

La science, les lumières et les ombres, le cas des mathématiques financières(*)

Jean-Pierre Kahane(**)

La lumière et les ombres

La science, la lumière et les ombres, c'est un thème de réflexion éternel, mais sa couleur dépend de l'époque. Naguère, on a parlé de la faillite de la science. Il y a quelques années, la philosophie des Lumières était considérée comme une vieillerie. Pour Jean-Marc Lévy-Leblond, qui a regroupé en 2006 une série d'essais extrêmement brillants sous le titre « La vitesse de l'ombre » et le sous-titre « aux limites de la science », l'ombre progresse plus vite que la lumière, au sens propre (l'ombre galopante d'une exoplanète très lointaine) comme au sens figuré qui nous intéresse ici : la communication galope sans frein, l'information court loin derrière. Il faut entendre par communication tout ce qui circule, et par information ce qui est pertinent et réfléchi. Or, voici que la revue « La Pensée », qui s'intitule revue du rationalisme moderne, consacre son numéro d'avril-juin 2009, le dernier paru aujourd'hui, au sujet des « Lumières », considéré dans l'histoire et dans l'actualité, avec un nouveau regard sur leur origine et leur impact actuel. S'agissant de l'origine, la récente édition de l'Enquête du Régent, vaste tableau de la France au début du 18^e siècle, témoigne du souci encyclopédique déjà présent à cette époque. L'édition en cours des Œuvres de d'Alembert est l'occasion de voir la place de la pensée mathématique dans la construction de l'Encyclopédie. Dans quelques jours, la rentrée de l'Institut de France sera constituée par des communications de représentants des cinq académies sur l'unique sujet de « La lumière » et, bien sûr, ni l'ombre ni la science ne seront absentes de cette évocation.

Quel rapport avec les mathématiques financières ? C'est ce que je désire examiner avec vous. Il me semble que le cas des mathématiques financières donne un certain relief à la dialectique entre les lumières apportées par la science et les ombres qui persistent ou qui se développent alentour.

La crise financière

L'émotion créée par la crise financière a atteint un paroxysme à la fin de l'année 2008. Les signes prémonitoires de la crise n'avaient pas manqué. Le plus marquant avait été en 2001 la faillite de l'énorme entreprise Enron aux États-Unis. Enron était à cette époque à la pointe de l'innovation financière sur les marchés de l'énergie et des matières premières, et sa faillite était révélatrice des dysfonctionnements liés à l'opacité des pratiques financières actuelles. Au cours de l'année 2007 la banque publique allemande KfW et la Banque d'Angleterre lancent des plans de sauvetage pour

(*) Conférence inaugurale des Journées Nationales de l'APMEP Rouen, samedi 24 octobre 2009.

(**) jean-pierre.kahane@math.u-psud.fr

éviter des faillites de grande ampleur. Au début de 2008 la Société Générale dévoile la fraude commise par l'un de ses traders, Jérôme Kerviel ; le gouvernement britannique nationalise la banque Northern Rock, le système fédéral de réserve américain (le FED) abaisse drastiquement les taux d'intérêt, suivi par la plupart des banques centrales. En septembre c'est la faillite de la banque américaine Lehman Brothers et l'annonce de la faillite possible d'autres banques (en Belgique, Fortis), avec le plan Paulson aux États-Unis et l'appel à un nouvel ordre financier international lancé par le président Nicolas Sarkozy. Malgré les plans de sauvetage, les nationalisations, les rachats de banques, la situation est critique et fait craindre un effondrement brutal de l'économie comme en 1929. Contrairement à la doctrine financière de l'Union européenne, un plan de relance européen de 200 milliards d'euros est approuvé par les États européens. Je n'ai relevé que quelques éléments du calendrier par lequel débute le rapport de la Banque de France intitulé : la crise financière.

Donc, à la fin de l'année 2008, la crise financière mondiale est à l'ordre du jour. Qui est responsable ? Comment limiter les dégâts ? Faut-il changer de direction ? Dans son édition du 2 novembre, le journal Le Monde publie un article de Michel Rocard qui s'attache à ces questions, au moins aux deux premières. Qui est responsable ? La réponse, choc, apparaît dès le premier alinéa, et elle nous concerne. La voici :

« Des professeurs de maths enseignent à leurs étudiants comment faire des coups boursiers. Ce qu'il font relève, sans qu'ils le sachent, du crime contre l'humanité ».

