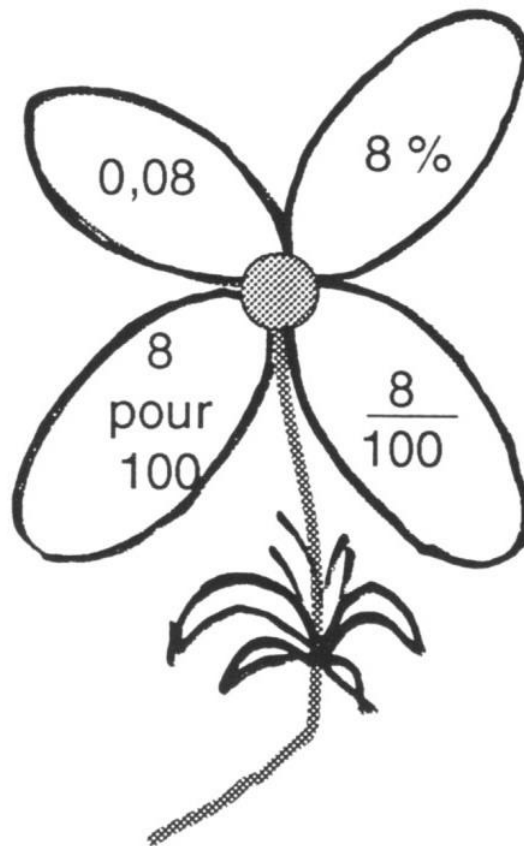


# GALION THÈMES

## Pourcentages

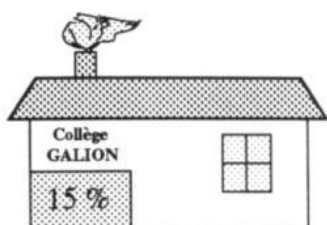
%



# 1. À vos pourcentages...!

Revoyons ensemble divers calculs dans lesquels il est question de "pourcentage".

## ◆ Et d'abord, un calcul simple et direct !



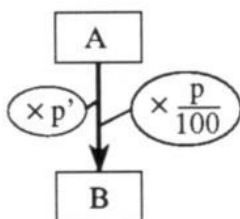
Le Collège GALION a 600 élèves, dont 15 % sont des demi-pensionnaires.

Calculons le nombre des demi-pensionnaires.

Il s'agit de prendre 15 % de 600.

Pour cela nous devons multiplier 600 par  $\frac{15}{100}$ , c'est-à-dire multiplier 600 par 0,15.

On a :  $600 \times 0,15 = 90$ . Donc, il y a 90 demi-pensionnaires au Collège GALION.



Prendre 15 % d'un nombre A, c'est multiplier ce nombre A par  $\frac{15}{100}$ , c'est-à-dire par le décimal 0,15 :

$$A \longrightarrow B = 0,15 A$$

Prendre p % d'un nombre A, c'est multiplier A par le décimal p' tel que  $p' = \frac{p}{100}$  :

$$A \xrightarrow{\text{circled } \times p'} B = \frac{p}{100} A$$

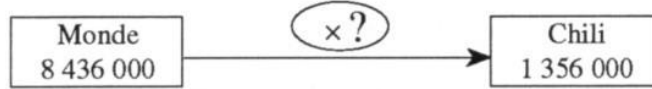
## ◆ Exercez-vous !

- Parmi les 6 millions de français qui vont aux sports d'hiver, 10,1 % fréquentent les Pyrénées ; le département des Hautes Pyrénées avec ses 17 stations attire à lui seul 46,4 % de ces skieurs, le département des Pyrénées Orientales attire 22,7 % des skieurs. Que peut-on en déduire ?
- J'ai acheté un terrain de 2000 mètres carrés : 30 % sera transformé en jardin, 12 % en parterre de fleurs et le reste en fraisiers. Quelle est la surface en fraisiers ?
- J'ai acheté un terrain de 2000 mètres carrés, 30 % sera transformé en jardin, 12 % de ce jardin sera planté en pommes de terre. Quelle est la surface plantée en pommes de terre ?
- Le prix d'un article est 1300 F hors taxe. Le taux de TVA étant de 20,6 %, quel est le montant de la TVA ? Et si ce taux était de 6 % ?
- Le prix du litre de supercarburant est de 6,71 F à la pompe de la place Grandclément. Les taxes prélevées par le Ministère des finances représentent 82 % de ce prix. Quel est le montant des taxes payées par l'automobiliste qui, faisant le plein, achète 35 litres de super ?

◆ ... puis des calculs à l'envers

**Calcul du pourcentage**

En 1985, la production mondiale de cuivre était de 8 436 000 tonnes. Le premier producteur mondial est le Chili. En 1985, il avait produit 1 356 000 tonnes. Quel pourcentage de la production mondiale cela représente-t-il ?



Pour cela, il faut trouver l'**opérateur** par lequel il faut multiplier la production mondiale pour obtenir celle du Chili. On trouve cet opérateur en divisant 1 356 000 par 8 436 000.

$$1\,356\,000 : 8\,436\,000 \approx 0,16 = \frac{16}{100} .$$

La production de cuivre du Chili représente donc environ 16 % de la production mondiale.

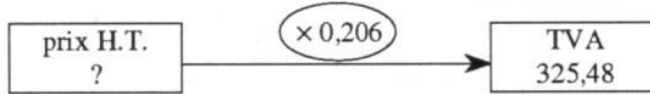
Pour calculer le pourcentage d'un nombre B par rapport à un nombre A, on divise B par A.  
 $B : A = p'$  . Le pourcentage est 100 p'.

**Calcul de la valeur initiale**

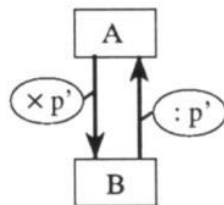
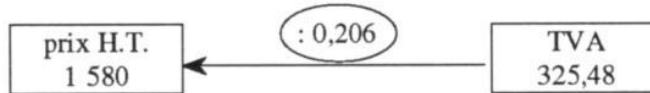
M. Têtenler a déchiré malencontreusement la facture de la réparation de son automobile. Il ne lui reste plus que le montant de la TVA. Comment va-t-il faire pour retrouver le prix HT de sa réparation ?

TVA ..... 325,48 F  
20,6 %

Pour calculer la TVA, on applique au prix HT l'**opérateur**  $\times 0,206$  .



Pour calculer le prix H.T. à partir de la TVA, il suffit d'appliquer à cette dernière l'**opérateur inverse**  $:0,206$  , et on trouve 1580 F.



Si je connais B, qui représente p % de A, j'obtiens A en divisant B par le décimal p' avec  $p' = \frac{p}{100}$  .

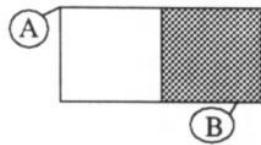
◆ **Exercez-vous !**

- La Chine est le premier producteur mondial de soie. En 1985, la Chine a produit 3745 tonnes de soie, ce qui représentait 57,8 % de la production mondiale. Quelle était la production mondiale de soie en 1985 ?
- En 1985, la Namibie a extrait 106 tonnes d'argent. Sachant que cela représentait 0,8 % de la production mondiale, quelle a été la production mondiale d'argent en 1985 ?
- En 1987, La France a produit environ 1 333 milliers de tonnes de fromage. la production mondiale était cette année-là de 10 204 milliers de tonnes. Quel pourcentage de la production mondiale représente la production française ?

