GALION THÈMES

Figure de la Terre

La Terre vue par le satellite européen Météosat.

15, quai André Lassagne – 69001 LYON
1994

Comment la Terre devint ronde … ?

De tout temps, les hommes curieux ont tenté de mieux connaître la forme de la Terre et d'en donner une représentation satisfaisante. Par la suite, pour les explorateurs et les navigateurs, cette représentation sous forme de "cartes" devint une nécessité pour leur "repérage".

Pour **Homère** (Grèce, 850 av. J.-C.) la Terre est un disque entouré d'un fleuve représentant les océans, et pour **Hérodote** (484 av. J.-C.) ce disque est entouré d'un désert. Dans les civilisations du Pérou et pour les Aztèques, la Terre est un carré et pour **Eschyle** (525 av. J.-C.) elle est un parallélogramme. Autant de figures variées qui n'ont aucune base scientifique …

Carte d'Hécatée de Milet (Vème siècle av. J.-C.)

Dès le Vème siècle avant notre ère, les savants grecs comme **Aristote** (384 av. J.-C.) et **Platon** (428 av. J.-C.) ont la certitude que notre planète est une sphère, idée basée sur l'observation des éclipses. Ces savants imaginent déjà des réseaux de lignes fictives, les "climas", (du mot "*inclinaison*"), pour faciliter le repérage : c'est le début des coordonnées géographiques.

Erathostène (Alexandrie, 276-195 av. J.-C.) qui fut sans doute le plus grand géographe de l'Antiquité, est le premier à évaluer le rayon de notre planète avec une précision remarquable pour l'époque (voir activité 4) : pour lui, 1 degré d'arc correspond à 110 de nos kilomètres !

Quant à **Hipparque** (Nicée, 165-127 av. J.-C.), il invente la division du méridien en 360°, ainsi qu'une "grille" régulière autour du globe terrestre, avec méridiens et parallèles.

Claude Ptolémée (IIème siècle) réalise la synthèse de ces connaissances, divise le degré en minutes et secondes et invente les mots "latitude" (pour *largeur*) et "longitude" pour *longueur*) ; il calcule aussi le rayon de la Terre en contestant le calcul d'Erasthostène, mais son estimation est moins bonne : pour lui, 1° vaut environ 80 de nos kilomètres, ce qui eut des conséquences importantes dans les évaluations de distances par les navigateurs.

À la même époque, des mathématiciens chinois imaginent comme les savants grecs, mais de manière indépendante, un même système de coordonnées.

En Occident, de l'an 300 jusqu'à la fin du Moyen-Âge, la représentation sphérique de la Terre est abandonnée au profit de croyances basées sur des textes religieux et non plus sur l'observation scientifique. Pour **Saint Augustin** par exemple (354), c'est une hérésie de croire en l'existence de points situés aux antipodes les uns des autres et l'on revient à l'idée que la Terre est un disque plat.

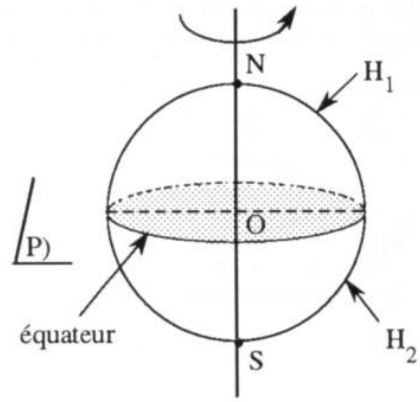
Pour **Saint Paul** et le moine **Cosmas** (VIème siècle), la Terre est plutôt une grande boîte, fermée par un couvercle arrondi figurant le ciel et pour **Isidore**, archevêque de Séville, la Terre est une roue …

Il faut attendre la fin du Moyen-Âge et la renaissance des idées scientifiques basées sur l'observation, puis les grands navigateurs comme Marco Polo et Colomb, pour que soient reprises les idées des savants grecs et chinois. L'idée que "la Terre est ronde" est définitivement admise, avec les lignes imaginaires tels que parallèles et méridiens pour le repérage : **Erathostène et Ptolémée avaient déjà tout prévu …!**

Et il faut attendre les années 1950 pour que des photographies de la Terre prises par satellites apportent aux derniers sceptiques une confirmation éclatante.

1 La Terre est ronde

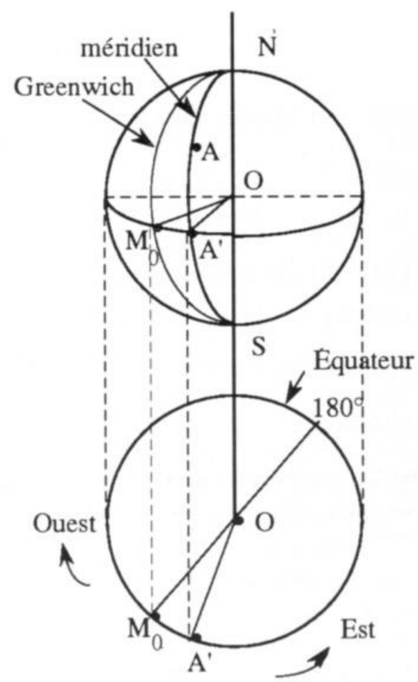
- La surface de la Terre est sensiblement une sphère de rayon 6370 kilomètres environ. Nous préciserons cela plus loin …
  La Terre tourne sur elle-même à raison de un tour en 24 heures, autour d'un axe imaginaire (NS) appelé **axe des pôles**. Un plan (imaginaire …) passant par son centre O et perpendiculaire à (NS) découpe la sphère terrestre en deux hémisphères H_1 et H_2 séparés par **l'équateur** : c'est un grand cercle de même rayon que la Terre.



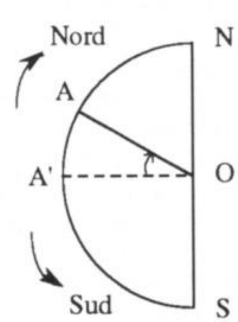
- En chaque point A de la Terre, passe un demi-cercle de diamètre [NS] : c'est le **méridien** de A. Ainsi, "chaque lieu a son méridien". Chaque méridien coupe l'équateur.

- L'équateur est gradué en degrés depuis un point de référence (M_0) (méridien de Greenwich) de 0 à 180° vers l'Est et de 0 à 180° vers l'Ouest. Chaque degré peut être divisé en 60 minutes et chaque minute en 60 secondes.
  Le méridien de A coupant l'équateur en A', la **longitude de** A est l'angle $\widehat{M_0OA'}$: longitude Est (notée E) ou longitude Ouest (notée W).

- Si on se place sur le méridien de A, l'angle $\widehat{A'OA}$, c'est-à-dire l'arc de méridien $\overset{\frown}{AA'}$ est la **latitude** de A : latitude Nord (de 0 à 90°) ou Sud (de 0 à 90°).
  Tous les points de même latitude sont situés sur un même cercle : ce cercle est un **parallèle**, il est situé dans un plan parallèle au plan de l'équateur.



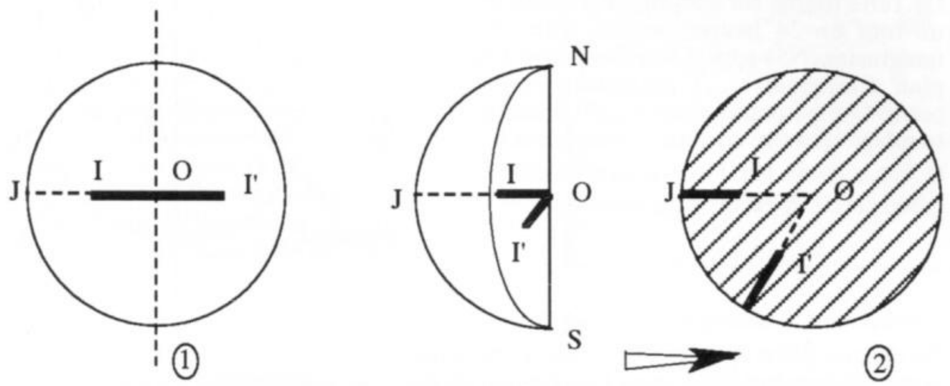
- Tout point de la Terre est repéré par ses **coordonnées géographiques** : longitude et latitude, souvent données par les atlas.
  Voir l'activité 2, une idée pour fabriquer une maquette représentant équateur et méridien.



> Reportez-vous aux données en fin de fascicule.
> Choisissez quelques villes et essayez de les situer sur une sphère, sur votre maquette, sur un ballon … après avoir choisi le méridien de Greenwich.

2 Maquette pour mieux voir ...

Pour bien comprendre les position des méridiens et des parallèles sur la Terre, il est intéressant de disposer d'une sphère, ou d'un ballon assez gros.



Mais vous pourrez aussi fabriquer une maquette comme ci-contre, découpée dans du papier fort cartonné.

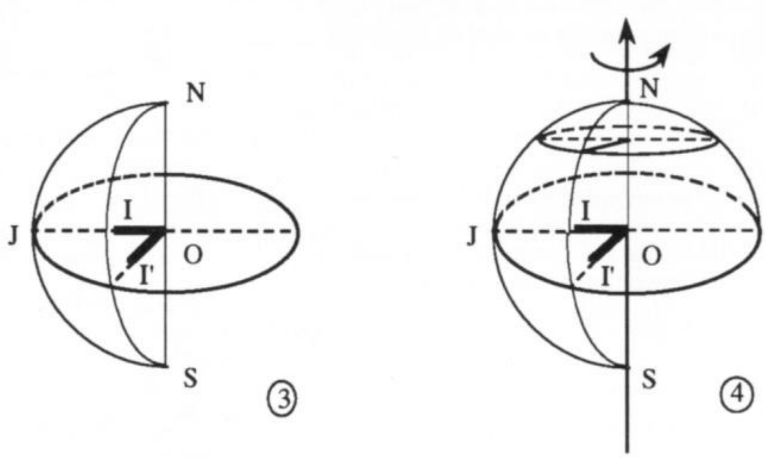
Des disques de 5 à 8 cm de rayon feront l'affaire.

$\boxed{1}$ Un disque à plier pour avoir deux méridiens. Découpez deux encoches OI et OI' pour l'emboîter sur $\boxed{2}$.