Faits et méfaits

L'outrance du propos n'interdit pas de le prendre au sérieux. Il est bon d'en parler ici, parce qu'il s'agit de l'enseignement des mathématiques et des professeurs de mathématiques. Il est exact que nous formons des étudiants bien qualifiés pour des métiers très rémunérateurs, ceux de la finance en particulier, et certains d'entre eux deviennent des opérateurs boursiers, les fameux traders. Les traders sont d'ailleurs l'objet de la sollicitude des banques, via les bonus, et du gouvernement, via le bouclier fiscal. Il est abusif, de la part d'un homme politique expérimenté et responsable, de traiter leurs professeurs de criminels, voire de criminels inconscients.

À vrai dire, les bouleversements depuis une trentaine d'années du système financier mondial auraient dû attirer notre attention comme citoyens, et *a fortiori* celle des hommes politiques. Pour mieux dire, la politique est étroitement mêlée à ces bouleversements. Ce fut une politique délibérée que de favoriser la pratique des effets de levier (LBO : leveraged buy out), qui sont à l'origine des plus grosses fortunes constituées récemment. Le principe est simple : avec une mise de fonds minime, en empruntant ce qu'il faut sur le marché du crédit, on achète une grosse entreprise en difficulté, on la dégraisse (terme horrible), on la revend, on rembourse le crédit et on empoche la différence, qui vaut plusieurs fois la mise de fonds. C'est cet effet multiplicateur qu'on appelle l'effet de levier ; c'est le crédit facile et bon marché qui crée l'effet de levier⁽¹⁾. La politique, ici, a consisté à laisser faire sinon à encourager, car les LBO alimentent le fisc.

(1) On m'a signalé une entreprise, cotée en Bourse, qui avait fait l'objet de plusieurs LBO successifs ; c'est une façon de manipuler les cours en Bourse de l'entreprise.

Elle a joué un rôle beaucoup plus actif dans la déréglementation financière, qui a consisté à libérer les marchés en ôtant aux banques l'exclusivité du commerce de l'argent. Le principe de la concurrence libre et non faussée s'est ainsi étendu au commerce de l'argent. Les initiateurs de cette déréglementation ont été Ronald Reagan aux États-Unis et Margaret Thatcher en Grande Bretagne, et elle s'est introduite en France à la fin des années 1980 ; c'est ce que l'on a appelé la « banalisation » bancaire d'un côté, la « désintermédiation » de l'autre : toutes les banques font le même métier, et ne sont plus les seules à le faire. Aux États-Unis, n'importe qui peut se proclamer « courtier en crédit », et c'est ainsi que s'est créé l'abus scandaleux des « subprimes », des crédits alléchants proposés à des gens qui ne pourront jamais les payer et devront vendre tout ce qu'ils ont. On sait que le système des subprimes, des crédits non-solvables, a été un élément déterminant dans la crise actuelle.

La déréglementation a ouvert les portes à de nouvelles pratiques ou innovations, dont la plus importante est la titrisation. Au lieu de tenir registre de leurs créances, les banques les groupent en paquets et les convertissent en titres négociables sur le marché. Nous connaissons tous ce type de groupement, sous le nom de « Sicav monétaire dynamique », mais rares sont parmi nous ceux qui regardent ce qu'il y a dedans. Il en est résulté un allègement du bilan des banques et une dissémination des risques, mais une opacité croissante de la finance dans son ensemble. Les banques, jusqu'au niveau des banques centrales comme la Banque de France, n'ont plus d'autre objectif que de satisfaire les investisseurs, la notion de crédit comme contrat commercial à long terme s'efface devant celle de produit de marché, liquide et vendable à tout instant. Derrière l'opacité des pratiques et des sigles, on devine une instabilité fondamentale.

Quid des mathématiques financières ?

