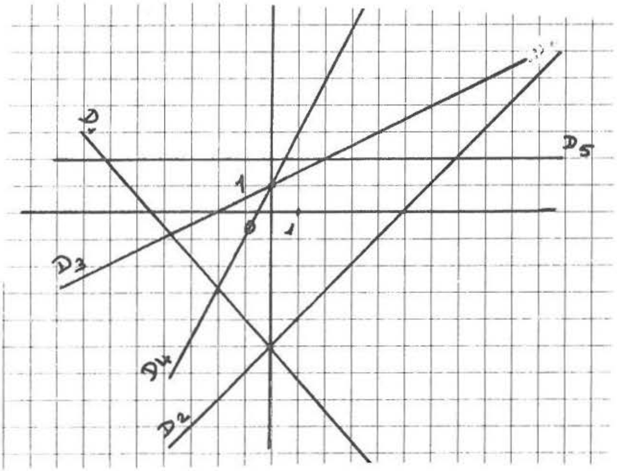
On a représenté ci-contre l'application affine qui à x fait correspondre 1,5x - 4.

Le nombre 1,5 a-t-il pour image -2 ? Démontre.



Exercice 11 :

Voici cinq droites D1, D2, D3, D4, D5.



Parmi ces cinq droites, quelle est celle qui représente :

a) L'application affine qui à x fait correspondre 2x + 1 ?

b) L'application affine qui à x fait correspondre -x -5 ?

Codage des réponses

Exercice 1 :

Réponse correcte : a, b, c, e	Code 1
Il manque b, c ou les deux	Code 2
a, b, c, e, f est dans la liste	Code 3
Autre erreur	Code 9

Exercice 2 :

a) Images de p et $\sqrt{2}$ correctes	Code 1
Calcul avec valeur approchée de p et/ou de $\sqrt{2}$ mais réponse cohérente avec le calcul	Code 2
Autre réponse fausse	Code 9
b) Image de a correcte	Code 1
4a	Code 3
Autre réponse fausse	Code 9
c) Antécédents de -10, 4 et 0 corrects	Code 1
Calcul des images de ces trois nombres	Code 3
Autre réponse fausse	Code 9

Exercice 3 :

a) Réponse juste	Code 1
Erreurs de calcul mais démarche correcte	Code 2
Autre réponse fausse	Code 9
b) Réponse correcte : $y = 1{,}5x + 250$	Code 1
Autre réponse fausse	Code 9

Exercice 4 :

Pour chacune des réponses aux questions a, b, c et de :

Réponse correcte	Code 1
Toute permutation image/antécédent	Code 3
Autre réponse fausse	Code 9

Exercice 5 :

a) Réponse correcte 1,5 kg	Code 1
Réponse fausse	Code 9
b) Réponse correcte 0,8 kg	Code 1
Masse du seau avec 1 litre de liquide : 2,3 kg	Code 3
Autre réponse fausse	Code 9

Exercice 6 :

Réponse correcte	Code 1
Plusieurs points placés correctement et droite tracée	Code 2
Représentation de $y = 2x$ ou $y = \frac{1}{2}x$ ou $y = -\frac{1}{2}x$	Code 3
Plusieurs points placés correctement et droite non tracée	Code 5
Autre réponse fausse	Code 9

Exercice 7 :

Pour chacune des réponses aux questions a, b, c :

Réponse correcte graphiquement	Code 1
Démarche correcte à partir d'une ordonnée fausse	Code 2
Résolution algébrique correcte	Code 3
Autre réponse fausse	Code 9

Exercice 8 :

Représentation correcte	Code 1
Plusieurs points justes et droite tracée	Code 2
Représentation d'une application linéaire	Code 3
Plusieurs points justes et droite non tracée	Code 5
Autre réponse fausse	Code 9

Exercice 9 :

Réponse correcte : $y = 1{,}5x$	Code 1
$y = \frac{2}{3}x$	Code 3
$y = 3$, $x = 2$	Code 5
Autre réponse fausse	Code 9

Exercice 10 :

a) Réponse correcte	Code 1
Réponse fausse	Code 9
b) Justification par le calcul cohérente avec la réponse précédente	Code 1
Toute justification par le graphique	Code 3
Autre réponse	Code 9

Exercice 11 :

a) Réponse correcte D_4	Code 1
D_1 ou D_5	Code 3
Autre réponse	Code 9
b) Réponse correcte D_1	Code 1
D_2	Code 3
Autre réponse	Code 9

QUATRIEME PARTIE

REMARQUES SUR DES ITEMS D'EVAPM 1

On présente ici quelques questions d'EVAPM1 sur le thème des fonctions, et les résultats chiffrés. Certaines questions d'EVAPM1 avaient déjà été posées dans EVAPM2, c'est le cas pour EVAPM2-N6-10 (EVAPM1 CE 12-16), où on demande un tableau de variation et des résolutions d'équation et inéquation à partir d'une fonction définie par un graphique, et où on remarque une progression dans toutes les séries sauf G. C'est aussi le cas pour la question EVAPM2-M17-25 (EVAPM1 CF24-32), exercice de programmation linéaire, pour lequel on note une progression dans toutes les séries. La progression est nettement moins nette dans un exercice de régionnement du plan posé uniquement aux élèves de séries A1 et B (EVAPM2-D38-40, EVAPM1-SG24-26). En série F, nette progression sur une fonction paire dont la formule est donnée (EVAPM2-F49-50, EVAPM1-SD9-10).

Il faut préciser que les élèves pouvaient utiliser une calculatrice pour répondre au questionnaire. Il est possible que les résultats à l'exercice EVAPM1-CA22-23 soient en partie dus au fait que les élèves de certaines séries sont plus nombreux à posséder une calculatrice graphique. Pour certains exercices, il n'est pas facile de savoir quelle démarche a conduit à la réponse, dans quelle mesure la justification donnée a été faite "après coup".

EVAPM1/93 CA22-23

Laquelle de ces quatre représentations graphiques illustre le mieux la fonction polynôme P définie par :

$$P(x) = (x + 2)(x - 1)(4 - x) \quad ?$$

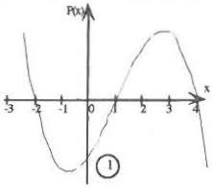
a	**Courbe** ①	Oui	Non	Jnsp
b	**Courbe** ②	Oui	Non	Jnsp
c	**Courbe** ③	Oui	Non	Jnsp
d	**Courbe** ④	Oui	Non	Jnsp

Réponses exactes aux quatre courbes

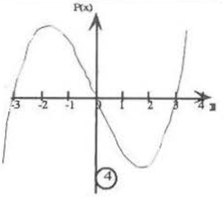
		A1	B	E	F	G	S
R%	74	66	67	80	88	45	90
N-R		05	04	00	01	12	01

OUI à c ou à d *(réponse fausse)*

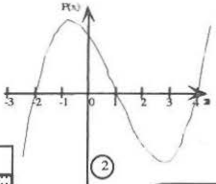
		A1	B	E	F	G	S
R%	08	07	11	02	22	19	05
N-R		05	07	00	01	12	01



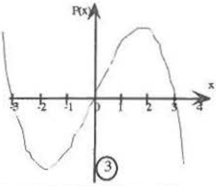
①



④



②



③

Les élèves pouvaient posséder une calculatrice graphique.

Le groupe a fait quelques remarques et suggestions sur certains exercices d'EVAPM1.

Exercices CC 8-9 , CD 1-2

EVAPM1/93 CC08-09

Segment joignant les points de coordonnées (-1;-2) et (0;1)		A1	B	E	F	S
R%	23	07	07	66	22	36
N-R		48	44	05	36	23

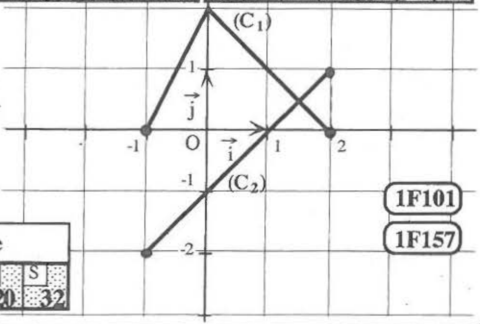
Segment joignant les points de coordonnées (0;1) et (2;1)		A1	B	E	F	S
R%	24	08	05	71	22	38
N-R		49	44	05	38	24

Les fonctions $\mathbf{f_1}$ et $\mathbf{f_2}$ sont définies sur l'intervalle [-1 ; 2].

On vous donne leurs représentations graphiques respectives (C_1) et (C_2), relativement à un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

Représenter dans le même repère la fonction $f_1 + f_2$

On ne demande pas de justification



1F101

1F157

Réussite conjointe		A1	B	E	F	S
R%	20	05	03	63	20	32

L'exercice CD1-2, non représenté ici, demandait de représenter la fonction f_1-f_2. Les résultats sont un peu moins bons en E et F, du même ordre ailleurs. On remarque la très bonne réussite des E, nettement meilleure que celle des S.

On a ici un exercice dans lequel une fonction est définie à partir d'un graphique, il semble nécessaire de faire une nouvelle évaluation en première afin de tester l'influence des nouveaux programmes et des nouvelles pratiques, en particulier en première ES.

Pour que ceci puisse être interprété et étudié, il faut laisser tel quel le texte de l'exercice.

Exercice SH 5-7

EVAPM1/93 SH05-07

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on a tracé la courbe (C) représentative d'une fonction **f** définie sur l'intervalle [-1 ; 2].

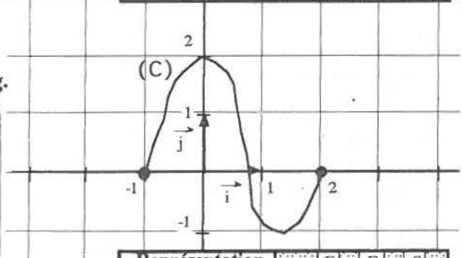
1F155

Ebauche d'une courbe translatée		E	F	S
	75	78	56	80
N-R		16	19	12

On considère la fonction g définie, lorsque c'est possible, par :

$$g(x) = f(x - 2)$$

Tracer, dans le même repère, la représentaton graphique de la fonction g.



Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?

Ensemble de définition exact		E	F	S
	24	27	09	27
N-R		19	26	12

Représentation correcte de g		E	F	S
	27	32	09	32
N-R		16	19	12

Poser la question sous la forme "*pour quels x g(x) existe-t-il ?*" au lieu de "*quel est l'ensemble de définition ?*"

Dans le codage de *5*, rédiger plutôt, "*même si la translation n'est pas faite avec le bon vecteur*".

Observations

- Il semble intéressant de poser l'exercice EVAPM2 N11-16 en première afin de mesurer la régression qui peut se produire au niveau de classe supérieur suivant le programme de la classe. En effet, en seconde, cet exercice n'est pas discriminant suivant l'orientation des élèves.
- Concernant les fonctions, il semble intéressant de mettre un exercice permettant de tester la "mise en fonction" à partir d'un texte. On ne demanderait pas de résoudre complètement l'exercice, mais seulement de "mettre en fonction"
- L'analyse des résultats de *11* et *12* basés sur le calcul ou le graphique semble difficile à faire (un élève peut utiliser le dessin sans que cela apparaisse).