$\boxed{2}$ Un disque pour l'équateur avec deux évidements pour recevoir les deux méridiens.

$\boxed{3}$ Montage.

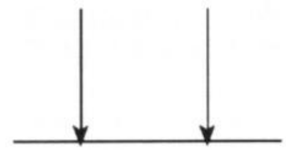
$\boxed{4}$ On peut y adjoindre un plus petit cercle pour figurer un parallèle, et une tige rigide (NS) pour l'axe des pôles.



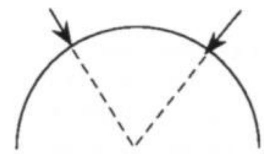
$\boxed{5}$ On peut, bien sûr, adjoindre d'autres méridiens à volonté.

3 Les verticales sont-elles parallèles ...?

On dit souvent que deux lignes verticales sont des droites parallèles, car elles sont perpendiculaires toutes les deux au même plan horizontal ...



Or, une verticale est donnée par la direction du fil à plomb (attraction de la Terre) et passe par le centre de la Terre, si on la "prolonge". ... Alors ?



Dans cette activité on prendra 6370 km comme rayon de la Terre.

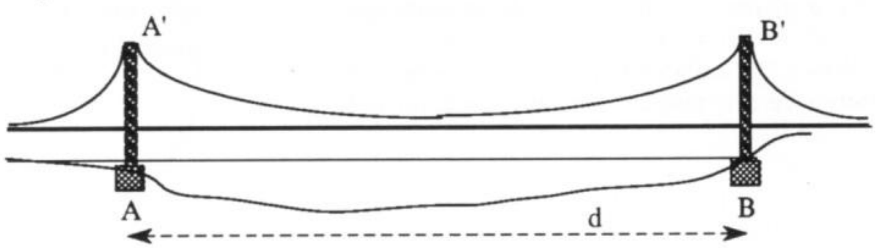
* Quel est l'angle que fait la verticale à Paris et la verticale au pôle Nord ? et avec la verticale du pôle Sud ?

  Reportez-vous en fin de fascicule pour trouver la latitude de Paris.

* Que pensez-vous de deux verticales en deux points A et B situés aux antipodes l'un de l'autre, c'est-à-dire diamétralement opposés ?

* Deux points E et F ont une latitude nulle, et des longitudes qui sont respectivement 20° E et 80° W. Quelle est l'angle formé par les verticales en E et F ?

* **Les ponts "suspendus"**
  Un certain nombre de ponts suspendus de par le monde ont des dimensions impressionnantes.



d = AB (travée centrale) h = AA' (hauteur des piliers)

* Pour le pont sur la Humber (Grande Bretagne) on a :
  d = 1410 m et h = 162 m
  Calculez l'angle des verticales (AA') et (BB'), ainsi que la distance des sommets A'B'.
* Pour le pont de Tancarville (France) on a :
  d = 600 m et h = 120 m
  Mêmes questions
* Mêmes questions encore pour le pont de Normandie (France) avec
  d = 856 m et h = 206 m

4

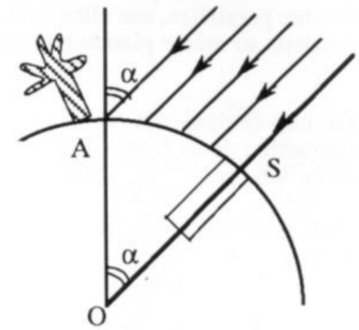
Le rayon de la Terre

❖ C'est au IIème siècle avant J.-C. que **Eratosthène** évalua, pour la première fois, le rayon de la Terre. Il fallut attendre environ 2000 ans pour que cette "mesure" soit améliorée.

Il avait remarqué que, en juin, à midi, le Soleil se reflétait exactement au fond d'un puits, dans le village de Syène, près d'Assouan. Le soleil se trouvait à la "verticale" ; on dit aussi au zénith.

Le même jour, à la même heure, à Alexandrie, le Soleil ne se trouvait pas exactement à la verticale, mais faisait un angle α d'environ 7,15° avec la verticale.

Et les rayons du soleil sont parallèles …

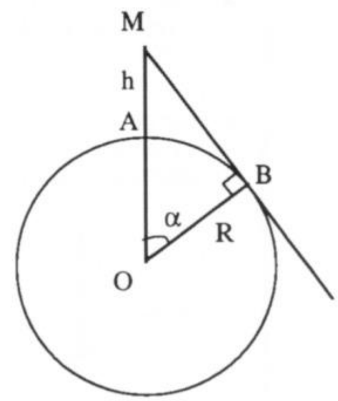


A : Alexandrie
S : Syène
O : Centre de la Terre

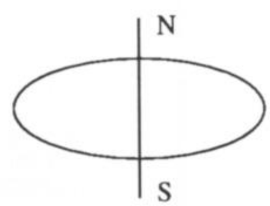
La distance d'Alexandrie à Syène étant environ de 5000 stades, calculez en stades le rayon R de la Terre en utilisant le schéma ci-contre.

Donnez la réponse en kilomètres, sachant qu'un stade valait environ 157,5 mètres actuels …

❖ En Inde, le mathématicien Al Biruni (973 - 1048) gravit une montagne entourée d'une vaste plaine. La hauteur h de la montagne valait environ 625 aunes (une aune = 0,5 mètre). Il mesura l'angle α à l'aide d'un astrolabe et trouva 34'. Déduisez-en le rayon R de la Terre.



❖ On a cru longtemps que la Terre était parfaitement sphérique, ce qui veut dire que un arc de 1°, sur un méridien, aurait la même longueur à l'équateur et aux pôles. Cassini et Descartes pensaient qu'elle était "allongée" en direction de l'axe (NS). Newton, au contraire affirmait qu'elle était "aplatie" comme ci-contre.



En 1672, l'astronome Richer, envoyé en mission à Cayenne, s'aperçut que son horloge astronomique, qui battait la seconde à Paris, retardait de deux minutes par jour. Il put interpréter ce résultat en l'attribuant au fait que la Terre n'est pas sphérique, mais aplatie aux pôles. Il fallait donc vérifier qu'un arc de 1° de méridien terrestre n'a pas la même longueur au voisinage du pôle ou près de l'équateur. En 1736, cette mesure fut réalisée en Laponie par Clairaut et Maupertuis et au Pérou par Bouguer et Lacondamine.

La thèse de Newton fut confirmée : la Terre est "aplatie", ce qui fit dire à Voltaire *"Maupertuis découvrit en des lieux pleins d'ennuis ce que Newton trouvait sans sortir de chez lui"*.

❖ Des conférences internationales (1909-1924) ont fixé ces longueurs une fois pour toutes :

À l'équateur, le rayon de la Terre est environ	6 378,16 km
Aux pôles, le rayon de la Terre est environ	6 356,77 km.
On prend souvent comme rayon "moyen"	6 370 km.

❄ ❄ ❄

■ En utilisant le rayon moyen, calculez en kilomètres la longueur d'un méridien.

■ Expliquez la définition du mètre donné par l'Académie des Sciences *"le mètre est la dix-millionième partie du demi-méridien terrestre"*.

■ C'est Gabriel Mouton, mathématicien et astronome lyonnais (1628-1694) qui inventa le *mille marin* : c'est la longueur d'un arc de une minute de méridien. Quelle est la mesure de 1 mille marin en mètres ?

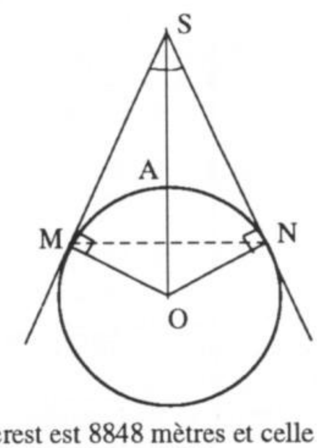
■ Combien vaut un *nœud* en mètre par seconde (vitesse des bateaux) sachant que 1 nœud égale un mille marin par heure ?

■ Trouvez la distance en kilomètres entre Dunkerque et Barcelone, sensiblement situées sur le même méridien (données en fin de fascicule).

Et entre Port-au-Prince et Cuzco ?

Et entre Paris et le Pôle Nord ?

■ Un satellite artificiel géostationnaire S est à une altitude AS = 36 000 km. Trouvez l'angle $\widehat{MSN}$ sous lequel il voit la Terre.



■ Au-dessus du niveau de la mer, l'altitude de l'Éverest est 8848 mètres et celle du volcan Chimborazo, situé à l'équateur, est 6310 mètres. Mais compte tenu de l'aplatissement de la Terre, le sommet du Chimborazo est plus éloigné que l'Éverest du centre de la Terre : expliquez ce phénomène, sachant que le rayon de la Terre diminue de 21,4 km de l'équateur au pôle et en estimant très grossièrement que la diminution de ce rayon est proportionnelle à la latitude (la latitude de l'Éverest est 28° environ).

5

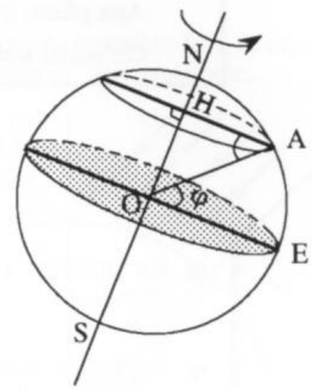
Elle tourne vite !

◆ Le point A de latitude φ (Nord) est sur un parallèle de rayon HA : $\widehat{EOA} = \varphi$.

Cet angle se retrouve en $\widehat{OAH}$: pourquoi ?

R étant le rayon (moyen) de la Terre, on a $r = HA = R \cos \varphi$; pourquoi ?

La longueur du parallèle du point A est $2\pi R \cos \varphi$; pourquoi ?



- ✚ Calculez la longueur du parallèle passant par Lyon et du parallèle passant par Saint Petersbourg.
- ✚ Quelle est la latitude du lieu dont le parallèle a une longueur de 20 000 km ?

◆ La Terre fait un tour autour de l'axe (NS) en 24 heures.

Le point A, entraîné dans ce mouvement de rotation, parcourt, en une heure :

$$v = \frac{1}{12}\pi R \cos \varphi \text{ (en km) ; pourquoi ?}$$

Ainsi, la "vitesse linéaire", en kilomètres par heure, d'un point de la Terre dépend de sa latitude φ.

