

Les mathématiques : quelle préhistoire ?!

Olivier Keller

Cet article est issu de l'exposé que l'auteur a proposé dans le cadre des Journées nationales de Laon, ainsi que de ses travaux antérieurs listés à la fin. Après avoir indiqué les types de sources disponibles, le texte argumente en faveur de la thèse d'une « gestation » de certains concepts mathématiques fondamentaux durant la préhistoire, bien avant leur naissance en Grèce antique.

Avant les *Éléments* d'Euclide (vers -300), il y eut les tablettes babyloniennes et les papyri égyptiens de la première moitié du deuxième millénaire avant notre ère. Mais encore avant ? Comment se sont forgées les notions de figure, de ligne, de point, de nombre, implicitement présentes comme des évidences dans les documents moyen-orientaux ? J'espère convaincre le lecteur, à l'aide de quelques aperçus, du rôle décisif de l'activité propre au genre *homo*, et ceci dès son apparition il y a 2,5 millions d'années.

De cette activité, nous avons des traces « inertes » fournies par l'archéologie, qu'il est indispensable de rapprocher des traces « vives » fournies par l'ethnographie des peuples sans écriture. En effet, pour comprendre par exemple les œuvres des chasseurs-cueilleurs de la préhistoire, il est naturel de se tourner vers les chasseurs-cueilleurs actuels ou récemment disparus⁽¹⁾. Si ce « comparatisme ethnographique » a pu être pratiqué imprudemment dans le passé, et donc susciter des critiques sévères pouvant aller jusqu'à des tentatives de rejet total⁽²⁾, il a toujours en réalité fait consensus chez les préhistoriens, continue de le faire, et constitue pour eux un outil de première importance :

En fait, même en France, où la démarche ethno-archéologique a été longtemps boudée jusque dans les années 1975, l'utilisation des exemples actuels pour enrichir les raisonnements strictement archéologiques va croissant. Dans des domaines aussi peu contestables que l'archéologie expérimentale ou l'ethnologie préhistorique, on peut se demander où en seraient les expérimentations sur le débitage des lames de silex à la pression, s'il n'y avait pas eu les exemples des Indiens d'Amérique du Nord, ou bien quelles auraient été les interprétations des campements de Pincevent, sans les modèles indiens et esquimaux, et sans la très vaste expérience ethnologique de Leroi-Gourhan [...] Il n'est plus guère de

(1) Attitude « naturelle » compte tenu de l'uniformité *de fond*, à mon avis incontestable, de l'évolution humaine, *mais à des vitesses différentes* en différents lieux : passage du mode chasseur-cueilleur au mode agriculteur-éleveur, invention de la métallurgie, empires primitifs et cités-états avec invention de l'écriture.

(2) La tentative la plus célèbre est celle d'André Leroi-Gourhan, avec son interprétation structuraliste des grottes ornées, aujourd'hui tombée en désuétude.

domaines de la recherche préhistorique qui ne soient touchés par l'utilisation, consciente ou non, de modèles ethno-archéologiques⁽³⁾.

Comme traces se rapportant à la géométrie, nous disposons de l'outillage lithique paléolithique (de -2,5 millions d'années⁽⁴⁾ à -10 000 environ), bien répertorié, analysé et expérimenté, ainsi que de l'art pariétal (grottes ornées) et mobilier (décor sur objets) du Paléolithique supérieur. L'ethnographie permet dans une certaine mesure de donner vie aux traces « artistiques ».

S'agissant du nombre, la situation est plus délicate, car s'il est permis d'inférer, d'un contour de mammoth de la grotte de Rouffignac, une première idée de ligne, ou même, de certains signes de la grotte de Lascaux, une première idée de rectangle (nous y reviendrons), on commet trop souvent l'erreur d'interpréter des groupes de marques diverses (encoches sur os, pointillés, tirets parallèles) présentes sur les documents préhistoriques comme des signes numériques⁽⁵⁾. Or l'ethnographie, justement, est un garde-fou efficace, en montrant que de tels signes sont, au mieux, des marques d'appariement. Et comme tout enseignant de mathématiques le sait bien, une bijection n'est pas un nombre : il n'y a pas besoin de savoir compter pour inscrire un tiret chaque fois qu'un bulletin de vote est dépouillé !

Nous aurons donc à traiter séparément de la géométrie et de l'arithmétique. Mais d'abord, dans quel sens peut-il être question de « géométrie » dans un contexte préhistorique ? Sûrement pas comme arpentage, et encore moins comme système déductif avec définitions, axiomes et propositions. Ce que nous entendrons ici par géométrie est la capacité générale à isoler, au sein du monde ambiant, un espace (galet matière première, fragment de paroi), dont on va « extraire » un objet déterminé à l'avance, la *figure*, au moyen d'un travail planifié, qui est la structuration de cet espace :

Objet du travail	Plan de travail	Produit fini
Espace	Structuration	Figure

La gestation de la géométrie, c'est cela : l'apparition et l'approfondissement de ce schéma fondamental, depuis l'humble débitage des débuts du genre *homo*⁽⁶⁾ jusqu'aux éléments d'Euclide.

