

Le bulletin de l'APMEP - Hors-série n° 1



AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...



Octobre 2021

Spécial « Premier degré »



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos ▶.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à
aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : Sébastien PLANCHENAU.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Lise MALRIEU.

Rédacteurs : Vincent BECK, Françoise BERTRAND, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Agnès GATEAU, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Sophie ROUBIN, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » **numériques** : François BOUYER, Gwenaëlle CLÉMENT, Nada DRAGOVIC, Laure ÉTÉVEZ, Marianne FABRE, Robert FERRÉOL, Yann JEANRENAUD, Céline MONLUC, Christophe ROMERO, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD, Michel SUQUET.

Maquette : Olivier REBOUX.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Octobre 2021

ISSN : 2608-9297



Venez et vous verrez !

C'est une tâche sérieuse que d'avoir à accueillir de nouveaux lecteurs ; je l'endosse avec joie. Elle est le juste retour de la main qui m'a été tendue lorsque j'ai pour la première fois bravé le sol des Journées Nationales de l'APMEP.

Je suis professeure des écoles et j'avais cru bon alors d'ajouter une mention au crayon sur l'étiquette d'identité qui m'avait été remise à l'inscription : « Nulle en maths ». Cette mauvaise fanfaronnade servait à prévenir tout interlocuteur que la discussion risquait de faire flop s'il s'aventurait sur des sujets très mathématiques.

Il existe encore des enseignants du premier degré qui vivent cette contradiction remarquable d'être les premiers enseignants de mathématiques et de se sentir illégitimes à les enseigner. *Nulle en maths*, cela en dit long sur la relation que bon nombre de Français entretiennent avec le souvenir de l'enseignement de cette discipline puisque la rencontre avec les mathématiques s'affirme en premier lieu dans le cadre de l'institution scolaire. Notre système scolaire engendre des professions qui utilisent au quotidien des notions mathématiques, les manipulent, les partagent, les enseignent ; il façonne malgré tout des dépréciations profondes sur l'échelle intime du rapport aux mathématiques. La phrase que j'aurais volontiers écrite au sortir des trois jours de conférences et d'ateliers était tout autre : « C'est ça les maths ! ». Ainsi les activités mathématiques demandaient de confronter des raisonnements et des savoirs techniques, de construire la capacité à choisir des moyens efficaces, rigoureux et même *jolis* d'accéder à un résultat valide, et non de brandir ce résultat comme seul fruit de l'activité. Faire des mathématiques, ce serait dorénavant une perspective de questionnement collectif au sein de ma classe.

À l'APMEP, la posture d'autorité que l'on rencontre fréquemment dans le rapport social de celui qui sait vers celui qui ne sait pas, n'a pas de raison d'être. En premier lieu du fait de toute absence de hiérarchie (dont on connaît la force de verrouillage pour la construction d'une coopération). Ensuite, de par la reconnaissance de l'identité professionnelle de chacun. Être professeur des écoles ou professeur de collège et de lycée, enseignant du supérieur, implique des gestes professionnels spécifiques et une aptitude didactique distincte ; s'il existe une posture dogmatique au sein de l'association, c'est celle-là.

J'ai plaisir à témoigner des temps de partage et d'échanges qui caractérisent les groupes et leurs discussions. J'ai la certitude qu'ils contribuent à la capacité d'engagement dans l'exercice de notre métier et à notre faculté de mise en mouvement, de renouvellement et de joie à construire une vie avec nos élèves. Adhérer à l'APMEP, c'est une amorce forte dans la possibilité d'un épanouissement professionnel fait d'expérimentations, de questionnements et de choix. C'est aussi certainement une possibilité de couper court à la reproduction d'une image des mathématiques puissamment sélective et potentiellement élitiste.

Ce hors-série d'*Au fil des maths* a la capacité de présenter cette force du collectif. Il est une fenêtre ouverte sur quelques ressources pour la pratique de classe et exalte la capacité de partage et d'échange du groupe. Il est une invitation à prendre part à la construction : bienvenue à tous ! Et au grand plaisir de vous rencontrer !



Agnès Gateau est enseignante à l'école élémentaire d'Étigny (89). Elle est aussi membre de la commission *Premier degré* de l'APMEP.