- ✚ Quelle est cette vitesse à Lyon ? à Saint Petersbourg ? au Pôle Nord ?
- ✚ Comparez ces vitesses pour deux points aux antipodes.
- ✚ Sur un même méridien, y a-t-il plusieurs points qui "tournent" à la même vitesse ? Et sur un parallèle ?
- ✚ Complétez le tableau ci-dessous qui donne la vitesse v en km/h en fonction de la latitude φ.

  Donnez une représentation graphique de la fonction $\varphi \longmapsto v$.

Latitudes (en degrés)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Vitesses (en km/h)										

On ne ressent pas ces vitesses fantastiques qui ont pourtant une influence importante en météorologie (vent, déplacement de nuages, ...), sur les courants marins, sur la pression des fleuves sur la rive et enfin sur la rotation de l'eau dans votre lavabo.

6 Pour ne pas perdre le Nord ...!

Longitude et latitude ... méridiens et parallèles ... des notions commodes pour se repérer sur notre planète.

Dans les activités qui suivent, aidez-vous de votre "maquette" en carton, d'une vraie sphère, ou d'un atlas ...

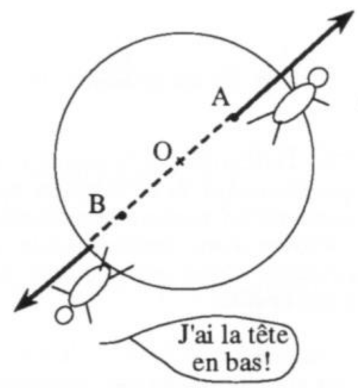
❖ Paul se déplace en suivant le méridien de Paris ... Comment varie sa longitude ? sa latitude ?

❖ Sonia suit le parallèle de New-York. Posez-vous les mêmes questions.

❖ Deux points A et B sont aux antipodes l'un de l'autre si [AB] est un diamètre de la Terre.

En utilisant des données en fin de ce fascicule, trouvez les coordonnées des points situés aux antipodes de Paris, de San Francisco, de Ushuaïa, Buenos-Aires, de Greenwich ...

❖ Jacky part de A et rejoint B, aux antipodes de A, à la surface de la Terre. Quelle distance parcourt-il ?



❖ Chamonix est situé sur le 46ème parallèle de latitude Nord. Un hélicoptère part de Chamonix et parcourt 500 km vers le Nord. Il tourne alors à l'Est et parcourt 500 km dans cette direction. Il tourne ensuite vers le Sud et parcourt 500 km dans cette direction. Enfin, il tourne vers l'Ouest et après avoir parcouru 500 km, il atterrit. Où est-il ?

Ginette affirme : "Si je fais 500 pas en avant, puis 500 pas à droite, puis 500 pas en arrière et enfin 500 pas à gauche, je reviens au point de départ ! L'hélicoptère atterrit donc à Chamonix."

– "Tu te trompes, Ginette !" réplique René, "n'oublie pas que la Terre est ronde !".

Qui a raison ?

Si l'hélicoptère n'arrive pas à Chamonix, donnez avec précision sa position. On rappelle que le rayon moyen de la Terre est de 6370 km.

❖ Un avion décolle de Ushuaïa, la ville la plus australe du globe terrestre. Elle est située à 55° de latitude Sud et à 68° de longitude Ouest.

Il parcourt 7580 km vers l'Ouest, puis 2000 km vers le Nord. Il atterrit. Où est-il ?

S'il avait d'abord parcouru 2000 km vers le Nord, puis 7580 km vers l'Ouest, aurait-il atterri au même endroit ?

7 La Terre : intérieur, extérieur, ...

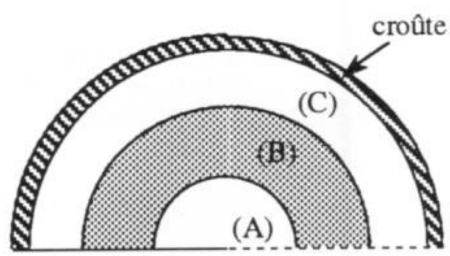
* Cherchez les formules permettant de calculer l'aire et le volume d'une sphère.

◆ En surface ...

- D'après certaines estimations, environ 71 % de la surface de la Terre est recouverte d'eau (mers, océans, rivières, ...). Quelle est, en millions de kilomètres carrés, l'aire de la surface terrestre recouverte d'eau ? L'aire de la surface émergée ... ? Représentez ces deux aires par des carrés avec une échelle correcte.
- Dans l'hémisphère nord, la surface émergée est les deux-tiers de la surface maritime, alors qu'elle n'est que le cinquième de la surface maritime dans l'hémisphère sud. Donnez en une représentation !
- Le volume des terres émergées est estimé à 10^8 km^3 et celui des eaux à 1,3 x 10^8 km^3. Comment représenter ces volumes par des cubes ?

◆ Et en profondeur ...

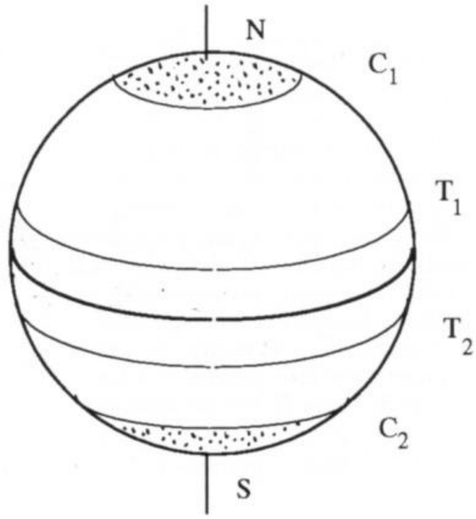
C'est Descartes qui, le premier émit l'hypothèse que l'intérieur de la Terre est composé de trois parties : au centre, une "boule" solide (A), entourée d'une partie liquide (B), elle-même entourée d'une partie solide (C), recouverte d'une **croûte**.



Les géophysiciens ont, depuis, confirmé cette description : le **manteau** (C), de 670 km à 2890 km de profondeur, est formé d'oxydes et de silicates. La partie liquide (B) contient des alliages de fer en fusion (de 2890 km à 5100 km de profondeur). Et le noyau (A) occupe la partie centrale : c'est une partie solide formée d'alliages de fer.

> Calculez, pour chaque partie, le pourcentage du volume total de la Terre qu'elle représente.
>
> Représentez ces résultats sur un diagramme circulaire en "camembert".

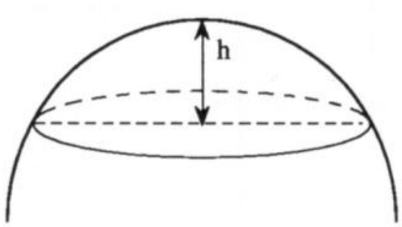
8 Zones, calottes et fuseaux



- Les **tropiques** du Cancer T_1 et du Capricorne T_2 sont deux parallèles de latitudes respectives 23° 27' N et 23° 27' S (23° 27' = 23,45°).
- La *zone équatoriale* est la surface de la Terre située entre ces tropiques.
- Le **cercle polaire** boréal (ou arctique) C_1 est le parallèle de latitude 66° 33' N et le cercle polaire austral C_2 (ou antarctique) a pour latitude 66° 33' S (66° 33' = 66,55°).
- La *calotte polaire boréale* est au-delà de C_1 et contient le pôle Nord alors que la calotte polaire australe contient le pôle Sud.
- Entre T_1 et C_1 on a la zone *tempérée Nord* et entre T_2 et C_2 la zone *tempérée Sud*.

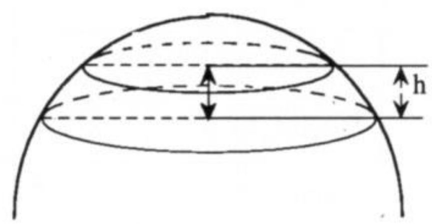
> - Calculez, en kilomètres carrés, l'aire de chaque calotte, l'aire de la zone équatoriale, l'aire de chaque zone tempérée (formules ci-dessous).
> - Quel pourcentage représente l'aire de chaque zone par rapport à l'aire totale de la Terre ?
> - Représentez ces zones par des carrés, dont les aires sont proportionnelles à celles des zones.
> - Un fuseau horaire est compris entre deux méridiens dont la différence de longitudes est 15°. Calculez l'aire de ce fuseau.
> - Sur la carte du monde de Peters (qui respecte les surfaces), la Terre est partagée en 60 régions de même aire : calculez l'aire de chaque région.

Sur une sphère de rayon R.



Aire de la calotte de "hauteur h"

$S = 2\pi Rh$

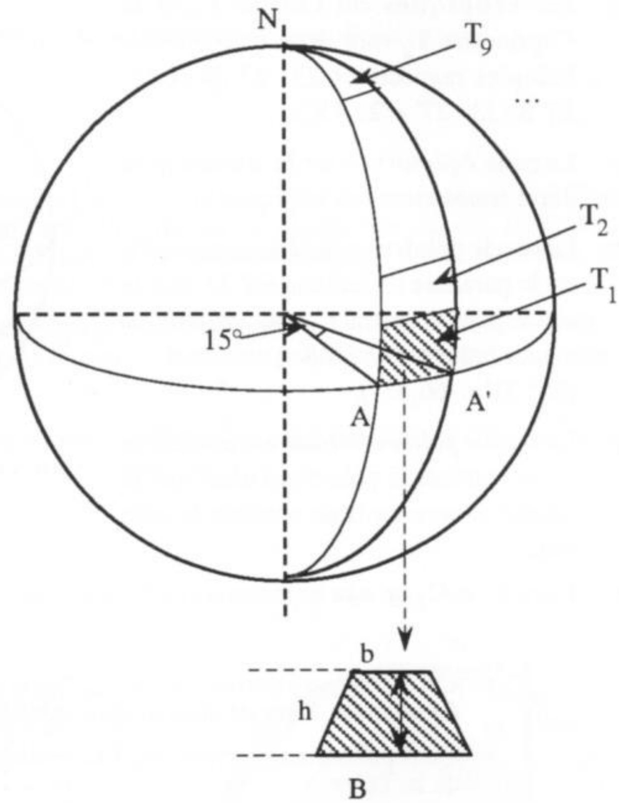


Aire de la zone de "hauteur h"

$S = 2\pi Rh$

9 La Terre en 432 trapèzes

Voici une façon originale de partager la Terre en 432 "petits" trapèzes. Traçons d'abord 24 fuseaux : un fuseau est la surface de la Terre comprise entre deux méridiens espacés de 15° de longitude. Prenons le "demi-fuseau" (ANA') et traçons les arcs de parallèles tous les 10° de latitude, depuis l'équateur, jusqu'au pôle. Le demi-fuseau est ainsi partagé en 9 surfaces … Chacune de ces surfaces peut être assimilée à un trapèze de bases B, b et de hauteur h (b = 0 pour T_9 qui est un triangle). Alors, pourquoi 432 trapèzes … ?



