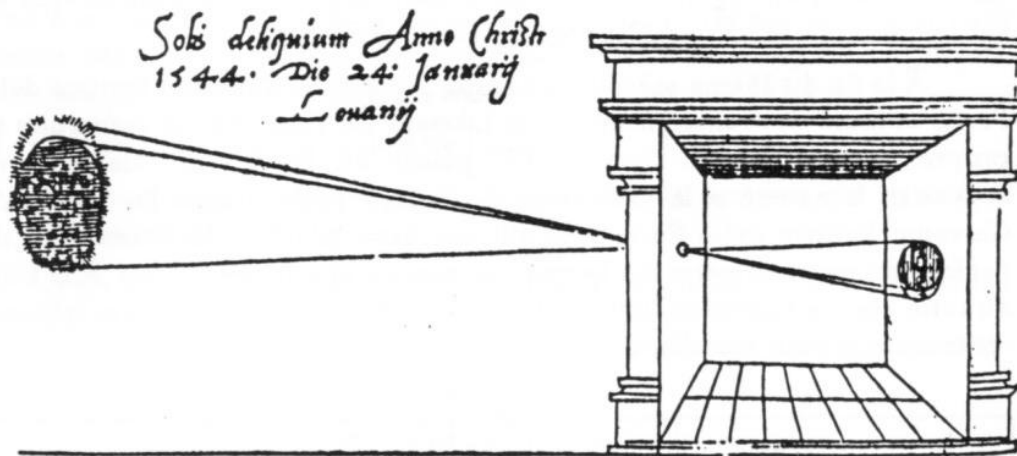


GALION THÈMES

Photographie et Mathématiques



Collection Gernsheim, université du Texas

Ce plus ancien dessin connu d'une camera obscura, construite en 1544 par Reinerus Gemma-Frisius, un physicien hollandais, montre comment on pouvait observer une éclipse du soleil sans être aveuglé. Un trou percé dans la paroi de l'appareil permet aux rayons du soleil de former sur un écran une image observable. Autrefois une pièce assombrie dans laquelle on pouvait pénétrer, la camera obscura se mua, au fil des ans, en une petite boîte facilement transportable; les peintres firent un large emploi de l'appareil en tant qu'accessoire.

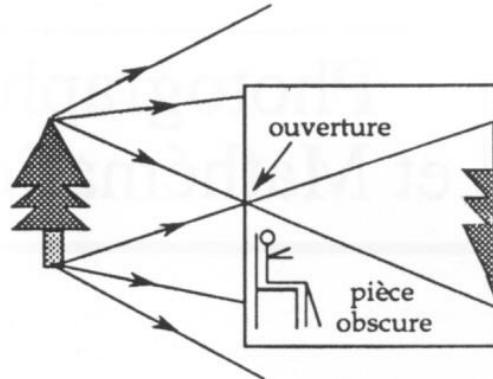
© GALION Éditeur

1992

Un peu d'histoire ...

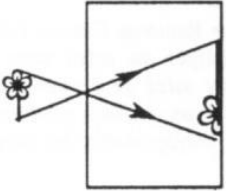
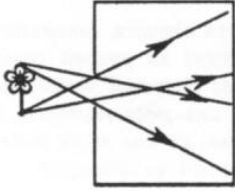
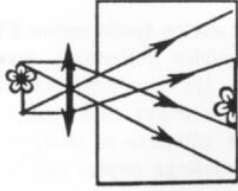
C'est plusieurs siècles avant la découverte de la photographie que furent élaborées les premières "chambres noires".

Principe :



Certains rayons lumineux provenant de l'objet situé à l'extérieur de la pièce obscure passent par un petit trou (le diaphragme) percé dans un mur et, sur le mur opposé, se forme l'image renversée de l'objet.

À la fin du 16^{ème} siècle, un savant napolitain, Giovanni Battista della Porta, utilisant des renseignements de Léonard de Vinci, voulut construire sa propre chambre noire. Une lentille, placée au niveau du diaphragme, améliorait la netteté et la luminosité de l'image. Mais lorsque les invités de Giovanni Battista della Porta s'installèrent dans la pièce, ils furent pris de panique en voyant s'agiter sur le mur des personnages la tête en bas. À la suite de cette séance Giovanni Battista della Porta fut traduit devant un tribunal ecclésiastique pour sorcellerie.

<p>Si le diaphragme est très petit</p>  <p>l'image est nette mais peu lumineuse.</p>	<p>Si le diaphragme est plus grand</p>  <p>l'image est floue.</p>	<p>Avec une lentille qui dévie certains rayons lumineux</p>  <p>l'image est nette et plus lumineuse.</p> <p><i>Cette idée de lentille serait due en particulier à Cardan (vers 1550).</i></p>
---	--	---

Au 17^{ème} siècle, des artistes peintres construisirent des chambres noires transportables, qu'ils déplaçaient dans la nature et à l'intérieur desquelles ils s'installaient pour reproduire le paysage apparu sur l'écran. L'appareil de Zahn, plus petit, était muni d'un diaphragme d'ouverture réglable et d'un dispositif permettant de redresser l'image. Il ne manquait que la plaque sensible à la lumière pour que l'appareil photographique soit inventé.

