

## e3C n° 30 Terminale technologique

### PARTIE I- Exercice 1

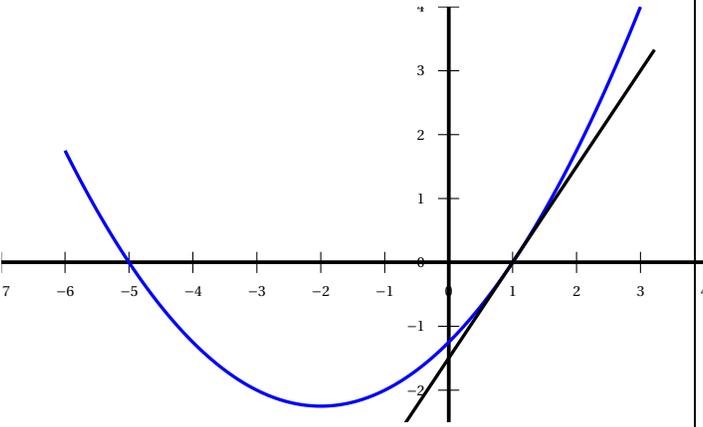
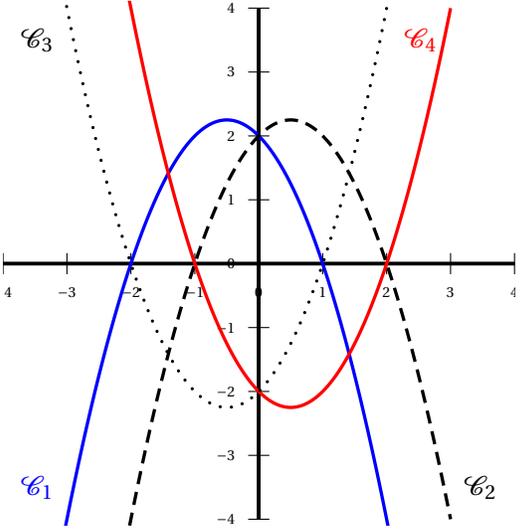
**Automatismes (5 points)**

**Sans calculatrice**

**Durée : 20 minutes**

*Pour chaque question, indiquer la réponse dans la case correspondante. Aucune justification n'est demandée*

	Énoncé	Réponse						
<b>1.</b>	Donner la fraction irréductible égale à $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \times 3$							
<b>2.</b>	Donner la forme développée et réduite de $3x(x+1) - (2x+3)^2$							
<b>3.</b>	Un prix baisse de 10 % puis augmente de 10 %. Quel est le pourcentage d'évolution global?							
<b>4.</b>	À partir de 2020, une population d'oiseaux diminue de 1,5 % par an. Cette situation est modélisée par une suite $(u_n)$ où $u_n$ est le nombre d'oiseaux en $2020+n$ . Donner la nature de la suite $(u_n)$ en précisant sa raison.							
<b>5.</b>	Donner le tableau de signe de l'expression $4(x-1)(x+2)$ .	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; width: 20%;"><math>x</math></td> <td style="text-align: center; width: 20%;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: center; width: 20%;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>4(x-1)(x+2)</math></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$+\infty$	$4(x-1)(x+2)$		
$x$	$-\infty$	$+\infty$						
$4(x-1)(x+2)$								
<b>6.</b>	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4x^2 = 25$ .							
<b>7.</b>	Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x + 5$ Donner l'expression de la dérivée de $f$ .	$f'(x) = \dots\dots$						

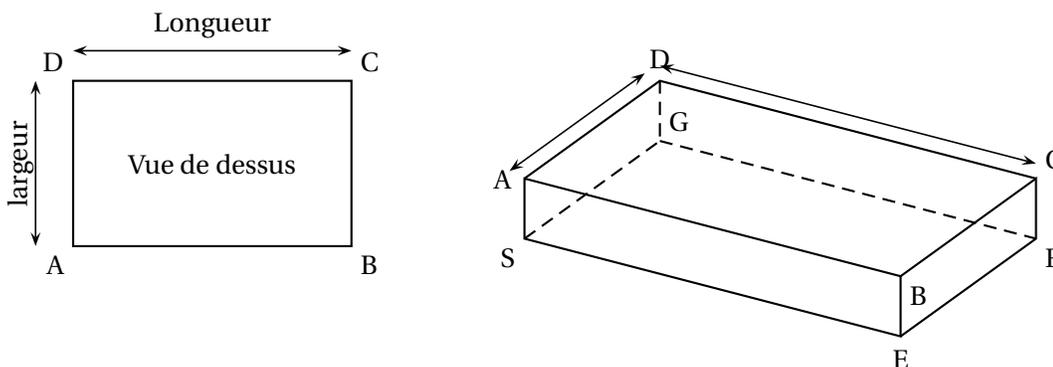
Énoncé	Réponse
<p data-bbox="284 562 310 594"><b>8.</b></p> <p data-bbox="349 268 1027 367">Dans le repère ci-dessous, sont tracées la courbe représentative d'une fonction <math>f</math> et la tangente à cette courbe au point d'abscisse 1.</p> 	
<p data-bbox="284 926 310 957"><b>9.</b></p> <p data-bbox="349 890 1027 989">Dans le plan muni d'un repère, le point A de coordonnées <math>(-1 ; -7)</math> appartient-il à la courbe d'équation <math>y = 2x^2 + 4x - 1</math>?</p>	
<p data-bbox="284 1318 310 1350"><b>10.</b></p> <p data-bbox="349 1001 1027 1066">Quelle parabole représente la fonction <math>g</math> définie par <math>g(x) = -(x-2)(x+1)</math>?</p> 	

**Partie II**

**Calculatrice autorisée selon la réglementation en vigueur**  
**Cette partie est composée de trois exercices indépendants**

**EXERCICE 2****5 points**

Un aménagement autoroutier prévoit la construction d'un bassin de rétention d'eau enterré, en forme de parallélépipède rectangle. Celui-ci est modélisé ci-dessous par le solide ABCD-SEFG. La surface au sol est le rectangle ABCD.



