ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n^{o} 2
Corrigé du sujet 22 –mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 points**

Question 1

Avec les points B(2; 3) et A(4; - 1) on trouve que le coefficient directeur de la droite $\mathcal{D}$, égal au nombre dérivé $f'(4) = \dfrac{-1-3}{4-2} = \dfrac{-4}{2} = -2$.

Question 2

On sait qu'une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1 est :
$y - f(1) = f'(1)(x-1)$.
Avec $f(1) = 1-2+1 = 0$ et $f'(x) = 3x^2 - 4x$, d'où $f'(1) = 3-4 = -1$, l'équation devient :

$y - 0 = 3(x-1)$, d'où $y = 3x - 3$.

Question 3

Pour tout réel x, $\dfrac{\mathrm{e}^{x} \times \mathrm{e}^{-3x}}{\mathrm{e}^{-x}}$ est égal à :
$\dfrac{\mathrm{e}^{x} \times \mathrm{e}^{-3x}}{\mathrm{e}^{-x}} = \mathrm{e}^{x} \times \mathrm{e}^{-3x} \times \mathrm{e}^{x} = \mathrm{e}^{x-3x+x} = \mathrm{e}^{-x}$.

Question 4

La fonction est décroissante puis croissante : le coefficient $a > 0$ et la courbe coupe l'axe des abscisses ax points d'abscisses -2 et 1 : donc réponse **a.**

Question 5

Pour l'équation dans $\mathbb{R}$, $-x^2 - 2x + 8 = 0$, $\Delta = 4 + 4 \times 8 = 4 \times (1+8) = 4 \times 9 = 2^2 \times 3^2 = (2 \times 3)^2 = 6^2 > 0$; l'équation a donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{2+6}{-2} = -4 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{2-6}{-2} = 2.$$

On sait que le signe du trinôme est celui de $a = -1 < 0$, donc négatif sauf sur l'intervalle $]-3\,;\,1[$ ou lez trinôme est positif. Réponse **b.**

EXERCICE 2 **5 points**

1. Retrancher 15 %, c'est multiplier par $1 - \dfrac{1,5}{100} = 1 - 0,015 = 0,985$.
   On a donc pour tout naturel n, $d_{n+1} = 0,985 d_n$; en particulier $d_1 = 0,985 \times 537 = 528,945 \approx 529$.
2. Pour tout naturel n, $d_{n+1} = 0,985 d_n$.
3. La question précédente montre que la suite (d_n) est une suite géométrique de premier terme $d_0 = 537$ et de raison $q = 0,958$.
4.
```
def année() :
    n = 0
    d = 537
    While d > 513 :
        n = n + 1
        d = 0,985*d
    return (n)
```

   a. Voir ci-dessus.

   b. On trouve au bout de 4 ans soit en 2023 une quantité approximative de 505 kg de déchets pour la première fois inférieure à la moyenne nationale de 513 kg.

EXERCICE 3 **5 points**

Dans un repère orthonormé on considère le point $A(-3~;~5)$ et la droite (d) dont une équation cartésienne est $-x+3y+2=0$.