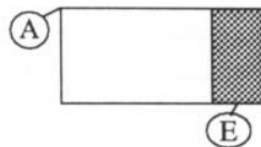
## 2. Pourcentages et fractions

### ▣ Fractions :

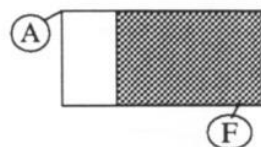
Certaines fractions simples peuvent s'exprimer au moyen de pourcentages.



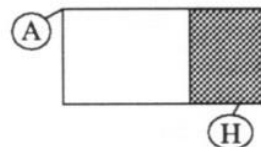
• Si  $B = \frac{1}{2} A$  alors  $B = \frac{50}{100} A$   
 $B = 50 \% \text{ de } A$



• Si  $E = \frac{1}{4} A$  alors  $E = \frac{25}{100} A$   
 $E = 25 \% \text{ de } A$



• Si  $F = \frac{3}{4} A$  alors  $F = \frac{75}{100} A$   
 $F = 75 \% \text{ de } A$



•  $H = \frac{1}{3} A$  or  $\frac{1}{3} \approx 0,333\dots$   
 donc H, c'est environ 33,3 % de A.

On retiendra ces quelques correspondances qu'il est parfois intéressant d'exploiter.

$\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$	$\frac{1}{2}$ de A, c'est 50 % de A ...
$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$	$\frac{3}{4}$ de A, c'est 75 % de A ...

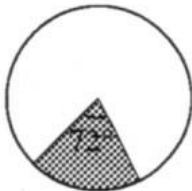
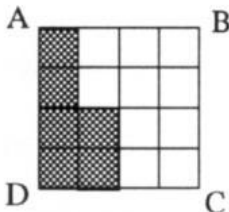
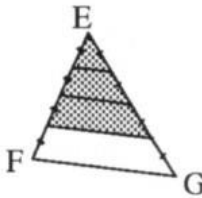

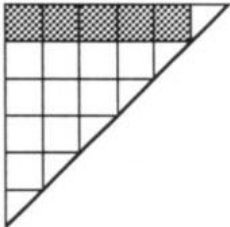
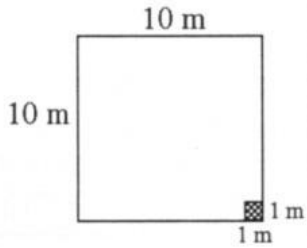
### ◆ Exercez-vous !

- Traduire en pourcentages de A :  $\frac{1}{8} A$  ;  $\frac{3}{8} A$  ;  $\frac{1}{16} A$  ;  $\frac{5}{16} A$  .
- Compléter ce qui manque :

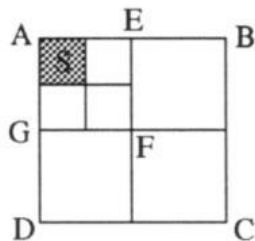
Décimal	Fraction	Fraction $\frac{k}{100}$	%
0,20	$\frac{1}{5}$	$\frac{20}{100}$	20 %
...	$\frac{2}{5}$	...	...
0,60	...	...	...
...	...	...	10 %
...	...	...	17 %

◇ **À partir de dessins ...**

L'aire  $S$  de la surface grisée est un certain pourcentage de l'aire totale  $T$ . Il s'agit, sur chacun de ces exemples, de trouver ce pourcentage.

<p>T : aire du disque</p>  <p><math>S = \dots \% \text{ de } T</math></p>	<p>T : aire de ABCD</p>  <p><math>S = \dots \% \text{ de } T</math></p>	<p>T : aire (EFG)</p>  <p><math>S = \dots \% \text{ de } T</math></p>
<p>T : aire du demi-disque</p>  <p><math>S =</math></p>	 <p><math>S =</math></p>	

◇ **Attention ! Pourcentage de quoi ... ?**



- $S$  est la surface grisée.
- $S_1$  est l'aire du carré ABCD
- $S_2$  est l'aire du carré AEFG, dont le côté est moitié de celui du premier.

$S$  est l'aire d'un carré de côté moitié de celui de AEFG.

Compléter avec des fractions :

$$S = \dots S_1$$

$$S = \dots S_2$$

$$S_2 = \dots S_1$$

puis avec des pourcentages :

$$S = \dots \% \text{ de } S_1$$

$$S = \dots \% \text{ de } S_2$$

$$S_2 = \dots \% \text{ de } S_1$$

# 3. Pourcentage : augmentation et diminution

## ➔ Augmentation

Les pourcentages interviennent souvent dans des problèmes d'augmentation : augmentation d'un prix, augmentation de la population, augmentation d'un capital grâce aux intérêts, etc.

En voici un exemple :

Dans un pays imaginaire, le prix d'un article augmente de 12 % d'une année à l'autre.

Un article coûte 240 F au 31 décembre 1999.

Combien coûte-t-il au 31 décembre 2000 ?

Calculons en francs : l'augmentation :  $240 \times 0,12$ , le nouveau prix :  $240 + (240 \times 0,12)$

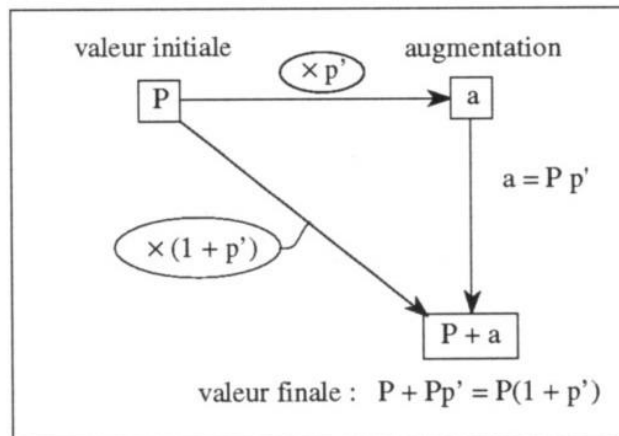
c'est-à-dire :  $240 (1 + 0,12)$  ou bien  $240 \times 1,12$

Le nouveau prix s'obtient en multipliant le prix initial par l'opérateur 1,12

c'est-à-dire  $[ 1 + \boxed{0,12} ]$ .

↑  
12 %

En posant  $p' = \frac{P}{100}$  on a le nouveau prix  $P' = P(1 + p')$



## ◆ Exercez-vous !

- Le prix d'un article, hors taxe (HT) est 130 F ; le taux de TVA est 20,6 %. Quel est son prix, taxe comprise (TTC) ?
- La population d'une ville augmente de 0,2 % chaque année. Cette ville compte 15000 habitants en 1996 ; combien en comptera-t-elle en 1997 ? en 1998 ... en 2000 ?