Calculs de surfaces

B : c'est la longueur d'un arc de parallèle de 15°, à une certaine latitude φ.

b : c'est la longueur d'un arc du parallèle à la latitude φ+10°.

h : c'est la longueur d'un arc de méridien de 10°.

Pour chacun des 9 trapèzes de (ANA'), calculez $\frac{(B+b)\times h}{2}$ … et évaluez ainsi la surface de la Terre.

À vos calculatrices !

		B	b	h	aire du trapèze
T_1	latitude 0 à 10°				
T_2	latitude 10° à 20°				
T_3	latitude 20° à 30°				

Comparez à l'aire obtenue avec la formule donnant l'aire d'une sphère.

10 Quand Paris se rapprocha de Brest ...

La première carte détaillée de la France, basée sur une triangulation sphérique, fut entreprise par Cassini en 1750 et achevée en 1789, à l'échelle de $\frac{1}{84\,600}$.

Déjà Napoléon s'aperçut de ses défectuosités et décida en 1808 de la refaire entièrement, mais son projet n'aboutit pas.

En 1824, le ministère de la Guerre fit commencer la carte au $\frac{1}{80\,000}$, en noir, bien connue sous le nom de carte d'État-Major. Des cartes existaient déjà avant 1750, mais comportaient de nombreuses erreurs. Par exemple, les géographes avaient évalué à 8°9' la différence des longitudes entre Paris et Brest (situées sensiblement à la même latitude Nord de 48°).

En fait, à la suite de mesures plus précises, La Hire et Picard montrèrent que cette différence de longitude n'était que de 6°54'. Ils en conclurent que la pointe de la Bretagne avançait dans la mer de 30 lieues en trop, et que Brest était trop loin de Paris.

Lorsque les membres de l'Académie des Sciences présentèrent ces calculs au Roi, celui-ci qui voyait son domaine resserré de tous côtés, dit en badinant que « son Académie lui témoignait bien peu de reconnaissance, puisque tandis qu'il la soutenait par sa protection et ses dépenses, elle diminuait l'étendue de sa domination ».

(D'après Montucla, Histoire des Mathématiques).

À l'aide de ces informations, trouvez en kilomètres, la distance Paris-Brest avant, puis après les travaux de La Hire et Picard.

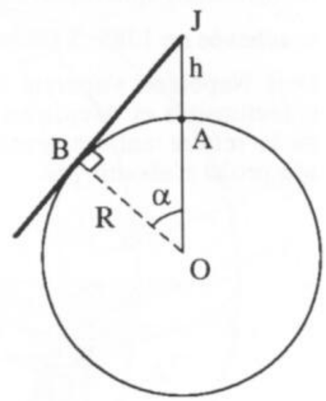
Quelle différence de distance ... ?

Quelle différence sur une carte au 1/200 000 ?

11 En regardant la mer …

Au sommet de la falaise de Jobourg, Ginette contemple la mer. Compte tenu de la rotondité, le rayon visuel qui va le plus loin est (JB), tangent en B à la sphère.

Connaissant AJ = h (au-dessus du niveau de la mer) comment trouver la longueur de l'arc $\overparen{AB}$?



⇨ Quelques formules

• Comment trouver l'angle α ?	$\cos\alpha = \dfrac{OB}{OJ} = \dfrac{R}{R+h}$	→ (on peut trouver α en degrés)
• Comment calculer $\overparen{AB}$?	$\ell\,(\overparen{AB}) = \dfrac{\pi R \alpha}{180}$	→ (on peut trouver la longueur de $\overparen{AB}$ en km)

Armé de ces informations "théoriques" vous pouvez résoudre les petits problèmes que voici : il manquera parfois des informations. À vous de les chercher.

- Jusqu'à quelle distance peut-on voir en mer du haut de la falaise de Jobourg (Manche) qui est à 128 m au-dessus du niveau de la mer ? Et si l'on monte en plus, en haut d'un escabeau de 4 m ?
- Et du haut de la falaise de Umilehi (Hawaï) qui domine la mer de 1005 mètres ?
- Le Cap Canaille (Cassis) est à 362 m au-dessus de la Méditerranée ; peut-on apercevoir la Corse ?
- À partir de quelle distance de Paris est-il impossible de voir le sommet de la Tour Eiffel (h = 320 m) ?
- Le phare de Gatteville contrôle le trafic maritime dans la Manche ; son foyer est situé à 72,35 mètres au-dessus du niveau de la mer.

  La cabine de pilotage d'un pétrolier est située à 20 mètres au-dessus du niveau de la mer. Ce soir-là, la mer est calme et le temps est clair. Lorsque le capitaine du pétrolier commence à apercevoir la lumière du phare de Gatteville, à quelle distance de celui-ci se trouve-t-il ?

⇨ Une fonction

Vous venez de voir que si h, hauteur en mètres, au-dessus du niveau de la mer, varie, alors la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ varie.

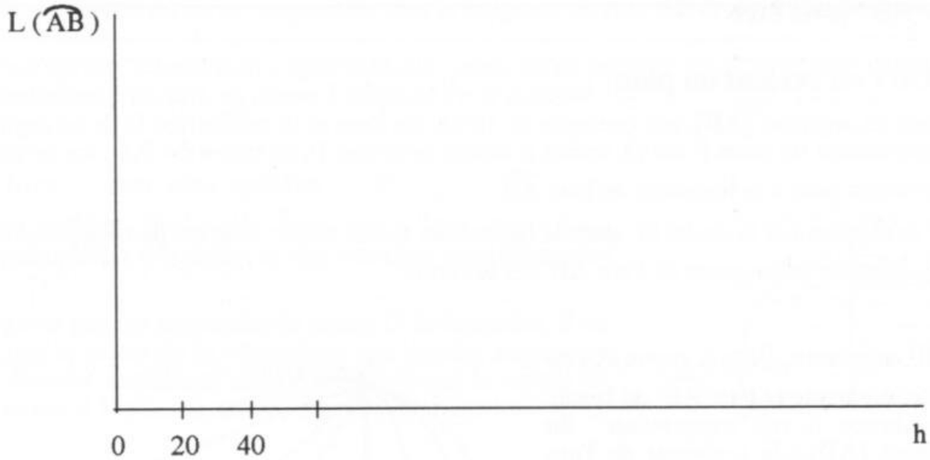
Pour h variant de 0 à 200 m, tous les 10 mètres, calculez la longueur de $\overset{\frown}{AB}$ en kilomètres.

Après avoir complété le tableau suivant, vous pourrez tracer une représentation graphique de la fonction

$$h \longmapsto L(\overset{\frown}{AB})$$

Ce graphique dessiné avec précision vous permettra de retrouver les réponses à certaines questions précédentes …

h (m)	0	20	40	60	…	200
L ($\overset{\frown}{AB}$) (km)	0					

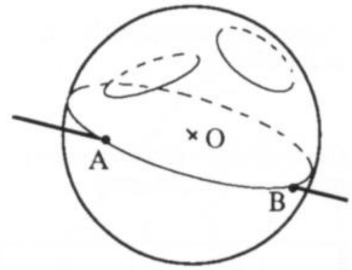


Nouveau phare de l'Île Lundy

12 Grands cercles ... Petits cercles ...

On admettra sans peine que, sur une sphère, on ne peut pas tracer de ligne droite ! Par contre, on peut tracer des cercles, beaucoup de cercles, en «coupant» la sphère par un plan, un peu comme on découperait une pomme au moyen d'un couteau.

Il y a des «petits cercles», des moins petits, des cercles qui ont pour centre celui de la sphère ... Et il n'y a pas de cercle plus grand que ces derniers.



Dans le plan, le plus court chemin d'un point A à un point B est la longueur du segment [AB]. Mais sur la Terre, quel est le plus court chemin du point A au point B ? Voilà un problème qui intéresse au plus haut point navigateurs et aviateurs !

■ Où l'on revient au plan

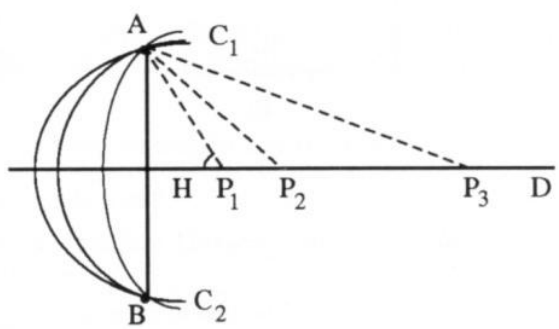
Tracez un segment [AB], par exemple de 10 cm de long et la médiatrice D de ce segment. En choisissant un point P sur D, tracez le cercle de centre P, de rayon r = PA ; sur ce cercle, intéressons-nous à la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

Si P se déplace sur la droite D, alors le rayon r du cercle varie ; il en est de même de l'angle $\widehat{APB}$, donc de la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ sur le cercle.

Si HP augmente, alors le rayon PA du cercle augmente et l'arc $\overset{\frown}{AB}$ du cercle a tendance à se "rapprocher" du segment [AB] : la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ diminue.

Il semble donc que l'arc le plus court corresponde au cercle qui a le plus grand rayon.

Regardons les choses de plus près ...



