LES $\mathcal{M}$ATHS : L'Ω ?

Organe officiel de la Régionale de CAEN de l'APMEP : **Numéro 7 - Janvier 2009**
Rédacteur en Chef : Richard Choulet

Éditorial : Encore deux ans à attendre; $2009 = 7^2 \times 41$ n'est pas premier mais 2011 l'est tout autant que l'était 2003. Une unité dans $\mathbb{Q}(\sqrt{2009})$ est $141012534067201 + 3146065416960\sqrt{2009}$. Par ailleurs l'algorithme RATS (Reverse, Add, Then Sort) donne immédiatement un palindrome : $2009+9002 = 11011$; que cela donne-t-il avec 196 ? Vous pourrez lire avec profit la page 404 de «Unsolved Problems in Number Theory» of the sieur Richard K. Guy dans sa third edition de 2004 et un extrait en quatrième de couverture, d'un dénommé András Sárkösy ! I sont partout, j'vous dis.
N'ai-je pas oublié quelque chose ? Si fait : de vous souhaiter à tous une bonne année 2009 avec des dures luttes pour les «maths». D'ailleurs à propos de mad, le rapprochement «Madoff» n'a pas dû vous échapper : en effet, il est loin d'être fou le gars ! Quoique ... on l'a arrêté !

RELAIS DE SCIENCES
Une adresse à connaître et à utiliser sans modération, celle de l'association Relais d'S-ciences, association qui était le grand ordonnateur de la Fête de la Science à laquelle nous avons fructueusement collaboré avec le succès que l'on sait (5000 visiteurs en 2 jours au Parc Expo !) : http ://www.relaisdsciences.org. Ne manquez pas de jeter un œil sur toutes ses richesses : dans le chapitre " thema@sciences " section exposition-matériel, voyez par exemple la malle «math et manip» à louer, par notre intermédiaire, au prix de 100 euros par semaine (hors transport et déplacement). Nous pourrions même venir vous aider à en tirer tout le suc pour vos chères têtes blondes !

LA ROCHELLE : de notre envoyée spéciale Chantal

En ces jours de grande froidure, il est réconfortant de se retourner en pensée, en compagnie d'un grog au Cognac, vers le beau soleil illuminant la Rochelle pendant les Journées Nationales APMEP du 25 au 27 octobre 2008. Il y avait là une solide délégation de 20 Bas-Normands (pas si bas que cela !) : des plus anciens, voire obsolètes, venant tout juste d'échapper au trépas, aux «bleus» tâtant là de leurs premières JN, en passant par des filles venues à La Rochelle «armer un bâtiment pour aller faire la course dedans les mers du Levant».
Elles furent bien occupées, ces journées où tous naviguèrent de conférences en expos, d'ateliers en restos (ne manquez pas «l'Aunis» si vous passez par là-bas, c'est rue Saint-Jean-du-Pérot et fort sympa). Il ne fallait pas rater non plus le passage au stand des produits régionaux pour les huîtres et le sel de Ré ou la visite de l'usine Alsthom, pas plus que le délicieux moment à la Salle de l'Oratoire où des lycéens regardaient «l'enseignement par la lorgnette du théâtre» dans une suite de sketches aussi fins qu'hilarants. Et encore, dans un amphi, le récital d'un talentueux collègue capable de redonner vie à Brassens. Mais, soyons sérieux, il s'agissait avant tout des «Mathématiques en Construction». Quelle belle image pour notre discipline que celle d'un édifice où chacun apporte sa pierre et quelle bien belle ville pour l'illustrer, avec son port, ses rues aux blanches arcades, son emblématique hôtel de ville Renaissance, ses hôtels particuliers du XVIIIème. Quelques excellentes illustrations de ce thème : – l'atelier «Approche de l'esthétique des proportions

à partir de l'examen de quelques morceaux choisis de l'architecture rochelaise de la fin de la Renaissance», activité qui nous a vus déambuler en ville, échelles à l'épaule (pour les costauds), mesureur à laser pour les autres, afin de mesurer des portes et recueillir les données à exploiter ensuite pour y débusquer nombre d'or et autres friandises, – la conférence de Frédéric Métin, caennais d'adoption : «Vauban et ses maîtres : la construction géométrique de la sécurité», exposé «enlevé» et abondamment illustré avec Géoportail.
L'expo : «les déchiffreurs, voyage en mathématiques», merveille de photos noir et blanc, surprenant des mathématiciens de haute volée et de tous horizons en pleine «construction» à l'IHES de Bures sur Yvette. NB : on peut les retrouver dans un livre sorti chez Belin.
Bref, rien que du bonheur, il n'y a qu'à les voir, les Normands à la conférence de clôture ! Alors, on se retrouve à Rouen l'an prochain ?