Revenons aux mathématiques. Dans leur chapitre sur « les charmes de la financiarisation », les auteurs d'un excellent livre sur la crise financière, Olivier Pastré et Jean-Marc Sylvestre, indiquent très justement leur place :

« La carotte la plus généralement mise sous le nez des investisseurs a été jusqu'aujourd'hui, l'innovation financière. Il serait trop long et de peu d'intérêt de dresser la liste des innovations financières conçues au cours des vingt dernières années, mais il n'y a guère d'industries qui ont consommé autant de chercheurs spécialistes de la probabilité, du calcul des risques et de la mathématique pure que l'industrie financière ces dernières années. »

Il est intéressant de noter comment ces auteurs parlent des mathématiques financières, au confluent de la théorie des probabilités, du calcul du risque et de la mathématique pure. Il ne s'agit pas d'un corps de doctrine séparé du reste des mathématiques. Quand il s'agit de les mettre en cause et d'en discuter, tous les mathématiciens sont concernés, et c'est bien pourquoi je me mêle d'en parler. Si la science en général peut se définir comme un système coordonné de connaissances, c'est particulièrement vrai pour les mathématiques, dont aucune partie n'est étrangère aux autres. En gros, les mathématiques financières sont du ressort de la théorie des probabilités, par leur utilisation du mouvement brownien, des martingales, des équations différentielles stochastiques et de l'intégrale d'Itô. Elles développent de

façon originale une théorie du risque, elles forgent des concepts et s'appuient, conceptuellement, sur toutes les branches des mathématiques.

Avant d'être matière d'enseignement, elles constituent un champ de recherche. Au congrès international des mathématiciens de Zürich, en 1994, notre collègue allemand Hans Föllmer en avait donné un aperçu brillant, qui malheureusement n'a pas été rédigé. Mais nous disposons aujourd'hui, en français et en anglais, d'une excellente introduction aux aspects fondamentaux des mathématiques financières, à la suite d'un colloque organisé par notre collègue Marc Yor en 2005 à l'Institut de France. L'édition originale est l'édition française. Elle date de 2006 et son titre est « Aspects des mathématiques financières ». L'édition anglaise, de 2008, s'intitule « Aspects of mathematical finance ». Le contenu est le même, et on peut utiliser les deux livres pour comparer le vocabulaire dans les deux langues. Cependant les deux titres ne sont pas équivalents : les mathématiques financières sont des mathématiques, et c'est l'essentiel du livre ; la finance mathématique est de la finance, et c'est l'objet d'un seul chapitre. Les auteurs sont tous européens, et sont des spécialistes mondialement connus comme mathématiciens. Ce n'est pas un gros ouvrage (80 pages), il est très riche de contenu, et lumineux dans tout ce qu'il traite. Je ne vais pas tenter de le résumer, mais je le prendrai comme point de départ de ma réflexion sur la lumière et les ombres.

Le mouvement brownien

Il est lumineux de décrire l'évolution des cours de la Bourse comme un processus stochastique. C'est ce qu'a fait Bachelier dans sa thèse en 1900, et le processus qu'il introduit n'est autre que le mouvement brownien. Selon Norbert Wiener qui en a fait la théorie mathématique dans les années 1920, ce processus est « the fundamental random function », la fonction aléatoire fondamentale. Sa théorie est un des joyaux des mathématiques, et son rôle est fondamental non seulement en probabilités, mais dans l'ensemble des mathématiques et dans l'ensemble des sciences. Le mouvement brownien est typique du caractère interdisciplinaire des mathématiques. Son nom provient des observations faites par un botaniste, Robert Brown, sur le mouvement désordonné de particules en suspension dans un liquide. L'élucidation de ce mouvement est l'œuvre d'un physicien, Albert Einstein, et l'exposé le plus parfait de la cinématique du mouvement brownien est dû à un autre physicien, Paul Langevin ; l'équation de Langevin est le paradigme des équations différentielles stochastiques. Einstein a inspiré Wiener, et Bachelier a été découvert par Kolmogorov. L'objet mathématique introduit par Wiener a été exploré par Paul Lévy, et c'est Paul Lévy qui l'a appelé le mouvement brownien. Il vient de plusieurs sources, et il irrigue maintenant de vastes domaines de la science. Son application à la finance au moyen de la formule de Black et Scholes, qui date de 1973, s'est avérée essentielle, et c'est un retour imprévu à son introduction par Bachelier.

