ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2
Sujet 62 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 points**

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune d'elles, une seule des réponses proposées est exacte.
Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 *point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.*

1. Soit c un nombre réel strictement supérieur à 1. Sur l'ensemble des nombres réels, la fonction polynôme f définie par $f(x) = x^2 + 2x + c$.

a. change de signe exactement 2 fois	**b.** change de signe exactement une fois	**c.** est toujours positive	**d.** est toujours négative .

2. Si x est un nombre réel appartenant à l'intervalle $[-\pi;0]$ tel que $\cos x = \frac{3}{5}$ alors $\sin x$ a pour valeur

a. $\dfrac{4}{5}$	**b.** $-\dfrac{4}{5}$	**c.** $-\dfrac{2}{5}$	**d.** On ne peut pas savoir .

3. Le quadrilatère ABCD est un carré. On a :

a. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD} = 0$	**b.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 0$	**c.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB} = 0$	**d.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC} = 0$.

4. La droite d'équation $2x - y + 1 = 0$ coupe l'axe des abscisses au point A de coordonnées :

a. $A(0\,;\,1)$	**b.** $A\left(\frac{1}{2}\,;\,0\right)$	**c.** $A(0\,;\,-1)$	**d.** $A(-\frac{1}{2}\,;\,0)$.

5. Pour tout réel x, $\frac{e^x}{e^{-x}}$ est égal à

a. -1	**b.** e^{-2x}	**c.** $(e^x)2$	**d.** e^0.

EXERCICE 2 **5 points**

Un biologiste étudie une population de bactéries dans un milieu fermé. À l'instant initial, il y a 10 000 bactéries et la population augmente de 15 % par heure.
On modélise la situation par une suite (u_n) pour laquelle, pour tout entier naturel n, u_n représente une estimation du nombre de bactéries au bout de n heures. On a donc $u_0 = 10000$.

1. Expliquer pourquoi la suite (u_n) vérifie pour tout entier naturel n :
$u_n = 10000 \times 1,15^n$.

2. Quelle est la nature de la suite (u_n). On précisera le premier terme et la raison.

3. Combien y aura-t-il de bactéries au bout de 10 heures ?

4. On considère la fonction suivante définie en langage Python.

```
def bacteries(N) :
u=10000
  for i in range(N) :
u=u*1.15
  return u
```

On a appelé cette fonction en donnant différentes valeurs au paramètre n et l'on a dressé le tableau suivant.

n	10	100	1 000	10 000
Bactéries (N)	40 455	$1,2\times 10^{10}$	$4,99\times 10^{64}$	$3,052\times 10^{307}$

Quelle interprétation peut-on donner de ces résultats dans le contexte de l'exercice ?

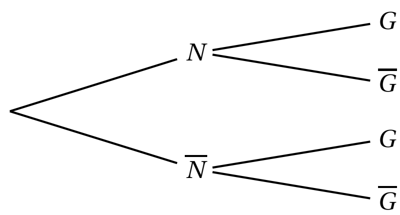
5. Lorsque la population atteint 200 000 bactéries, le biologiste répand un désinfectant afin de tester son efficacité. Une heure plus tard, il reste 4 000 bactéries. Quel est le pourcentage de diminution du nombre de bactéries ?

EXERCICE 3 — 5 points

Claire joue régulièrement à un jeu de simulation de tournois de judo en ligne. Les adversaires qu'elle combat sont générés automatiquement de manière aléatoire selon le niveau atteint dans le jeu.
Elle a atteint le niveau le plus élevé, celui de la ceinture noire. Les scores relevés par le jeu montrent qu'elle gagne dans 45 % des cas si son adversaire est ceinture noire et dans 70 % si son adversaire n'est pas ceinture noire.
Claire commence un tournoi et un premier adversaire est généré par le jeu. À ce niveau la probabilité d'affronter un adversaire ayant une ceinture noire est 0,6.
On note :

— N l'évènement : « l'adversaire est ceinture noire » ;
— G l'évènement : « Claire gagne le combat ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous modélisant cette situation.



2. Calculer la probabilité que l'adversaire soit ceinture noire et que Claire gagne son tournoi.

3. Montrer que la probabilité que Claire gagne son combat est $0,55$.

4. Claire vient de perdre un combat. Quelle est la probabilité que le combat ait été contre une ceinture noire ?

5. On considère dans cette question que la probabilité que Claire gagne est $0,55$. Elle fait deux combats successifs.
On note X la variable qui compte le nombre de victoires. Donner la loi de probabilité de X.

EXERCICE 4 — 5 points

On modélise la valeur de vente (en milliers d'euros) d'une voiture électrique en fonction du nombre x d'années à partir de sa mise sur le marché par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(x)=35\mathrm{e}^{-0,22x}.$$

1. Calculer $f(0)$. Quel est le prix de vente de cette voiture au moment de la mise sur le marché ?

2. Donner une valeur approchée du prix de vente au bout de 5 ans et 6 mois.

3. On admet que la fonction f est dérivable et on note f' sa fonction dérivée. Montrer que pour tout x appartenant à $[0\,;\,10]$, $f'(x)=-7,7\mathrm{e}^{-0,22x}$.

4. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

5. Un client souhaite revendre sa voiture dès que celle-ci aura un prix de vente inférieur à 10 000 euros. Après combien de mois après avoir acheté sa voiture pourra-t-il la revendre ?