(3) Pierre Pétrequin, « Ethno-archéologie », in *Le temps de la préhistoire*, éd. J.-P. Mohen, Archéologia, 1989, p. 64-66.

(4) On a découvert récemment au Kenya des outils de pierre avec une datation de 3,3 millions d'années. Laissons les archéologues confirmer ou infirmer aussi bien la datation que la qualité d'outils de ces objets, avant d'en prendre acte.

(5) Exemple classique : le célèbre os trouvé à Ishango, en République Démocratique du Congo, et daté de -20.000, est généralement présenté comme le plus vieil instrument arithmétique de l'histoire. Pour une critique détaillée, on pourra consulter <https://www.bibnum.education.fr/sites/default/files/Ishango-analyse.pdf>

(6) En réalité, les auteurs des premiers outils pourraient bien être des australopithèques. Mais il est certain qu'aucune espèce animale actuelle n'a la capacité de mettre en œuvre le schéma fondamental ci-dessus dans sa généralité. Même l'humble débitage des débuts est inaccessible à nos cousins chimpanzés.

1- Géométrie de l'industrie lithique paléolithique

1-1 Industrie oldowayenne : premiers débitages, premiers façonnages

Les débuts sont principalement, semble-t-il, du *débitage* de galets (« espaces ») pour obtenir des éclats tranchants. Il y a bien un espace, le galet à travailler (dit « nucleus »), clairement distinct de l'outil de travail, le percuteur. Une structuration vague résulte d'une gestuelle ordonnée, repérable dans le fait que les éclats sont souvent enlevés « par couches », comme le montrent les remontages. La figure, au sens de produit fini voulu, n'est pas l'éclat lui-même, parce que sa forme n'est pas prédéterminée, mais le tranchant, éventuellement retouché (*façonnage*).

Le processus est inversé dans la production des *galets taillés* : le tranchant est obtenu par le façonnage du nucleus lui-même en enlevant quelques éclats, d'un seul côté ou de deux côtés, de manière à créer un tranchant. L'enlèvement lui-même des éclats est structurant ; la figure est alors la partie travaillée du nucleus.

Telle est l'industrie oldowayenne⁽⁷⁾, à l'époque du Paléolithique archaïque. Tels sont les débuts, certainement humbles par rapport à ce qu'il est advenu plus tard, mais qui manifestent néanmoins une rupture qualitative fondamentale par rapport aux capacités des autres espèces animales.

1-2 Industrie acheuléenne : bifaces

Vient ensuite l'industrie acheuléenne⁽⁸⁾, aux temps du Paléolithique inférieur. Elle se caractérise par le *façonnage systématique* du nucleus pour produire les célèbres *bifaces* (figure 1).

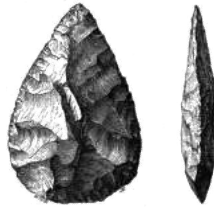


Figure 1. Biface trouvé vers Aurillac. Datation non précisée.

La structuration consiste en enlèvements d'éclats pour obtenir un pourtour-tranchant plan : on travaille le volume de façon à le réduire en vue de profil à deux surfaces symétriques qui donneront un tranchant plan, lequel a, en vue de face, plusieurs formes possibles mais probablement standardisées, toujours avec un axe de symétrie⁽⁹⁾. La figure, dans le cas du biface et contrairement aux figures des époques antérieures, est un premier pas vers la figure au sens courant du terme, à cause de

(7) D'après le site d'Olduvai, en Tanzanie. Paléolithique archaïque : de -2,5 à -1,5 millions d'années en Afrique. Ces dates et celles qui suivent ne sont à prendre que comme moyen de donner une idée des ordres de grandeur.

(8) D'après le site de Saint-Acheul, dans la Somme. Paléolithique inférieur : de -1,6 millions d'années à -400.000 (?) en Afrique, à partir de -600.000 en Europe.

(9) Pour chaque période, je décris l'outil typique, dans sa forme achevée, laissant de côté les formes intermédiaires et la persistance des méthodes antérieures. La fabrication de bifaces n'implique évidemment pas l'abandon de la fabrication de l'outil-éclat.

l'importance déterminante de ses rapports internes : égalité de grandeurs pour les deux plans de symétrie et rapports déterminés de grandeurs en cas de forme standardisée du pourtour.