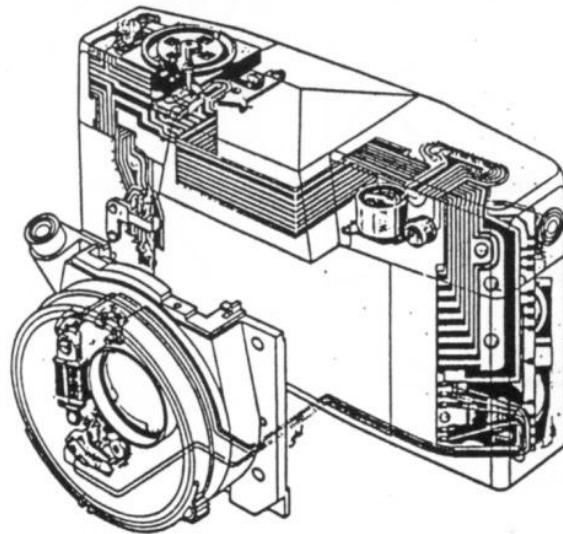
C'est vers 1826 seulement qu'un inventeur français, Nicéphore Niepce, enduisant une plaque d'étain d'une solution de bitume, "fixa" pour la première fois une image: la cour de sa ferme près de Châlon-sur Saône. L'exposition de la plaque dura 8 heures.

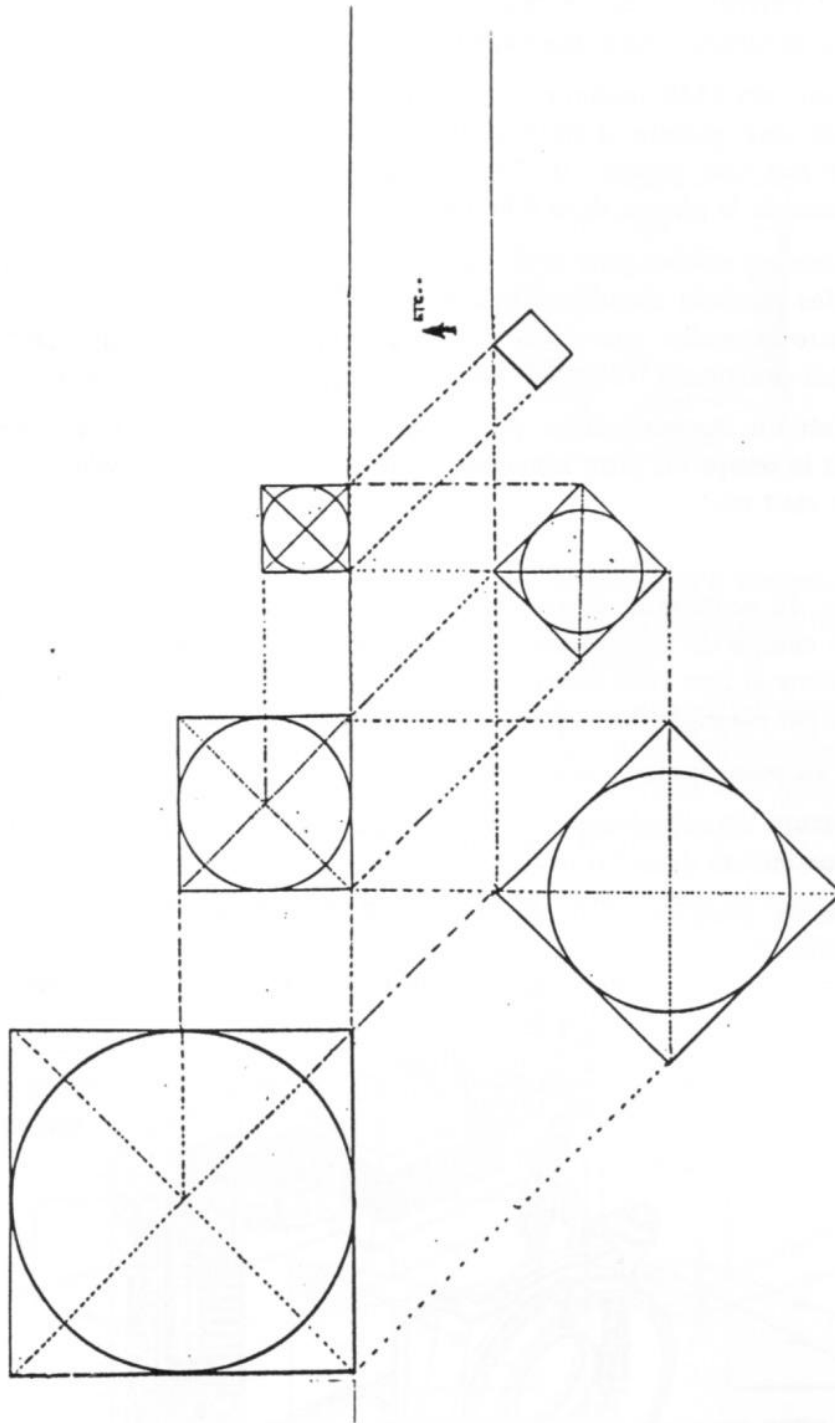
Plusieurs années plus tard, Daguerre améliora la sensibilité de la plaque grâce à des produits chimiques nouveaux. Mais l'exposition durait encore une demi-heure et seules pouvaient être photographiées les natures mortes. La lentille qui constituait "l'objectif" ne collectait pas assez de lumière.