NDLR : Notre envoyée spéciale s'est lâchée ; heureusement que les journées n'étaient point à Camaret !

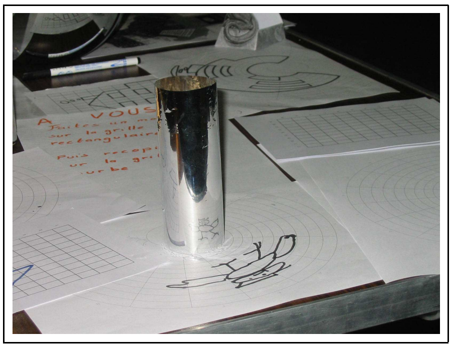
LA FÊTE DE LA SCIENCE : (encore merci à Chantal qui s'y est collée) avec le thème «Percez les secrets d'illusions et de constructions mathématiques par des manipulations concrètes»

LA REGIONALE APMEP à la Fête de la Science des 22 et 23 octobre 2008

Les Maths, un repoussoir, un cauchemar comme voudrait nous le faire croire certaine publicité télévisuelle pour officine de cours particuliers, allons donc...
Des 5000 personnes qui ont poussé la porte du Hall 5 du parc Expo les 22 et 23 octobre, un très grand nombre sont venues se délecter un long moment dans l'espace dévolu au Laboratoire Nicolas Oresme, le département de maths de l'Université. La Régionale APMEP s'était jointe à nos collègues universitaires par une participation financière et aussi la présence active de plusieurs d'entre nous.
Emmanuelle Féaux de Lacroix, Eric Reyssat, André Sesboué avaient déjà bien préparé le terrain en amont avec une belle liste de thèmes et ils avaient conçu et préparé un riche matériel pour illustrer tout cela. Pour chaque thème, exposés, manips par le public, et même possibilité d'emporter les résultats de ses travaux, enchantaient les petits avec les grands-parents, les pères qui, après une intense concentration, réussissaient devant les ados goguenards à énoncer (pêle-mêle, mais les mots y étaient) un certain théorème d'un certain Pythagore ou les scientifiques d'autres disciplines venus là en voisins. Moëbius a eu beaucoup de succès avec ses anneaux en papier crépon à découper par tous, avec

des résultats plein de surprises. Ou bien les bandes faites de fermetures-éclairs accolées dont Emmanuelle, avec une dextérité confondante, faisait des anneaux, 2, 3, attachés, détachés...
Les anamorphoses cylindriques préparées par le spécialiste Didier Bessot, ont fasciné. C'était à qui, après avoir dessiné l'objet de son choix dans un quadrillage, le reporterait et le déformerait dans une grille incurvée pour le retrouver ensuite, parfait, quand le "miroir cylindrique" le lui renvoie. On a vu ainsi surgir d'un informe dessin au sol un très beau phénix, symbole de notre Université, que la Présidente d'icelle a fort apprécié.
C'était magique et cela l'était tout autant à la table d'un collègue dont les maths nourrissaient les tours de cartes et devinettes numériques à la grande joie de tous. Sur un panneau mural, une grande étoile à laquelle chacun, en passant, ajoutait son triangle, a pris au fil des heures, des couleurs et la belle tournure d'une fractale. La magie, encore, avec cet informe assemblage de tasseaux qui, pour peu qu'on aille l'observer par un œilleton bien situé, devenait tel le carrosse de Cendrillon, un rutilant cageot parfaitement conformé !
Il y a eu tout au long de ces deux jours une foule particulièrement nombreuse dans le coin "polygones et polyèdres" où le papier cartonné, le matériel Polydron (le Lego des maths !), les papiers origami, les tiges métalliques même, permettaient l'élaboration de multiples rêves colorés qui devenaient icosaèdres ou dodécaèdres. Ils étaient particulièrement beaux, ces polyèdres "en origami modulaire", réalisés par Didier Trotoux grâce aux idées glanées aux Journées de La Rochelle (**voir son article ci-dessous**). N'oublions pas non plus le coin des "tresses", celui des "graphes", ces théories savantes que manips et illustrations très concrètes ont permis à beaucoup de toucher du doigt.
Et plein d'autres merveilles et d'autres idées encore que nous espérons approfondir l'an prochain..., car l'expérience a été tout aussi joyeuse que gratifiante.