Exercice CC 10 - 14

EVAPM1/93 CC10-14

1F161 **1F162** **1F138**

Dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) du plan (P) sont tracées deux courbes représentant des fonctions f et g :

- la courbe (C) d'équation **y = f(x)**, où x ∈[-1 ; 5],
- la courbe (S) d'équation **y = g(x)**, où x ∈] 0 ; 5 [.

Première question

a) Faire apparaître graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation f(x) ⩾ g(x)

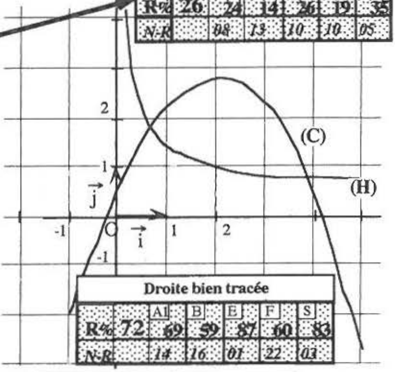
b) Ecrire le résultat de façon approchée.

Ensemble des solutions sur le graphique

		A1	B	E	F	S
R%	26	24	14	26	19	35
N-R		08	13	10	10	05

Solutions approchées

		A1	B	E	F	S
R%	48	40	41	61	36	59
N-R		19	24	08	29	11



Deuxième question

a) Tracer la représentation graphique (Δ) de la fonction h définie dans l'intervalle [-1 ; 5] par : $h(x) = -\frac{1}{2}(x - 3)$

Droite bien tracée

		A1	B	E	F	S
R%	72	69	59	87	60	83
N-R		14	16	01	22	03

b) Faire apparaître graphiquement les solutions de l'équation f(x) = h(x)

Ensemble des solutions sur le graphique

		A1	B	E	F	S
R%	23	19	12	35	16	32
N-R		25	36	12	37	10

c) Ecrire une valeur approchée des solutions.

		A1	B	E	F	S
R%	32	18	20	58	22	32
N-R		27	32	04	37	10

CC 10 - 11

Seul le b est significatif de la compétence.

Le a est * soit inutile,
* soit mal formulé. On peut ajouter : *sur l'axe des abscisses*

Cet item est à rapprocher de la question posée en seconde *Représenter l'ensemble des points du plan ayant une abscisse comprise entre deux valeurs*

Il faudrait, pour essayer de tirer des conclusions analyser les copies de ceux ayant eu 0 à *10* et 1 à *11* (arc de courbe surchargé)

CC 13 - 14

Même remarque que pour l'item précédent.

On peut remplacer le traçage de la droite par la donnée d'une droite déjà tracée. Cependant il semble qu'il serait plus pertinent de faire deux exercices de deux items chacun plutôt qu'un seul de cinq items.

La compétence "*tracer une droite dont on connaît une équation*" est en principe acquise en fin de seconde ou à tester ailleurs sans interférer avec les compétences à tester dans cet exercice.

Si l'exercice est laissé tel quel, préciser dans les consignes de codage : pour le *13* "*mettre 1 si les solutions sont convenables avec la droite tracée (même si elle est fausse)*"

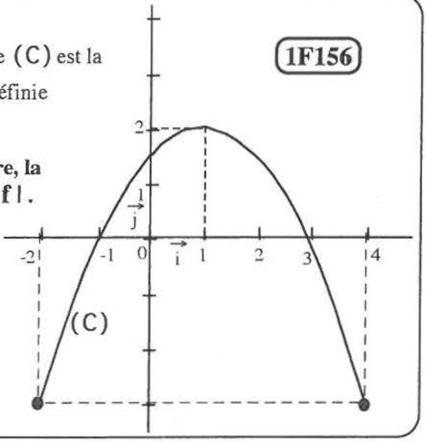
Exercice SA 06

EVAPM1/93 SA06

1F156

Dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ du plan, la courbe **(C)** est la représentation graphique d'une fonction **f** définie sur l'intervalle [-2 ; 4].

Tracer, EN ROUGE, dans le même repère, la représentation graphique de la fonction | f |.



	E	S
R %	79	64
N-R	*04*	*05*

Il s'agit ici aussi d'une fonction définie par un graphique. Pour analyser l'influence des pratiques d'enseignement, il serait intéressant de le poser maintenant aux élèves de première ES.

On pourrait faire résoudre graphiquement $|f(x)| \leq 2$ par exemple.

Exercice SA 01-05

EVAPM1/93 SA01-05

Etant donné les fonctions f, g, et h, définies de façon suivante :

$$f: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto x^2 \end{array} \qquad g: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto 2x+3 \end{array} \qquad h: \begin{array}{l} \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{1}{x} \end{array}$$

Compléter chacune des expressions suivantes. **1F106** **1F102**

$(g \circ f)(x) =$ ……

	E	S
R %	50	67
N-R	*11*	*06*

$(f \circ g)(x) =$ ……

	E	S
R %	50	65
N-R	*12*	*08*

$(g \circ h)(x) =$ ……

	E	S
R %	41	58
N-R	*11*	*07*

$(g \times f)(x) =$ ……

	E	S
R %	79	79
N-R	*11*	*10*

$\big(h \circ (g \circ f)\big)(x) =$ ……

	E	S
R %	47	55
N-R	*14*	*11*

		E	S
Réussite conjointe	**R %**	37	41

En S, 55% de réussite $(h\circ(g\circ f))(x)$ avec peu de non-réponses.

On ne constate qu'assez peu de confusions entre "*" et "∘".

Exercice SH 24-29

EVAPM1/93 SH24-29

On donne les fonctions f et g définies dans IR par :

$f(x) = 2 - 3x$ **1F104**

$g(x) = 2x + 5$ **1F107**

a) **Définir la fonction $g \circ f$.**

		E	F	S
Démarche correcte	50	44	25	57

		E	F	S
Réponse exacte simplifiée	42	37	19	50
N-R		*23*	*46*	*16*

		E	F	S
Ensemble de définition précisé	13	08	05	16

b) Soit h une fonction croissante sur IR.

Déterminer le sens de variation des fonctions $h \circ g$ et $h \circ f$.

		E	F	S
ho g est croissante	54	57	21	63

		E	F	S
ho f est décroissante	49	52	18	57

	E	F	S
N-R	*42*	*72*	*29*

		E	F	S
Justification	31	32	08	38

Plus de la moitié des élèves ont compris comment il fallait procéder.

Pour 27 et 28, l'observation de réponses conjointes est intéressante. Il s'agit de vérifier qu'une notion nouvelle a été correctement acquise (mais c'est seulement le b-a-ba)

EVAPM1/93 CF 06-18

EVAPM2/91 R = 15 %

Réussite conjointe à l'ensemble de la question

		A1	B	E	F	G	S
R%	27	20	21	49	19	06	40

Voici un tableau des variations d'une fonction f, définie sur l'intervalle [-7 ; 7], dans lequel sont indiquées quelques valeurs de $f(x)$. Les quatre questions qui suivent concernent la fonction f ainsi présentée.

F025 x	-7		-3		1		7
Variations de f	1	↗	5	↘	-2	↗	0

1°) Compléter les phrases suivantes de façon à décrire les variations de la fonction f.

La fonction f est .... *sur* ....

EVAPM2/91 (N24) R = 82%

		A1	B	E	F	G	S
R%	91	97	93	97	83	77	96

La foncti ....

EVAPM2/91 (N25) R ≐ 81%

		A1	B	E	F	G	S
R%	91	99	93	97	78	76	95

La fonction f est .... *su*

EVAPM2/91 (N26) R = 81%

		A1	B	E	F	G	S
R%	90	96	93	97	79	76	95

Réussite conjointe

		A1	B	E	F	G	S
R%	88	95	91	97	77	74	94

2°) Compléter les écritures ci-dessous en utilisant les symboles < ou >.

$f(-6)$ $f(-4)$

		A1	B	E	F	G	S
R%	95	96	95	100	95	88	98

EVAPM2/91 (N27) R = 87%

$f(-2)$ $f(-1)$

		A1	B	E	F	G	S
R%	83	85	79	97	83	59	95

EVAPM2/91 (N28) R ≐ 67%

$f(4)$ $f(5)$

		A1	B	E	F	G	S
R%	95	94	94	100	95	89	98

EVAPM2/91 (N29) R = 87%

Réussite conjointe

		A1	B	E	F	G	S
R%	79	79	94	100	95	89	98
N-R		01	01	00	01	01	01

3°) Pour chacune des égalités ou inégalités proposées, on demande si elle est VRAIE, si elle est FAUSSE ou si le tableau de variation ne permet pas de savoir si elle est VRAIE ou FAUSSE.

Dans chaque cas, entourer l'une des mentions *(VRAI - FAUX - le tableau de variation ne permet pas de savoir)* **et barrer les deux autres.**

$f(-4) < 5$

		A1	B	E	F	G	S
R%	85	85	85	94	87	66	92

EVAPM2/91 (N30) R = 73%

$f(7) = 0$

		A1	B	E	F	G	S
R%	94	94	91	98	94	88	97

EVAPM2/91 (N32) R ≐ 87%

$f(-5) > f(4)$

		A1	B	E	F	G	S
R%	60	48	55	74	58	38	76

EVAPM2/91 (N34) R = 40%

$f(-6) = 2$

		A1	B	E	F	G	S
R%	84	88	84	97	79	64	92

EVAPM2/91 (N31) R ≐ 66%

$f(2) = 3$

		A1	B	E	F	G	S
R%	56	44	51	63	49	44	64

EVAPM2/91 (N33) R = 49%

Réussite conjointe

		A1	B	E	F	G	S
R%	32	25	26	51	28	10	47
N-R		04	01	00	01	02	01

EVAPM2/91 ; R ≐ 19%

Dans l'intervalle [-7 ; 7], le maximum de f est :

		A1	B	E	F	G	S
R%	89	93	89	98	91	80	92

EVAPM2/91 (N35) R = 78%

Dans l'intervalle [-7 ; 7], le minimum de f est :

		A1	B	E	F	G	S
R%	89	92	88	98	90	77	92

EVAPM2/91 (N36) R = 77%

Réussite conjointe

		A1	B	E	F	G	S
R%	88	91	87	98	90	77	91
N-R		00	01	00	00	03	00

Exercice CF 6 - 18

Au vu de ces questions, il y a une ambiguïté en ce qui concerne le codage de "fonction croissante" et de "fonction strictement croissante".

Il serait intéressant d'écrire $f(-4) \leq 5$ au lieu de $f(-4) < 5$ dans l'item *12*..

De même pour $f(-5) > f(4)$.

Il serait intéressant de coder non seulement "réussite conjointe" mais aussi "réussite à tous les items sauf un".

Question complémentaire : mise en évidence du maximum ou du minimum aux bornes de l'intervalle.