## ➔ Diminution

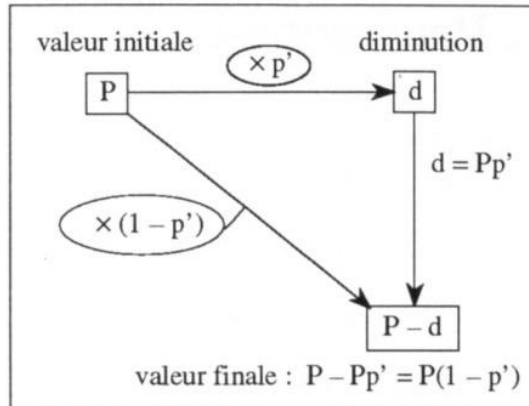
Exemple :

Dans un grand magasin, 1 kg de riz coûte 8 F. Pour tout achat de 10 kg, une remise de 5 % est accordée. Combien paie Marie-Claude qui achète 10 kg de riz ?

Prix de 10 kg :  $8 \times 10 = 80$   
 Remise :  $80 \times 0,05$   
 Prix à payer :  $80 - (80 \times 0,05)$   
 ou bien  $80 (1 - 0,05)$   
 c'est-à-dire  $80 \times 0,95$ .

Le nouveau prix s'obtient en multipliant le prix initial par l'opérateur 0,95 c'est-à-dire  $[1 - 0,05]$ .

↑  
5 %



$$P' = P \times (1 - p') \quad \text{avec } p' = \frac{p}{100} .$$

◆ **Exercez-vous !**

- Le prix marqué d'un article est 210 F. Le magasin fait une remise de 20 %. Quel est le prix à payer ?
- En 1968, le premier arrondissement de la ville de Paris comptait 32300 habitants. Cette population a diminué de 30 % entre 1968 et 1975. Quelle était la population en 1975 ?
- Vous disposez d'un crédit de 2500 F à dépenser pour l'achat de livres. Vous vous servez dans une librairie qui vous accorde une réduction de 20 %. Quel doit être le montant maximum de la commande ?

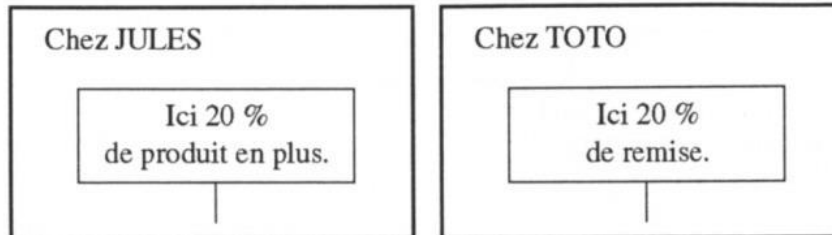
◆ Compléter ce tableau par ce qui manque :

augmenter, diminuer	opérateur $\times \dots$	augmenter, diminuer	opérateur $\times \dots$
augmenter de 12 %	$\times 1,12$	augmenter de 0,05 %	$\times \dots$
diminuer de 12 %	$\times 0,88$	augmenter de 70 %	$\times \dots$
augmenter de 3 %	$\times \dots$	... de ...%	$\times 0,3$
augmenter de 0,3 %	$\times \dots$	... de ...%	$\times 0,9995$
augmenter de 30 %	$\times \dots$	... de ...%	$\times 0,0095$
diminuer de 30 %	$\times \dots$	... de ...%	$\times 1,002$
... de ...%	$\times 0,75$	... de ...%	$\times 0,903$
... de ...%	$\times 1,25$	... de ...%	$\times 0,828$
... de ...%	$\times 0,97$	... de ...%	$\times 0,751$
... de ...%	$\times 1,03$	... de ...%	$\times 1,022$

- Dans le village de Revin (Ardennes) l'usine Arthur Martin employait 3000 personnes en 1960 ; aujourd'hui elle en emploie 717. Quel est le pourcentage de baisse ?
- Un drap neuf a les dimensions suivantes : 240 cm sur 310 cm. Sachant qu'il rétrécit de 3 % au lavage, quelles sont les dimensions après lavage. Quel est le pourcentage de diminution de l'aire ?

## 4. Pourcentages et ... promotions

Voici deux affichages, vus chez deux vendeurs, pour le même produit.



Qu'en pensez-vous ?

Laquelle de ces promotions est la plus avantageuse pour l'acheteur ?

### ◆ Quelles remarques viennent à l'esprit ?

Ginette : *"Visiblement c'est pareil : 20 % en plus, 20 % en moins ..."*

Jean : *"Les commerçants font cette offre avec 20 %. Est-ce que le pourcentage 20 % a une influence sur ma décision ?"*

Jacky : *"Est-ce que la quantité achetée a une influence sur ma décision ?"*

Prenons un exemple : Un kilo de produit coûte 100 F avant promotion.

Chez Jules,      Quelle quantité de produit, pour quelle somme ?  
1,200 kg pour 100 F

Chez Toto,      Quelle quantité de produit, pour quelle somme ?  
1 kg pour 80 F

Quel choix faire ?

Pour répondre à cette question ramenez-vous soit à la même masse, soit au même prix et concluez.

### ◆ Généralisations

- 1 kg coûte x francs. Le pourcentage 20 % est encore le même.

Quelle est votre conclusion : choisissez-vous Jules ou Toto ?

- 1 kg coûte toujours 100 F. Le pourcentage est maintenant de t %.

Posons  $t' = \frac{t}{100}$  .

Chez Jules, on a  $(1 + t')$  kg pour 100 F soit 1 kg pour  $\frac{100}{1 + t'}$  francs.

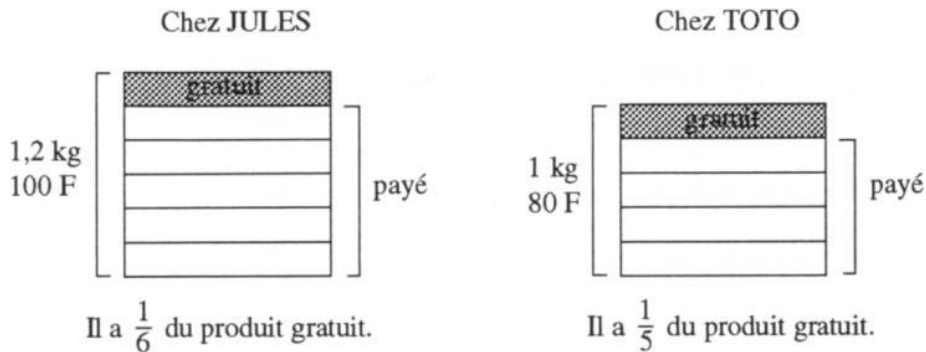
Chez Toto, on a 1 kg pour  $100(1 - t')$  francs.

Comparez donc  $\frac{100}{1 + t'}$  et  $100(1 - t')$  et concluez.



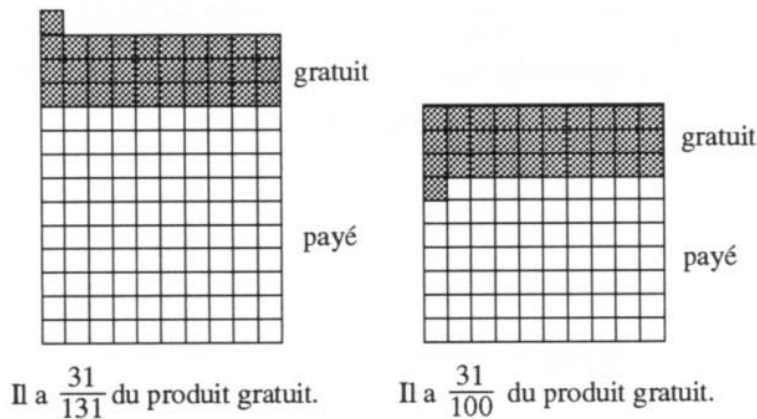
Voici une illustration du problème :

**1) Reprenons l'exemple avec 20 % :**



Alors, que choisir ... ?