Vive la Science ! Vive les Maths ! Vive la Fête !



La JOURNÉE DE LA RÉGIONALE

QUAND ? Le mercredi 4 mars 2009
OÙ ? Au lycée Allende à Hérouville Saint Clair
POUR FAIRE QUOI ?

Claudine Schwartz, qui a été à la base des programmes en statistiques et probabilités, est notre invitée pour en parler au niveau du secondaire en général.
Sa conférence s'intitule «De la description aux preuves par les faits». Elle précise :
"On a coutume de séparer, au niveau de l'enseignement, deux aspects de la statistique : la description (moyenne, quartiles, etc) qui ne fait pas intervenir la notion de probabilité et l'inférence qui la fait intervenir (tests, intervalle de confiance). Vous revisiterons ces deux aspects sous l'angle de la nature des données (mesures expérimentales, données

construites : indicateurs, scores, taxonomie) et des objectifs poursuivis (agir, mener une politique, produire de la connaissance).
L'objectif est de donner aux enseignants des collèges et des lycées des éléments pour mieux appréhender les enjeux de la statistique actuelle en vue de renouveler et d'orienter en conséquence leur enseignement.
Par ailleurs l'atelier est sur des choses que j'ai présentées à Besançon."
Brigitte Hatanian propose un atelier : "Réflexions sur l'introduction des probabilités au collège".
Richard Choulet propose un autre atelier genre open (aux peines ?) éloigné des ci-devant préoccupations scolaires "autour de Diophante et Pythagore" : cela reprend ou explicite des articles passés ou en gestation.

Voici le Programme de la journée :

9h - 9h30	Accueil (café, ...) + Consultation possible de brochures
9h30 - 11h30	Ateliers en parallèle
12h15 - 13h30	Repas (au prix de 4,1 Euro)
13h30-14h30	A.G.
14h30 - 16h30	Conférence de **Claudine Schwartz**

Vous aurez en temps utile tous les papiers administratifs pour l'inscription.

Nouvel exercice à méditer

Cet exercice a été pompé sans aucun état d'âme sur la revue "Mathématique et Pédagogie" de nos Amis belgicains

On considère la suite : 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ..., n, n , ..., n, ... où figurent une fois 1, deux fois 2, ..., ène fois n, ... Déterminez une fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que le k-ième terme de la suite soit en fait la partie entière de $f(k)$.

Au bout de, disons deux semaines, de déveines recherches, comme d'hab vous pouvez aller sur le site de Neil Sloane : vous aurez le résultat, certes, mais il faudra vous coller à la proof...

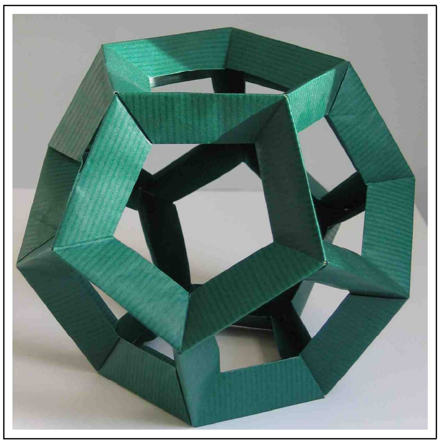
Les adresses utiles

Le président : didier.trotoux@ac-caen.fr
La trésorière : ch.faisant@wanadoo.fr
La secrétaire : annie.memin@ac-caen.fr
Le scribe : richard.choulet@orange.fr
Le site national avec notre petit coin local : www.apmep.asso.fr

---

MATHS POUR LA TÊTE ... ET POUR LES MAINS par Didier Trotoux, Département Informatique, IUT de Caen

Lors des journées nationales de la Rochelle en octobre dernier, je m'étais inscrit à un atelier intitulé "Réaliser des constructions avec des pliages" animé par Jean-Francis Dupoirier, collègue d'Angoulême. Il s'agissait de réaliser des modèles géométriques 3D en origami modulaire. Nous avons fabriqué des modules simples identiques faits à partir de rectangles de papier kraft que nous avons assemblés. Compte tenu de la durée d'un atelier, nous n'avons eu le temps que de réaliser un tétraèdre et un octaèdre régulier et nous avons juste eu le temps de faire quelques modules du dodécaèdre régulier et de voir comment il fallait les assembler. De retour à Caen, avec mes 3 modules et les 27 carrés de papier que notre collègue nous a donnés, j'ai pu finir la construction d'un superbe dodécaèdre analogue à celui dessiné par Léonard de Vinci.



