Baccalauréat ES 1995

L'intégrale d'avril à novembre 1995

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat ES Pondichéry avril 1995 ∼

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

La crise de la presse écrite

Pour répondre aux questions suivantes, il faut lire les graphiques donnés à la fin de l'énoncé.

1. **a.** Calculer les taux de variation des diffusions de la presse quotidienne nationale et de la presse quotidienne régionale de 1982 à 1992 (document 1).

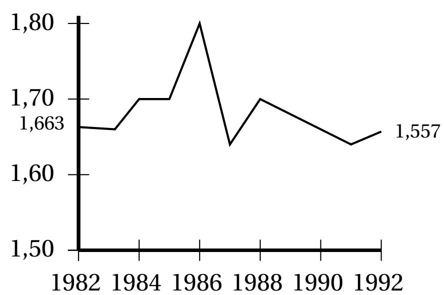
   b. Quel est, de ces deux secteurs, celui qui, pourcentage, est le plus touché depuis 1982 ?

2. En utilisant le document 2, déterminer quels étaient les investissements publicitaires pour la presse nationale en 1990.

Document 1 : la presse quotidienne

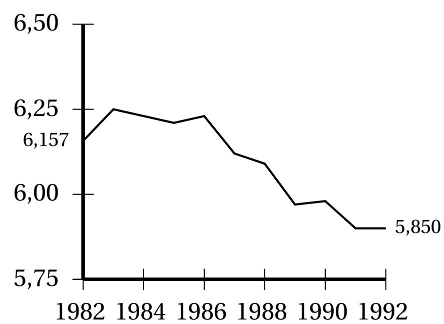
Presse quotidienne (G. P.) nationale

évolution moyenne journalière 1982 – 1992
millions d'exemplaires, diffusion payée en France



Presse quotidienne (G. P.) régionale et départementale

évolution moyenne journalière 1982 – 1992
millions d'exemplaires, diffusion payée en France



Source : troisième observatoire annuel de l'écrit, OJD diffusion contrôle, juin 1993

Document 2 :
Les investissements publicitaires en 1992

IREP (OJD, *op. cit.*)	Total hors gratuits en millions de F	Évolution	
		1991/1992	1992/1993
Quotidiens nationaux	2 532	−16,9 %	−18,4 %
Quotidiens régionaux	4 868	−8,5 %	−5,7 %
Magazines	8 284	−6 %	−0,9 %

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement obligatoire

Chacun des 10 mots de la phrase « Rien ne sert de courir, il faut partir à point » est inscrit sur un carton. On suppose les cartons indiscernables au toucher et on les place dans une urne.
On tire au hasard un carton. (Les tirages sont donc supposés équiprobables.)
Si le mot inscrit sur le carton contient une voyelle, on gagne 10 points.

Si le mot inscrit sur le carton contient deux voyelles, on perd 20 points.
Si le mot inscrit sur le carton contient trois voyelles, on gagne 20 points.
On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de points obtenus (positif ou négatif).

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance mathématique de X et l'écart-type de X.
3. On dit que le jeu est équitable si l'espérance mathématique est nulle.
   Sans changer les gains obtenus pour les mots contenant une ou trois voyelles, quelle devrait être la perte pour un mot contenant deux voyelles dans un jeu équitable ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

Un sac contient 2 pièces de 20 centimes, 4 pièces de 10 centimes et 4 pièces de 50 centimes. On tire 3 pièces simultanément. (Les tirages sont supposés équiprobables.)

1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de pièces de 20 centimes sorties lors d'un tirage.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X.
2. On considère l'évènement A « la somme obtenue lors d'un tirage est strictement inférieure à 50 centimes ».
   a. Montrer que la probabilité de A est égale à 125'
   b. On répète l'épreuve 4 fois. (Les pièces sont remises dans le sac après chaque épreuve.)
   Soit Y la variable aléatoire représentant le nombre de fois où on a obtenu une somme strictement inférieure à 50 centimes.
   Expliquer pourquoi Y suit une loi binomiale.
   En déduire l'espérance mathématique de Y.

