

Le bulletin de l'APMEP - Hors-série n° 1



# AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...



Octobre 2021

Spécial « Premier degré »



# APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

# ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : [secretariat-apmep@orange.fr](mailto:secretariat-apmep@orange.fr) - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



**Au fil des maths**, c'est aussi une revue numérique augmentée :  
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos ▶.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à  
[aufildesmaths@apmep.fr](mailto:aufildesmaths@apmep.fr)

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN [mcgenin@wanadoo.fr](mailto:mcgenin@wanadoo.fr)

## ÉQUIPE DE RÉDACTION

**Directeur de publication** : Sébastien PLANCHENAU.

**Responsable coordinatrice de l'équipe** : Lise MALRIEU.

**Rédacteurs** : Vincent BECK, Françoise BERTRAND, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Agnès GATEAU, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Sophie ROUBIN, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » **numériques** : François BOUYER, Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Yann JEANRENAUD, Céline MONLUC, Christophe ROMERO, Agnès VEYRON.

**Illustrateurs** : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

**Équipe T<sub>E</sub>Xnique** : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.

**Maquette** : Olivier REBOUX.

**Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.**

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Octobre 2021

ISSN : 2608-9297



## Venez et vous verrez !

C'est une tâche sérieuse que d'avoir à accueillir de nouveaux lecteurs ; je l'endosse avec joie. Elle est le juste retour de la main qui m'a été tendue lorsque j'ai pour la première fois bravé le sol des Journées Nationales de l'APMEP.

Je suis professeure des écoles et j'avais cru bon alors d'ajouter une mention au crayon sur l'étiquette d'identité qui m'avait été remise à l'inscription : « Nulle en maths ». Cette mauvaise fanfaronnade servait à prévenir tout interlocuteur que la discussion risquait de faire flop s'il s'aventurait sur des sujets très mathématiques.

Il existe encore des enseignants du premier degré qui vivent cette contradiction remarquable d'être les premiers enseignants de mathématiques et de se sentir illégitimes à les enseigner. *Nulle en maths*, cela en dit long sur la relation que bon nombre de Français entretiennent avec le souvenir de l'enseignement de cette discipline puisque la rencontre avec les mathématiques s'affirme en premier lieu dans le cadre de l'institution scolaire. Notre système scolaire engendre des professions qui utilisent au quotidien des notions mathématiques, les manipulent, les partagent, les enseignent ; il façonne malgré tout des dépréciations profondes sur l'échelle intime du rapport aux mathématiques. La phrase que j'aurais volontiers écrite au sortir des trois jours de conférences et d'ateliers était tout autre : « C'est ça les maths ! ». Ainsi les activités mathématiques demandaient de confronter des raisonnements et des savoirs techniques, de construire la capacité à choisir des moyens efficaces, rigoureux et même *jolis* d'accéder à un résultat valide, et non de brandir ce résultat comme seul fruit de l'activité. Faire des mathématiques, ce serait dorénavant une perspective de questionnement collectif au sein de ma classe.

À l'APMEP, la posture d'autorité que l'on rencontre fréquemment dans le rapport social de celui qui sait vers celui qui ne sait pas, n'a pas de raison d'être. En premier lieu du fait de toute absence de hiérarchie (dont on connaît la force de verrouillage pour la construction d'une coopération). Ensuite, de par la reconnaissance de l'identité professionnelle de chacun. Être professeur des écoles ou professeur de collège et de lycée, enseignant du supérieur, implique des gestes professionnels spécifiques et une aptitude didactique distincte ; s'il existe une posture dogmatique au sein de l'association, c'est celle-là.

J'ai plaisir à témoigner des temps de partage et d'échanges qui caractérisent les groupes et leurs discussions. J'ai la certitude qu'ils contribuent à la capacité d'engagement dans l'exercice de notre métier et à notre faculté de mise en mouvement, de renouvellement et de joie à construire une vie avec nos élèves. Adhérer à l'APMEP, c'est une amorce forte dans la possibilité d'un épanouissement professionnel fait d'expérimentations, de questionnements et de choix. C'est aussi certainement une possibilité de couper court à la reproduction d'une image des mathématiques puissamment sélective et potentiellement élitiste.

Ce hors-série d'*Au fil des maths* a la capacité de présenter cette force du collectif. Il est une fenêtre ouverte sur quelques ressources pour la pratique de classe et exalte la capacité de partage et d'échange du groupe. Il est une invitation à prendre part à la construction : bienvenue à tous ! Et au grand plaisir de vous rencontrer !



Agnès Gateau est enseignante à l'école élémentaire d'Étigny (89). Elle est aussi membre de la commission *Premier degré* de l'APMEP.

[agnesgateau@gmail.com](mailto:agnesgateau@gmail.com)





# Présentation

L'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public), association régie par la loi de 1901, a été fondée en 1910. Elle s'engage et soutient toute action qui lui paraît propre à permettre un enseignement des mathématiques de qualité pour toutes et tous, de la maternelle à l'université. Elle est composée d'une vingtaine de commissions et groupes de travail nationaux, qui apportent leurs contributions aux prises de position et aux publications de l'association.

L'APMEP est présente sur l'ensemble du territoire par l'intermédiaire de vingt-cinq associations régionales, qui organisent notamment divers séminaires et colloques, dont les « Journées Nationales » annuelles depuis 1960. L'APMEP se veut être un lieu de libre parole, de confrontation d'idées et d'autoformation.

L'association ne vit que des cotisations de ses adhérents, des ventes de ses publications (dont les auteurs sont bénévoles), d'une redevance du CFC (Centre Français d'exploitation du droit de Copie), et de quelques recettes versées par des partenaires ; ses responsables et membres actifs ne bénéficient d'aucune décharge de service pour la gestion de l'association, mais l'aventure est passionnante ! Alors si vous souhaitez soutenir ou participer aux travaux de l'APMEP, n'hésitez plus et adhérez.

La revue *Au fil des maths*, le bulletin trimestriel de l'APMEP, s'adresse à tout enseignant de mathématiques, de la maternelle à l'enseignement supérieur. Il s'agit d'une revue professionnelle, tournée vers les préoccupations et besoins « de terrain », complémentaire de revues plus didactiques et théoriques telles que *Grand N* ou *Repères IREM*. L'équipe éditoriale publie dans chaque numéro un ou plusieurs articles en lien avec l'enseignement en école primaire. Vous serez probablement aussi intéressés par des articles tournés vers la Sixième, sources d'inspiration pour les classes de CM1 et CM2, qui donnent accès à des idées pour enseigner les mathématiques en vue du cycle 4.