agnesgateau@gmail.com





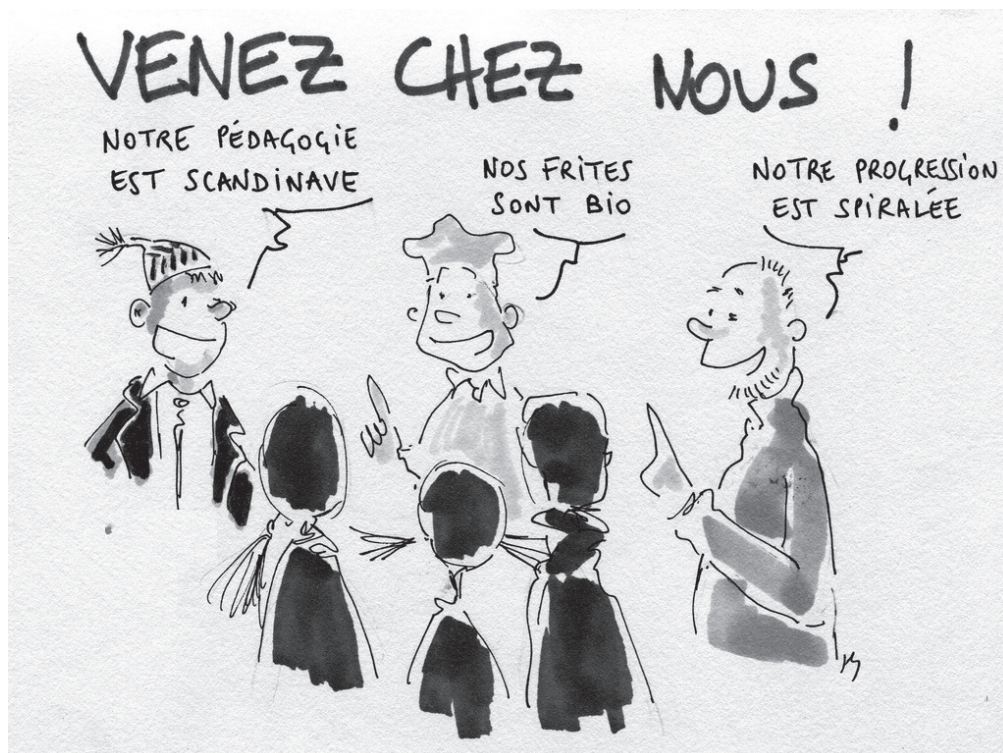
Présentation

L'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public), association régie par la loi de 1901, a été fondée en 1910. Elle s'engage et soutient toute action qui lui paraît propre à permettre un enseignement des mathématiques de qualité pour toutes et tous, de la maternelle à l'université. Elle est composée d'une vingtaine de commissions et groupes de travail nationaux, qui apportent leurs contributions aux prises de position et aux publications de l'association.

L'APMEP est présente sur l'ensemble du territoire par l'intermédiaire de vingt-cinq associations régionales, qui organisent notamment divers séminaires et colloques, dont les « Journées Nationales » annuelles depuis 1960. L'APMEP se veut être un lieu de libre parole, de confrontation d'idées et d'autoformation.

L'association ne vit que des cotisations de ses adhérents, des ventes de ses publications (dont les auteurs sont bénévoles), d'une redevance du CFC (Centre Français d'exploitation du droit de Copie), et de quelques recettes versées par des partenaires ; ses responsables et membres actifs ne bénéficient d'aucune décharge de service pour la gestion de l'association, mais l'aventure est passionnante ! Alors si vous souhaitez soutenir ou participer aux travaux de l'APMEP, n'hésitez plus et adhérez.

La revue *Au fil des maths*, le bulletin trimestriel de l'APMEP, s'adresse à tout enseignant de mathématiques, de la maternelle à l'enseignement supérieur. Il s'agit d'une revue professionnelle, tournée vers les préoccupations et besoins « de terrain », complémentaire de revues plus didactiques et théoriques telles que *Grand N* ou *Repères IREM*. L'équipe éditoriale publie dans chaque numéro un ou plusieurs articles en lien avec l'enseignement en école primaire. Vous serez probablement aussi intéressés par des articles tournés vers la Sixième, sources d'inspiration pour les classes de CM1 et CM2, qui donnent accès à des idées pour enseigner les mathématiques en vue du cycle 4.





Chaque numéro d'*Au fil des maths* est constitué de cinq rubriques principales, que vous découvrirez dans ce hors-série.

Page 146

Avec les élèves

Les articles de pratique de classe relatent des expérimentations ou présentent des ressources qui ont toutes été testées avec des élèves. Ils cherchent à en dégager à la fois les points forts et les limites. Vous pourrez y puiser des idées, cette fois très concrètes ; la plupart des activités sont quasiment « clé en main » mais sont bien sûr destinées à être adaptées au contexte dans lequel vous travaillez. Certains articles donnent lieu à des témoignages d'enseignants ayant testé la ressource ou le dispositif.

Page 157

Ouvertures

C'est le lieu des mathématiques pour réfléchir et approfondir. C'est aussi le lieu des articles qui sortent des sentiers battus, où l'on trouvera des idées originales, des liens avec d'autres disciplines.

Page 157

Récréations

Dans chaque numéro sont proposés de jolis problèmes à chercher, des énigmes et curiosités mathématiques : pour vos élèves parfois, pour vous toujours ! Une source d'inspiration, en tout cas.

Page 157

Opinions

Les articles de cette rubrique, souvent orientés sur la didactique, sont écrits par des auteurs actuels reconnus en recherche, avec l'objectif de se mettre à la portée de tout enseignant ou formateur. La plupart peuvent donc être utilisés tels quels pour se former, faire réfléchir ou approfondir un point de didactique. Ils sont émaillés d'exemples et accompagnés d'une bibliographie qui vous permettra d'aller plus loin sur le sujet, selon vos besoins.