■ Des formules et des calculs

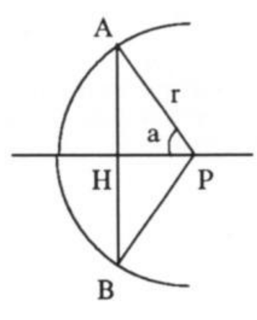
Voici des formules à démontrer :

a étant la mesure en degrés de l'angle $\widehat{APH}$, on a :

$AB = 2\,AH = 2r.\sin a$ donc $r = \dfrac{AB}{2.\sin a}$.

Longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ en centimètres : $L(\overset{\frown}{AB}) = \dfrac{\pi.r.a}{90}$

d'où $\boxed{L(\overset{\frown}{AB}) = AB \cdot \dfrac{a}{\sin a} \cdot \dfrac{\pi}{180}}$.



En prenant une dizaine de valeurs de l'angle a en degrés :
• notez cet angle a ;
• notez son sinus trouvé à la calculatrice et calculez le rayon r du cercle passant par A et B ;
• calculez la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ de ce cercle pour une corde AB de longueur 10 cm ;
• remplissez le tableau.

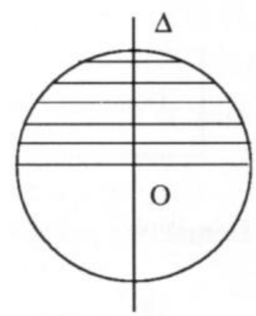
angle a, en degrés	90°	80°	70°						
sin a									
rayon r du cercle									
longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$									

Votre conclusion : La longueur de la corde [AB] étant fixée, que se passe-t-il pour la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ lorsque le rayon r du cercle augmente ?

> Pour un segment [AB] de longueur fixée, il y a une infinité de cercles passant par A et B. Plus le rayon du cercle **augmente**, plus la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ de ce cercle **diminue**.

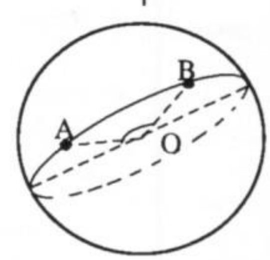
Ce n'est qu'une conclusion expérimentale, mais vous pourrez en donner une véritable démonstration plus tard, en classe Terminale (voir Activité 13).

■ Alors ... sur une sphère ... ?



Sur la sphère, on peut «couper» par des plans perpendiculaires à la droite Δ (des tranches parallèles entre elles ...).

Lorsque le plan se rapproche du centre O de la sphère, il est clair que le rayon de la «tranche» (du cercle) augmente, pour devenir maximum si le plan passe par le centre O, c'est-à-dire si le plan de section est un plan diamétral.



Prenons deux points A et B sur la Terre.

Un seul plan diamétral passe par A et B : ce plan coupe la sphère terrestre selon un cercle de rayon maximum : on l'appelle pour cela un **grand cercle** de la Terre.

Et tout autre cercle, passant par A et B, tracé sur la surface de la Terre aura un rayon plus petit que celui de ce grand cercle.

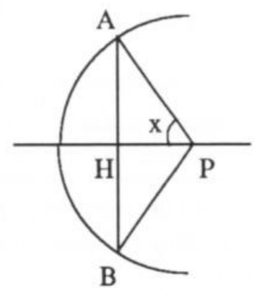
> Ainsi on peut conclure que sur la Terre, la distance la plus courte entre deux points est la longueur de l'arc de grand cercle qui passe par ces deux points : c'est ce que l'on appelle la **distance géodésique** sur la Terre.

13 Étude d'une fonction[1]

- À l'activité qui précède, vous avez vu que le rayon AP = r est donné par $r = \dfrac{AB}{2 \sin a}$.

  Étudiez les variations de la fonction : $a \longmapsto r(a)$ sur $\left]0, \dfrac{\pi}{2}\right]$.

- Vous avez montré que la longueur de l'arc $\widehat{AB}$ est donnée par :



$$L\,(\widehat{AB}) = AB \times \frac{x}{\sin x} \times \frac{\pi}{180}$$

avec : $2x = \widehat{APB}$ en degrés.

Si x est exprimé en radians, on a

$$\boxed{L\,(\widehat{AB}) = AB \times \frac{x}{\sin x}} \quad \left(0 < x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

La corde [AB] étant donnée, l'étude de la fonction : $f : x \longmapsto \dfrac{x}{\sin x}$ permet d'étudier les variations de la longueur L de l'arc $\widehat{AB}$.

> Démontrez que la fonction $x \longmapsto \dfrac{x}{\sin x}$ est strictement croissante sur $\left]0\,; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

Démarche possible

- ✚ Calculez la dérivée f' de f sur cet intervalle.

- ✚ Pour étudier le signe de f' (x), il vous faut étudier le signe de $\sin x - x \cos x$.

  Pour cela vous pourrez étudier les variations de $g : x \longmapsto \sin x - x \cos x$ sur l'intervalle $\left[0\,; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

  Déduisez-en le signe de f' (x).

- ✚ Donnez les tableaux de variations de r et de f sur $\left]0\,; \dfrac{\pi}{2}\right]$. Concluez quant au minimum de $L(\widehat{AB})$, sachant que r ne peut pas être supérieur au rayon R de la sphère.

a	0	$\frac{\pi}{2}$
r	‖	
f	‖	

[1] Cette activité ne peut être abordée qu'en Terminale S.

14 Le chemin le plus court sur la Terre

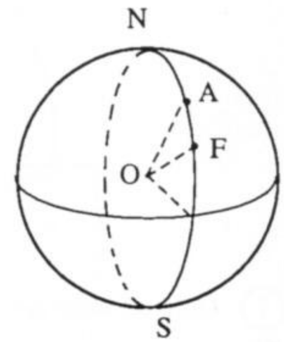
Vous avez vu que :

– par deux points de la Terre, non situés aux antipodes, passe un seul grand cercle ;
– le rayon de ce grand cercle est celui de la sphère terrestre ;
– le chemin le plus court entre ces points est la longueur de l'arc de ce grand cercle.

♦ Deux points ont la même longitude.

Expliquez comment calculer leur plus courte distance.

Calculez la distance d'Amsterdam à Fos-sur-Mer.



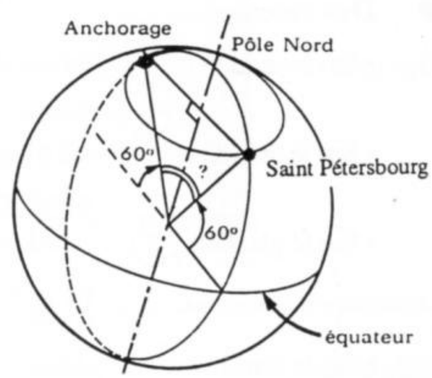
♦ Quelle est la plus courte distance entre deux points aux antipodes l'un de l'autre ?

♦ Trouvez les coordonnées géographiques de Anchorage (Alaska) et Saint Pétersbourg (Russie).

Ces deux villes sont situées sur le même parallèle. Pourquoi ? De plus elles sont diamétralement opposées sur ce parallèle.

Un avion doit se rendre d'Anchorage à Saint Pétersbourg. Il a le choix entre la route qui suit le 60ème parallèle et la route qui passe par le pôle Nord.

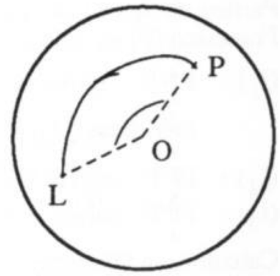
Calculez la longueur des deux trajets.



♦ P désigne Paris (P) et L Lima (L).

En utilisant une méthode de géométrie analytique avec O comme centre de la Terre, on peut trouver l'angle au centre $\widehat{POL}$: il est de 92° environ (voir activité 20).

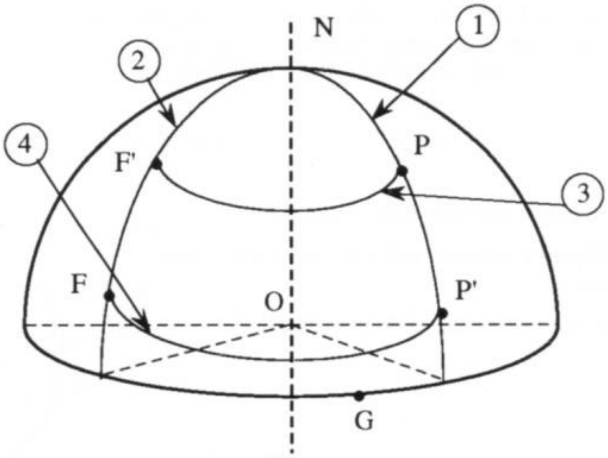
Calculez la plus courte distance de Paris à Lima.



15 De Saint Pétersbourg (P) à San Francisco (F)

Voici, arrondies au degré près, les coordonnées géographiques de ces deux villes :

P (60° N ; 30° E) F (38° N ; 122° W)



1 est le méridien de P.

2 est le méridien de F

3 est le parallèle de P (il coupe 2 en F')

4 est le parallèle de F (il coupe 1 en P')

G : c'est le point de l'équateur situé sur le méridien de Greenwich.

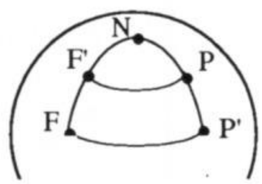
Pour se familiariser avec cette configuration, utilisez un globe terrestre, un ballon assez gros.

Des calculs ...

- Sur le méridien 1, calculez les mesures en degrés, des arcs, $\widehat{PN}$ et $\widehat{PP'}$;
  calculez les longueurs en kilomètres de $\widehat{PN}$ et de $\widehat{PP'}$.
- Sur le méridien 2, calculez les mesures en degrés, des arcs, $\widehat{FN}$ et $\widehat{FF'}$;
  calculez les longueurs en kilomètres de $\widehat{FN}$ et de $\widehat{FF'}$.
- Sur le parallèle 3, calculez son rayon en utilisant la latitude de P, puis la mesure de l'arc $\widehat{PF'}$ en degrés et enfin la longueur de $\widehat{PF'}$ en kilomètres.
- Sur le parallèle 4, calculez la longueur de $\widehat{FP'}$ en kilomètres.

... et des voyages en avion

Partant de Saint Pétersbourg (P), un avion peut parvenir à San Francisco (F) en suivant plusieurs itinéraires.