C'est un mathématicien autrichien Petzval, qui l'améliora vers 1840, réduisant le temps de pose à moins d'une minute. L'appareil photographique moderne était né.

Sur de nombreux appareils utilisés à l'heure actuelle, aucun réglage n'est à la charge de l'utilisateur, et chacun est à peu près sûr de "réussir" ses photos. Mais si l'on veut réaliser des effets spéciaux (arrière-plan ou premier plan flou par exemple) les réglages manuels sont indispensables :

- * mise au point (pour la netteté de l'image);
- * ouverture du diaphragme (pour la quantité de lumière qui pénètre à chaque instant dans l'appareil);
- * temps de pose (pour le temps pendant lequel la lumière pénètre dans l'appareil).

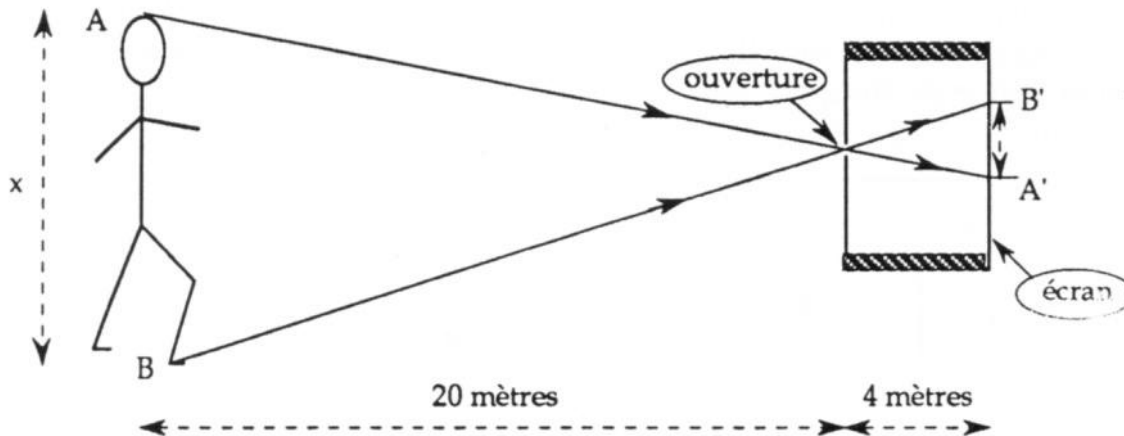




www.pearson.com
Engineering
Mechanics
Volume 1

1

La chambre noire



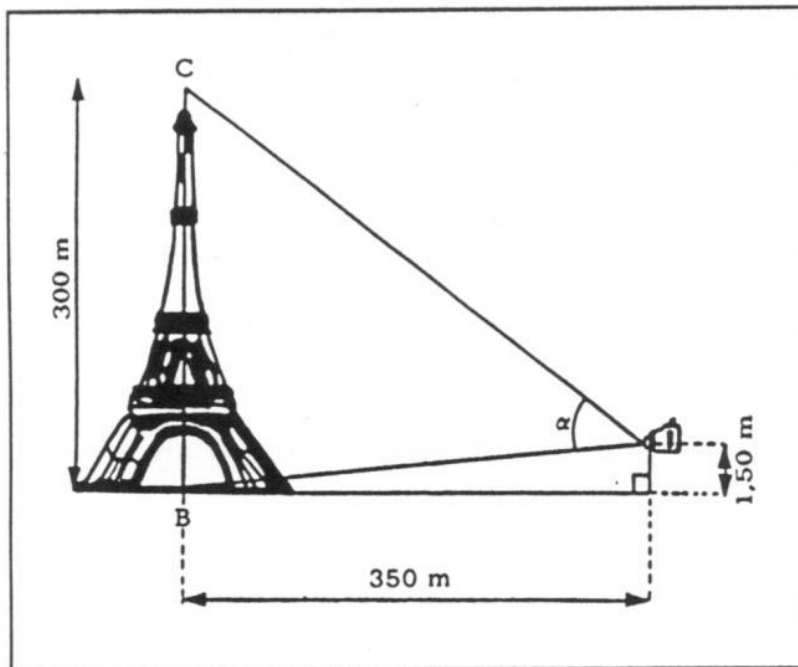
Dans cette activité, l'objet est à 20 mètres de l'ouverture et l'écran est à 4 mètres en arrière.

