∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∽
Sujet 47 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 POINTS**

Ce QCM comprend 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnées respectives $(-1\,;\,0)$ et $(-3\,;\,4)$ dans un repère orthonormé du plan. Alors $\|\vec{u}-\vec{v}\|$ est égale à :

a. $4\sqrt{2}$ **b.** $\sqrt{32}$ **c.** 20 **d.** $2\sqrt{5}$.

Question 2

Le tableau de signes de la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2+2x+5$ est :

a.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b.

x	$-\infty$		-16		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

c.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

d.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

.

Question 3

Sur l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$, l'équation $\sin(x)=\dfrac{1}{2}$ a pour solution(s)

a. $\dfrac{\pi}{6}$ **b.** $\dfrac{\pi}{3}$ et $\dfrac{2\pi}{3}$ **c.** $-\dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{\pi}{6}$ **d.** $\dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{5\pi}{6}$.

Question 4

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=15$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1}=0,8u_n+1.$$

On a écrit la fonction suite() ci-contre en langage Python.

```
def suite():
  n=0
  u=15
  while u>6:
    n=n+1
    u=0.8*u+1
  return n
```

L'appel de cette fonction renvoie :

a. Le plus petit entier n tel que $u_n>6$ **b.** Le plus petit entier n tel que $u_n\leqslant 6$
c. Le premier terme de la suite tel que $u_n>6$ **d.** Le premier terme de la suite tel que $u_n\leqslant 6$.

Question 5

Pour tout réel x, $\mathrm{e}^{3x-5}\times\mathrm{e}^{4-3x}$ est égal à :

a. $\dfrac{1}{\text{e}}$ **b.** $\text{e}^{(3x-5)\times(4-3x)}$ **c.** e **d.** $\text{e}^{-9x^2+27x-20}$.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Le président d'un club de handball a constaté une augmentation du nombre d'adhérents dans son club depuis 2016 (toutes catégories confondues). En effet en 2016, il y avait 377 adhérents, 396 en 2017 et 416 en 2018. Ce qui correspond à une hausse chaque année d'environ 5 %.
Il souhaite faire une estimation pour les années à venir, en supposant que cette hausse de 5 % par an se poursuit.
On modélise le nombre d'adhérents l'année 2018 + n par la suite de terme général u_n.
On a donc $u_0 = 416$.

1. Calculer u_1 et u_2. Arrondir les résultats à l'unité.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser son premier terme et sa raison.
3. Exprimer u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
4. Calculer u_7. Interpréter ce résultat par rapport aux données de l'énoncé.
5. À partir de quelle année le président du club peut-il espérer dépasser les 700 adhérents ?

EXERCICE 3 **5 POINTS**

Un artisan fabrique de la confiture qu'il vend à un grossiste. Le coût, en euros, de fabrication de x kilos de confiture est :

$$C(x) = 0,1x^2 + 0,7x + 100, \qquad \text{pour } x \in [0 ; 160].$$

1. Chaque kilo est vendu 14 €. Exprimer la recette R en fonction de x.
2. Soit B la fonction représentant le bénéfice de l'artisan, définie sur $[0 ; 160]$.
   B a pour expression
   $$B(x) = -0,1x^2 + 13,3x - 100.$$
   Étudier le signe de $B(x)$. En déduire l'intervalle dans lequel doit se trouver le nombre de kilos de confiture à vendre pour que l'artisan réalise un bénéfice positif.
3. On note B' la fonction dérivée de la fonction B.
   a. Déterminer $B'(x)$.
   b. Dresser le tableau de variation de B sur l'intervalle $[0 ; 160]$.
   c. Donner le nombre de kilos à vendre pour que le bénéfice soit maximal ainsi que son montant.

EXERCICE 4 **5 POINTS**

On dispose d'un dé équilibré à six faces et de deux urnes U et V contenant des boules blanches ou rouges, indiscernables au toucher.
L'urne U contient 40 boules blanches et 60 boules rouges.
L'urne V contient 70 boules blanches et 30 boules rouges.
Un jeu consiste à lancer le dé puis tirer une boule dans l'une des urnes. Si on obtient 1 ou 6 sur le dé, le tirage s'effectue dans l'urne U. Si on obtient 2, 3, 4 ou 5 sur le dé, le tirage s'effectue dans l'urne V.
On considère les évènements :

— U : « le tirage s'effectue dans l'urne U »
— V : « le tirage s'effectue dans l'urne V »
— B : « la boule tirée est blanche »
— R : « la boule tirée est rouge ».

Sauf indication contraire, les probabilités seront arrondies au millième.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement « la boule tirée est rouge ».

3. On tire une boule rouge. Quelle est la probabilité qu'elle ait été tirée dans l'urne U ?
4. Pour jouer, il faut miser 1 €. Le joueur gagne 3 € s'il tire une boule rouge et il ne gagne rien s'il tire une boule blanche. On note $\mathcal{G}$ la variable aléatoire donnant le gain du joueur.
   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{G}$.
   On donnera le tableau de la loi de probabilité, mais aucune justification n'est demandée.
   b. Calculer l'espérance mathématique de $\mathcal{G}$. Interpréter ce résultat.