**2) Pour 31 % comment faire ? On prend un carré de 10 × 10.**



Alors, quelle CONCLUSION ... ?

**◆ Des problèmes sur le même modèle**

- Sur les bus de Lyon, il y a quelques années on pouvait lire :  
"la laine baisse de 10 %, tricotez 10 % en plus."  
Qu'en pensez-vous ?
- "Soit je vous fais une réduction de 3 % sur le prix de votre voiture, soit je vous offre la climatisation qui représente 3 % du prix."  
Faites votre choix ?
- Quel est le plus intéressant pour le client :  
Augmenter de 25 % le volume de marchandise, sans changer le prix, baisser le prix de 20 % sans changer le volume ?  
Pour vous aider à répondre à cette question, vous pouvez compléter le tableau suivant :

	Masse	Prix	Prix unitaire
Hors promotion	m	p	$\frac{p}{m}$
25 % de marchandise en plus			
25 % de rabais			

## 5. Augmente ... puis diminue...

Une certaine année, le prix d'un produit augmente de 4 % ; l'année suivante, il baisse de 4 %. Que se passe-t-il ?

### ► Quelles remarques viennent à l'esprit ?

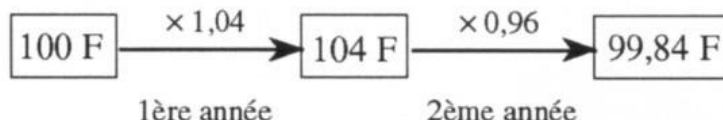
René : "4 % en plus puis 4 % en moins, c'est pareil."

Paul : "Est-ce que le taux de 4 % est important ?"

Jean : "Est-ce que le prix initial a de l'importance ?"

GINETTE : "Il y a cependant un problème car on ne calcule pas la hausse et la baisse sur la même somme ..."

**Prenons un exemple :** le prix initial est 100 F.

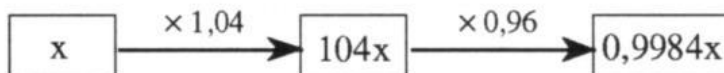


Le prix final est donc 99,84 soit une baisse de 0,16 F pour 100 F.

La baisse est 0,16 %.

### ► Généralisations :

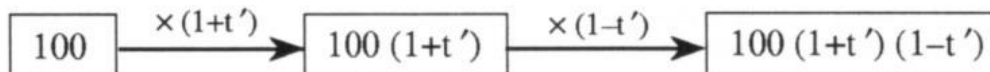
• Le prix initial est x francs.



Le prix initial a donc baissé. Or  $0,9984 = 1 - 0,0016$  et  $0,0016 = \frac{0,16}{100}$ .

La baisse est donc de 0,16 %.

• Le prix initial est toujours 100 F et le pourcentage est t %. Posons  $t' = \frac{t}{100}$ .



Or  $(1+t')(1-t') = 1 - t'^2$ .

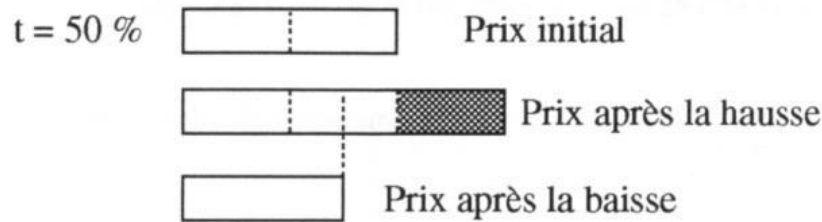
Donc pour tout pourcentage t, le prix du produit est multiplié par  $1 - t'^2$ .

On a donc une baisse, puisque  $1 - t'^2$  est inférieur à 1.

### Exercice :

- Que se passe-t-il si t = 10 % ; 20 % ; 50 % ?

► **Illustration pour un pourcentage de 50 %**



- Donner une illustration pour : 20 % ; 25 % ; 10 %.

► **À compléter**

- Augmenter de 10 %, puis augmenter de 20 %, c'est augmenter de ..... ?
- Baisser de 10 %, puis baisser de 20 %, c'est baisser de ..... ?
- Augmenter de 10 %, puis baisser de 20 %, c'est ..... de ..... ?
- Baisser de 10 %, puis augmenter de 20 %, c'est ..... de ..... ?

◆ **Exercez-vous !**

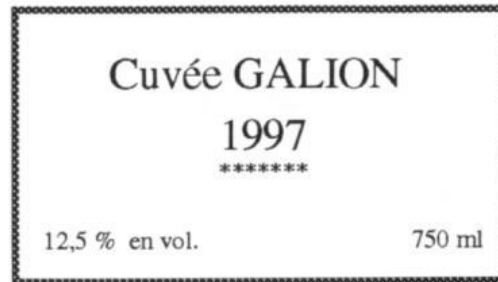
- Et si on commence par baisser le prix de 4 %, puis si on l'augmente de 4 %.
- Un prix augmente de 10 % puis baisse de  $t$  %. Calculer  $t$  pour que le prix revienne au prix initial.
- Un prix augmente de  $t$  %, puis baisse de  $t$  % : en définitive, le prix initial a baissé de 25 % ; calculer  $t$ .

# 6. Des mélanges de pourcentages

Sur l'étiquette ci-contre on lit :  
12,5 % vol.

cela signifie que, sur un volume total de 100 litres de ce vin, il y a 12,5 litres d'alcool pur.

Quel est le volume d'alcool pur contenu dans cette bouteille de 750 ml ?

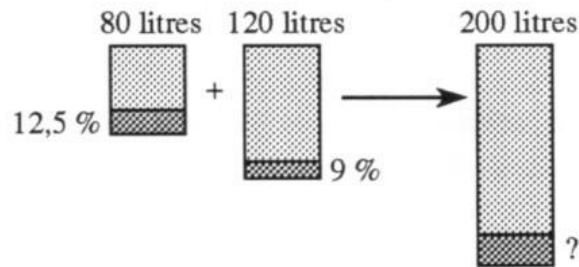


## Des mélanges

Un négociant en vin mélange 80 litres d'un vin titrant 12,5 % volume avec 120 litres de vin titrant 9 % vol.

Quel est la teneur en alcool du mélange obtenu ?

Représentons ce "mélange" par quelques dessins



La quantité d'alcool :  $(80 \times 0,125 + 120 \times 0,09)$  pour 200 litres.  
Donc combien pour 100 litres ? ...

