ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2
Corrigé du sujet 37 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 POINTS**

Question 1 :

$\cos(\pi - x) = \cos(\pi + x) = -\cos(x)$.

Question 2

$\dfrac{4\pi}{3}$ et $\dfrac{5\pi}{3}$.

Question 3

E se projette orthogonalement au milieu de [AB], donc $\overrightarrow{\text{AB}} \cdot \overrightarrow{\text{AE}} = \dfrac{1}{2}a^2$

Question 4

Seule la dernière affirmation est vraie.

Question 5

$\mathscr{S} = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + \cdots + (-2)^n$ (1). D'où :
$-2\mathscr{S} = -2 + 4 - 8 + 16 - 32 + \cdots + (-2)^n + (-2)^{n+1}$ (2) et par différence (1) − (2) :
$3\mathscr{S} = 1 - (-2)^{n+1}$, d'où $\mathscr{S} = \dfrac{1 - (-2)^{n+1}}{3}$.

EXERCICE 2 **5 points**

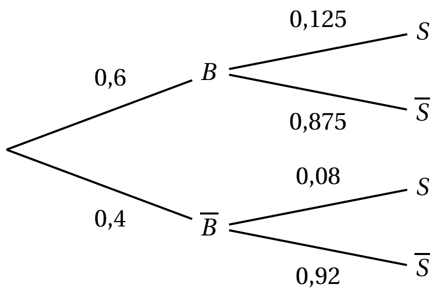
1. Retrancher 10 % c'est multiplier par $1 - \dfrac{10}{100} = 1 - 0,10 = 0,9$.
   Donc $u_1 = 0,9u_0 = 200 \times 0,9 = 180$;
   $u_2 = 0,9u_1 = 180 \times 0,9 = 162$.
2. Puisque pour tout naturel n, $u_{n+1} = 0,9u_n$, cette égalité montre que la suite (u_n) est géométrique de raison 0,9 de premier terme $u_0 = 200$.
   On sait qu'alors pour tout naturel n, $u_n = 200 \times 0,9^n$.
3. On a $u_{12} = 200 \times 0,9^{12} \approx 56,49$ (€).
4. On considère la fonction suivante, écrite en langage Python :

```
def seuil(x) :
    u = 200
    n = 0
    while u ⩾ x
        u =u*0,9
        n =n+1
    return n
```

5. Au bout de sept semaines le prix est 95,66 €.

EXERCICE 3 **5 POINTS**

1. Parmi les enfants buvant 1 boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids, donc $p_B(S) = \dfrac{1}{8} = \dfrac{125}{8 \times 125} = \dfrac{125}{1000} = 0,125$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.



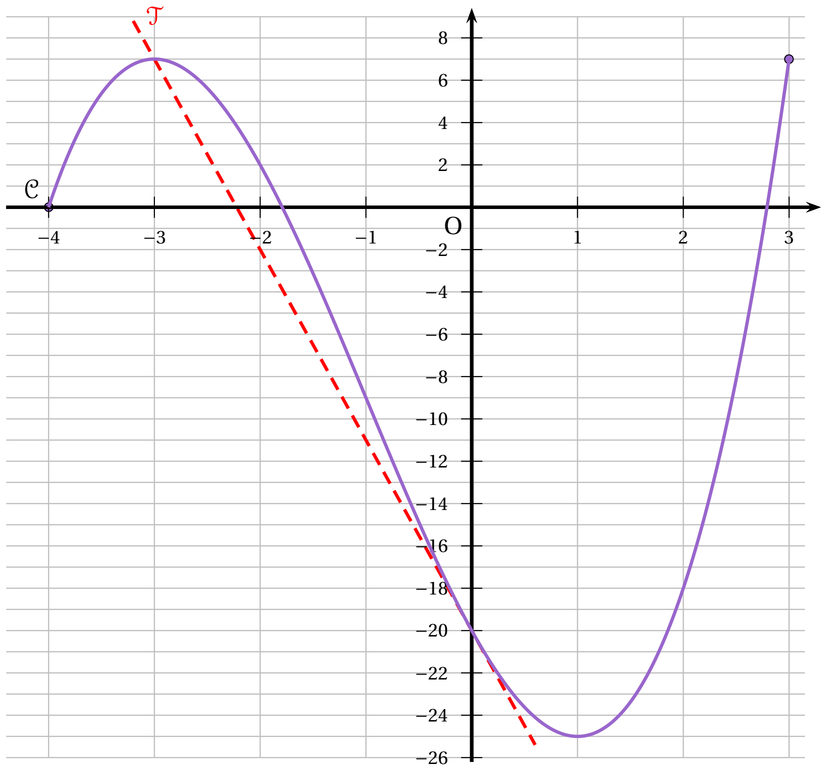
3. $p(B \cap S) = p(B) \times p_B(S) = 0,6 \times 0,125 = 0,075$.
4. On a de même : $p\left(\overline{B} \cap S\right) = p\left(\overline{B}\right) \times p_{\overline{B}}(S) = 0,4 \times 0,08 = 0,032$.
D'après la loi des probabilités totales :
$p(S) = p(B \cap S) + p\left(\overline{B} \cap S\right) = 0,075 + 0,032 = 0,107$.
5. On a $p_S(B) = \dfrac{p(S \cap B)}{p(S)} = \dfrac{0,075}{0,107} \approx 0,7009$, soit 0,701 au millième près.

EXERCICE 4 **5 POINTS**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-4 ; 3]$ [1] par

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 20.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[-4 ; 3]$ et on note f' sa fonction dérivée.
La courbe représentative de la fonction f, notée $\mathcal{C}$, est tracée dans le repère ci-dessous.
La droite $\mathcal{T}$ tracée dans le repère est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.



1. • $f(-3) = f(3) = 7$ sont les maximums de la fonction f sur $[-4 ; 3]$;
   • $f(1) = -25$ est le minimum de la fonction f sur $[-4 ; 3]$.
2. f fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$ et en particulier sur $[-4 ; 3]$:
$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3\left(x^2 + 2x - 3\right)$.

1. Le texte donnait $[-4 ; 4]$, en contradiction avec le graphique

3. Le signe de $f'(x)$ est celui de x^2+2x-3. Pour ce trinôme :
$\Delta = 4-4\times 1\times(-3) = 4+12 = 16 = 4^2 > 0$; ce trinôme a deux racines :

$$x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3$$

(la racine 1 était évidente).

4. On sait que ce trinôme est positif sauf sur l'intervalle $]-3\ ;\ 1[$.
Conclusion : f est croissante sur $[-4\ ;\ -3]$, décroissante sur $[-3\ ;\ 1]$ et croissante sur $[1\,;\,3]$. On retrouve que les maximums de f sur $[-4\ ;\ 3]$ sont $f(-3) = f(3) = 7$ et que le minimum de f sur $[-4\ ;\ 3]$ est $f(1) = -25$.

5. On sait qu'une équation de la droite $\mathcal{T}$, tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est :
$y - f(0) = f'(0)(x-0)$.
Avec $f(0) = -20$ et $f'(0) = -9$, l'équation devient :
$y-(-20) = -9x \iff y = -9x-20 \iff M(x\ ;\ y) \in \mathcal{T}$.