

La calculatrice mécanique

Un calcul pas si mécanique que cela !

Jean Fromentin



Photo 1

La calculatrice de bureau ci-contre est maintenant une véritable pièce de musée ! Elle était encore en service, il y a 35/40 ans, dans les entreprises et je l'ai moi-même utilisée, à cette époque, à titre personnel. C'est en la retrouvant, il y a une quinzaine d'années, que j'ai découvert son intérêt pédagogique. Il faut dire que j'étais devenu entre-temps professeur de mathématiques. Et depuis cette époque, mes élèves de Sixième avaient toujours droit, en début d'année, à une petite séance de présentation et de manipulation de cette machine, histoire d'assurer la compréhension des techniques opératoires.

L'objet de cet article est cette séance de présentation.

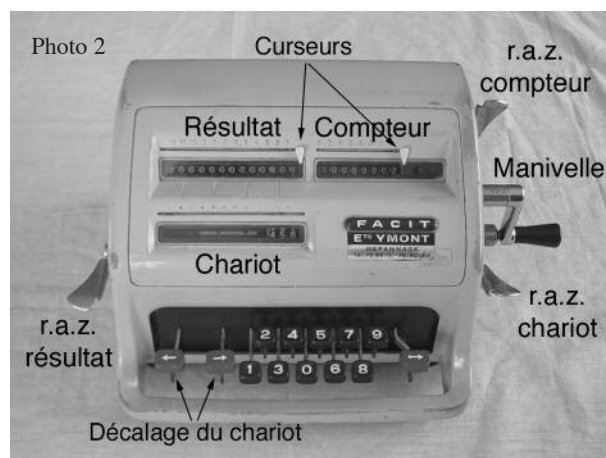
L'objet de cet article est cette séance de présentation.

Description de la machine

Cette machine se présente avec un clavier, trois écrans numériques, trois manettes de remise à zéro[r.a.z.] (une par écran) et une manivelle.

L'écran du bas abrite un « chariot » qui apparaît cran par cran, à partir de la droite, au fur et à mesure de l'entrée des chiffres par les touches numériques du clavier.

Ainsi en frappant 3 puis 4 puis 5, le chariot se déplace vers la gauche de trois crans faisant apparaître au final 345. Lorsqu'on fait un tour de manivelle dans le sens des aiguilles d'une montre — la machine étant vue de la droite — (sens positif), le nombre qui est sur le chariot est ajouté, par un système de rouages, au nombre qui figure à l'écran juste au-dessus, écran que j'appellerai « résultat ».



Avec un tour de manivelle dans le sens négatif, le nombre du chariot est soustrait au nombre de l'écran « résultat ». Les tours de manivelle sont comptabilisés (en positif ou en négatif suivant le sens) sur l'écran de droite, écran que j'appellerai « compteur ». La manette de gauche remet à zéro le « résultat », celle du bas à droite remet à zéro le chariot, et celle du haut à droite le compteur.

Addition et soustraction

Avec ce qui précède, vous savez maintenant additionner et soustraire des nombres entiers. Détaillons toutefois les manipulations ; ce sera utile pour la suite des opérations !

345 + 456

- (1) Mise à zéro de tous les écrans
- (2) Entrée du nombre 345 à l'aide du clavier. 345 apparaît sur le chariot qui s'est décalé de trois rangs vers la gauche.
- (3) Un tour de manivelle dans le sens positif ajoute 345 à 0 qui était à l'écran « résultat ».
- (4) Remise à zéro du chariot.
- (5) Entrée du deuxième nombre : 456.
- (6) Un nouveau tour de manivelle (sens positif) ajoute 456 à 345 qui était déjà au « résultat ».



Le « résultat » affiche donc 801, le chariot affiche toujours 456 et le compteur affiche 2 puisqu'il y a eu deux tours de manivelle dans le sens positif.

983 - 77

- (1) à (4) comme précédemment avec le nombre 983.
- (5) Entrée du deuxième nombre 77.
- (6) Un nouveau tour de manivelle (sens négatif, cette fois) soustrait 77 à 983 qui était déjà au « résultat ».

Le « résultat » affiche donc 906, le chariot affiche toujours 77 et le compteur affiche 0 puisqu'il y a eu un tour de manivelle dans un sens et un dans l'autre.

