e3C n° 38 Terminale technologique

PARTIE I

Automatismes (5 points) **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Exercice 1 **5 points**

Pour chaque question, indiquer la réponse dans la case correspondante.
Aucune justification n'est demandée.

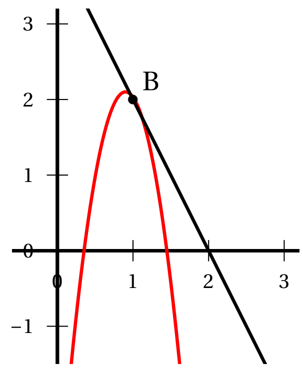
	Énoncé	**Réponse**
1.	Le prix d'un article subit une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 20 %. Quelle est la baisse globale du prix de l'article à l'issue des deux évolutions ?	
2.	Le prix d'un article passe de 120 € à 150 €. Quelle est l'évolution en pourcentage du prix de cet article ?	
3.	Comparer $\dfrac{10}{7}$ et $\dfrac{11}{8}$.	
4.	Calculer la fonction dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 5x^3 - 6x^2 + 5x - 2.$	

On considère la courbe représentative dans un repère du plan de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = -2x^2 + 5x + 3.$$

On note A le point de la courbe de g d'abscisse 2.
Les questions 5 et 6 concernent cette fonction g et ce point A.

5.	Quelles sont les coordonnées du point A ?	
6.	Quel est le coefficient directeur de la tangente à la courbe de g au point A ?	
7.	Développer et réduire l'expression : $E = x - (x-3)(x+4).$	

8.	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $$2x+3<7-x.$$
9.	On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction dérivable h. On a tracé la tangente à cette courbe au point B.  Déterminer graphiquement $h'(1)$.
10.	Le volume d'un cône de hauteur h et de rayon r est donné par : $V=\dfrac{1}{3}r^2h$. Exprimer h en fonction de V et de r.

PARTIE II

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.
La calculatrice est autorisée selon la règlementation en vigueur.

EXERCICE 2 **5 points**

Un fournisseur d'accès à internet décide d'étudier l'évolution de 2014 à 2020 du nombre de ses abonnés en milieu urbain.
Il dispose des éléments suivants :

Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'abonnés en millions : y_i	0,7	2,9	6	8,4	12,1	15	18

1. Représenter dans un repère orthogonal, le nuage des points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   Unités graphiques :
   - axe des abscisses : 2 cm pour 1 unité
   - axe des ordonnées : 1 cm pour 2 millions d'abonnés
2. Déterminer l'équation d'une droite D réalisant un ajustement affine du nuage de points, en précisant la méthode utilisée.
   Tracer cette droite sur le graphique précédent.
3. À l'aide de cet ajustement affine, estimer le nombre d'abonnés que ce fournisseur d'accès à internet devrait avoir en 2022.
4. Déterminer à partir de quelle année, selon le modèle de cet ajustement affine, le nombre d'abonnés du fournisseur d'accès internet dépassera 32 millions.

EXERCICE 3 **5 points**

Un moulin artisanal peut produire chaque jour entre $0,3$ tonne et 6 tonnes de farine biologique. Pour tout nombre q appartenant à l'intervalle $[0,3\,;\,6]$, on note $C(q)$ le coût de production d'une tonne de farine, exprimé en centaines d'euros, si on produit q tonnes de farine par jour. On considère, dans cet exercice, que :

$$C(q) = 4q + \frac{9}{q}$$

1. Quel est le coût de production d'une tonne de farine pour une fabrication journalière de 3 tonnes de farine ?
2. Démontrer que pour tout réel q appartenant à l'intervalle $[0,3\,;\,6]$:
   $$C'(q) = \frac{4(q-1,5)(q+1,5)}{q^2}.$$
3. Déterminer le signe de $C'(q)$ sur l'intervalle $[0,3\,;\,6]$.
4. Dresser le tableau de variations de la fonction C sur l'intervalle $[0,3\,;\,6]$.

5. En déduire la quantité de farine à produire pour que le coût de production d'une tonne de farine soit minimal et déterminer ce coût minimal en euros.

EXERCICE 4 **5 points**

En 2017, des scientifiques ont estimé la masse totale de déchets plastiques dans les océans à 300 millions de tonnes et ont prévu une augmentation de 5,8 % par an au cours des prochaines années.

1. Selon les prévisions des scientifiques, quelle masse de déchets plastiques aurait-on observée dans les océans en 2018 ? en 2019 ? Arrondir les réponses au million de tonnes.

On modélise par une suite (u_n) la masse totale de déchets plastiques dans les océans, exprimée en millions de tonnes, durant l'année $(2017+n)$. Ainsi $u_0 = 300$.

2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison et son premier terme.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Calculer u_{13}. Arrondir à l'unité.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Si la masse totale des déchets plastiques dans les océans continue d'augmenter de 5,8 % par an, en quelle année dépassera-t-elle 1 milliard de tonnes ?
   Expliquer la démarche suivie.