Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 série technologique e3c Corrigé du n° 30 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

1.

t	$-10\,\%$	$+57\,\%$
CM	0,9	1,57

2. On a successivement $100 \longmapsto 100 \times 1,10 = 110 \longmapsto 110 \times 0,80 = 88$ (€).
3. $f(4) \approx 4$
4. $S =]-1~;~6[\cup]9~;~10[$
5. La fonction est décroissante sur $[-4~;~-2,5]$, sur $[2,5~;~7,5]$ et croissante sur $[-2,5~;~2,5]$ et sur $[7,5~;~10]$.
6. $1,2$ mile est égal à $1,2 \times 1,6 = 1,92$ (km).
7. $E = 1 - \dfrac{1}{4} \times \dfrac{2}{3} = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$.
8. $f(5) = -5^2 - 2 \times 5 + 3 = -25 - 10 + 3 = -32$.
9. On peut utiliser les points A(0 ; 2) et B(2 ; 4).
10. $(2x+1)(5-3x) = 10x - 6x^2 + 5 - 3x = -6x^2 + 7x + 5$.

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

1. À l'instant $t = 0$, la concentration est égale à $N(0) = 3,51$ (soit 35 100 bactéries).
2. Au bout de $t = 3$ (h) elle et de $N(3) = 1,53 \times 3 + 3,51 - 0,9 \times 9 = 4,59 + 3,51 - 8,1 = 0$.
   IL n'y a donc plus de bactéries au bout de 3 heures.
3. On a $-0,9(t-3)(t+1,3) = -0,9\left(t^2 + 1,3t - 3t - 3,9\right) = -0,9\left(t^2 - 1,7t - 3,9\right) = -0,9t^2 + 1,53t + 3,51 = f(t)$.
   On a donc bien l'écriture factorisée de $f(t)$.
4. **a.** La fonction polynôme f est dérivable sur $\mathbb{R}$, donc sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ et sur cet intervalle :
   $f'(t) = -1,8t + 1,53$.
   - $-1,8t + 1,53 > 0$ si $1,53 > 1,8t$ ou $\dfrac{1,53}{1,8} > t$, soit $t < 0,85$: la dérivée est positive, donc la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,0,85]$, de $f(0) = 3,51$ à $f(0,85) = -0,9 \times 0,85^2 + 1,53 \times 0,85 + 3,51 = 4,160\,25 \approx 4,16$;
   - $-1,8t + 1,53 < 0$ si $1,53 < 1,8t$ ou $\dfrac{1,53}{1,8} < t$, soit $t > 0,85$: la dérivée est négative, donc la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0,85\,;\,3]$ de $f(0,85)$ à $f(3) = -0,9 \times 9 + 1,53 \times 3 + 3,51 = 0$.

   b. D'après la question précédente le nombre de bactéries est maximal au bout de $t = 0,85$ (h), soit $0,85 \times 60 = 51,00$ (min) et il y a à ce moment à peu près 41 603 bactéries.

Exercice 3 **5 points**

$$N(t) = -0,25t^3 + 0,75t^2 + 6t + 7,$$

1. La fonction polynôme N est dérivable sur $\mathbb{R}$, donc sur $[0 ; 7]$ et sur cet intervalle :
$N((t) = -0,25 \times 3t^2 + 2 \times 0,75t + 6 = -0,75t^2 + 1,5t + 6$.

2. On admet que pour tout réel t de l'intervalle $[0 ; 7]$: $N'(t) = -0,75(t+2)(t-4)$.

a. On peut écrire $N'(t) = 0,75(t+2)(4-t)$: le signe de $N'(t)$ est celui du produit $(t+2)(4-t0$

x	0		4		7
$t+2$		+		+	
$4-t$		+	0	−	
$(t+2)(4-t)$		+	0	−	

- Sur l'intervalle $[0 ; 4]$, $N(t) > 0$, donc la fonction N est croissante de $N(0) = 7$ à $N(4) = -0,25 \times 4^3 + 0,75 \times 4^2 + 6 \times 4 + 7 = -16 + 12 + 24 + 7 = 27$;
- Sur l'intervalle $[4 ; 7]$, $N(t) > 0$, donc la fonction N est décroissante de $N(4) = 27$ à $N(7) = -0,25 \times 7^3 + 0,75 \times 7^2 + 6 \times 7 + 7 = 0$.

b. La question précédente montre que la concentration maximale de nicotine dans le sang est obtenue au bout de 40 minutes avec une concentration de 27 (ng/mL).

3. a. On trace la droite d'équation $y = 20$ qui coupe la courbe en deux points. La période durant laquelle la concentration de nicotine est supérieure ou égale à 20 ng/mL est $[2 ; 5,6]$ soit entre 20 et 56 minutes environ.

b. La vitesse d'absorption de la nicotine à l'instant $t = 0$ est égale au nombre dérivé $N'(0)$. Avec les points $(0 ; 7)$ et $(3 ; 25)$, on lit donc $N'(0) = \dfrac{25-7}{3-0} = \dfrac{18}{3} = 6$.