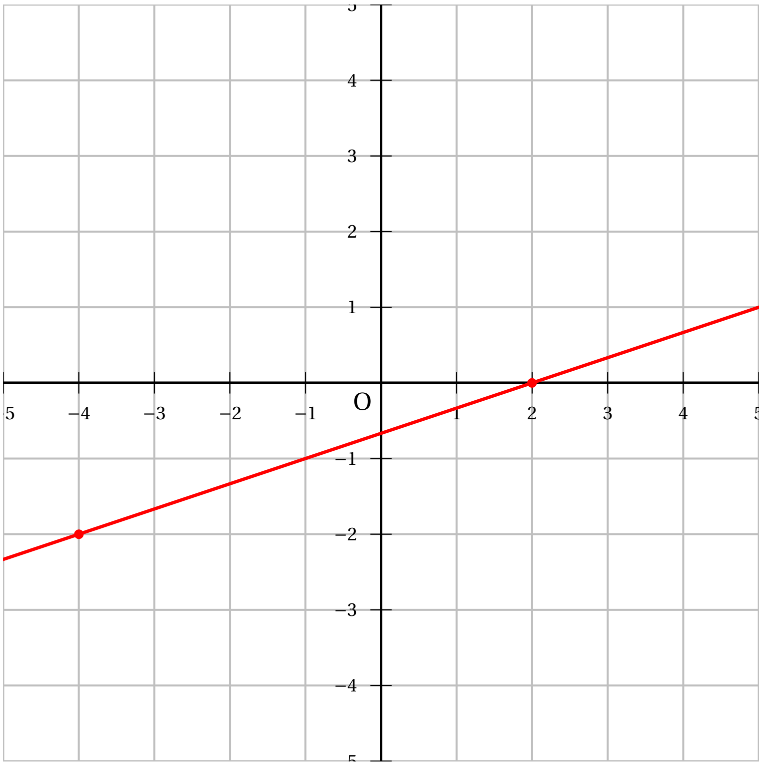
1. Avec comme équation $x=3y+2$, on trouve aisément le point B$(2\,;\,0)$ et le point C$(-4~;~-2)$ appartenant à la droite (d)L
2. Un vecteur directeur de la droite (d) a pour coordonnées $\binom{3}{1}$, donc un vecteur normal est par exemple $\overrightarrow{n}\binom{1}{-3}$.
3. Si $\delta)$ est la perpendiculaire à (d) contenant A, on a :
$M(x~;~y)\in\delta \iff \overrightarrow{\text{A}M}$ et $\overrightarrow{n}$ sont colinéaires soit
$M(x~;~y)\in\delta \iff -3(x-(-3))=1(y-5) \iff 3x+9=y-5 \iff 3x-y+14=0.$
4. Le projeté orthogonal de A sur la droite (d) est donc le point commun) (d) et δ. Or :
$M(x~;~y)\in(d)\cap\delta \iff \left\{\begin{array}{l c l}-x+3y+2 &=& 0\\ 3x-y+14 &=& 0\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c l}3y+2 &=& x\\ 3x-y+14 &=& 0\end{array}\right. \Rightarrow 3(3y+2)-y+14=0 \iff 9y+6-y+14=0 \iff 8y=-20 \iff y=-\frac{5}{2}$, puis $x=3y+2=3\times\left(-\frac{5}{2}\right)+2=-\frac{15}{2}+\frac{4}{2}=-\frac{11}{2}$.
Donc H$\left(-\frac{11}{2}~;~-\frac{5}{2}\right)$.
5. La distance entre le point A et la droite (d) est égale à AH.
On a $\text{AH}^2=\left(-\frac{11}{2}+3\right)^2+\left(-\frac{5}{2}-5\right)^2=\frac{25}{4}+\frac{225}{4}=\frac{250}{4}$, d'où $\text{AH}=\sqrt{\frac{250}{4}}=\dfrac{\sqrt{250}}{2}$.

EXERCICE 4 **5 points**

1. Un lycéen ne va répondre « oui » lorsqu'il n' a jamais consommé de cannabis que s'il a tiré un 6 au lancer de dé, soit dans un cas sur 6. Cette probabilité est donc égale à $\dfrac{1}{6}$.
2. Voir l'annexe.
3. **a.** • On a $p(C\cap O)=p(C)\times p_C(O)=p\times\dfrac{5}{6}=\dfrac{5p}{6}$;
   • De même $p\left(\overline{C}\cap O\right)=p\left(\overline{C}\right)\times p_{\overline{C}}(O)=(1-p)\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1-p}{6}$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $p(O)=p(C\cap O)+p\left(\overline{C}\cap O\right)=\dfrac{5p}{6}+\dfrac{1-p}{6}=\dfrac{4p}{6}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{3}{5} \iff \dfrac{2}{3}p+\dfrac{1}{6}=\dfrac{3}{5}$
   b. $\dfrac{2}{3}p+\dfrac{1}{6}=\dfrac{3}{5} \iff \dfrac{2}{3}p=\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{6} \iff \dfrac{2}{3}p=\dfrac{18}{30}-\dfrac{5}{30} \iff \dfrac{2}{3}p=\dfrac{13}{30} \iff p=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{13}{30}=\dfrac{13}{20}=\dfrac{65}{100}=0,65=p$.
4. On calcule $p_N\left(\overline{C}\right)=\dfrac{p\left(N\cap\overline{C}\right)}{p(N)}=\dfrac{p\left(\overline{C}\cap N\right)}{p(N)}=\dfrac{0,35\times\frac{5}{6}}{1-\frac{3}{5}}=\dfrac{\frac{1,75}{6}}{\frac{2}{5}}=\frac{1,75}{6}\times\frac{5}{2}=\dfrac{8,75}{12}=\dfrac{35}{48}$.

ANNEXES à RENDRE avec la COPIE

Annexe 1.



Annexe 2.