1-3 Industries levalloisienne et laminaire : débitage systématique

Viennent enfin les industries levalloisienne⁽¹⁰⁾ et laminaire, aux temps des Paléolithiques moyen et supérieur. Elles se caractérisent par un retour au débitage, mais à un débitage systématique. Dans le débitage levallois, on travaille le volume du galet couche par couche de façon à en extraire à chaque fois un ou plusieurs éclats (figure 2), éventuellement de forme prédéterminée, une pointe triangulaire par exemple.

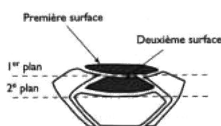


Figure 2. Idée du débitage levallois.

Le bord de chaque éclat peut être ensuite retouché suivant les besoins. Autrement dit, le plan de production d'un éclat donné est structuré en trois étapes successives : le travail du volume pour préparer une surface de débitage (celle qui contiendra l'éclat), l'enlèvement de celle-ci, et la retouche du bord. Le volume, *puis* la surface, *puis* la ligne. Enfin, comme les couches successives sont parallèles, on voit que le plan de travail global reflète une structuration *préalable* consciente du galet-matière première suivant ses trois dimensions. Le phénomène n'est géométriquement (au sens où nous l'entendons ici) guère différent dans le cas du débitage de lames au Paléolithique supérieur et même au delà : le nucléus est préparé pour en extraire une série de lames, chaque fois par une seule frappe, puis les lames sont retouchées pour donner une grande variété de formes dépendantes de la fonction de l'outil.

1-4 Attention aux mots !

Si cette lente (plus de deux millions d'années !) appropriation locale de l'espace par le travail, dont nous venons de présenter succinctement les grandes lignes, est bien une géométrie, au sens de structuration spatiale systématique pour la production de figures, elle n'est de la science à venir qu'une gestation. Le vocabulaire que nous avons employé (volume, surface, ligne, symétrie, plan, ...) n'est qu'une facilité de langage et ne doit donc pas faire illusion. Il n'évoque en réalité que des choses en relation avec des mouvements physiques ; en devenant images et habitudes, en séparant les processus en étapes distinctes avec des productions déterminées propres à chaque étape comme dans le débitage levallois, les choses et mouvements en question sont certainement cérébralisés, mais pas conceptualisés. Dans les sociétés de chasseurs-cueilleurs qui pratiquent la taille lithique, l'apprentissage se fait par imitation, sans vocabulaire ni description technique d'ensemble. Si description il y a, elle est mythique, et éventuellement rituelle, par exemple des incantations à la pierre avant le débitage des lames chez certains aborigènes australiens. On est loin du

(10) D'après le site des carrières de Levallois-Perret.

moment où surface, ligne, droite etc., non seulement seront des idées détachées de toute matière, mais, surtout, seront mises abstraitement en rapport les unes avec les autres (axiomatique) sans référence à quelque processus technique que ce soit. Cette mise au point vaut également pour la géométrie de l'art pariétal et mobilier que nous abordons maintenant.

2- Géométrie de l'art pariétal et du décor mobilier

L'homme, devenu *sapiens* il y a quelques 200 000 ans, se met à dessiner, peindre ou graver⁽¹¹⁾. La nouveauté par rapport à l'industrie lithique est double : d'une part l'objet du travail est de dimension deux, une surface, et d'autre part, comme l'atteste l'ethnographie, la figure obtenue est porteuse de pensée, symbole actif dont la fonction n'a rien à voir avec sa matérialité de charbon de bois, d'ocre ou de gravure. Révolution considérable, fruit d'une longue maturation, probablement, puisque les premières traces (figure 3-a) n'apparaissent que vers -77 000 (gravures sur ocre, grotte de Blombos, Afrique du Sud) et vers -60 000 (bandes hachurées sur coquilles d'œuf d'autruche, abri de Diepkloof, Afrique du Sud).

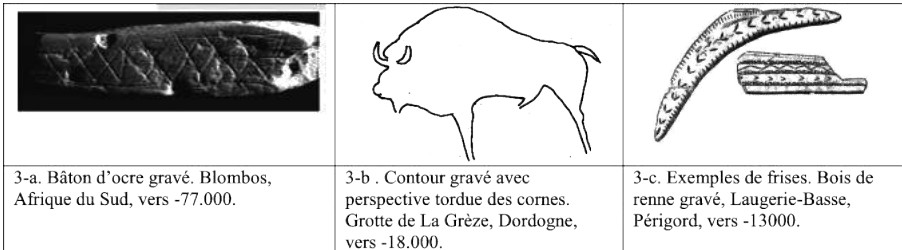


Figure 3

2-1 Surface

Les *sapiens*, donc, prennent comme nouvel espace de travail la surface. La *surface*, vraiment ? Comment être sûr qu'apparaît réellement l'idée de « ce qui a seulement longueur et largeur⁽¹²⁾ » ? Pour répondre à la question, on peut invoquer en premier lieu nombre de témoignages ethnographiques attestant de la conception de la paroi rocheuse comme lieu de contact et de passage entre le monde réel et le monde surnaturel. Or, en tant que lieu de *contact*, il est clair que la paroi ne peut avoir d'épaisseur. En second lieu, l'idée de surface existe aussi en négatif puisque pour y représenter un objet, il faut en supprimer une dimension, d'où la nécessité d'une authentique construction, au sens propre du terme. Ce peut être une simple *section*, donnant un « profil absolu », ou une *projection*, et dans ce cas on obtient un trompe-l'œil avec l'illusion d'un premier plan et d'un second plan. Mais la construction

