Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 série technologique e3c Corrigé du n° 61 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes 5 points **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

1. $\frac{1}{7}-\frac{2}{3}=\frac{1\times3}{7\times3}-\frac{2\times7}{3\times7}=\frac{3-14}{21}=-\frac{11}{21}$.
2. Baisser de 20 % c'est multiplier par $1-\frac{20}{100}=1-0,20=0,8$.
   Le nouveau prix est donc $25\times0,8=20$ (€).
3. $5^6\times\left(4^3\right)^2=5^6\times4^6=(5\times4)^6=20^6$.
4. $101\times99\approx100\times100=10000$.
5. $32x^2-1=48$ ou $3x^2=49$ ou $x^2\frac{49}{3}$.
   On a donc $S=\left\{-\sqrt{\frac{49}{3}}\ ;\ \sqrt{\frac{49}{3}}\right\}$.
6. $-2x+1\leqslant3$ donne $1-3\leqslant2x$ ou $-2\leqslant2x$, puis $-1\leqslant x$. $S=[-1\ ;\ +\infty[$.
7. $9x^2-30x+25=(3x-5)^2$.
8.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$-x+1$		+	0	−		−	
$-2x+4$		+		+	0	−	
$(-x+1)(-2x+4)$		+	0	−	0	+	

9. $f(x)\geqslant0$ si $x\in[-2\ ;\ 1]$.
10. Le coefficient directeur en utilisant les deux points de la droite de coordonnées $(2\ ;\ -2)$ et $(0\ ;\ -1)$ est égal à $\frac{-2-(-1)}{2-0}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$ et l'ordonnée à l'origine est égale à -1.
    L'équation réduite est donc : $y=-\frac{1}{2}x-1$.

PARTIE 2

Calculatrice autorisée selon la réglementation en vigueur
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

EXERCICE 2 **5 points**

Depuis l'an 2000, l'Union Européenne cherche à diminuer les émissions de polluants (hydrocarbures et oxydes d'azote) sur les moteurs diesel des véhicules roulants. En 2015, la norme tolérée était fixée à 130 milligrammes par kilomètre en conduite normalisée. L'objectif de l'Union Européenne est d'atteindre une émission de polluants inférieure à 60 milligramme par kilomètre.
La norme est réactualisée chaque année à la baisse et depuis 2015, sa baisse est de 5,1 % par an.

1. **a.** On a $130\times\left(1-\frac{5,1}{100}\right)=130\times0,949=123,37$ soit 123 à l'unité près.

   b. Un véhicule émettait 120 milligrammes par kilomètre en 2017. Indiquer, en justifiant, s'il respectait ou non la norme tolérée cette année-là.
   En 2017 la norme était à $123,37\times0,949\approx117,078<120$: le véhicule ne respectait pas la norme tolérée cette année-là
2. Dans le cadre d'une recherche, Louise veut déterminer à partir de quelle année l'Union Européenne atteindra son objectif. Louise a amorcé l'algorithme ci-dessous programmé sous Python :

```
n=0\\
p=130\\

\while ... ...\\
    n=n+1\\
    p= 0,949*p\\
print{...)\\
```

a. Expliquer l'instruction « $p = 0,949 * p$ ».

Baisser le 5,1 % c'est multiplier par $1 - \dfrac{5,1}{100} = \dfrac{94,9}{100} = 0,949$.

b. Deux lignes de l'algorithme comportent des cases vides. Recopier ces lignes et les compléter afin de permettre à Louise de déterminer l'année recherchée.

while p < = 60 et à la fin print n.

3. Grâce à son algorithme, Louise a conclu qu'à partir de 2030 l'objectif de l'Union Européenne serait atteint.

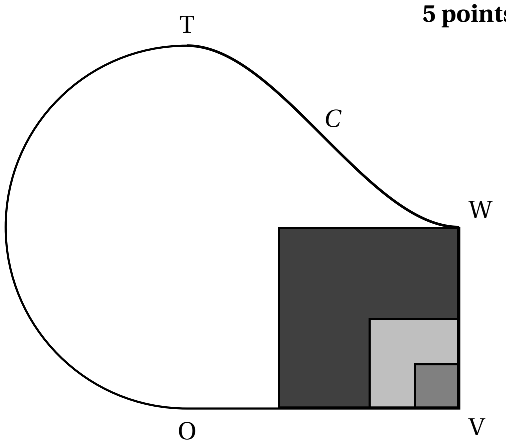
Vérifier à l'aide d'un calcul qu'elle a raison.

