꩜ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ꩜
Corrigé du sujet 56 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 points**

QUESTION 1

Seule l'affirmation **c.** est vraie.

QUESTION 2

On a $\cos\dfrac{2\pi}{3} = -\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{2\pi}{3} \in [0\ ;\ \pi]$. L'affirmation **b.** est vraie.

QUESTION 3

Sur la figure on lit que le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2 est 1. Donc $f'(2) = 1$.

QUESTION 4

g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :
$g'(x) = 3x^2 - 0{,}0012 = 3\left(x^2 - 0{,}0004\right) = 3(x+0,02)(x-0,02)$.
$g'(x)$ est un trinôme du second degré de coefficient principal $3 > 0$, donc sa courbe représentative est une parabole dont la concavité est tournée vers le haut.
L'équation $g'(x) = 0$ a deux solutions $-0,02$ et $0{,}02$. Ce trinôme est donc positif sauf entre les racines, donc g est décroissante sur l'intervalle $]-0,02\ ;\ 0,02[$.

QUESTION 5

Seule l'affirmation **d.** est vraie.

EXERCICE 2 **5 points**

1. $p\left(\overline{D}\right) = 1 - p(D) = 1 - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$.
2. Voir l'annexe.
3. $p\left(\overline{D}\cap S\right) = p\left(\overline{D}\right) \times p_{\overline{D}}(S) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4}$.
4. D'après la loi des probabilités totales :
$p(S) = p(D\cap S) + p\left(\overline{D}\cap S\right) = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{9}{10} + = \dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{12+5}{5\times 4} = \dfrac{17}{20}\dfrac{17\times 5}{20\times 5} = \dfrac{85}{100} = 0,85$.
5. On calcule $p_S\left(\overline{D}\right) = \dfrac{p\left(S\cap\overline{D}\right)}{p(S)} = \dfrac{p\left(\overline{D}\cap S\right)}{p(S)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{5}} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{5}{12}$.

EXERCICE 3 **5 points**

1. **a.** $\overrightarrow{\text{OA}}\cdot\overrightarrow{\text{OB}} = 8\times 0 + 0\times 6 = 0$.

   b. Avec E(4 ; 3) d'où $\overrightarrow{\text{OE}}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$, on a $\overrightarrow{\text{OA}}\cdot\overrightarrow{\text{OE}} = 8\times 4 + 0\times 3 = 32$.

2. **a.** Le milieu du côté opposé à B est celui de [OA]. Ses coordonnées sont $(4\ ;0)$.
   Or $1,5\times 4 + 0 - 6 = 0 \iff 6 - 6 = 0$ qui est vraie ;
   De même pour B(0 ; 6) : $1,5\times 0 + 6 - 6 = 0$ est vraie. Donc $1,5x + y - 6 = 0$ est une équation cartésienne de la médiane issue du point B dans le triangle OAB.

   b. La médiane issue de O dans le triangle OAB contient O et le milieu I de [AB] ; on a I(4 ; 3).
   Puisque cette médiane contient O, une de ses équations est $y = \alpha x$.
   Donc en utilisant les coordonnées de I : $3 = \alpha 4 \iff \alpha = \dfrac{3}{4} = 0,75$. Une équation de cette médiane est $y = 0,75x$.

c. G étant commun aux trois médianes du triangle OAB est le point d'intersection des deux médianes issues de B et de O. Les coordonnées de G vérifient donc les deux équations :
$\left\{\begin{array}{l c l}1,5x+y-6 &=& 0\\ y &=& 0,75x\end{array}\right. \Rightarrow 1,5x+0,75x-6=0 \iff 2,25x=6 \iff 0,75x=2 \iff$
$3x=8 \iff x=\dfrac{8}{3}$, puis $y=0,75x=0,75\times\dfrac{8}{3}=\dfrac{3}{4}\times\dfrac{8}{3}=2$.
Conclusion $\text{G}\left(\dfrac{8}{3}\ ;\ 3\right)$.

EXERCICE 4 **5 points**

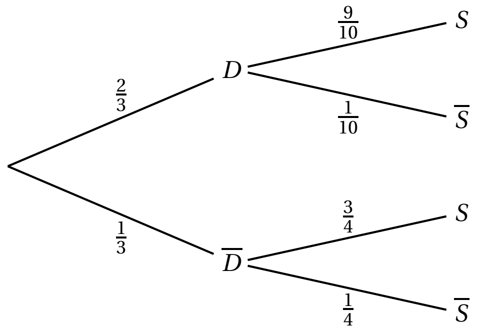
1. L'augmentation en pourcentage de 2016 à 2017 est égale à :
$\dfrac{13,7-12}{12}\times 100=\dfrac{1,7}{12}\times 100\dfrac{170}{12}\approx 14,1667$ soit environ 14,17 %.
2. De 2016 à 2019 le taux d'évolution a été de :
$\dfrac{18,2}{12}\approx 1{,}51667$.
Si t est le taux moyen sur ces trois ans on a $t^3=1{,}51667$.
La calculatrice donne $t\approx 1{,}14894$, soit environ soit une augmentation moyenne annuelle de 14,894 ou 14,89 % au centième près.
3. Augmenter de 15 %, c'est multiplier par $1+\dfrac{15}{100}=1+0,15=1,15$.
Si u_n désigne le nombre d'abonnés l'année $2016+n$, on a donc avec $u_0=12$, quel que soit $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=1,15u_n$: ceci montre que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,15, de premier terme $u_0=12$.
4. On sait que quel que soit $n\in\mathbb{N}$, $u_n=12\times 1,15^n$.
2020 correspond à $n=4$, d'où $u_4=12\times 1,15^4\approx 20,988$ soit 20,99 au centième près.
5.

1	def Seuil() :
2	n=2016
3	A=12
4	while < 40 :
5	A= A*1,15
6	n=n+1
7	return n

Recopier et compléter les instructions 4 et 5 afin que ce programme fournisse l'année où cet objectif sera atteint.
Remarque En faisant tourner cet algorithme on constate qu'il s'arrête pour $n=9$, soit en 2025.

ANNEXES (à rendre avec la copie)

ANNEXE 1 (exercice 2)



ANNEXE 2 (exercice 3)