Multiplication

Nous savons que $345 \times 5 = 345 + 345 + 345 + 345 + 345$. Ainsi, pour effectuer cette multiplication, il suffit de faire cinq tours de manivelle après avoir rentré 345 sur le chariot. Le compteur affiche 5 et on a 1725 au résultat, c'est-à-dire :

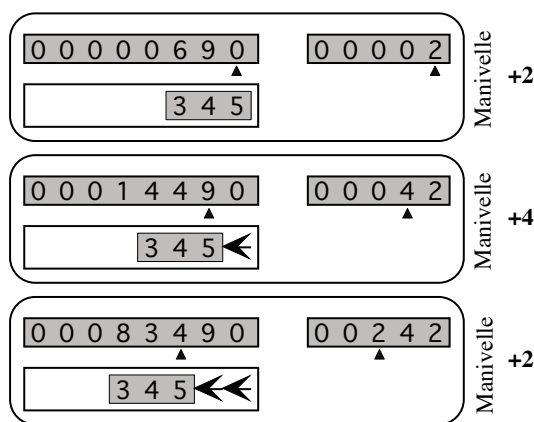
$$\text{résultat} = \text{chariot} \times \text{compteur}.$$

Mais pour effectuer 345×242 ? Feriez-vous 242 tours de manivelle ? C'est là qu'intervient une fonction très pratique de cette machine : le décalage du chariot (voir photo 2). Deux touches permettent de déplacer le chariot cran par cran vers la gauche ou vers la droite (suivez les flèches !), et entraînent les mêmes effets au niveau du compteur. Ainsi, après avoir entré un nombre sur le chariot, le déplacement du chariot d'un (de deux...) cran(s) vers la gauche fait que le nombre entré sur le chariot représente non plus un nombre d'unités, mais un nombre de dizaines (de centaines...), et donc un tour de manivelle correspond à 10 (100...) tours ; le compteur affiche alors le nombre de tours correspondant.



Voyons les manipulations successives pour la multiplication 345×242 .

- (1) Mise à zéro de tous les écrans
- (2) Entrée du nombre 345
- (3) Deux tours de manivelle ; le compteur marque 2 et 690 s'affiche au « résultat ».
- (4) Déplacement du chariot d'un cran vers la gauche ; 345 représente donc maintenant des dizaines.
- (5) Quatre tours de manivelle ; le compteur marque 42 et 14490 s'affiche au « résultat ».
- (6) Nouveau déplacement du chariot vers la gauche ; 345 représente alors des centaines.
- (7) Deux tours de manivelle ; le compteur marque 242 et 83490 s'affiche au « résultat ».



On a obtenu ainsi en 8 tours de manivelle le produit de 345 par 242.

Calculs astucieux

1°) Pour obtenir le produit de 345 par 242, nous avons opéré sur 345 en l'ajoutant $(2 + 40 + 200)$ fois. Pour reprendre une terminologie ancienne, nous avons considéré 345 comme multiplicande (le nombre qui est multiplié) et 242 comme mul-

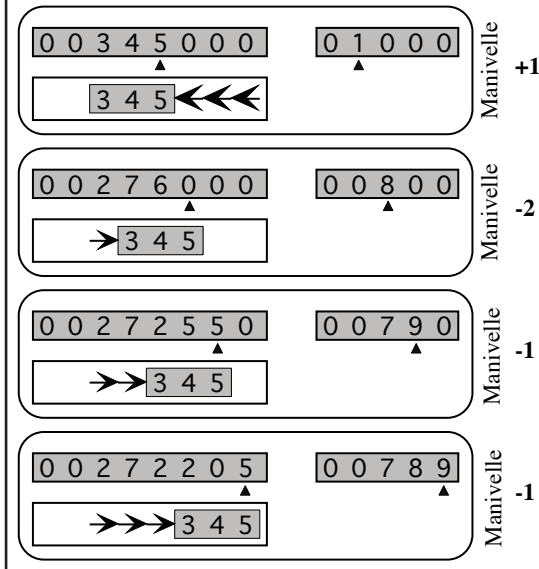
tiplicateur (le nombre qui multiplie). Pour la division, la terminologie est restée : dividende et diviseur.

Aussi, pour effectuer par exemple 345×789 , il est plus « économique » de choisir 789 comme multiplicande, non pas parce qu'il est plus grand que 345 mais parce que $7 + 8 + 9 > 3 + 4 + 5$. En effet, en entrant 345 sur le chariot, il faut effectuer, avec les décalages corrects du chariot, $9 + 8 + 7 = 24$ tours de manivelle, alors qu'en entrant 789, il suffit de $5 + 4 + 3 = 12$ tours de manivelle.