Exercice 4 **5 points**

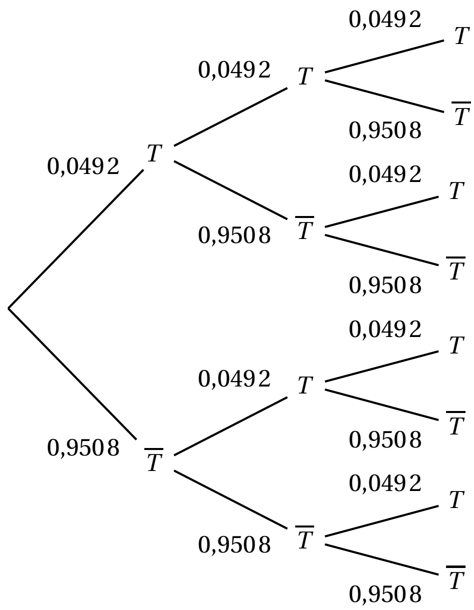
	Personne atteinte de la maladie	Personne non atteinte de la maladie	Total
Personne ayant un test positif	99	147	246
Personne ayant un test négatif	1	4 753	4 754
Total	100	4 900	5 000

1. 99 personnes sont atteintes par la maladie et ont un test positif, soit une probabilité de $P(M \cap T) = \dfrac{99}{5000} = \dfrac{198}{10000} = 0,0198$.

2. $P_M(T) = \dfrac{P(M \cap T)}{P(M)} = \dfrac{0,0198}{\frac{100}{5000}} = 0,0198 \times \dfrac{5000}{100} = 0,0198 \times 50 = 0,99$. (ou simplement sur 100 malades 99 sont positifs.)

3. Il faut trouver $P_{\overline{M}}\left(\overline{T}\right) = \dfrac{P\left(\overline{M} \cap \overline{T}\right)}{P\left(\overline{M}\right)} = \dfrac{\frac{4753}{5000}}{\frac{4900}{5000}} = \dfrac{4753}{4900} = 0,97$.

4. a. Arbre pondéré :



b.

Les valeurs de la liste p sont les probabilités qu'il y ait sur les 3 personnes testées, 0, 1, 2 ou 3 personnes positives au test.

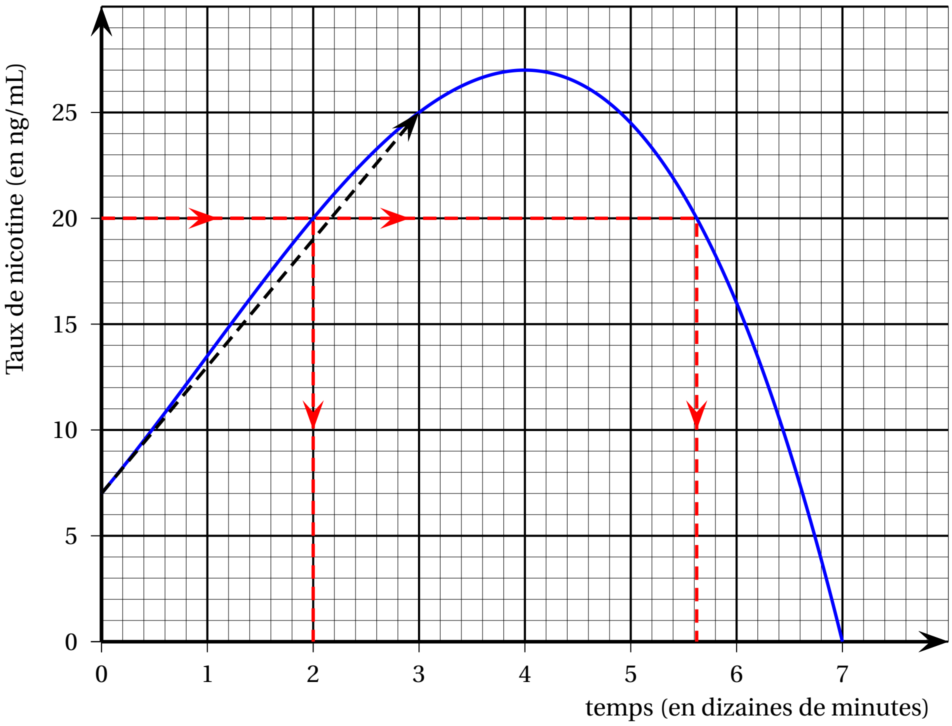
Le calcul de e est donc celui de l'espérance mathématique de la variable mathématique X :

$E(X) = 0 \times 0,8595428245119999 + 1 \times 0,133433446464 + 2 \times 0,006904633536+$

$3 \times 0,000119095488 = 0,1476$.

Sur 3 personnes 0,15 environ sera positive ou encore sur 300 personnes testées, 15 seront positives.

Annexe


Taux de nicotine (en ng/mL)
0
5
10
15
20
25
0
1
2
3
4
5
6
7
temps (en dizaines de minutes)