∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ∾ série technologique e3c Corrigé du n° 27 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Compléter la dernière colonne avec la réponse choisie (A, B ou C). Pour chaque question, une seule réponse possible. Chaque réponse correcte rapporte 0,5 point.

1. $-2x+1=0$ ou $1=2x$ et $\frac{1}{2}=x$.
2. $(x-5)(x+3)=$ si $x=5$ ou $x=-3$. $S=$: $[-3\ ;\ 5\}$.
3. $x-1\leqslant 0$ ou $x\leqslant 1$. $S=]-\infty\ ;\ 1]$.
4. $g(x)=x^2-9=0$ d'où $(x+3)(x-3)=0$, d'où deux solutions -3 et 3.
5. ???
6. Pour $x=0$, $\ y=3$. La seule équation possible est $y=-2x^2+x+3$.
7. $f'(x)=3$.
8. $f'(x)=3\times 3x^2-2\times 2x-3=9x^2-4x-3$.
9. On a $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times 50=\frac{1}{2}\times 50=25$ (€).
10. Augmenter de 10 %, c'est multiplier par $1+\frac{10}{100}=1+0,10=1,10$ et diminuer de 10 % c'est multiplier par $1-0,10=0,90$.

    Le nouveau prix est donc multiplié par $1,10\times 0,9=0,99=1-0,01=1-\frac{1}{100}$, ce qui correspond à une baisse de 1 %.

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

1. On a AB + BC + CD = 100 ou $x+\text{BC}+x=100$, d'où $\text{BC}=100-2x$.
2. L'aire de la zone de baignade est donc égale à $\text{AB}\times\text{BC}=x\times(100-2x)=S(x)=100x-2x^2$.
3. On a $S(x)=0$ si $x=0$, il n'y a alors pas de baignade, ou $100-2x=0$ soit $2x=100$ et $x=50$, mais alors BC 0 et l'aire de la zone de baignade est aussi nulle.
4. **a.** La fonction s est dérivable sur l'intervalle $[0;50]$, $S'(x)=100-4x$. Donc :
   - $100-4x>0$ si $100>4x$ ou $25>x$: la dérivée est positive donc S est croissante sut $[0;25]$;
   - $100-4x<0$ si $100<4x$ ou $25<x$: la dérivée est négative donc S est décroissante sut $[25;50]$;
   - $100-4x=0$ si $100=4x$ ou $25=x$: la dérivée est nulle donc S a un maximum pour $x=25$, $S_{\text{max}}=25\times(100-2\times 25)=25\times 50=1250\text{ m}^2$.

   b. On vient de voir que l'aire de baignade a une surface maximale quand elle fait 50 m sur 25 m avec une aire de 1250 m^2.

Exercice 3 **5 points**

1.

	Composants produits par la machine m_1	Composants produits par la machine m_2	TOTAL
Composants défectueux	42	9	51
Composants non défectueux	658	291	949
TOTAL	700	300	1 000

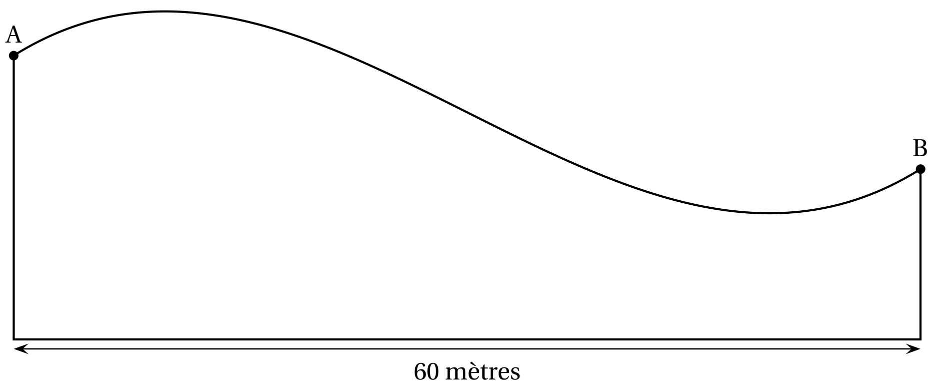
2. $P\left(M_1\right) = \dfrac{700}{1\,000} = 0,7.$

3. $P\left(D \cup M_1\right) = \dfrac{700+9}{1\,000} = \dfrac{709}{1\,000} = 0,709.$

4. On a $P(D) = \dfrac{42+9}{1\,000} = \dfrac{51}{1\,000} + 0,051.$

5. Sur les 51 composants défectueux, il y en a 42 qui viennent de la machine m_1, donc la probabilité est égale à $\dfrac{42}{51} = \dfrac{14}{17} \approx 0,823\,5$ soit 0,824 au millième près.

Exercice 4 **5 points**



$$f(x) = \frac{1}{3\,000}x^3 - 0,03x + 0,5x + 15.$$

1. La fonction polynôme f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc sur $[0\,;\,60]$ et sur cet intervalle :
$f'(x) = 3 \times \dfrac{1}{3\,000}x^2 - 2 \times 0,03x + 0,5 = \dfrac{1}{1\,000}x^2 - 0,06x + 0,5 = 0,001x^2 - 0,06x + 0,5.$

2.

$$f'(x) = 0,001(x-10)(x-50).$$

Développons $0,001(x-10)(x-50) = 0,001\left(x^2 - 50x - 10x + 500\right) = 0,001\left(x^2 - 60x + 500\right) = 0,001x^2 - 0,06x + 0,5 = f'(x)$.

3. La pente en A est égale $f'(0) = 0,5$ et la pente en B est égale à $f'(60) = 0,001 \times 60^2 - 0,06 \times 60 + 0,5 = 3,6 - 3,6 + 0,5 = 0,5$.

Donc les pentes en A et en B sont égales.

4. **a.** L'écriture factorisée de $f'(x)$ trouvée à la question **2.** permet de trouver son signe et donc d'en déduire les variations de f. Voir le tableau à la question suivante.

b.

x	0		10		50		
$x-10$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-50$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x-10)(x-50)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	15	$\nearrow$	$\approx 17,3$	$\searrow$	$\approx 6,7$	$\nearrow$	9

c. Le tableau de variations montre que la différence entre le point le plus haut et le point le plus bas est environ $17,3-6,7=10,6>10$: la contrainte mécanique n'est pas respectée.

[1]

1. Exercice 1 et exercice 4, voir le sujet n$^{\text{o}}$ 19