Chaque numéro d'*Au fil des maths* est constitué de cinq rubriques principales, que vous découvrirez dans ce hors-série.

### Page 146

### Avec les élèves

Les articles de pratique de classe relatent des expérimentations ou présentent des ressources qui ont toutes été testées avec des élèves. Ils cherchent à en dégager à la fois les points forts et les limites. Vous pourrez y puiser des idées, cette fois très concrètes ; la plupart des activités sont quasiment « clé en main » mais sont bien sûr destinées à être adaptées au contexte dans lequel vous travaillez. Certains articles donnent lieu à des témoignages d'enseignants ayant testé la ressource ou le dispositif.

### Page 157

### Ouvertures

C'est le lieu des mathématiques pour réfléchir et approfondir. C'est aussi le lieu des articles qui sortent des sentiers battus, où l'on trouvera des idées originales, des liens avec d'autres disciplines.

### Page 157

### Récréations

Dans chaque numéro sont proposés de jolis problèmes à chercher, des énigmes et curiosités mathématiques : pour vos élèves parfois, pour vous toujours ! Une source d'inspiration, en tout cas.

### Page 157

### Opinions

Les articles de cette rubrique, souvent orientés sur la didactique, sont écrits par des auteurs actuels reconnus en recherche, avec l'objectif de se mettre à la portée de tout enseignant ou formateur. La plupart peuvent donc être utilisés tels quels pour se former, faire réfléchir ou approfondir un point de didactique. Ils sont émaillés d'exemples et accompagnés d'une bibliographie qui vous permettra d'aller plus loin sur le sujet, selon vos besoins.

### Page 157

### Au fil du temps

Des éléments d'histoire des mathématiques pour parfaire votre culture, des recensions d'ouvrages mathématiques. Parmi eux, quelques pépites pour l'école primaire, mais aussi des contenus de niveaux variés qui sauront aiguïser votre curiosité.

L'APMEP est heureuse de vous mettre à disposition ce hors-série en accès libre et gratuit. L'école maternelle et élémentaire est le premier lieu d'apprentissage des mathématiques, celui de la construction de concepts fondamentaux comme le nombre entier ; il était donc tout simplement naturel que ce premier hors-série d'*Au fil des maths* soit consacré au premier degré. Nous espérons que l'ensemble de ce numéro composé d'anciens articles augmentés de témoignages de collègues et de nouveaux articles vous sera utile à la fois pour votre culture mathématique et didactique personnelle, et dans votre pratique de classe.



## Présentation

Dans le même esprit que ce hors-série d'*Au fil des maths*, vous pourrez également participer aux *Mercredis de l'APMEP*  qui se veulent être un espace dédié aux questions de l'enseignement des maths à l'école primaire ou encore à la commission *Premier degré*. Pour plus d'information, n'hésitez pas à consulter notre site .

En attendant, vous avez accès à la boutique en ligne , qui contient toutes les ressources « premier degré » éditées par l'association.

Pour adhérer à l'association, rendez-vous ici  ou là (page 64).

Bonne lecture... et à bientôt parmi nous !



Sébastien Planchenault  
Président de l'APMEP.  
[president.e@apmep.fr](mailto:president.e@apmep.fr)

© APMEP Octobre 2021



# Math & Manips en géométrie au cycle 1

*Des Math & Manips à tester dans vos classes de maternelle ! Les auteures partagent ici quelques situations favorisant l'apprentissage de connaissances spatiales et géométriques par la manipulation.*

Cet article est paru en deux parties : dans le n° 537 et dans le n° 539.

**M.-F. Guissard, V. Henry, P. Lambrecht, P. Van Geet & S. Vansimpson**

## Introduction

Dans les classes de maternelle et d'élémentaire, les enseignants sont habitués à faire manipuler les élèves. Toutefois, certaines manipulations sont, plus que d'autres, susceptibles d'installer des concepts mathématiques fondamentaux. Dans la recherche intitulée « *Math & Manips*, des manipulations pour favoriser la construction des apprentissages », une équipe du CREM<sup>1</sup> s'est efforcée de proposer des activités où la nécessité de la manipulation est réellement motivée par le savoir visé, où l'expérimentation fournit la réponse à une question pertinente.

Notre but était de mettre en évidence pour les enseignants l'aspect mathématique des concepts abordés ainsi que les compétences qui sont développées par chacune des *Math & Manips*, mais aussi de montrer en quoi elles contribuent à une meilleure compréhension de notions parfois abstraites.

Le présent article décrit quelques-unes des activités destinées aux élèves de l'école maternelle ; la plupart d'entre elles ont pour cadre le monde sous-marin. Ces séquences d'apprentissage sont axées sur deux thèmes principaux : l'organisation spatiale et la géométrie.

Notons que ces deux thèmes font évidemment déjà l'objet de nombreuses séances de psychomotricité dans les classes. Celles-ci sont indispensables au développement de l'enfant, lui permettent de prendre conscience de son corps et

l'aident à structurer l'espace et le temps. C'est pourquoi de telles séances de psychomotricité sont absolument nécessaires avant la mise en œuvre des ateliers proposés.

La partie intitulée « *Repérage dans l'espace* » aborde, par des activités de codage et décodage de consignes orales ou imagées, des questions de topologie comme l'intérieur et l'extérieur, les itinéraires, les notions au-dessus et en dessous.

Par un travail sur des assemblages de cartes, des empreintes et des puzzles, la partie intitulée « *Reconnaissance de formes* » amène les enfants à repérer des symétries dans des figures et à reconnaître, assembler et comparer des formes géométriques simples.

Chaque séquence d'apprentissage est organisée en plusieurs ateliers de difficultés diverses qui visent des apprentissages différents, de façon à permettre à l'enseignant de moduler les activités en fonction de l'âge des enfants et de leur niveau. Chaque atelier se déroule avec un groupe de quatre ou cinq élèves, pendant que les autres élèves sont occupés à une tâche autonome.

Nous avons privilégié des activités où l'enfant est amené à faire des choix et à les justifier avant de manipuler, et qui de plus sollicitent différents modes de transmission de l'information (oral, visuel, gestuel, ...) et impliquent des transferts d'un mode à l'autre. Ces caractéristiques qui nous ont paru essentielles ont guidé nos choix tout au long du travail.

1. Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, à Nivelles en Belgique.



De plus, l'ensemble des manipulations s'appuie sur un matériel facilement réalisable et réutilisable à différents niveaux. Ce matériel est disponible sur le site du CREM [►](#).

### 1. Repérage dans l'espace

Lors des ateliers de cette séquence, les objectifs d'apprentissage pour les enfants sont d'associer le vocabulaire spatial à l'action, de s'approprier certaines notions de topologie et de se familiariser avec la notion d'ordre.

#### Intérieur et extérieur

Dans le langage courant, l'expression « à l'intérieur de » est souvent traduite par le terme « dans » ; de même l'expression « à l'extérieur de » est associée à « hors de ». Dans les ateliers proposés, l'enseignant veillera à exprimer chaque fois une même localisation de différentes manières.

Bien que la notion d'intérieur soit mieux perçue par les élèves de l'école maternelle, souvent sollicités pour placer un objet à l'intérieur d'un autre, nous travaillons les deux notions simultanément tant elles nous semblent indissociables l'une de l'autre.

#### Des cercles et des poissons

Cette première activité consiste à compléter un plateau de jeu à l'aide de cartes représentant les notions d'« intérieur » et d'« extérieur ». La distinction entre ces deux notions passe par l'association d'un mot au dessin correspondant.

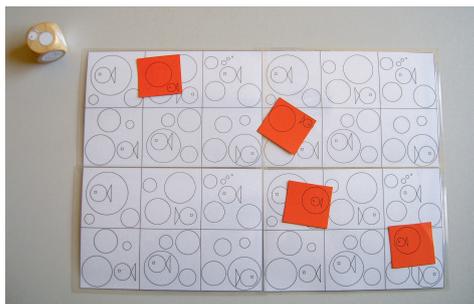


Figure 1

L'enseignant dispose au centre de la table quatre plateaux de jeu « Des cercles et des poissons » assemblés de manière à constituer un seul grand plateau composé de 24 cases (figure 1). Il place à côté, faces dessinées visibles, un tas de cartes « intérieur » — sur lesquelles un poisson se trouve à l'intérieur d'un cercle — et un tas de cartes « extérieur » — sur lesquelles un poisson se trouve à l'extérieur d'un cercle.

Notons que sur les plateaux, l'emplacement du poisson par rapport au cercle est variable, que ce soit à l'intérieur ou à l'extérieur.

Il montre aux élèves un dé « poissons intérieur/extérieur », dé dont trois faces représentent un poisson à l'intérieur d'un cercle et les trois autres faces un poisson à l'extérieur d'un cercle, et donne la consigne :

*« Lance le dé, décris aux autres la position du poisson que tu vois sur la face du dé puis prends une carte « intérieur » ou « extérieur » selon ce que tu as décrit et place-la sur une case libre correspondante. Passe ensuite le dé à ton voisin. »*

Il faut tout d'abord s'assurer que l'enfant décrit correctement le dé, ce qui peut faire l'objet d'une première discussion. Ensuite, si l'enfant prend une mauvaise carte, ou la place à un mauvais endroit sur le plateau de jeu, l'enseignant lui explique son erreur. L'élève remet alors la carte où il l'a prise et recommence son tour. Lorsqu'un élève lance le dé et se rend compte que toutes les cases correspondantes sont déjà occupées, l'enseignant demande quelles sont les cartes qu'il faut prendre pour compléter le plateau de jeu.

#### Échos des classes

Lorsque les cartes sont imprimées sur papier blanc, les enfants ne distinguent pas facilement les cases occupées sur le plateau de jeu. C'est pourquoi nous conseillons de les imprimer sur du papier de couleur.



### Dé codé

On utilise cette fois un « dé codé », sur lequel trois faces montrent un point à l'intérieur d'une forme géométrique (triangle, carré, cercle), et trois faces montrent un point à l'extérieur de ces mêmes formes. Ceci amène l'élève à décoder la symbolisation des mots intérieur et extérieur représentés sur les faces de ce nouveau dé.

L'enseignant distribue à chaque élève un plateau de jeu décoré de nombreux cercles. Il dépose sur la table un tampon encreur représentant un poisson et le dé. Il demande aux élèves de décrire, pour chaque face, la position du point par rapport à la forme géométrique qui s'y trouve et donne ensuite la consigne :

« Lance le dé et, suivant le dessin affiché, estampe ta feuille à un endroit adéquat. »

Avant d'agir, il est important que l'élève explique ce qu'il a lu sur le dé et indique l'endroit où il va estamper sa feuille.

Cette activité peut être simplifiée en remplaçant, dans un premier temps, le dé codé par le dé poissons.

### L'étang

L'enseignant commence par lire aux enfants une histoire ou une comptine dans laquelle il est question de poissons qui sont à l'intérieur ou à l'extérieur d'un étang.

Ensuite, il l'analyse avec eux pour découvrir tous les poissons qui se trouvent dans l'histoire et en créer une représentation à partir de douze cartes à décorer par les enfants en fonction du nom qui leur est donné dans la comptine. Voici un exemple de comptine.

#### La famille poisson

La famille poisson  
 Vit dans un étang  
 Calme et reposant  
 Comme une grande maison  
 Mais lors de grands vents  
 Pires qu'un ouragan

Poisson en or, tu restes dehors  
 Poisson d'argent, tu es dedans  
 Poisson rieur, à l'extérieur  
 Poisson pleureur, à l'intérieur  
 La famille poisson  
 Vit dans un étang  
 Calme et reposant  
 Comme une grande maison  
 Lors de grands beaux temps  
 C'est l'chambardement  
 Poisson gourmand, tu restes dedans  
 Poisson junior, tu vas dehors  
 Poisson râleur, à l'extérieur  
 Poisson rêveur, à l'intérieur  
 La famille poisson  
 Vit dans un étang  
 Calme et reposant  
 Comme une grande maison  
 Lors de brises légères  
 Quand le jour se lève  
 Poisson tambour-major, tu vas dehors  
 Poisson pétillant, hors de l'étang  
 Poisson dormeur, à l'intérieur  
 Poisson couleur, à l'intérieur

Lorsque les poissons sont décorés, l'enseignant place sur la table le plateau de jeu représentant l'étang, annonce qu'il va relire lentement l'histoire et donne la consigne suivante :

« Quand tu entends parler d'un poisson qui se trouve dans l'eau, prends son image et place-la à l'intérieur de l'étang. Si l'histoire parle d'un poisson se trouvant hors de l'eau, place le poisson correspondant à l'extérieur de l'étang. »

Les élèves associent, chacun à leur tour, le poisson décrit par la comptine à sa représentation. À chaque phrase, un enfant prend l'image du poisson correspondant et la place à un endroit adéquat sur le plateau de jeu. Les élèves associent ainsi une information auditive à une représentation imagée.