(11) Certaines traces très peu nombreuses pourraient faire penser à une activité graphique bien antérieure. Mais le phénomène n'est incontestable et massif qu'avec l'homme moderne *sapiens*. D'autre part, les *sapiens* sculptèrent aussi des statuettes et d'admirables bas-reliefs, mais nous ne traiterons que de la grande nouveauté par rapport aux périodes antérieures qu'est la représentation en dimension deux.

(12) *Éléments* d'Euclide, définition 5. Bien entendu, « longueur » et « largeur » ne doivent pas être pris au sens de mesures.

vraiment spécifique de l'art préhistorique, à mon avis, consiste dans le *rabattement* des éléments jugés indispensables, comme les cornes ou les dessous de sabots, ce que l'abbé Breuil⁽¹³⁾ appelait la « perspective tordue » (figure 3-b), et qui peut aller, dans les périodes tardives, jusqu'à une « perspective étalée », sorte de dessin industriel, si l'on veut bien me passer cet anachronisme. En pratique, les divers modes de construction coexistent. Et enfin, en troisième lieu, l'idée de *surface structurée suivant ses deux dimensions* affleure nettement dans le décor mobilier sur os, sur bois de cervidé ou sur ivoire. Ce décor est en effet constitué de frises (figures 3-c et 4-b), c'est-à-dire d'un motif en translation dans la « longueur » du support, avec des symétries possibles par rapport à la direction perpendiculaire ; on démontre mathématiquement qu'il y a sept types de frises, et on peut toutes les apercevoir dans le décor mobilier préhistorique.

Tels sont les éléments en faveur de l'existence de l'idée de surface ; non pas, nous l'avons vu, comme abstraction vide, mais comme source et synthèse de constructions déterminées : section, projection, rabattement, structuration suivant deux directions orthogonales. Maintenant, supprimons encore une dimension de l'espace, et nous voici face au problème de la ligne.

2-2 Ligne et point

Prenons une figure aisément reconnaissable, comme la représentation d'un bison ; si elle est complète, elle structure la paroi en deux parties adjacentes, l'intérieur et l'extérieur, et détermine par conséquent une frontière entre les deux, une *ligne*. Lorsque l'animal est entièrement peint, ou lorsqu'il s'agit de « mains négatives⁽¹⁴⁾ », la ligne est bien présente, mais seulement dans nos cerveaux imbibés de topologie contemporaine ; son existence n'est pas signalée par une marque spécifique. En revanche, lorsque la représentation se réduit à un contour (figure 3-b), celui-ci, objectivement, est un *signe spécifique de ligne*, en tant que marque de frontière entre deux surfaces adjacentes. Si l'on peut supposer qu'une représentation entièrement peinte avec d'habiles nuances de couleurs et un minimum de trompe-l'œil est une copie talentueuse de l'impression visuelle spontanée, rien de tel n'est possible avec la représentation par le contour seul. Personne ne « voit » jamais un contour, lequel ne peut être par conséquent qu'un code de lecture, un signe artificiel de frontière inventé par nos ancêtres. Il faut donc, sans hésiter, attribuer à ceux-ci non seulement l'invention de la surface, mais aussi celle de la ligne⁽¹⁵⁾.

(13) Abbé Henri Breuil (1877-1961), surnommé en son temps le « pape de la préhistoire ».

(14) Obtenues en appliquant la main sur la paroi, puis en recrachant sur celle-ci une mixture colorante. On rencontre ces mains négatives dans un très grand nombre de lieux de préhistoire partout dans le monde, avec parfois, lorsqu'il s'agit de chasseurs-cueilleurs actuels, la preuve d'un acte de contact avec le monde des êtres ancestraux.

(15) Il résulte de cette analyse que nous ne pouvons être sûrs qu'un trait est un signe de ligne que si ce trait réalise un contour ou un fragment de contour reconnaissable. Mais s'agissant des traits gravés sur le bâton d'ocre de la grotte de Blombos, par exemple, rien ne permet de parler de lignes, au sens de « longueur sans largeur » (*Éléments*, définition 2). Ils pourraient n'être que des traces d'un amusement privé de sens, comme ce fut peut-être le cas de ces très nombreux méandres (« macaronis ») tracés dans l'argile humide de la paroi avec un ou plusieurs doigts.