## ◆ Exercez-vous !

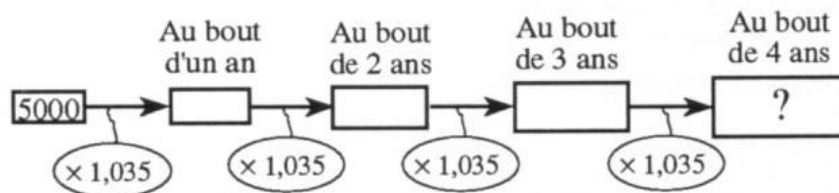
- On dispose de 120 litres de vin titrant 9 % vol. Quelle quantité de vin titrant 12,5 % vol. faut-il utiliser pour obtenir un mélange de 11 % vol. ?
- J'ai mélangé 6 litres de jus de fruit contenant 30 % de sucre avec 4 litres de jus de fruit contenant 20 % de sucre. Quel est le pourcentage en sucre du mélange obtenu ?
- Une solution de  $120 \text{ cm}^3$  contient 45 % d'alcool. Combien d'alcool pur doit-on ajouter pour obtenir une solution à 60 % d'alcool.
- On fond un alliage contenant 45 % d'argent avec un alliage contenant 60 % d'argent pour obtenir 40 kg d'un alliage contenant 48 % d'argent. Quelles ont été les masses fondues ?
- Les laitons sont des alliages de cuivre, de zinc et parfois d'autres métaux. Le poids de cuivre entrant dans un échantillon de laiton est de 336 g. Sachant que ce laiton contient 70 % de cuivre, quel est le poids de l'échantillon de laiton ?

# 7. L'intérêt composé ... !

Placer une somme d'argent à intérêt composé consiste à prêter un capital à une personne ou un organisme pendant un certain temps, moyennant versement d'un intérêt dont le taux est fixé à l'avance. Au bout de chaque année, l'intérêt est cumulé avec le capital et participe lui-même au paiement de l'intérêt. C'est le système des livrets A d'épargne.

## Un exemple :

• Rachid place 5 000 F au taux de 3,5 % à la Caisse d'Épargne. De combien disposera-t-il au bout de 4 ans ?



Chaque année, l'intérêt au taux 3,5 % se cumule avec le capital. Au bout de quatre ans :

$$T = 5000 \times 1,035 \times 1,035 \times 1,035 \times 1,035 = 5000 \times (1,035)^4$$

$$T \approx 5737,61$$

Et comment résumer d'un mot :

Le capital A, placé au taux annuel t, devient au bout n années :

$$A \mapsto C = A (1 + t')^n \quad \text{avec } t' = \frac{t}{100}$$

## ◆ Exercez-vous !

- Une somme de 25 000 F est placée au taux de 9 % (intérêts composés). Quel est le capital au bout de 5 ans ?
- Une certaine somme a été placée à 7,5 % (intérêts composés) pendant trois ans. Au bout de ces trois ans, le capital est de 79507 F. Quelle était la somme placée ?
- On a placé 45 000 F à intérêts composés pendant deux ans. Au bout de ces deux années, le capital est de 52 488 F. À quel taux cette somme a-t-elle été placée ?
- La consommation d'électricité augmente de 10 % par an. De quel pourcentage augmente la consommation en deux ans ? trois ans ? cinq ans ? Au bout de combien d'années aura-t-elle doublé ?

## Allons plus loin !

### ◆ Le capital peut-il doubler ?

- On place une somme d'argent au taux annuel de 3,5 %. Au bout de combien d'année a-t-il doublé ?

*Commencez donc avec un exemple ... et essayez de généraliser !*

### ◆ Quel taux ?

- À quel taux faut-il placer un capital pour qu'il double en dix ans ?

### ◆ Le taux et le temps ...

Selon le taux  $t$ , il faut un certain temps pour que le capital double. Par exemple avec  $t = 3,5 \%$ , vous avez trouvé 20 ans environ.

Vérifiez pour les autres exemples donnés ...

Taux $t$	3 %	3,5 %	4 %	4,5 %	5 %	5,5 %	6 %	6,5 %	7 %	7,5 %	8 %
Temps $n$ en années	23,45	10,14	17,67	16,75	14,21	12,45	11,9	11	10,24	9,58	9,01

### ◆ Et pour quadrupler ?

- Au taux de 7,5 %, un capital a doublé au bout de 10 ans ... Au bout de combien de temps aura-t-il quadruplé ... ?

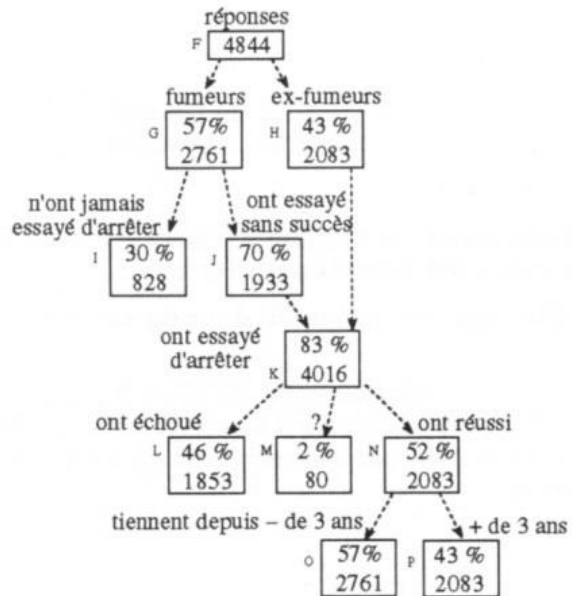
### ◆ Changement de taux

- Le taux baisse de 4,5 % à 3,5 %. Vous placez une somme de 10 000 F. Calculez les sommes obtenues au bout de 5 ans, 7 ans et 10 ans avec chacun de ces deux taux ?  
Et au bout de 100 ans ... ?

