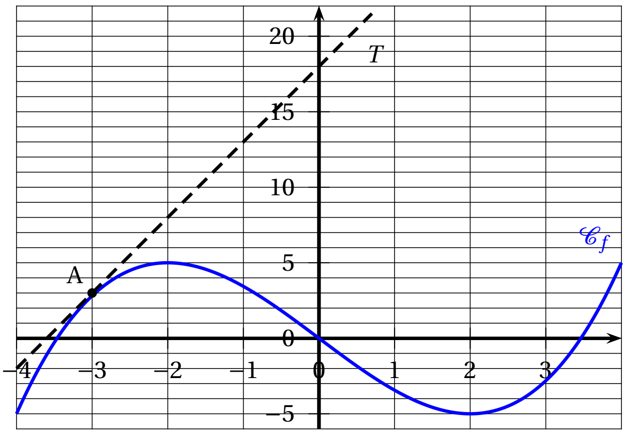
Corrigé du baccalauréat Première Métropole-La Réunion série générale e3c n° 60 année 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1 **5 points**

Question 1
On donne ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f. Cette courbe a une tangente T au point A$(-3\,;\,3)$.



L'équation réduite de cette tangente est :
– l'ordonnée à l'origine est égale à 18 et
– pente de cette droite est égale à $\dfrac{18-3}{3} = 5$.
Un équation de T est donc $y = 5x + 18$.

Question 2
On reprend la fonction f de la question précédente. La représentation graphique de sa fonction dérivée est la deuxième : la fonction est croissante sur $[-4\,;\,-2]$ et sur $[2\,;\,4]$ donc la représentation graphique de la fonction dérivée doit être positive sur ces deux intervalles

Question 3 :

$\cos(x+\pi) + \sin\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = -\cos(x) + \cos(x) = 0.$

Question 4 :

$f(x) = -2x^2 + 4x + 6 = -2\left(x^2 - 2x - 3\right) = -2\left[(x-1)^2 - 4\right] + 6 = -2(x-1)^2 + 8.$
Or $8-2(x-1)^2 = 0 \iff 4-(x-1)^2 = 0 \iff (2+x-1)(2-x+1) = 0 \iff (x+1)(3-x) = 0 \iff x = -1$ ou $x = 3$. Ce trinôme est négatif sauf entre les racines -1 et 3
Cette fonction est strictement positive sur l'intervalle $]-1\,;\,3[$.

Question 5 :
La fonction est dérivable comme produit de fonctions dérivables et ur cet intervalle :
$h'(x) = 2\mathrm{e}^x + (2x-1)\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x(2+2x-1) = \mathrm{e}^x(2x+1) = (2x+1)\mathrm{e}^x$.

Exercice 2 **5 points**

1. Diminuer de 2 % c'est multiplier par $\left(1 - \dfrac{2}{100}\right) = 1 - 0,02 = 0,98$.
   Il parcourt donc le deuxième jour $50 \times 0,98 = 49$ (km).
2. On a donc pour $n \geqslant 1$ $u_{n+1} = 0,98u_n$, ce qui montre que la suite (D_n) est une suite géométrique de premier terme 50 et de raison $q = 0,98$.
3. On sait que pour $n \geqslant 1$, $D_n = 50 \times 0,98^{n-1}$.
4. Pour calculer le nombre de jours qu'il faudra au globe-trotter pour atteindre son objectif, on a écrit le programme Python suivant :

```
def nb_jours:
   j=1
   u=50
   S=50
   While S<2000
.          u= 0,98*u
         S = S+u
         j= j+1
   return j
```

Compléter les deux lignes incomplètes de ce programme.

5. À l'aide de l'extrait de tableur ci-dessous, déterminer quand le globe-trotter aura atteint son objectif.
Lorsque $j = 80$, on a $s = 2\,003 > 2\,000$.
Le globe-trotter aura accompli ses 2 000 kilomètres au bout de 80 jours.

