∽ e3C nº 56 Terminale technologique ∽

PARTIE I

Automatismes (5 points) **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Exercice 1 **5 points**

Pour chacune des questions suivantes, déterminer **la** bonne réponse.

	Énoncé	Réponse
1.	Après une baisse de 10 %, un article coûte 180 €. L'ancien prix est : **a.** 170 € **b.** 190 € **c.** 198 € **d.** 200 €	
2.	$\dfrac{5^{1,5}}{5^2}$ est égal à : **a.** $5^{0,75}$ **b.** 5^{-3} **c.** $5^{-0,5}$ **d.** $5^{0,5}$	
3.	On donne les points A(0 ; −5) et B(−3 ; 2). Le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à : **a.** $-\dfrac{3}{7}$ **b.** $-\dfrac{7}{3}$ **c.** 1 **d.** −1	
4.	La fonction f définie par sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2 \times 0,75^x$ est : **a.** croissante sur $\mathbb{R}$ **b.** décroissante sur $\mathbb{R}$ **c.** constante sur $\mathbb{R}$	
5.	Soit la fonction g définie sur $]0~;~+\infty[$ par $g(x) = -3 + \dfrac{1}{x}$. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} g(x)$ est égale à : **a.** −3 **b.** $-\infty$ **c.** 0 **d.** $+\infty$	
6.	A et B sont deux évènements tels que $P(A \cap B) = \dfrac{2}{5}$ et $P(A) = \dfrac{2}{3}$. Pour que A et B soient indépendants, $P(B)$ doit prendre la valeur : **a.** $\dfrac{3}{5}$ **b.** $\dfrac{4}{15}$ **c.** 1 **d.** $\dfrac{5}{3}$	

	Énoncé	Réponse
7.	La suite géométrique (v_n) de premier terme $v_1 = 10$ et de raison $q = 0,3$ a pour terme général, pour tout entier $n \geqslant 1$ **a.** $v_n = 0,3 \times 10^n$ **b.** $v_n = 10 \times 0,3^n$ **c.** $v_n = 10 \times 0,3^{n-1}$ **d.** $v_n = 0,3 \times 10^{n-1}$	
8.	La somme $S = \sum_{k=0}^{7} u_i = u_0 + u_1 + u_7$ compte : **a.** 3 termes **b.** c. 4 termes **c.** 7 termes 8 termes	
9.	La valeur que l'on doit donner à x pour que les nombres 14, x et 56 soient les termes consécutifs d'une suite arithmétique est : **a.** 4 **b.** 28 **c.** 35 **d.** 224	

10.	Voici une fonction écrite en langage Python :
	`def terme(n) :`
	`    u = 5`
	`    for i in range(1,n+1) :`
	`        u = u-3`
	`    return u`
	Que renvoie l'appel terme(6) ?
	a. -13 **b.** -16 **c.** -19 **d.** -22	

Mathématiques : PARTIE II

Calculatrice autorisée
Durée : 1 h 30
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 : **5 points**

Depuis son inscription au patrimoine mondial de l'Unesco le 2 juillet 2018, la chaîne des Puys attire des visiteurs de plus en plus nombreux.
Le 20 août 2020, un groupe de touristes a participé à une excursion sur le site avec ascension au sommet du Puy de Dôme, soit à pied par le sentier des muletiers, soit en train panoramique, suivie d'une entrée soit à Vulcania (parc d'attraction autour du volcanisme), soit à Lemptégy (exploration des entrailles d'un volcan).
On choisit au hasard un touriste de ce groupe et on note :

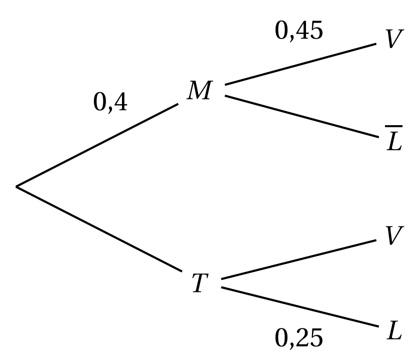
M : « le touriste est monté au sommet du Puy de Dôme à pied)

T : « le touriste est monté au sommet du Puy de Dôme en train)

V : « le touriste a pris une entrée à Vulcania)

L : « le touriste a pris une entrée à Lemptégy)

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré en précisant les probabilités $P(T)$, $P_M(L)$ et $P_T(V)$.