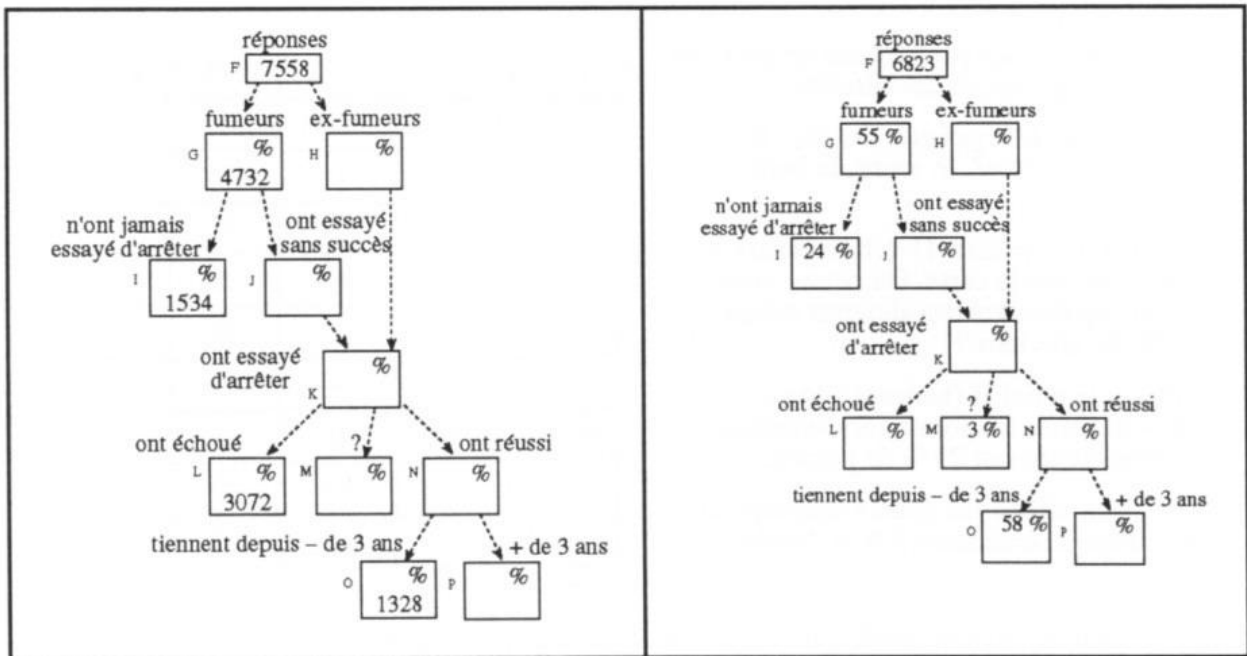
# 8. Une histoire de fumeurs

D'après une enquête organisée par la revue "Que Choisir ?" sur des fumeurs qui ont essayé de s'arrêter de fumer. (D'après CUEEP de Lille)

Analyser les nombres et les pourcentages ci-contre qui sont les résultats de l'enquête.



Voici deux autres tableaux à compléter.



## 9. Des pourcentages et des aliments

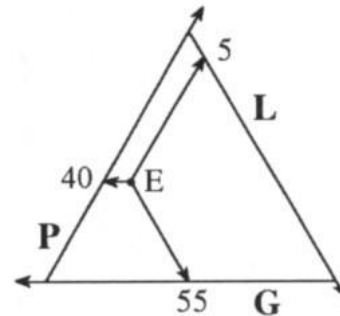
Les substances nutritives contenues dans un aliment se répartissent en trois groupes : les glucides ("sucres"), les protides ("matières azotées") et les lipides ("graisses"). À chaque aliment correspond donc une répartition en pourcentages : par exemple les épinards contiennent 55 % de glucides, 40 % de protides et 5 % de lipides (la somme de ces pourcentages est 100).

Sur un diagramme utilisant un triangle équilatéral, on représente par un point chaque aliment, en tenant compte des trois pourcentages.

Par exemple, sur le diagramme ci-contre, le point E représentant les épinards a été dessiné.

On dira que le point E a pour coordonnées (55, 40, 5).

Pour lire les coordonnées (G, P, L) d'un point quelconque du graphique, il faut tracer des parallèles aux axes passant par ce point, comme sur la figure ci-contre.



Ce type de représentation est possible car la somme des trois pourcentages est 100. Sur la carte des aliments de la page ci-contre figurent aussi les points L, C, F et P représentant le lait, la carotte, la farine et le poisson.

- Quelles sont les proportions en glucides, protides et lipides de ces aliments ?
- Dessiner les points O, S, B et V représentant l'œuf, le sucre, le beurre et la viande.
- Placer les points U (chou-fleur) et K (chocolat) sur la carte. Où seront situés les points représentant des aliments comportant 70 % de glucides ?
- Placer le point H (haricots verts). Où sont situés les points correspondant aux aliments contenant 25 % de protides ?
- Où sont situés les points correspondant aux aliments contenant 5 % de lipides ?

	G %	P %	L %
Chocolat	70	5	25
Œuf	0	40	60
Sucre	100	0	0
Chou-fleur	70	25	5
Haricots verts	75	25	0
Viande	0	50	50
Beurre, Huile	0	0	100
Épinards	55	40	5
Lentilles	75	25	0

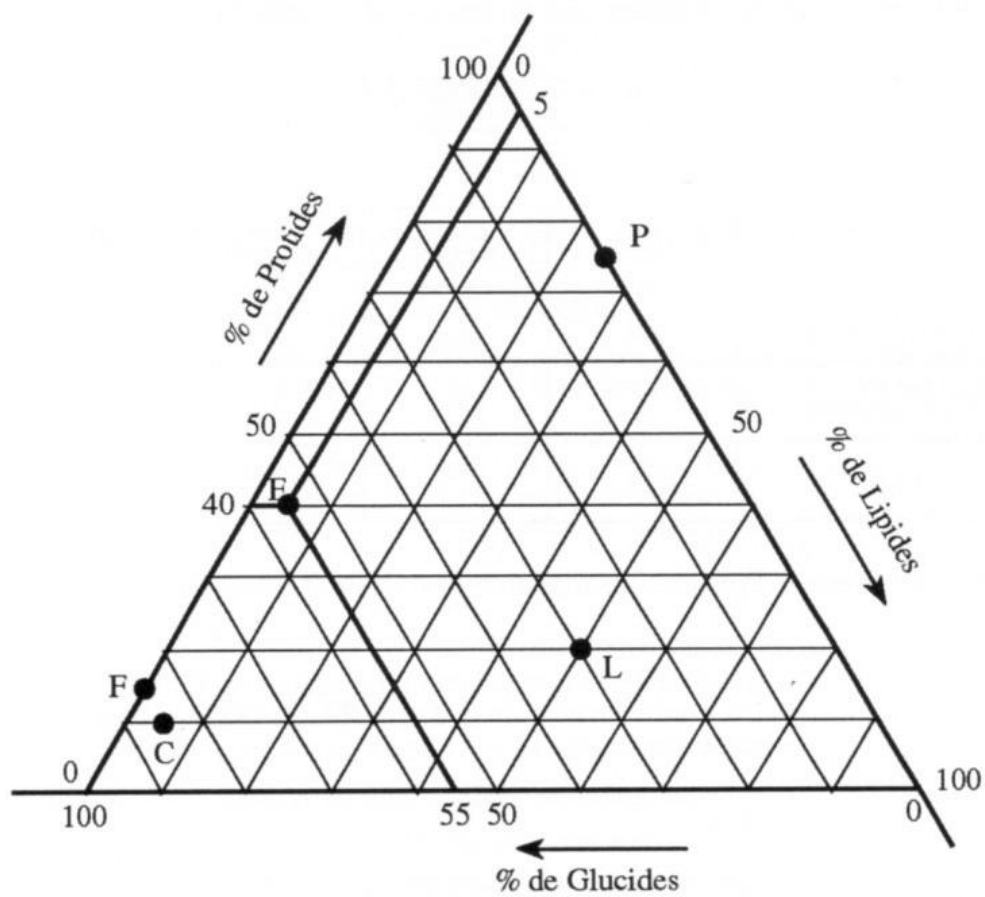
• Les diététiciens ont établi que les proportions en glucides, protides et lipides les mieux adaptés à l'homme vérifient :

$$10 < P < 20 ; 50 < G < 60 ; 25 < L < 35 .$$

Déterminer la région correspondante du graphique.



## LA CARTE DES ALIMENTS



Extrait d'un article de J. Lubzanski.

# 10. Une histoire du Bac ... : qui a raison ?

Au Lycée Évariste, on a relevé les résultats du bac pour deux années, pour une même classe de Terminale.

Résultats au baccalauréat de la TX

	1984		1985	
	Présentés	Reçus	Présentés	Reçus
Non-redoublants	22	12	15	8
Redoublants	3	3	10	9
Total	25	15	25	17

Voici les affirmations du Proviseur, d'un professeur et de deux élèves de Terminale.

