∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion ∾
série générale e3c Corrigé du n° 48 année 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1 **5 points**

1. On constante avec les deux points de la tangente de coordonnées $(2\,;\,2)$ et $(5\,;\,4)$ que celle a un coefficient directezur égal à $f'(2) = \dfrac{4-2}{5-2} = \dfrac{2}{3}$.
   Une équation de cette tangente est :
   $y - f(2) = f'(2)(x-2)$, soit $y - 2 = \dfrac{2}{3}(x-2)$ ou $y = \dfrac{2}{3}(x-2)+2$.
2.
   On voit que si A correspond à l'arc de mesure α, alors $\cos\alpha = -\dfrac{1}{2}$ donc $\alpha = -\dfrac{2\pi}{3}$.
3. $f(x) = ax^2 + bx = x(ax+b)$. Ce trinôme a donc deux racines : 0 et $-\dfrac{b}{a} < 0$ car a et b sont tous les deux supérieurs à zéro. Donc réponse **d.**
4. La droite D a un vecteur directeur $\overrightarrow{d}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$, d'où $\overrightarrow{d}\cdot\overrightarrow{u} = 2-2 = 0$: les vecteurs $\overrightarrow{d}$ et $\overrightarrow{u}$ sont orthogonaux : réponse **b.**
5. Les distances parcourues chaque jour sont les termes d'une suite arithmétique de premier terme 12 (km) et de raison $-0,5$ (km).
   Si d_n est la distance parcourue le n-ième jour, on sait que $d_n = 12 - 0,5(n-1)$.
   Il faut trouver :
   $S_{10} = 12 + 11,5 + 11 + \ldots + 12 - 4,5$ que l'on peut écrire :
   $S_{10} = 12 - 4,5 + 12 - 4 + \ldots + 12$. En sommant membre à membre :
   $2S_{10} = 10 \times (24 - 4,5) = 240 - 45 = 195$, d'où $S_{10} = 97,5$.

Exercice 3 **5 points**

$$C(x) = (5x-2)\mathrm{e}^{-0,2x} + 2.$$

1. On lit une production d'environ 5,4 tonnes pour un coût maximal.
2. **a.** $C'(x) = C_m(x) = 5\mathrm{e}^{-0,2x} - 0,2\times(5x-2)\mathrm{e}^{-0,2x} = \mathrm{e}^{-0,2x}(5 - x + 0,4) = (-x+5,4)\mathrm{e}^{-0,2x}$.
   b. Donc $-x + 5,4 < 0$ si $5,4 < x$ ou $x > 5,4$.
   c. On sait que quel que soit le réel x, $\mathrm{e}^{-0,2x} > 0$, donc le signe de $C_m(x)$ est celui de $-x+5,4$. D'après la question précédente la fonction C est décroissante sur $]5,4\,;\,10]$ et sur $[0\,;\,5,4[$, $C'(x) > 0$, donc la fonction C est croissante sur cet intervalle.
   $C(5,4) = (5\times 5,4 - 2)\mathrm{e}^{-0,2\times 5,4} + 2 \approx 10,4899$.
   d. Le coût total mensuel maximal sur l'intervalle considéré est donc environ de 10 490 €.

Exercice 3 **5 points**

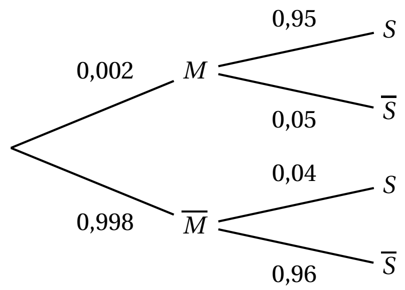
1. Augmenter de 2 %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{2}{100} = 1 + 0,02 = 1,02$.
   À partir de $u_0 = 3\,300\,000$, on a donc $u_1 = u_0 \times 1,02$, puis
   $u_2 = 1,02u_1 = 1,02^2 u_0 = 1,02^2 \times 3\,300\,000 = 3\,433\,320$.
   En 2021, le nombre de personnes atteintes de diabète en France sera de 3 433 320.
2. Quel que soit n, on a donc $u_{n+1} = 1,02u_n$: la suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison 1,03, de premier terme $u_0 = 3\,300\,000$
3. On sait que pour tout naturel n, $u_n = 3\,300\,000 \times 1,02^n$.

4. 2025 correspond à $n = 6$ et $u_6 = 3300000 \times 1,02^6 \approx 3716335,9$, soit environ 3 716 336personnes seront atteintes de diabète en France en 2025.
5. L'algorithme calcule le nombre de personnes atteintes tant que leur nombre est inférieur à S.

   Donc pour un seuil de 5 000 000 il faut dépasser $2019 + 21 = 2040$.

Exercice 4 **5 points**

1. • $p(M) = \dfrac{1}{500} = \dfrac{2}{1000} = 0,002$;
   • $P_M(S) = 0,95$;
   • $P_{\overline{M}}\left(\overline{S}\right) = 0,96$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous, modélisant cette situation :



3. D'après la loi des probabilités totales : $p(S) = p(M \cap S) + p\left(\overline{M} \cap S\right)$.
   • $p(M \cap S) = p(M) \times p_M(S) = 0,02 \times 0,95 = 0,0019$;
   • $p\left(\overline{M} \cap S\right) = p\left(\overline{M}\right) \times p_{\overline{M}}(S) = 0,998 \times 0,04 = 0,03992$.

   Donc $p(S) = 0,0019 + 0,03992 = 0,04182$
4. On a $p_S(M) = \dfrac{p(S \cap M)}{p(S)} = \dfrac{p(M \cap S)}{p(S)} = \dfrac{0,0019}{0,04182} \approx 0,0454$, soit 0,045 au millième près (environ 4,5 %).
5. • On a $p(M \cap S) = 0,0019$;
   • On a $p(M) \times p(S) = 0,002 \times 0,04182 = 0,0008364$.

   Donc $p(M \cap S) \neq p(M) \times p(S)$: les évènements M et S ne sont pas indépendants.