Exercice SG 27 - 32

EVAPM1/93 SG27-32

Dans le plan P muni du repère (O ; U ; V), on a tracé la représentation graphique d'une fonction f définie dans l'intervalle **I = [- 5 ; 5].**

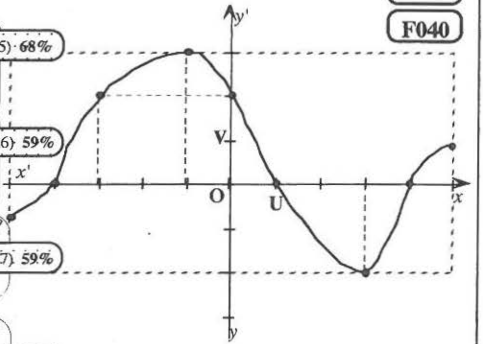
2F029

Utiliser les informations de ce dessin pour **répondre aux questions suivantes :**

2F030

Sur l'intervalle I, **2F018**

F040



Quel est le maximum de f ? EVAPM2/91 (B25) **68%**

		A1	B
R%	77	77	77
N-R		*02*	*02*

Quel est le minimum de f ? EVAPM2/91 (B26) **59%**

		A1	B
R%	**70**	70	71
N-R		*02*	*02*

Pour quelles valeurs de x a-t-on : $f(x) = 0$ *?* EVAPM2/91 (B27) **59%**

		A1	B
R%	**84**	84	84
N-R		*02*	*03*

2F019

Pour quelles valeurs de x a-t-on : $f(x) = 2$ *?* EVAPM2/91 (B28) **53%**

		A1	B
R%	**74**	74	74
N-R		*04*	*04*

Pour quelles valeurs de x a-t-on : $f(x) \leqslant 2$ *?* EVAPM2/91 (B29) **30%**

		A1	B
R%	**41**	43	39
N-R		*06*	*08*

Pour quelles valeurs de x a-t-on : $f(x) \in [2; 3]$ *?* EVAPM2/91 (B30) **30%**

		A1	B
R%	**41**	42	40
N-R		*12*	*15*

Réussite conjointe à l'ensemble des items

		A1	B
R%	**20**	21	18

EVAPM2/91 **15%**

La résolution graphique des inéquations est toujours moins bien réussie que celle des équations, mais le pourcentage de réussite en meilleur qu'en seconde sur le même exercice (étude portant sur A1B).

Exercice SC 19 -21

EVAPM1/93 SC19-21

1F142

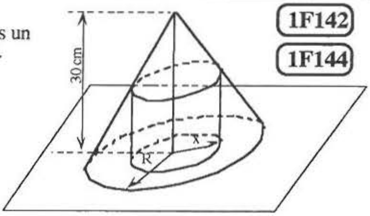
1F144

Un cylindre de révolution de rayon x cm est inscrit dans un cône de révolution de rayon 10 cm et de hauteur 30 cm.

Le volume de ce cylindre, exprimé en cm3 est donné par la formule suivante :

$$V = 30 \pi x^2 \left(1 - \frac{x}{10}\right) \quad \text{où} \quad 0 \leq x \leq 10$$

Déterminer x pour que le volume du cylindre soit maximum.



	E	S
Calcul correct de la dérivée	09	17
N-R	77	53

	E	S
Etude correcte du sens de variation	08	10
N-R	79	56

	E	S
R %	09	14
N-R	69	51

Réponse :

La moitié des élèves n'ont pas donné de réponse.

Parmi les causes d'échec : l'écriture de la formule V et non V(x) ; la complexité de l'écriture de V, et la forme produit.

Les élèves ne pensent pas à utiliser les outils pertinents dont ils disposent (dérivation).

On touche là à la "mise en fonction" : on passe de la formule à la fonction.

Idée d'exercice :

A partir d'une formule contenant plusieurs variables, demander les variations de l'une en fonction d'une autre. Exemple : PV/T = 70. Demander les variations de la pression en fonction de la température.

QUELQUES PROPOSITIONS D'EXERCICES

objectif : donner du sens au concept de fonction

les énoncés ci-dessous constituent une ébauche

1- Donner du sens au mot fonction. Niveau seconde

Le tableau suivant indique la distance de freinage en m suivant vitesse en km/h d'un véhicule.

v	10	20	40	60	80	100
d	15	40	120	240	400	600

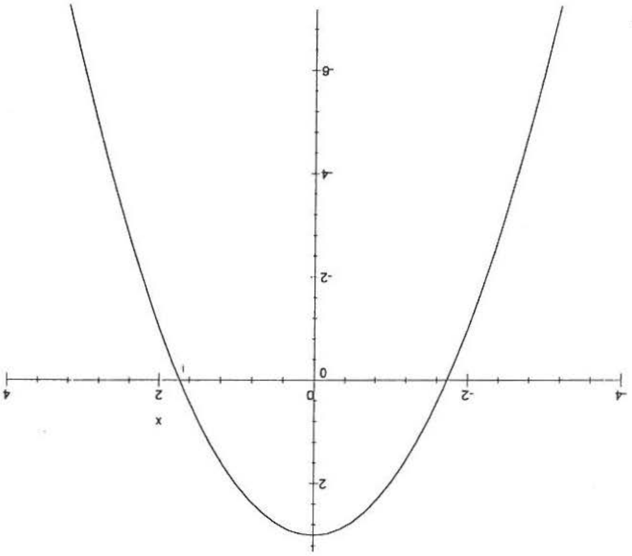
Trouve une fonction permettant de calculer d connaissant v qui pourrait correspondre à ce tableau en t'aidant des résultats ci-dessous.

v	10	20	40	60	80	100
v^2	100	400	1600	3600	6400	10000
$v^2/10$	10	40	160	360	640	1000
$v^2/20$	5	20	80	180	320	500

2 - Utiliser le sens de variation d'une fonction pour comparer deux nombres. Niveau seconde.

$\mathcal{C}$ est la courbe représentative de la fonction f définie sur [-3 ; 3] par $f(x) = -x^2 + 3$.

Soient a et b deux nombres, si $1 < a < b < 2$, comparer $-a^2 + 3$ et $-b^2 + 3$.à l'aide du graphique ci-contre.



3 - Utiliser la parité pour représenter une fonction. Niveau seconde.

Soit f la fonction paire définie sur [-5 ; 5] par $f(x) = -x + 2$ si $x > 0$.

Représenter graphiquement f et donner la valeur de f(-3).

3 bis - Utiliser la parité pour représenter une fonction. Niveau seconde.

Soit f la fonction paire définie sur [-5 ; 5] par $f(x) = -x + 2$ si $x > 0$.

Calculer f(2) et en déduire f(-2).

4 - Donner du sens au mot fonction. Niveau troisième.

On sait calculer l'aire d'un carré connaissant son côté. On dit que l'aire d'un carré est fonction de son côté.

1 - Le prix d'un plein d'essence est-il fonction du prix d'un litre de cette essence ?

2 - Trouve 3 autres situations où il existe une fonction.

5 - Donner du sens au mot fonction.

18	45	127
↓	↓	↓
□→ 22	□→ 49	□→ 131

Complète :

73	...
↓	↓
□→ ..	□→ 88

6 - Donner du sens au mot fonction.

Dans un message secret, chaque lettre a été remplacée par la suivante dans l'ordre alphabétique.

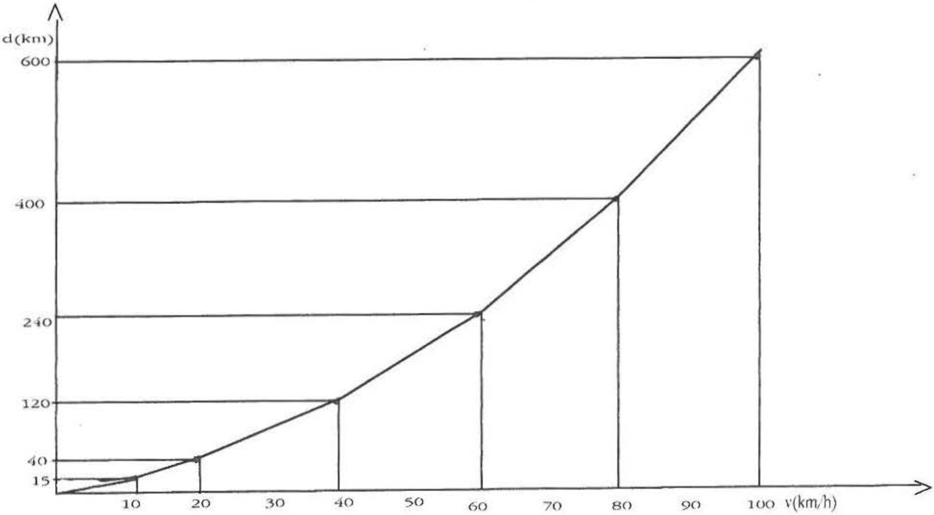
Par exemple, f est remplacée par g, q est remplacée par r, z est remplacée par a.

Code le message : BONJOUR

Décode : CSBWP

7 - Lecture du graphique d'une fonction non affine. Niveau quatrième-troisième.

Les résultats obtenus lors d'un essai de freinage sont représentés dans le graphique ci-dessous. v est la vitesse du véhicule en km/h, d est la distance parcourue avant l'arrêt en m.



Complète le tableau ci-dessous en indiquant la distance d connaissant v.

v	10	20	40	60	80	100
d						

8 - Donner du sens au mot fonction. Niveau sixième.

Je possède une machine à transformer les nombres. Elle multiplie par 2 et ajoute 5.

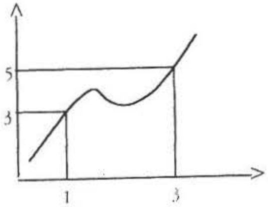
J'ai choisi 24. Quel est le résultat ?

Paul a obtenu 97. Quel nombre avait-il choisi ?

A partir du nombre n, quel sera le résultat ?

9 - Donner du sens au mot fonction. Niveau seconde.

Ecris une phrase contenant les mots "fonction" et "image" qui soit vérifiée dans le graphique ci-contre.



10 - Donner du sens au mot fonction. Niveau troisième.

Pour un point intérieur au disque, on construit le point M' tel que :

O, M, M' sont alignés.

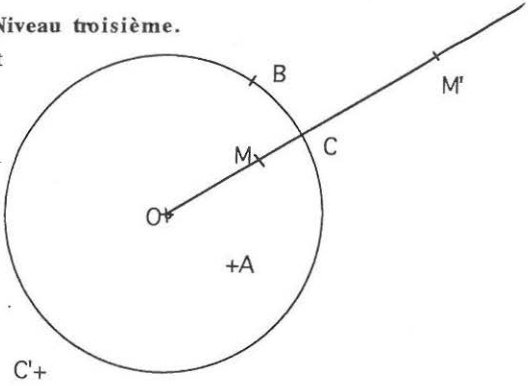
I est sur le cercle et sur la demi-droite [OM),

MI = M'I

Construit de même le point A'.

Où se trouve l'image du point B ?

Construit le point C connaissant C'



METHODOLOGIE D'EVALUATION NATIONALE

ATELIER ANIME PAR REGIS GRAS

Exemple : Classifier 8 élèves en fonction de leurs résultats à une épreuve en 6 items.