En supprimant encore une dimension nous parvenons enfin au néant-existant géométrique, le *point*. Les alignements de points sont fréquents dans les grottes ornées. On parle d'alignements parce qu'en les suivant de l'œil on parcourt des lignes : mais le mot « ligne » est-il approprié ? On parle de points parce qu'il s'agit de petites taches de peinture faites au tampon ou avec le bout du doigt : mais le mot « point » est-il approprié ? Je propose la réponse suivante : puisque, comme nous l'avons établi, le contour en trait plein d'une figure reconnaissable est une ligne, un contour en pointillé de cette même figure (figure 4-a) a pour fonction de suggérer cette ligne par une série de ses « constituants ». Or ces « constituants » sont toujours, à ma connaissance, le produit d'un *contact* avec la paroi, au tampon ou au doigt, et non d'un *tracé* sur celle-ci, auquel cas nous aurions affaire à des tirets, des fragments de ligne. Tout porte donc à considérer les « constituants » du contour comme des *signes de l'idée de point* : encore une invention que nous pouvons porter à l'actif des artistes des âges glaciaires.

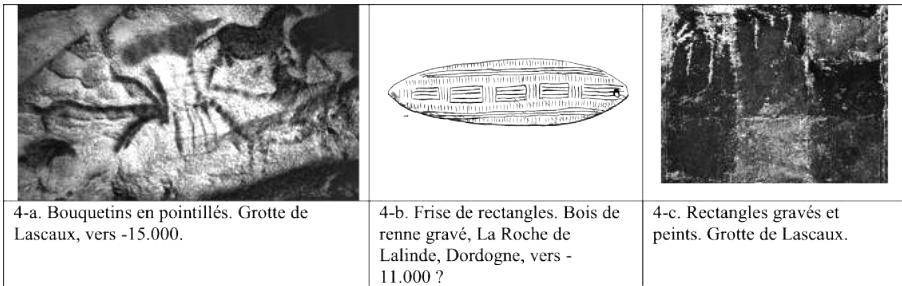


Figure 4

2-3 Rectangle

Surface, figure, ligne, point, autant d'idées fondamentales, décelables dans des signes inventés il y a au moins 40 000 ans, qui muteront en concepts d'une science future. Les préhistoriens, quant à eux, ne pensent « géométrie » que lorsqu'ils se trouvent face à des schémas dont le sens nous échappe mais dont la forme évoque les figures classiques : triangles, rectangles, cercles, etc. Il est au moins un cas, celui du rectangle (figures 4-b et 4-c), où l'appellation est raisonnable, et c'est avec lui que nous terminerons ce bref aperçu d'une préhistoire de la géométrie. La « raison » est la suivante : si l'on admet que faute d'une véritable idée de symétrie orthogonale, il aurait été impossible à nos ancêtres *erectus* de fabriquer des bifaces ; si l'on admet que les frises sur os, ivoire ou bois de cervidés réalisées par nos ancêtres *sapiens* sont des produits de cette même idée, avec en plus la structuration de la surface décorée suivant deux directions perpendiculaires ; si l'on admet tout cela, en ayant en outre à l'esprit que la symétrie se vérifie à l'œil en imaginant un pliage, tous les éléments sont réunis pour créer de véritables rectangles. Comment ? Pensez simplement à la façon dont on peut créer un rectangle par des pliages successifs d'une feuille de papier de forme quelconque : partant d'un point, deux pliages convenables suffisent pour obtenir les quatre sommets ; ou bien, avec quatre pliages convenables, les axes de pliage donnent les quatre côtés. Et tout ceci, sans théorie ni définition aucunes.

Est-il impensable que les préhistoriques soient parvenus mentalement (« de tête ») à cette construction, puisque seule la pratique de la symétrie est requise ?

À la fin du Paléolithique, la géométrie a encore une longue marche devant elle avant de devenir une science. Au Néolithique, de nouvelles figures et combinaisons de figures apparaissent, aussi bien en dimension deux qu'en dimension trois ; dans les premiers empires, l'association du nombre et de la figure, par l'invention de la mesure systématique⁽¹⁶⁾, provoque un bond en avant considérable et donne naissance aux premiers traités. Et l'état d'esprit philosophique enfin, en tant que pensée à la recherche de ses propres prémisses, est à l'origine de cette étonnante démarche d'introspection mathématique à laquelle nous devons les *Éléments* d'Euclide.