Page 157



Au fil du temps


Des éléments d'histoire des mathématiques pour parfaire votre culture, des recensions d'ouvrages mathématiques. Parmi eux, quelques pépites pour l'école primaire, mais aussi des contenus de niveaux variés qui sauront aiguïser votre curiosité.


L'APMEP est heureuse de vous mettre à disposition ce hors-série en accès libre et gratuit. L'école maternelle et élémentaire est le premier lieu d'apprentissage des mathématiques, celui de la construction de concepts fondamentaux comme le nombre entier ; il était donc tout simplement naturel que ce premier hors-série d'*Au fil des maths* soit consacré au premier degré. Nous espérons que l'ensemble de ce numéro composé d'anciens articles augmentés de témoignages de collègues et de nouveaux articles vous sera utile à la fois pour votre culture mathématique et didactique personnelle, et dans votre pratique de classe.



Présentation

Dans le même esprit que ce hors-série d'*Au fil des maths*, vous pourrez également participer aux *Mercredis de l'APMEP*  qui se veulent être un espace dédié aux questions de l'enseignement des maths à l'école primaire ou encore à la commission *Premier degré*. Pour plus d'information, n'hésitez pas à consulter notre site .

En attendant, vous avez accès à la boutique en ligne , qui contient toutes les ressources « premier degré » éditées par l'association.

Pour adhérer à l'association, rendez-vous ici  ou là (page 64).

Bonne lecture... et à bientôt parmi nous !



Sébastien Planchenault
Président de l'APMEP.
president.e@apmep.fr

© APMEP Octobre 2021

Le nuancier de couleurs en cycle 3



Comment introduire les fractions en cycle 3 ? Agnès Gateau décrit ici une activité interdisciplinaire très riche autour d'un nuancier de couleurs pour découvrir les fractions comme proportions.

Agnès Gateau

Contexte et questions

À l'entrée du cycle 3, la découverte d'un monde autre que celui des entiers naturels est une révolution. En accompagnant cette découverte, j'ai toujours l'impression d'ouvrir la route vers une exploration sidérante et quasi sidérale ; avec les fractions, les élèves accèdent à des signes jusque-là incompréhensibles et ce petit pas, pour une communauté de classe, prend des allures de grand pas dans les mathématiques.

C'est une responsabilité que d'établir un lien de confiance entre les élèves et la fraction. Au cours du cycle 3 et au-delà, les savoirs liés à l'écriture fractionnaire vont se complexifier. Quelques entrées rayonnantes dans l'univers de la fraction virent à l'état de perdition après quelques années, comme l'indiquent les enseignants du second degré. Si le scintillement de la nouvelle étoile s'éteint en raison des significations multiples qu'elle endosse et de la difficulté des élèves à convoquer ces différents aspects, alors l'école a un rôle à jouer pour étayer davantage cet enseignement.

Reconnaître une fraction simple, placer une fraction sur une droite numérique, résoudre un problème relevant de l'aspect quotient d'une écriture fractionnaire, etc. sont des actions que les élèves sont amenés à réussir. Pourtant, ces capacités ne garantissent pas la compréhension d'un aspect spécifique de la fraction, celui d'exprimer une proportion, car elles peuvent relever uniquement d'une technicité. La désignation orale des fractions contient exactement cette proportion exprimée comme une « part proportionnelle » : *un tiers* désigne le résultat d'une opération mentale qui consiste à envisager la partie évoquée en raison de la proportion d'un tout qu'elle exprime. Il me semble que l'association du mot *proportion* à la découverte de l'écriture fractionnaire est primordiale. L'élève doit construire dialectiquement la conceptualisation et la compréhension de l'écriture fractionnaire. Cette dernière dévoile, rend visible, la relation qui existe entre deux éléments signifiés dans une écriture.

L'expérimentation décrite est une situation qui a émergé dans le premier tiers de cette année. Elle s'est déroulée sur toute une matinée ; le premier degré offre cette possibilité de disposer du temps pour mener à bien une activité. Elle a été construite en fonction de la vie de la classe et des sujets qui avaient cours. Elle n'a pas valeur de modèle, mais propose de donner à voir une façon de travailler l'aspect proportion de la fraction dans une classe multi-niveaux.

La dévolution opérée permet d'interroger l'activité mathématique à l'école élémentaire, en particulier dans son appui sur la vie réelle. Résoudre des problèmes c'est potentiellement rencontrer des situations réelles que l'école permet. Faire des mathématiques à l'école, c'est aussi analyser les modèles choisis dans leur pertinence et leur utilité sociale. La pluridisciplinarité est une richesse pour la construction des savoirs. Cette caractéristique spécifique du primaire est une énergie renouvelable et même potentiellement... colorée !



Comment est venue l'activité sur le nuancier de couleurs ?

Pour lancer la progression annuelle des travaux utilisant l'écriture fractionnaire, j'engage la construction de l'aspect « proportion » de la fraction auprès des CM1 et des CM2. La fraction révélera son ubiquité à travers différentes situations issues du monde familier de l'élève. Je souhaite que ces premières rencontres soient à la fois « robustes » et « marquantes ». Il me faut « sauter » sur toutes les occasions rencontrées dans les divers sujets d'études abordés et faire un pas de côté pour faire avancer la classe dans la connaissance des objets mathématiques.

