

38

Sudomaths

Intervalles

38

Les lettres de la grille de gauche désignent des nombres donnés par les définitions ci-dessous. Trouver ces nombres et les reporter dans les cases correspondantes de la grille de droite.
Compléter alors cette grille selon les règles du Sudoku.

	a	b	d	e		f		g
				h		i	j	k
		c		m	n			p
q	r	s						
u							t	
					a	v	i	
k			n	d		g		
s	p	w		j				
b		q		f	v	c	d	

a est le plus petit entier de $\left] 5; \frac{19}{2} \right]$

b est le plus grand entier de $\left] -\infty; \frac{36}{7} \right]$

c est le plus petit entier positif de $\left] -\infty; -4 \right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty \right[$

d est le plus petit entier de $\left] \frac{80}{9}; 10 \right]$

e est le plus grand entier de $\left] -\infty; -4 \right] \cup \left[\frac{7}{9}; \frac{35}{9} \right[$

f est le plus petit entier positif de $\left] -7; -5 \right] \cup \left[3; +\infty \right[$

g est le plus grand entier de $\left] -\infty; 8 \right[$

h est le plus petit entier positif de $\left] -\infty; -1 \right] \cup \left[\frac{9}{2}; 8 \right[$

i est le plus petit entier positif de $\left] -\infty; -8 \right] \cup \left[8; +\infty \right[$

j est le plus grand entier de $\left] -9; \frac{49}{8} \right]$

k est le plus grand entier de $\left] -\infty; \frac{20}{7} \right]$

m est le plus petit entier de $\left[\frac{7}{8}; +\infty \right[$

n est le plus petit entier de $\left[\frac{71}{9}; +\infty \right[$

p est le plus grand entier de $\left[\frac{5}{2}; \frac{64}{7} \right]$

q est le plus petit entier de $\left[\frac{59}{10}; +\infty \right[$

r est le plus grand entier de $\left[\frac{4}{3}; \frac{29}{7} \right]$

s est le plus petit entier positif de $\left] -\frac{19}{3}; -1 \right] \cup \left[7; +\infty \right[$

t est le plus petit entier positif de $\left] -\infty; -5 \right] \cup \left[5; +\infty \right[$

u est le plus petit entier positif de $\left] -\infty; -\frac{27}{4} \right] \cup \left[2; +\infty \right[$

v est le plus grand entier de $\left] -\frac{14}{3}; 0 \right[\cup \left] 0; \frac{50}{7} \right]$

w est le plus grand entier de $\left] -\infty; \frac{18}{17} \right[$

Solution : sur la fiche 40, page 2

39

Sudomaths

39

Diviseurs - solutions détaillées de la fiche 27

Décomposition en facteurs premiers	Nombre de diviseurs	Nombre de diviseurs propres
$36 = 2^2 \times 3^2$	$3 \times 3 = 9$	8
$107 = 107$	2	1
$9 = 3^2$	3	2
$12 = 2^2 \times 3$	$3 \times 2 = 6$	5
$64 = 2^6$	7	6
$18 = 2 \times 3^2$	$2 \times 3 = 6$	5
$15 = 3 \times 5$	$2 \times 2 = 4$	3
$139 = 139$	2	1
$405 = 3^4 \times 5$	$5 \times 2 = 10$	9
$163 = 163$	2	1
$16 = 2^4$	5	4
$196 = 2^2 \times 7^2$	$3 \times 3 = 9$	8
$625 = 5^4$	5	4
$181 = 181$	2	1
$20 = 2^2 \times 5$	$3 \times 2 = 6$	5
$729 = 3^6$	7	6
$6 = 2 \times 3$	$2 \times 2 = 4$	3
$4 = 2^2$	3	2
$331 = 331$	2	1
$81 = 3^4$	5	4
$48 = 2^4 \times 3$	$5 \times 2 = 10$	9
$15625 = 5^6$	7	6
$2 \times 5 = 10$	$2 \times 2 = 4$	3
$100 = 2^2 \times 5^2$	$3 \times 3 = 9$	8