(i_1) : PNF : passer par le pôle Nord en suivant les méridiens 1 puis 2

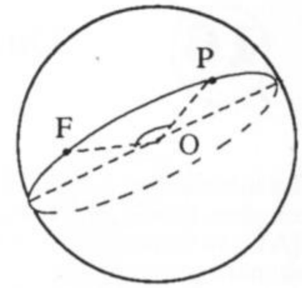
(i_2) : PF'F : suivre d'abord 3 puis le méridien de F.

(i_3) : PP'F : suivre le méridien de P puis le parallèle de F.

Calculez, en kilomètres, les longueurs de ces trois itinéraires.

Mais on peut faire mieux !

● Vous savez qu'il existe un grand cercle, de la sphère terrestre, qui passe par P et F. Le centre de ce cercle est O, centre de la Terre.



Nous avons vu que le parcours le plus court de P à F sur la Terre est celui qui « suit » ce grand cercle : c'est une ligne ***géodésique***.

Le trajet ainsi parcouru s'appelle ***orthodromie***.

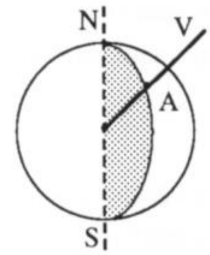
Si l'on calcule l'angle au centre $\widehat{POF}$, on trouve 80° environ (voir activité 20). Calculez alors en kilomètres la longueur de l'arc de grand cercle $\widehat{PF}$ et comparez-la aux longueurs des autres itinéraires …

Ainsi, pour aller d'un point à un autre sur la Terre, il existe une infinité d'itinéraires possibles …

L'orthodromie est l'arc du grand cercle passant par ces points et c'est le chemin le plus court. Il présente cependant l'inconvénient suivant : le « cap » varie en permanence. On lui préfère parfois un autre itinéraire, plus long, appelé ***loxodromie*** mais pour lequel on garde un cap fixe. La loxodromie est représentée par un segment de droite sur une carte de Mercator.

16 Où est le méridien qui passe à vos pieds ?

Le méridien de A est le demi-cercle (NAS) ; il et situé dans un plan, appelé *plan méridien* de A. Ce plan contient aussi [AV), la verticale de A, ainsi que la direction AN, direction du nord géographique.



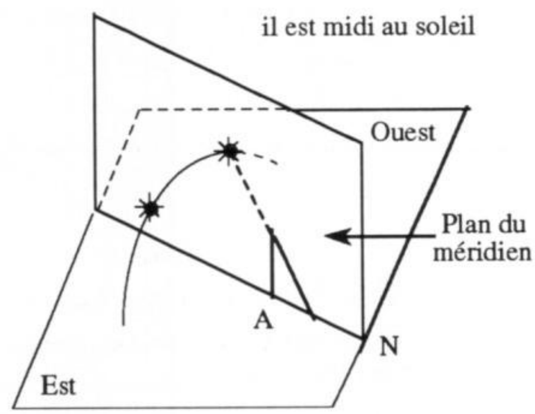
* Pour déterminer la verticale (AV), pas de problème : un fil à plomb fait l'affaire.

* Pour (AN), direction du nord, c'est un autre problème ! Il y a plusieurs méthodes.

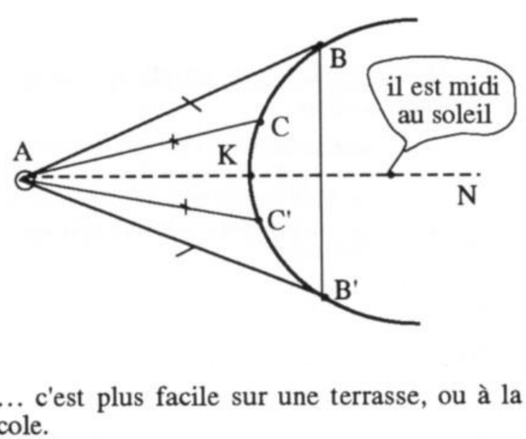
• La boussole vous donne la direction du **nord magnétique** : il faut faire une correction pour obtenir le **nord géographique**. Elle est donnée par des cartes.

• Vous savez aussi, que, de nuit, la direction du nord géographique est donnée par l'étoile polaire ... si vous savez la repérer !

• Voici une autre méthode pour les jours de soleil. Plantez en A un bâton verticalement sur un terrain plat. Observez l'ombre du bâton et marquez à différents moments l'extrémité de cette ombre. Lorsque le soleil passe dans le plan du méridien (midi au soleil), on dit que le soleil "culmine" : il est le plus "*haut*" possible, donc l'ombre est la plus *courte* possible.



Vous remarquez que l'extrémité de l'ombre décrit une courbe : le point K de cette courbe le plus proche de A donne la direction AN du nord. Il n'est pas toujours facile de trouver K. On peut aussi choisir deux points B et B', avant et après-midi, tels que les ombres AB et AB' aient même longueur. AN est alors la bissectrice de $\widehat{BAB'}$.

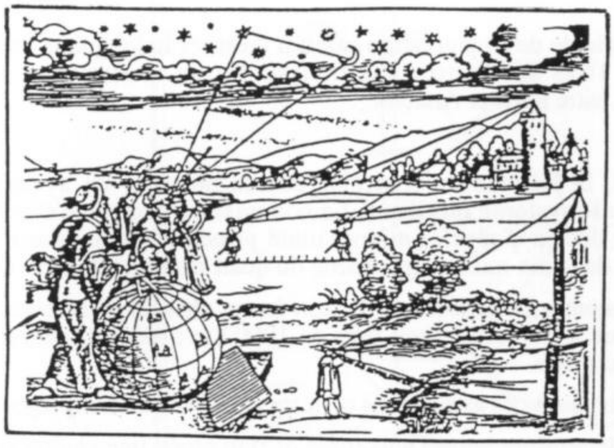


Trouvez le méridien d'un lieu ... c'est plus facile sur une terrasse, ou à la campagne, ou dans la cour de l'école.

"Ainsi, sous les pieds de chaque homme, passe un méridien et tous les méridiens sont égaux ..."

17

Triangulation



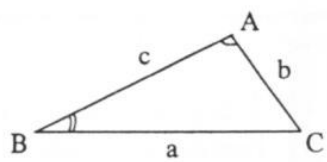
À la surface de la Terre, il est très difficile de mesurer avec précision de grandes longueurs. En revanche, il existe des appareils qui permettent de mesurer des angles très précisément.

Au début du XVIIème siècle, le Hollandais Snellius imagina la **triangulation**. C'est un procédé qui consiste à recouvrir une région d'un réseau de triangles dont les sommets sont des points hauts (église, tour, falaise, etc.). À partir de la mesure d'**une seule longueur** (appelée **base**) et de deux angles de chaque triangle on peut alors calculer de proche en proche les autres longueurs.

Dans un triangle quelconque :

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

Si l'on connaît la longueur a d'un côté et deux angles, $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ par exemple, on sait calculer la longueur des autres côtés.



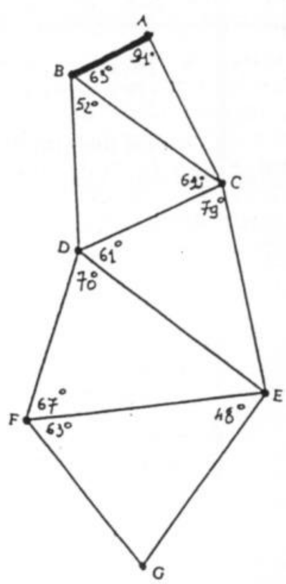
Triangulation :

Voici une chaîne de triangles telle que deux triangles qui se suivent ont un côté commun.

AB = 12 km

Les angles sont indiqués en degrés.

- Trouvez les mesures des angles qui ne sont pas données.
- Calculez AC et BC.
- Puis, de proche en proche, calculez DC, DE, EF et FG.
- Reproduisez ce dessin à l'échelle 1/100 000 et vérifiez la longueur FG.



18 Mesure du Méridien

Cette méthode de triangulation servit à mesurer la longueur d'un arc de méridien terrestre. C'est en 1669 que l'astronome français Picard mesura pour la première fois un arc de méridien entre Paris et Amiens.

En 1790, la Révolution française décida de créer un système universel des poids et mesures : **le système métrique**. La commission chargée d'élaborer les nouvelles unités de longueur décida d'appeler ***mètre*** l'unité principale de longueur et qu'elle serait égale à la longueur de la dix millionième partie du quart d'un grand cercle terrestre.

Les astronomes Delambre et Méchain furent chargés de mesurer l'arc de méridien allant de Dunkerque à Barcelone, soit près de 1000 km ; cela permettrait d'en déduire la longueur précise du mètre.

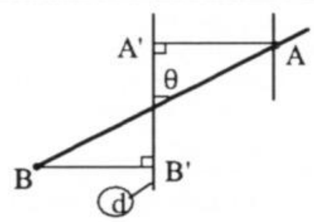
Il fallut six ans à ces astronomes pour mener à bien cette entreprise.

Il fallut déterminer entre Dunkerque et Barcelone une chaîne comportant une centaine de triangles.

Il fallut ensuite projeter orthogonalement ces côtés sur le méridien.

Si AB se projette en A'B' sur la droite d, si l'on connaît la longueur AB et l'angle θ, on sait calculer la longueur de la projection orthogonale A'B' de AB sur la droite d.