Au bout de 14 ans la norme sera à : $130 \times 0,949^{14} \approx 62,47 > 60$

Au bout de 15 ans la norme sera à : $130 \times 0,949^{15} \approx 59,28 < 60$. Louise a raison.

EXERCICE 3 **5 points**

Un architecte a conçu un bassin aquatique comportant trois marches.
Le contour du bassin, représenté ci-contre dans une « vue du dessus », est constitué d'un demi-cercle de diamètre [TO], de deux segments [OV] et [VW] et d'une courbe C, reliant T à W.
Les parties grisées figurent l'emplacement des trois marches.



La situation est représentée en annexe dans le repère orthonormal (O, I, J), dans lequel :

- V, W et T sont les points de coordonnées respectives (6 ; 0), (6 ; 4) et (0 ; 8)
- C est la courbe représentative de la fonction f définie sur [0 ; 6] par

$$f(x) = \frac{1}{27}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 8.$$

1. On note f' la dérivée de f. Montrer que pour tout réel x de $[0; 6]$, $f'(x) = -\dfrac{1}{9}x(x-6)$.

La fonction polynôme f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et en particulier sur $[0; 6]$:

$f'(x) = 3 \times \dfrac{1}{27}x^2 - 2 \times \dfrac{1}{3}x = \dfrac{1}{9}x^2 - \times \dfrac{2}{3}x = \dfrac{1}{9}x^2 - \times \dfrac{6}{9}x = \dfrac{1}{9}x(x-6)$.

2. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 6]$. Le signe de $f'(x)$ est celui du trinôme $x(x-6)$ qui est positif sauf sur l'intervalle $[0; 6]$.

Donc la fonction est décroissante sur l'intervalle $[0; 6]$. (ce qui correspond à la figure).

3. Déterminer les coefficients directeurs des tangentes à la courbe C aux points d'abscisse 0 et 6.

- Équation de la tangente T_0 à la courbe C en $x = 0$:

$M(x\,;\,y) \in T_0$ si $y - f(0) = f'(0)(x-0)$.

Avec $f(0) = 8$ et $f'(0) = 0$, on obtient :

$M(x\,;\,y) \in T_0$ si $y - 8 = 0(x-0)$ soit $y = 8$.

- Équation de la tangente T_6 à la courbe C en $x = 6$:

$M(x\,;\,y) \in T_6$ si $y - f(6) = f'(6)(x-6)$.

Avec $f(6) = \dfrac{216}{27} - \dfrac{36}{3} + 8 = 8 - 12 + 8 = 4$ et $f'(6) = \dfrac{6}{9} \times 0 = 0$, on obtient :
$M(x\ ;\ y) \in T_8$ si $y - 4 = 0(x - 8)$ soit $y = 4$.
Que pouvez-vous en déduire graphiquement ?
Ces deux tangentes sont horizontales.

4. Déterminer l'équation réduite de la tangente D à la courbe C au point d'abscisse 3.
Équation de la tangente T_3 à la courbe C en $x = 3$:
$M(x\ ;\ y) \in T_3$ si $y - f(3) = f'(3)(x - 3)$.
Avec $f(3) = \dfrac{27}{27} - \dfrac{9}{3} + 8 = 1 - 3 + 8 = 6$ et $f'(3) = \dfrac{3}{9} \times (-3) = -1$ on obtient :
$M(x\ ;\ y) \in T_3$ si $y - 6 = -(x - 3)$ou y = - x + 9.

5. Tracer dans le repère orthonormal (O, I ,J), fourni en annexe (à remettre avec la copie) les tangentes à la courbe C respectivement au point T, au point W et au point d'abscisse 3 puis tracer l'allure de la courbe C.

EXERCICE 4 **5 points**

Antoine désire partir en vacances et consulte le catalogue d'une agence de voyage.

- Le catalogue comprend 400 références différentes.
- 60 % comprennent un forfait « voyage + séjour », les autres ne comprenant que le séjour sur place.
- 45 % des références proposant le forfait « voyage + séjour » sont à destination d'un pays d'Amérique du Sud.
- Parmi les références incluant uniquement le séjour, 55 sont à destination d'un pays d'Amérique du Sud, 85 sont à destination d'un pays d'Asie.
- Aucune référence correspondant à une destination en Asie ne propose le forfait « voyage + séjour ».

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs donné en **annexe** à remettre avec la copie.
Voir l'annexe.

Dans la suite de l'exercice, on choisit une référence au hasard et on admet que la répartition du tableau est conservée. Si A est un évènement, on notera $p(A)$ la probabilité de l'évènement A. Les résultats seront arrondis au dix millième.