Dodécaèdre de Leonardo **Dodécaèdre dont la réalisation suit**

Comme il était prévu un atelier polyèdres lors du week-end de la Fête de la Science des 22 et 23 novembre, j'ai décidé de réaliser quelques autres modèles de polyèdres pour les présenter lors de cette manifestation et pour cela j'ai recherché sur la toile des modèles de construction de modules. Les polyèdres que j'ai exposés ont eu du succès et de nombreuses personnes ont voulu savoir comment les réaliser. Ce qui a débouché une réalisation collective d'un dodécaèdre régulier dont je vais vous présenter la construction.

1°) Réalisation des modules

Étape 1 : On part d'un carré. On plie ce carré en accordéon en 2 puis en 2 pour aboutir à un rectangle de format 4x1. On place les plis en pointe (en trait plein) dits "plis montagne" vers le haut (Fig. 1 et 2).

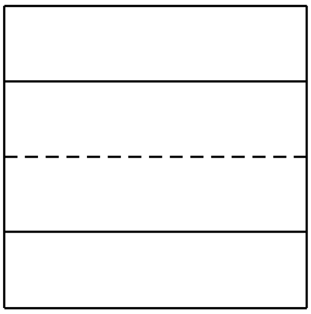


Fig. 1

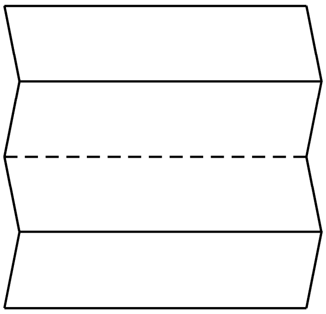


Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

Étape 2 : On plie le coin inférieur droit de manière à faire à l'amener sur le bord supérieur et on fait de même avec le coin supérieur gauche que l'on amène sur le bord inférieur (Fig. 3 et 4)

Étape 3 : On rabat enfin la partie droite du module le long du pli réalisé à l'étape précédente. On pourra vérifier que l'angle marqué sur la figure est très proche de celui d'un pentagone régulier (Fig. 5 et 6).

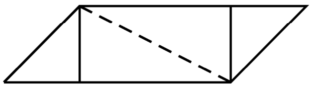


Fig. 5

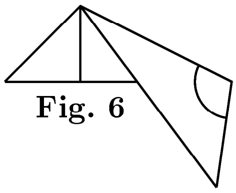


Fig. 6

Il reste à déplier les "plis vallée" et à réaliser 29 autres modules avant de réaliser l'assemblage.

2°) Assemblage des modules

Chaque module est constitué d'une partie centrale qui va constituer l'arête du dodécaèdre, de 2 languettes (les petits triangles rectangles isocèles rabattus lors de l'étape 2) et de deux pochettes obtenues lors du pliage en accordéon. Chaque languette va s'insérer dans une pochette.

Commençons par assembler trois modules.

- On insère la languette d'un module dans la pochette d'un deuxième module jusqu'à ce que les plis se superposent.
- On ajoute alors un troisième module. Une languette du troisième module doit être insérée dans la pochette du premier module et la languette libre du deuxième module à ce sommet doit être insérée dans la pochette du troisième module de manière à former une sorte d'hélice à trois pales.

Il ne reste plus qu'à insérer un à un les autres modules pour obtenir le superbe dodécaèdre suivant sans aucun point de colle !