2°) Mais, plus astucieusement encore, on peut observer que $789 = 1000 - 211$, ce qui se traduit par les manipulations suivantes :

- (1) Mise à zéro des écrans.
- (2) Entrée de 345 sur le chariot.
- (3) Décalage du chariot de trois crans vers la gauche ; 345 représente des milliers.
- (4) Un tour de manivelle dans le sens positif ; le compteur marque 1000 et 345000 s'affiche au « résultat ».
- (5) Décalage du chariot d'un cran vers la droite ; 345 représente alors des centaines.
- (6) Deux tours de manivelle dans le sens **néгатif** ; le compteur marque 800 et 276 000 s'affiche au « résultat ».
- (7) Nouveau décalage du chariot d'un cran vers la droite ; 345 représente des dizaines.
- (8) Un tour de manivelle dans le sens **néгатif** ; le compteur marque 790 et 272550 s'affiche au « résultat ».
- (9) Dernier décalage du chariot d'un cran vers la droite ; 345 représente des unités.

(10) Un dernier tour de manivelle dans le sens négatif ; le compteur marque 789 et on obtient le produit de 345 par 789, soit 272205.



Cette manipulation a nécessité
 $1 + 2 + 1 + 1 = 5$ tours de manivelle !

Il est vrai que, si on comptabilise systématiquement toutes les manipulations (chiffres, décalages du chariot, tours de manivelle), l'économie des gestes n'est pas évidente (elle l'est tout de même dans le cas choisi), mais cette « économie » du nombre de tours de manivelle est un bon prétexte pour faire faire du calcul réfléchi.

Et la division euclidienne ?

On s'en doute, l'opération réciproque de la multiplication fait appel aux manipulations de l'opération réciproque de l'addition. Ainsi, pour trouver le quotient et le reste de la division de 345 par 77, il suffit de soustraire autant de fois que possible 77 de 345, ce qui se traduit par les manipulations suivantes :

- (1) Mise à zéro des écrans.
- (2) Entrée du nombre 345 sur le chariot.
- (3) Un tour de manivelle pour que 345 figure au « résultat ».
- (4) Mises à zéro du chariot et du compteur.
- (5) Entrée du nombre 77 sur le chariot.
- (6) Autant de tours de manivelle dans le sens négatif que nécessaire.

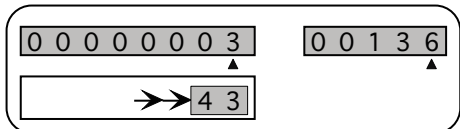
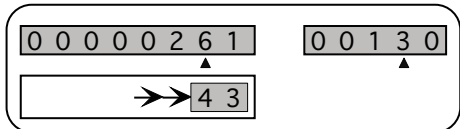
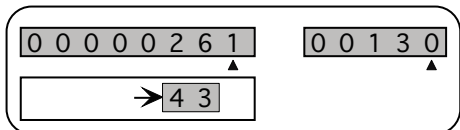
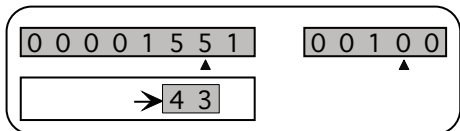
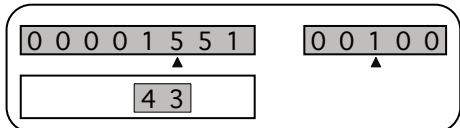
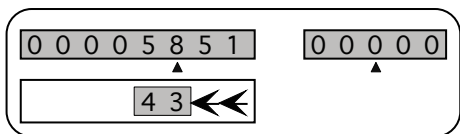
Pour cette dernière étape, inutile de surveiller les résultats successifs. En effet, dès qu'on retire une fois de trop le diviseur, une sonnerie se fait entendre. Il suffit alors de faire un tour en sens inverse (sens positif). Une nouvelle sonnerie indique au passage qu'on est revenu à l'étape précédente. On peut lire le quotient sur le compteur (4 tours de manivelle) et le reste 37 au résultat.

Et on traduit : $345 = 77 \times 4 + 37$.

Et si on doit diviser 5 851 par 43 ? Comme pour la multiplication, le décalage du chariot va nous éviter de faire les « cent et quelque » tours de manivelle. De combien de crans peut-on décaler le chariot ? Chaque décalage d'un cran vers la gauche multiplie par 10 le diviseur 43. On va donc ici décaler le chariot de deux crans, ce qui revient à soustraire 4 300 à 5 851 en tournant la manivelle dans le sens négatif. Un tour suffira, un deuxième tour enclencherait la sonnerie.