Quand un élève place un poisson, les autres élèves l'observent et corrigent si nécessaire. Il est intéressant de montrer aux élèves qu'une multitude d'endroits correspondent à chaque information (figure 2).

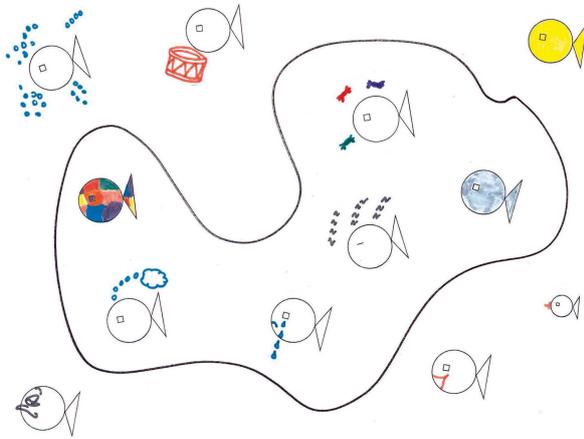


Figure 2

Remarquons que certains élèves ne perçoivent pas la surface de l'étang à la seule vue de son contour. Cependant colorier l'intérieur de l'étang dénaturerait l'activité puisque l'intérieur serait alors simplement apparenté à une couleur.

Dans la vie quotidienne, certaines consignes ne demandent pas d'être entendues entièrement pour être correctement appliquées. Quand on dit à l'élève de ranger les jouets « dans le bac », il n'est pas forcément attentif au mot « dans » lorsqu'il applique la consigne. La comptine proposée est écrite de manière à ce que l'élève ne puisse anticiper l'emplacement du poisson.

### Itinéraires

Le but de l'activité est de favoriser l'appropriation de la notion d'ordre. Les élèves l'exercent ici au travers de tracés et de codages d'itinéraires.

#### Tracer un itinéraire et le coder

Cette activité consiste pour les enfants à tracer un itinéraire à partir d'une bandelette et, inversement, à reconstituer une bandelette pour un itinéraire donné.

Chaque enfant reçoit une feuille sur laquelle sont représentés six éléments marins — poisson, algue, étoile de mer, méduse, corail et coquillage — et un crayon. L'enseignant montre alors aux élèves

une bandelette reprenant les mêmes images. Il leur demande de « tracer » avec le doigt, sur leur feuille, un chemin qui suit l'ordre des éléments marins tels qu'ils apparaissent sur la bandelette. Cette étape, destinée à vérifier que tous les enfants comprennent la consigne, se fait collectivement. Ensuite, l'enseignant distribue à chaque élève une bandelette et un crayon puis donne la consigne suivante :

« Trace sur la feuille l'itinéraire qui suit l'ordre des éléments marins de ta bandelette. »

L'enseignant s'assure que chaque itinéraire tracé soit clair pour que le chemin puisse être lu facilement par un autre enfant dans la suite de l'activité. Après avoir éventuellement rectifié les itinéraires, l'enseignant retourne les bandelettes pour cacher la face dessinée. Il distribue à chaque élève six cartes reprenant les mêmes éléments marins et donne la consigne suivante :

« Change de place avec ton voisin. Observe le chemin tracé sur la feuille que tu as devant toi. Place ensuite les cartes, dans l'ordre des éléments rencontrés sur ce chemin, en partant du poisson. »

Lorsque chaque élève a réalisé l'exercice, l'enseignant demande à chacun de retourner la bandelette qui se trouve devant lui afin de vérifier l'ordre des éléments marins (figure 3). Remarquons qu'un chemin dont les éléments seraient placés dans l'ordre correct mais de droite à gauche (figure 4) sera validé, même si par la suite l'enseignant veillera à privilégier le sens gauche-droite. Dans ce cas, la bandelette qui sert à la vérification sera tournée pour faciliter la comparaison comme l'illustre la figure 5.

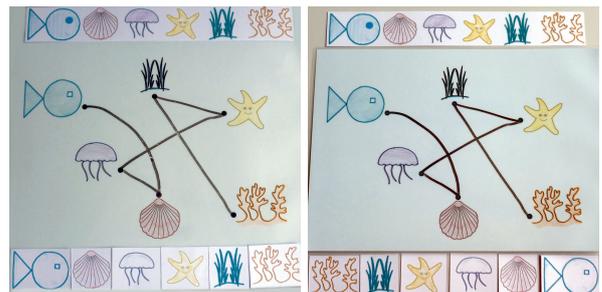


Figure 3

Figure 4

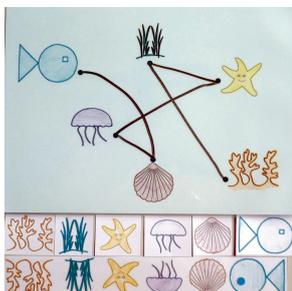


Figure 5

À la fin de l'activité, chaque enfant place dans son cahier la feuille sur laquelle il a tracé un itinéraire et la bandelette correspondante. Par la suite, l'enseignant peut recommencer l'activité en utilisant par exemple des feuilles plastifiées et des feutres effaçables.

### Échos des classes

Certains enfants placent les cartes sans tenir compte du chemin tracé mais uniquement de l'ordre dans lequel les dessins apparaissent sur la feuille en le lisant de gauche à droite (figure 6). L'enseignant veillera à rectifier si la vérification par la bandelette n'est pas suffisante.