*Le proviseur :* L'année 1985 marque une progression de 13 % dans la réussite au baccalauréat de la classe de TX. Je félicite les professeurs de cette classe !

*Un professeur :* Je vous remercie, mais le taux de réussite n'a augmenté que de 8 %.

*Un élève de TX :* Qu'on soit redoublant ou pas, cette année ça a moins bien marché pour les élèves. Je ne félicite pas les profs !

*Un redoublant de TX :* En tout cas, en redoublant en 85, j'avais 10 % de chances en moins.

- Comment ont été calculé les divers pourcentages évoqués ?
- Calculer le taux de réussite de la classe de TX en 1984, puis en 1985. Quelle est la variation de ce taux ?
- Calculer le taux de réussite des non-redoublants en 1984, puis en 1985. Dans quel sens a-t-il varié ?

Répondez à la même question pour les redoublants.

Alors, en définitive, qui a raison ... ?

*D'après un article de J. Lubczanski.*

# 11. Une affaire d'intérêts

La famille MARTIN veut faire des travaux dans sa maison de campagne.

Pour cela, Monsieur Martin veut retirer de la Caisse d'Épargne la somme de 50 000 F. Madame Martin lui dit qu'il serait gagnant en laissant son argent à la Caisse d'Épargne et en empruntant cette somme auprès d'un organisme de crédit. Elle lui dit qu'elle a vu dans une publicité que la Banque Machin prêtait jusqu'à 50 000 F au taux annuel de 6 % à condition de rembourser dans un délai de 5 ans.

— “Ce n'est pas avantageux !” dit M. Martin, “je ne vais pas emprunter à 6 % alors que la Caisse d'Épargne ne me rapporte que 3,5 % !”.

— “En es-tu sûr ?” dit Mme Martin d'un air malicieux.

Pour trouver qui a raison, calculer le capital que possédera la famille Martin au bout de 5 ans s'il laisse la somme de 50 000 F au taux de 3,5 %. Calculer le montant des intérêts produits par cette somme en 5 ans.

Lorsqu'on emprunte une somme  $S$  pendant  $n$  années, au taux annuel de  $t$  %, le remboursement par annuités constantes  $A$  est donné par la formule :

$$A = S \times \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \quad \text{avec } r = \frac{t}{100} .$$

Si la famille Martin emprunte 50 000 F au taux annuel de 6 % pendant 5 ans, calculer le montant des annuités. Quel est le montant des intérêts payés en 5 ans ?

Après avoir fait les calculs, Madame Martin dit à son mari :

— “Compare les intérêts de la Caisse d'Épargne et ceux de l'emprunt ! ... tu vois que j'ai raison ...”.

— “Pas si vite” lui répond le père Martin, “pour rembourser l'emprunt, il faut puiser à la Caisse d'Épargne ... et les intérêts ne sont pas ceux que tu as prévus !”

ALORS ... ! Qu'en dites-vous ??

# Festival d'exercices

1. Vous avez placé une somme de 5 700 F pendant un an. Le montant des intérêts pour l'année est de 370,50 F. Quel est le taux servi pour ce placement ?
2. L'aire totale du globe terrestre est environ : 510 millions de  $\text{km}^2$ .  
L'aire totale des mers et océans est environ : 362 millions de  $\text{km}^2$ .  
L'aire du plus grand continent (Eurasie) est environ : 55 millions de  $\text{km}^2$ .  
L'aire du plus petit continent (Australie) est environ : 7,5 millions de  $\text{km}^2$ .
  - a) Calculer le pourcentage de la surface des océans par rapport à la surface du globe.  
Calculer le pourcentage de la surface des terres par rapport à la surface du globe.
  - b) Quel est le pourcentage, par rapport à la surface des terres, de la surface de l'Eurasie ? de celle de l'Australie ?
  - c) La surface de l'Océan Pacifique représente 46 % de la surface totale des océans. Quelle est la surface de l'Océan Pacifique ?
3. En Namibie, près d'Oranjemund, il faut remuer 250 tonnes de sable pour trouver un carat de diamant (1 carat = 0,2 gramme). Quel pourcentage représente le poids de diamant par rapport au total du sable remué ?  
En 1996, on a extrait 250 000 carats : combien de sable a-t-on remué ?
4. Dans le minerai de fer, il y a environ 8,5 % de fer pur. On a recueilli 2 tonnes de fer pur. Quelle masse de minerai a-t-il fallu traiter ?
5. *Le Monde* du 22 décembre 1996 : « 21,8 % des téléspectateurs ont regardé l'élection de miss France le 13 décembre 1996. ; 18,5 % des téléspectateurs (soit 9,6 millions) ont regardé le 12 décembre l'émission "le Président Chirac répond" ». Combien de téléspectateurs ont regardé l'élection de miss France ?  
(On appelle téléspectateur les individus de 4 ans et plus ayant regardé la télévision ce jour-là).
6. Un collège comporte 650 élèves, dont 300 filles. Quel est le pourcentage des filles ? Celui des garçons ?
7. En 1995, parmi les 293 maires des communes du département du Rhône, on comptait 22 femmes. Quel est le pourcentage des femmes maires ?
8. Le Maire annonce que dans sa ville il y a 3 540 chômeurs, ce qui représente 15 % de la population. Combien y a-t-il d'habitants dans cette ville ?
9. Sur les 115 élèves de troisièmes d'un collège, il y en a 69 qui ont réussi le Brevet. Quel est le pourcentage de réussite au Brevet dans ce collège ?
10. Au cours d'un tournoi de tennis Becker a servi 175 fois et il a réussi à passer 112 balles de premier service. Quel pourcentage cela représente-t-il ?
11. La superficie de la France est 550 000  $\text{km}^2$ . La superficie des terres cultivées est 187 000  $\text{km}^2$ . Quel est le pourcentage des terres cultivées en France ?
12. Une enquête a été effectuée en France auprès d'un échantillon de femmes de 30 à 34 ans sur leur état matrimonial.

Célibataires : 154 120	Mariées : 1 251 835
Veuves : 11 395	Divorcées : 48 430.

Exprimer ces chiffres en pourcentages.

**13. La bonne vue !**

Dans une classe, 40 % des élèves ont une mauvaise vue. 70 % des élèves ayant une mauvaise vue portent des lunettes, les 30 % restant ont des lentilles de contact. Dans cette classe, on compte 21 paires de lunettes. Quelle affirmation est vraie ?

- 45 élèves ont une mauvaise vue,
- 30 élèves ont une bonne vue,
- on compte 100 élèves dans la classe,
- 10 élèves ont des lentilles de contact,
- aucune des 4 affirmations précédentes n'est vraie.

**14. Voici des statistiques portant sur les ventes de certains journaux. Compléter le tableau suivant :**

Journal	Tirage	% Invendus	% Vendus	Exemplaires vendus
L'Aurore		17,25		362 345
L'Humanité		20,80		154 440
France Soir	1 203 750			1 011 150
Paris Presse	95 000			69 350

**15. Pourcentage mensuel.**

Du 1er octobre 1995 au 30 juin 1996, le nombre des antennes paraboliques a augmenté de 41 %. En supposant que l'augmentation a été régulière tous les mois, quel est le pourcentage d'augmentation en un mois ? en un an ?