Le principe étant donné, voyons les manipulations successives :

- (1) Mise à zéro des écrans.
 - (2) Entrée de 5851 sur le chariot ; un tour de manivelle (sens positif) le met au « résultat ».
 - (3) Mises à zéro du chariot et du compteur.
 - (4) Entrée de 43 sur le chariot.
 - (5) Décalage du chariot de deux crans vers la gauche ; un tour de manivelle dans le sens négatif.
- Le compteur marque 100, et 1551 s'affiche au « résultat ».
- (6) Décalage du chariot d'un cran vers la droite ; autant de tours de manivelle que nécessaire dans le sens négatif jusqu'à



entendre la sonnerie et un tour en sens inverse : le compteur marque 130 et 261 s'affiche au « résultat ».

- (7) Décalage du chariot d'un dernier cran vers la droite ; à nouveau un certain nombre de tours de manivelle (sens négatif) ; le compteur marque 136 alors que le reste 3 s'affiche au « résultat ».

On traduit alors : $5851 = 43 \times 136 + 3$.

Quelques réflexions

La description précédente montre combien une telle machine permet de s'approprier, par la manipulation, le sens même des techniques opératoires, et en particulier celui de la multiplication et de la division.

Le principe du fonctionnement de la machine montre déjà que l'addition et la soustraction sont les deux opérations de base et que la multiplication et la division sont des additions et soustractions évoluées. Par ailleurs, les gestes associés à l'addition (tours de manivelle dans un sens) et à la soustraction (tours de manivelle dans l'autre sens) sont aussi très significatifs. Ces deux opérations sont en effet réciproques l'une de l'autre.

En ce qui concerne la multiplication, le décalage du chariot donne tout son sens au décalage des produits partiels dans l'algorithme de la multiplication. Dans l'utilisation de la machine, il n'est question en effet, dans un premier temps, que d'« économiser » les tours de manivelle en pratiquant de telle sorte que, par décalage, un seul tour en représente 10 ou 100 ou... On est ainsi amené naturellement à la décomposition canonique du multiplicateur. En effet, si 345×242 se fait, au niveau du chariot et du « résultat », de la manière suivante : $345 \times 2 + 3450 \times 4 + 34500 \times 2$, la multiplication est perçue comme $345 \times 2 + 345 \times 40 + 345 \times 200$ au niveau du compteur. Il est alors facile de faire le lien entre ce fonctionnement et la disposition habituelle de la multiplication posée.

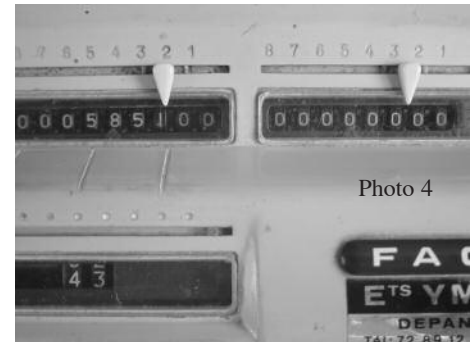
Pour la division, c'est encore le souci d'économiser les tours de manivelle qui amène naturellement à l'algorithme de la division. Avec cette machine, on cherche en effet, dans un premier temps, non pas le plus grand multiple du diviseur qui soit inférieur au dividende, mais son plus grand rang (nombre de dizaines, de centaines) qui le garde inférieur au dividende. Ce sont les tours de manivelle (en soustraction) qui donneront le plus grand multiple. Dans l'exemple que nous avons choisi, c'est 4 300 qui était inférieur à 5 851 et, dans ce cas particulier, c'était aussi le plus grand multiple. Cette manipulation revient bien à soustraire 43 à 58, le « résultat » sur la machine donnant 1551. En décalant vers la droite le chariot, c'est 430 qu'on soustrait autant de fois que possible à 1551, ce qui revient bien à soustraire le plus grand multiple de 43 à 155. « À la main », il faudra deviner ce nombre de fois ; avec la machine, ce sont les tours de manivelle qui le détermineront, et le compteur marquera alors 130. Un dernier décalage vers la droite du chariot met en présence 43 et 261. « À la main », on estimera que le plus grand multiple de 43 inférieur à 261 sera 43×6 , car $6 \times 4 = 24$, ce que confirme le nombre de tours de manivelle, le compteur donnant alors 136 pour un reste égal à 3. Ces manipulations sont complètement en phase avec l'algorithme de la division.

Et les décimaux ?

Cette machine ne dispense pas du travail de réflexion sur les décimaux ; au contraire, elle le motive. Ce sont des curseurs positionnés manuellement qui tien-

ent lieu de virgule et qui indiquent les unités sur les deux écrans « résultat » et « compteur » (voir photo 4). Si on veut obtenir un quotient avec deux chiffres après la virgule, il faut le prévoir dès l'entrée du dividende.