Les martingales

Un autre coup de projecteur sur la finance est la théorie des martingales. Comme notion mathématique, les martingales ont été introduites dans les années 1930 par Jean Ville, et leur théorie et leurs usages se sont étendus de façon explosive à la suite

des travaux de J.L. Doob des années 1950. En temps discret, une martingale décrit exactement l'évolution au cours du temps de l'état de la fortune d'un joueur qui est libre, à chaque instant, de choisir comme il lui plaît sa façon de jouer, sous la seule contrainte que l'espérance des pertes soit égale à l'espérance des gains. L'exemple le plus simple est la martingale dyadique, où le joueur détermine seulement sa mise, avec chances égales de la doubler ou de la perdre. La martingale de Saint-Pétersbourg (j'ignore son origine, mais elle est ancienne) consiste à miser à chaque instant le total de ses pertes plus un rouble si l'on est en situation de perte, et zéro si l'on est en train de gagner. Ainsi, si on gagne un rouble au premier coup, on s'arrête, et sinon on mise deux roubles. Après le second coup, on peut avoir gagné 1 rouble, auquel cas on s'arrête, ou perdre 3 roubles, auquel cas on en mise 4. Le miracle est qu'en jouant sans limitation de temps ni de fortune, on est presque sûr de gagner un rouble. Dans le « presque » se dissimule le risque, le risque de tout perdre quand le temps ou la fortune sont limités. En temps fini, il n'y a pas de martingale gagnante : c'est là un point essentiel de la théorie.

Arbitrages

En termes financiers, la martingale équivaut au non-arbitrage. Le terme d'arbitrage est trompeur. Pour le comprendre, il est indiqué de consulter un dictionnaire anglais : « arbitrage » signifie vendre où c'est cher et acheter où c'est bon marché. Quand il n'y a pas d'arbitrage possible, le marché est parfaitement équilibré. Dans l'économie de marché, l'arbitrage est un régulateur, il contribue à lisser les déséquilibres. Mais c'est là que se trouve le profit des banques et de tous les opérateurs financiers. Le métier des traders est de traquer les déséquilibres de toute nature pour en faire de l'argent. Les analystes financiers, les « quants », vont analyser l'évolution des marchés et permettre en principe aux banques de contrôler les risques, et de ne pas laisser les traders faire n'importe quoi. Jusque là, l'arbitrage est justifié comme inhérent à l'économie de marché, même si la libre circulation des capitaux aboutit à des transferts considérables et à des sommes vertigineuses : on évalue à 500 000 milliards de dollars le flux annuel du marché des produits dérivés, c'est-à-dire 10 000 fois le PIB mondial. Il n'est pas étonnant qu'au sein de cet énorme trafic se développent de sombres machinations.

En fait, les arbitrages sont d'autant plus fructueux pour les banques et les investisseurs que les déséquilibres sont plus nombreux et plus importants. Il est donc dans la logique du système de créer des déséquilibres. Les fonds d'investissement ont ce rôle. Parmi ces fonds, les « hedge funds », au nom bien inoffensif (on pourrait le traduire par « fonds de couverture »), ont une redoutable efficacité, en spéculant à très court terme. Les proies sont les entreprises en difficulté, et le mécanisme est l'effet de levier. Ainsi, alors que l'arbitrage a dans son principe une fonction stabilisatrice, il tire parti des dysfonctionnements et il les amplifie. Pour obtenir des rendements mirobolants, tout est bon pour les fonds financiers. Les rumeurs jouent leur rôle, en constituant, suivant la formule de Keynes, des anticipations auto réalisatrices⁽²⁾. Les

(2) Voici une histoire classique pour illustrer la notion d'anticipation auto réalisatrice. Y a-t-il une influence des taches solaires sur les cours de la Bourse ? Non évidemment. Mais si une propagande bien menée persuade une partie du public que la réponse est positive, les

subprimes, avant de déclencher la crise actuelle, ont été une source de profit si juteuse qu'on les trouve, camouflées et titrisées, dans les banques du monde entier ; on les appelle aujourd'hui les créances pourries. L'opacité du système est traduite et accentuée par les paradis fiscaux et le secret bancaire. Mais l'opacité est le cadre naturel du capitalisme financier.