Première interrogation avec la fraction « proportion » dans son usage social

Je vérifie que tous les élèves décryptent les écritures $\frac{24}{24}$ et $\frac{7}{7}$. C'est sans problème pour eux : elles désignent des ouvertures au public ou des possibilités d'avoir usage de quelque chose « vingt-quatre heures **sur** vingt-quatre » ou « sept jours **sur** sept ».

En sciences

Une situation de mélange de liquide aboutit à l'usage des fractions pour décrire des strates de liquides colorés (qu'on imagine de masses volumiques différentes). Après l'invention des « cocktails colorés », les CM1 aidés des CM2 vont décrire avec des fractions le contenu de chaque « éprouvette ».



Coloriage des cocktails qui seront représentés par des écritures fractionnaires.



Ces écritures sont les transcriptions des observations. Un exemple : « Pour obtenir le mélange A, on a versé une dose sur six de liquide violet, puis deux doses sur six de liquide orange puis trois doses sur six d'un autre liquide violet ». On constate que d'autres expressions ont été parallèlement utilisées : « On a versé un centilitre de liquide violet, deux centilitres de liquide orange et trois centilitres d'un autre liquide violet ».

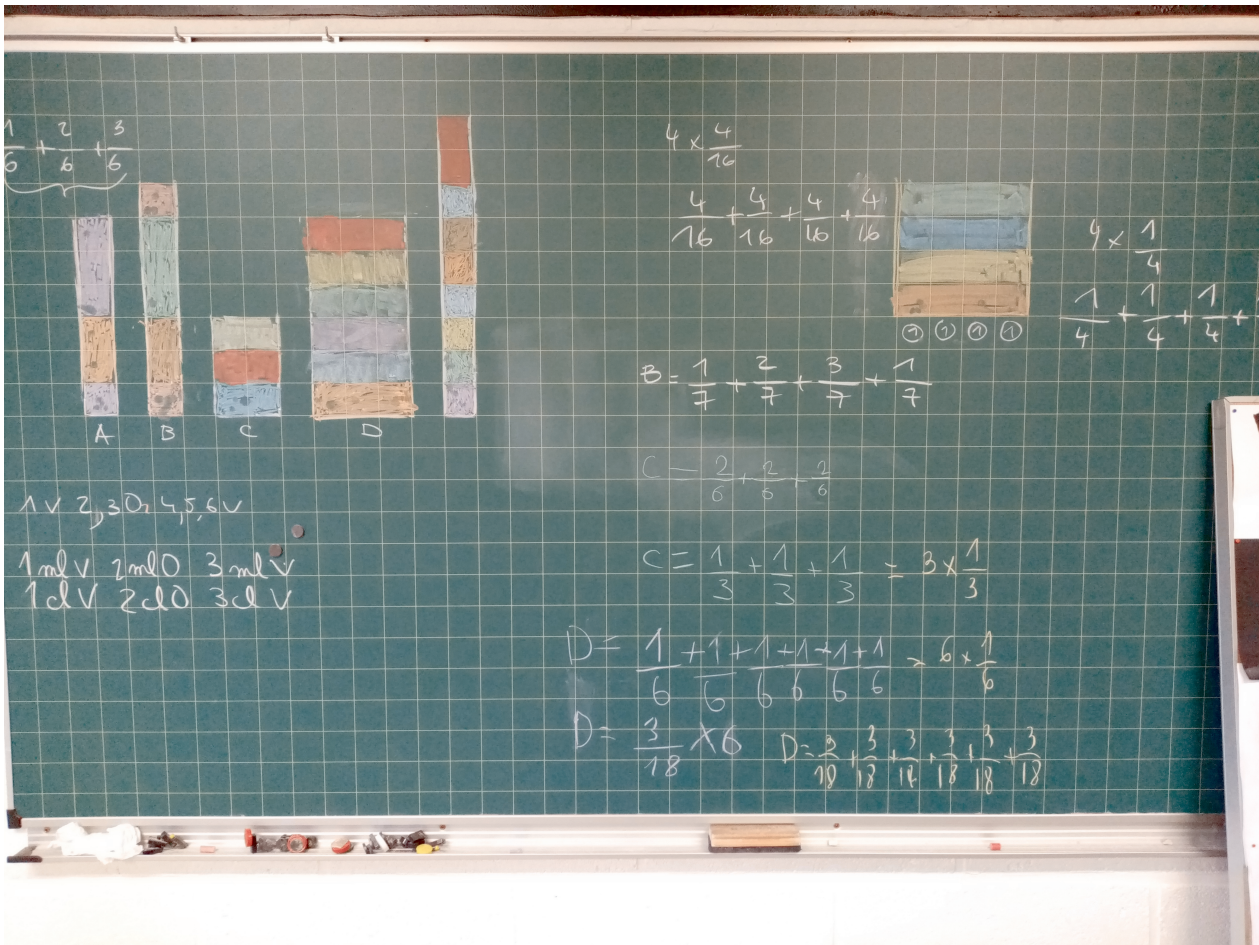


Tableau des écritures proposées par les élèves (phase collective).