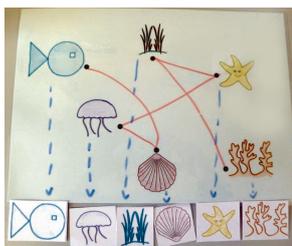


Figure 6

### Associer une bandelette à un itinéraire

Il s'agit à présent de retrouver parmi un ensemble de bandelettes celle qui correspond à un itinéraire tracé. L'enseignant distribue à chaque élève trois (ou davantage) bandelettes et une feuille avec les six éléments marins sur laquelle il a tracé préalablement un itinéraire correspondant à une des bandelettes. Les itinéraires seront différents pour chaque élève. Il donne la consigne suivante : « Parmi les trois bandelettes que tu as devant toi, retrouve celle qui correspond à ton itinéraire sachant qu'il débute au poisson. »

Une fois l'activité réalisée et corrigée par l'enseignant, les élèves remettent la bandelette avec les deux autres. Ils changent ensuite de place afin de refaire l'exercice avec un chemin différent, les chemins n'étant pas tous du même niveau de difficulté.

### Échos des classes

À ce stade, les élèves sont capables d'identifier parmi un ensemble de bandelettes celle qui correspond à un itinéraire. En revanche, face à une bandelette donnée, il leur est difficile de décider si elle correspond ou non au chemin tracé. L'explication avancée par les enseignants des classes maternelles est qu'il est plus facile pour un enfant de cet âge de « choisir » la bandelette qui convient que d'« écarter » celle qui ne convient pas.

### Au-dessus et en dessous

Dans les séances de psychomotricité, les élèves de maternelle sont souvent invités à se placer « sur », « sous », ou « au-dessus », « en dessous » d'éléments divers. Dans les activités décrites ci-après, on amène les élèves à utiliser ces repères spatiaux dans d'autres contextes, en plaçant un objet dans une position relative par rapport à d'autres. Les notions « au-dessus » et « en dessous » sont introduites simultanément.

### L'arche

Les enfants devront placer une carte au-dessus ou en dessous d'un objet en fonction du code lu sur un dé.

Nous utilisons les cartes représentant les six éléments marins de l'activité précédente, un objet représentant une arche sous-marine sur et sous lequel il est possible de placer des cartes (figure 7).



Figure 7

Dans un premier temps, l'activité se déroule sans dé. L'enseignant pose l'arche sous-marine au milieu de la table, il met les cartes des éléments marins en un tas et donne la consigne suivante : « Place une carte au-dessus ou en dessous de l'arche suivant ce que je te dis. »

L'élève prend une carte du tas. L'enseignant indique si la carte doit être placée « au-dessus » ou « en dessous » de l'arche. L'élève dépose sa carte en exprimant son action qui est alors validée collectivement.

Après un premier tour de table, l'enseignant poursuit en intégrant le dé « au-dessus/en dessous ». Il commence par identifier, avec les élèves, les différentes faces. Sur deux d'entre elles, un poisson se trouve au-dessus d'une ligne, sur deux autres faces, le poisson est dessiné en dessous de la ligne. Quant aux deux dernières faces, elles sont neutres, seul le poisson est représenté, laissant l'élève choisir « au-dessus » ou « en dessous ». Il est important de préciser aux élèves qu'il s'agit de décrire la position du poisson par rapport à la ligne et non l'inverse. L'enseignant donne la consigne suivante :

« Prends une carte "éléments marins" puis lance le dé. En fonction du dessin lu sur la face du dé, dépose ta carte au-dessus ou en dessous de l'arche, tout en décrivant ton action. Si la face du

dé ne donne aucune indication, choisis l'endroit où tu souhaites la placer en annonçant ce choix aux autres élèves. »

Les élèves jouent à tour de rôle. En fonction de la carte tirée et de la face du dé, l'explication de l'élève pourrait ressembler à : « j'ai pris le corail et je le mets au-dessus de l'arche » ou encore « je place la méduse en dessous de l'arche ».

Notre objectif étant d'apprendre aux élèves à distinguer des positions et non pas à maîtriser du vocabulaire, dans les explications qu'ils fournissent, nous avons choisi de ne pas insister sur la différence entre « sur » et « au-dessus de » ni entre « sous » et « en dessous de ».

### Échos des classes

Chez les petits, certains ne s'exprimant pas encore de manière compréhensible, ils se contentent de prendre une carte et de la placer au bon endroit. Néanmoins, il est important que l'enseignant les incite à verbaliser l'action réalisée.

Des élèves disent « en dessus » et « au-dessous ». C'est alors l'action liée à la parole qui permet de voir si la notion est comprise ou non par rapport à l'indication du dé.

### Construction de tours

Les enfants vont construire des tours composées de trois blocs de jeu de construction de couleurs différentes — un bloc bleu, un rouge et un vert — à partir d'informations comportant les mots « sur », « sous », « au-dessus », « en dessous » et « entre ». Les notions « sur » et « sous » sont travaillées d'abord séparément puis simultanément.

L'enseignant donne à chaque élève un bloc de chaque couleur et lui demande de construire une tour à l'aide de ces trois blocs. Cette première consigne a pour seul objectif de vérifier que la notion de tour correspond pour tous à un empilage vertical des trois blocs.

La consigne est ensuite précisée : « Construis une tour de trois blocs dans laquelle le bloc vert se trouve sur le bloc rouge. »



Chaque élève construit une tour puis la dépose sur la table. L'enseignant vérifie avec les élèves que l'information donnée a bien été respectée. Deux tours différentes peuvent apparaître : une tour « bleu-rouge-vert » et une tour « rouge-vert-bleu ». Si l'une de ces tours n'est pas représentée, l'enseignant la construit et la dépose à côté des autres tours. Les élèves constatent que deux « modèles » sont possibles et devraient prendre conscience qu'une instruction supplémentaire est nécessaire pour que toutes les tours soient identiques.

La consigne est alors précisée :

« Construis une tour dans laquelle le bloc vert est sur le bloc rouge et où le bloc rouge est sur le bloc bleu. »

Une fois les tours construites et les constructions vérifiées, l'enseignant donne une nouvelle consigne en modifiant l'ordre des couleurs. D'autres constructions sont ensuite proposées en utilisant uniquement le mot « sous ». Pour chaque construction, l'enseignant peut donner la première partie de la consigne et attendre que les élèves la réalisent avant de donner la seconde partie de la phrase.