Efficacité

Face à la pratique financière, les mathématiciens fournissent des concepts, des modèles, des méthodes et des règles. L'efficacité de ces mathématiques est certaine ; sans elles, le marché des produits dérivés ne serait pas ce qu'il est. D'autre part, leur usage est contesté ; le rapport de la Banque de France est instructif à cet égard. Leur utilité mérite examen, et j'y reviendrai brièvement. Pour le moment je désire insister sur un seul point. Comme toutes les mathématiques, les mathématiques financières, qu'elles soient élémentaires ou sophistiquées, sont claires. Il n'y a en elles rien de caché, rien d'obscur ; on peut les exposer, elles sont communicables. L'image qui vient à l'esprit est qu'elles projettent dans le monde de la finance des spots lumineux, qui en éclairent une partie et laissent le reste dans l'ombre. Selon cette image, c'est dans cette ombre, hors de leur champ, que se déroulent les magouilles et les coups bas, que des pauvres gens sont jetés à la rue et que des fortunes gigantesques s'établissent sur des décombres. Les mathématiciens apporteraient la lumière, et n'auraient que faire de l'ombre. Ils seraient comparables à des ingénieurs de l'automobile, qui ne sont responsables ni des malfaçons ni des accidents de la route. Mais cette image est incomplète.

Je dois à Hans Föllmer, grand spécialiste de la théorie du risque, une remarque essentielle. C'est que, dans le domaine de la finance, c'est la lumière qui crée l'ombre. L'ombre n'est pas seulement, comme en toute science, ce qui reste inconnu au-delà des frontières de la connaissance. Elle est, dans le monde actuel de la finance, consubstantielle à la lumière. Quitte à forcer la note, je dirais que dans ce monde de la finance tout nouveau progrès crée un nouveau désordre.

Il n'est donc pas possible aux mathématiciens, moralement parlant, de s'en désintéresser. Et, pour les raisons que j'ai dites, je pense aux mathématiciens en général et pas seulement à ceux qui travaillent dans les mathématiques financières. Dans ce type de réflexion nous avons un retard sur les physiciens et sur les biologistes. Mais le choc de la crise financière est un bon stimulant pour nous y mettre. Et c'est effectivement le cas, on le voit en feuilletant la revue *Math-Appli* ou la *Gazette des mathématiciens*, ou même la *Lettre de l'Académie des Sciences*, et bien plus encore en consultant sur son site *Images des mathématiques CNRS*. Si cette réflexion n'a pas transpiré dans la grande presse, je pense au *Monde* et à un article que certains d'entre nous avaient rédigé en réponse à celui de Michel Rocard, c'est que la grande presse n'en a pas voulu. Une émission récente de *France Culture* a abordé ce thème⁽³⁾. Il est temps d'aiguiser la réflexion.

opérateurs en tiendront compte et, du coup, les taches solaires auront une influence sur le cours de la Bourse.

(3) Contre-expertise, 31 juillet 2008 : « Crise financière, l'économie victime des mathématiques ? » Noter la contribution de Joachim Lebovits.

Incidences universitaires

La question de l'enseignement des mathématiques financières mérite un autre regard que celui de Michel Rocard. La discipline, par ses débouchés et par son intérêt propre, attire beaucoup de bons étudiants. Est-ce un bien, est-ce un mal ? D'un côté cela accroît le poids des sciences et surtout des mathématiques dans les formations de type universitaire, d'un autre côté cela le déséquilibre. La loi LRU s'accommoderait bien de chaires de mathématiques financières financées par l'industrie financière, et l'orientation exclusive vers la finance pourrait tuer la poule aux œufs d'or, la mathématique des probabilités et la mathématique dans son ensemble. La bonne réaction n'est sûrement pas de se replier sur un pré carré de mathématiques pures. Moralement et intellectuellement parlant, je ne connais pas de plus pur chez les mathématiciens que certains de ceux qui contribuent aux mathématiques financières. C'est en élargissant le champ d'intervention des mathématiques qu'on résistera le mieux à une orientation exclusive vers les mathématiques financières.

