Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2
série technologique e3c n° 44 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

1. $3x^2(x-5) = 3x^3 - 15x^2$.
2. $4x^2 - 1 = (2x+1)(2x-1)$.
3. $0,203 = 2,03 \times 10^{-1}$.
4. $1\,500$ cm^3 = 1,5 dm^3 = 1,5 l.
5. On a $f(6) = \dfrac{6^2}{2} - 3 \times 6 + 1 = 18 - 18 + 1 = 1$: c'est vrai.
6. $f(6) = -2$.
7. On a $f(-1) = f(1) = 4$: 4 a deux antécédents.
8. $f(x) \geqslant -1$ sur l'intervalle $[-6~;~5]$.
9. f est décroissante sur $[-6~;~-3]$, sur $[-1~;~1]$ et sur $[3~;6]$. f est croissante ailleurs.
10. On peut utiliser les points A(0 ; 1,5) et B(5 ; 2,5).

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

On constate que de plus en plus d'éléphants mâles naissent sans défense. Actuellement, 4 % des éléphants sont porteurs du gène de l'absence de défenses.
Pour un groupe de 10 éléphants choisis au hasard, le nombre d'éléphants porteurs du gène de l'absence de défenses est une variable aléatoire notée X.

1. X peut prendre toutes les valeurs entières de 0 à 10.
2. **a.** On lit $p(X = 0) = 0,028\,247\,52$.
   b. On lit $p(X \leqslant 5) \approx 0,952\,651\,01$: il y a 95 % de chances d'avoir au plus 5 éléphants sur 10 porteurs du gène.
   c. On a $p(X > 5) = p(X \leqslant 10) - p(X \leqslant 5) = 1 - 0,952\,651\,01 = 0,047\,349$
   d. La probabilité est égale à $1 - p(X \leqslant 2) = 1 - 0,382\,782\,79 = 0,617\,217$.

Exercice 3 **5 points**

Une entreprise produit et vend des pièces pour l'industrie automobile.
Sa capacité de production journalière ne peut excéder 800 pièces.
On note x le nombre de dizaines de pièces produites et vendues par jour.
Le coût de fabrication journalier en euros de x dizaines de pièces est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0~;80]$ par :

$$C(x) = 2x^2 - 60x + 600.$$

1. $C(1) = 2 \times 1^2 - 60 \times 1 + 600 = 542$.
   10 pièces ont un coût de fabrication de 542 €.
2. Pour 20 pièces vendues la recette est de $20 \times 7 = 140$ €.
3. On admet que le résultat journalier $R(x)$ réalisé par l'entreprise pour x dizaines de pièces produites et vendues est donné par l'expression :

$$R(x) = -2x^2 + 130x - 600.$$

   a. Sachant que 5 et 60 sont solutions de l'équation $R(x) = 0$, déterminer les nombres a, b et c tels que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,80]$.

$$R(x) = a(x - b)(x - c).$$

   On a $R(x) = a\left(x^2 - cx - bx + bc\right) = a\left[x^2 - x(b + c) + bc\right] =$
   $ax^2 - ax(b + c) + abc$.
   Par identification avec l'écriture donnée de $R(x)$, on a tout de suite $a = -2$, puis avec
   $R(x) = -2(x - b)(x - c)$ on trouve $b = 5$ et $c = 60$, donc
   $R(x) = -2(x - 5)(x - 60)$.
   On sait que ce trinôme est négatif (signe de $a = -2$), sauf sur l'intervalle $[5\,;\,60]$ où il est positif.

   b. Dresser le tableau de signes de la fonction R sur l'intervalle $[0\,;\,80]$.
   Donc $R(x) \geqslant 0$ sur $[5\,;\,60]$.

   c. En déduire le nombre de pièces que doit produire l'entreprise pour réaliser des bénéfices (c'est-à-dire pour que le résultat $R(x)$ soit positif).
   Pour avoir un résultat supérieur ou égal à zéro il faut donc produire entre 5 et 60 pièces.

Exercice 4 **5 points**

Lors d'un vol en montgolfière d'une durée de 30 minutes, l'altitude de la nacelle, exprimée en mètre, est modélisée par la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,30]$ par :

$$f(x) = 0,1x(x - 30)^2.$$

où x désigne la durée de vol, exprimée en minute.

1. On a $f(10) = 0,1 \times 10(10 - 30)^2 = 1 \times (-20)^2 = 400$.
   Au bout de 10 minutes la montgolfière a une altitude de 400 m.
2. On a $(x - 30)^2 = x^2 + 30^2 - 2 \times 30 \times x = x^2 - 60x + 900$, puis :
   $f(x) = 0,1x\left(x^2 - 60x + 900\right) = 0,1x^3 - 6x^2 + 90x$.
3. La fonction polynôme f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :
   $f'(x) = 3 \times 0,1x^2 - 2 \times 6x + 90 = 0,3x^2 - 12x + 90$.
   D'autre part :
   $0,3(x-10)(x-30) = 0,3\left(x^2 - 30x - 10x + 300\right) = 0,3\left(x^2 - 40x + 300\right) = 0,3x^2 - 12x + 90 = f'(x)$.
4. Le trinôme $f'(x)$ est du signe de $a = 0,3$ donc positif sauf entre ses racines 10 et 30 où il est négatif.
   La fonction f est donc croissante sur $[0\,;\,10]$ de $f(0) = 0$ à $f(10) = 400$, puis décroissante sur $[10\,;\,30]$ de 400 à $f(30) = 0,1 \times 30 \times (30 - 30)^2 = 0$.
5. La question précédente montre que $f(10) = 400$ est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,30]$: l'altitude 400 ne sera jamais dépassée.