Tableau brut:

Items: → Elèves : ↓		1	2	3	4	5	6
Alain	**A**	9	1	1	1	1	1
Brigitte	**B**	9	1	1	1	9	9
David	**D**	1	9	9	0	9	9
Emilie	**E**	9	1	1	1	0	1
Ignace	**I**	9	1	1	1	1	1
Julien	**J**	9	1	1	1	1	9
Kamel	**K**	1	9	9	1	9	9
Octave	**O**	1	9	9	0	9	9

Tableau transformé: (codage binaire : 1 et 2 →1
autres →0)

Items: → Elèves : ↓		1	2	3	4	5	6
	A	0	1	1	1	1	1
	B	0	1	1	1	0	0
	D	1	0	0	0	0	0
	E	0	1	1	1	0	1
	I	0	1	1	1	1	1
	J	0	1	1	1	1	0
	K	1	0	0	1	0	0
	O	1	0	0	0	0	0
Total :		3	5	5	6	3	3

METHODOLOGIE D'EVALUATION NATIONALE

Objectif : « regrouper « les élèves en fonction de leur « degré de ressemblance « dans leurs résultats.

Définition d'une similarité entre i et j :

n_{11} : nombre de réussites communes pour n items

n_{00} : nombre d'échecs communs pour n items

priorité aux réussites : $s(i,j) = \frac{n_{11}}{n}$

priorité aux échecs : $s(i,j) = \frac{n_{00}}{n}$

indice symétrique : $\boxed{s(i,j) = \frac{n_{11}+n_{00}}{n}} \in [0,1]$

etc. c'est celui qui est retenu ici.

dans un souci de simplification des calculs, on ne conserve que le numérateur (le dénominateur commun est n=6)

	A	B	D	E	I	J	K	O
A	6	4	0	5	6	5	1	0
B		6	2	5	4	5	3	2
D			6	1	0	1	5	6
E				6	5	4	2	1
I					6	5	1	0
J						6	2	1
K							6	5
O								6

Le tableau des similarités est évidemment symétrique.

Définition d'une distance entre i et j :

$$\boxed{d(i,j)=1-s(i,j)}$$

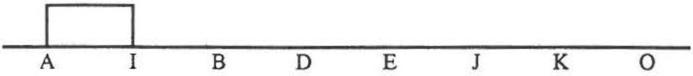
	A	B	D	E	I	J	K	O
A	-	2	6	1	0	1	5	6
B		-	4	1	2	1	3	4
D			-	5	6	5	1	0
E				-	1	2	4	5
I					-	1	5	6
J						-	4	5
K							-	1
O								-

(on n'a conservé que le numérateur)

Convention: En cas d'ex aequos, on conserve le premier regroupement possible dans l'ordre de lecture du tableau de gauche à droite et de haut en bas

⇒ on regroupe A et I dont la distance est minimale

Hiérarchie de niveau 1



METHODOLOGIE D'EVALUATION NATIONALE

Définition d'une distance entre deux groupes G et H d'élèves :

Plusieurs algorithmes possibles :

- $d(G,H) = \inf_{i\in G, j\in H} d(i,j)$ (lien minimum)
- $d(G,H) = \sup_{i\in G, j\in H} d(i,j)$ (lien maximum ou diamètre)
- moyenne des distances respectives entre les éléments de G et ceux de H (lien moyen)
- vraisemblance du lien de J.C.Lerman

On retient ici lelien maximum.

D'où, $d(B,\{A,I\}=2;.....;d(O,\{A,I\}=6$

Convention : en cas d'ex-aequos, on réunit préférentiellement des éléments isolés et on place en dernière ligne du tableau, la dernière classe formée.

	B	D	E	J	K	O	{A,I}
B	-	4	1	1	3	4	2
D		-	5	5	1	0	6
E			-	2	4	5	1
J				-	4	5	1
K					-	1	5
O						-	6
{A,I}							-

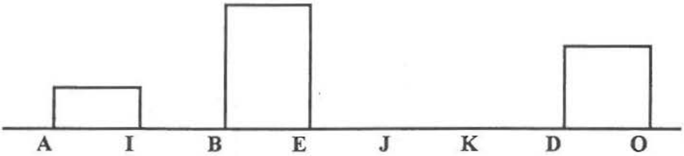
(on regroupe D et O dont la distance est minimale)

Hiérarchie de niveau 2:

	B	E	J	K	{A,I}	{D,O}
B	-	1	1	3	2	4
E		-	2	4	1	5
J			-	4	1	5
K				-	5	1
{A,I}					-	6
{D,O}						-

(on regroupe B et E dont la distance est minimale et qui apparaissent en premier dans le tableau)

Hiérarchie de niveau 3:

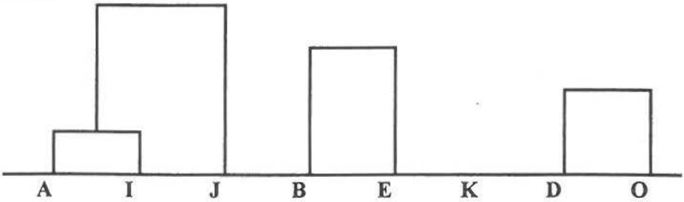


	J	K	{A,I}	{D,O}	{B,E}
J	-	4	1	5	2
K		-	5	1	4
{A,I}			-	6	2
{D,O}				-	5
{B,E}					-

(Par exemple,d(J,{B,E}=sup[d(J,B),d(J,E)]=2

on regroupe J et {A,I} qui apparaissent en premier dans le tableau)

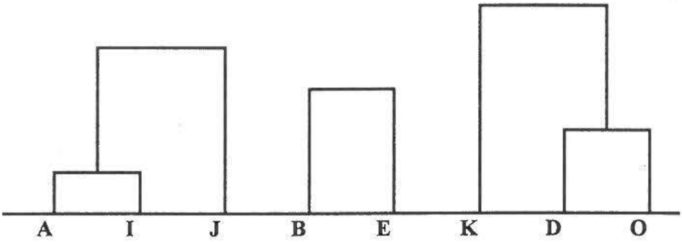
Hiérarchie de niveau 4:



	K	{D,O}	{B,E}	{A,I,J}
K	-	1	4	5
{D,O}		-	5	6
{B,E}			-	2
{A,I,J}				-

⇒ on regroupe K et {D,O} dont la distance est minimale

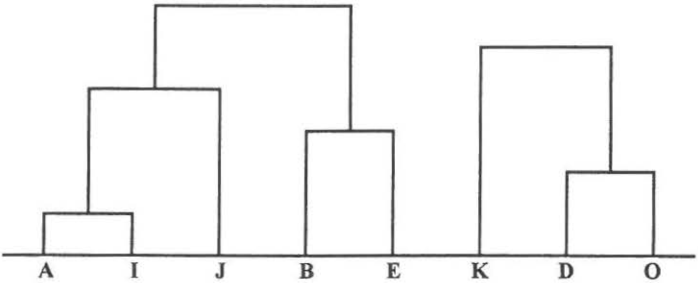
Hiérarchie niveau 5



	{B,E}	{A,I,J}	{D,O,K}
{B,E}	-	2	5
{A,I,J}		-	6
{D,O,K}			-

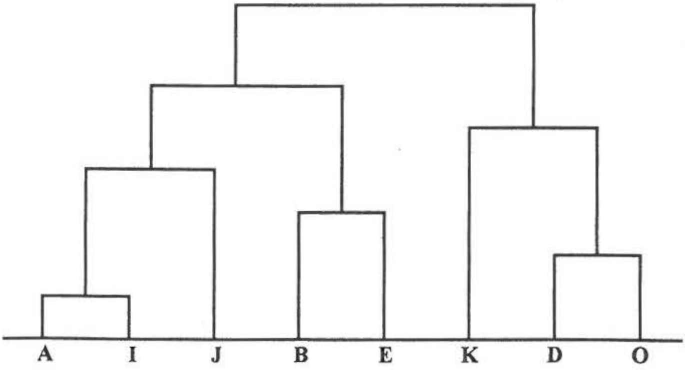
⇒ on regroupe {B,E} et {A,I,J}

Hiérarchie niveau 6

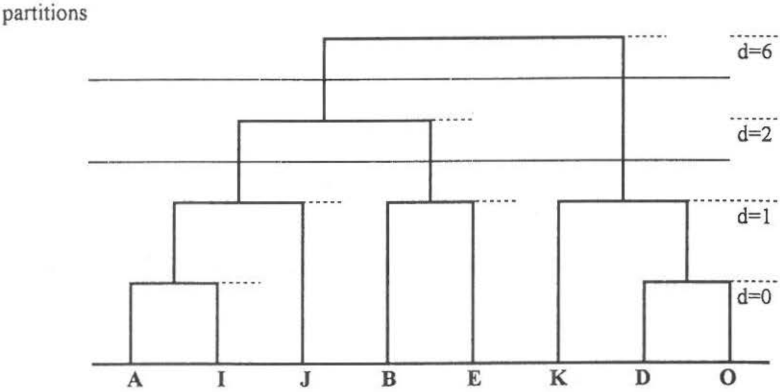


	{D,O,K}	{A,I,J,B,E}
{D,O,K}	-	<u>6</u>
{A,I,J,B,E}		-

Hiérarchie niveau 7



Représentation respectant les distances. Troncatures.



Par une troncature à d<2, on obtient les groupes :

{A,I,J} , {B,E} , {K,D,O}

Par une troncature à d<6, on obtient les groupes :

{A,I,J,B,E} , {K,D,O}

Question : Comment apprécier l'homogénéité des groupes et la dissemblance entre eux ?

METHODOLOGIE D'EVALUATION NATIONALE

Réponse donnée à la question précédente :

Relativement à l'ensemble des groupes, on dispose de 2 outils de mesure :

- distances entre les sujets,
- « masses » ou effectifs des groupes.

D'où la référence, à la notion d'inertie (ou de « variance » en statistique)

Décision :

- l'homogénéité des groupes sera mesurée par leurs inerties et l'homogénéité de la partition par leur somme =>inertie intra-groupe (inertie autour de chaque barycentre)
- l'hétérogénéité (ou la dissemblance) des éléments de la partition sera mesurée par l'inertie inter-groupe (inertie des barycentres autour de leur barycentre)

Rappels:

- inertie intra-groupe : soit G_k un groupe $\{i, m_i\}_{i \in G_k}$ et g_k son barycentre :

$$\boxed{I^a_{G_k} = \sum_{i \in G_k} m_i d^2(g_k, i)}$$

- inertie inter-groupe : soit $G_1, \ldots\ldots, G_n$ groupes de barycentres $\{g_k, m_k\}_{k \in \{1, \ldots n\}}$ de barycentre g

$$\boxed{I^r_g = \sum_{k \in \{1 \ldots n\}} M_k d^2(g, g_k)}$$

Rappels (suite)

- L'inertie totale d'un groupe $\{j,m_j\}_j$ de barycentre g est :

$$\boxed{I^T = \sum_j m_j d^2(g,j)}$$

- théorème d'Huyghens (ou de Koenig):

soit $\{G_k\}_{k\in\{1..n\}}$ une partition d'un groupe G,

$$\boxed{I^T = I_G^r + \sum_{k\in\{1..n\}} I_{G_k}^a}$$

inertie = inertie + somme des inerties
totale inter-groupe intra-groupes

Spécifications au problème de classification

Les masses m_i associées aux élèves i valent 1.

Les masses M_k associées aux groupes G_k de la partition sont égales aux effectifs de ces groupes.

