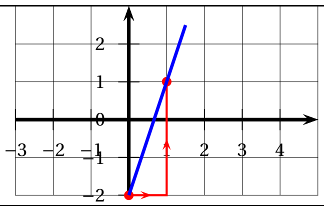
Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2
série technologique e3c Corrigé du n° 6 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

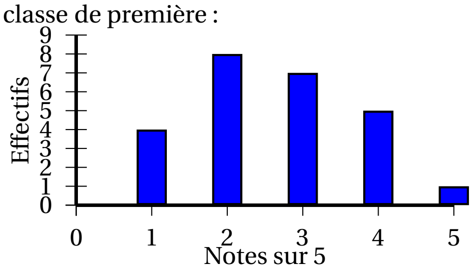
PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

	Énoncé	**Réponse**
1.	Soit $B = \frac{5}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{4}{5}$. Donner la valeur de B sous la forme d'une fraction irréductible.	$B = \frac{5}{3} - \frac{28}{15} = \frac{25}{15} - \frac{28}{15} = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5}$.
2.	Un prix est multiplié par 0,84. Quel est le taux d'évolution de ce prix ?	$0,84 = 1 - 0,14 = 1 - \frac{14}{100}$: le taux est une baisse de 14 %.
3.	Un prix augmente de 20 % puis baisse de 30 %. Quelle est l'évolution globale de ce prix ?	Le nouveau prix est égal à l'ancien multiplié par $1,20 \times 0,70 = 0,84$: donc une baisse de 16 %.
4.	Dans le repère ci-contre, tracer la droite d'équation $y = 3x - 2$.	
5.	Résoudre l'équation $5x + 1 = 4$.	On a $5x = 3$, d'où $x = \frac{3}{5}$. $S = \left\{\frac{3}{5}\right\}$.
6.	Résoudre l'équation $3x^2 = 12$.	On a $x^2 = 4$, donc $S = \{-2\ ;\ 2\}$.
7.	Développer l'expression : $A = (2x-1)^2 - x^2$	$A = 4x^2 - 4x + 1 - x^2 = 3x^2 - 4x + 1$.

Voici la répartition des notes sur 5 d'une classe de première :



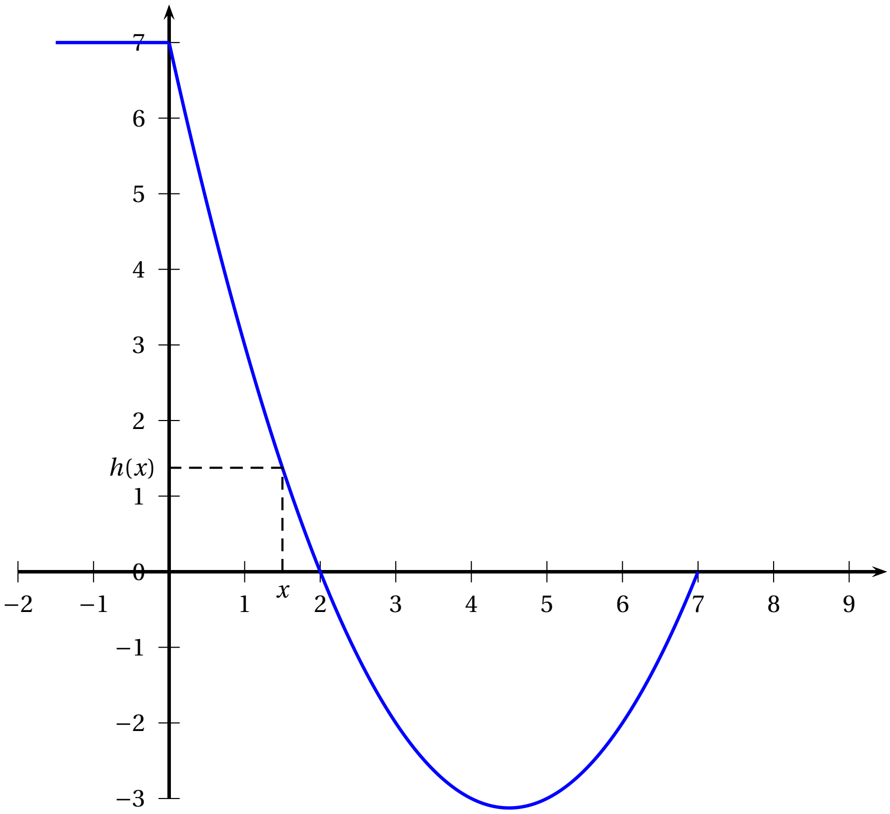
8.	L'effectif total de la classe est :	On a $4 + 8 + 7 + 5 + 1 = 25$. Il y a 25 élèves.
9.	Quel est le pourcentage de la classe qui a eu 4 sur 5 ?	$\frac{5}{25} = \frac{20}{100} = 20\,\%$ des élèves ont eu 3 sur 5.
10.	Quel est le pourcentage d'élèves de la classe qui ont eu la moyenne ?	$7 + 5 + 1 = 13$ élèves ont eu la moyenne soit $\frac{13}{25} = \frac{56}{100} = 56\,\%$

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

Un skateur se lance sur une rampe d'un skate park. On assimile le skateur à un point et on note $(x\ ;\ h(x))$ les coordonnées du skateur sur la rampe dans le repère ci-dessous :



La fonction h est définie sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ par

$$h(x) = 0,5x^2 - 4,5x + 7,$$

où x et $h(x)$ sont exprimés en mètres.

1. À quelle hauteur le skateur se lance-t-il sur la rampe ?
Il se lance d'une hauteur de 7 m.