2. Soit V l'évènement « la référence comprend un forfait « voyage + séjour » et A l'évènement « la référence correspond à un pays d'Amérique du Sud ».
Calculer $P(A)$ et $P(V)$.
Il y a 163 clients ayant choisi un voyage en Amérique du Sud, donc $P(A) = \dfrac{163}{400} = 0{,}4075$.
Il y a 240 clients ayant choisi la formule « voyage + séjour », donc $P(V) = \dfrac{240}{400} = 0,6$.

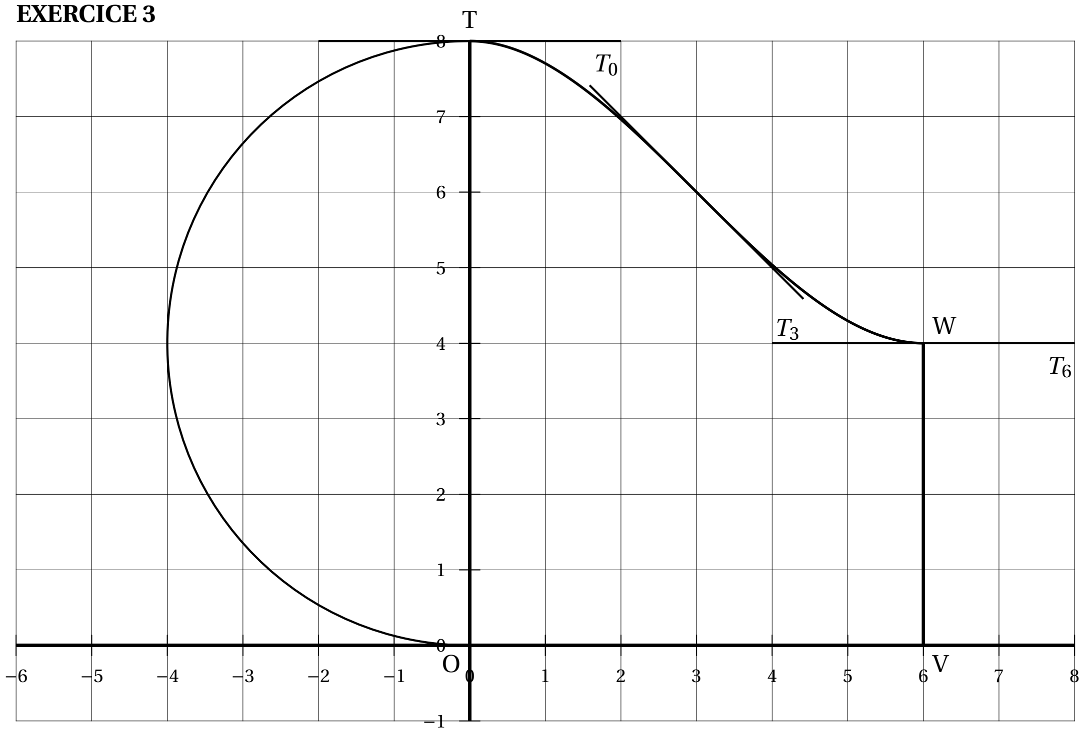
3. Décrire à l'aide d'une phrase l'événement $V \cap A$ puis déterminer sa probabilité.
$V \cap A$ est l'évènement « le client va en Amérique du Sud avec la formule voyage + séjour ».
On a $P(V \cap A) = \dfrac{108}{400} = \dfrac{27}{100} = 0,27$.

4. Calculer $P_A(V)$ et interpréter le résultat avec une phrase.
On a $P_A(V) = \dfrac{P(A \cap V)}{P(A)} = \dfrac{0,27}{0{,}4075} \approx 0{,}6626$.
Sur les clients allant en Amérique du Sud près de 2 sur 3 ont pris la formule « voyage + séjour ».

5. Traduire à l'aide d'une probabilité la phrase : « 45 % des références comprenant un forfait « voyage + séjour » correspondent à un pays d'Amérique du Sud ».
Ceci signifie que $P_V(A) = 0,45$.
Remarque : $P_V(A) = \dfrac{V \cap A)}{P(V)} = \dfrac{A \cap V)}{P(V)} = \dfrac{0,27}{0,6} = 0,45$. L'affirmation est donc exacte.

Annexe à remettre avec la copie

EXERCICE 3



EXERCICE 4

	Voyage + séjour	Séjour uniquement	Total
Amérique du Sud	108	55	163
Asie	0	85	85
Autres destinations	132	20	152
Total	240	160	400