Ensuite, l'enseignant donne des consignes comportant les deux notions simultanément comme : « construis une tour dans laquelle le bloc bleu est sur le bloc vert et sous le bloc rouge ». Un élève pourrait dire que, dans ce cas précis, le bloc bleu est « entre » les blocs rouge et vert. Cette remarque fait le lien avec la consigne suivante : « Construis une tour où le bloc vert se trouve entre le bloc rouge et le bleu. »

Les élèves déposent leur tour sur la table afin de les comparer. Deux modèles de tours répondent aux informations données à savoir bleu-vert-rouge et rouge-vert-bleu. L'enseignant amène les élèves à comprendre qu'une information complémentaire est nécessaire si on souhaite que toutes les tours soient identiques. Sa consigne devient alors la suivante :

« Construis une tour où le bloc vert se trouve entre le bloc rouge et le bleu, et où le bloc vert est sous le bloc bleu. »

Chaque élève modifie sa tour s'il le juge nécessaire, en fonction de l'information supplémentaire entendue. Sur la table, toutes les tours devraient être identiques.

### Échos des classes

Les élèves s'attachent toujours à construire leur tour en déposant les blocs sur leur base. Ainsi pour la dernière consigne, lorsque leur tour ne respecte pas la deuxième contrainte, ils reconstruisent la tour plutôt que de la retourner.

### Description de tours

Les élèves se munissent de leurs trois blocs. L'enseignant propose à un élève « architecte » de construire, à l'abri du regard des autres, une tour de trois blocs. Puis il lui donne la consigne suivante :

« Décris ta tour en utilisant les mots "sur", "sous", "entre" pour que tes copains puissent construire chacun une tour identique à la tienne. »

Des informations redondantes ou contradictoires pourraient être formulées. Une information redondante comme « le bloc rouge est sur le bloc vert » suivie de « le bloc vert est sous le bloc rouge » ne permet pas d'avancer dans la construction. Des informations contradictoires telles que « le bloc rouge est sur le bloc vert » et « le bloc vert est sur le bloc rouge » rendent la construction impossible.

L'enseignant sera attentif à ce que l'élève exprime toujours la position d'un bloc par rapport à un autre ou par rapport à la table. Dire « le bloc rouge est au-dessus » n'est pas complet, même si l'on comprend bien que, pour l'élève, cela veut dire que le bloc rouge est au sommet de la tour.

Lorsque tous les enfants ont construit leur tour, toutes les tours sont déposées sur la table. Les vérifications et corrections peuvent alors s'effectuer. L'activité est ensuite répétée plusieurs fois pour que chaque élève puisse prendre le rôle de l'architecte.



### Échos des classes

Malgré la précision de la consigne, certains élèves décrivent spontanément leur tour avec des phrases telles que « *il y a d'abord le bloc vert, puis le rouge et puis le bleu* ». L'enseignant rappelle alors que la tour doit être décrite en utilisant les mots « sur », « sous », « au-dessus », « en dessous » ou « entre ».

### Description de tours avec contraintes

Il s'agit à présent de décrire des tours de trois blocs en utilisant exclusivement certains mots pour indiquer les positions relatives des blocs.

L'enseignant demande à un élève de construire une tour de trois blocs à l'abri du regard des autres. Il demande à un autre élève de lancer le dé « au-dessus/en dessous » utilisé dans l'activité précédente puis donne à l'élève architecte la consigne suivante :

« *Si le poisson est au-dessus de la ligne, utilise uniquement les mots "sur" ou "au-dessus" pour décrire ta tour.*

*Si le poisson est en dessous de la ligne, utilise uniquement le mot "sous" ou "en dessous".*

*Si la face du dé n'indique pas de position pour le poisson, les mots "sur" (ou "au-dessus") et "sous" (ou "en dessous") doivent être utilisés dans tes informations. »*

L'élève architecte donne des renseignements aux autres élèves en respectant les informations données par les faces du dé afin que chacun d'eux construise une tour identique à la sienne. Les indications peuvent être données en plusieurs phrases avec un temps d'arrêt marqué entre les informations.

Lorsque chaque élève a construit sa tour et l'a déposée sur la table, la tour cachée est dévoilée et on procède à la vérification. On répète l'activité pour que chaque élève ait l'occasion de prendre le rôle de l'architecte.

## 2. Reconnaissance de formes

Les compétences visées par cette séquence sont de reconnaître des figures qui présentent une symétrie d'axe vertical, de retrouver l'image d'une figure par symétrie axiale, et d'identifier différentes formes géométriques par l'analyse informelle de leurs caractéristiques.

### Symétrie

L'objectif est de reconstituer des figures géométriques en respectant une symétrie axiale.

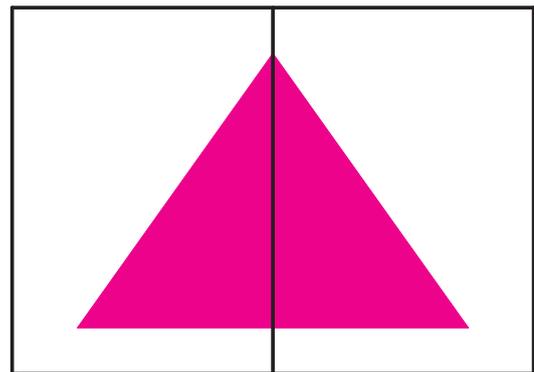


Figure 8

À partir d'un jeu de cartes « solo » comportant une seule forme d'une seule couleur (la figure 8 montre une paire de ce jeu), l'enseignant reconstitue sur la table toutes les paires symétriques. La figure 9 montre la fiche qui permet de réaliser le jeu complet de cartes.

Il laisse aux élèves un temps d'observation et puis leur demande pourquoi il a placé les cartes par deux de cette manière.

L'objectif est de permettre aux élèves de se familiariser avec les cartes symétriques.

L'enseignant peut, dans un premier temps, proposer aux enfants de parler de « cartes amies » pour désigner les paires symétriques.