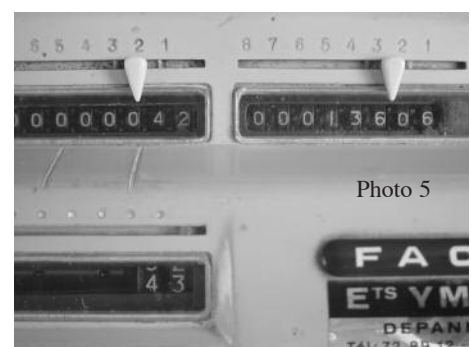
Reprenons la division de 5 851 par 43. On entre cette fois 585100 sur l'écran « résultat ». 585 100 représente donc des centièmes. On positionne le curseur entre le chiffre des unités et celui



des dixièmes ; ces positions sont repérées par des numéros. Le numéro 2 qui repère la position du curseur dans ce cas précis indique qu'on travaille avec deux chiffres après la virgule. On positionne de la même manière le curseur du compteur au numéro 2. En entrant 43 sur le chariot, sa position fait qu'il représente 43 centièmes. On va donc cette fois le décaler de 4 crans vers la gauche, c'est-à-dire jusqu'à ce qu'il soit positionné juste en dessous de 58. Il représente alors 43 centaines.

On reprend les manipulations précédentes qui seront, cette fois, poursuivies jusqu'aux centièmes.

On obtient ainsi comme quotient 136,06 et comme reste 0,42 et non pas 42 comme beaucoup d'élèves ont tendance à le croire. En effet, le curseur indiquant la position de la virgule n'a pas bougé et donc 42 représentent bien des centièmes



Concernant l'introduction des décimaux et l'apprentissage de la division à l'école élémentaire ainsi que leurs prolongements au collège, consultez l'article « Les décimaux de l'École au Collège » du groupe « Activités mathématiques au collège » de l'APMEP qui est paru dans le Bulletin Vert n° 472 (septembre - octobre 2007). Vous y trouverez en particulier neuf activités sur les décimaux.

(photo 5).

Ce qui est riche de sens ici, c'est que les virgules sont positionnées définitivement en début de calcul. C'est le diviseur qui se décale par rapport à la virgule et c'est sa position par rapport à celle-ci qui indique sa valeur.

Conclusion

Si je dis qu'il faudrait relancer l'industrie de cette machine, vous me comprendrez, je pense, mais vous douterez, avec raison, de la faisabilité d'une telle entreprise. Les visites régulières dans les marchés aux puces et vide - greniers seront plus efficaces. Mais peut-être d'ingénieurs infor-

maticiens se pencheront-ils sur le problème comme l'a fait mon collègue Méziane Lardjane, professeur de physique et propriétaire de cette machine, collègue que je tiens, ici, à remercier. En effet, pourquoi ne pas reconstituer à l'écran de l'ordinateur le fonctionnement complet d'une telle machine (touches numériques, chariot, écrans « résultats » et « compteurs », touches de décalages du chariot, curseurs pour les positions des virgules...). La seule chose qui manquera et que les élèves apprécient beaucoup, c'est le bruit des rouages et les tours de manivelle !

Le musée des Arts et Métiers



Le musée des arts et métiers a réouvert ses portes depuis mars 2000. Que tous ceux qui ne l'ont jamais visité l'inscrivent au menu de leur prochaine visite culturelle dans la capitale.

Tout d'abord parce que le lieu, la collégiale Saint-Martin-des-Champs fondée au X^{ème} siècle à l'emplacement d'une basilique funéraire mérovingienne devenue par la suite un riche prieuré clunisien, est splendide.

Ensuite, parce que les collections exposées sont un régal pour les yeux : dans la nef de la chapelle, l'avion de Blériot côtoie de vieux carrosses et le pendule de Foucault. L'avion de Clément Ader, quant à lui, impressionne, suspendu dans l'escalier majestueux permettant d'accéder aux étages.

La Pascaline



Les collections du 2^{ème} étage permettent d'admirer toutes sortes de machines à calculer : des bouliers, des bâtons de Neper, la Pascaline inventée par Pascal en 1652, la machine de Bolée et, plus récemment, les ancêtres de nos calculatrices, calculatrices mécaniques et autres Curta.

Musée des arts et métiers
60 rue de Réaumur
75003 Paris

Sur le site du musée, il est possible de télécharger de remarquables fascicules concernant ces outils. A tous ceux qui, à l'école primaire notamment, ont en charge l'enseignement des mesures, une visite guidée permettra d'admirer les objets utilisés après la révolution française, conformes au système métrique désormais en vigueur.