

∞ **Baccalauréat Première Métropole-La Réunion** ∞  
**série générale e3c Corrigé du n° 42 année 2020**

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale**

**Exercice 1**

**5 points**

**Question 1**

Une équation de la tangente à la courbe représentative de  $g$  au point d'abscisse 2 est :

$$y - g(2) = g'(2)(x - 2).$$

Avec  $g'(x) = 4x + 5$ ,  $g'(2) = 8 + 5 = 13$  et  $g(2) = 8 + 10 - 4 = 14$ , l'équation devient :

$$y - 14 = 13(x - 2) \text{ ou } y = 14 + 13x - 26 \text{ et } y = 13x - 12.$$

**Question 2**

Avec  $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \end{pmatrix}$ , on a :

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} = 14 + 15 = 29.$$

**Question 3**

Une équation de la parallèle  $D'$  à  $D$  contenant  $A$  est de la forme :

$$M(x; y) \in D' \iff 3x - 4y + c = 0. \text{ Or}$$

$$A(4; 8) \in D' \iff 3 \times 4 - 4 \times 8 + c = 0 \text{ d'où } c = 20.$$

Une équation de  $D'$  est donc  $3x - 4y + 20 = 0$ .

**Question 4**

On sait que pour tout naturel  $n$ ,  $u_n = u_0 \times q^n = 10 \times (-1,2)^n$ .

En particulier  $u_{3000} = 10 \times (-1,2)^{3000} \approx 3 \times 10^{238} > 1000$ .

**Question 5**

```
def algo( ) :  
    V = 1  
    n = 0  
    while V < 100000 :  
        n = n + 1  
        V = 4 * V + 2  
    return(n)
```

Le programme donnera  $n = 8$ .

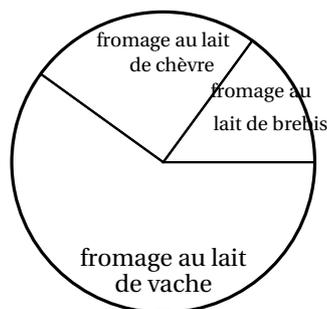
**Exercice 2**

**5 points**

Un fromager fait l'inventaire des produits qu'il a en cave.

Le graphique ci-dessous indique la répartition de ses trois types de fromages : au lait de chèvre, au lait de vache ou au lait de brebis.

Répartition des types de fromage



Chacun de ses trois types de fromages se partage en deux catégories : frais ou affiné. Le tableau suivant donne la répartition des fromages de chaque catégorie suivant leur affinage :

	frais	affiné
Lait de vache	20 %	80 %
Lait de chèvre	40 %	60 %
Lait de brebis	70 %	30 %

Le fromager prend un fromage au hasard. On note les évènements suivants :

- $V$  : « le fromage est fait avec du lait de vache »;
- $C$  : « le fromage est fait avec du lait de chèvre »;
- $B$  : « le fromage est fait avec du lait de brebis »;
- $F$  : « le fromage est frais »;
- $A$  : « le fromage est affiné ».

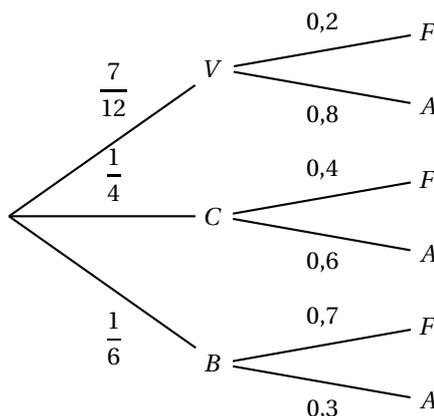
1. Le lait de brebis est représenté par un secteur de  $60^\circ$  : sa proportion est donc de  $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ ;

Le lait de chèvre est représenté par un secteur de  $90^\circ$  : sa proportion est donc de  $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$ ;

Le lait de vache est représenté par un secteur de  $360 - (60 + 90) = 360 - 150 = 210^\circ$  : sa proportion est donc de  $\frac{210}{360} = \frac{7}{12}$ .

- On a  $P_C(A) = 0,6$ ;
- $P(B) = \frac{1}{6}$ .

On peut dresser un arbre pondéré de probabilités :



- $P(V \cap A) = P(V) \times P_V(A) = \frac{7}{12} \times 0,8 = \frac{5,6}{12} = \frac{1,4}{3} = \frac{7}{15}$ ;
- $P(C \cap A) = P(C) \times P_C(A) = \frac{1}{4} \times 0,6 = \frac{0,6}{4} = 0,15$ ;
- $P(B \cap A) = P(B) \times P_B(A) = \frac{1}{6} \times 0,3 = \frac{0,3}{6} = 0,05$ .

