∽ e3C nº 47 Terminale technologique ∾

PARTIE I

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

EXERCICE 1 **5 points**

Pour chaque question, indiquer la réponse dans la case correspondante.
Cet exercice comprend 10 questions. Aucune justification n'est demandée.

	Énoncé	Réponse
1.	Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $$f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 7.$$ Quelle est l'ordonnée du point d'abscisse -1 de la courbe représentative de f ?	
2.	Écrire $\left(\dfrac{1}{4}\right)^2 + 1$ sous la forme d'une fraction irréductible	
3.	Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,10]$ par : $$f(x) = 4x^3 - 5x^2 + x + 7.$$ Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de f,	
4.	Soit la fonction g définie sur $[0\,;\,20]$ par : $$g(x) = 4x^2 + 7x + 8.$$ Quel est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 2 ?	

	Énoncé	Réponse
5.	Pour x dans $[-5;5]$, construire le tableau de signes de : $$(x-1)(x+3)$$	
6.	On donne $y = 3x + z$. Exprimer x en fonction de y et z.	
7.	Lequel de ces pourcentages vaut $\dfrac{18}{60}$: 30 %, 40 % ou 60 % ?	
8.	Dans un repère, on considère les points A(0 ; 5) et B (2 ; −1). Donner l'équation réduite de la droite (AB).	
9.	Quel est le taux d'évolution équivalent à une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 20 % ?	
10.	Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $$f(x) = x^2 + 3x.$$ Parmi les 3 nombres ci-dessous, lequel est le plus proche de $f(1\,002)$? 10^5 10^6 10^7	

Partie II

Calculatrice autorisée selon la réglementation en vigueur
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

EXERCICE 2 **5 points**

Le tableau ci-dessous donne la taille moyenne des Français entre 1900 et 1980.

Année	1900	1920	1940	1960	1980
Rang de l'année x_i	0	20	40	60	80
Taille en cm y_i	165,8	167,4	170	172,6	174,9

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au dixième.

1. On pose $z_i = 100\log(y_i)$.
   Compléter le tableau de l'**annexe (page ??)**.
2. En utilisant le repère de l'**annexe**, représenter le nuage de points $M_i(x_i\,;z_i)$
   Qu'observe-t-on ?
3. Un ajustement de ce nuage de points est donné par la droite $\mathscr{D}$ d'équation :

$$z = 0,03x + 222.$$

   Compléter le graphique précédent en traçant cette droite $\mathscr{D}$.
   Justifier la construction.
4. **a.** Sachant que $z_i = 100\log(y_i)$, exprimer y_i en fonction de z_i.
   b. Estimer quelle serait, selon cet ajustement, la taille moyenne des Français en 2025.

EXERCICE 3 **(5 points)**

Deux restaurateurs décident d'acheter le même modèle de fourneau.
Comme ils ne disposent pas immédiatement de la somme nécessaire, le vendeur leur propose des facilités de paiement.

1. **Pour le premier restaurateur**
   La facilité de paiement prévoit une première mensualité de 168 € tandis que les mensualités suivantes sont toutes égales à 200 €.
   On modélise cette situation en utilisant la suite (U_n) où, pour tout entier non nul n, U_n est la somme totale versée en euros après le paiement de la n-ième mensualité.
   On a donc $U_1 = 168$.
   a. Montrer que $U_3 = 568$ puis donner la nature de la suite (U_n).
   b. En déduire l'expression de U_n en fonction de l'entier non nul n.

2. **Pour le deuxième restaurateur**

   La facilité de paiement prévoit une première mensualité de 150 € tandis que les mensualités suivantes augmentent d'un mois sur l'autre de 4 %.

   On modélise cette situation en utilisant la suite (V_n) où, pour tout entier non nul n, V_n est le montant en euros de la n-ième mensualité.

   On a donc $V_1 = 150$.

   a. Montrer que $V_3 = 162,24$ puis donner la nature de la suite (V_n).

   b. En déduire, pour tout entier non nul n, l'expression de V_n en fonction de n.

3. **Comparaison**

   Le vendeur propose à chaque restaurateur un paiement en 11 mensualités.

   Quel est celui des deux restaurateurs qui dépensera le plus pour l'achat de son fourneau ?

EXERCICE 4 **(5 points)**

Dans un restaurant, le coût de production unitaire d'un repas, en euros, si l'on en produit x, est modélisé par la fonction P définie sur [5 ; 65] par :

$$P(x) = 0,1x + 3 + \frac{8,1}{x}.$$

1. Montrer que si on produit 10 repas, le coût unitaire d'un repas est de 4,81 €.
2. Justifier que pour tout réel de [5 ; 65], on a $P'(x) = \dfrac{0,1(x-9)(x+9)}{x^2}$ où P' désigne la fonction dérivée de P.
3. Étudier le signe de $P'(x)$ sur l'intervalle [5 ; 65].
4. Dresser le tableau de variation de la fonction P sur l'intervalle [5 ; 65].
5. Déterminer le nombre de repas que doivent produire les cuisiniers pour que le coût de production unitaire d'un repas soit minimal. Indiquer ce coût.

Annexe
à rendre avec la copie.

EXERCICE 2 question 1

x_i	0	20	40	60	80
y_i					

EXERCICE 2 question 2