Nous allons mesurer l'homogénéité et l'hétérogénéité attachées aux deux partitions :

1. $G = \{\{A,I,J\},\{B,E\},\{K,D,O\}\}$ puis,
2. $G = \{\{A,I,J,B,E\},\{K,D,O\}\}$

Inertie totale : I^T

le barycentre g des points de R^6:

A=(0.1,1,1,1,1), B=(0,1,1,1,0,0),..............,O=(1,0,0,0,0,0) est :

$$g=(\frac{3}{5},\frac{5}{8},\frac{5}{8},\frac{6}{8},\frac{3}{8},\frac{3}{8})$$

d'où $I^T=\sum m_j d^2(g,j)=d^2(g,A)+d^2(g,B)+......+d^2(g,O)$

$$\boxed{I^T=10,875}$$

Cas partition 1 : $\{\{A,I,J\},\{B,E\},\{K,D,O\}\}$

- intra...

$$g_{\{A.I.J\}}=(0,1,1,1,1,\tfrac{2}{3})\Rightarrow I^a_{\{A,I,J\}}=d^2(g_{\{A,I,J\}},A)+d^2(g_{\{A,I,J\}},I)+d^2(g_{\{A,I,J\}},J)\approx\frac{2}{3}$$

$$g_{\{B.E\}}=(0,1,1,1,0,\tfrac{1}{2})\Rightarrow I^a_{\{B.E\}}=d^2(g_{\{B.E\}},B)+d^2(g_{\{B.E\}},E)\approx\frac{1}{2}$$

$$g_{\{K.D.O\}}=(1,0,0,\tfrac{1}{3},0,0)\Rightarrow I^a_{\{K.D.O\}}=\frac{2}{3}$$

L'inertie totale intra-groupe est : $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{33}{18}$

$$\boxed{I_1^a=\frac{11}{6}}$$

- inter...

l'inertie inter-groupe est pour la partition 1:

$$I_1^r=M_1d^2(g,g_{\{A.I.J\}})+M_2d^2(g,g_{\{B.E\}})+M_3d^2(g,g_{\{K.D.O\}})$$

avec $M_1=3$. $M_2=1$.$M_3=3$

d'où $I_1^r=\frac{1}{3.8^2}[553+246+937]\Rightarrow\boxed{I_1^r=9,041}$

on vérifie que : $I^T=I_1^a+I_1^r=10,875$

Inertie expliquée = $\frac{I_1^r}{I^T}=83,1\%$ Mesure de la « qualité » de la partition

Cas partition 2: $\{\{A,I,J,B,E\},\{K,D,O\}\}$

- intra...

$$g_{\{A.I.J.B.E\}} = (0,1,1,1,\tfrac{3}{5},\tfrac{3}{5}) \Rightarrow I^{a}_{\{A.I.J.B.E\}} = \frac{12}{5}$$

$$g_{\{K.D.O\}} = (1,0,0,\tfrac{1}{3},0,0) \Rightarrow I^{a}_{\{K.D.O\}} = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{I_2^a = \frac{46}{15}}$$

- inter...

$$I_2^r = M_1 d^2(g, g_{\{A.I.J.B.E\}}) + M_2 d^2(g, g_{\{K.D.O\}})$$

avec M_1=5 et M_2=3

d'où : $\boxed{I_2^r = \frac{937}{120}}$

$$\boxed{\text{Inertie expliquée} = \frac{I_2^r}{I^T} = 71{,}8\%}$$

La qualité de la partition, par rapport aux critères : homogénéité (intra)-hétérogénéité (inter) est évidemment inférieure à la précédente.

Remarque : On pourrait utiliser ce critère lors de la constitution de la hiérarchie, en cas de choix parmi les ex-aequos (calculs plus longs)

Question : Quels items contribuent le plus à l'homogénéité des groupes ? (critère pour l'intervention pédagogique)

METHODOLOGIE D'EVALUATION NATIONALE

<u>Réponse donnée à la question précédente :</u>

1. On mesure la contribution d'un item à un groupe G_k d'une partition à l'aide de sa contribution à l'inertie apportée par ce groupe dans l'inertie inter-groupe (responsabilité de i à l'homogénéité de G_k)
2. On mesure la contribution d'un item i à une partition (pouvoir « séparateur » de cet item) à l'aide de sa contribution relative, à l'inertie inter-groupe.

<u>Spécifications à la partition:</u> $\{\{A,I,J\},\{B,E\},\{K,D,O\}\}$

- <u>Item 1:</u> Moyenne de 1 dans chacun des groupes :

  m_{11}=0 (moyenne pour les élèves A,I,J)

  m_{12}=0 (moyenne pour les élèves B,E)

  m_{13}=1 (moyenne pour les élèves K,D,O)

  $m_{1G_1} = \frac{3}{8}$ (moyenne pour l'ensemble des élèves)

contribution de 1 à l'inertie de G_1={A,I,J}: $3(m_{11} - m_{1G_1})^2 = \frac{27}{64}$

« « G_2={B,E}: $2(m_{12} - m_{1G2})^2 = \frac{18}{64}$

« « G_3={K,D,O}: $3(m_{13} - m_{1G3})^2 = \frac{75}{64}$

total $\frac{27}{64} + \frac{18}{64} + \frac{75}{64} = \frac{120}{64}$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Contribution de G1 à linertie Ir1: } 2{,}88\\ \text{Contribution de G2 à linertie Ir1: } 1{,}281\\ \text{Contribution de G3 à linertie Ir1: } 4{,}88\end{array}\right\} I^r_1=9{,}041$$

d'où les propositions :

item 1/G_1= $\frac{27}{64} \div 2,35 \approx 14,64\%$

item 1/G_3 = 24,01%

item 1/G_2=21,96%

item 1/G= $\frac{120}{64} \div 9,041 \approx 20,74\%$

Critère propre à cette évaluation :

On compte positivement une contribution relative d'un item dans un groupe de la partition lorsque la moyenne de cet item dans ce groupe est supérieure à la moyenne dans l'ensemble des groupes et négativement dans le cas contraire.

Ici, pour l'item1, on aura donc les contributions relatives et respectives : -14,64%;-21,96% et 24,01%

Ainsi, l'item 1 contribue positivement (succès) à la constitution du groupe $G_3=\{K,D,O\}$ et négativement aux autres (échecs).

- Item 2: on a : $m_{21}=1$; $m_{22}=1$; $m_{23}=0$; $m_{2G2}= 5/8$

contribution absolue à G_1 : $3(1-5/8)^2=27/64$ et relative à G_1: 14,64%
« G_2 : $2(1-5/8)^2=18/64$ « G_2 :21,96%
« G_3 : $3(0-5/8)^2=75/64$ « G_3 : 24,01%
« G : 120/64 « G : 20,74%

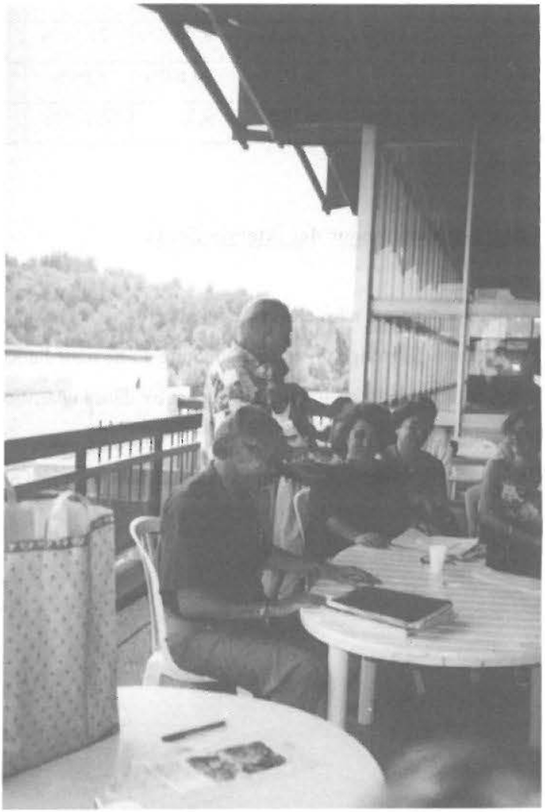
- Item 3: idem item 2
- Item 4: contribution absolue à G : 5/6
- Item 5: « « « : 120/64
- Item 6: « « « : 17/24

Récapitulation des contributions relatives :

contribution relative	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6
{A,I,J}	-14,64%	14,64%	14,64%	6,5%	40,61%	8,86%
{B,E}	-21,96%	21,96%	21,96%	9,76%	-21,96%	2,44%
{K,D,O}	24,01%	-24,01%	-24,01%	-10,67%	8,64%	-8,64%
G	20,74%	20,74%	20,74%	9,22%	20,74%	7,83%

Conclusions « pédagogiques » pour des interventions:

- Les items 1,2,3 et 5 « séparent » les élèves au mieux.
- L'item 5 « caractérise » le groupe G_1 et doit conduire à une remédiation dans G_2.
- L'item 4 n'a que peu d'influence : il joue un rôle neutre dans la partition en 3 groupes.
  De même pour l'item 6
- Les items 2 et 3 doivent conduire à une remédiation dans le groupe G_3.



BILAN QUESTIONNAIRE STAGIAIRE DE L'UNIVERSITÉ D'ÉTÉ- VALBONNE 1995

N.B. De façon générale, cochez, ou complétez suivant les cas, la case de votre choix.

I) Êtes-vous :

* adhérent de l'APMEP ☐ Si oui, participez-vous à des actions régionales ou nationales ☐

* enseignant : en fonction ☐ personnel administratif ☐

* école élémentaire ☐ en collège ☐ en lycée ☐ à l'Université ☐

* chercheur ☐ ou autre ☐

Précisez ...

II) Vos centres d'intérêt :

Voici trois domaines; classez-les par ordre d'intérêt décroissant
(1 pour le plus fort, ..., 3 pour le plus faible) :

enseignement ☐ recherche ☐ formation des enseignants ☐

III) Votre appréciation sur le contenu de l'Université d'été:

*** Compte-tenu de sa définition, cette Université d'été a-t-elle répondu à vos attentes :**

OUI ☐ MOYENNEMENT ☐ NON ☐

*** Vous a-t-elle apporté :**

Des informations nouvelles ?	OUI ☐	NON ☐
Des pistes de travail en classe ?	OUI ☐	NON ☐
Des pistes de travail au sein de l'Association ?	OUI ☐	NON ☐
De l'inquiétude quant à votre formation ?	OUI ☐	NON ☐
Des inquiétudes quant à vos choix pédagogiques ?	OUI ☐	NON ☐

*** A votre avis, quel a été le temps fort de cette Université ?**

un exposé ☐ lequel ?

ou un atelier ☐ lequel ?

Si autre, précisez ?

****

*** A votre avis, quel a été le temps faible de cette Université ?**

un exposé ☐ lequel ?

ou un atelier ☐ lequel ?

Si autre, précisez ?