- Quelle est la taille sur l'écran d'un personnage mesurant 1,65 m ?
- Quelle est la taille réelle d'un objet dont l'image sur l'écran mesure 20 cm ?
- Si x représente la taille réelle et y la taille de l'image, mesurées avec la même unité, exprimer y en fonction de x .
- Sachant que la hauteur de la chambre noire est de 5 mètres, quelles sont les valeurs possibles pour x ?
- Construire une représentation graphique de cette application.

2

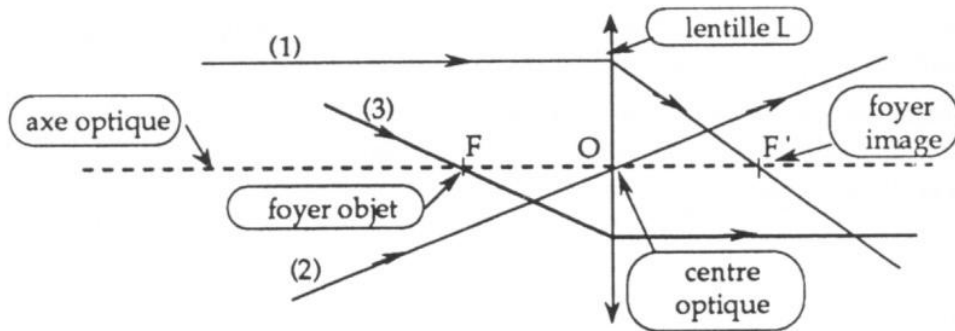
Le touriste à Paris

En voyage à Paris, vous voulez prendre en photo la Tour Eiffel. Vous vous trouvez à 350 mètres de celle-ci. L'appareil étant à 1,50 mètre au-dessus du sol, sous quel angle voit-on la Tour Eiffel ?



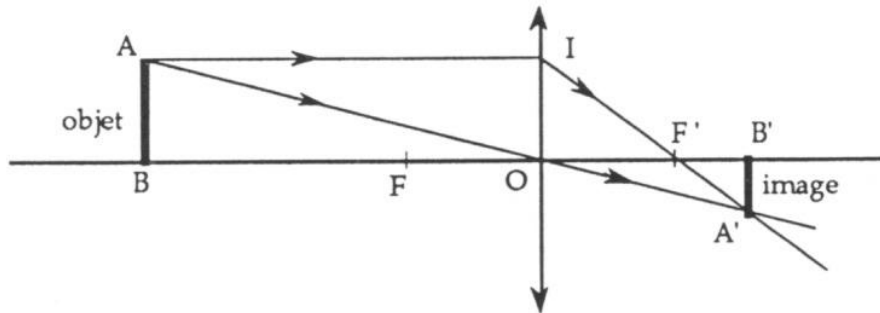
3 Principe de la lentille convexe

Voici comment un rayon lumineux est dévié par la lentille L.



- ➔ Tout rayon incident tel que (1) parallèle à l'axe optique OF, émerge en passant par le foyer image F'.
- ➔ Tout rayon incident tel que (2) passant par le centre optique O émerge sans être dévié.
- ➔ Tout rayon incident tel que (3) passant par le foyer objet F émerge parallèlement à l'axe optique.

On note : $f = OF' = OF$: f est la **distance focale** de la lentille.



Une application : A'B' est l'image de l'objet AB donnée par la lentille, que l'on capte sur l'écran (la pellicule).

On note : $BO = p$; p représente la distance objet-lentille

$OB' = p'$; p' représente la distance lentille-image.

Démontrez que $\frac{AB}{A'B'} = \frac{p}{p'}$ et que $\frac{OI}{A'B'} = \frac{f}{p'-f}$.

