ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2
Sujet 38 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 POINTS**

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune d'elles, une seule des réponses proposées est exacte.
Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

1. L'inéquation $-3(x-2)(x+1) > 0$ admet pour ensemble des solutions :

a. $[-1 ; 2]$ **b.** $]-\infty ; -1[\cup[2 ; \infty[$ **c.** $]-1 ; 2[$ **d.** $]-\infty ; -1[\cup]2 ; +\infty[$.

2. Soit x un nombre réel. Le réel $\cos(x+3\pi)$ est égal à :

a. $\cos(x)$ **b.** $-\cos(x)$ **c.** $\sin(x)$ **d.** $-\sin(x)$.

3. Dans un repère orthonormé, on considère la droite d passant par le point $A(1 ; 2)$ et dont un vecteur normal est le vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$.
Une équation de la droite d est :

a. $2x+3y-8=0$ **b.** $x+2y+4=0$ **c.** $2x-3y-4=0$ **d.** $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$.

4. On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative sur $[0 ; +\infty[$.
Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est :

a. $\dfrac{1}{2}$ **b.** $\dfrac{3}{4}$ **c.** $\dfrac{3}{2}$ **d.** 2.

5. L'ensemble des points $M(x ; y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation $x^2-2x+y^2+4y=4$ est :

a. une droite **b.** le cercle de centre $A(1 ; -2)$ et de rayon 3

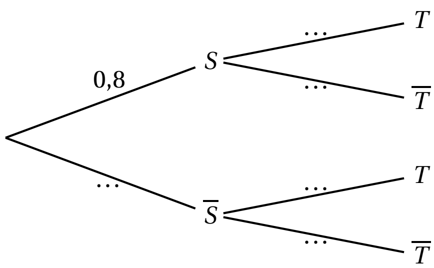
c. le cercle de centre $B(-1 ; 2)$ et de rayon 9 **d.** l'ensemble vide.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Un snack propose deux types de plats : des sandwichs et des pizzas.
Le snack propose également plusieurs desserts.
La gérante constate que 80 % des clients qui achètent un plat choisissent un sandwich et que parmi ceux-ci seulement 30 % prennent également un dessert.
Elle constate aussi que 45 % des clients qui ont choisi une pizza comme plat ne prennent pas de dessert.
On choisit au hasard un client ayant acheté un plat dans ce snack.
On considère les évènements suivants :

— S : « Le client interrogé a choisi un sandwich ».
— T : « Le client interrogé a choisi un dessert ».

1. Sans justifier, recopier puis compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Calculer la probabilité que le client ait choisi un sandwich et un dessert.
3. Démontrer que $P(T) = 0,35$.
4. Sachant que le client a acheté un dessert, quelle est la probabilité, arrondie à 0,01 près, qu'il ait acheté une pizza ?
5. Les évènements S et T sont-ils indépendants ?

EXERCICE 3 — 5 POINTS

Désirant participer à une course de 150 km, un cycliste prévoit l'entraînement suivant :

— parcourir 30 km en première semaine ;

— chaque semaine qui suit, augmenter la distance parcourue de 9 % par rapport à celle parcourue la semaine précédente.

On modélise la distance parcourue chaque semaine à l'entraînement par la suite (d_n) où d_n représente la distance en km parcourue pendant la n-ième semaine d'entraînement.
On a ainsi $d_1 = 30$.

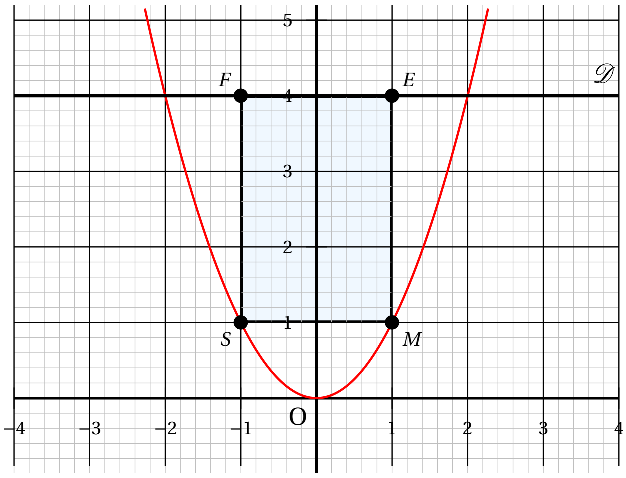
1. Prouver que $d_3 = 35,643$.
2. Quelle est la nature de la suite (d_n) ? Justifier.
3. En déduire l'expression de d_n en fonction de n.
4. On considère la fonction définie de la façon suivante en langage Python.

```
def distance (k) :
  d=30
  n=1
  while d<=k :
     d=d*1.09
     n=n+1
  return n
```

   Quelle information est obtenue par le calcul de distance(150) ?
5. Calculer la distance totale parcourue par le cycliste pendant les 20 premières semaines d'entraînement.

EXERCICE 4 — 5 POINTS

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par $f(x) = 8x - 2x^3$.
   a. Montrer que pour tout réel x de $[0 ; 2]$, $f'(x)$ a le même signe que $4 - 3x^2$.
   b. Étudier les variations de la fonction f sur $[0 ; 2]$.
2. Dans un repère orthonormal, on considère la parabole p d'équation $y = x^2$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 4$.
   On considère le rectangle $MSFE$ tel que :
   — M un point de p dont l'abscisse x est un réel de $]0 ; 2[$.
   — S est le symétrique de M par rapport à l'axe des ordonnées.
   — E et F sont respectivement les projetés orthogonaux de M et S sur la droite $\mathcal{D}$.



a. Lorsque l'abscisse x du point M varie dans $]0\,;\,2[$, l'aire du rectangle $MSFE$ est-elle constante ?

b. Montrer que l'aire du rectangle $MSFE$ en fonction de l'abscisse x de M est $8x - 2x^3$.

c. Montrer que l'aire maximale du rectangle $MSFE$ est $\dfrac{32}{3\sqrt{3}}$.