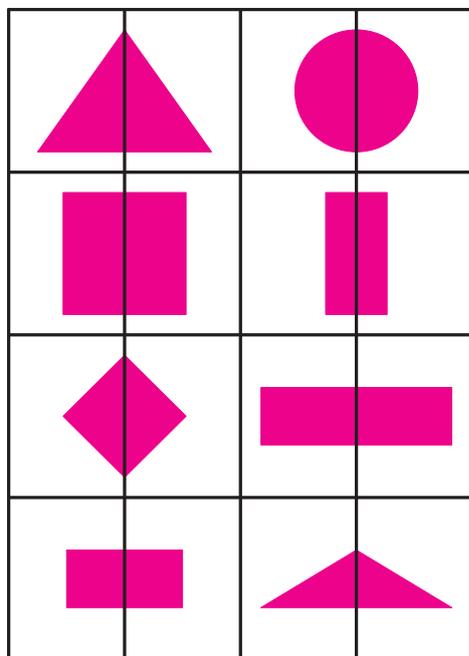


Figure 9

Devant les élèves, l'enseignant reprend une carte de chaque paire et reconstitue des paires dont certaines sont symétriques et d'autres pas. Il demande d'indiquer les paires symétriques et de justifier pourquoi les autres ne le sont pas ; il récupère au fur et à mesure les paires non symétriques. Ensuite, après avoir reconstitué les paires symétriques, il prend une carte de chaque paire, parfois celle de gauche, parfois celle de droite. Il mélange les cartes collectées et les dispose en une pile devant les élèves puis donne la consigne :

« Prends la première carte de la pile et place-la à côté de sa carte amie pour reconstituer les formes que nous venons d'observer ».

Les élèves réalisent un assemblage chacun à leur tour. Une fois qu'ils sont capables de reconstituer des paires symétriques, l'enseignant intègre huit paires de cartes « solo » de l'autre couleur. Il dispose sur la table une carte de chacune des seize paires et empile les cartes restantes. Il donne alors la consigne suivante :

« Prends la première carte de la pile et place-la à côté de sa carte amie pour reconstituer des formes d'une seule couleur ».

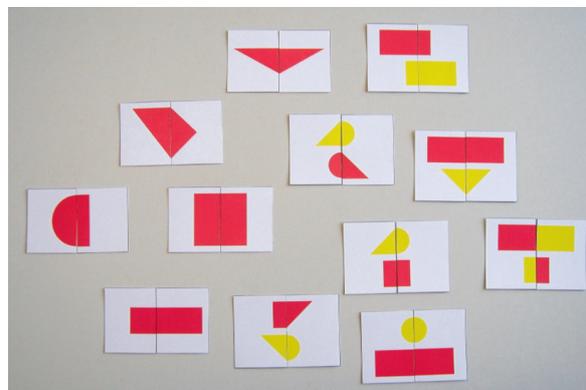


Figure 10

L'enseignant peut réaliser la même activité plusieurs fois tout au long de l'année en la complexifiant grâce à des cartes « duo » (deux formes) d'une couleur ou de deux couleurs. La figure 10 présente différents types de cartes, avec des paires symétriques et d'autres non symétriques.

### Échos des classes

La perception de la symétrie d'une figure est déjà très présente intuitivement chez les élèves. Ils arrivent d'emblée à reconnaître des paires symétriques et des paires qui ne le sont pas. La difficulté de l'activité réside principalement dans l'identification de la carte symétrique.

### Empreintes

Avant de commencer l'activité, l'enseignant explique ce qu'est une empreinte. Il peut en faire la démonstration en enduisant de peinture une face plane d'une boîte et en l'appliquant sur une feuille de papier. Par la suite, il montre qu'on peut obtenir le même effet en contournant cette face de la boîte et en coloriant l'intérieur de la forme ainsi tracée. Ce sont les surfaces ainsi obtenues que nous appelons « empreintes » dans cette activité.

Nous travaillons uniquement avec les empreintes de faces planes, l'objet ne peut ainsi ni glisser ni rouler lorsqu'on trace le contour d'une face. Par exemple, les seules empreintes d'un cylindre



prises en considération seront des disques. Remarquons que des empreintes assez différentes, non planes, sont obtenues en enfonçant des objets dans du sable par exemple. Ces dernières ne font pas l'objet de cette activité.



Figure 11

L'activité nécessite un ensemble de boîtes, au moins deux boîtes de plus que le nombre d'élèves du groupe, et si possible deux boîtes différentes ayant une empreinte commune. Par exemple : prismes droits à bases triangulaires, à bases hexagonales ou octogonales, à bases carrées, pyramides, boîtes cylindriques, boîtes à base ovale. Un échantillon de dix boîtes permet de nombreuses comparaisons intéressantes.

### Empreintes libres

Il s'agit de faire découvrir aux élèves différentes formes obtenues par des empreintes de boîtes.

L'enseignant dépose les boîtes en vrac sur la table, afin qu'elles ne soient pas toutes présentées dans une position habituelle. Il choisit une boîte et réalise sur une feuille l'empreinte d'une de ses faces en la contournant à l'aide d'un feutre et en coloriant l'intérieur de son tracé. Il insiste sur le fait que l'empreinte d'une face correspond à toute la surface colorée et non à son contour. L'enseignant distribue quelques feuilles et un feutre à chaque élève puis donne la consigne suivante :

« Choisis une boîte et dessine des empreintes ».

Les élèves devraient dessiner plusieurs empreintes en plaçant leur boîte de différentes manières sur leur feuille. Par exemple, une boîte en forme de prisme droit à bases triangulaires peut donner des empreintes triangulaires et des empreintes rectangulaires. Si nécessaire, l'enseignant encourage l'élève à dessiner plus qu'une seule empreinte, dans la mesure du possible, sans pour autant lui demander de les dessiner toutes.

Si un élève dessine deux empreintes identiques, c'est l'occasion de faire remarquer que les faces correspondantes de la boîte sont identiques. Cette première manipulation a pour but de familiariser l'élève avec la notion d'empreinte et non de trouver toutes les empreintes possibles d'une même boîte.

### Association



Figure 12

L'étape suivante consiste à associer des faces planes de boîtes à des formes géométriques à partir de leurs empreintes.

L'enseignant place sur la table des grandes feuilles sur lesquelles sont dessinées les empreintes de toutes les faces des boîtes présentées aux élèves. Il donne la consigne suivante :



« Choisis une boîte puis ensuite retrouve ses différentes empreintes ».

À tour de rôle, chaque élève choisit une boîte, regarde une de ses faces et cherche l'empreinte qui lui correspond. Il dépose alors la boîte sur cette empreinte. Si l'association est correcte, la boîte se positionne exactement sur l'empreinte.

La vérification est faite par le groupe puis l'élève poursuit en choisissant une autre face de la même boîte. Lorsque l'élève, aidé par le groupe, a trouvé toutes les empreintes possibles de sa boîte, la boîte est retirée de la table.

La démarche inverse est travaillée également. L'enseignant montre une empreinte dessinée et donne la consigne :

« Montre la face d'une boîte qui correspond à cette empreinte et vérifie ton choix ».