Décomposition en facteurs premiers	Nombre de diviseurs	Nombre de diviseurs propres
$441 = 3^2 \times 7^2$	$3 \times 3 = 9$	8
$14 = 2 \times 7$	$2 \times 2 = 4$	3
$50 = 2 \times 5^2$	$2 \times 3 = 6$	5
$45 = 3^2 \times 5$	$3 \times 2 = 6$	5
$162 = 2 \times 3^4$	$2 \times 5 = 10$	9
$199 = 199$	2	1
$225 = 3^2 \times 5^2$	$3 \times 3 = 9$	8
$80 = 2^4 \times 5$	$5 \times 2 = 10$	9
$49 = 7^2$	3	2
$229 = 229$	2	1
$117\ 649 = 7^6$	7	6
$77 = 7 \times 11$	$2 \times 2 = 4$	3
$24 = 2^3 \times 3$	$4 \times 2 = 8$	7

3	8	9	1	2	7	4	5	6
2	5	4	6	3	8	1	9	7
1	7	6	4	5	9	8	3	2
4	1	8	9	7	5	2	6	3
5	2	3	8	6	1	7	4	9
9	6	7	3	4	2	5	8	1
6	4	1	7	8	3	9	2	5
7	3	5	2	9	4	6	1	8
8	9	2	5	1	6	3	7	4

Équations - solutions détaillées de la fiche 30

Page 1

4	5	6	3	7	9	8	1	2
9	7	2	6	1	8	4	5	3
8	1	3	2	4	5	9	6	7
2	6	4	5	9	7	3	8	1
3	8	7	4	2	1	5	9	6
5	9	1	8	3	6	2	7	4
1	4	8	7	5	2	6	3	9
7	3	5	9	6	4	1	2	8
6	2	9	1	8	3	7	4	5

$$\mathbf{a} : (2x + 7)(x + 2) + (x + 2) = 0$$

$$(x + 2)[(2x + 7) + 1] = 0$$

$$(x + 2)(2x + 8) = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ ou } 2x + 8 = 0$$

$$x = -2 \text{ ou } x = -4$$

La plus petite est -4 , donc $\mathbf{a} = 4$

$$\mathbf{b} : (x - 3)(2x + 1) - (5x + 2)(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)[(2x + 1) - (5x + 2)] = 0$$

$$(x - 3)(2x + 1 - 5x - 2) = 0$$

$$(x - 3)(-3x - 1) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ ou } -3x - 1 = 0$$

$$x = 3 \text{ ou } x = -1/3$$

La plus grande est 3 ; son carré est 9 , donc $\mathbf{b} = 9$

$$\mathbf{c} : (x - 5)^2 - (3x + 1)^2 = 0$$

$$[(x - 5) - (3x + 1)][(x - 5) + (3x + 1)] = 0$$

$$(x - 5 - 3x - 1)(x - 5 + 3x + 1) = 0$$

$$(-2x - 6)(4x - 4) = 0$$

$$-2x - 6 = 0 \text{ ou } 4x - 4 = 0$$

$$x = -3 \text{ ou } x = 1, \text{ donc } \mathbf{c} = 1$$

$$\mathbf{d} : (5x + 1)^2 - 4(x - 3)^2 = 0$$

$$[(5x + 1) - 2(x - 3)][(5x + 1) + 2(x - 3)] = 0$$

$$(5x + 1 - 2x + 6)(5x + 1 + 2x - 6) = 0$$

$$(3x + 7)(7x - 5) = 0$$

$$3x + 7 = 0 \text{ ou } 7x - 5 = 0$$

$$x = -7/3 \text{ ou } x = 5/7$$

Fraction irréductible positive : $5/7$, donc $\mathbf{d} = 7$

$$\mathbf{e} : (x - 5)(-3x + 7) - (x - 5) = 0$$

$$(x - 5)[(-3x + 7) - 1] = 0$$

$$(x - 5)(-3x + 6) = 0$$

$$x - 5 = 0 \text{ ou } -3x + 6 = 0$$

$$x = 5 \text{ ou } x = 2, \text{ donc } \mathbf{e} = 2$$

$$\mathbf{f} : (x + 3)^2 - 9(1 - 2x)^2 = 0$$

$$[(x + 3) - 3(1 - 2x)][(x + 3) + 3(1 - 2x)] = 0$$

$$(x + 3 - 3 + 6x)(x + 3 + 3 - 6x) = 0$$

$$7x(-5x + 6) = 0$$

$$7x = 0 \text{ ou } -5x + 6 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = 6/5$$

