∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Sujet 19 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 points**

Ce QCM comprend cinq questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte, ni ne retire aucun point.

Question 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 6x - 8$.
Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?

a. $f(x) = 2(x-4)(x+1)$ **b.** $f(x) = (2x+8)(2x-2)$

c. $f(x) = 2(x+4)(x-1)$ **d.** $f(x) = 2(x+3)(x-2)$.

Question 2

Pour tout réel x, $\dfrac{(\mathrm{e}^x)^2}{\mathrm{e}^{-x}}$ est égal à :

a. e^{x^2+x} **b.** e^{3x} **c.** e^2 **d.** e^{-2}.

Question 3

Dans le plan muni d'un repère, soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^x$. L'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est :

a. $y = -x-1$ **b.** $y = -x+1$ **c.** $y = x+1$ **d.** $y = x$.

Question 4

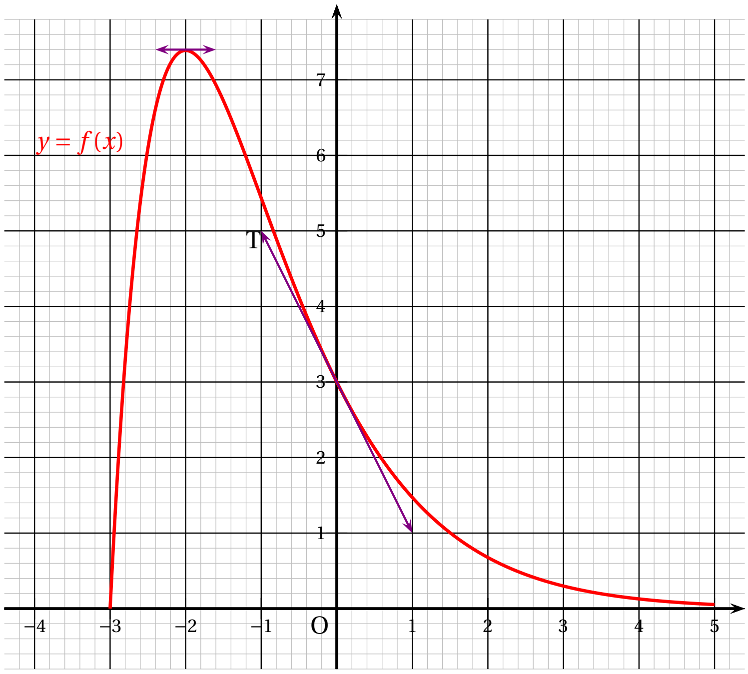
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-x+1)\mathrm{e}^x$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?

a. $f'(x) = -x\mathrm{e}^x$ **b.** $f'(x) = (x-2)\mathrm{e}^x$

c. $f'(x) = (-x+2)\mathrm{e}^x$ **d.** $f'(x) = x\mathrm{e}^{-x}$.

Question 5

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



Parmi les propositions suivantes, laquelle n'est pas juste ?

a. $f'(-2) = 0$ **b.** $f'(3) = -2$ **c.** $f(0) = 3$ **d.** $f'(0) = -2$.

Exercice 2 — 5 points

On administre à un patient un médicament par injection intraveineuse.
La première injection est de 10 ml, puis toutes les heures on lui en injecte 1 ml .
On étudie l'évolution de la quantité de médicament présente dans le sang en prenant le modèle suivant :

