∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Corrigé du sujet 16 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **(5 points)**

Question 1

EFG est un triangle tel que EF = 8, FG = 5 et $\widehat{\text{EFG}} = \dfrac{3\pi}{4}$.

$\overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{FG} = \text{FE} \times \text{FG} \times \cos \widehat{\text{EFG}} = 8 \times 5 \times \left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = -20\sqrt{2}$.

Question 2

Le nombre dérivé $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0 soit -1.

Question 3

On se place dans un repère orthonormé. Une équation du cercle de centre B(2 ; 3) et de rayon 4 est :
Si $(\mathcal{C})$ est le centre, alors :
$M(x\,;\,y) \in (\mathcal{C}) \iff \text{B}M^2 = 4^2 \iff (x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$.

Question 4

Il y a deux points d'ordonnée -3, l'un d'abscisse 0, l'autre d'abscisse 1.

Question 5

Un vecteur directeur de la droite est $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ il est orthogonal au vecteur Un vecteur directeur de la droite est $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ car $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 6 - 6 = 0$.

EXERCICE 2 **(5 points)**

Partie A

On considère la fonction polynôme du second degré P définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = x^2 - 7x + 6$$

1. • La somme des racines est égale à 7 et leur produit à 6 : il est est à peu près évident que ces racines sont 1 et 6.
   • Sinon on peut calculer $\Delta = 7^2 - 4 \times 6 = 49 - 24 = 25 = 5^2 > 0$
   Les racines sont donc :
   $$x_1 = \frac{7+5}{2} = 6 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{7-5}{2} = 1.$$
2. On sait que le trinôme est positif (signe du coefficient 2) sauf entre les racines 1 et 6.

Partie B

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x$$

1. La fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet ensemble :
   $f'(x) = 3 \times 2x^2 - 2 \times 21x + 36 = 6x^2 - 42x + 36 = 6\left(x^2 - 7x + 6\right) = 6P(x)$.
2. Comme 6 est positif, le signe de $f'(x)$ est celui de $P(x)$ et on a vu que ce polynôme est positif sauf sur l'intervalle $]1\,;\,6[$.
   Conclusion : la fonction est croissante sauf sur $]1\,;\,6[$ où elle décroit de $f(1) = 2 - 21 + 36 = 17$ à $f(6) = 2 \times 216 - 21 \times 36 + 36 \times 6 = 432 - 756 + 216 = 648 - 756 = -308$.

3. On sait qu'une équation de T est : $y - f(3) = f'(3)(x-3)$.
Avec $f(3) = 2\times 3^3 - 21\times 3^2 + 36\times 3 = 54 - 189 + 108 = -27$ et
$f'(3) = 6\times 3^2 - 42\times 3 + 36 = 54 - 126 + 36 = -36$, l'équation devient :
$y - (-27) = -36(x-3)$ ou $y = -36x + 108 - 27$ et finalement $y = -36x + 81$.

EXERCICE 3 **5 points**

1.

	C	$\overline{C}$	Total
E	650	900	1 550
$\overline{E}$	1 350	2 100	3 450
Total	2 000	3 000	5 000

2. **a.** On a $P(E\cap C) = \dfrac{650}{5000} = \dfrac{1300}{10000} = 0,13$.

b. On a $P_E\left(\overline{C}\right) = \dfrac{P\left(E\cap\overline{C}\right)}{P(E)} = \dfrac{900}{1550} = \dfrac{90}{155} = \dfrac{18}{31} \approx 0,258$.

3. On a $P\left(\overline{E}\cap\overline{C}\right) = \dfrac{2100}{5000} = \dfrac{4200}{10000} = 0,42$.
$P(C) = \dfrac{1350}{5000} = \dfrac{2700}{10000} = 0,27$.

	Coupe seule	Coupe avec « couleur soin »	Coupe avec« effet coup de soleil »	Coupe avec« couleur soin » et « effet coup de soleil »
Valeurs de k en €	20	50	65	80
$P(X=k)$	0,42	0,0,27	0,18	0,13

On a $E(X) = 20\times 0,42 + 50\times 0,27 + 65\times 0,18 + 80\times 0,3 = 8,4 + 13,5 + 11,7 + 24 = 57,6$.
Sur un grand nombre de clients, chacun d'eux paye en moyenne 57,60 €.

EXERCICE 4 **5 points**

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région.
Au printemps 2019, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région.
Il consulte les services spécialisés de la région et s'attend à perdre 8 % des colonies chaque hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il prévoit d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps, à partir de l'année suivante.

1. **a.** Recopier et compléter en ajoutant des colonnes, le tableau ci-dessous qui reproduit l'avancement du programme pas à pas :
Les valeurs seront arrondies à l'entier le plus proche.

C	300	326	350	372	392
« C < 400 »?	oui	oui	oui	oui	oui

b. Le programme s'arrête avec $N = 5$. Ceci signifie que le nombre de colonies dépassera 400 au cours de la 5e année.

$$C_{n+1} = 0,92C_n + 50$$

2. • On a $C_0 = 300$, $C_1 = 326$, $C_2 349,92$.
Donc $C_1 - C_0 = 26$ et $C_2 - C_1 = 23,92$: la différence entre deux termes consécutifs de la suite n'est pas constante : la suite n'est pas arithmétique.
• $\dfrac{C_1}{C_0} \approx 1,087$ et $\dfrac{C_2}{C_1} \approx 1,073$: le quotient de termes consécutifs de la suite n'est pas constant : la suite n'est pas géométrique.

3. On admet que $C_n = 625 - 325 \times 0,92^n$ pour tout entier naturel n.

On sait que, comme $0 < 0,92 < 1$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,92^n = 0$ et on a aussi $\lim\limits_{n \to +\infty} 325 \times 0,92^n = 0$ et par conséquent $\lim\limits_{n \to +\infty} C_n = 625$.

On part de 300 et on peut augmenter jusqu'à 625 colonies : on ne peut donc atteindre, si cette modélisation est correcte, 700 colonies.