En déduire que

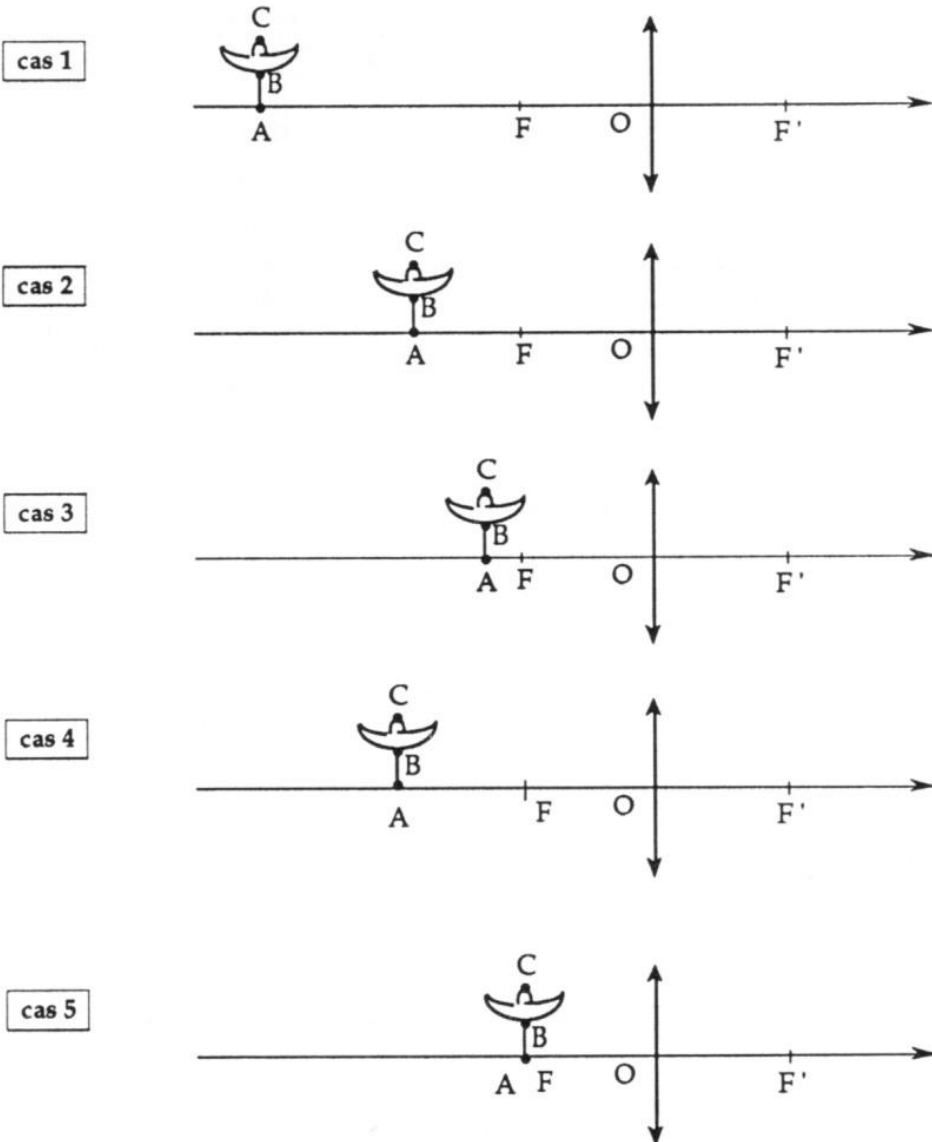
$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}}$$

4

Construire des images

L'activité 3 vous a montré comment construire l'image d'un point A non situé sur l'axe optique. Pour dessiner l'image d'un objet, donnée par une lentille, on dessine l'image de chacun de ses points.

Représentez dans chaque cas l'image de la fleur, donnée par l'objectif de l'appareil photo : pour cela vous placerez sur le dessin les points A', B' et C' images de A, B et C.



Vous remarquerez que plus la fleur est proche de l'objectif, et plus son image est éloignée et grande.

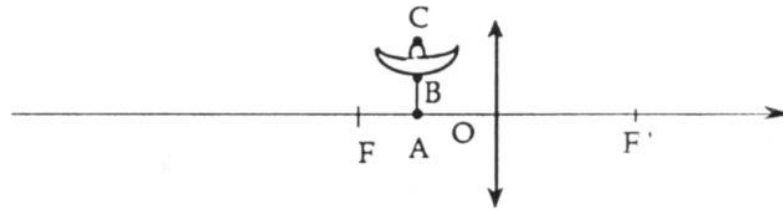


Si la distance objet-lentille est égale à $2f$, l'image a la même taille que l'objet. Le démontrer.



Si l'objet se trouve à une distance de l'objectif égale à la distance focale, il n'y a plus d'image car les rayons émergents issus d'un même point sont parallèles.

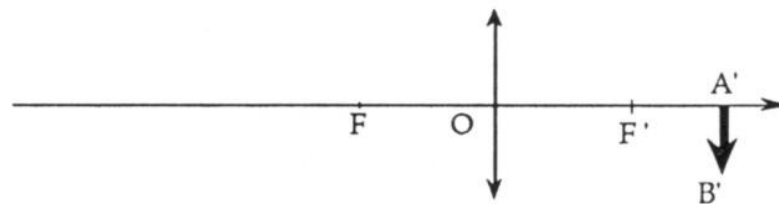
cas 6



Si l'objet se trouve entre le foyer objet et l'objet, aucune image ne se forme de l'autre côté de la lentille. Les rayons lumineux émergents se coupent du côté de la lentille où se trouve l'objet. On obtient une image droite et agrandie de la fleur. C'est le principe de la loupe.

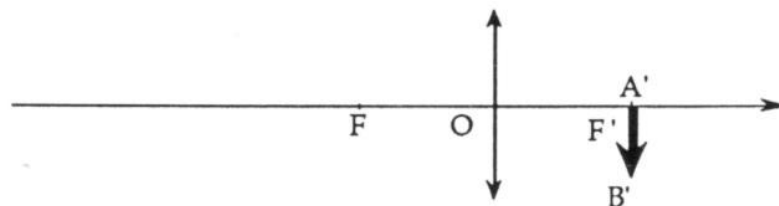
cas 7

Dessiner le poteau AB dont l'image donnée par la lentille est $A'B'$.



