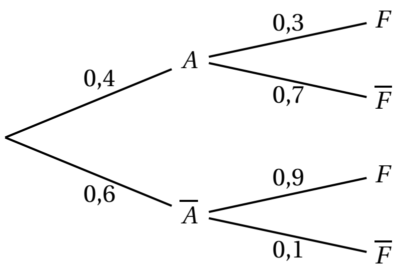
∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Corrigé du sujet 35 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 — 5 POINTS

1. L'ensemble des solutions de l'inéquation $3x^2-4x+1\geqslant 0$ est :
   Pour l'équation $3x^2-4x+1=0$, $\;0$ est une racine évidente et comma le produit des racines est égal à $\frac{1}{3}$, l'autre racine est $\frac{1}{3}$.
   On sait que le trinôme est positif sauf entre les racines, donc $S=\left]-\infty\,;\frac{1}{3}\right]\cup[1\,;\,+\infty[$
2. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si $3(a+2)-a=0$, donc si $2a+6=0$, donc $a=-3$. Réponse **C.**
3. $M(x\,;\,y)\in(d)\iff \overrightarrow{\text{A}M}\cdot\vec{u}=0\iff 1(x-(-2)+2(y-3)=0\iff x+2y-4=0$.
4. On sait que pour $n\in\mathbb{N}$, $u_n=3\times 2^n$, donc :
   $S_{10}=3+6+12+\ldots+3\times 2^{10}$ (1) et
   $2S10=\quad 6+12+\ldots+3\times 2^{10}+3\times 2^{11}$ (2)
   En faisant la différence ligne (2) moins ligne 1, on obtient =
   $S_{10}=3\times 2^{11}-3=3\left(2^{11}-1\right)$.
5. $x>1$, donc le dénominateur n'est pas nul, la fonction f est donc dérivable sur $]1\,;\,+\infty[$ et sur cet intervalle :
   $f'(x)=\dfrac{2(x-1)-1(2x+1)}{(x-1)^2}=\dfrac{2x-2-2x-1}{(x-1)^2}=\dfrac{-3}{(x-1)^2}=-\dfrac{3}{(x-1)^2}$.

EXERCICE 2 — 5 POINTS

1. 

2. On calcule $p\left(A\cap\overline{F}\right)=p(A)\times p_A\left(\overline{F}\right)=0,4\times 0,7=0,28$.
3. On a aussi $p\left(\overline{A}\cap\overline{F}\right)=p\left(\overline{A}\right)\times p_{\overline{A}}\left(\overline{F}\right)=0,6\times 0,1=0,06$.
   Or d'après la loi des probabilités totales :
   $p\left(\overline{F}\right)=p\left(A\cap\overline{F}\right)+p\left(\overline{A}\cap\overline{F}\right)=0,28+0,06=0,34$.
4. Il faut trouver :
   $p_{\overline{F}}(A)=\dfrac{p\left(\overline{F}\cap A\right)}{p\left(\overline{F}\right)}=\dfrac{0,28}{0,6}\approx 0,468\approx 0,47$.
5. On a vu que la probabilité de choisir un participant ayant choisi un séjour à l'étranger est égale à $0,34$.
   Donc la probabilité d'interroger deux participants (avec éventuellement deux fois le même participant) ayant choisi un séjour à l'étranger est égale à $0,34\times 0,34=0,1296$.
   Donc la probabilité qu'au moins un des deux participants ait choisi un séjour en France est égale à $1-0,1296=0,8704\approx 0,87$.

EXERCICE 3 — 5 POINTS

Ainsi, $u_0=800$ et pour tout entier naturel, $u_{n+1}=0,98u_n$.