3- L'invention⁽¹⁷⁾ du nombre

S'agissant de géométrie, le matériel archéologique nous a donné beaucoup à voir et à analyser. Rien de tel pour l'arithmétique, à part la possibilité de fables, nous l'avons dit en introduction. Nous en sommes réduits aux sources ethnographiques. Évidemment, les peuples sans écriture actuels ou récents connaissent les nombres pour la plupart. Mais en fouillant leurs mythes et leurs pratiques rituelles, on peut repérer des fondamentaux qui, dotés par nature d'une forte inertie historique, suggèrent des modalités possibles de la formation du nombre au sein des sociétés primitives : telle est notre hypothèse de travail.

3-1 L'un-multiple créateur

Le trait peut-être le plus frappant de la pensée des peuples primitifs, chasseurs-cueilleurs ou agriculteurs sans écriture et sans état, est son anthropocentrisme, plus exactement son anthropisation du monde. Tel aborigène d'Australie, par exemple, sera persuadé d'être tel lieu déterminé si c'est en ce lieu que sa mère, pénétrée par un « esprit enfant », a pris conscience de sa grossesse ; il sera persuadé d'être *en même temps* Pélican s'il appartient au clan Pélican, et Kangourou si le clan Kangourou est un sous-clan du clan Pélican et ainsi de suite. Il peut y avoir jusqu'à plusieurs centaines de ces qualifications dans un même groupe.

Autrement dit, la réalité de l'anthropocentrisme traditionnel est une *reconstruction* du monde environnant par projection, par *démultiplication* de l'individu ou du groupe. Inversement, la multiplicité ainsi obtenue est « une » en tant que manifestation d'un individu ou d'un groupe.

On retrouve cette situation sous une forme sublimée, avec des personnages humains sublimés (demiurges, ancêtres, ...), dans le mythe par excellence qu'est le mythe de

(16) La mesure, en tant que *système général* d'association du nombre à la grandeur, n'existe pas dans les sociétés sans écriture. On n'y connaît au mieux que des mesures associées à des besoins très particuliers, d'ampleur très restreinte, et sans lien entre elles.

(17) Ce titre sous-entend que le nombre est une invention humaine, inaccessible même à nos cousins chimpanzés, et qui ne résulte pas d'un « sens » inné. Pour une critique détaillée des thèses du courant représenté en France par Stanislas Dehaene, on pourra consulter le texte d'un atelier lors des Journées nationales de Toulouse : www.apmep.fr/IMG/pdf/P1-28-compte-rendu.pdf

genèse. Si le monde des lieux familiers, des animaux et des objets familiers, est la démultiplication des membres du groupe et des groupes eux-mêmes, le monde comme un tout (comme concept), sera, d'une façon ou d'une autre, la démultiplication de l'humain sublimé en la personne du ou des démiurges, du ou des ancêtres etc. Là encore, la multiplicité ainsi obtenue est « une » en tant que démiurge manifesté, mais il s'y rajoute presque toujours la réunification effective des multiples par le retour à l'unité originelle (fin du monde), point de départ éventuel d'un nouveau cycle (fin du monde, ... mais provisoire).

En bref : la démultiplication de l'un et la réunification du multiple est la seule façon pour la pensée archaïque de se représenter le mouvement (la pulsation) de la puissance créatrice. Certes, il n'est pas encore question de nombre, mais à coup sûr de sa prémisse fondamentale : la multiplicité-une, sous forme de pluralité à structure encore indéterminée, le « beaucoup ». Voici un exemple particulièrement net :

Le créateur, Maweja Nangila, engendra les Esprits « par une métamorphose de sa propre personne, *en la divisant magiquement et sans qu'il en perde rien*. C'est pourquoi les Esprits participent de la nature divine de Maweja Nangila⁽¹⁸⁾. » De même, les grands initiés d'autrefois étaient « réputés pour le pouvoir qu'ils avaient de métamorphoser leur personne, en apparaissant sous l'aspect de divers personnages, dans le même temps et dans un même ou dans différents lieux. » C'est encore par démultiplication de sa propre personne, « sans qu'il en perde rien », que Maweja Nangila crée : les animaux célestes, l'eau et le feu, le ciel et la terre, la lumière et les ténèbres, le soleil et la lune, les étoiles etc.

Ce thème archaïque extrêmement répandu est riche d'innombrables variations, plus ou moins abouties, plus ou moins « rigoureuses », mais qui font tout le charme des mythologies primitives. Cela va du « peuple brume » des Navajo ou du « ni chair ni sang mais ombre des choses » des Jicarilla⁽¹⁹⁾, belles images d'individus originels réduits à l'état de pures multiplicités indifférenciées, jusqu'aux démiurges qui décident de se démultiplier eux-mêmes, que ce soit par la force de leur pensée ou en se découpant en morceaux (Inde védique, entre autres).