Exercice 3 **5 points**

Soit $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ un repère orthonormé. On considère le cercle C de centre A(2 ; 5) et de rayon 5

1. $M(x\,;\,y) \in C \iff \text{A}M^2 = 5^2 \iff (x-2)^2 + (y-5)^2 = 25 \iff$
$x^2+4-4x+y^2+25-10y = 25 \iff x^2+y^2-4x-10y+29 = 25 \iff x^2+y^2-4x-10y = -4$.

2. $\text{B}(5\,;\,9) \in C \iff 5^2+9^2-4\times5-10\times9 = -4 \iff 25+81-20-90 = -4 \iff -4 = -4$. L'égalité est vraie donc $\text{B} \in C$.

3. [AB] est un rayon du cercle de centre A, donc la tangente au cercle en B est perpendiculaire à ce rayon [AB].

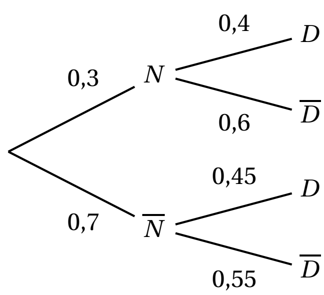
4. Soit (t) la tangente au cercle au point B.
On a $M(x\,;\,y) \in (t) \iff \overrightarrow{\text{B}M}\cdot\overrightarrow{\text{BA}} = 0 \iff -3(x-5)-4(y-9) = 0 \iff$
$-3x+15-4y+36 = 0 \iff 3x+4y-51 = 0$.

5. Les points de l'axe des ordonnées sont caractérisés par leur abscisse nulle ($x = 0$). Il faut donc résoudre le système :
$\left\{\begin{array}{lcr} x^2+y^2-4x-10y & = & -4 \\ x & = & 0 \end{array}\right. \Rightarrow y^2-10y = -4 \iff y^2-10y+4 = 0.$
Pour cette équation du second degré : $\Delta = 10^2-4\times4 = 100-16 = 84 > 0$.
L'équation a donc deux solutions : $y_1 = \dfrac{10+\sqrt{84}}{2}$ et $y_2 = \dfrac{10-\sqrt{84}}{2}$.
Les points d'intersection du cercle C et de l'axe des ordonnées ont donc pour coordonnées :

$$\left(0\,;\,\frac{10+\sqrt{84}}{2}\right),\quad \left(0\,;\,\frac{10-\sqrt{84}}{2}\right).$$

Exercice 4 **5 points**

1.



2. $P\left(\overline{N}\cap\overline{D}\right) = P\left(\overline{N}\right)\times P_{\overline{N}}\left(\overline{D}\right) = 0,7\times0,55 = 0,385$.
La probabilité de choisir un automobiliste qui ne prend pas la nationale puisne prend pas la départementale est égale à 0,385.

3. On a de même $P\left(N\cap\overline{D}\right) = P(N)\times P_N\left(\overline{D}\right) = 0,3\times 0,6 = 0,18$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $P\left(\overline{D}\right) = P\left(\overline{N}\cap\overline{D}\right) + P\left(N\cap\overline{D}\right) = 0,385 + 0,18 = 0,565$.

Lors de ces journées classées « rouges », on donne les temps de parcours suivants :
Paris- Orléans, par autoroute : 3 heures;
Paris- Orléans, par nationale : 2 heures;
Orléans- Limoges, par autoroute : 4 heures;
Orléans - Limoges, par départementale : 3 heures et demie.

4. Recopier et compléter le tableau ci-dessous, qui donne pour chaque trajet, le temps en heure et la probabilité :

Évènement	$N\cap D$	$N\cap\overline{D}$	$\overline{N}\cap D$	$\overline{N}\cap\overline{D}$
Temps en heure	5,5	6	6,5	7
Probabilité	0,12	0,18	0,315	0,385

   On a $E(X=d) = 0,12\times 5,5 + 0,18\times 6 + 0,315\times 6,5 + 0,385\times 7 = 0,66 + 1,08 + 2,0475 + 2,695 =$ 6,4825, soit environ 6 h 29 min.
   Ceci signifie que pour un grand nombre de véhicules letemps moyen pour aller de Paris à Limoges est environ de 6 heures et demie.