Culture générale, jeux

Nous cherchons à exprimer avec une fraction les chances d'obtenir une carte noire lorsqu'on tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes. C'est aussi une proportion, il y a une chance sur deux d'obtenir une carte noire, ou une carte rouge. D'autres questions sont formulées : quelle est la proportion de figures dans un jeu ? Combien a-t-on de chance de tirer une carte présentant un nombre pair de points ? Cette séance est très riche car elle permet, sous l'impulsion de CM2, d'affirmer qu'on peut écrire ces proportions sous deux formes. Prenons l'exemple des Dames : il y a 1 chance sur 13 ou 4 chances sur 52 d'obtenir une Dame, ces écritures désignent la même proportion.

Arts visuels

Après avoir reproduit en extérieur, avec la classe, les « couleurs de l'automne », une élève rapporte à l'école un nuancier de peintre en bâtiment. Il circule et les élèves cherchent à classer les couleurs qu'ils ont réalisées. Merci Julia, tu as eu une excellente idée !



Le déroulement de la séquence sur les fractions proportions

Dans l'étape suivante, je propose cette situation aux élèves : en peinture, pour produire des couleurs, on peut expérimenter des mélanges sur la palette, ou directement sur un support à peindre. Dans les métiers du bâtiment, les peintres utilisent des couleurs dont les nuances sont codifiées pour être reproduites exactement. Le rôle du nuancier est de permettre de choisir une couleur et de commander sa fabrication.

Comment peut-on fabriquer un nuancier ?

Dans un premier temps, les groupes écrivent leur « protocole » de construction ; plus exactement, ils rendent compte d'une procédure imaginée pour construire un nuancier. Les écrits sont utilisés comme une activité de langue : ce sont les élèves qui se corrigent entre eux. Les propositions d'un groupe sont discutées et permettent l'évolution de la rédaction.

Dans les transcriptions ci-après, on peut voir l'évolution du discours des groupes.

Il faut plusieurs couleurs foncées et claires qu'on mélange pour faire un nuancier.

Le nuancier sert à choisir la nuance exacte et à se repérer pour les couleurs.

1. Mettre les couleurs avec la même couleur du plus foncé au plus clair.
2. Couper les pages de couleur.

1. Prenez du blanc et du noir.
2. Si vous voulez une couleur claire, prenez le blanc. Si vous voulez une couleur foncée, prenez le noir.

1. Il faut des couleurs.
2. On mélange des couleurs dans un pot.
3. On coupe des bandes.
4. On prend un pinceau.
5. On prend les bandes et le pinceau et les couleurs et on [les] met sur les bandes en dégradé.

Les écrits montrent dans un premier temps que les élèves comprennent l'utilisation du nuancier mais ne posent pas la question des proportions « mesurées » comme éléments constitutifs de la fabrication d'une couleur recherchée. À chaque fois, je reformule ma demande. Il s'agit d'écrire un protocole qui permette de construire en groupe un nuancier de couleur.

La question du « dosage » apparaît enfin en milieu d'activité.

Contrairement à ce que j'avais imaginé, ils n'investissent pas la notation fraction pour décrire leur protocole de fabrication.

1. Il faut savoir faire des nuances de couleurs.
2. Il faut aussi effectuer un bon dosage de claires et de foncées.
3. Ensuite, il faut choisir une couleur normale comme le jaune. Après, pour chaque nuance, il faut rajouter petit à petit du noir pour rendre plus foncée la couleur, du blanc pour éclaircir la couleur et ensuite mélanger.

Il faut mélanger le même dosage de chaque couleur.



Selon la couleur, il faut rajouter de la couleur qu'il faut au fur et à mesure et voir si ça fait la couleur que l'on veut.

Pour faire du vert foncé, il faut plus de bleu que de jaune.

C'est à nous de décider le dosage. Exemple, 20 mL pour le bleu et 10 mL pour le jaune pour faire du vert foncé ou l'inverse 20 mL pour le jaune et 10 mL pour le bleu pour faire du vert clair.

Puisqu'il s'agit de mélanger des « doses », j'indique que les groupes travailleront avec des seringues de différentes contenances.

C'est une variable didactique d'importance. On peut obtenir des nuances identiques sans se soucier de la mesure de la contenance. Ce qui compte quand on utilise les fractions, c'est l'expression de la proportion ; travailler avec des seaux de dix litres serait tout aussi envisageable si on était une entreprise de peinture en bâtiment ! De la même façon, on pourrait utiliser des unités de mesures adaptées pour obtenir des couleurs identiques, car chaque unité peut être traduite par une mesure ou une fraction.

On pourrait exprimer la proportion « un sixième de jaune et cinq sixièmes de bleu » par « cinq millilitres de jaune et vingt-cinq millilitres de bleu ». Une expression indique la mesure du liquide obtenu sous forme d'une contenance, l'autre sous forme exclusive d'une proportion. Il est important que les élèves aient discerné ces deux possibilités.