Fraction irréductible strictement positive : $6/5$, donc $\mathbf{f} = 5$

$$\mathbf{g} : 9(x - 5)^2 - 4 = 0$$

$$[3(x - 5) - 2][3(x - 5) + 2] = 0$$

$$(3x - 15 - 2)(3x - 15 + 2) = 0$$

$$(3x - 17)(3x - 13) = 0$$

$$3x - 17 = 0 \text{ ou } 3x - 13 = 0$$

$$x = 17/3 \text{ ou } x = 13/3$$

Le milieu de $[13/3, 17/3]$ est à égale distance des deux nombres.

$$\text{Il vaut } (13/3 + 17/3) / 2 = (30/3)/2 = 10/2 = 5.$$

$$\text{donc } \mathbf{g} = 5$$

40

Sudomaths

40

Équations - solutions détaillées de la fiche 30

Page 2

h : $(x - 5)(-3x + 9) = 0$
 $x - 5 = 0$ ou $-3x + 9 = 0$
 $x = 5$ ou $x = 3$, donc **h = 3**

i : $x^2 - 8x + 16 = 0$
 $(x - 4)^2 = 0$ soit $x - 4 = 0$ soit $x = 4$
Son double est 8 ; donc **g = 8**

j : $(2x - 1)^2 = 9$
 $(2x - 1)^2 - 9 = 0$
 $[(2x - 1) - 3][(2x - 1) + 3] = 0$
 $(2x - 4)(2x + 2) = 0$
 $2x - 4 = 0$ ou $2x + 2 = 0$
 $x = 2$ ou $x = -1$
La somme des deux solutions est 1, donc **j = 1**

k : $(2x - 3)^2 - (-3x + 1)^2 = 0$
 $[(2x - 3) - (-3x + 1)][(2x - 3) + (-3x + 1)] = 0$
 $(2x - 3 + 3x - 1)(2x - 3 - 3x + 1) = 0$
 $(5x - 4)(-x - 2) = 0$
 $5x - 4 = 0$ ou $-x - 2 = 0$
 $x = 4/5$ ou $x = -2$
La plus grande est $4/5$; son quintuple est 4 ; donc **k = 4**

l : $(x - 2)(5x + 1) + 3(2x - 4)(8x - 5) = 0$
 $(x - 2)(5x + 1) + 3 \times 2(x - 2)(8x - 5) = 0$
 $(x - 2)[(5x + 1) + 6(8x - 5)] = 0$
 $(x - 2)(5x + 1 + 48x - 30) = 0$
 $(x - 2)(53x - 29) = 0$
 $x - 2 = 0$ ou $53x - 29 = 0$
 $x = 2$ ou $x = 29/53$
La plus grande est 2 ; son triple est 6 ; donc **l = 6**

m : $4x^2 - 12x + 9 = 0$
 $(2x - 3)^2 = 0$ soit $2x - 3 = 0$ soit $x = 3/2$
Son quadrupple est $4 \times 3/2 = 6$; donc **m = 6**

n : $(2x - 1)(3x - 2) + 7(4 - 8x)(x + 5) = 0$
 $(2x - 1)(3x - 2) - 7 \times 4(2x - 1)(x + 5) = 0$
 $(2x - 1)[(3x - 2) - 28(x + 5)] = 0$
 $(2x - 1)(3x - 2 - 28x - 140) = 0$
 $(2x - 1)(-25x - 142) = 0$
 $2x - 1 = 0$ ou $-25x - 142 = 0$
 $x = 1/2$ ou $x = -142/25$
La solution positive est $1/2$; son double est 1 ; donc **n = 1**

p : $(x + 4)(-x + 5) - (2x + 1)(x + 4) = 0$
 $(x + 4)[(-x + 5) - (2x + 1)] = 0$
 $(x + 4)(-x + 5 - 2x - 1) = 0$
 $(x + 4)(-3x + 4) = 0$
 $x + 4 = 0$ ou $-3x + 4 = 0$
 $x = -4$ ou $x = 4/3$
La plus petite est -4 ; sa valeur absolue est 4 ; donc **p = 4**

Intervalles - fiche 38 solution

8	6	5	9	3	2	4	1	7
9	1	3	7	5	4	8	6	2
4	7	2	6	1	8	5	3	9
6	4	7	5	8	9	1	2	3
3	2	8	1	7	6	9	4	5
1	5	9	4	2	3	6	7	8
2	3	4	8	9	1	7	5	6
7	9	1	2	6	5	3	8	4
5	8	6	3	4	7	2	9	1