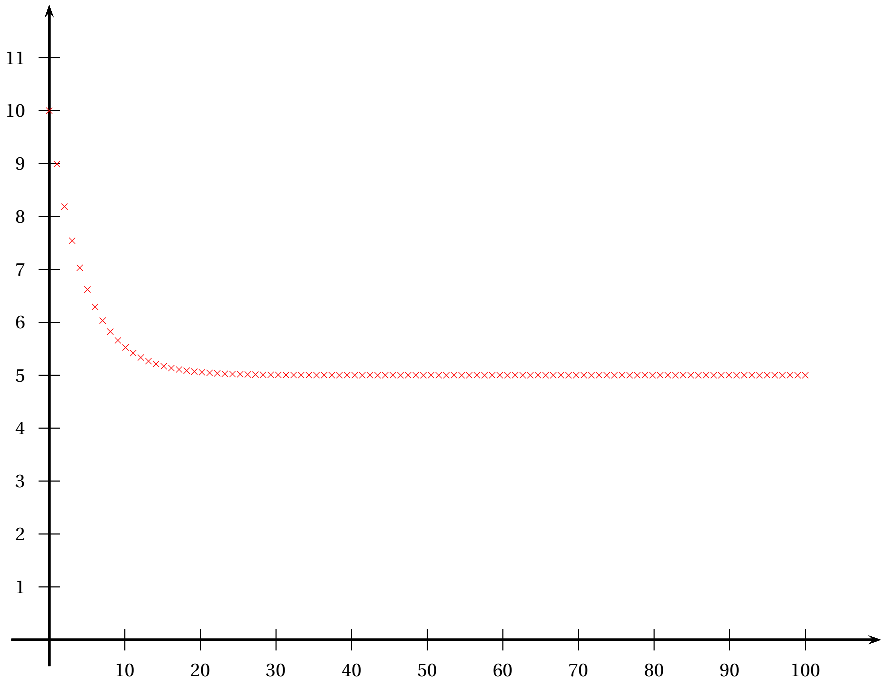
— on estime que 20 % de la quantité de médicament présente dans le sang est éliminée chaque heure ;

— pour tout entier naturel n, on note U_n la quantité de médicament en ml présente dans le sang au bout de n heures.

Ainsi, $U_0 = 10$.

1. Justifier que $U_1 = 9$.

2. Montrer que, pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 0,8U_n + 1$.
On donne ci-dessous la représentation graphique de la suite (U_n) :



3. Conjecturer la limite de la suite (U_n).
On considère l'algorithme suivant :

$U \leftarrow 10$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U > 5,1$ faire
  $U \leftarrow 0,8 * U + 1$
  $N \leftarrow N + 1$
Fin du tant que
Afficher N

4. À quoi sert cet algorithme ?

5. À l'aide de l'extrait du tableau de valeurs de la suite (U_n) donné ci-dessous, donner la valeur de N à l'issue de l'exécution de cet algorithme.

n	8	9	10	11	12	13	14
U_n	5,838 861	5,671 089	5,536 871	5,429 497	5,343 597	5,274 878	5,219 902

n	15	16	17	18	19	20	21
U_n	5,175 922	5,140 737	5,112 59	5,090 072	5,072 058	5,057 646	5,046 117

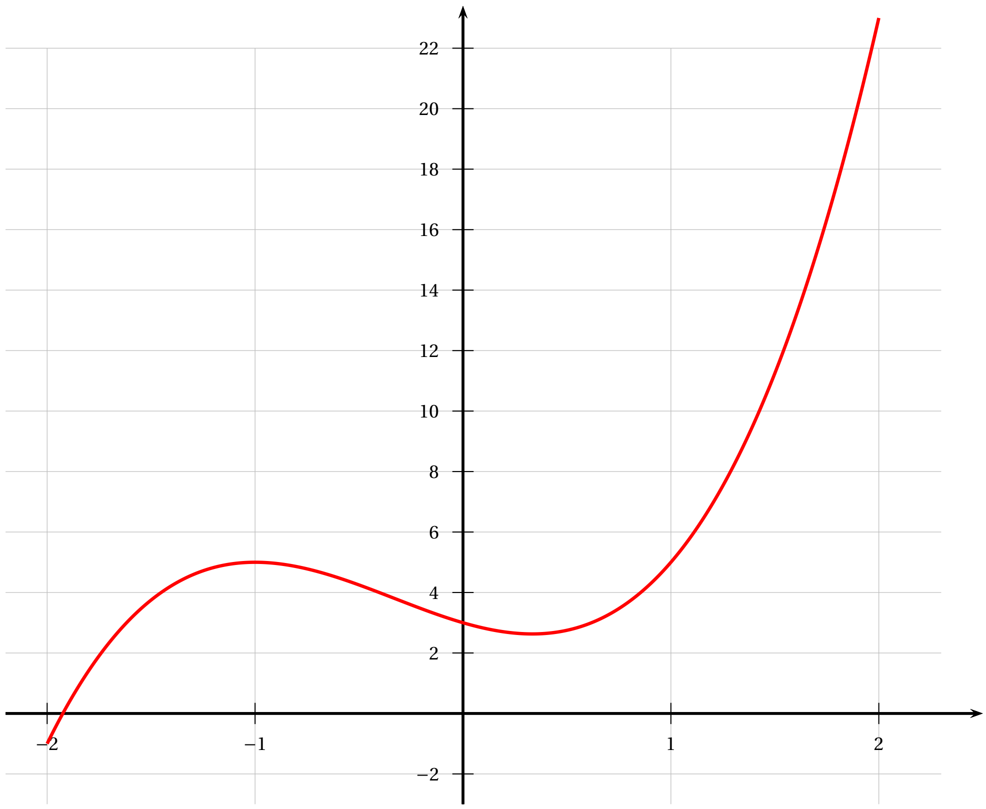
n	22	23	24	25	26	27	28
U_n	5,036 893	5,029 515	5,023 612	5,018 889	5,015 112	5,012 089	5,009 671