cas 8

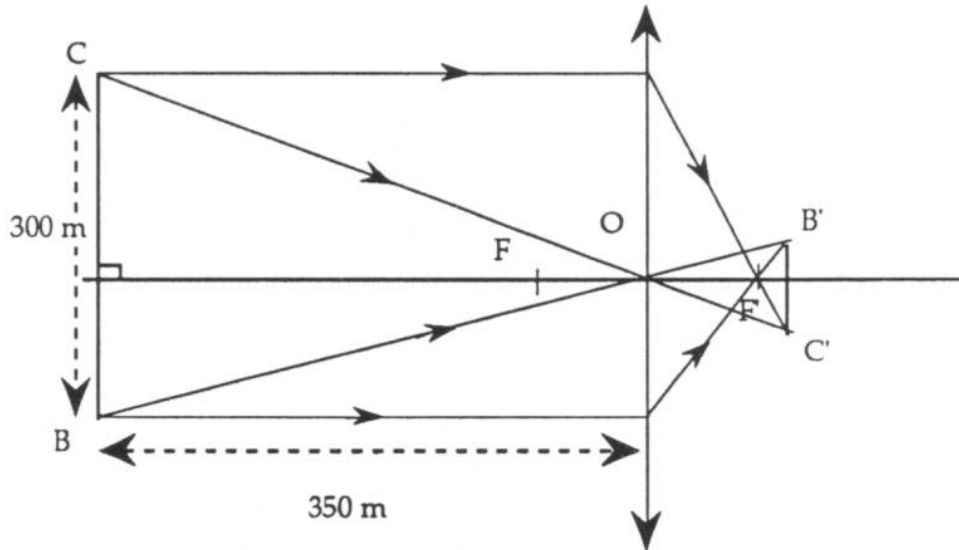
... et où doit être placé le poteau AB pour que l'image A' de A coïncide avec F' ?



5

Avec un "grand angle"

Mon appareil est muni d'un objectif de distance focale 28 mm ("grand angle").



- a) À quelle distance de l'objectif se forme l'image B'C' de la Tour Eiffel BC ?

On remarque que lorsque l'objet est très éloigné de l'appareil, l'image se forme dans le plan focal image qui est le plan perpendiculaire à l'axe optique et contenant F'.

Pour un appareil photo, une distance supérieure à 10 m correspond à la graduation " ∞ " sur la bague de réglage des distances.

- b) Quelle est la hauteur de cette image B'C' ?

Tient-elle entièrement dans une pellicule de format 24 x 36 (rectangle de longueur 36 mm et de largeur 24 mm) ?

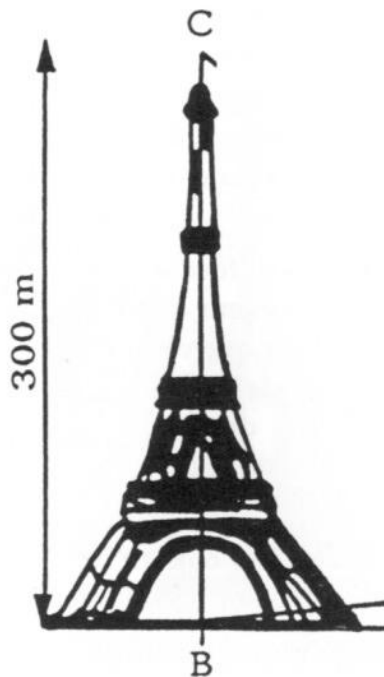
Et dans une pellicule de format 6 x 6 (carré de 6 cm de côté) ?

6**... et un autre objectif !**

Pour prendre en photo la Tour Eiffel, je décide de changer d'objectif.

J'utilise maintenant un objectif de distance focale 135 mm (téléobjectif).

- A quelle distance de l'objectif se forme l'image B'C' de la Tour Eiffel ?
(voir remarque activité 5, a)
- Quelle est la hauteur de l'image obtenue ?
- Tient-elle entièrement sur une pellicule de format 24 x 36 ?
- A quelle distance minimale de la Tour Eiffel dois-je me placer pour que son image tienne en entier sur cette pellicule ?

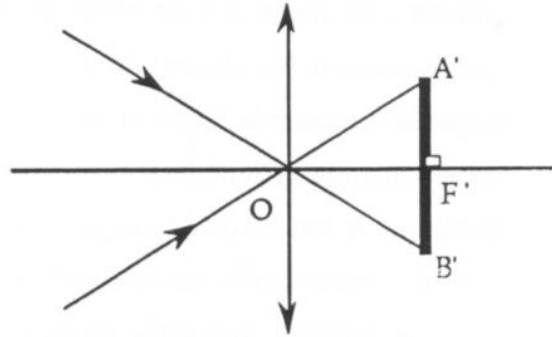


7

La focale normale

A Un objet AB situé très loin (... à l'infini) donne une image $A'B'$ dans le plan focal image.

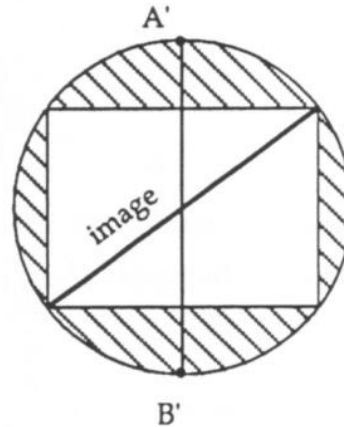
Supposons que le foyer image F' soit le milieu de $[A'B']$.



