ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2
Corrigé du sujet 55 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **(5 points)**

Question 1

Une équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0 est :
$y - \text{e}^0 = \text{e}^0(x - 0)$, soit $y - 1 = 1x$ et enfin $y = x + 1$.

Question 2

O a $f'(x) = -2 \times \text{e}^{-2x+6} = -2\text{e}^{-2x+6}$.

Question 3

$\overrightarrow{\text{AB}} = 6\overrightarrow{\imath} - 2\overrightarrow{\jmath}$

Question 4

On a $f' - x) = \sin(-x) - \cos(-x) = -\sin x - \cos x$: la fonction n'est ni paire, bi impaire. (et $f(0) = -1$.)

Question 5

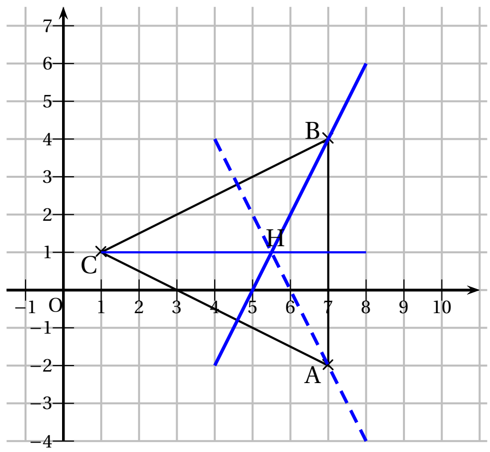
On a $\overrightarrow{u}\,(-(-2)\;;\,5)$, soit $\overrightarrow{u}\,(2\;;\,5)$. Le coefficient directeur est donc égal à $\dfrac{5}{2}$.

EXERCICE 2 **(5 points)**

1. **a.** Si x est la longueur des deux côtés perpendiculaires au mur, l'autre côté a pour longueur : $28 - 2x$.
   Donc l'aire de l'enclos est : $\mathcal{A}(x) = x(28 - 2x) = 28x - 2x^2$.
   b. On a : $\mathcal{A}(x) = -2x^2 + 28x = -2\left(x^2 - 14x\right) = -2\left[(x-7)^2 - 49\right] = -2(x-7)^2 + 98$.
2. Le coefficient de x^2 étant négatif, la concavité est tournée vers le bas : on élimine donc $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_4$.
   D'autre part on a $\mathcal{A}(0) = 0$: la courbe représentative doit contenir l'origine : la bonne courbe est donc $\mathcal{C}_2$.
3. On voir que le maximum est atteint pour $x = 7$, ce maximum étant égal à 98.
   La fonction est donc croissante sur $[0\,;\,7]$, puis décroissante sur $[7\,;\,28]$.
4. On a vu que l'aire maximale est obtenue pour $x = 7$ avec une aire maximale de 98 m^2.

EXERCICE 3 **(5 points)**

1. $M(x\;;\;y) \in d_1$ si et seulement si $\overrightarrow{\text{C}M} \cdot \overrightarrow{\text{AB}} = 0$ donc si $0 \times (x-1) + 6(y-1) = 0$ soit $y - 1 = 0$.
2. La droite contenant un sommet et perpendiculaire au côté opposé est une hauteur.
3. $M(x\;;\;y) \in d_2$ si et seulement si $\overrightarrow{\text{B}M} \cdot \overrightarrow{\text{AC}} = 0$ soit $-6(x-7) + 3(y-4) = 0$ ou
   $-6x + 3y + 42 - 12 = 0$ et enfin $-2x + y + 10 = 0$.
4. Si H est le point d'intersection de deux hauteurs, c'est donc l'orthocentre point commun aux trois hauteurs ; la troisième hauteur est donc (AH) qui est perpendiculaire à (BC) ; les vecteurs $\overrightarrow{\text{AH}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$ sont donc orthogonaux et leur produit scalaire est donc nul.



EXERCICE 4 **(5 points)**

Partie A

1. Si u_n est le nombre d'ouvrages de la médiathèque l'an $2020+n$, on en jette $0,05u_n$, mais on en achète 6 000 neufs. On a donc : $u_{n+1} = u_n - 0,05u_n + 6000 = 0,95u_n + 6000$.
2. Ce programme donne en milliers le nombre d'ouvrages de la médiathèque l'année $2020+n$.

Partie B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus. On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1^er^ janvier de l'année (2020+n).

1. On admet que $v_{n+1} = 0,95 \times +4$ pour tout entier naturel $n \geqslant 0$ avec $v_0 = 42$.
   On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier naturel n, par $w_n = v_n - 80$.
   a. Quel que soit $n \in \mathbb{N}$, , $w_{n+1} = v_{n+1} - 80 = 0,95 \times v_n + 4 - 80 = 0,95v_n - 76 =$
   $w_{n+1} = 0,95\left(v_n - \frac{76}{0,95}\right) = 0,95\,(v_n - 80) = 0,95w_n$.
   L'égalité $w_{n+1} = 0,95w_n$, vraie pour tout naturel n, montre que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et de premier terme $w_0 = v_0 - 80 = 42 - 80 = -38$.
   b. On sait que pour tout naturel n, $w_n = -38 \times 0,95^n$.
   L'égalité $w_n = v_n - 80$ entraine $v_n = 80 + v_n = 80 - 38 \times 0,95^n$.
2. Ceci signifie que le nombre d'ouvrages atteindra 70 000 au bout de 27 ans, soit en 2047.