****

*** A votre avis, qu'a-t-il manqué à cette Université ?**

*** Compte tenu de cette Université, que ne doit-on surtout pas manquer dans la formation initiale des maîtres (IUFM)**

*** Compte tenu de cette Université, que ne doit-on surtout pas manquer dans la formation continue des maîtres (IUFM)**

IV) Votre opinion sur l'organisation :

* Vous avez apprécié :

Le choix du lieu ? OUI ☐ NON ☐
Les conditions matérielles de restauration ? non concerné ☐ OUI ☐ NON ☐
Les conditions matérielles d'hébergement ? non concerné ☐ OUI ☐ NON ☐
Les conditions matérielles de travail ? OUI ☐ NON ☐

* Que vous a-t-il manqué ?

* Êtes-vous satisfait :

De l'emploi du temps ? OUI ☐ NON ☐
De l'organisation en exposés, ateliers ? OUI ☐ NON ☐
De l'organisation des conditions d'accueil ? OUI ☐ NON ☐

* Finalement, cette Université aura été pour vous :

très positive ☐ positive ☐ moyenne ☐ négative ☐ très négative ☐

BILAN QUESTIONNAIRE STAGIAIRE DE L'UNIVERSITÉ D'ÉTÉ- VALBONNE 1995

N.B. De façon générale, cochez, ou complétez suivant les cas, la case de votre choix.

I) Êtes-vous :

* adhérent de l'APMEP 78% Si oui, participez-vous à des actions régionales ou nationales 64%

Cette dernière valeur est, bien entendu, conditionnée par la première

* enseignant : en fonction 96% personnel administratif 4 %

* école élémentaire 7% en collège 39% en lycée 52% à l'Université 0%

* chercheur 2% ou autre **(8 participants en double)**

Précisez ...

II) Vos centres d'intérêt :

Voici trois domaines; classez-les par ordre d'intérêt décroissant
(1 pour le plus fort, ..., 3 pour le plus faible) :

enseignement **E** recherche **R** formation des enseignants **F**

E>R>F: 33% ; E>F>R: 41% ; R>E>F: 11% ; R>F>E: 2% ; F>E>R: 9% ; F>R>E: 4%

III) Votre appréciation sur le contenu de l'Université d'été:

*** Compte-tenu de sa définition, cette Université d'été a-t-elle répondu à vos attentes :**

OUI 52 % MOYENNEMENT 48 % NON 0 %

*** Vous a-t-elle apporté :**

Des informations nouvelles ?	OUI	100 %	NON	0 %
Des pistes de travail en classe ?	OUI	48 %	NON	52 %
Des pistes de travail au sein de l'Association ?	OUI	63 %	NON	37 %
De l'inquiétude quant à votre formation ?	OUI	35 %	NON	65 %
Des inquiétudes quant à vos choix pédagogiques ?	OUI	28 %	NON	72 %

* A votre avis, quel a été le temps fort de cette Université ?

un exposé ☐ lequel ? *méthodes d'analyses de données*

ou un atelier ☐ lequel ? *applications des concepts enseignés*

Si autre, précisez ?

Evaluations institutionnelles (DEP, Baccalauréat)

* A votre avis, quel a été le temps faible de cette Université ?

un exposé ☐ lequel ? *rôle de l'inspection dans l'évaluation, mais pas les personnes*

ou un atelier ☐ lequel ?

Si autre, précisez ?

une meilleure relation entre les exposés et les ateliers eût été appréciée

* A votre avis, qu'a-t-il manqué à cette Université ?

pour 38 % rien n'a manqué ;
pour d'autres : meilleure liaison exposés-ateliers ; plus de temps pour les ateliers ; des pistes pour l'exploitation pédagogique : plus grande pratique de l'analyse de données : une bibliothèque ; une température moins élevée...

****

* Compte tenu de cette Université, que ne doit-on surtout pas manquer dans la formation initiale des maîtres (IUFM)

une culture en évaluation ; définition d'objectifs ; analyse des erreurs ; création de textes d'évluation ; prise de conscience des pb pédagogiques posés par l'évaluation ; "apprendre à douter" (initiation à la docimologie) ; représentation démystifiée de l'inspection ; formation méthodologique

* Compte tenu de cette Université, que ne doit-on surtout pas manquer dans la formation continue des maîtres (IUFM)

échanges et confrontations des pratiques ; analyses des pratiques ; utilisation des concepts relatifs à l'évaluation ; prise en compte de l'interelation apprentissage-évaluation ; présentation de résultats de la recherche

IV) Votre opinion sur l'organisation :

* Vous avez apprécié :

Le choix du lieu ?			OUI	96 %	NON	4 %
Les conditions matérielles de restauration ?	non concerné	7 %	OUI	86 %	NON	14 %
Les conditions matérielles d'hébergement ?	non concerné	17 %	OUI	71 %	NON	29 %
Les conditions matérielles de travail ?			OUI	87 %	NON	13 %

Les pourcentages sont relatifs aux participants concernés.

* Que vous a-t-il manqué ?

rien pour 78% des participants
accès libre à la salle informatique ; du temps.....pour réfléchir mais aussi pour la détente ; une bibliothèque plus fournie

* Êtes-vous satisfait :

De l'emploi du temps ?	OUI	91 %	NON	9 %
De l'organisation en exposés, ateliers ?	OUI	74 %	NON	26 %
De l'organisation des conditions d'accueil ?	OUI	94 %	NON	6 %

* Finalement, cette Université aura été pour vous :

très positive 30 % positive 57 % moyenne 23 % négative 0% très négative 0%

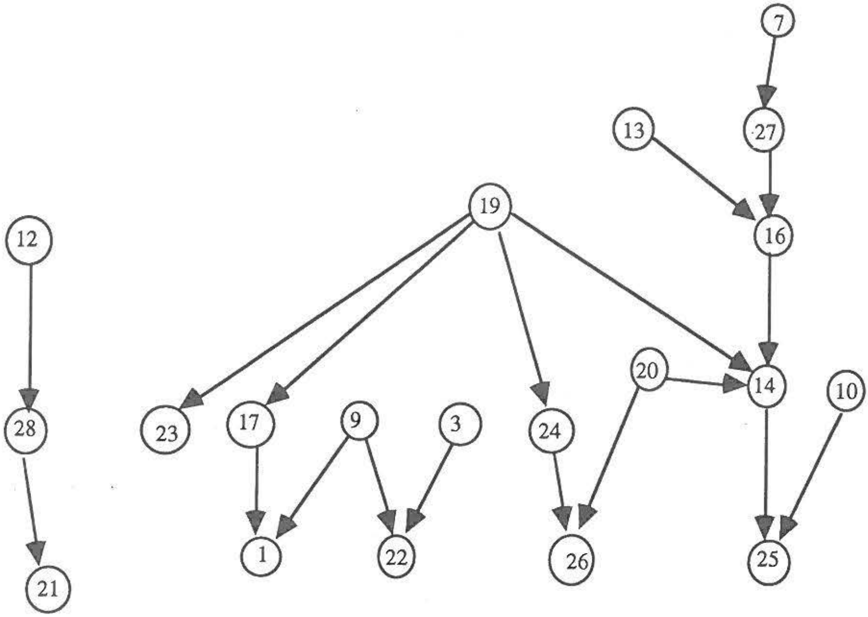
Valeur moyenne pondérée du degré de satisfaction : **0,85** pour une échelle de 1 (très positive) à 0 (très négative).

ANALYSE IMPLICATIVE DE CERTAINES RÉPONSES AU SEUIL 0,85

Nous avons pratiqué, avec l'aide de quelques participants de l'U.E. et ...du logiciel CHIC, une analyse implicative sur les réponses les plus significatives et d'occurence acceptable, fournies par près de 50 bilans. Voici le graphe obtenu.

Signification des variables en jeu dans ce graphe (il manque, bien entendu les autres variables, mais qui sont moins fréquentes):
1 : Adhérent APM
3 : Enseignant en collège
7 : Etes-vous ? Réponse : autre
9 : Centre d'intérêt dans l'ordre décroissant : Enseignement-Formation-Recherche (E>F>R)
10 : Centre d'intérêt dans l'ordre décroissant : Recherche-Enseignement-Formation (R>E>F)
12 : Centre d'intérêt dans l'ordre décroissant : Formation-Enseignement-Recherche (F>E>R)
13 : Centre d'intérêt dans l'ordre décroissant Formation-Recherche-Enseignement (F>R>E)
14 : L'UE a répondu à mon attente
16 : L'UE m'a apporté des pistes de travail en classe
17 : L'UE m'a apporté des pistes de travail au sein de l'Association
19 : L'UE m'a apporté des inquiétudes quant à mes choix pédagogiques
20 : Il n'a rien manqué à cette UE
21 : J'ai apprécié le choix du lieu
22 : J'ai apprécié les conditions de travail
23 : J'ai apprécié les conditions matérielles
24 : J'ai apprécié l'emploi du temps
25 : J'ai apprécié l'organisation en exposés et ateliers
26 : J'ai apprécié l'organisation des conditions d'accueil
27 : Finalement l'UE aura été pour moi très positive
28 : Finalement l'UE aura été pour moi positive

Graphe implicatif



Quelques éléments d'interprétation

* Ceux qui ont, à l'issue de l'UE, des inquiétudes sur le plan pédagogique considèrent que l'UE a cependant plutôt répondu à leurs attentes et sont très satisfaits des conditions matérielles et de travail. De plus, bien qu'inquiets, ils ont découvert des pistes de travail dans le cadre APM. L'inquiétude semble donc une bonne source de profit !

* La bonne organisation pédagogique de l'UE est nécessaire à la satisfaction de ses attentes, elle-même nécessaire à la découverte de nouvelles pistes pour la classe. Dans ces conditions, l'UE est positive. Des réinvestissements semblent donc favorisés par la tenue rigoureuse (mais aimable) des conditions de formation au cours de cette UE.

*Ceux qui considèrent que rien n'a manqué à cette UE... ont obtenu la satisfaction de leurs attentes (*cela va mieux en le disant...*)

* Ce sont plutôt ceux qui considèrent la formation comme prioritaire qui trouvent satisfaction de leurs attentes. Pour eux, l'UE est très positive, le choix du lieu ayant favorisé leur attitude.

Nous laissons aux lecteurs le soin de poursuivre cette analyse et d'en faire eux-mêmes une libre lecture. Mais soulignons que l'UE ayant, pour le Ministère, comme fonction première de préparer des formateurs semble ici avoir bien rempli ce rôle.

EVALUATION DE L'UNIVERSITE D'ETE R/CA/KOO/UF n°28
Méthodologie d'analyse de systèmes d'observation et d'évalation de l'enseignement des mathématiques ; leurs retombées sur l'enseignement

Rapport rédigé par Régis Gras, responsable de l'Université d'Eté
Professeur des Universités de Nantes (IRESTE) et Rennes (IRMAR)

I- LES OBJECTIFS

I-1 Objectifs généraux

* analyser les résultats obtenus à travers de nombreuses enquêtes nationales ou internationales et envisager comment les différentes études peuvent permettre d'améliorer l'enseignement des mathématiques,

* participer à la formation des enseignants en matière d'évaluation,

* favoriser de multiples échanges permettant une circulation de l'information entre les institutionnels, les enseignants-chercheurs et les enseignants du terrain.

I-2 Objectifs spécifiques et/ou opérationnels

* présenter et étudier la méthodologie de systèmes d'évaluation sur le plan de leur construction, du traitement des données et de l'interprétation des résultats,

* présenter et faire assimiler des méthodes de recueil, de codage et d'analyse de données.