2. **a.** Sans justification, donner la valeur de $h(2)$.
On lit $h(2) = 0$.
(On a aussi $h(2) = 0,5 \times 2^2 - 4,5 \times 2 + 7 = 2 - 9 + 7 = 0$.)

b. Calculer $h(7)$. En déduire la forme factorisée de $h(x)$.
$h(7) = 0,5 \times 7^2 - 4,5 \times 7 + 7 = 7 \times (3,5 - 4,5 + 1) = 7 \times 0 = 0$.
2 et 7 sont les deux racines du trinôme $h(x)$, donc
$h(x) = a(x-2)(x-7) = a\left(x^2 - 7x - 2x + 14\right) = ax^2 - 9ax + 14a$: on en déduit que $a = 0,5$ et que $h(x) = 0,5(x-2)(x-7)$.

3. Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le skateur est en dessous de son point d'arrivée. On voit que $h(x) < 0$ si $2 < x < 7$.

4. Déterminer le minimum de h.
Le minimum de h est obtenu par la demi-somme des racines de $h(x)$ soit : $\dfrac{2+7}{2} = 4,5$
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
Le skateur est au point le plus bas de sa trajectoire pour $x = 4,5$ m.

Exercice 3 **5 points**

Une entreprise produit et vend des courgettes. Elle a la capacité de produire entre 0 et 16 tonnes.
On note $C(x)$ le coût de production, exprimé en euros, de x tonnes de courgettes.
La fonction C est donc définie sur $[0\,;\,16]$ et elle est donnée par :

$$C(x) = x^3 - 15x^2 + 78x - 650.$$

Chaque tonne de courgettes est vendue 150 euros.
On rappelle que le bénéfice correspond à la différence entre la recette et le coût de production.

1. Vérifier que le bénéfice $B(x)$ s'exprime par :

$$B(x) = -x^3 + 15x^2 + 72x + 650.$$

La recette $R(x)$ pour x tonnes de courgettes vendues est $R(x) = 150x$.
On a donc $B(x) = R(x) - C(x) = 150x - \left(x^3 - 15x^2 + 78x - 650\right) = 150x - x^3 + 15x^2 - 78x + 650 = -x^3 + 15x^2 + 72x + 650$.

2. On admet que la fonction B est dérivable sur $[0\,;\,16]$ et on note B' sa dérivée. Déterminer $B'(x)$.
On a $B'(x) = -3x^2 + 30x + 72 = 3\left(-x^2 + 10x + 24\right)$.

3. Montrer que $B'(x) = -3(x+2)(x-12)$ pour x appartenant à $[0\,;\,16]$.
Comme $(x+2)(x-12) = x^2 - 12x + 2x - 24 = x^2 - 10x - 24$ et que $-3\left(x^2 - 10x - 24\right) = -3x^2 + 30x + 72 = B'(x)$.

4. À l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,16]$ et en déduire le tableau de variation de la fonction B sur $[0\,;\,16]$.

x	0		12		16
$x+2$		$+$		$+$	
$x-12$		$-$	0	$+$	
$(x+2)(x-12)$		$-$	0	$+$	
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
B	650	$\nearrow$	1 946	$\searrow$	1 546

5. Quelle quantité de courgettes l'entreprise doit-elle produire et vendre pour avoir un bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?
D'après le tableau de variations précédent le bénéfice maximal 1 946 € est obtenu lorsque l'entreprise vend 12 tonnes de courgettes.

Exercice 4 **5 points**

Une enquête est effectuée dans un établissement de 1 550 élèves afin de connaitre leur groupe sanguin ; les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

	A	**B**	**O**
Garçons	217	47	536
Filles	295	21	434

1. On choisit au hasard un des élèves parmi les 1 550 élèves de l'établissement. On considère :

- L'évènement F : « l'élève choisi est une fille ».
- L'évènement M : « L'élève choisi est du groupe B ».

On note $\overline{F}$ l'évènement contraire de l'évènement F.

a. Montrer que $P(F) = \dfrac{15}{31}$.
Il y a $295 + 21 + 434 = 750$ filles sur les 1 550 élèves. on a donc :
$P(F) = \dfrac{750}{1\,550} = \dfrac{75}{155} = \dfrac{5 \times 15}{5 \times 31} = \dfrac{15}{31}$.

b. Calculer la probabilité de l'évènement M. Le résultat sera arrondi à 10^{-1}.
Il y a $47 + 21 = 68$ élèves du groupe B, donc :
$P(B) = \dfrac{68}{1\,550} = \dfrac{2 \times 34}{2 \times 775} = \dfrac{34}{775} \approx 0{,}043\,8$ soit environ 0,044 au millième près.

c. Définir par une phrase les évènements $\overline{F} \cap M$ et $F \cup M$.
$\overline{F} \cap M$: « ne pas être une fille et être du groupe B » ;
$F \cup M$: « être une fille ou être du groupe B ».

d. Calculer la probabilité de l'évènement $F \cup M$.
Il y a 295 filles et 47 garçons du groupe B, donc :
$P(F \cup M) = \dfrac{295+47}{1\,500} = \dfrac{342}{1\,500} = \dfrac{57}{250} = \dfrac{228}{1\,000} = 0,228$.

2. On choisit au hasard un élève du groupe B. Calculer alors la probabilité que l'élève choisi soit un garçon. Le résultat sera arrondi à 10^{-1}.
Sur les 68 élèves du groupe B, il y a 47 garçons, donc :
$P_B\left(\overline{F}\right) = \dfrac{47}{68} \approx 0,69$, soit 0,7 à 0,1 près.