Puisque les choses créées ne résultent que de la démultiplication du même, elles ne sont dans leur principe que pluralité abstraite. Il en découle que le rituel, en tant qu'actualisation de la puissance créatrice, ne peut se dérouler sans l'invention conjointe de marques concrètes de cette pluralité abstraite. D'où les signes de *répétition* du même : graphiques (pointillés, encoches, tirets parallèles ...), corporels (pas de danse, gestes répétitifs), objets (nœuds dans une cordelette, paquets de bâtonnets), vocaux (interminables répétitions de strophes ou même de syllabes privées de sens).

D'où l'invention, dans la foulée, de la correspondance bijective puisque chaque

(18) T. Fourché et H. Morlighem, *Une bible noire*, Max Arnold, Bruxelles, 1973. Les deux auteurs étaient médecins ; ils rapportent dans cet ouvrage des croyances qu'ils ont relevées de 1923 à 1947 parmi différents clans Bantou de la région du Kasai, dans l'actuelle République Démocratique du Congo.

(19) Les Navajo et les Jicarilla sont des Amérindiens du sud-ouest de l'Amérique du Nord.

chose créée peut être associée à un signe, invention qui se propage largement dans des domaines plus profanes. Les *message sticks* des aborigènes d'Australie, par exemple, sont des planchettes de bois avec divers groupes d'encoches. Sur une même planchette, un groupe représentera des individus déterminés, un autre une liste de denrées, un troisième les « camps » qui séparent l'expéditeur du destinataire, et un dernier pourra occuper tout un bord de la planchette, signifiant par là que toute la communauté du destinataire est invitée à une cérémonie.

3-2 Bijections qualitatives

Qu'on la pratique rituellement ou dans la vie courante (deux domaines non disjoints dans les sociétés traditionnelles), la répétition est nécessairement finie. Il faut bien s'arrêter quelque part. Par la force des choses, la multiplicité abstraite ainsi recréée est donc déterminée, et il apparaît par conséquent une diversité de multiplicités comme sur le *message stick*. Contrairement à ce que l'on pourrait croire, la pensée primitive ne se saisit pas spontanément de cette diversité de multiplicités pour les organiser en nombres, c'est-à-dire en un système indépendant de tout concret et autoréférent. Au contraire : *si l'on prend acte de cette diversité quantitative, c'est pour la prendre comme signe de la diversité qualitative*⁽²⁰⁾.

C'est ainsi que chez les Bambara⁽²¹⁾ d'Afrique de l'Ouest, la tétrade est un signe de féminité parce qu'une femme a quatre lèvres, et que la triade est un signe de masculinité, parce que le sexe masculin est en trois parties. Nous disons bien tétrade et triade, et non pas quatre et trois. D'une part, parce que la tétrade n'est pas quantité pure comme le nombre quatre, mais une qualité (féminité) transférée au moyen d'une bijection avec des objets déterminés ; quand on fait des choses en tétrade pour signifier une féminité, ce n'est pas « quatre » qui est actualisé, mais les lèvres féminines. Et similairement pour la triade. D'autre part, parce que tétrade et triade ne donnent lieu justement à aucune relation à fondement numérique, du genre « quatre plus grand que trois donc la femme est supérieure à l'homme. »

Classiquement, si l'on peut dire, l'une des étapes de la genèse bambara est l'apparition de signes indifférenciés représentés par des tirets. Il en résulte une figure rituelle de grande importance, composée uniquement de tirets, utilisée pour l'initiation et pour les rites à l'occasion des solstices, et qui a même une vertu curative. Cette figure montre (entre autres) le trait figurant la monade originelle, trois traits pour la masculinité et quatre pour la féminité : monade, triade et tétrade en tant que signes de qualités, mais nulle trace de relation arithmétique entre les trois.

Il en va de même avec les rites bien connus chez beaucoup d'Amérindiens où tout « doit aller par quatre » en signe de complétude et d'harmonie, en référence aux mouvements apparents du soleil qui rythment la reproduction animale et végétale, déterminent des moments des cycles jour et de l'année, et par analogie des moments de la vie humaine. Quand les Hopi⁽²²⁾ font quatre fois le tour de la kiva, ils ne

(20) Il ne s'agit pas encore de numérologie au sens strict.

(21) Germaine Dieterlen et Youssouf Cissé, *Les fondements de la société initiatiques du Komo*, Mouton, 1972. Germaine Dieterlen, *Essai sur la religion bambara*, Éditions de l'université de Bruxelles, 1988.

(22) Sud-ouest de l'Amérique du Nord.

comptent pas à proprement parler les tours, mais ils reproduisent l'harmonie dont l'être est la tétrade⁽²³⁾ au moyen d'une bijection avec l'est, le sud, l'ouest et le nord. Mais d'autre part, chez les mêmes Hopi, tout doit *aussi* aller par six, en hommage aux ancêtres disparus, les « hommes-nuages-aux-six-points », en référence cette fois-ci aux points cardinaux, plus le zénith et le nadir : preuve, s'il en fallait encore, qu'il ne s'agit pas là de déterminations numériques, car si « quatre » était le signe de la complétude, on aurait avec « six » une complétude encore plus complète, ce qui est absurde.

