

∞ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∞  
 Corrigé du sujet 28 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1

5 POINTS

Question 1

Une équation de  $\mathcal{D}$  est de la forme  $M(x; y) \in \mathcal{D} \iff 1x + 3y + c = 0$  et avec :  
 $A(-1; 2) \in \mathcal{D} \iff -1 + 6 + c = 0 \iff c = -5$ , on obtient :  
 $M(x; y) \in \mathcal{D} \iff x + 3y - 5 = 0$ .

Question 2

Un vecteur directeur de  $\mathcal{D}$  est par exemple  $\vec{u} \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$  ou  $\frac{1}{2} \vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 2,5 \end{pmatrix}$ , soit un vecteur directeur de  $\mathcal{D}'$ . Donc  $\mathcal{D}$  est parallèle à  $\mathcal{D}'$ .

Question 3

Le coefficient directeur de la droite  $\mathcal{D}$  est celui de la droite (AB) soit  $\begin{pmatrix} 1-(-1) \\ 1-0 \end{pmatrix}$  ou  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Donc le nombre dérivé est égal à  $\frac{2}{1} = 2$ .

Question 4

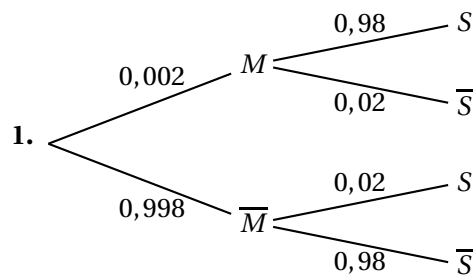
Les expressions sont toutes des trinômes du second degré. Leurs racines sont  $-1$  et  $2$ . Donc leur somme est égale à  $1 = -\frac{b}{a}$  et leur produit  $-2 = \frac{c}{a}$ . Le seul trinôme ayant ces propriétés est  $-x^2 + x + 2$ .

Question 5

$f$  produit de fonctions dérivables sur  $\mathbb{R}$  est dérivable sur cet intervalle et :  
 $f'(x) = e^x + xe^x = e^x(1+x) = (x+1)e^x$ .

EXERCICE 2

5 POINTS



On a  $p(M) = \frac{1}{500} = \frac{2}{1000} = 0,002$ . D'où  $p(\overline{M}) = 1 - 0,02 = 0,998$ .

2. D'après la loi des probabilités totales :

$$p(S) = p(M \cap S) + p(\overline{M} \cap S) :$$

- $p(M \cap S) = p(M) \times p_M(S) = 0,002 \times 0,98 = 0,00196$ ;

- $p(\overline{M} \cap S) = p(\overline{M}) \times p_{\overline{M}}(S) = 0,998 \times 0,02 = 0,01996$ .

Donc  $p(S) = 0,00196 + 0,01996 = 0,02192$ .

3. a. Les passages étant indépendants les uns des autres et la probabilité de faire sonner étant pour chaque voyageur de  $0,02192$ ,  $X$  suit une loi binomiale de paramètres  $n = 2$  et  $p = 0,02192$

b. Reprendre et compléter le tableau donnant la loi de  $X$  :

$k$	0	1	2
$p(X = k)$	0,95664	0,04288	0,00048

c. On a  $E(X) = 0 \times 0,95664 + 1 \times 0,04288 + 2 \times 0,00048 = 0,04384$ .

Cela signifie qu'en moyenne sur un grand nombre de passages un peu plus de 4 % de passagers feront sonner alors qu'ils ne devraient être que de 0,2 %.

## EXERCICE 3

5 POINTS

1. Diminuer de 5 %, c'est multiplier la quantité de déchets par  $1 - \frac{5}{100} = 1 - 0,05 = 0,95$ .

Donc l'entreprise s'engage à produire seulement en 2020 :

$$6000 \times 0,95 = 5970 \text{ (tonnes).}$$

2. a. On a donc pour tout naturel  $n$ ,  $d_{n+1} = 0,95d_n$ .

b. La relation précédente montre que la suite  $(d_n)$  est une suite géométrique de raison 0,95 et de premier terme  $d_0 = 6000$ .

c. On sait que pour tout naturel  $n$ ,  $d_n = d_0 \times 0,95^n = 6000 \times 0,95^n$ .

