∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Sujet 28 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 POINTS**

Cet exercice est un QCM comportant 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Question 1

La droite $\mathcal{D}$ de vecteur directeur $\vec{u}\binom{-3}{1}$ passant par $A(-1\,;\,2)$ a pour équation :

a. $-3x+y-5=0$ **b.** $x+3y-5=0$ **c.** $x-3y-5=0$ **d.** $3x+y+1=0$.

Question 2

On considère la droite $\mathcal{D}$ d'équation $5x-8y+9=0$ Alors :

a. $A(6\,;\,7)$ appartient à $\mathcal{D}$

b. $\vec{n}\binom{5}{8}$ est un vecteur normal à $\mathcal{D}$

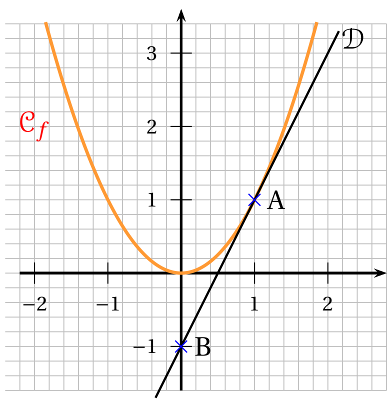
c. $\mathcal{D}$ coupe l'axe des ordonnées au point $B\,(0\,;\,1)$

d. $\mathcal{D}$ est parallèle à la droite $\mathcal{D}'$ d'équation $2,5x-4y+2=0$.

Question 3

On considère la fonction f dont la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-contre. La droite $\mathcal{D}$ est la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A(1 ; 1). Le point $B\,(0\,;\,-1)$ appartient à la droite $\mathcal{D}$. Le nombre dérivé $f'(1)$ est égal à :

a. 1 **b.** $\frac{1}{2}$ **c.** 2 **d.** -2.



Question 4

On considère une fonction f polynôme du second degré dont le tableau de signes est donné ci-après :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Une expression de $f(x)$ peut être :

a. $2x^2+5x-2$ **b.** $-x^2+1$ **c.** $-x^2+x+2$ **d.** x^2+x-2.

Question 5

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^x$. Alors la fonction dérivée de f, notée f', est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $f'(x) = \mathrm{e}^x$ **b.** $f'(x) = (x+1)\mathrm{e}^x$ **c.** $f'(x) = \mathrm{e}$ **d.** $f'(x) = x^2\mathrm{e}^x$.

EXERCICE 2 — 5 POINTS

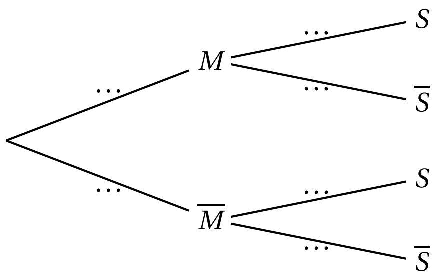
Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que pourraient emporter certains voyageurs.
On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique. On note :

- S l'évènement « le voyageur fait sonner le portique ».
- M l'évènement « le voyageur porte un objet métallique ».

On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.
On remarque que :

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98.
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous illustrant cette situation :



2. Montrer que : $p(S) = 0{,}021\,92$.

On suppose qu'à chaque fois qu'un voyageur franchit le portique, la probabilité que ce portique sonne est égale à 0,021 92, et ce de façon indépendante des éventuels déclenchements de sonnerie lors des passages des autres voyageurs.
Deux personnes passent successivement le portique de sécurité. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de fois où le portique sonne.

3. **a.** Justifier qu'on peut modéliser la loi de X par une loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;\,p)$ dont on précisera les paramètres n et p.

b. Reprendre et compléter le tableau donnant la loi de X :

k	0	1	2
$p(X=k)$			

c. Calculer et interpréter l'espérance de X dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 3 — 5 POINTS

En 2019, les déchets d'une entreprise sont évalués à 6 000 tonnes.
Cette entreprise s'engage à réduire ses déchets de 5 % chaque année.

1. Avec cette politique, quelle quantité de déchets peut envisager l'entreprise pour l'année 2020 ?

2. Pour tout entier naturel n, on note d_n la quantité de déchets produits en tonne par cette entreprise l'année $2019 + n$.

Avec cette notation, on a alors $d_0 = 6\,000$.

a. Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n pour tout entier naturel n.

b. Quelle est la nature de la suite (d_n) ?

c. Déterminer la quantité totale de déchets produits par l'entreprise entre 2019 et 2023.

On arrondira le résultat à la tonne près.

3. L'entreprise souhaite savoir au bout de combien d'années d'application de cette politique de réduction des déchets la quantité annuelle produite aura diminué de 40 % par rapport à la quantité produite en 2019.

Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous sur la copie afin qu'il permette de répondre à la question posée :

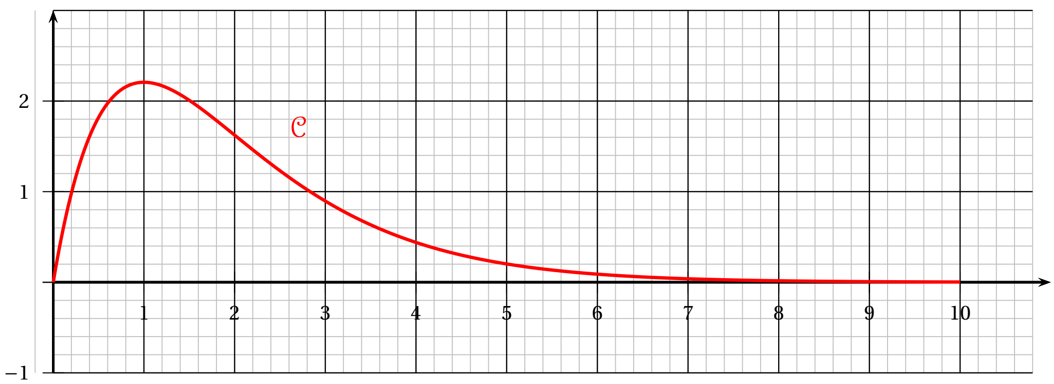
$D \longleftarrow 6\,000$
$N \longleftarrow 0$
Tant que D ....
$\quad D \longleftarrow$ ....
$\quad N \longleftarrow N+1$
Fin Tant que

EXERCICE 4 — 5 POINTS

On procède, chez un sportif, à l'injection intramusculaire d'un produit.
Celui-ci se diffuse progressivement dans le sang. On admet que la concentration de ce produit dans le sang (exprimée en mg/L = milligramme par litre) peut être modélisée par la fonction f, définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$f(x) = \frac{6x}{\mathrm{e}^x}$$

où x est le temps exprimé en heure.
Sa courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé du plan.



1. Montrer que pour tout $x \in [0 ; 10]$, la fonction dérivée de f, notée f', a pour expression :

$$f'(x) = \frac{6-6x}{\mathrm{e}^x}.$$

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;\,10]$ puis en déduire le tableau de variations de f sur $[0\,;\,10]$.

3. Quelle est la concentration maximale du médicament dans le sang ?

(On donnera la valeur exacte et une valeur approchée à 10^{-1} *près).*

Au bout de combien de temps est-elle atteinte ?

4. Ce produit fait l'objet d'une réglementation par la fédération sportive : un sportif est en infraction si, au moment du contrôle, la concentration dans son sang du produit est supérieure à $2\,\text{mg/L}$.

Le sportif peut-il être contrôlé à tout moment après son injection ?

Expliquer votre raisonnement en vous basant sur l'étude de la fonction et/ou une lecture graphique sur la courbe $\mathcal{C}$.