Calculez l'angle $\widehat{A'OB'}$ lorsque $A'B'$ est égale à la distance focale.

B $A'B'$ (donc f) est le diamètre du disque lumineux qui se forme sur l'écran. C'est aussi la diagonale d'un rectangle inscrit dans le cercle qui représente la pellicule lorsque l'image se trouve dans le plan focal.

Si un objectif a une distance focale approximativement égale à la longueur de la diagonale de la pellicule, on dit que cet objectif est de "focale normale". Cet objectif "voit" sous un angle de 50° environ, le même que celui de l'œil humain.



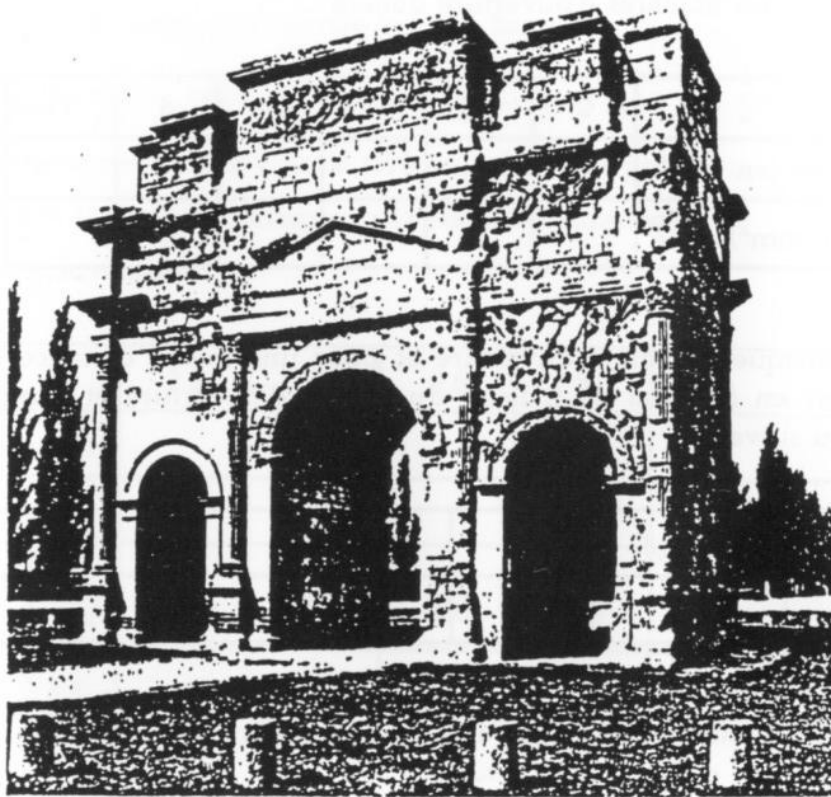
- 1) Quelle est la distance focale d'un objectif de focale normale, si la pellicule utilisée a pour dimensions $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$?
- 2) Calculez la distance focale d'un objectif de focale normale, si la pellicule utilisée est un carré de côté 6 cm ?

8

Photo d'Arc de Triomphe ...

Un Arc de Triomphe mesure 49 m de hauteur et 44 m de largeur. J'ai un "recul" maximum de 110 m. Je dispose de 3 objectifs de distances focales 35 mm (grand angle), 50 mm (objectif normal) et 200 mm (téléobjectif), et d'une pellicule de format 24 x 36.

Quel(s) objectif(s) puis-je utiliser pour que l'image tienne entièrement sur la pellicule ?



9

L'ouverture du diaphragme

Sur la bague de réglage du diaphragme on lit les nombres 2 - 2,8 - 4 - 5,6 - 8 - 11 et 16, appelés **nombre d'ouverture** du diaphragme. Nous allons voir à quoi correspondent ces nombres. Le diamètre D d'ouverture du diaphragme est égal au quotient de la distance focale f de l'objectif par le nombre d'ouverture n .

$$D = \frac{f}{n}.$$

- 1) Calculez ainsi pour un objectif de 35 mm de distance focale, le diamètre d'ouverture du diaphragme et l'aire du disque d'ouverture correspondant à chacun des nombres d'ouverture donnés :

n	2	2,8	4	5,6	8	11	16
Diamètres (en mm)							
Aire (en mm ²)							

- 2) Pour chaque nombre d'ouverture et pour une même distance focale f , calculez en fonction de f , l'aire du disque d'ouverture et complétez le tableau suivant :

n	2	2,8	4	5,6	8	11	16
Aire							

- 3) Par quel nombre est divisée l'aire du disque d'ouverture lorsqu'on passe d'un nombre d'ouverture au suivant ?

- 4) Soit g la fonction $x \mapsto \sqrt{2}x$.

Trouvez à 0,1 près :

$$g(2) = \dots\dots\dots \quad g(g(2)) = \dots\dots\dots \quad g(g(g(2))) = \dots\dots\dots$$

- 5) Voyez-vous une explication au choix de ces nombres d'ouverture ?

