⁂ e3C n° 64 Terminale technologique ⁂

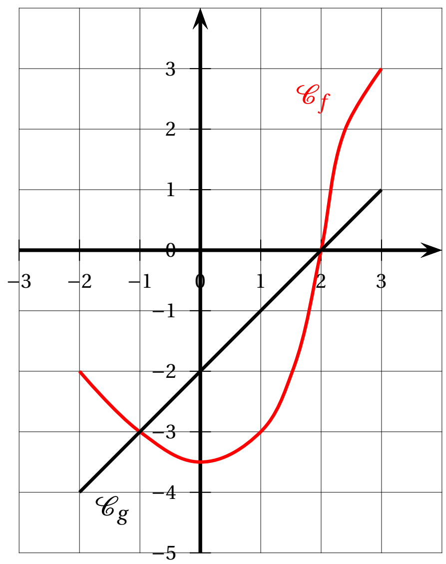
PARTIE I

Automatismes (5 points) **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Exercice 1 **5 points**

Les questions de cet exercice sont indépendantes.
Aucune justification n'est attendue.

	Énoncé	**Réponse**
1.	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x - 5 > 4x + 3$.	
2.	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 = 81$.	
3.	Donner la forme développée et réduite de l'expression : $$A = (2x+1)(3x-2) + 5x - 4.$$	
4.	Écrire le nombre $1,024$ sous forme de fraction irréductible :	
5.	On passe de l'indice 120 à l'indice 180. Déterminer le taux d'évolution sous forme de pourcentage.	
6.	À quelle évolution globale correspond une augmentation de30 %suivie d'une diminution de 20 % ?	
7.	Soit une courbe C d'équation $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. Calculer l'ordonnée du point A d'abscisse 2 appartenant à la courbe C.	

	Énoncé	Réponse
8.	Les courbes respectives de la fonction f et de la fonction g définies sur $[-2\ ;\ 3]$ sont représentées ci-dessous. Par lecture graphique, répondre aux questions a, b et c.  **a.** Résoudre graphiquement $f(x) \leqslant g(x)$.	
	b. Dresser le tableau de variations de la fonction f.	
	c. La courbe représentative de la fonction g est la droite. Déterminer l'expression de $g(x)$.	

Mathématiques : PARTIE II

Calculatrice autorisée
Durée : 1 h 30
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 : **5 points**

Une entreprise produit quotidiennement entre une et vingt tonnes de peinture.
Le coût total de production, en milliers d'euros, de x tonnes de peinture est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[1\,;\,20]$ par :

$$C(x) = 0,05x^2 - 0,1x + 2,45.$$

Pour une production de x tonnes de peinture, on appelle coût unitaire, $f(x)$, le coût de production, en milliers d'euros, d'une tonne de peinture.
Ainsi, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[1\,;\,20]$:

$$f(x) = \frac{C(x)}{x}.$$

1. Vérifier que, pour tout réel x de $[1\,;\,20]$,

$$f(x) = 0,05x - 0,1 + \frac{2,45}{x}.$$

2. Soit f' la fonction dérivée de fonction f.
   Calculer $f'(x)$ puis démontrer que pout tout réel x de $[1\,;\,20]$:

$$f'(x) = 0,05\left(x^2 - 49\right).$$

3. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[1\,;\,20]$.
   En déduire le coût unitaire minimal et la quantité de peinture pour lequel il est atteint.
   L'entreprise fixe le prix de vente d'une tonne de peinture à 670 €.
4. On définit la fonction bénéfice B (exprimé en milliers d'euros) comme différence entre la recette obtenue en milliers d'euros pour x tonnes de peinture et le montant des coûts générés en milliers d'euros par la fabrication de ces x tonnes de peinture.
   Montrer que le bénéfice réalisé pour x tonnes de peinture produites et vendues est donné par la fonction B définie sur $[1\,;\,20]$ par

$$B(x) = -0,05x^2 + 0,77x - 2,45.$$

5. Calculer $B'(x)$ et en déduire le tableau de variation de B.
   Pour quelle quantité de peinture produite et vendue le bénéfice est-il maximal ?

Exercice 3 : **5 points**

Une entreprise familiale fabrique de la confiture de fraises biologiques.
Elle achète ses fruits auprès de deux fournisseurs locaux A et B.

25 % des fruits proviennent du fournisseur A et les autres du fournisseur B.
95 % des fruits provenant du fournisseur A sont retenus pour la fabrication de la confiture.
80 % des fruits provenant du fournisseur B sont retenus pour la fabrication de la confiture.
On choisit un pot de confiture au hasard dans la production.
On note A, B et C les évènements :

A : « les fruits utilisés proviennent du fournisseur A »

B : « les fruits utilisés proviennent du fournisseur B »

C : « les fruits sont retenus pour la fabrication de la confiture »

Les résultats seront arrondis au centième près.

1. Compléter l'arbre de probabilité décrivant la situation sur l'annexe qui est à rendre avec la copie.
2. Définir par une phrase l'évènement $A \cap C$, puis calculer $p(A \cap C)$.
3. **a.** Montrer que la probabilité $p(C)$, arrondie au centième, est égale à $0,84$.
   b. Les évènements A et C sont-ils indépendants ?
   Justifier la réponse.
4. Calculer $p_C(A)$. Interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4 : **5 points**

Depuis sa création au 1er janvier 2019, une start-up a vu son chiffre d'affaires augmenter de 5 % par mois sachant que ce chiffre d'affaires était de 32 000 € pour le mois de janvier 2019.
On fait l'hypothèse que cette évolution va se poursuivre dans les mois à venir.
Pour tout entier naturel non nul n, on note C_n le chiffre d'affaires en euros du n-ième mois après la création de la start-up. On a ainsi $C_0 = 32\,000$.

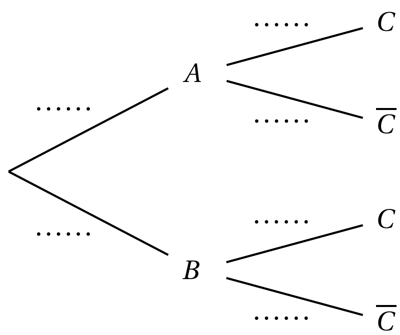
1. Montrer que la suite (C_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. Exprimer C_n en fonction de n.
3. Quel sera le chiffre d'affaires de la start-up pour toute l'année 2019 ?
4. L'entreprise pourra s'agrandir et embaucher de nouveaux collaborateurs si son chiffre d'affaires mensuel dépasse 70 000 €.
   Le programme écrit en langage Python ci-dessous détermine le rang n_0 du mois à partir duquel cet agrandissement est possible.
   Compléter ce programme sur l'annexe qui est à rendre avec la copie afin qu'il renvoie le rang du mois à partir duquel cet agrandissement est possible.

```
def CA( ) :
    n=0
    C = 3 200
    while ...
        n= n+1
        C= ...
    return (n)
```

5. Après exécution de ce programme, on obtient l'affichage suivant : »> 17.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 3 - question 1



Exercice 4 - question 4

```
def CA( ) :
    n=0
    C = 3 200
    while ...
        n= n+1
        C= ...
    return (n)
```