La quantité totale de déchets de 2019 à 2023 est :

$$T = d_0 + d_1 + d_2 + d_3 + d_4, \text{ soit :}$$

$$T = 6000 \times 0,95^0 + 6000 \times 0,95^1 + 6000 \times 0,95^2 + 6000 \times 0,95^3 + 6000 \times 0,95^4 \quad (1),$$

d'où par produit par 0,95 :

$$0,95T = 6000 \times 0,95^1 + 6000 \times 0,95^2 + 6000 \times 0,95^3 + 6000 \times 0,95^4 + 6000 \times 0,95^5 \quad (2), \text{ d'où par différence (1) - (2) :}$$

$$0,05T = 6000 - 6000 \times 0,95^5, \text{ d'où on tire } T = \frac{6000 - 6000 \times 0,95^5}{0,05} \approx 27\,146 \text{ (tonnes).}$$

3.

```

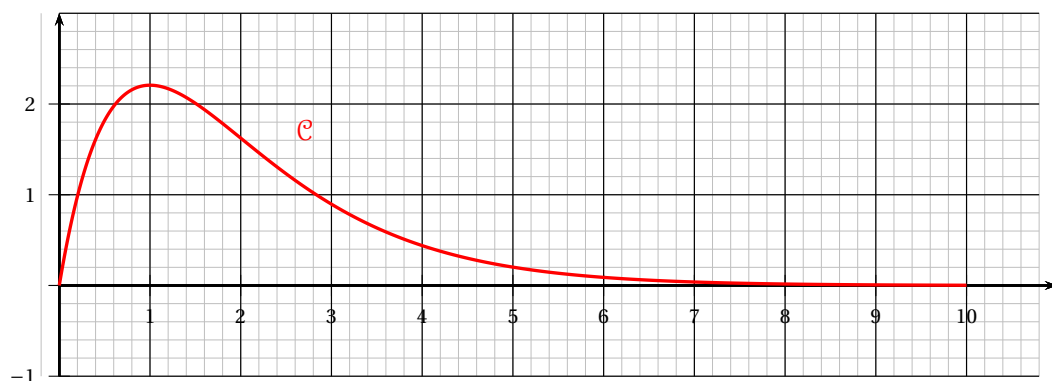
D ← 6000
N ← 0
Tant que D > 3600
  D ← 0,95 * D
  N ← N + 1
Fin Tant que

```

L'algorithme donnera  $N = 10$ , soit en 2029.

## EXERCICE 4

5 POINTS



1. la fonction  $f$  est un quotient de fonctions dérivables le dénominateur étant non nul quel que soit le réel  $x$ . On a donc sur  $\mathbb{R}$ , donc en particulier sur  $[0; 10]$

$$f'(x) = \frac{6e^x - 6x \times e^x}{(e^x)^2} = \frac{6e^x(1-x)}{e^x \times e^x} = \frac{6(1-x)}{e^x}.$$

2. Comme  $6e^x > 0$ , quel que soit  $x : in[0; 10]$ , le signe de  $f'(x)$  est donc celui de  $1-x$  :
- $1-x > 0 \iff 1 > x \iff x < 1$  : la fonction  $f$  est donc croissante sur  $[0; 1]$  de  $f(0) = 0$  à  $f(1) = \frac{6 \times 1}{e^1} = 6e^{-1} \approx 2,207$ ;
  - $1-x < 0 \iff 1 < x \iff x > 1$  : la fonction  $f$  est donc décroissante sur  $[1; 10]$  de  $f(1) = 6e^{-1}$  à  $f(10) = \frac{6 \times 10}{e^{10}} = 60e^{-10} \approx 0,003$ ;
  - $1-x = 0 \iff x = 1$  :  $f(1) = 6e^{-1} \approx 2,207$  est donc le maximum de la fonction sur l'intervalle  $[0; 10]$ .
3. Les variations de  $f$  montrent que la concentration maximale est atteinte après 1 heure et qu'elle est égale à environ 2,2 (mg/L).
4. Le sportif peut être contrôlé à tout moment après son injection, mais hélas il sera en infraction entre environ 43 minutes et 1 h 24 min après l'injection car la concentration sera à ce moment supérieure à 2 (g/L).