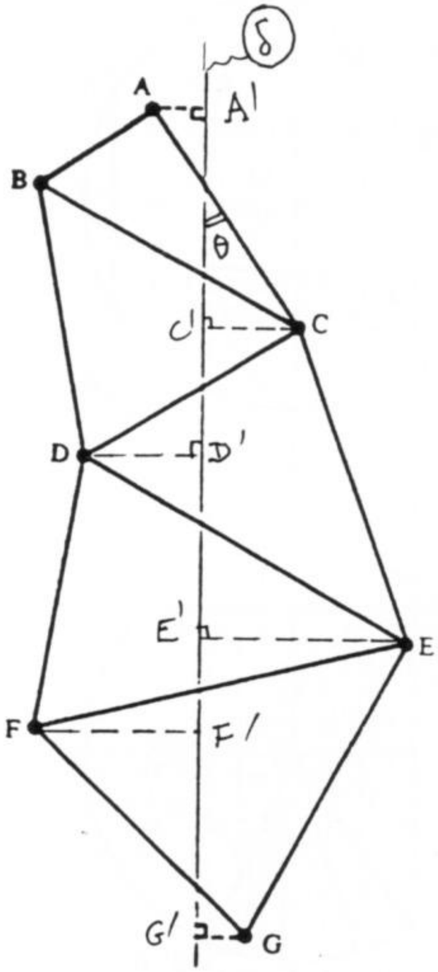
$$A'B' = AB \cos \theta$$

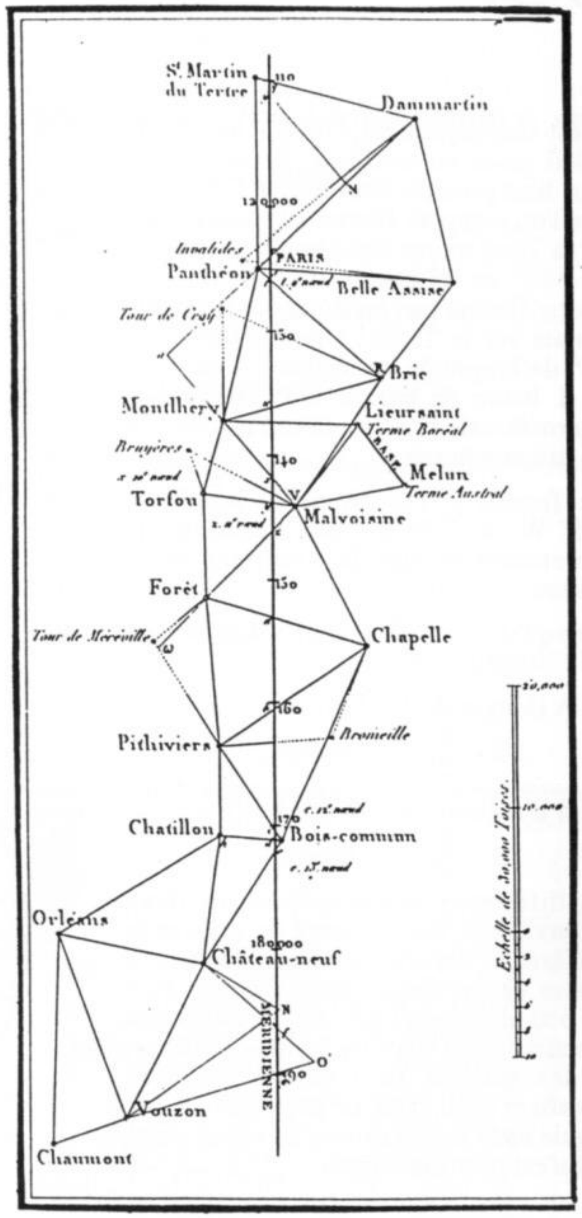


À la page suivante, on vous donne une chaîne de triangles déjà utilisée à l'activité qui précède. δ est le méridien.

A et C se projettent en A' et C' sur le méridien δ.

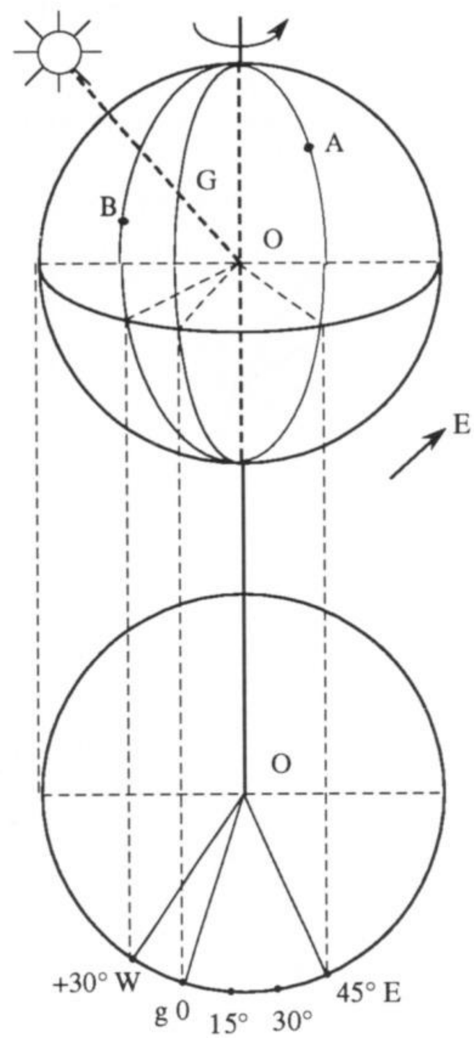
- Mesurez l'angle θ que fait δ avec (AC) : c'est **l'azimut** de la direction (AC). Calculez alors la longueur A'C'.
- Mesurez de même l'azimut de chacune des directions (CD), (DE), (EF) et (FG) puis calculez C'D', D'E', E'F' et F'G'.
- En déduire la longueur A'G'.





Un morceau de la chaîne de triangles employée par Delambre et Méchain : une base de 6000 toises a été mesurée entre Lieursaint et Melun.

19 Quelle heure est-il ... ?



Il est théoriquement « midi » lorsque le soleil passe au méridien : il est alors le plus haut possible dans le ciel. C'est ainsi que l'on comptait l'heure au Moyen Âge. Or la Terre tourne sur elle-même a raison de 360° en 24 heures, soit 15° en une heure. Il n'est pas midi partout au même instant sur la Terre ! Une différence de 15° de longitude correspond, à un écart de 1 heure de temps. Une conférence internationale (1911) a divisé la Terre en 24 fuseaux horaires.

Le fuseau 0 s'étend de la longitude 7,5° W à 7,5° E : le méridien de Greenwich occupe le « milieu » de ce fuseau.

Lorsqu'il est midi (12 h) à Greenwich (G : longitude 0)

en A (longitude 45° E) il est :

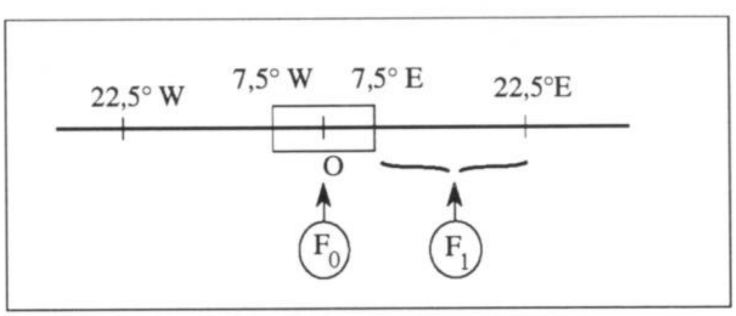
$$12 + \frac{45}{15} = 15 \text{ heures ;}$$

en B (longitude 30° W) il est :

$$12 - \frac{30}{15} = 10 \text{ heures.}$$

La différence des longitudes de deux points de la Terre permet de trouver la différence théorique entre les heures vraies de ces deux points. En fait, c'est un peu plus compliqué, car on définit des « heures d'été », des « heures d'hiver », et les fuseaux ne sont pas vraiment réguliers pour faire en sorte que l'heure légale reste la même dans un même pays, s'il n'est pas trop étendu.

Dans les questions qui suivent, vous tiendrez compte de l'heure théorique, sans vous préoccuper des variations propres aux législations de chaque pays.



- Compte tenu de la différence des longitudes entre Strasbourg et Brest, quelle est la différence des heures théoriques entre ces deux villes ?

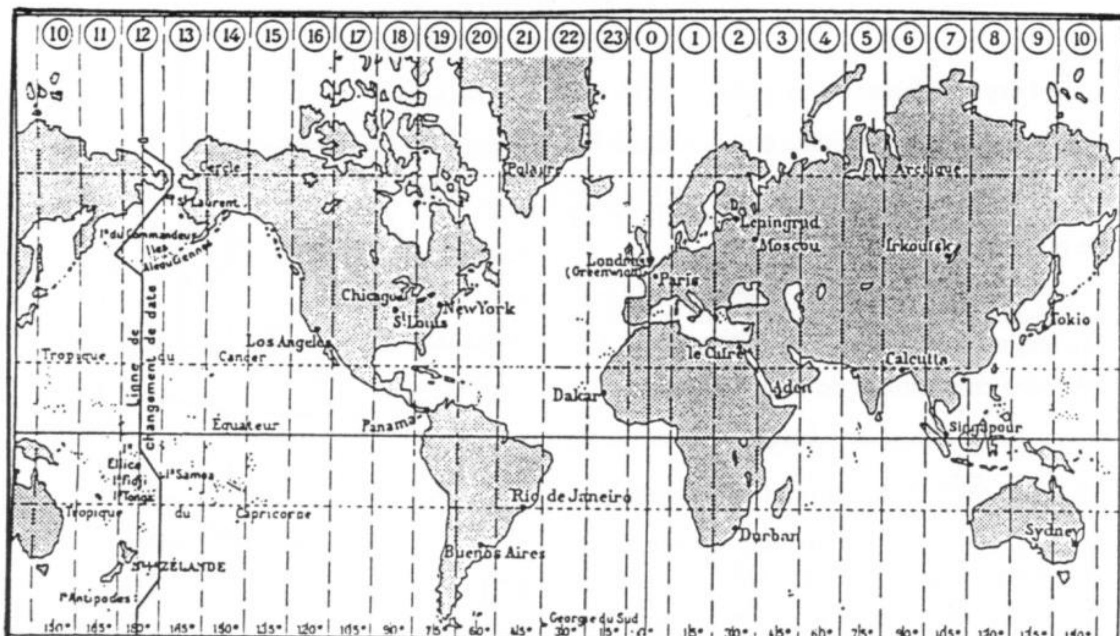
- Et entre les heures de New-York et de Tokyo ?

- Il est 15 heures à Paris (Paris est dans le fuseau de Greenwich) et vous téléphonez à des amis.
  - Quelle heure est-il pour Jacky qui est à Moscou ?
  - Et pour Jean en voyage à Chicago ?
  - Et pour Ginette à Novossibirsk ?

- Quelle différence d'heure pour deux points aux antipodes l'un de l'autre ?