Les contraintes techniques imposent un volume de  $360 \text{ m}^3$  et une profondeur de  $2,5 \text{ m}$ . De plus, la longueur et la largeur de la surface au sol doivent être comprises entre  $4 \text{ m}$  et  $36 \text{ m}$ .

1. Démontrer que l'aire de la surface du bassin au niveau du sol est fixe et égale à  $144 \text{ m}^2$ . On nomme  $x$  la longueur en mètre du bassin avec  $x \in [4 ; 36]$ . La largeur du bassin, en fonction de  $x$ , est donc égale à  $\frac{144}{x}$ . On note  $p(x)$  le périmètre du bassin au niveau du sol et on admet que

$$p(x) = 2x + \frac{288}{x}$$

2. Calculer  $p'(x)$  pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[4 ; 36]$ .
3. Démontrer que, pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[4 ; 36]$ ,  $p'(x) = \frac{2(x-12)2(x+12)}{x^2}$ .
4. Dresser le tableau de signes de la dérivée  $p'(x)$ , puis le tableau de variations de la fonction  $p$  sur  $[4 ; 36]$ .
5. On souhaite protéger le bassin avec une clôture qui en fait exactement le tour. Donner les dimensions du bassin qui permettent d'employer la plus petite longueur possible de clôture.

**EXERCICE 3****5 points**

Une entreprise engage un nouvel employé au 1<sup>er</sup> janvier 2021. Le contrat de travail prévoit un salaire annuel de  $24\,000 \text{ €}$  en 2021 et une augmentation de  $3\%$  le 1<sup>er</sup> janvier de chaque année.

1. Écrire un calcul justifiant que le salaire obtenu en 2022 avec ce contrat est de 24 720 €.

On modélise le salaire annuel en euro par une suite  $u$  pour laquelle, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  représente le salaire perçu l'année  $(2021 + n)$ .

Ainsi  $u_0 = 24\,000$ .

2. Quelle est la nature de la suite  $u$  ?
3. Calculer le salaire perçu en 2030.
4. On donne le programme suivant écrit en langage Python.

```
def cumul (duree) :  
    montant = 0  
    u = 24000  
    for compteur in range (duree) :  
        montant = montant + u  
        u = u * 1.03  
    return montant
```

Que renvoie cumul (5) ? Interpréter la réponse obtenue dans le contexte de l'exercice.

5. Dans l'objectif de constituer une épargne de 50 000 €, l'employé envisage d'économiser chaque année **un dixième de son salaire**.

Combien d'années lui faudra-t-il pour atteindre son objectif en procédant ainsi ?

#### EXERCICE 4

5 points

Une usine fabrique des pièces pour des vélos électriques à l'aide de trois machines  $a$ ,  $b$  et  $c$ . La machine  $a$  produit 40 % des pièces, la machine  $b$  en produit 35 % et la machine  $c$  produit le reste.

Après une étude de qualité, il apparaît que 2 % des pièces issues de la machine  $a$  sont défectueuses.

L'étude a aussi montré que les machines  $b$  et  $c$  produisent aussi quelques pièces défectueuses.

On choisit au hasard une pièce produite dans l'usine.

On note  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  les événements respectifs

« la pièce provient de la machine  $a$  »,

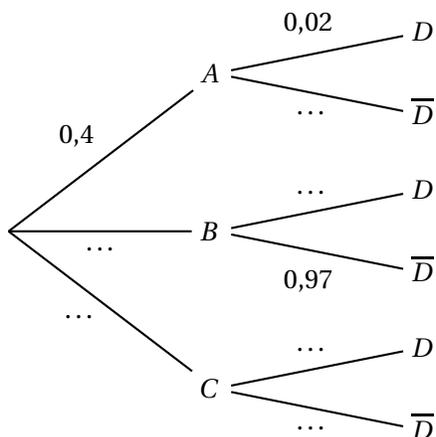
« la pièce provient de la machine  $b$  »,

« la pièce provient de la machine  $c$  » et

« la pièce est défectueuse » ;

$\bar{D}$  est l'évènement « la pièce est conforme ».

On a construit ci-dessous un arbre pondéré de probabilités incomplet qui traduit cette situation.



1. Que signifie le nombre 0,97 dans l'arbre de probabilités ci-dessus?
2. Reproduire et compléter l'arbre en remplaçant uniquement les pointillés par des valeurs en écriture décimale.
3. Grâce à cet arbre, calculer et donner en pourcentage la probabilité que la pièce soit issue de la machine  $a$  et défectueuse.
4. Le contrôle qualité a aussi montré que la probabilité qu'une pièce soit issue de la machine  $c$  et soit défectueuse est égale à 1%.
  - a. Calculer et donner en pourcentage la probabilité que la pièce choisie au hasard soit défectueuse, sachant qu'elle provient de la machine  $c$ .
  - b. Finir de compléter l'arbre en indiquant les probabilités sur les branches issues de l'évènement C.  
En déduire la probabilité que la pièce choisie au hasard soit défectueuse.