**16. Une histoire de pension.**

Au 26 décembre 1996, les pensions ont été relevées de 1,2 % mais on paie le RDS de 0,5 %. Quelle est en réalité l'augmentation de la pension ?

le gouvernement avait décidé que les pensions devaient augmenter globalement de 1,1 %.

De combien aurait-il fallu les augmenter pour que, après paiement du RDS, elles soient effectivement augmentées de 1,1 % ?

**17. Les revenus des ménages.**

Voici, en 1895, les revenus annuels des ménages parisiens :

Pauvres (77,6 %) : 1 070 F      Aisés (16,4 %) : 5 340 F  
Riches (5,9 %) : 15 500 F      Multimillionnaires (0,1 %) : 385 000 F

Quel était le revenu moyen d'un ménage parisien ?

(À l'époque, Pierre Curie, 36 ans, docteur es-sciences et professeur à l'école de Physique gagnait 3600 F par an).

**18. La bille qui "fond".**

Une bille sphérique, en acier, a 5 cm de rayon. En raison d'une contrainte technique, on doit diminuer son rayon de 1 %. Quelle est la diminution de sa masse, en pourcentage ?

**19. La balle au bond.**

Une balle élastique rebondit chaque fois à une hauteur égale à 40 % de la hauteur d'où elle est tombée. Elle tombe d'une hauteur de 18 mètres et rebondit 5 fois. Quelle est la hauteur du sixième rebond ?

**20. Alternativement, un mois sur deux, le prix d'un produit augmente de t % et, le mois suivant, diminue du même taux t %.**

a) Au bout de quatre mois, le prix initial a en définitive diminué de 1 %. Déterminer le taux t.

b) Que devient le prix initial au bout de huit mois ? Au bout d'un an ?

- 21. Avec des équations du second degré.**  
 Alternativement, un mois sur deux, le prix d'un produit augmente de  $2t\%$  et, le mois suivant, diminue de  $t\%$ .
- a) Au bout de quatre mois, le prix initial a augmenté de  $9,2\%$ . Déterminer le taux  $t$ .
- b) Que se passe-t-il au bout de huit mois ? Au bout d'un an ?
- 22. En biologie, une population cellulaire est constituée de deux types de cellules notées a et b. À chaque minute, chaque cellule de type a se transforme en b. Chaque cellule b survit et donne en outre deux cellules de type a.**  
 Ce que l'on peut résumer par  $a \rightarrow b$  et  $b \rightarrow a + b$ .  
 À l'instant  $t = 0$ , on a une cellule de type a et 0 de type b. Quel est le nombre de cellules de type a et le nombre des cellules de type b à chaque instant, depuis  $t = 0$  jusqu'à  $t = 10$ .  
 Quel est le pourcentage de chaque type de cellule à chaque instant, par rapport au nombre total ?
- 23. Monsieur Dupont vient d'acheter un terrain en bordure de la mer, au sommet d'une falaise, avec vue imprenable. Il l'a payé 60 F le mètre carré. Après une nuit de forte tempête, il constate, avec émoi, que 80 mètres carrés de son terrain ont disparu dans la mer. Il se hâte de mettre en vente ce qui lui reste. Il trouve un acquéreur à 72 F le mètre carré et réalise, contre vents et marrées, un bénéfice de  $12\%$  sur le prix d'achat du terrain. Quelle était la superficie du terrain avant la tempête ?**
- 24. Une ménagère négligente.**  
 Une ménagère négligente a laissé, de 11h 40 mn à 12h 20 mn, sur le brûleur en couronne qui consomme 800 litres de gaz à l'heure, un plat qu'elle aurait pu faire cuire pendant le même temps sur le brûleur central qui ne consomme que 120 litres de gaz à l'heure.  
 Quel pourcentage de gaz a été gaspillé ?  
 (Extrait d'un ouvrage de 1955).
- 25. Une ménagère a la mauvaise habitude d'ouvrir le robinet à gaz avant d'avoir frotté et approché l'allumette qui doit enflammer le gaz. Ainsi, à chaque allumage d'un bec qui débite 800 litres à l'heure, le gaz s'écoule inutilement pendant 15 secondes. Elle ne place la casserole sur le gaz qu'après que le gaz est allumé, ce qui fait encore une moyenne de 15 secondes perdues. Ces maladroites se reproduisent 10 fois par jour.**  
 Quel pourcentage de gaz a été gaspillé ?  
 (Extrait d'un ouvrage de 1955).
- 26. Pour les "femmes au foyer".**  
 Dans un ménage qui a deux enfants en bas âge, le mari gagne 530 000 F par an et la femme 320 000 F. Pour s'occuper des enfants, il doit payer une bonne et la nourrir, ce qui lui occasionne une dépense annuelle de 230 000 F. Si la femme restait au foyer, le ménage n'aurait pas besoin de bonne et le mari recevrait l'allocation de salaire unique fixé à  $40\%$  du salaire moyen départemental qui est de 12 000 F par mois. Combien le travail de la femme rapporte-t-il en réalité, à ce ménage ?  
 (Extrait d'un ouvrage de 1955).
- 27. Le Certificat d'Études, il y a 50 ans ...**  
 Un employé gagne 1400 Francs par mois ; il dépense  $\frac{7}{10}$  de son gain pour son entretien. Chaque trimestre, il envoie 450 F à sa vieille mère. À la fin de l'année, il place ses économies à la Caisse d'épargne au taux de  $3,50\%$ . De combien augmentera-t-il son revenu à la fin de la seconde année ?
- 28. On vend à 15 000 F l'hectare, un terrain rectangulaire représenté sur le plan cadastral à l'échelle de  $\frac{1}{2500}$  par les dimensions suivantes : longueur : 5,4 cm et largeur : 4,8 cm. Avec le produit de la vente, on s'achète de la rente  $5\%$  au cours de 96,10 F. Quel sera le montant du titre de rente acquis ?**

# Ce que l'on fait dire aux pourcentages ... !

*Lu dans la Presse !*

- ◆ “17 % de tous les accidents automobiles sont provoqués par des automobilistes ivres. Ceci veut dire que 83 % de tous les accidents sont provoqués par des automobilistes sobres...

Pourquoi ces enfoirés de sobres ne peuvent-ils pas se retirer de la circulation afin que notre sécurité augmente de plus de 400 %... ?”

- ◆ “En 1969, il y avait en France 7 700 000 ouvriers. la même année, les cours d'assises ont prononcé 1 248 condamnations pour crime, dont 696 contre des ouvriers. Ces chiffres peuvent prouver deux choses.

Au choix : soit les ouvriers sont de braves gens, puisque 0,01 % d'entre eux seulement sont condamnés pour crime ; soit ils sont de vrais dangers publics, puisqu'ils fournissent 55 % de la clientèle des cours d'assises.”

- ◆ **“Référendum à Nice : le « oui » l'emporte.**

Mais la participation des Niçois a été de 22,71 % seulement.

Le référendum organisé hier pour demander aux Niçois leur avis sur la reconduction d'un arrêté anti-mendicité est un demi échec pour le maire : faible participation et victoire du oui (66,3 %) émanant de quelque 15 inscrits sur 100, seulement.