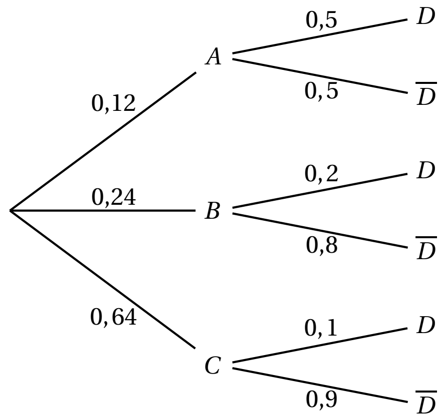
# ∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
# Corrigé du sujet 29 mai 2020

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale**

**EXERCICE 1** **5 POINTS**

**EXERCICE 1** **5 POINTS**

1. L'arbre pondéré ci-dessous représente une situation où $A$, $B$, $C$ et $D$ sont des évènements d'une expérience aléatoire :




D'après la loi des probabilités totales :
$p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) + p(C \cap D)$
$p(D) = p(A) \times p_A(D) + p(B) \times p_B(D) + p(C) \times p_C(D)$
$p(D) = 0,12 \times 0,5 + 0,24 \times 0,2 + 0,64 \times 0,1 = 0,06 + 0,048 + 0,064 = 0,172.$

2. Pour le trinôme $-2x^2 - 5x + 3$, on a $\Delta = 25 + 4 \times 2 \times 3 = 25 + 24 = 49 = 7^2 > 0$. Ce trinôme a deux racines :

$$x_1 = \frac{5+7}{-4} = -3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{5-7}{-4} = \frac{1}{2}.$$

On sait que ce trinôme est négatif sauf sur l'intervalle $\left]-3\,;\,\frac{1}{2}\right[$.

Donc $S = ]-\infty\,;\,-3[ \cup \left]\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

3. Un vecteur directeur de la droite a pour coordonnées $\binom{8}{2}$, donc un vecteur normal a pour coordonnées $\binom{-2}{8}$ ou $\binom{1}{-4}$.

4. $M(x\,;\,y) \in C(\text{A}\,;\,R = 2) \iff \text{A}M^2 = 2^2 \iff (x - (-2)^2 + (y - (-4))^2 = 4 \iff$
$(x+2)^2 + (y+4)^2 = 4 \iff x^2 + 4 + 4x + y^2 + 16 + 8y = 4 \iff x^2 + y^2 + 4x + 8y + 16 = 0.$

5. On a effectivement $u_1 = u_0 + 2 \times 0 - 3 = 1 + 0 - 3 = -2$.
$u_2 = u_1 + 2 \times 1 - 3 = -2 + 2 - 3 = -3$.

**EXERCICE 2** **5 POINTS**

1. Il y a au total : $30 + 75 + 30 + 15 = 150$ adhérents.
La probabilité que l'adhérent choisi ait 17 ans est égale à $\frac{30}{150}\frac{1}{5} = 0,2$.

2. Sur les 15 « 18 » ans il y a 10 filles; Lea probabilité est donc égale à $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

On note $X$ la variable aléatoire donnant l'âge de l'adhérent choisi.

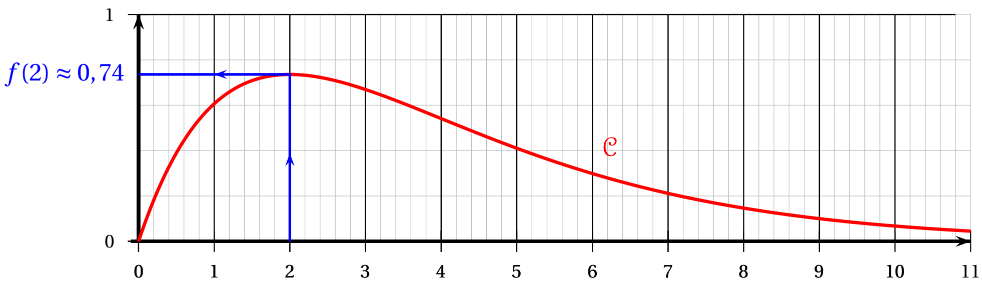
**3.**

| Âge $x_i$ | 15 ans | 16 ans | 17 ans | 18 ans |
|---|---|---|---|---|
| Total | 30 | 75 | 30 | 15 |
| $p(X = x_i)$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{10}$ |

**4.** Il y a $150 - 30 = 120$ adhérents de plus de 15 ans, donc $p(X \geqslant 16) = \dfrac{120}{150} = \dfrac{40}{50} = \dfrac{80}{100} = 0,8$.
80 % des adhérents ont plus de 15 ans.

**5.** $E(X) = 15 \times \dfrac{1}{5} + 16 \times \dfrac{1}{2} + 17 \times \dfrac{1}{5} + 18 \times \dfrac{1}{10} = 3 + 8 + 3,4 + 1,8 = 16,2$.
L'âge moyen d'un adhérent est de 16,2 ans.

## Exercice 3 (5 points)




**1.** On a $f(4) = 4 \times \mathrm{e}^{-0,5\times 4} = 4 \times \mathrm{e}^{-2} = \dfrac{4}{\mathrm{e}^2}$.

**2.** $f$ est un produit de fonctions dérivables sur $[0\,;\,+\infty[$, donc sur cet intervalle :
$f'(t) = \mathrm{e}^{-0,5t} - 0,5t\mathrm{e}^{-0,5t} = \mathrm{e}^{-0,5t}(1 - 0,5t)$.

**3.** On sait que quel que soit le réel $t$, $\mathrm{e}^{-0,5t} > 0$, donc $f'(t)$ a le signe de $1 - 0,5t$.
- $1 - 0,5t > 0 \iff 1 > 0,5t \iff 2 > t \iff t < 2$ ;
- $1 - 0,5t < 0 \iff 1 < 0,5t \iff 2 = t \iff t = 2$ ;
- $1 - 0,5t = 0 \iff 1 = 0,5t \iff 2 > t \iff t < 2$.

**4.** On en déduit que la fonction est croissante sur $[0\,;\,2]$ de $f(0) = 0$ à $f(2) = 2\mathrm{e}^{-1}$, puis décroissante sur $[2\,;\,+\infty[$ de $f(2)$ à zéro.

**5.** La question précédente montre que $f(2) = 2\mathrm{e}^{-1}$ est le maximum de la fonction sur $[0\,;\,+\infty[$.
$f(2) = 2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,736$, soit environ 0,74 ce que confirme le graphique.

## Exercice 4 5 points

**1.** Ajouter 3 %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{3}{100} = 1 + 0,03 = 1,03$.
Donc $u_1 = u_0 \times 1,03 = 600 \times 1,03 = 618$ (€).
$u_2 = u_1 \times 1,03 = 618 \times 1,03 = 636,54$ (€)

**2.** On a quel que soit le naturel $n$, $u_{n+1} = 1,03u_n$ : ceci montre que la suite $(u_n)$ est une suite géométrique de raison 1,03 et de premier terme $u_0 = 600$.

**3.** On sait que, quel que soit le naturel $n$, $u_n = u_0 \times 1,03^n = 600 \times 1,03^n$.

**4.**

```
def nombreAnnees() :
n = 0
u = 600
while u ⩽ 1000 :
    n = n+1
    u =u*1,03
return n
```

**5.** Pour dépasser 1 000 euros, il faut attendre 18 ans (prix : ≈ 1 021,46)