I-3 A posteriori, qu'est-ce qui vous a paru facile ou difficile à mettre en cohérence avec les objectifs ministériels ?

* facile : échanges entre différents partenaires du système éducatif

* difficile : contribution à la formation de personnes-ressources ou relais, ceci ne pouvant guère se mesurer qu'avec un certain recul ; si la présentation de travaux antérieurs et de leurs résultats n'offre que peu de difficultés, en revanche il n'est pas garanti que les concepts et les méthodes soient aisément réinvestissables,

* par contre, est atteinte la prise de conscience de la non-transparence des produits d'évaluation, ainsi que de la relativité de la fidélité et de la fiabilité de dispositifs d'évaluation.

* cette prise de conscience est porteuse d'une attention plus aiguë dans les actes futurs d'évaluation.

I-4 Quels objectifs ministériels pensez-vous avoir privilégiés dans votre UE ? Indiquez comment.

* développement des liens entre recherche et formation grâce à la présence d'acteurs ayant réellement participé au développement d'une méthodologie d'évaluation extensive,

* développement des échanges à l'intérieur de l'Education Nationale grâce également à la présence de plusieurs "institutionnels".

I-5 Quels objectifs ministériels pensez-vous avoir privilégiés dans votre UE ? Indiquez pourquoi.

les mêmes que précédemment car ils correspondent à des attentes largement émises par les enseignants et par ailleurs bien compris par les services ministériels de l'innovation, de la formation continue et par les concepteurs de l'UE .

I-6 Pensez-vous qu'un objectif particulier de votre action de formation pouvait répondre simultanément à plusieurs objectifs du ministère ? Si oui précisez.

oui, la présentation de travaux menés par la DEP et par l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) et auxquels de nombreux participants, de tout niveau, avaient contribué.

II- LE PUBLIC

II-1 Pour le recrutement, avez-vous utilisé d'autre canaux de diffusion que le BO ?

Nous avons utilisé

* d'une part, le support des brochures régulières (B.G.V. et Bulletin Vert) diffusées par l'APMEP,

* d'autre part, le canal des Régionales de l'Association à travers leurs propres brochures et l'affichage dans la plupart des établissements.

II-2 Indiquez précisément les critères que vous avez utilisés pour retenir les candidats. Avez-vous rencontré des difficultés pour opérer cette sélection, et si oui lesquelles ?

Principaux critères requis des candidats:

* être sensibilisé par les problèmes posés par l'évaluation des élèves,

* se sentir concerné par l'intérêt de la mise en place d'un observatoire d'un système d'enseignement.

D'autre part, nous avons cherché à équilibrer les niveaux d'enseignement et les fonctions exercées.

Aucune difficulté pour opérer la sélection.

II-3 Avez-vous favorisé les candidatures groupées ? Pourquoi ?

Oui, dans le principe afin que des équipes déclarées ne soient pas dissociées au cours de cette formation complémentaireet que des prolongements de l'UE soient possibles.

II-4 Les stagiaires devaient-ils venir avec une production ?

Non, mais il était recommandé de le faire.

II-5 En ce qui concerne les stagiaires, précisez :

- la configuration du groupe (homogénéité/ hétérogénéité), dynamique...

Tous les niveaux d'enseignement étaient représentés ainsi que tous les niveaux d'intervention dans le système d'évaluation de l'APMEP (EVAPM). L'absence de distinction claire et non démagogue entre stagiaires et animateurs a favorisé une dynamique d'échanges très fructueux.

- les pré-requis des participants,

* être motivé par une réflexion critique et prospective sur l'économie de l'enseignement des mathématiques

* avoir participé à des actions d'évaluation et s'être intéressé à au moins un dispositif d'évaluation (DEP, INRP, EVAPM, IEA,...).

- les demandes, besoins et intérêts des stagiaires en début de formation :

* attente d'informations sur les résultats proposés par les systèmes globaux et particuliers d'évaluation,

* besoin de formation sur le plan méthodologique : construction de dispositifs, recueil de résultats, traitement de données et interprétation.

III. CONTENUS, METHODES, TECHNIQUES, DEMARCHES, CONDITIONS MATERIELLES

III-1 Rappelez brièvement les contenus prévus et indiquez éventuellement la différence avec les contenus abordés. (joindre la grille d'emploi du temps) :

Les journées sont articulées selon une dynamique compatible avec les objectifs et les attentes :

* des témoignages d'enseignants-chercheurs ayant participé à la mise en place de systèmes globaux, la contribution de ces travaux à leur propre formation,

* les échanges d'informations fournies par ces dispositifs, échanges entre l'institution et le corps enseignant,

* les relations entre ces travaux et la recherche en didactique,

* des méthodologies de traitement statistique de données.

Chaque intervention est illustrée d'exemples significatifs. Elle conduit à une pratique critique des apports externes et à d'authentiques productions (cf. grille d'emploi du temps en annexe 1). Ce dernier but n'est que partiellement atteint.

En fonction des objectifs de formation que vous avez fixés au départ, décrivez précisément:

III-2 La ou les méthode(s) que vous avez utilisée(s) :

* mise en évidence de la logique précédemment évoquée afin de conduire à des réponses nécessaires aux questions explicites ou non exprimées (ou non exprimables),

* alternance de cours théoriques illustrés d'exemples réels et d'ateliers suffisamment longs pour conduire à une implication totale des stagiaires,

* l'analyse des évaluations individuelles des stagiaires laisse apparaître un léger regret au sujet de la durée des ateliers que les stagiaires auraient souhaité plus longue.

III-3 Les techniques que vous avez choisies. Indiquez également les matériels et outils utilisés.

* un emploi du temps équilibrant exposés et ateliers, avec une demi-journée de repos et/ou promenade organisée par nos soins,

* une intégration des animateurs au sein des stagiaires selon une formule proche d'un "enseignement mutuel",

* des séances de travaux pratiques sur micro-ordinateurs pour la consultation de banques d'exercices informatisées et pour le traitement de données,

* la mise à disposition d'une bibliothèque (prêt possible pendant la durée de l'UE), présentant des travaux nationaux et internationaux.

III-4 Les démarches. Le rôle dévolu aux stagiaires. Plus précisément :

- dispositif de recueil et d'expression des attentes,

recueil de ces attentes à la faveur de l'inscription et quelques tours de table partout où cela était nécessaire ;

- intégration de l'analyse des pratiques des participants,

elle s'est faite à la faveur des témoignages relatifs aux pratiques et travaux plus ou moins institutionnalisés;

- importance des situations interactives et du fonctionnement coopératif (par exemple, exposés effectués par les stagiaires eux-mêmes, décisions collectives sur le fonctionnement),

cf plus haut

- fréquence des régulations concernant le travail et la vie de groupe,

chaque fin d'après-midi, pendant une demi-heure à une heure, une réunion de l'ensemble des participants permet de répondre aux questions qui ont pu se poser à la suite des cours et ateliers et auxquelles les animateurs du jour sont amenés à répondre. Ce temps permet une véritable régulation car il est toujours précédé d'une discussion sur l'organisation passée et à venir de cette UE. Il est souvent animé par un stagiaire.

- référence aux projets des participants,
* utilisation explicite de travaux individuels ou collectifs et réponses aux questions relatives à la gestion du quotidien,
* l'analyse des évaluations individuelles des stagiaires (cf annexe 2) et le bilan oral final montrent un haut degré de satisfaction des stagiaires par rapport à leurs attentes.

- productions réalisées pendant l'UE :
nombreuses constructions d'items sur un programme déterminé (CM2, par exemple) ou sur un thème transversal (notion de fonction) ; ces constructions doivent être "mises au propre" pour une publication dans les actes de l'UE.

III-5 Décrivez les conditions matérielles et indiquez éventuellement un ou des problèmes spécifiques qui se sont posés.
* salles de travail (ateliers, conférences), hébergement et restauration sont regroupés dans le CIV de Valbonne dans de bonnes conditions de confort,
* la chaleur, tout au long du séjour, a aggravé les caractères de relative dispersion des locaux et de raideur des pentes du Lycée,
* on a pu regretter quelque peu que les salles informatiques, louées à la demi-journée, demeurent inaccessibles le reste du temps,
* cependant, l'analyse des évaluations individuelles de l'UE, montre un bon degré de satisfaction de ces conditions matérielles (87% de satisfaits) et la pertinence du choix du lieu (96% de satisfaits) et une vive satisfaction à l'égard de l'organisation avant et pendant l'UE (de 74% à 94% de satisfaits selon les rubriques).

IV. METHODOLOGIES D'EVALUATION

IV-I L'analyse des besoins :

IV-1-1 Une analyse des besoins a-t-elle été effectuée en amont de votre proposition d'UE?
Oui, cf **III-4**

IV-1-2 Par quels moyens ? Grâce à quel dispositif ?
- formulation spontanée et libre (mais souhaitée) au moment de l'inscription à l'UE

IV-1-3 Cette analyse était-elle intégrée dans une politique plus générale ?
Oui, elle correspond à une problématique partagée par tout le système éducatif

IV-1-4 La MAFPEN a-t-elle été impliquée dans cette analyse, si oui comment ?

Oui par ses conseils relativement à la formulation du projet d'UE et à la recherche du site.

IV-2 La régulation du projet. De quelle nature ont été les ajustements ? Quelles ont été les modifications apportées ?

cf également le point **II-4.**

Les demandes d'ajustement ont été mineures, les stagiaires se déclarant régulièrement satisfaits du fonctionnement de l'UE et de son contenu. Sur une échelle de 0 (UE très négative) à 1 (UE très positive), le degré moyen de satisfaction est 0,85. Les questions posées à l'Inspection Générale ou à l'Inspection Pédagogique Régionale, toutes deux représentées, ont permis, sans conflit, de lever des équivoques ou des malentendus relatifs aux évaluations institutionnelles.

Signalons qu'au cours du dernier après-midi (vendredi 14 juillet), des travaux pratiques sur des données réelles et "fraîches" (les bilans écrits des stagiaires recueillis en fin de matinée) ont permis d'effectuer avec les stagiaires eux-mêmes un traitement de ces données à l'aide du logiciel CHIC et de la méthode d'implication statistique. Cette activité non prévue a apporté un nouveau crédit à l'UE dans la relation théorie-pratique.

IV-3 Résultats et effets.

IV-3-1 Essayez de définir et de caractériser les acquis des stagiaires en termes de savoirs et de savoir-faire :

* 100% des stagiaires reconnaissent que l'UE leur a apporté des informations nouvelles,

* il y a eu prise de conscience de la non-transparence des produits d'évaluation et de la difficulté à objectiver la mesure qui l'accompagne,

* mais également, une meilleure identification de l'adéquation entre objectifs pédagogiques, projets et méthodologie d'évaluation,

* et un apprentissage de méthodes multidimensionnelles d'analyse de données d'évaluation s'ajoutant aux méthodes statistiques classiques mais insuffisamment globalisantes.

Notons que, sur une échelle de 0 (très négative) à 1 (très positive), les opinions des stagiaires relativement à l'ensemble de l'UE conduisent à une moyenne de 0,85.