1. Avec $n=0$, $u_1=0,98\times 800=784$ (habitants).

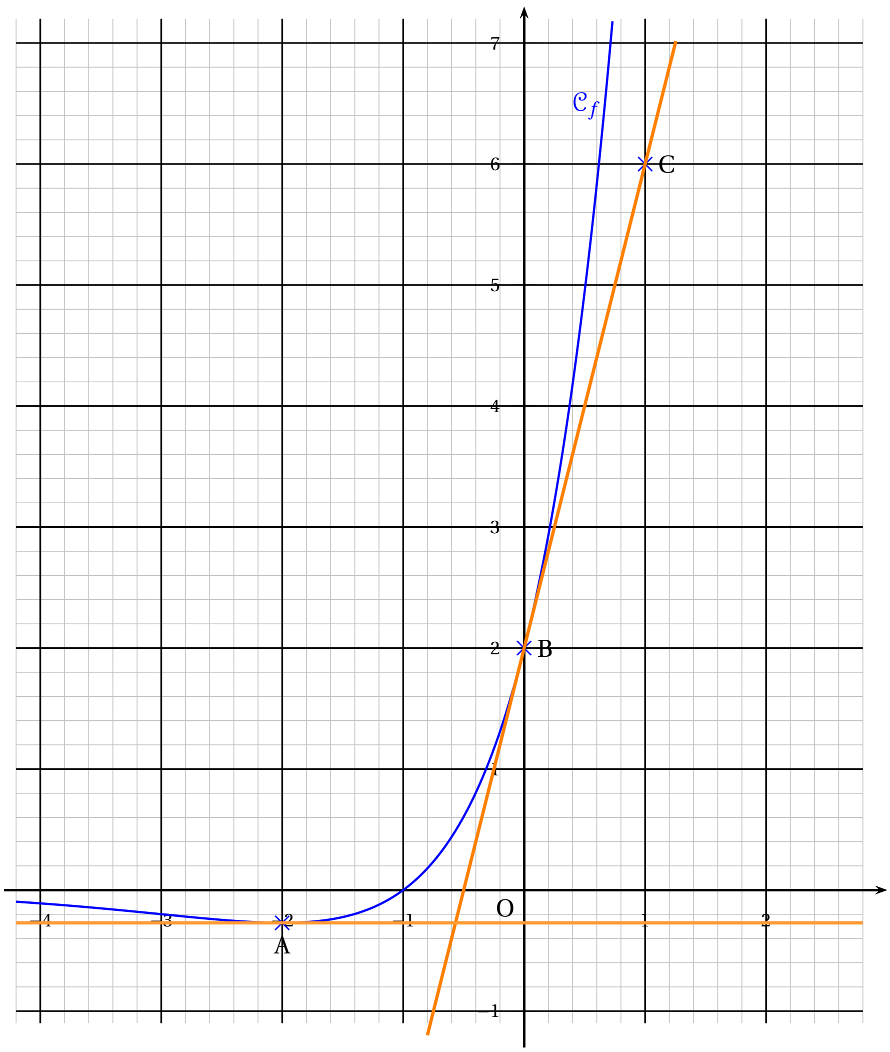
2. La relation $u_{n+1} = 0{,}98u_n$, vraie pour tout naturel montre que la suite $(u_n.)$ est une suite géométrique de raison 0,98 et de premier terme 800.
3. On sait que pour tout naturel n, $u_n = 800 \times 0{,}98^n$
4. 2025 correspond à $n = 4$, d'où $u_5 = 800 \times 0{,}98^4 \approx 723{,}1$ soit 723 habitants à 1 près.
5. Recopier et compléter sur la copie la fonction écrite en langage Python ci-dessous, afin qu'elle permette de calculer, pour tout entier naturel n, le terme u_n.

```
def u(n) :
    u = 800
    for i in range(1, n) :
        u = u*0,98
    return u
```

EXERCICE 4 **5 POINTS**

Partie A : lecture graphique

1. • La tangente en A est horizontale donc $f'(0) = 0$.
   • La tangente en B est la droite (BC) a pour coefficient directeur : $f'(2) = \dfrac{6-2}{1-0} = 4$.



Partie B : Calcul algébrique

La fonction représentée sur le graphique précédent est la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x(2x+2)$$

On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

2. En tant que produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et :
$f'(x) = \mathrm{e}^x(2x+2) + 2\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x(2x+2+2) = \mathrm{e}^x(2x+4)$.

3. On sait quel que soit le réel, x, $\mathrm{e}^x > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $2x+4$.
- $2x+4 > 0$ si $x > -2$. Donc $f'(x)$ étant supérieure à zéro, la fonction f est croissante sur $]-2\,;\,+\infty[$;
- $2x+4 < 0$ si $x < -2$. Donc $f'(x)$ étant inférieure à zéro, la fonction f est décroissante sur $]-\infty\,;\,-2[$;
- $2x+4 = 0$ si $x = -2$, donc $f(-2) = \mathrm{e}^{-2}(2\times(-2)+2) = -2\mathrm{e}^{-2} \approx -0,271$.

4. On sait que l'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 0 est :
$y - f(0) = f'(0)(x-0)$. Avec $f(0) = 1\times 2 = 2$ et $f'(0) = 1\times(0+4) = 4$, l'équation devient :
$y - 2 = 4x$ ou $y = 4x+2$.

5. Justifier par le calcul les deux résultats suivants admis au début de l'exercice :

— La tangente en A est parallèle à l'axe des abscisses.
A a pour abscisse -2, donc $f'(-2) = \mathrm{e}^{-2}\times(2\times(-2)+4 = \mathrm{e}^{-2}\times 0 = 0$

— La tangente en B passe par le point C(1 ; 6).
L'équation de la tangente étant $y = 4x+2$, on a bien pour $x = 1$ (abscisse de C),
$y = 4\times 1+2 = 4+2 = 6$ (ordonnée de C. La tangente en B contient bien le point C.