

Hombeline Languereau  
APMEP, régionale de Franche-Comté  
Responsable du groupe " Histoire des mathématiques "

Le problème des partis  
Une expérimentation en licence deuxième année

## 1 Contexte

Dans mon service d'enseignement de l'année universitaire 2011-2012, j'assure, entre autres, un enseignement de 30 heures intitulé « traitement statistiques des données » (10 heures de cours et 20 heures de travaux dirigés) destiné aux étudiants de deuxième année de licence "géosciences" ainsi que 42 heures de travaux dirigés de « probabilités » destiné aux étudiants de deuxième année de mathématiques ou d'informatique. Les deux publics sont constitués d'une trentaine d'étudiants issus de la filière S du lycée suivie de la première année de licence à l'Université de Franche-Comté. Ces étudiants sont répartis en trois groupes (celui que j'ai est composé d'étudiants en maths et d'étudiants en informatique).

Dans la suite de ce texte, je vous expose la première séance d'enseignement que j'ai conduite de la même façon pour les deux publics (géosciences ou maths-info).

Pour introduire l'aléatoire, j'ai utilisé le problème des partis.

Cette séance est directement inspirée des travaux que le groupe M :A.T.H. a publiée en 1986.

## 2 Mise en place de la séance

– Consigne

Vous vous mettez par groupes de deux. Vous disposez d'une pièce de monnaie par groupe. Le jeu consiste à jouer à pile ou face. L'un gagne quand c'est "pile" qui tombe et l'autre quand c'est "face".

Pour jouer vous devez miser chacun 84 euros (virtuels). Le premier qui obtient dix points remporte la mise.

– Les étudiants disposent du temps nécessaire (environ 5 à 10 minutes) pour que, dans chaque groupe, il y ait un vainqueur et un vaincu.

– Nous faisons le point et nous constatons qu'il y a autant de vainqueurs que de vaincus. Nous remarquons que, pour qu'il n'y ait pas de contestation, il vaut mieux noter les points obtenus par chaque joueur à l'issue de chaque

lancer.

- Les étudiants recommencent une partie et tous notent leurs scores.
- Nous faisons à nouveau un rapide bilan.
- C'est alors que je demande aux étudiants de se placer dans la situation suivante. Nous sommes une brigade à Venise en 1494. Les soldats (étudiants) jouent à ce jeu en attendant l'ordre d'intervenir que leur donnera leur chef (l'enseignant).
- Consigne  
Vous recommencez une partie mais, dès que je vous en donne l'ordre, vous stoppez le jeu.
- Je laisse le temps nécessaire pour que tous les binômes aient débuté une partie et qu'aucun n'en ait terminé. Puis j'annonce "stop".
- Les étudiants s'arrêtent et nous listons les scores : 0-5 ; 4-6 ; 1-3 ; 8-7 ; 4-9 ; ...
- Je note tous les scores au tableau puis j'annonce que nous allons quitter le contexte militaire pour revenir en mathématiques. Les étudiants doivent réfléchir à une répartition de la mise qu'ils jugent équitable.
- Je note alors au tableau toutes les propositions.

### 3 Réactions des étudiants

Les propositions de répartition des étudiants sont celles que les auteurs du groupe M :A.T.H. ont obtenues dans leurs classes de lycée au début des années 1980. A savoir :

- répartition proportionnelle au nombre de points acquis,
- la moitié de la somme à celui qui a l'avantage et le reste en proportion des points obtenus,
- la moitié de la somme à celui qui a l'avantage et le reste en proportion à l'écart des points obtenus,
- la somme à celui qui crie le plus fort,
- chacun reprend sa mise car le jeu n'est pas fini,
- le nombre de parties étant au minimum 10 et au maximum 19, c'est en moyenne 15. Donc chaque partie rapporte un quinzième de la mise,
- ...

Nous effectuons une synthèse en regardant ce que donne chaque répartition proposée dans chaque cas de score. Les étudiants réagissent comme on peut s'y attendre (la répartition proportionnelle n'est pas jugée acceptable dans le cas 1-0 ; donner le quinzième par point de la mise pose problème s'il l'on en est à 9-7...).

Je laisse un nouveau temps de réflexion et ce n'est qu'à l'issue de cette synthèse qu'est intervenue la prise en compte des parties non jouées.

Venant en TD avec la brochure 61 (cf bibliographie), j'appelle Nicolas l'étudiant qui affirme que la répartition sera toujours discutable, Luc (ou Lucie) un étudiant qui défend la proportionnalité. Quelques minutes plus tard apparaissent Jérôme puis Blaise et Pierre.

Les étudiants me faisant part de leur surprise quant à leurs prénoms exotiques (je ne connais pas leurs vrais prénoms puisque que c'est la première séance que je les vois), j'en profite pour leur faire un petit historique du problème en mentionnant les apports de Pacioli, de Tartaglia, de Forestani, de Cardan, de Pascal et de Fermat.

## 4 Synthèse de l'activité

Après un moment de surprise (le premier TD avec un enseignant que la plupart des étudiants ne connaissent pas), les étudiants rentrent dans le problème et s'impliquent fortement dans la recherche de solutions.

L'enseignement des probabilités et des statistiques ayant beaucoup évolué au collège comme au lycée depuis les années 1980, je pensais a priori que la prise en compte de l'avenir arriverait de manière assez vite.

La synthèse de l'activité a porté sur la recherche de ce qui est aléatoire dans ce jeu (lancer de la pièce, choix de la pièce, temps d'arrêt...); j'en ai profité pour détailler la démarche de Pascal (qui utilise un arbre) et la démarche de Fermat (qui raisonne sur toutes les parties à jouer même celles qui sont inutiles).

J'ai insisté sur le fait qu'un modèle étant choisi, nous devons tous avoir les mêmes résultats et que choisir un bon modèle, en ce sens qu'il décrive la réalité de façon satisfaisante, est quelque chose de difficile et de subjectif.

## 5 Poursuite de l'année

Lorsque l'occasion se présente, je me réfère au problème des partis et je raconte des anecdotes (telles que le rôle de la révocation de l'édit de Nantes sur la famille de De Moivre...)

### 5.1 en licence de mathématiques et en licence d'informatique

Le cours et les travaux dirigés se poursuivent de manière standard (univers probabiliste, conditionnement, variables aléatoires discrètes ou continues).

## 5.2 en licence géoscience

Le premier chapitre est un chapitre de statistiques descriptives (univariées ou bivariées) ; il synthétise et complète les contenus vus en collège ou en lycée. le second est un chapitre de probabilités élémentaires (formule de Bayes et variables aléatoires). Les exercices sensibilisent les étudiants à la notion de fluctuation d'échantillons ou à celle d'intervalle de confiance.

## 6 Bibliographie

- MATHÉMATIQUES : APPROCHES PAR DES TEXTES HISTORIQUES , *Brochure 61*, IREM Paris 7, paris, 1986.
- CII HISTOIRE ET ÉPISTÉMOLOGIE, *histoires de probabilités et de statistiques*, ellipses, Paris, 2004.