L'élève choisit une boîte et montre une face du solide qui correspond à l'empreinte. L'élève vérifie son choix en déposant la face de la boîte choisie sur l'empreinte. La boîte est ensuite remise avec les autres boîtes. Puis, c'est l'élève qui a trouvé une boîte correcte qui désigne une empreinte pour le suivant.

Si l'échantillon de boîtes le permet, l'enseignant peut faire trouver aux élèves deux boîtes ayant une face qui donne la même empreinte. Ces deux faces sont alors identiques, on peut les « coller » l'une contre l'autre.

### Ressemblance

Pour terminer, on demande aux enfants d'associer la face d'une boîte à une figure géométrique, quelles que soient ses dimensions.

L'enseignant dispose sur la table les différentes boîtes, des gommettes et les quatre formes de couleur représentant un carré, un triangle équilatéral, un rectangle et un disque, puis donne les consignes suivantes :

« Choisis une boîte et montre une de ses faces. Si possible, identifie cette face à l'une des figures

géométriques proposées. Prends une gomme de même couleur que la figure et applique-la sur la face indiquée ».

Chacun à son tour, un élève montre une face et repère la figure correspondante parmi les formes se trouvant sur la table. De ce fait, il apprend à observer la forme d'une figure indépendamment de ses mesures, et indépendamment du solide. Lorsqu'il a placé une gomme sur une face identifiée, il replace la boîte sur la table. Si l'élève montre une face plane qui ne correspond à aucune figure de référence, il ne met pas de gomme et explique pourquoi. L'élève suivant choisit une face, sur la même boîte ou sur une autre, et fait le même exercice.

Deux faces avec des gommettes de même couleur sont associées à une même figure, mais ne sont pas pour autant superposables. Une boîte parallélépipédique ayant six gommettes de la même couleur sera soit un cube (composé de faces carrées identiques) soit un parallélépipède rectangle (composé de paires de rectangles identiques).

Notons pour l'enseignant que, si les faces carrées ou circulaires sont bien semblables<sup>2</sup> à la figure de référence, il n'en est pas de même pour les rectangles qui, eux, peuvent être très différents : il y a des rectangles « très allongés » et des rectangles « presque carrés ». Il est important de montrer aux élèves que les faces rectangulaires d'une même boîte peuvent être très différentes bien qu'elles soient identifiées par une gomme de même couleur.

L'activité peut également se faire en sens inverse à savoir, choisir une figure géométrique et chercher une face de boîte qui lui correspond.

### Échos des classes

Lorsque les élèves participent à deux activités successivement, ils reprennent systématiquement la boîte choisie lors de la première activité

2. Deux figures sont semblables si l'une est l'agrandissement ou la réduction de l'autre. Les angles correspondants sont alors égaux et le rapport des longueurs correspondantes est constant. Par exemple, un dessin à l'échelle est semblable à l'original.



pour réaliser la deuxième. L'enseignant peut intervenir en encourageant chacun à prendre une boîte différente.

### Conclusion

Il reste essentiel de travailler les notions de topologie par le corps, comme c'est le cas lors des séances de psychomotricité qui sont couramment pratiquées avec les tout petits. Cependant, il nous semble important d'accorder suffisamment d'attention à la prise de conscience des positions relatives d'objets extérieurs à l'enfant. C'est cet aspect que nous avons voulu développer dans nos activités dévolues au « Repérage dans l'espace ». La partie intitulée « Reconnaissance de formes » est consacrée à une approche précoce des formes géométriques, y compris la notion de symétrie orthogonale. Cette partie est complétée par l'activité « Puzzles de formes géométriques » qui s'intéresse notamment aux équivalences d'aires. Cette dernière activité a été publiée dans le numéro 535 d'*Au fil des maths* . La mise au point de telles activités d'apprentissage pour les enfants

de maternelle et les expériences menées dans des classes nous ont convaincus davantage de l'importance de prendre le temps de mettre en place ces différentes notions avec les jeunes enfants.

### Références

- [1] Marie-France Guissard et al. « Des puzzles en cycle 1 ». APMEP. In : *Au fil des maths* n° 535 (2020), pp. 13-18.
- [2] Marie-France Guissard et al. « Des manipulations pour favoriser la construction des apprentissages en mathématiques ». In : *De la prime enfance à l'âge adulte*. Sous la dir. de M.-F. Guissard et V. Henry coordinatrices. . Nivelles : CREM, 2017.



Marie-France Guissard, Valérie Henry, Pauline Lambrecht, Patricia Van Geet et Sylvie Vansimpson ont constitué un groupe de chercheurs au CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement des mathématiques) à Nivelles, en Belgique.

[info@crem.be](mailto:info@crem.be)



© APMEP Octobre 2021



# Agir avec L'APMEP !

En adhérant  
ou  
en parrainant  
un stagiaire



# Sommaire

## Spécial « Premier degré »

### Éditorial, présentation, mode d'emploi et sommaires 1

Éditorial 1

Présentation 2

### Avec les élèves 11

Décomposition des nombres en maternelle  
Laurence Le Corf

Mouvement mathématique en Bretagne  
Claudie Asselain-Missenard

La course aux nombres  
Anne-France Acciari

Le Rallye Mathématique Transalpin  
Christine Le Moal

Des caches multitâches  
François Drouin

M@ths en-vie  
Carole Cortay et Christophe Gilger

Math & Manips en géométrie au cycle 1  
M.-F. Guissard, V. Henry, P. Lambrecht, P. Van Geet & S. Vansimpson 52

Le nuancier de couleurs en cycle 3  
Agnès Gateau

Le « coin marchande »  
Élisabeth Boisson et Catherine Würtz



### Ouvertures

MathCityMap  
Groupe Numatécol, IREM de Lyon

Géométrie de bout de ficelle dans la cour de récré  
Bernard Parzysz

Mathématiques contées  
Marie Lhuissier

Avec le puzzle de Marine  
François Drouin

Le jeu du manchon  
Thérèse Escoffet & Christine Oudin

Ressources pour un professeur des écoles  
Agnès Gateau

### Récréations

Trois jeux de la brochure Jeux Écollège 4  
Françoise Bertrand

Match Point une brochure JEUX pas comme les autres !  
Jean Fromentin

### Opinions

Vergnaud versus Singapour  
Richard Cabassut

Manipuler en mathématiques... oui mais  
Joël Briand

### Au fil du temps

Matériaux pour une documentation



CultureMATH