PROBLÈME **12 points**

Une entreprise fabrique des objets P. On note x le nombre d'objets fabriques, exprimé en milliers. Pour des raisons d'approvisionnement, x appartient à l'intervalle $[0\,;\,3,5]$. On note $C(x)$ le coût de fabrication exprimé en millions de francs. On définit une fonction « coût marginal »M par $M(x) = C'(x)$, où C' désigne la fonction dérivée de C. On définit une fonction « coût moyen »C par $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

Partie A

On suppose que, pour cette production, le coût marginal est défini par

$$M(x) = 1 + \frac{x-3}{8}\mathrm{e}^x.$$

1. On désigne par M' la fonction dérivée de M. Calculer $M'(x)$. Déterminer le signe de $M'(x)$, et en déduire le sens de variation de M sur l'intervalle $[0\,;\,3,5]$. En déduire ensuite que M est strictement positive sur $[0\,;\,3,5]$.
2. On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,3,5]$ par $g(x) = \dfrac{ax+b}{8}\mathrm{e}^x$, où a et b sont deux réels. Déterminer a et b pour que la dérivée g' soit définie par $g'(x) = \dfrac{x-3}{8}\mathrm{e}^x$.
   En déduire la primitive de M sur $[0\,;\,3,5]$ qui s'annule pour $x = 0$.

Partie B

On définit la fonction « coût » C par

$$C(x) = x + \frac{x-4}{8}\mathrm{e}^{x} + \frac{1}{2}.$$

1. Vérifier que, pour tout x de l'intervalle $[0\ ;\ 3,5]$, $C'(x) = M(x)$. Dresser le tableau de variations de C.
2. Tracer la courbe représentative Γ de $\mathscr{C}$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'origine 0.

   On prendra en abscisses 2 cm pour représenter un millier d'objets, et en ordonnées, 5 cm pour représenter un million de francs.

Partie C

On désigne par A un point d'abscisse x sur la courbe Γ et par $\mathscr{D}_x$, la droite (OA).

1. Pourquoi le coefficient directeur de $\mathscr{D}_x$ est-il égal à $C_m(x)$?
2. Tracer les droites D_1 et D_2 correspondant respectivement à $x = 1$ et à $x = 2$. Quelle est celle qui a le plus petit coefficient directeur ?
3. Par une lecture du graphique, déterminer à la centaine près le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût moyen soit minimal.
4. On sait en économie que le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal.
   a. Montrer que résoudre l'équation $C_m(x) = M(x)$ revient à résoudre l'équation $(x-2)^2\mathrm{e}^{x} - 4 = 0$.

   b. On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 3,5]$ par

   $$f(x) = (x-2)^2\mathrm{e}^{x} - 4.$$

   Étudier les variations de f, et en déduire que, sur l'intervalle $[0\ ;\ 3,5]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution strictement positive dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-1}.

   c. En déduire le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût moyen soit minimal.

☙ Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 199 ❧5

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

1. **a.** Soit la fonction g définie dans l'intervalle [2,; 3] par :

$$g(x) = x\ln x + (4-x)\ln(4-x).$$

Calculer $g'(x)$, où g' désigne la fonction dérivée de g.

b. En déduire la valeur exacte de l'intégrale :

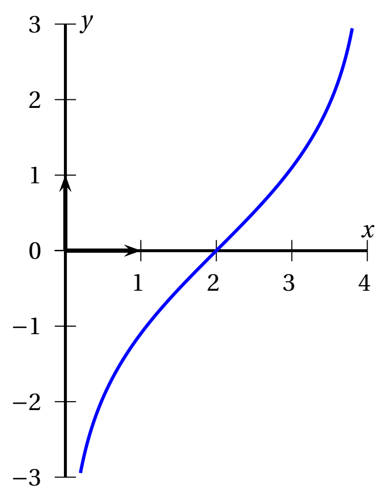
$$A = \int_2^3 \ln\frac{x}{4-x}\,\mathrm{d}x.$$

2. Soit f la fonction définie dans l'intervalle [2,; 3] par

$$f(x) = \ln\frac{x}{4-x}.$$

a. Montrer que $f(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in [2\,;\,3]$.

b.