EXERCICE 3 **(5 points)**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 2]$ par

$$f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3$$

Soit $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans le repère suivant.



1. On considère la droite d d'équation $y = 2x+3$.

a. Montrer que déterminer les abscisses des points d'intersection entre la droite d et la courbe $\mathcal{C}$ revient à résoudre l'équation $2x(x^2+x-2) = 0$ sur l'intervalle $[-2~;~2]$.

b. Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre d et $\mathcal{C}$.

2. On considère la droite d' d'équation $y = 2x + a$ où a est un nombre réel.
À l'aide du graphique, donner une valeur de a pour laquelle la droite d' et la courbe $\mathcal{C}$ ont un seul point d'intersection.

3. On note f' la fonction dérivée de f.

a. Démontrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2~;~2]$,

$$f'(x) = 6(x+1)\left(x-\frac{1}{3}\right).$$

b. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[-2~;~2]$.

EXERCICE 4 **5 points**

Une résidence de vacances propose uniquement deux formules :

— la formule « pension complète » dans laquelle 3 repas par jour sont fournis ;

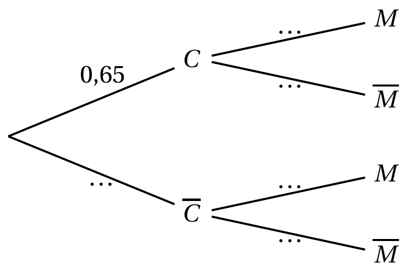
— la formule « demi-pension » dans laquelle sont fournis uniquement le petit déjeuner et le dîner.

Pour l'année 2018, 65 % des clients ont choisi la pension complète ; les autres ont choisi la formule « demi-pension ».
Parmi les clients qui ont choisi la demi-pension, 30 % ont réservé l'option « ménage » en fin de semaine.
De plus, 70 % des clients qui ont choisi la pension complète ont réservé l'option « ménage ».
On choisit un client au hasard parmi ceux de l'année 2018 et l'on considère les évènements suivants :

— C : le client a choisi la formule « pension complète » ;

— M : le client a choisi l'option « ménage ».

1. Recopier sur la copie et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



2. Calculer $p(C \cap M)$.

3. Montrer que la probabilité que le client ait réservé l'option « ménage » est égale à $0,56$.

4. Calculer la probabilité que le client ait choisi la formule « pension complète » sachant qu'il a réservé l'option « ménage ».

5. Voici la grille de tarifs de la résidence de vacances pour l'année 2018 :

Une semaine de pension complète	800 €
Une semaine de demi-pension	650 €
Option « ménage »	50 €

On note X la variable aléatoire égale au montant payé par un client de 2018.
Calculer $p(X = 850)$.