10 Temps de pose et flux lumineux

On dispose d'un appareil de focale 50 mm : $f = 50$

Pour différentes valeurs de n , nombre d'ouverture, calculez :

D, le diamètre, en mm, du diaphragme

A, l'aire, en mm^2 , du diaphragme.

L'obturateur est un rideau noir qui, placé devant l'ouverture, empêche la lumière de pénétrer dans l'appareil et d'impressionner la pellicule. Lorsqu'on prend une photo, l'obturateur s'écarte pendant le temps choisi appelé **temps de pose** ou **vitesse d'obturation**. Les différentes vitesses d'obturation v sont indiquées sur une graduation portée par une bague :

$$\frac{1}{1000} \text{ s}; \frac{1}{500} \text{ s}; \frac{1}{250} \text{ s}; \frac{1}{125} \text{ s}; \frac{1}{60} \text{ s}; \frac{1}{30} \text{ s}; \frac{1}{16} \text{ s}; \frac{1}{8} \text{ s}; \frac{1}{4} \text{ s}; \frac{1}{2} \text{ s}; 1 \text{ s}.$$

Pour les différentes vitesses v de ce tableau, calculez le produit :

$$A \times v = (\text{aire du diaphragme}) \times (\text{vitesse d'obturation}).$$

Que remarquez-vous ?

n	2,8	4	5,6	8	11	16
D (diamètre mm)						
A (aire mm^2)						
Vitesse d'obturation v	$\frac{1}{2000}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{60}$
Produit $A \times v$						

Pour ces valeurs de n , par quel coefficient passe-t-on d'une valeur de n à la suivante ? Et pour les valeurs de A ? Et pour celles de v ?

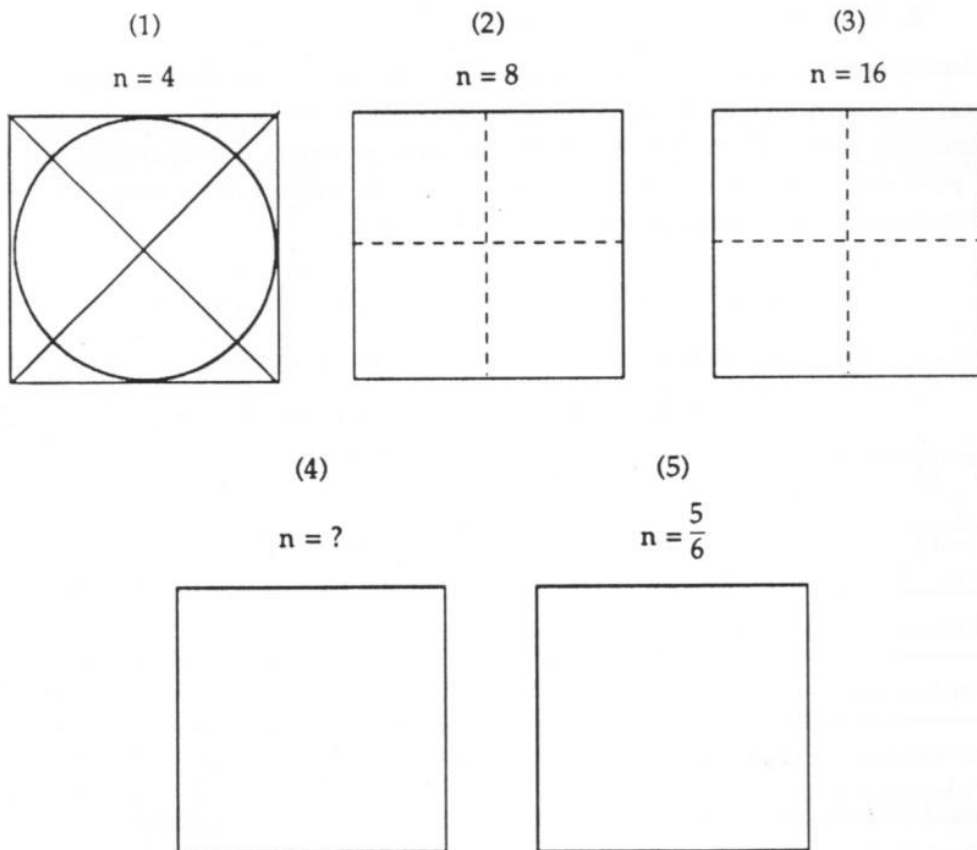
11 Dessinons des diaphragmes

La figure (1) représente un diaphragme pour $n = 4$.

Dessinez le diaphragme pour $n = 8$ (figure 2) puis pour $n = 16$ (figure 3).

Sur la figure (4), on a un autre diaphragme : à quel nombre n correspond-il ?

Et pour la figure (5), tracez le diaphragme pour $n = \frac{5}{6}$.



Quel est le rapport des aires d'un disque à l'autre ?

Quel est le rapport des aires d'un rayon à l'autre ?

Reportez-vous aussi aux dessins de la page 4.