41

Sudomaths

41

Inéquations - solutions détaillées de la fiche 31

8	1	7	9	3	4	6	5	2
6	5	3	7	1	2	8	4	9
9	4	2	6	8	5	7	1	3
2	7	4	5	9	8	1	3	6
5	8	9	1	6	3	4	2	7
3	6	1	4	2	7	5	9	8
7	9	5	2	4	6	3	8	1
4	2	8	3	7	1	9	6	5
1	3	6	8	5	9	2	7	4

a : $1/5(x-1) \geq 2/5(-3x+2)$

$$(x-1) \geq 2(-3x+2)$$

$$x-1 \geq -6x+4$$

$$7x \geq 5 \text{ soit } x \geq 5/7 \text{ donc } S = [5/7; +\infty[$$

Le plus petit entier de cet ensemble est 1, donc **a = 1**

b : $(-3x+9)(x+4) < 0$

$$-3x+9=0 \text{ pour } x=3$$

$$x+4=0 \text{ pour } x=-4$$

x	-∞	-4	3	+∞
$-3x+9$	+	+	0	-
$x+4$	-	0	+	+
$(-3x+9)(x+4)$	-	0	+	-

$$\text{Donc } S =]-\infty; -4[\cup]3; +\infty[$$

Le plus petit entier positif de cet ensemble est 4, donc **b = 4**

c : $x^2 + 6x + (3x+5)(x+6) \leq 0$

$$x(x+6) + (3x+5)(x+6) \leq 0$$

$$(x+6)[x+(3x+5)] \leq 0$$

$$(x+6)(4x+5) \leq 0$$

$$x+6=0 \text{ pour } x=-6$$

$$4x+5=0 \text{ pour } x=-5/4$$

x	-∞	-6	-5/4	+∞
$x+6$	-	0	+	+
$4x+5$	-	-	0	+
$(x+6)(4x+5)$	+	0	-	0

$S = [-6; -5/4]$. La plus petite solution est -6 ; sa valeur absolue est 6, donc **c = 6**

d : $4(-x-4)^2 > 16(x-11)^2$

$$4(-x-4)^2 - 16(x-11)^2 > 0$$

$$[2(-x-4) - 4(x-11)][(2(-x-4) + 4(x-11))] > 0$$

$$(-2x-8-4x+44)(-2x-8+4x-44) > 0$$

$$(-6x+36)(2x-52) > 0$$

$$-6x+36=0 \text{ pour } x=6$$

$$2x-52=0 \text{ pour } x=26$$

x	-∞	6	26	+∞
$-6x+36$	+	0	-	+
$2x-52$	-	-	0	+
$(-6x+36)(2x-52)$	-	0	+	-

$$S =]6; 26[$$

Le plus petit entier de cet ensemble est 7, donc **d = 7**

e : $(-x+7)^2 - (6x+1)^2 \leq 0$

$$[(-x+7) - (6x+1)][(-x+7) + (6x+1)] \leq 0$$

$$(-x+7-6x-1)(-x+7+6x+1) \leq 0$$

$$(-7x+6)(5x+8) \leq 0$$

$$-7x+6=0 \text{ pour } x=6/7$$

$$5x+8=0 \text{ pour } x=-8/5$$

x	-∞	-8/5	6/7	+∞
$-7x+6$	+	+	0	-
$5x+8$	-	0	+	+
$(-6x+36)(2x-52)$	-	0	+	-

$$\text{Donc } S =]-\infty; -8/5[\cup]6/7; +\infty[$$

Le plus petit entier positif de cet ensemble est 1, donc **e = 1**

f : $-2x^2 + 10x \leq 0$

$$-2x(x-5) \leq 0$$

$$-2x=0 \text{ pour } x=0$$

$$x-5=0 \text{ pour } x=5$$

x	-∞	0	5	+∞
$-2x$	+	0	-	+
$x-5$	-	-	0	+
$-2x(x-5)$	-	0	+	-

Donc $S =]-\infty; 0[\cup]5; +\infty[$. Le plus petit entier strictement positif de cet ensemble est 5, donc **f = 5**

g : $x^3 < -2x^2$

$$x^3 + 2x^2 < 0$$

$$x^2(x+2) < 0$$

$$x^2=0 \text{ pour } x=0$$

$$x+2=0 \text{ pour } x=-2$$

x	-∞	-2	5	+∞
x^2	+	+	0	-
$x+2$	-	0	+	+
$x^2(x+2)$	-	0	+	-

$S =]-\infty; -2[$. Le plus grand entier de S est -3 ; sa valeur absolue est 3, donc **g = 3**