D'après la loi des probabilités totales :

$$P(A) = P(V \cap A) + P(C \cap A) + P(B \cap A) = \frac{7}{15} + 0,15 + 0,05 = \frac{7}{15} + 0,20 = \frac{7}{15} + \frac{3}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

2. Le fromager prend au hasard un fromage affiné. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un fromage au lait de vache? On donnera le résultat à  $10^{-3}$  près.

### Exercice 3

5 points

#### Partie A

Étudier sur  $\mathbb{R}$  le signe de  $P(x) = -10x^2 - 40x + 120$ .

#### Partie B

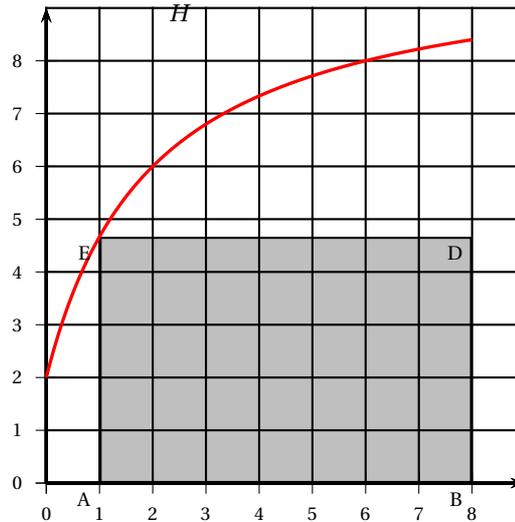
On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé. La courbe  $H$  représentée sur le graphique ci-dessous est l'ensemble des points de l'hyperbole d'équation :

$$y = \frac{10x + 4}{x + 2}$$

avec  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 8]$ .

Pour toute abscisse  $x$  dans l'intervalle  $[0; 8]$ , on construit le rectangle ABDE comme indiqué sur la figure. On donne les informations suivantes :

- A et B sont sur l'axe des abscisses;
- A est d'abscisse  $x$ ;
- B et D ont pour abscisse 8;
- E appartient à la courbe H;
- D et E ont la même ordonnée.



L'objectif de ce problème est de déterminer la ou les valeurs éventuelles  $x$  de l'intervalle  $[0; 8]$  correspondant à un rectangle ABDE d'aire maximale.

1. Déterminer l'aire du rectangle ABDE lorsque  $x = 0$ .
2. Déterminer l'aire du rectangle ABDE lorsque  $x = 4$ .

On définit la fonction  $f$  qui à tout réel  $x$  de  $[0; 8]$ , associe l'aire du rectangle ABDE. On admet que :

$$f(x) = \frac{-10x^2 + 76x + 32}{x + 2}.$$

3. Répondre au problème posé.

**Exercice 4**

**5 points**

On applique une tension sinusoïdale  $u$  aux bornes d'un circuit électrique comportant en série une résistance et une diode idéale.

Le temps  $t$  est exprimé en seconde.

La tension est donnée par la fonction  $u$  définie pour tout réel  $t \geq 0$  par :

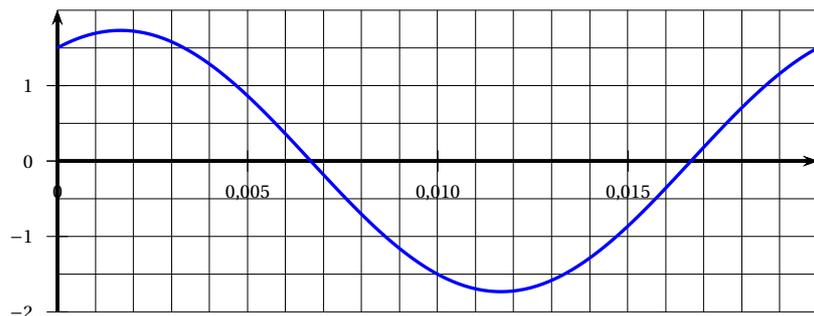
$$u(t) = \sqrt{3} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right).$$

La diode est non passante si  $u(t) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$  et elle est passante si  $u(t) > \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

1. La diode est-elle passante à l'instant  $t = 0$ ?
2. Calculer  $u\left(\frac{1}{100}\right)$ . Interpréter le résultat.
3. On admet que  $u\left(t + \frac{2}{100}\right) = u(t)$  pour tout  $t \geq 0$ .

En déduire une propriété de la fonction  $u$ .

4. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction  $u$  sur l'intervalle  $[0; 0,02]$  :



On cherche à savoir au bout de combien de temps la diode devient non passante pour la première fois.

- a. Conjecturer la solution du problème à l'aide du graphique.
- b. Calculer  $u(0,005)$  et conclure.