∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Corrigé du sujet 25 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 points**

Question 1

Si A$(-1\,;\,1)$, $(x+1)^2+(y-1)^2=9 \iff \text{A}M^2=3^2$ autrement dit, tous les points M appartiennent au cercle de centre A et de rayon 3.

Question 2

Toutes les fonctions $x \longmapsto f_a(x)=a(x-1)(x-3)$ vérifient les conditions : il y a en a une infinité suivant les valeurs de a.

Question 3

Une fonction polynôme du second degré peut être (s'il n'a pas de racines) ou non (s'il a des racines) de signe constant sur $\mathbb{R}$.

Question 4

$\text{e}^{2x+1}=\text{e}^{2x}\times\text{e}^1=\text{e}^{2x}\times\text{e}$.

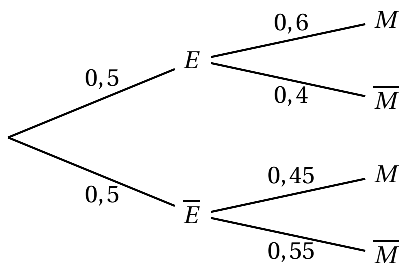
Question 5

Un vecteur directeur de d est $\overrightarrow{d}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{d}\cdot\overrightarrow{u}=5\times2+2\times(-5)=10-10=0$.

Donc $\overrightarrow{u}$ est bien un vecteur normal à la droite (d).

EXERCICE 2 **5 points**

1. Sur la copie, recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant :



2. On a $p(E\cap M)=p(E)\times p_E(M)=0,5\times0,6=0,3$.
3. On a aussi $p\left(\overline{E}\cap M\right)=p\left(\overline{E}\right)\times p_{\overline{E}}(M)=0,5\times0,45=0,225$.
   D'après la loi des probabilités totales :
   $p(M)=p(E\cap M)+p\left(\overline{E}\cap M\right)=0,3+0,225=0,525$.
4. Il faut trouver $p_M\left(\overline{E}\right)=\dfrac{p(M\cap\overline{E})}{p(M)}=\dfrac{p(\overline{E}\cap M)}{p(M)}=\dfrac{0,225}{0,525}\approx0,429$ soit 0,43 au centième près.
5. On a $p\left(\overline{E}\cap\overline{M}\right)=p\left(\overline{E}\right)\times p_{\overline{E}}\left(\overline{M}\right)=0,5\times0,55=0,275$.
   La probabilité de gagner une seule partie est donc égale à :
   $1-(0,3+0,275)=1-0,575=0,425$.
   L'espérance mathématique de la variable aléatoire qui à chaque couple de parties associe le nombre de réussite(s) est égale à :
   $E(X)=4\times0,3+2\times0,425+0\times0,275=1,2+0,85=2,05$ (€).

EXERCICE 3 **5 points**

1. **a.** On ajoute chaque année 1,4, donc $T_{n+1} = T_n + 1,4$ quel que soit le naturel n : la suite (T_n) est donc une suite arithmétique de premier terme $T_0 = 14$ et de raison 1,4.
   b. Cherchons la solution de l'équation $14 + 1,4n \geqslant 35$ soit $1,4n \geqslant 21$ ou $0,2n \geqslant 3$ et en multipliant par 5 : $n \geqslant 15$.
   Au bout de 15 ans, soit en 2034 la température sera de 35 °.
2. **a.** Baisser de 10 % c'est multiplier par $1 - \dfrac{10}{100} = 1 - 0,10 = 0,9$.
   On a donc quel que soit $n \in \mathbb{N}$, $P_{n+1} = 0,9P_n$. La suite (P_n) est donc une suite géométrique de raison 0,9 de premier terme 673.
   b. On sait que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P_n = 673 \times 0,9^n$.
   c. L'algorithme dit qu'en 2026 la hauteur des précipitations sera inférieure ou égale à 300 mm.

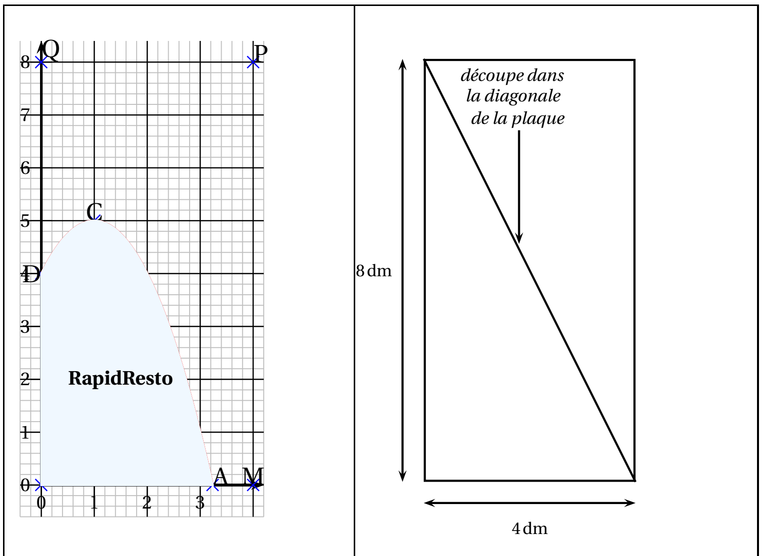
EXERCICE 4 **5 points**

Soit f la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = -x^2 + 2x + 4.$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1. f est dérivable sur $\mathbb{R}$, donc en particulier sur $[0~;~+\infty[$. Sur cet intervalle :
   $f'(x) = -2x + = 2(1 - x)$.
   • $f'(x) > 0$ si $1 - x > 0$ soit si $x < 1$: la fonction f est croissante sur $[0~;~1]$.
   • $f'(x) < 0$ si $1 - x < 0$ soit si $x > 1$: la fonction f est décroissante sur $[0~;~+\infty[$.
   • $f'(x) = 0$ si $1 - x = 0$ soit si $x = 1$: $f(1) = -1 + 2 + 4 = 5$ est le maximum de la fonction f sur $[0~;~+\infty[$.
2. Le ou les points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses, vérifient $f(x) = 0$, soit $-x^2 + 2x + 4 = 0$.
   Pour cette équation du second degré : $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 4 + 16 = 20 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 > 0$; l'équation a donc deux solutions :
   $x_1 = \dfrac{-2 + 2\sqrt{5}}{-2} = 1 - \sqrt{5}$ mais $1 - \sqrt{5} < 0$ donc il reste :
   $x_2 = \dfrac{-2 - 2\sqrt{5}}{-2} = 1 + \sqrt{5}$. Donc le point A a pour coordonnées $\left(1 + \sqrt{5}~;~0\right)$.
3. On sait que l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$ est :
   $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$. Avec $f(2) = -4 + 4 + 4 = 4$ et $f'(2) = 2 \times (1 - 2) = -2$, on obtient :
   $M(x~;~y) \in \mathcal{T} \iff y - 4 = -2(x - 2) \iff y = -2x + 8$.
4. Voir à la fin.
5. *Les figures ci-dessous ne sont pas à l'échelle.*



Logo à réaliser — Découpe selon la diagonale

la diagonale (en rouge) partage le rectangle en deux triangles de même aire et comme latangente est au dessus de la courbe, on pourra découper un autre logo dans l'autre triangle rectangle.

ANNEXE

EXERCICE 4, question 4.

À rendre avec la copie