L'utilité des mathématiques

La crise aiguë d'autres questions. À quoi servent les mathématiques ? C'est une question permanente, et nous avons tout un arsenal de réponses, ne serait-ce qu'avec les publications de l'APMEP. Mais à qui servent-elles ? À qui profitent-elles ? Pourquoi les recherches s'orientent-elles dans telle ou telle direction ? Ce sont là des problèmes de société autant que des problèmes scientifiques. Nous bénéficions en mathématiques d'un héritage ancestral prestigieux et d'intérêt permanent, en même temps que d'un dynamisme propre de la recherche. Au-delà de leur usage dans tel ou tel secteur d'activité, par exemple aujourd'hui la finance, y a-t-il une utilité permanente des mathématiques, qui justifie leur enseignement ? Y a-t-il une utilité à long terme, qui justifie les moyens donnés à la recherche en mathématiques ?

La réponse à ces deux questions me paraît évidemment positive, mais elle mérite d'être argumentée. Sur l'utilité permanente, nous avons une foule d'exemples ; le plus frappant est peut-être le rôle imprévu des nombres premiers, des nombres premiers d'Euclide, dans la cryptologie contemporaine. Et cet exemple nous montre aussi que l'utilité pratique des mathématiques peut être à très long terme.

Comment envisager aujourd'hui le long terme ? Comme dans toutes les autres sciences, une partie de la recherche en mathématiques est entraînée par la demande sociale. Dans la société actuelle, la demande sociale prédominante est celle du capitalisme financier. Mais les craquements que nous connaissons révèlent que le capitalisme financier n'est pas éternel. Qu'est-ce qui va suivre ? Personne n'en sait rien, mais la question intéresse l'humanité dans son ensemble et, sous une forme ou une autre, elle va émerger dans le débat démocratique. Une nouvelle demande sociale peut se faire jour pour éclairer des pistes vierges, et les mathématiciens devraient être prêts à collaborer avec d'autres pour répondre à cette demande. Il y a des signes avant-coureurs. Il y a quelques années, le Parlement européen a été saisi d'une proposition de mettre à l'étude les conséquences qu'aurait une taxation sur les mouvements de capitaux, la « taxe Tobin », et c'est seulement à quelques voix près que la proposition a été rejetée. Aurait-elle été retenue, il est certain que des équipes interdisciplinaires

se seraient mises au travail pour modéliser la taxe Tobin et indiquer ce qu'elle entraînerait. Quel qu'eût été le résultat de cette étude, elle aurait mis en branle une nouvelle activité de modélisation mathématique. L'occasion reviendra, je crois, sous des formes beaucoup plus variées et plus intéressantes. L'exploration devrait se faire tous azimuts, à partir de la suppression des dogmes de la libre circulation des capitaux et de la concurrence libre et non faussée, et d'un large débat démocratique. On recommence à parler de la macroéconomie. Étudier des modèles économiques dont le moteur serait la satisfaction des besoins humains fondamentaux et non le profit de quelques-uns, serait l'occasion d'une collaboration sur de nouvelles bases entre économistes et mathématiciens. Il en est de même si on pense à l'économie de l'énergie, ou à l'économie des ressources naturelles, avec dans ce cas la collaboration obligée de physiciens et de géologues.

