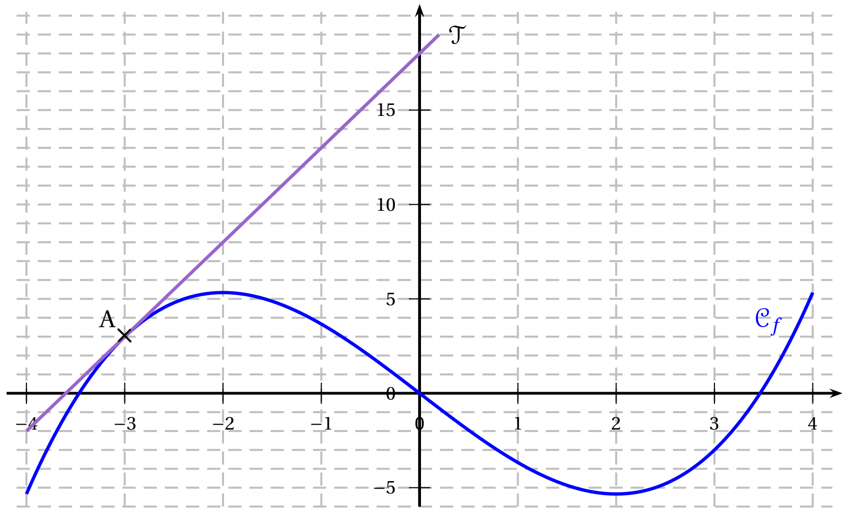
꧁ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ꧂
Corrigé du sujet 64 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 points**

Question 1

On donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f. Cette courbe a une tangente $\mathcal{T}$ au point $A(-3\,;\,3)$.



L'équation réduite de cette tangente est :
Son coefficient directeur est égal à 5 et son ordonnée à l'origine est 18. L'équation réduite est donc $y = 5x + 18$.

Question 2

La seule fonction positive sur $]-\infty\,;\,-2[$ et sur $]2\,;\,+\infty[$, négative ailleurs est la fonction de **b.**

Question 3

On a $\cos(x+\pi)+\sin(x+\frac{\pi}{2}) = -\cos x + \cos x = 0$.

Question 4

On cherche les racines du trinôme : $\Delta = 16 - 4\times(-2)\times 6 = 16 + 64 = 64 > 0$: il y a donc deux racines :

$$\frac{-4+\sqrt{64}}{-4} = -1 \quad \text{et} \quad \frac{-4-\sqrt{64}}{-4} = 3$$

On sait que le trinôme est négatif sauf entre les racines où il est positif. Réponse $]-1\,;\,3[$.

Question 5

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (2x-1)\mathrm{e}^x$.
h est une fonction produit de deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. Sur cet intervalle, on a donc :
$h'(x) = 2\mathrm{e}^x + (2x-1)\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x(2+2x-1) = \mathrm{e}^x(2x+1)$.

EXERCICE 2 **5 points**

1. Retrncher2/,%, c'est multiplier par $1 - \dfrac{2}{100} = 1 - 0,02 = 0,98$.
   On a donc $d_2 = 50\times 0,98 = 49.$(km)
2. Si d_n est la distance parcourue le n-ième jour, alors $d_{n+1} = d_n \times 0,98$.
   Ceci montre que la suite (d_n) est une suite géométrique de premier terme $d_1 = 50$ et de raison $q = 0,98$.
3. On sait qu'alors pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $d_n = d_1 \times q^{n-1} = 50\times 0,98^{n-1}$.
4. a écrit le programme Python suivant :

```
def nb jours :
  j=1
  u=50
  S=50
  While S < 2 000 :
    u=0,98*u
    S=S+u
    j= j+1
  return j
```

5. L'algorithme s'arrête le 80e jour.

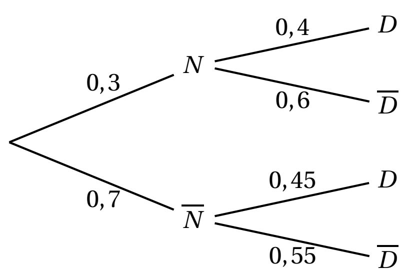
EXERCICE 3 **5 points**

Soit $\left(\text{O}\,;\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$ un repère orthonormé.
On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre A(2 ; 5) et de rayon 5.