3-3 Passage au nombre

Si les formes de pensée archaïques brièvement esquissées ci-dessus n'aboutissent pas encore au nombre, elles en créent pourtant les *conditions fondamentales* que nous avons relevées en passant : la multiplicité d'identiques et l'unité de cette multiplicité, la correspondance bijective, l'organisation générale des gestes, des paroles et des choses en multiplicités déterminées (en classes de tétrades, par exemple, pour que « tout aille par quatre »), et enfin l'expression de ces multiplicités dans des signes spécifiques interchangeables.

Pour passer au nombre, une rupture essentielle est nécessaire. Les multiplicités doivent en effet muter, faire table rase de leur fonction qualitative de bijections avec les référents concrets dont elles sont en quelque sorte l'âme, pour ne se référer qu'à elles-mêmes afin de se constituer en *système*.

La question est : comment, à quelle occasion ? Est-ce possible dans le cadre de la société primitive, avant l'écriture, la comptabilité et les échanges marchands ? On peut répondre par l'affirmative, avec l'exemple très important des échanges compétitifs de richesses, bien documentés en particulier dans certaines sociétés amérindiennes et en Papouasie-Nouvelle-Guinée. L'idée, à grands traits, est la suivante : au sein d'une société traditionnelle, on ne vend pas, on n'achète pas, on n'établit pas de rations. La règle est le don et le contre don⁽²⁴⁾. Mais en donnant, on se projette, c'est quelque chose de soi qui circule et qui, par là, s'affirme ; et en multipliant les dons on se démultiplie soi-même, on fait donc preuve de puissance à l'instar d'un demiurge créateur. D'où une économie très ritualisée d'échange de dons, et même la possibilité de compétitions publiques de dons, sous la surveillance attentive de tous.

Comme il s'agit, soit de sceller un lien par un échange *égal*, soit de faire preuve de générosité en fonction croissante de la proximité parentale, soit encore d'affirmer une puissance *supérieure* en donnant davantage que le partenaire, l'échange

(23) Leitmotiv omniprésent. Voici un précieux conseil de séduction chez les Hopi : « D'abord, elle dira non et t'enverra promener, mais ce ne sera peut-être pas sérieux. Attends encore quatre jours et redemande lui ; elle dira non, mais elle t'engueulera moins ; quatre jours encore, elle aura peut-être l'air indécis, mais à la quatrième demande, elle dira probablement oui. Si elle reste froide, fous-lui la paix. » Don C. Talayesva, *Soleil Hopi*, 1982, Plon, p. 390.

(24) Maurice Godelier, *L'énigme du don*, Fayard, 1996. Et le magnifique : Marcel Mauss, *Essai sur le don. Forme et raison de l'échange dans les sociétés archaïques*, 1923, réédité dans Mauss, *Sociologie et anthropologie*, PUF, 2009.

cérémoniel conduit naturellement à des appariements directs indépendants du sens rituel des multiplicités appariées, et par là à des ébauches de systèmes numériques. Dans une compétition classique, les deux adversaires A et B se font face et se défient publiquement, parfois après que l'un et l'autre aient rappelé la genèse mythique de leur clan ; puis A fait un don, B fait un don supérieur et ainsi de suite jusqu'à l'abandon de l'un des compétiteurs. Et comme le but est d'évoquer publiquement une montée en puissance tout au long de la compétition — un personnage auxiliaire est là pour cela —, il faut bien inventer signes (mots, graphismes ...) de l'accumulation purement quantitative, mais de manière que celle-ci soit facilement perceptible à toutes les étapes. Pour cela, il ne suffit pas que chaque don soit enregistré par la simple répétition du même signe, car au-delà d'un certain seuil la comparaison serait impossible ; d'où l'invention du principe de l'unité d'ordre supérieur, et par conséquent du *système* numérique. Telle est l'une des occasions possibles de formation du nombre.

Ouvrages de l'auteur sur le sujet :

Aux origines de la géométrie. Le Paléolithique et le monde des chasseurs-cueilleurs. Vuibert, 2004. Préface de Denis Vialou, Professeur au Museum National d'Histoire Naturelle.

Une archéologie de la géométrie. Peuples paysans sans écriture et premières civilisations. Vuibert, 2006. Préface d'Evelyne Barbin. Compte-rendu d'Henri Bareil dans le Bulletin vert 467, novembre-décembre 2006.

L'invention du nombre. Des mythes de création aux éléments d'Euclide. À paraître chez Classiques Garnier.