L'avenir du système bancaire

S'agissant du système bancaire, il y a un paradoxe. Nous confions plus d'argent aux banques qu'aux États. Dans un État démocratique, les citoyens ont voix au chapitre pour savoir, et pour décider en principe, ce que l'État fait de leur argent. Mais ce que les banques font aujourd'hui nous échappe complètement. Faut-il étatiser les banques ? Faut-il, au contraire, leur confier des missions économiques spécifiques comme elles en avaient souvent la pratique autrefois ? Faut-il permettre entre elles la concurrence, ou mettre en place une coopération sous des objectifs économiques d'intérêt commun ? Faut-il une monnaie unique gérée par une banque centrale ? Faut-il, comme on l'a proposé récemment, laisser se développer des systèmes monétaires indépendants, selon les régions et les secteurs d'activité⁽⁴⁾ ? Doit-on considérer la banque comme un service public, au service de l'économie générale et des usagers, comme la Poste en France en donnait une préfiguration avant de s'aligner sur le système actuel, au service des investisseurs, donc du capital ? Quels seraient alors les fonctions et le mode de fonctionnement du pôle financier public proposé par certains⁽⁵⁾ ? Les questions ne manquent pas, et notre première responsabilité est de contribuer à les poser et à les aborder comme citoyens. Si le débat démocratique s'amplifie, il peut aboutir à une réorientation prometteuse des mathématiques financières. Notre responsabilité comme mathématiciens est de nous tenir prêts à cette éventualité.

Utopie et avenir

Tout cela est du domaine de l'utopie, dira-t-on, et on aura raison. Pour conclure ma conférence, je vais m'écarter du thème de la lumière et des ombres pour dire un mot de l'utopie et de la place qu'y peuvent jouer les mathématiques.

L'utopie concerne ce qui n'a jamais été fait. À cet égard, toute vision du futur devrait être utopique. Les mathématiques, comme toutes les sciences, sont à la recherche de l'inconnu, et ce qu'elles découvrent est souvent imprévisible. Les mathématiques contiennent une part de rêve, comme l'utopie. Mais, au contraire de

(4) Hervé Kempf, *Le Monde*, 31-07-09.

(5) Denis Durand, *l'Humanité*, 26-08-09.

l'utopie, ce qu'elles mettent en forme est solide, que ce soit ou non réalisé en pratique. Elles peuvent nourrir et étayer l'utopie.

Parmi les exemples historiques, je pense à l'utopie de Platon, à sa cité idéale, constituée de 5 040 foyers⁽⁶⁾.

Les utopies que nous pouvons développer aujourd'hui sont d'une tout autre ampleur que celles de Platon. Dans le débat démocratique, il y en aura de stimulantes, de prometteuses, et aussi d'impraticables ou d'absurdes. Avant toute tentative de mise en œuvre des idées qu'elles renferment, il faut les mettre à l'épreuve. Les mathématiques peuvent avoir alors un rôle analogue à celui qu'elles ont dans l'invention industrielle : modéliser, tester, prévoir. Si, face à la situation actuelle, l'imagination des individus et des peuples fait apparaître des utopies nouvelles, il sera de bonne politique de les modéliser et de les tester. Ce sera un nouveau champ ouvert aux mathématiciens et aux mathématiques, au sein ou à côté des sciences politiques et sociales.

Pour ce qui est des mathématiques financières, leur avenir, selon moi, n'est pas de disparaître avec les décombres du capitalisme financier, mais d'élargir leur domaine et de se transformer profondément sous la pression de besoins nouveaux, et de répandre leurs lumières sur un champ plus vaste au bénéfice de l'humanité tout entière⁽⁷⁾.

Vous me pardonnerez de conclure cette conférence de façon aussi emphatique. Il me fallait bien tenter de répondre de façon appropriée à l'extrême ambition du titre que j'avais proposé. Merci de votre attention si vous m'avez suivi jusqu'au bout.

(6) La décomposition d'un entier en facteurs premiers devait être une découverte mathématique récente, et elle est mise en œuvre dans le choix du nombre 5040.

(7) Marc Yor me fait observer que les bonnes mathématiques qui se développent sous le nom de « mathématiques financières » ne sont pas nécessairement liées à la finance. Par exemple, les études de risque financier peuvent servir à l'étude d'autres risques. Dans certains cas, les « MF » sont un habillage. L'habillage « MF » peut être à la mode, mais les MF transcendent les problèmes purement financiers. Les croire inexorablement liées à la finance, c'est un peu comme si, à la suite d'une première présentation des probabilités, les élèves de lycée étaient persuadés que les probabilités relèvent exclusivement du domaine des jeux de cartes.