- Expliquez l'utilité de la ligne de changement de date (180° E) ?

- Lorsqu'il sera 19 heures le 31 décembre 1999 à Los Angeles, quelles seront au même instant la date et l'heure à Tokyo ?



Fuseaux horaires et ligne de changement de date.

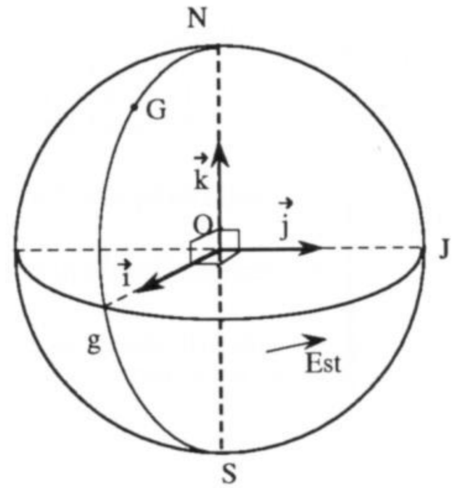
20 Coordonnées d'un point sur la Terre[1]

Choix d'un repère sur la Terre

La longitude et la latitude d'un lieu s'évaluent en utilisant le méridien de Greenwich et le plan de l'équateur. Il est donc commode de choisir un repère lié à ces éléments.

Soit g le point où le méridien de Greenwich rencontre l'équateur, J le point de l'équateur de longitude 90° E, N le pôle Nord et O le centre de la Terre.

On utilise le repère orthonormal $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ où $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$) sont respectivement des vecteurs unitaires de même sens que $\overrightarrow{Og}$, $\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{ON}$.



Attention : Pour un tel repère

1) les longitudes EST sont positives et les longitudes OUEST sont négatives :
$70°\ E \to +70°$; $43°\ W \to -43°$.

2) les latitudes NORD sont positives, les latitudes SUD sont négatives :
$45°\ N \to +45°$; $30°\ S \to -30°$.

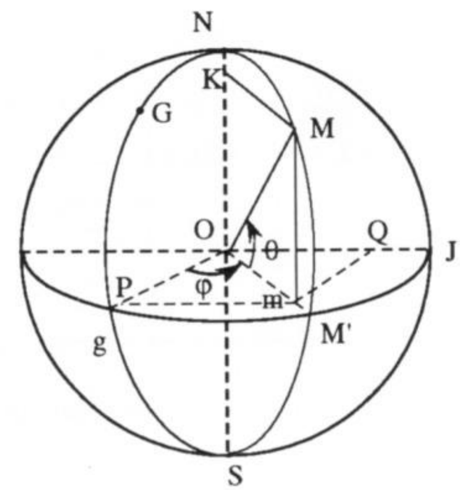
Calcul des coordonnées d'un point

Soit M un point de longitude φ et de latitude θ.

En utilisant le repère défini ci-dessus, cherchons à calculer les coordonnées (x, y, z) du point M.

Le méridien de M coupe l'équateur en M'. M se projette orthogonalement en m sur le plan de l'équateur (m appartient à [OM']).

Avec les conventions de signe indiquées plus haut : $(\overrightarrow{Og}, \overrightarrow{Om})$ est la longitude φ du point M, $(\overrightarrow{Om}, \overrightarrow{OM})$ est la latitude θ de ce point M.



M se projette en K sur ON, m se projette en P et Q respectivement sur Og et OJ.

$$x = \overline{OP} = Om \cos(\vec{i}, \overrightarrow{Om}) = OM \,.\, \cos\varphi$$

$$y = \overline{OQ} = Om \sin(\vec{i}, \overrightarrow{Om}) = Om \,.\, \sin\varphi$$

$$z = \overline{OK} = OM \sin\theta = R \sin\theta \qquad \text{(R rayon de la Terre)}$$

Si on remarque que Om = R cos θ, on en déduit les coordonnées du point **M**.

$$\boxed{x = R \cos\theta \cos\varphi \quad , \quad y = R \cos\theta \sin\varphi \quad , \quad z = R \sin\theta}$$

♦ Trouver les coordonnées de Paris et de Lima.

Application :

Pour deux points A et B de la Terre, on a vu que la plus courte distance sur la sphère entre ces deux points est l'arc $\widehat{AB}$ du grand cercle qui les contient.

Le calcul de la longueur de l'arc $\widehat{AB}$ nécessite la connaissance de l'angle au centre $\widehat{AOB}$. C'est cet angle que vous allez déterminer.

Ville	longitude	latitude
A	φ_1	θ_1
B	φ_2	θ_2

♦ Écrire en fonction de φ_1, θ_1, φ_2 et θ_2

– les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$

– le produit scalaire $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$

– le cosinus de l'angle $\widehat{AOB}$

et démontrez la formule :

$$\cos \widehat{AOB} = \cos\theta_1 \cos\theta_2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \sin\theta_1 \cos\theta_2$$

En utilisant cette formule :

• retrouver la plus courte distance de Paris à Lima

• trouver la plus courte distance de Paris à Saint Pétersbourg.

La formule ci-dessus permet de retrouver des valeurs de $\widehat{AOB}$ dans deux cas particuliers :

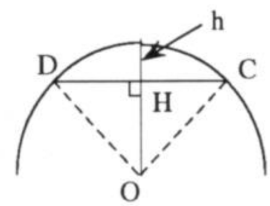
a) Villes de même longitude : retrouvez que $\widehat{AOB} = \theta_1 - \theta_2$ (avec les conventions de signes vues plus haut).

b) Villes aux antipodes : Bien sûr $\widehat{AOB} = 180°$ mais on peut le retrouver en pensant que : $\theta_2 = -\theta_1$ et $|\varphi_1| + |\varphi_2| = 180°$.

21 Si on creusait des tunnels … ?

- De Calais à Douvres, le tunnel sous la Manche a 50 km de long ; on suppose que son tracé est rectiligne : CD = 50 (en km).

  Calculez la distance h du milieu du tunnel en-dessous de la mer.

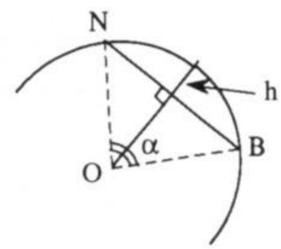


- Le savant Cosinus affirme que Brest s'éloigne du pôle Nord. Afin d'éviter cette dérive, il propose de tendre un câble souterrain et rectiligne entre Brest et le pôle Nord.

  Quelle longueur de câble faut-il ?

  À quelle distance de la surface du globe se trouvera le milieu du câble ?

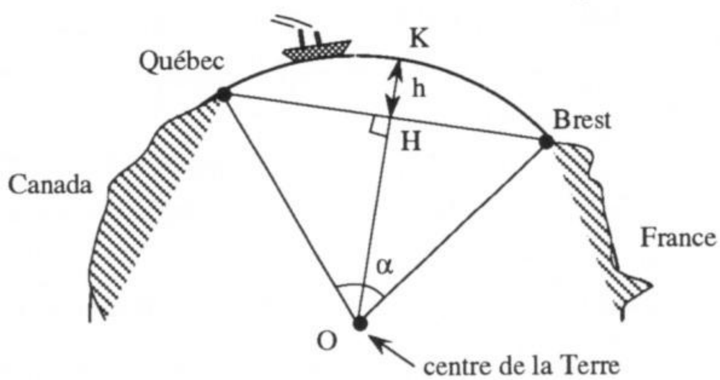
  Et si l'on tendait un câble de Brest au pôle Sud, pour consolider le tout ?



- Un Canadien farfelu propose de creuser un tunnel rectiligne qui relierait Québec à Brest.

  Quelle est la longueur du tunnel ?

  Quelle est la distance du milieu du tunnel à la surface du globe ?



Pour calculer l'angle $\widehat{BOQ}$, utilisez les résultats trouvés à l'activité 20.

Pour vous aider :

$$h = OK - OH$$

$$OH = OB \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$h = R\left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

Coordonnées géographiques de quelques lieux du globe terrestre

Lieu	latitude	Longitude
Alexandrie	31° 10' N	29° 50' E
Amiens	49° 50' N	2° 20' E
Amsterdam	52° 20' N	4° 50' E
Anchorage	60° N	149° 50' W
Auckland (îles)	50° 40' S	166° E
Barcelone	41° 20' N	2° 10' E
Brest	48° 20' N	4° 30' W
Buenos-Aires	34° 40' S	58° 30' W
Chamonix	46° N	6° 50' E
Chicago	41° 50' N	87° 40' W
Chimborazo	1° 30' S	78° 50' W
Cuzco	13° 30' S	72° W
Dunkerque	51° N	2° 20' E
Everest	28° N	87 ° E
Fos-sur-mer	43° 30' N	4° 50' E
Greenwich	51° 30' N	0°
Jobourg	49° 40' N	2° W
Lima	12° S	77° W
Los Angeles	34° N	118° 10' W
Lyon	45° 50' N	4° 50' E
Moscou	55° 50' N	37° 40' E
New-York	40° 40' N	74° W
Novossibirsk	55° N	83° E
Paris	48° 50' N	2° 20' E
Port-au-Prince	18° 30' N	72° 20' W
Québec	46° 50' N	71° 10' W
Saint Pétersbourg	60° N	30° 10' E
San Francisco	37° 50' N	122° 20' W
Strasbourg	48° 40' N	7° 40' E
Syene	24° N	32° 50' E
Tokyo	35° 40' N	139° 50' E
Ushuaïa	54° 50' S	68° 20' W

NB – valeurs arrondies à 5' près.

Rappel : 1° d'arc = 60'

Pour en savoir plus

Les découvreurs. Daniel Boorstia, Bouquin Laffont, 1983.

La figure de la Terre. J.-P. Martin, Isoete. Cherbourg, 1987.

Faire des Mathématiques autrement. APMEP. Lyon, 1989.

La Méridienne. Denis Guedj. Seghers.

Une mesure révolutionnaire : le Mètre. Observatoire de Paris, 1989.

Quand la Terre devint ronde. Découverte Gallimard.

La révolution des Savants. Découverte Gallimard.

Encyclopédie Larousse : *Astronomie.*

Cosmographie. Maillard et Millet – Classe de Mathématiques. Hachette, 1952.