Pour les lecteurs qui souhaiteraient en savoir davantage, j'ai mis sur ma page Web de l'IUT un fichier PDF, qui est la compilation de plusieurs articles sur la construction de polyèdres en origami modulaire que j'ai trouvés sur la Toile. Vous pouvez télécharger ce fichier à l'adresse :

`http://www.iutc3.unicaen.fr/c3/DidierTrotoux`

Retour sur un exo

Je vais revenir d'abord sur l'exercice numéro 472-2 **De ci de là**, du bulletin vert. Notre collègue Claude Dujardin a proposé une solution qui aurait pu figurer en bonne place ; j'en ai déjà parlé dans la précédente édition. Mais WAOUUU grâce à notre site local au sein de celui de l'APM, la notoriété de l'Omega dépasse la frontière naturelle qu'est la Seine. En effet, j'ai reçu un papier venant de Lille, oui, oui, là haut dans le Ch'tiland. C'est du grand, c'est du beau : accrochez-vous ! Notre correspondant Géry de son prénom, part de la suite (u_n) telle que $u_0 = 0$, $u_{n+1} = au_n + bu_{n-1}$ où $n \geqslant 1$ et $u_1 \neq 0$. Il pose $c = \frac{b}{u_1}$ et calcule le déterminant de la puissance n de la matrice M= $\left\| \begin{matrix} 0 & c \\ u_1 & a \end{matrix} \right\|$ avec l'application $b = -1$, $u_1 = 1$ et $a = x \in \mathbb{Z}$. Il démontre ainsi que tout u_n est dans $\mathbb{Z}$ (en fait ici $\mathbb{N}$) et obtient en posant $x = 2\cosh\theta$, le joli résultat $u_n = \dfrac{\sinh(n\theta)}{\sinh\theta}$. Le calcul de u_n est donc apparenté aux calculs des polynômes de Tchebicheff de deuxième espèce. Cette suite de polynôme (U_n) est définie par (au choix avec des quantificateurs appropriés) :

$\sin\theta \times U_n(\cos\theta) = \sin(n\theta)$

$U_n(x) = \dfrac{\sin(n\mathrm{Arc}\cos x)}{\sqrt{1-x^2}}$

$U_n(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x^2-1}}\left[(x+\sqrt{x^2-1})^n - (x-\sqrt{x^2-1})^n\right]$

On a ainsi $U_1 = 1$, $U_2 = 2X$, $U_3 = 4X^2 - 1$, $U_4 = 8X^3 - 6X$ et $U_5 = 16X^4 - 12X^2 + 1$.

L'exercice du journal 6

Je rappelle qu'on cherche les entiers x et n tels que : $(x+1)^3 - x^3 = n^2$.

Cela donne par équivalences :

$$X^2 = 3Y^2 + 1$$

avec $X = 2n$ et $Y = 2x + 1$. Les solutions sont données par les couples $(x_k\ ;\ n_k)$ tels que :

$x_{k+2} = 14x_{k+1} - x_k + 6$ et $n_{k+2} = 14n_{k+1} - n_k$ avec $x_0 = 0$, $x_1 = 7$ et $n_0 = 1 = 0^2 + 1^2$ et $n_1 = 13 = 2^2 + 3^2$.

On trouve $n_2 = 181 = 9^2 + 10^2$, $n_3 = 2521 = 35^2 + 36^2$.

Par récurrence les nombres n_k sont somme de deux carrés consécutifs : précisément $n_k = a_k^2 + (a_k+1)^2$ où la suite (a_k) vérifie $a_0 = 0$, $a_1 = 2$ et $a_{k+2} = 4a_{k+1} - a_k + 1$.

Je suggère aux amateurs (amatrices) de regarder $(x+p)^3 - x^3 = n^2$ dans le cas où p est un carré (c'est rigolo) et p premier (c'est encore plus hilarant), tout ça pour de faibles valeurs (par exemple jusqu'à $p = 103$ ce qui a été mon dernier calcul mais un peu lourdingue vous verrez). Dans la foulée vous aurez aussi les solutions de $(x+1)^3 - x^3 = pn^2$ que j'ai regardé un peu ; il semble que cela n'ait pas été fait ailleurs mais est-on sûr de quelque chose ? J'ai bien une idée sur la réponse mais soyons gai en ce début d'année !

La base de données du site http ://www.research.att.com/~ njas /sequences/ pourra être consultée avec profit en tapant les premiers termes de votre suite ou un nom chebycheff par exemple ; en ce qui concerne les équations diophantiennes homogènes du second degré à deux inconnues, c'est le site suivant qui vous régalera http ://www.alpertron.com.ar/QUAD.HTM (« quad » pas pour la moto à quatre roues, mais sans doute pour « quadratique » qui est plus savant que « du second degré »).