∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Corrigé du sujet 39 – mai 2020

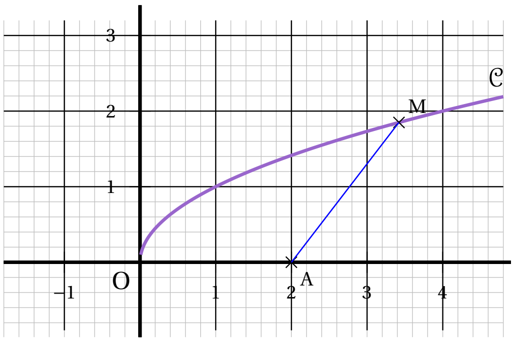
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 — 5 POINTS

1. Pour tout réel x, $\cos(25\pi + x) = \cos(\pi + x- = -\cos x$.
2. On sait que la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 3 a pour coefficient directeur $f'(3) = 0$.
3. On sait que $p(E \cap F) = p(E) \times p(F) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$.
4. L'inéquation peut s'écrire $-3x^2 + 11x + 4 \leqslant 0$
   Pour le trinôme $-3x^2 + 11x + 4$,on a $\Delta = 11^2 + 4 \times 3 \times 4 = 121 + 48 = 169 = 13^2 > 0$.
   Le trinôme a donc deux solutions :
   $$x_1 = \frac{-11+13}{-6} = -\frac{1}{3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-11-13}{-6} = 4$$
   On sait que le trinôme est du signe de $a = -3 < 0$, sauf entre les racines.
   On a donc $S = \left]-\infty\,;\, -\frac{1}{3}\right] \cup [4\,;\,+\infty[$.
5. $P(X > 2) = 0,13 + 0,36 = 0,49$.

EXERCICE 2 — 5 POINTS

1. $$f(x) = x^2 - 3x + 4.$$
   La fonction polynôme f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc sur $[0\,;\,+\infty[$ et sur cet intervalle :
   $f'(x) = 2x - 3$.
   - $2x - 3 > 0 \iff 2x > 3 \iff x > \frac{3}{2}$: f est croissante sur $\left]\frac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$;
   - $2x - 3 < 0 \iff 2x < 3 \iff x < \frac{3}{2}$: f est décroissante sur $\left]0\,;\,\frac{3}{2}\right[$;
   - $2x{-}300 \iff 2x03 \iff x0\frac{3}{2}$: $f\left(\frac{3}{2}\right)$ est le minimum de f sur $[0\,;\,+\infty[$ et $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + 4 = \frac{9-18+16}{4} = \frac{7}{4}$.
2.



   a. $\mathcal{C}$ est la représentation graphique de la fonction $x \longmapsto \sqrt{x}$, donc $M\left(x\,;\,\sqrt{x}\right)$.

   b. On a donc $AM^2 = (x-2)^2 + \left(\sqrt{x} - 0\right)^2 = x^2 + 4 - 4x + x = x^2 - 3x + 4$.

c. Pour le trinôme $x^2 - 3x + 4$, $\Delta = 9 - 16 = -7 < 0$: ce trinôme n'a pas de racines et on sait que son minimum est atteint pour $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-3}{2} = \dfrac{3}{2}$.
Donc le point correspondant au point de $\mathcal{C}$ le plus proche de A a pour coordonnées $\left(\dfrac{3}{2}\,;\,\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)$. *Ce point est noté* B *pour la suite.*

d. On a pour $x \neq 0$, $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.
La tangente en B a pour coefficient directeur $f'\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{1}{2\sqrt{\dfrac{3}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{6}}$.
La droite (AB) a pour coefficient directeur $\dfrac{\sqrt{\dfrac{3}{2}} - 0}{\dfrac{3}{2} - 2} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{3}{2}}}{-\dfrac{1}{2}} = -2\sqrt{\dfrac{3}{2}}$.
Le produit des deux coefficients directeurs est :
$\dfrac{1}{\sqrt{6}} \times \left(-2\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right) = \dfrac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2}} = \dfrac{-2}{2} = -1$: les droites sont bien perpendiculaires. : l'élève a raison.

EXERCICE 3 **5 POINTS**

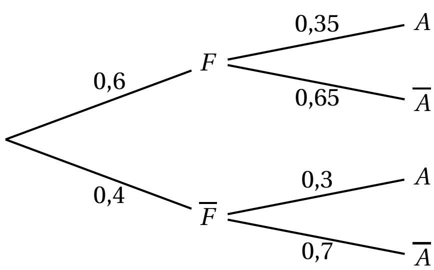
1. Retrancher 25 % c'est multiplier par $1 - \dfrac{25}{100} = 1 - 0,25 = 0,75$.
   Donc $u_1 u_0 \times 0,75 = 3 \times 0,75 = 2,25$ (m).
   $u_2 = u_1 \times 0,75 = 2,25 \times 0,75 = 1,6875$ (m).
2. Puisque pour tout naturel n, $h_{n+1} = 0,75h_n$, la suite n'est pas arithmétique mais géométrique de raison 0,75 et premier terme $h_0 = 3$.
3. Voir ci-dessus.
4. On obtient $h_6 = 0,5340$, soit 0,53 (m) au cm près.
5.

```
def seuil() :
    h=3
    n=0
    while h ⩾ 0,1
        h=h*0,75 .......
        n=n+1
    return n
```

Le script renverra la valeur $n = 12$.

EXERCICE 4 **5 POINTS**

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités donné ci-dessous :



2. **a.** $p(F \cap \overline{A}) = p(F) \times p_F\left(\overline{A}\right) = 0,6 \times 0,65 = 0,39$.

   b. 39 % des campeurs viennent en famille mais ne profitent pas des activités du camping.

3. On d'après la loi des probabilités totales :
$p(A) = p(F \cap A - + p\left(\overline{F} \cap A\right)$
$p(A) = p(F) \times p_F(A) + p\left(\overline{F}\right) \times p_{\overline{F}}(A) = 0,6 \times 0,35 + 0,4 \times 0,3 = 0,21 + 0,12 = 0,33.$

4. Il faut trouver : $p_A(F) = \dfrac{p(A \cap F)}{p(A)} = \dfrac{p(F \cap A)}{p(A)} = \dfrac{0,21}{0,33} = \dfrac{21}{33} = \dfrac{7}{11} \approx 0,636$, soit 0,64 au centième près.