Pour la mise en activité, chaque groupe désigne le producteur de chaque nuance. Les nuances sont codées au préalable sous la forme $\frac{1}{6}$ jaune et $\frac{5}{6}$ bleu, et sont inscrites sur un carton. Le prélèvement de l'encre s'effectue à l'aide de seringues elles-mêmes de contenances variables (il faut savoir lire les graduations et se mettre d'accord sur la valeur arbitraire d'une dose).



Réalisation des nuanciers (chaque élève aura le sien à partir de couleurs fabriquées collectivement en appui sur un codage qui utilise l'écriture fractionnaire pour exprimer la proportion de chacune des deux couleurs mélangées).



Le nuancier de couleurs en cycle 3

La responsabilité de la réalisation des mélanges est attribuée à chaque élève au sein du groupe. Se charger de la fabrication, c'est :

- prendre un carton sur lequel figure un code ;
- opérer des prélèvements d'encre selon ce que ce code indique ;
- mettre à disposition de tous le mélange réalisé.

Pour réaliser son nuancier, chaque élève recherche le mélange adéquat en lisant le code inscrit sur les cartons. La couleur visible à l'intérieur du gobelet n'est pas assez discriminante pour réaliser le nuancier en ordonnant les couleurs visuellement. Il faut ordonner correctement les écritures selon ce qu'elles impliquent en termes de progression de couleur.

Les nuanciers sont réalisés sur une bande de carton blanc. Dans le même temps, chaque élève a la charge de construire la trace écrite de « ce qu'il a appris ».



Productions des élèves.

Discussion et conclusion

Les fractions comme proportion

Les programmes indiquent que « les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée » [1, p. 29]. Cette expérimentation rend compte de la possibilité d'introduire les fractions autrement que comme une solution à un problème de mesure. Lorsque mon approche des fractions relevait d'un tremplin à la compréhension de la fraction décimale lui-même tremplin à la découverte des « écritures à virgule », je constatais les difficultés des élèves lors de la rencontre de fractions désignant les pourcentages et les échelles. Cela relevait d'explorations de mondes inconnus qui demandaient chacune une introduction adaptée. Nous avons parcouru cette année beaucoup plus de territoires mathématiques déjà pratiquement « défrichés » car rendus déchiffrables en amont.

Une situation interdisciplinaire arts et mathématiques pour mémoriser les fractions proportions

Dans cette activité à valeur artistique, le recours à la notion de proportion de couleur pour réaliser un mélange est propice à solliciter les « fraîches connaissances » des élèves.



Ce type d'activité montre qu'il faut du temps pour que les nouveaux signes mathématiques et leur signification soient utilisés par les élèves comme modèles disponibles. Du temps, et une variété d'entrées à mettre à disposition des élèves. La question n'est pas uniquement d'utiliser techniquement pour l'instant à ce moment de l'année les écritures fractionnaires (comparaison de fractions, ordre des fractions) mais de disposer de situations de référence qui permettent de situer l'écriture fractionnaire dans des aspects (mathématiques et vie réelle) ouverts.

La modélisation mathématique dans les activités pluridisciplinaires

La possibilité d'imaginer et de faire vivre des situations de modélisation est née de ma rencontre avec les travaux de Richard Cabassut [2] à qui je dois une fière chandelle : l'image décerne à mes yeux sa qualité d'éclaireur de ma pratique, qu'il en soit remercié !

Lorsque ces activités ont eu lieu, en novembre, la classe était déjà entrée dans un travail sur les écritures à virgule et poursuivait sa connaissance du système décimal. La chronologie décrite dans les programmes me semble être de nature à restreindre le temps disponible à la pratique et à la rencontre avec les phénomènes que les mathématiques s'emploient à décrire. La fraction apparaît ici comme un outil utilisé dans une expérience de modélisation d'un nuancier de couleurs, avant d'être un objet d'étude dans la tradition de la dialectique outil-objet de Douady [3]. Leur usage social, avant leur manipulation abstraite, constituent le vivier de modèles vivaces convocables. Il doit se construire dans la classe des éléments de *vocabulaire commun à la classe*, qui jouent un rôle de marqueur mémoriel. Le nuancier pourra être convoqué et servir de déclencheur à la compréhension dans une autre situation. « C'est comme lorsqu'on a fait telle activité ! » est une réflexion qui revient dans le discours des élèves qui explicitent pour des pairs, ou à l'intention de l'adulte, le choix d'un modèle en faisant référence à des acquis précédents.

La classe multi-niveaux riche de ses différences

La constitution des classes à multi-niveaux est propice à engager des activités d'approches disciplinaires très variées, permettant d'insérer les connaissances mathématiques selon le rôle qui leur est assigné dans la société : comment cet objet d'étude peut-il être traité spécifiquement par les mathématiques ? Ou en quoi les mathématiques peuvent-elles être utiles pour m'aider à réussir la tâche qui m'est assignée ? Que savent d'autres enfants sur cette question ? Quelles sont les compréhensions que j'ai de la situation ? Comment puis-je expliquer aux autres ce que je pense devoir faire ?

