∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Corrigé du sujet 31 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **(5 points)**

Question 1

Le trinôme a deux racines, donc $\Delta > 0$ ce qui élimine **b.** et **c.**
La fonction est décroissante puis croissante donc $a > 0$: réponse **a.**

Question 2

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 sont les 10 naturels premiers entre 1 et 30.
On a donc $p(X=2) = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$ et donc $p(X=-1) = \dfrac{2}{3}$.
D'où : $E(X) = 2 \times \dfrac{1}{3} - 1 \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{3} = 0$.

Question 3

$\dfrac{\mathrm{e}^6 \times \mathrm{e}^3}{\mathrm{e}^2} = \mathrm{e}^{6+3-2} = \mathrm{e}^7$.

Question 4

On sait que pour tout naturel $n \geqslant 1$, $\quad u_n = 2 - 5(n-1) = 7 - 5n$.

Question 5

La droite d'équation $-4x + 8y = 0$ a pour vecteur directeur $\overrightarrow{d}\binom{-8}{-4}$ et ce vecteur est orthogonal à $\overrightarrow{u}$.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

$$f(x) = (5-2x)\mathrm{e}^x.$$

1. • A d'abscisse nulle appartient à $\mathcal{C}$, son ordonnée est donc $f(0) = 5\mathrm{e}^0 = 5$. Donc A(0 ; 5).
   • B d'ordonnée nulle appartient à $\mathcal{C}$, son abscisse est donc telle que
   $f(x) = 0 \iff (5-2x)\mathrm{e}^x \iff 5 - 2x = 0$, puisque on sait que quel que soit x, / : $\mathrm{e}^x > 0$, donc $5 = 2x \iff x = \dfrac{5}{2}$. $\mathrm{B}\left(\dfrac{5}{2}\ ;\ 0\right)$.
2. f produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :
   $f'(x) - 2\mathrm{e}^x + (5-2x)\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x(-2+5-2x) = (3-2x)\mathrm{e}^x$.
3. $f'(x)$ est donc du signe de $3 - 2x$:
   • $3 - 2x > 0 \iff 3 > 2x \iff \dfrac{3}{2} > x$: la fonction fc est donc croissante sur $\left]-\infty\ ;\ \dfrac{3}{2}\right[$;
   • $3 - 2x < 0 \iff 3 < 2x \iff \dfrac{3}{2} < x$: la fonction fc est donc décroissante sur $\left]\dfrac{3}{2}\ ;\ +\infty\right[$;
   • $3 - 2x = 0 \iff x = \dfrac{3}{2}$, donc $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = 2\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$ est le maximum de la fonction f.
4. D'après le résultat précédent $\mathrm{D}\left(1,5\ ;\ 2\mathrm{e}^{1,5}\right)$.
5. Une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 0 est :
   $M(x\ ;\ y) \in \mathcal{T} \iff y - f(0) = f'(0)(x-0)$.
   Avec $f(0) = 5$ et $f'(0) = 3$, on obtient :
   $M(x\ ;\ y) \in \mathcal{T} \iff y - 5 = 3x \iff y = 3x + 5$.
   Or $\mathrm{D}\left(1,5\ ;\ 2\mathrm{e}^{1,5}\right) \in \mathcal{T} \iff 2\mathrm{e}^{1,5} = 4,5 + 5 \iff 2\mathrm{e}^{1,5} = 9,5$ est une égalité fausse donc $\mathrm{D} \notin \mathcal{T}$.

EXERCICE 3 **5 POINTS**

1. Baisser de 8 % revient à multiplier par $1 - \dfrac{8}{100} = 1 - 0,08 = 0,92$.
   Donc $U_1 = 2 \times 0,92 = 1,84$
2. **a.** On a vu que l'on passe d'un terme au suivant en le multipliant par 0,92.
   On a donc quel que soit $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = 0,92U_n$.

   b. Le résultat précédent montre que la suite (U_n) est une suite géométrique de raison 0,92 et de premier terme $U_0 = 2$.
3. **a.** Voir l'annexe.

   b. Il faut saisir volMedicament(1,5).
   On obtient $n = 5$: au bout de ce temps il n'y a plus que environ 1,43 cm^3 de médicament.

EXERCICE 4 **5 POINTS**

1. Voir l'annexe.
2. Il faut trouver $P\left(\overline{J} \cap \overline{R}\right) = \dfrac{9200}{10000} = 0,92$.
3. On a $P\left(\overline{J}\right) = 0,97$.
4. • Il faut trouver :
   $P_R(J)$ c'est-à-dire la probabilité de trouver un pois jaune parmi les 600 ridés : cette probabilité est égale à $\dfrac{1}{6}$.
   • Il en résulte que $P_R\left(\overline{J}\right) = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$.
5. On a $P_J(R) = \dfrac{100}{300} = \dfrac{1}{3}$.
   Parmi les pois ridés il y a une chance sur 3 de choisir un pois jaune.

Annexe

EXERCICE 3 QUESTION 3.A.

```
def volMedicament(S) :
    u=2
    n=0
    while u > S :
     u=u*0,92
     n=n+1
return n
```

EXERCICE 4 question 1.

	Nombre de pois jaunes	Nombre de pois verts	Total
Nombre de pois ridés	100	500	600
Nombre de pois lisses	200	9 200	9 400
Total	300	9 700	10 000