Page 1

41

Sudomaths

Inéquations - solutions détaillées de la fiche 31

41

Page 2

h: $\frac{x+2}{7-x} > 1$. La valeur interdite est 7.

$$\frac{x+2}{7-x} - 1 > 0 \text{ soit } \frac{x+2}{7-x} - \frac{7-x}{7-x} > 0$$

$$\frac{x+2-7+x}{7-x} > 0 \text{ soit } \frac{2x-5}{7-x} > 0$$

$$2x-5=0 \text{ pour } x=5/2$$

$$7-x=0 \text{ pour } x=7$$

x	-∞	5/2	7	+∞
2x-5	-	0	+	+
x+2	+	+	0	-
x²(x+2)	-	0	+	-

S =] 5/2 ; 7[. Le plus grand entier de S est 6, donc **h = 6**

i: $\frac{x+1}{4} - 1 \leq \frac{5}{4} - \frac{2x-3}{2}$

On multiplie par 4 chaque membre de l'inéquation

$$x+1-4 \leq 5-2(2x-3)$$

$$x-3 \leq 5-4x+6$$

$$5x \leq 14 \text{ soit } x \leq 14/5 \text{ donc } S =] -\infty ; 14/5]$$

Le plus grand entier de S est 2, donc **i = 2**

j: $(2x+1)(-x+6) - (2x+1)(5x-10) > 0$

$$(2x+1)[(-x+6)-(5x-10)] > 0$$

$$(2x+1)(-x+6-5x+10) > 0$$

$$(2x+1)(-6x+16) > 0$$

$$2x+1=0 \text{ pour } x=-1/2$$

$$-6x+16=0 \text{ pour } x=16/6=8/3$$

x	-∞	-1/2	8/3	+∞
2x+1	-	0	+	+
-6x+16	+	+	0	-
(2x+1)(-6x+16)	-	0	+	-

S =] -1/2 ; 8/3[. Le plus grand entier de S est 2, donc **j = 2**

k: $\frac{2x+1}{x-9} \leq 0$. Valeur interdite : 9

$$2x+1=0 \text{ pour } x=-1/2$$

$$x-9=0 \text{ pour } x=9$$

x	-∞	-1/2	9	+∞
2x+1	-	0	+	+
x-9	-		-	+
$\frac{2x+1}{x-9}$	+	0	-	+

S = [-1/2 ; 9[. Le plus grand entier de S est 8, donc **k = 8**

l: $4x^2 > 12x$

$$4x^2 - 12x > 0$$

$$4x(x-3) > 0$$

$$4x=0 \text{ pour } x=0$$

$$x-3=0 \text{ pour } x=3$$

x	-∞	0	3	+∞
4x	-	0	+	+
x-3	-	-	0	+
4x(x-3)	+	0	-	0

$$S =] -\infty ; 0 [\cup] 3 ; +\infty [$$

Le plus petit entier positif de S est 4, donc **l = 4**

m: $-2(\frac{1}{2}x+6) \geq 9(-\frac{4}{9}x+\frac{5}{3})$

$$-x-12 \geq -4x+15$$

$$3x \geq 27 \text{ soit } x \geq 9$$

S = [9 ; +∞[; le plus petit entier de S est 9, donc **m = 9**

n: $(x-4)(-3x-5) + x^2 - 16 > 0$

$$(x-4)(-3x-5) + (x-4)(x+4) > 0$$

$$(x-4)[(-3x-5) + (x+4)] > 0$$

$$(x-4)(-2x-1) > 0$$

$$x-4=0 \text{ pour } x=4$$

$$-2x-1=0 \text{ pour } x=-1/2$$

x	-∞	-1/2	4	+∞
x-4	-	-	0	+
-2x-1	+	0	-	-
(x-4)(-2x-1)	-	0	+	-

S =] -1/2 ; 4[. Le plus grand entier de S est 3, donc **n = 3**

p: $2(x+5) - 4\left(x-\frac{3}{2}\right) < -1$

$$2x+10-4x+6 < -1$$

$$-2x < -17$$

$$x > 17/2 ; \text{ donc } S =] 17/2 ; +\infty [$$

Le plus petit entier de S est 9, donc **p = 9**