ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2
Corrigé du sujet 47 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 POINTS**

Question 1

On a $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\,(2\,;\,-4)$, donc $\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|^2 = \left(\vec{u}-\vec{v}\right)\cdot\left(\vec{u}-\vec{v}\right) = 4+16 = 20$
Il en résulte que $\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\| = \sqrt{20} = \sqrt{4\times 5} = \sqrt{4}\times\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$.

Question 2

$f(x) = x^2+2x+5 = x^2+2x+1+4 = (x+1)^2+4$: c'est donc une somme de carrés supérieure ou égale à 4, donc supérieure à zéro.

Question 3

On a $\sin\dfrac{\pi}{6} = \sin\dfrac{5\pi}{6} = \dfrac{1}{2}$.

Question 4

L'appel de cette fonction renvoie le premier terme de la suite tel que $u_n \leqslant 6$.

Question 5

Pour tout réel x, $\mathrm{e}^{3x-5}\times\mathrm{e}^{4-3x} = \mathrm{e}^{3x-5+4-3x} = \mathrm{e}^{-1} = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

1. Augmenter de 5 % c'est multiplier par $1+\dfrac{5}{100} = 1+0,05 = 1,05$.
   - $u_1 = u_0\times 1,05 = 416\times 1,05 = 436,8 \approx 437$.
   - $u_2 = u_1\times 1,05 = 436,8\times 1,05 = 458,64 \approx 459$.
2. Quel que soit le naturel n, $u_{n+1} = u_n\times 1,05$: cette égalité montre que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme $u_0 = 416$.
3. On sait qu'alors quel que soit le naturel n, $u_n = u_0\times 1,05^n = 416\times 1,05^n$.
4. On a donc en particulier : $u_7 = 416\times 1,05^7 \approx 585,4$, soit environ 585.
5. Avec la calculatrice : on saisit 416 Entrée, puis ($\times$1,05 Entrée) séquence que l'on répète jusqu'à ce que l'on obtienne un nombre supérieur à 700 : il faut répéter la séquence 11 fois pour obtenir environ 711,5.
   Le nombre d'adhérents dépassera les 700 adhérents en suivant ce modèle en 2018 + 11 = 2029.

EXERCICE 3 **5 POINTS**

$$C(x) = 0,1x^2+0,7x+100, \qquad \text{pour } x\in[0\,;\,160].$$

1. On a donc $R(x) = 14x$
2. On a $B(x) = R(x)-C(x) = 14x-\left(0,1x^2+0,7x+100\right) = -0,1x^2+13,3x-100$..
   Pour le trinôme on a $\Delta = 13,3^2-4\times(-0,1)\times(-100) = 176,89-40 = 136,89 > 0$.
   Le trinôme a donc deux racines :
   $$x_1 = \frac{-13,3+\sqrt{136,89}}{-0,2} = 8 \quad\text{et}\quad x_1 = \frac{-13,3-\sqrt{136,89}}{-0,2} = 125.$$
   On sait que le trinôme est du signe de $a = -0,1$, donc négatif sauf entre les racines où il est positif.
   On a donc $B(x) > 0$ sur l'intervalle $[8;\,125]$.
3. **a.** On a $B'(x) = -0,2x+13,3$.

b. • $-0,2x+13,3>0$ si $13,3>0,2x$ ou $133>2x$ ou $0\leqslant x<66,5$: la fonction est donc croissante sur l'intervalle [0 ; 66,5] ;

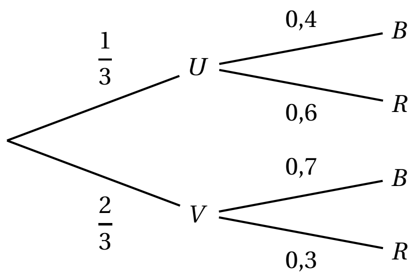
• $-0,2x+13,3<0$ si $13,3<0,2x$ ou $133<2x$ ou $66,5<x<160$: la fonction est donc décroissante sur l'intervalle [66,5 ; 160].

• $-0,2x+13,3=0$ si $x=66,5$: la fonction B a un maximum pour $x=66,5$, $B(66,5)=-0,1\times 66,5^2+13,3\times 66,5-100=342,225$, soit environ 342,23 €.

c. On a vu que le bénéfice maximal correspond à la vente de 66,5 kilos et ce bénéfice se monte à 342,23 €.

EXERCICE 4 **5 POINTS**

1.



2. D'après la loi des probabilités totales :

$p(R)=p(U\cap R)+p(V\cap R)$;

- $p(U\cap R)=p(U)\times p_U(R)=\dfrac{1}{3}\times 0,6=\dfrac{6}{30}=\dfrac{1}{5}=0,2$;
- $p(V\cap R)=p(V)\times p_V(R)=\dfrac{2}{3}\times 0,3=\dfrac{0,6}{3}=0,2.$

Donc $p(R)=0,2+0,2=0,4.$

3. Il faut calculer $p_R(U)=\dfrac{p(R\cap U)}{p(R)}=\dfrac{p(U\cap R)}{p(R)}=\dfrac{0,2}{0,4}=0,5.$

4. **a.** On a donc $p(G=2)=0,4$ et $p(G=-1)=0,6.$

b. On a $E(G)=2\times 0,4+(-1)\times 0,6=0,8-0,6=0,20$ (€).

Ceci signifie que sur un grand nombre de parties un joueur gagnera en moyenne 20 centimes par partie.