L'enjeu de la systématisation d'exercices linéaires, de calculs, de comparaison, d'ordre est autre : il permet d'opérer sur des objets puissants qu'il faut pouvoir manipuler au regard de leur signification. Avant d'acquérir un formalisme, il convient de laisser à l'école le temps nécessaire à installer les concepts pour eux-mêmes, avant que leur seule écriture devienne des objets de manipulation. D'autres significations de la fraction seront travaillées en cycle 3 : opérateur de partage, quotient, coefficient de proportionnalité, et fréquentation de la notion de ratio du cycle 4.

Les CM2 sont entrés dans l'activité dans un esprit de découverte, pourtant leur connaissance des fractions était plus importante que celle des CM1. La démarche de résolution produite par la classe avait à mes yeux autant d'importance que le résultat demandé, et elle a occupé tout le temps qu'il était nécessaire pour accéder à une compréhension totale du phénomène concerné. Comprendre le rôle d'un objet mathématique (l'écriture fractionnaire pour définir des proportions) dans la réalisation d'un nuancier de couleurs a demandé du temps, largement occupé à endosser la nécessité de choisir un codage fiable pour exécuter la tâche. Ce temps nécessaire, c'est aussi celui de la mise à distance de l'enseignant : il faut accepter de construire les conditions nécessaires à ce que les élèves remettent



Le nuancier de couleurs en cycle 3

l'ouvrage (sa réflexion) sur le métier (sa recherche) aussi longtemps qu'il le faudra. Les évolutions de l'ouvrage dans ses nombreuses étapes sont à exposer. Chaque réflexion peut nourrir la compréhension collective du chemin qu'il faut encore parcourir pour répondre vraiment à la question posée. La seule question utile aura finalement été « À cette étape, que vous manque-t-il encore pour pouvoir réaliser le nuancier ? ».

Les mathématiques mises en valeur par le contraste avec l'extra-mathématique

Les situations dites de modélisation, c'est-à-dire qui caractérisent une situation de la vie réelle non directement assujettie à la discipline Mathématiques, sont importantes pour permettre à l'élève de réaliser l'assimilation du rôle des objets mathématiques, par le langage naturel, dans la résolution de problèmes. Dans un manuel scolaire, la rencontre avec la fraction proportion peut se résumer au coloriage de parts d'une représentation prédécoupée. Dans ce cadre, on peut imaginer que l'aspect proportion de la fraction soit associé à une activité rituelle comme on en rencontre au dos de paquets de céréales, dans laquelle il convient d'avoir compris une technique de coloriage pour réussir l'activité. Pour donner à réaliser cette symbiose vitale à l'installation des concepts qu'est la mise en adéquation d'un problème et d'une solution opérante, l'école élémentaire dispose d'une multitude de plages horaires et d'accès disciplinaires pour développer des activités de ce type. C'est une richesse rare, qu'il faut saisir chaque fois qu'elle est possible : c'est un socle essentiel du bien-être et du partage de la vie d'une classe.

Références

- [1] Ministère de l'Éducation nationale. *Bulletin officiel*. Cycle 3. n° 25. 21 juin 2018.
- [2] Richard Cabassut. « Des ressources pour enseigner la modélisation. Projet européen LEMA ». In : *Bulletin vert* N° 491 (2010).
- [3] Régine Douady. *Enseignement de la dialectique OUTIL-OBJET et des JEUX de CADRES en formation mathématique des professeurs d'école. Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*. Colmar : Éditions IREM Paris 7, 1993.



Agnès Gateau est enseignante à l'école élémentaire d'Étigny (89). Elle est aussi membre de la commission Premier degré de l'APMEP.

agnesgateau@gmail.com



© APMEP Octobre 2021

Richard Cabassut, maître de conférences en didactique des mathématiques à l'université de Strasbourg, réagit en mettant en évidence plusieurs points forts du travail mené à travers la création des nuanciers de couleurs.

Témoignage

L'activité proposée par Agnès Gateau pour introduire les fractions comme proportions est intéressante à plusieurs niveaux.



Au niveau mathématique

Observons ce que précisent les programmes de 2018. Il n'y a aucune mention de proportion en cycle 2. Pour le cycle 3, seul le terme « coefficient de proportionnalité » apparaît dans le paragraphe « résoudre des problèmes en utilisant des fractions, des nombres décimaux et le calcul » de la partie « nombres