2. Vérifier que la probabilité que le touriste ait pris une entrée à Vulcania est $P(V) = 0,63$.
3. Déterminer la probabilité que le touriste soit monté en train au sommet du Puy de Dôme sachant qu'il a pris une entrée à Lemptégy.

   On donnera d'abord la valeur exacte puis on arrondira au millième.
4. Le prix du ticket de train est fixé à $11,50$ €, l'entrée à Lemptégy à 12 € et l'entrée à Vulcania à 25 €.

   a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de la dépense en euros d'un participant à cette excursion.

Dépense x_i	12	23,50	25	36,50
Probabilité	0,22			0,45

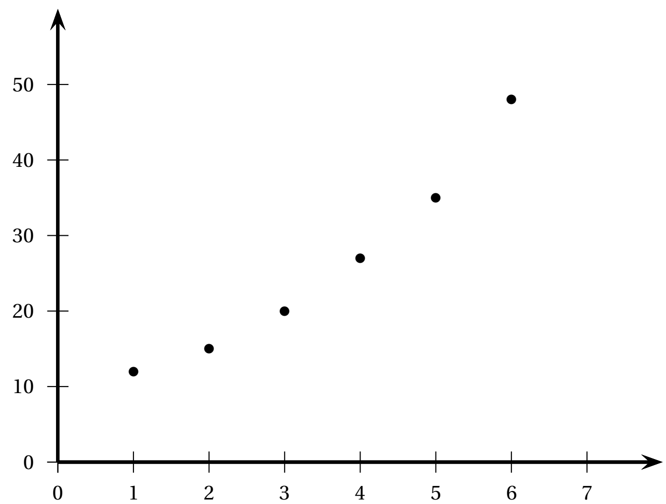
   b. Calculer la dépense moyenne par participant en euros.

Exercice 3 : **5 points**

Dans le but de développer une commercialisation raisonnée en utilisant les circuits courts, la mairie d'une petite commune a regroupé les producteurs locaux favorables au projet et mis en place une distribution hebdomadaire centralisée.
Chaque semaine, les habitants peuvent passer leur commande jusqu'au mardi 18 h et la retirer le vendredi de 18 h à 20 h à la mairie.
Le tableau suivant indique le nombre de commandes passées les premières semaines.

Rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de commandes y_i	12	15	20	27	35	48

Le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ pour i variant de 1 à 6 est représenté dans le repère orthogonal ci-dessous :



1. On pose $z = \log y_i$.
   - **a.** Compléter le tableau de valeurs donné en annexe, en arrondissant à 10^{-2} près.
   - **b.** Représenter dans le repère orthogonal donné en annexe le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ z_i)$.
2. - **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés. On arrondira à 10^{-2} près.
   - **b.** Tracer la droite dans le repère précédent.
   - **c.** En déduire une estimation du nombre de commandes passées la 7$^{\text{e}}$ semaine.

Exercice 4 : **5 points**

Un restaurateur prépare chaque jour x repas avec x compris entre 5 et 50. Le coût total quotidien de préparation de x repas est, en euros :

$$C(x) = 3x^2 - 110x + 1200.$$

Chaque repas préparé est vendu au prix de 40 €.

1. Vérifier que le bénéfice dégagé chaque jour par le restaurateur, pour x repas préparés et vendus, est :

$$B(x) = -3x^2 + 150x - 1\,200.$$

2. **a.** Calculer la dérivée $B'(x)$ et étudier son signe sur $[5\,;\,50]$.

b. En déduire le nombre de repas à préparer et à vendre chaque jour pour que le bénéfice soit maximal. Préciser ce bénéfice maximal.

3. Le coût moyen unitaire de préparation de x repas compris entre 5 et 50, exprimé en euros, est donné par

$$f(x) = \frac{C(x)}{x} = 3x - 110 + \frac{1\,200}{x}.$$

a. Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x de $[5\,;\,50]$,

$$f'(x) = \frac{3(x-20)(x+20)}{x}.$$

b. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f sur $[5\,;\,50]$.

c. En déduire déterminer le nombre de repas qui donne le coût moyen unitaire minimal et préciser ce coût.