1. On a $M(x\,;\ y) \in \mathcal{C} \iff \text{A}M^2 = 5^2 \iff (x-2)^2+(y-5)^2 = 25 \iff x^2-4x+4+y^2-10y+25 = 25 \iff x^2+y^2-4x-10y=-4$.
2. $B(5\,;\ 9) \in \mathcal{C} \iff 5^2+9^2-4\times5-10\times9=-4 \iff 25+81-20-90=-4 \iff 106-110=-4$ qui est vraie.
3. A est le centre du cercle et B est un point de ce cercle. On sait que la tangente en un point du cercle est perpendiculaire au rayon contenant ce point B.
4. Si T_{textB} est cette tangente on a :
   $M(x\,;\ y) \in T_{textB} \iff (\text{B}M) \perp (\text{AB}) \iff \overrightarrow{\text{B}M}\cdot\overrightarrow{\text{AB}}$.
   Avec $\overrightarrow{\text{B}M}\begin{pmatrix}x-5\\y-9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{AB}}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$, on a donc :
   $\overrightarrow{\text{B}M}\cdot\overrightarrow{\text{AB}}=0 \iff 3(x-5)+4(y-9)=0 \iff 3x+4y-15-36=0 \iff 3x+4y-51=0$.
5. Un point de l'axe des ordonnées est caractérisé par son abscisse nulle ($x=0$), donc :
   $\left\{\begin{array}{lcl} x^2+y^2-4x-10y &=& -4\\ x &=& 0\end{array}\right. \Rightarrow y^2-10y=-4 \iff y^2-10y+4=0.$
   Pour cette équation : $\Delta = 100-4\times4=84=4\times21=\left(2\sqrt{21}\right)^2>0$: il y a donc deux racines :
   $\dfrac{10+2\sqrt{21}}{2}=5+\sqrt{21}$ et $\dfrac{10-2\sqrt{21}}{2}=5-\sqrt{21}$. Le cercle $\mathcal{C}$ a deux points communs avec l'axe des ordonnées de coordonnées : $\left(5+\sqrt{21}\,;\ 0\right)$, $\left(5-\sqrt{21}\,;\ 0\right)$.

EXERCICE 4 **5 points**

1. Recopier sur la copie et compléter l'arbre ci-dessous.



2. Par définition : $p\left(\overline{N}\cap\overline{D}\right)=p\left(\overline{N}\right)\times p_{\overline{N}}\left(\overline{D}\right)=0,7\times0,55=0,385$.
3. On a de même $p\left(N\cap\overline{D}\right)=p(N)\times p_N\left(\overline{D}\right)=0,3\times0,6=0,18$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $p\left(\overline{D}\right)=p\left(N\cap\overline{D}\right)+p\left(\overline{N}\cap\overline{D}\right)=0,18+0,385=0,565$

4.

Évènement	$N \cap D$	$N \cap \overline{D}$	$\overline{N} \cap D$	$\overline{N} \cap \overline{D}$
Temps en heure	5,5	6	6,5	7
Probabilité	0,12	0,18	0,315	0,385

Pour la probabilité de l'évènement $\overline{N} \cap D$, on calcule le complément à 1 des trois autres probabilités déjà calculées, soit $1-(0,12+0,18+0,385) = 1-0,685 = 0,315$.

5. L'espérance du temps en heure pour le trajet est la somme des produits de chaque temps par leur probabilité, soit :

$E = 5,5\times 0,12+6\times 0,18+6,5\times 0,315+7\times 0,385 = 0,66+1,08+2,0475+2,695 = 6,4825$, soit un peu moins de 6 h 30 min. (en fait à peu près 29 min).