et calculs ». En cycle 4, le terme « coefficient de proportionnalité » (suivi par le terme « coefficient multiplicateur ») apparaît dans le paragraphe « résoudre des problèmes de proportionnalité » du thème « Organisation et gestion de données, fonctions », au côté du terme « ratio ». « La notion de ratio vient enrichir le lexique de la proportionnalité pour traduire la proportionnalité de deux suites de nombres » (Bulletin officiel n° 30 du 26-7-2018). Un exemple illustre la notion de ratio : « trois nombres a, b, c sont dans le ratio $2 : 3 : 7$ (notation standardisée) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$ », cette valeur commune désignant le coefficient de proportionnalité avec lequel on multiplie chaque terme de la suite $(2; 3; 7)$ pour obtenir les termes respectifs de la suite $(a; b; c)$. Dans le passé, en remontant jusqu'aux programmes de 2002, on ne trouve aucune citation du terme « proportion ». Seul dans le document d'accompagnement « Le nombre au cycle 3 » de 2012^a, Simard évoque explicitement le terme « proportion », en évoquant notamment « la théorie des proportions ». Sur le plan mathématique, l'activité du nuancier est intéressante car la fraction proportion est à relier à la notion de coefficient de proportionnalité du cycle 3 dans la perspective du ratio ou du coefficient multiplicateur du cycle 4. En introduction à cette activité, le professeur évoque les jeux de hasard où une fraction mesure la chance d'avoir un certain tirage. Même si le hasard n'est pas encore présent dans les programmes de l'école primaire (contrairement à la pratique d'autres pays européens), il est intéressant de le fréquenter en situation à l'école primaire dans la perspective du collègue.


Au niveau didactique


L'approche classique consiste à introduire les fractions à partir de la résolution d'un problème dans des situations multiplicatives (avec un coefficient multiplicateur ou un coefficient de proportionnalité), de partage ou de mesure. Les programmes de cycle 3 précisent : « utiliser des fractions pour rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs », « utiliser des fractions pour exprimer un quotient ». Le récent guide du CP^b de 2020 propose des représentations en barres pour illustrer les problèmes de partages équitables où interviennent les fractionnements du tout et évoque le lien avec les proportions. Le guide du CM (à paraître) devrait développer le rôle des fractions dans la résolution de problèmes, notamment dans les cas de fraction coefficient de proportionnalité. Une approche par le fractionnement de l'unité avec des bandes  s'inscrit dans la tradition d'un problème de partage, souvent représenté par un partage équitable d'une pizza^c. L'activité de Brousseau  consistant à agrandir un puzzle (avec par exemple une fraction comme coefficient d'agrandissement) rejoint l'activité du nuancier d'Agnès Gateau où la fraction peut être interprétée comme proportion, coefficient de proportionnalité ou coefficient multiplicateur. Il est intéressant que l'élève fréquente différentes situations renvoyant à différentes conceptions de la fraction. Il est également intéressant de distinguer le concept de fraction comme nombre et la représentation d'une fraction par une écriture qui permet de coder l'information à communiquer pour constituer un nuancier. Trop d'élèves (et parfois de professeurs) ne conçoivent pas le concept de nombre fraction ou de nombre décimal et se limitent aux écritures fractionnaire ou décimale.


Au niveau pédagogique

L'activité des nuanciers permet de travailler la compétence de modélisation  pour relier le monde mathématique au monde d'une autre discipline et plus généralement au monde réel et d'intégrer les différents niveaux éventuels d'une classe tout en permettant des moments de différenciation.

richard.cabassut@gmail.com

a. Durpaire Jean-Louis, Mégard Marie (2012) *Le nombre au cycle 3*. CANOPE-CNDP. .

b. Ministère de l'Éducation nationale. *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. .

c. Le problème de partage équitable d'une pizza peut cependant relever de mathématiques très savantes dans l'article de Jean-Pierre Friedelmeyer (2021) *Géométrie des pizzas*. In *Au fil des maths* n° 539. .

Agir avec L'APMEP !

En adhérant
ou
en parrainant
un stagiaire



Sommaire

Spécial « Premier degré »

Éditorial, présentation, mode d'emploi et sommaires 1

Éditorial 1

Présentation 2

Avec les élèves 11

Décomposition des nombres en maternelle
Laurence Le Corf

Mouvement mathématique en Bretagne
Claudie Asselain-Missenard

La course aux nombres
Anne-France Acciari

Le Rallye Mathématique Transalpin
Christine Le Moal

Des caches multitâches
François Drouin

M@ths en-vie
Carole Cortay et Christophe Gilger

Math & Manips en géométrie au cycle 1
M.-F. Guissard, V. Henry, P. Lambrecht, P. Van
Geet & S. Vansimpsen

Le nuancier de couleurs en cycle 3
Agnès Gateau 65

Le « coin marchande »
Élisabeth Boisson et Catherine Würtz



Ouvertures

MathCityMap
Groupe Numatécol, IREM de Lyon

Géométrie de bout de ficelle dans la cour de
récré
Bernard Parzys

Mathématiques contées
Marie Lhuissier

Avec le puzzle de Marine
François Drouin

Le jeu du manchon
Thérèse Escoffet & Christine Oudin

Ressources pour un professeur des écoles
Agnès Gateau

Récréations

Trois jeux de la brochure *Jeux Écollège 4*
Françoise Bertrand

Match Point une brochure *JEUX pas comme les
autres!*
Jean Fromentin

Opinions

Vergnaud versus Singapour
Richard Cabassut

Manipuler en mathématiques... oui mais
Joël Briand

Au fil du temps

Matériaux pour une documentation



CultureMATH