IV-3-2 Quels outils avez-vous utilisés pour les identifier et quels problèmes avez-vous éventuellement rencontrés ?

* examen des productions personnelles ou collectives des stagiaires dans les groupes de travail,

* lors de mise en situation réelle de traitement de données et d'interprétation de résultats, observation des travaux des stagiaires,

* questions explicitement posées lors du bilan écrit et individuel de l'UE (cf annexe 2).

IV-3-3 Parmi les objectifs que vous vous étiez fixés, quels sont ceux que vous pensez avoir en partie atteints et comment ?

* sensibilisation aux phénomènes d'évaluation et aux rôle importants et complémentaire joués par la DEP et l'APMEP,

* formation à des méthodes nouvelles pour les participants, point qui est signalé comme élément majeur de cette UE,

* riches échanges entre les différents partenaires du système éducatif, précisément entre l'Inspection, les enseignants et les chercheurs, même si sur ce plan les attentes n'ont pas été complètement satisfaites.

IV-3-4 Y a-t-il eu émergence ou construction chez les stagiaires de nouveaux besoins de formation?

Il est bien certain que tous les sujets d'étude ont éveillé des questions sur leur opérationalisation dans les conditions spécifiques des environnements personnels des stagiaires. En particulier, des informations plus accessibles aux travaux de la DEP et de l'APMEP sont souhaitées. De même, des prolongements sur le plan de la formation sont espérés sur le plan méthodologique.

IV-3-5 Les participants ont-ils envisagé des actions nouvelles dans leur milieu professionnel ?

Peu d'actions nouvelles, en dehors de celle citée dans le § suivant. Cependant une intégration dans la pratique quotidienne ira naturellement de soi, même si dans l'ensemble, les contenus de l'UE n'ont pas conduit à de vives inquiétudes sur le plan professionnel.

IV-3-6 Pour les organisateurs de l'UE, quels effets paraissent possibles (immédiats ou différés) en ce qui concerne les dispositifs locaux de recherche et de formation ? La MAFPEN peut-elle être impliquée ?

Un effet immédiat : la relance au sein de l'APMEP d'un groupe de travail national sur la construction de sujets d'examen, le baccalauréat en l'occurence (groupe "BAC-Annales"), groupe auquel pourrait se joindre Mme Régine Douady qui avait proposé ses services sur le plan de l'élaboration de textes "exemplaires". La présence, dans l'Académie de Nice, de deux animatrices et organisatrices de l'UE, Mmes Michèle Pécal et Christiane Zehren, de surcroît responsables à un haut niveau à l'APMEP, permet d'augurer des retombées fructueuses sur le plan régional.

IV-3-7 Avez-vous constaté des effets inattendus ?

Les difficultés liées au problème de mathématiques du baccalauréat scientifique de juin 95 ont détourné l'étude plus générale des fonctions de l'examen, mais ce détour a été exploité avec profit par les animateurs disposant d'un exemple concret sur lequel une réflexion spécifique pouvait porter.

V. SUIVI

V-1 Avez-vous prévu un prolongement à l'UE dont vous êtes responsable ? Si oui lequel ?
Via l'Association APMEP, le prolongement sera conduit de façon naturelle (cf **IV-3-6**). Personnellement, je reste disponible pour aider à résoudre des problèmes méthodologiques et, particulièrement, ceux posés par le traitement des données (exemple, intervention sur le sujet lors du colloque de rentrée de l'IREM de Lorraine).

V-2 Envisagez-vous de publier des actes ? Si oui, à destination de quel public ?
Oui, le dispositif de recueil des textes (exposés et ateliers) est en place, Mme M.Pécal en étant responsable. L'échéance de retour des textes est fixée au 1er septembre.
Bien évidemment, le premier public concerné par les actes est celui des participants de l'UE, mais il doit pouvoir apporter des informations utiles aux autres enseignants. En particulier, ils sont conçus pour servir de référence critique dans les MAFPEN intéressées par les problèmes d'évaluation.

VI. PARTENARIAT

VI-1 Quelles ont été les modalités des négociations préalables ?
pas de partenariat

VI-2 Les différences de points de vue ou d'objectifs ont-elles été importantes ?
sans objet

VI-3 En quoi le partenariat a-t-il été une source de richesse, ou bien a-t-il éventuellement constitué un frein ?
sans objet

VI-4 Si l'UE a accueilli des stagiaires et/ou des formateurs étrangers, ou a été élaborée avec des partenaires étrangers, dites ce que la dimension internationale a apporté à votre action de formation.
Les apports de M. Derek Foxman ont permis de relativiser les problèmes rencontrés dans notre propre système national et ont conforté les travaux menés et les résultats établis sur le plan international par M. Antoine Bodin.

De quel type d'aide ou de conseil souhaiteriez-vous bénéficier pour la mise au point d'une prochaine UE ?
Un guidage permettant la recherche de partenaires et de sites parfaitement adaptés à l'organisation d'une UE de durée moyenne.

Quel type d'aide pourriez-vous apporter à de nouveaux responsables d'UE?

Eventuellement et modestement, des conseils sur l'organisation matérielle et pédagogique d'une UE de durée égale à celle de cette année.

à Rennes le 3 Septembre 1995

PARTICIPANTS UE APMEP 1995

Madame	ANDRIEU	Eliane	10 rue du Beau Site 76960 N.D.BONDEVILLE
Monsieur	BAILLEUL	Marc	17 rue des Six Acres 14610 CAMBES LA PLAINE
Madame	BALIVIERA	Marie-Jo	rue du Haut Regard 88110 ALLARMONT
Madame	BARBIERI	Danielle	2 Chemin de la Borde 38140 RIVES/FURE
Monsieur	BARDOULAT	Jean-Paul	Chemin de Malet 09000 FOIX
Monsieur	BARDY	Michel	6 Côte Vinseaux 88000 EPINAL
Monsieur	BAREIL	Henri	7 rue des Pivoines 31000 TOULOUSE
Monsieur	BELLOEIL	Rémi	1 rue de la Warta 35200 RENNES
Madame	BERGUE	Danielle	27 Résidence le Bocage 76150 LA VAUGELIERE
Monsieur	BODIN	Antoine	25290 SCEY EN VAROIS
Monsieur	BONNET	Pierre-Henri	1 rue Tristan Tzara 06600 ANTIBES
Monsieur	BOULARD	Christian	3 Avenue Gaston Berger 35000 RENNES
Madame	BRUNET	Catherine	17 rue du Docteur Charcot, bat.1, 93130 NOISY LE SEC
Monsieur	CABASSUT	Richard	38A rue de l'Abbé Hanauer 67100 STRASBOURG
Madame	CADOT	Martine	2 Boulevard de l'Université 21000 DIJON
Madame	CHABRIER	Catherine	60 bis rue du Maine 44600 SAINT NAZAIRE
Madame	CHAUPRADE	Colette	8 Impasse Ambroise Paré 87170 ISLE
Mlle	COLLETTE	Frédérique	33 rue Jean l'Aveugle L-1148 LUXEMBOURG
Madame	COUDERT	Aline	Mérignac 87170 ISLE
Monsieur	COULET	Jean-Claude	38 rue Maurice Ravel - 35132 VEZIN-LE-COQUET
Monsieur	COUTURIER	François	25620 TREPOT
Monsieur	COUTURIER	Raphael	〃
Madame	DOUADY	Régine	IREM de PARIS VII
Madame	ESPINOSA	Michèle	Nice. Rectorat
Madame	FONTAINE	Marie-Danielle	13 Avenue Aristide Briand 35120 DOL DE BRETAGNE
Monsieur	FOXMAN	Derek	National Foundation for Educational Research for England and Wales. Londres
Monsieur	FROMENTIN	Jean	17 rue de la Roussille 79000 NIORT
Monsieur	GASSE	Didier	2 Grande corniche 844350 COURTHEZON
Madame	GUIBERT	Josiane	23 rue Huillard d'Hérou 45110 Chateauneuf sur Loire
Monsieur	GUILLEMOT	André	La Croix d'Alliance 35590 SAINT GILLES
Monsieur	GRAS	Régis	IRMAR Université de RENNES
Madame	HOUSSIN	Marie-Josée	72 rue de la Glacière 75013 PARIS
Monsieur	HOUSSIN	Gérard	72 rue de la Glacière 75013 PARIS
Madame	HUGUEL	Madeleine	20rue d'Echery 68160 Ste Marie aux Mines
Monsieur	HUGON	Albert	Inspection Générale, 107 rue de Grenelle 75007 Paris
Monsieur	LUCIEN	Claude	Résidence les Pins C2 Les Semboules 06600 ANTIBES
Monsieur	MAGNENET	Michel	1 rue Léon Jouhault 25000 BESANCON
Madame	MARGOT	Geneviève	2 rue Reculée Cedex 571 41530 VINEUIL
Madame	MASSIET	Violette	11 bis Rue Pasteur 59110 LA MADELEINE
Monsieur	MATHIEU	Claude	BP 5444 NOUAKCHOTT Mauritanie
Madame	MONIER	Annie	16 rue François Villon 33290 PAREMPUYRE
Madame	MONTEIL	Jeanine	106 rue de Malabry 92350 LE PLESIS ROBINSON
Monsieur	OLIVIER	Yves	Inspection Pédagogique Rectorat d'Orléans-Tours
Madame	PATUREAU	Geneviève	87100 LE VIGEN
Madame	PECAL	Michèle	260 Chemin des Cerisiers 06740 CHATEAUNEUF DE GRASSE
Madame	PERETTI		Direction de l'Evaluation et de la Prospective 142 rue du Bac 75007 PARIS
Monsieur	PETIT	Serge	rue de la Liepvrette 67600 Sélestat
Madame	PEYLET	Danièle	42 Avenue Gabriel Péri 94170 LE PERREUX SUR MARNE
Madame	PEYRACHE	Marie-Hélène	3 rue de Gatine 94240 L'HAY LES ROSES
Madame	PUECH	Helena	Résidence "Les Charmes" 34 Place du Champ de Ville 27400 LOUVIERS
Monsieur	RETIF	Jean-Yves	73500 BRAMANS
Madame	ROUSSEAU	Isabelle	14 rue des Ingles 89300 JOIGNY
Monsieur	RUELLANO	Claude	718 Quartier du Bois 14200 HEROUVILLE
Monsieur	SACHET	Jean Claude	31 Route de Moronval 28500 Ste GEMME MORONVAL
Madame	SACHET	Marie-Odile	31 Route de Moronval 28500 Ste GEMME MORONVAL
Monsieur	SIMONIN	Georges	lycée Audiberti 06600 ANTIBES
Madame	SOTURA	Brigite	76 rue des Coquelicots 92140 CLAMART
Monsieur	TALAMONI	Claude	64 Bd.Emile Zola 93600 AULNAY SOUS BOIS
Madame	TERRIER	Josiane	138 bis rue de la République 38140 RIVES
Madame	TOUSSAINT	Nicole	20 rue Renaudot 10160 AIX EN OTHE
Madame	ZEHREN	Christiane	Les Sylphides A2 Place Fontaine du Temple 06100 NICE

TABLE DES MATIERES

Brochure n° 102

ISBN 2.902.680.77.5 Directeur de la publication : A.P.M.E.P. Paris