Dans le tracé ci-dessus on a représenté la fonction f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (unité graphique : 1 cm).

Déterminer l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe, les deux droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.

EXERCICE 2 **6 points**

Enseignement obligatoire

Une pièce est usinée successivement par deux machines M_1 et M_2, les résultats des deux usinages étant **indépendants**.

Après passage dans la première machine M_1, 5 % des pièces présentent un défaut. On note A l'évènement : « la pièce est défectueuse après passage dans M_1 ». .

Après passage dans la deuxième machine M_2 (et quel que soit leur état après leur passage dans M_1), 2 % présentent un autre défaut.

On note B l'évènement : « la pièce est défectueuse après passage dans M_2 ».

On extrait au hasard une pièce parmi les pièces ayant subi les deux usinages.

1. Calculer les probabilités de A et de B.
Exprimer à l'aide des évènements A et B les évènements suivants :
C : « la pièce est défectueuse pour les deux usinages par M_1 et M_2 » ;
D : « la pièce est défectueuse » ;
E : « la pièce ne présente aucun défaut ».
Calculer les probabilités des évènements C, D et E.

2. **a.** Sachant que la pièce extraite est défectueuse, quelle est la probabilité que la pièce présente des défauts d'usinage par les deux machines ? .

b. Exprimer à l'aide de A et B l'évènement : « le défaut provient uniquement de la machine M_2 », puis sa probabilité.
En déduire la probabilité que le défaut provienne uniquement de la machine M_2, sachant que la pièce est défectueuse.

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement de spécialité

Un constructeur de moteurs de « Formule 1 » fabrique des moteurs de compétition. La probabilité qu'un de ces moteurs soit exempt de défaut, et par suite ne « casse »pas lors d'un Grand Prix, est 0,8. On dira pour simplifier qu'un tel moteur est « bon » et on notera B l'évènement : « le moteur est bon ».
Avant chaque Grand Prix, un contrôle très sévère est effectué :
soit le moteur est déclaré utilisable, soit il est rejeté. On note U l'évènement : « le contrôle déclare le véhicule utilisable ».
Ce contrôle n'est pas infaillible :

— sachant qu'un moteur est bon. il est déclaré utilisable dans 95 % des cas ;
— sachant qu'un moteur a un défaut, il est rejeté dans 80 % des cas.

Notation : si E est un évènement, on notera $\overline{E}$ l'évènement contraire.

1. **a.** Calculer la probabilité des évènements suivants :
V : « le moteur est bon et il est déclaré utilisable » ;
W : « le moteur a un défaut et il est déclaré utilisable ».
En déduire la probabilité de U.

b. Montrer que la probabilité qu'un moteur soit bon sachant qu'il est déclaré utilisable est 0,95.

2. Au cours d'une saison (16 grands prix), ces moteurs sont montés après contrôle sur des voitures en course. On s'intéresse aux moteurs montés sur une voiture déterminée : ils sont changés à chaque compétition et l'on admet que les choix des moteurs sont indépendants les uns des autres.

a. Quelle est la probabilité que les 16 moteurs soient « bons » ?

b. Quelle est la probabilité que seulement 2 moteurs cassent ?

c. Quelle est la probabilité qu'au moins un des moteurs casse ?

d. Quel est le nombre moyen de moteurs cassés auquel on peut s' attendre, au cours d'une saison ?

PROBLÈME **12 points**

On considère la fonction f définie pour tout x réel par :

$$f(x) = x + \mathrm{e}^{-x}.$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm). La courbe représentative de f dans ce plan est appelée $\mathscr{C}$.

1. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $1 > \text{e}^{-x}$.
   b. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
   Déduire de a le sens de variation de f.
   c. Calculer la limite de f en $+\infty$.
   d. Déterminer la limite de f en $-\infty$. On pourra écrire
   $f(x) = (-x)\left(-1 + \dfrac{\text{e}^{-x}}{-x}\right)$.
   e. Dresser le tableau de variations de f.
2. **a.** Montrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$.
   Étudier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à D.
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\text{e}^{-x} = 3$.
   Montrer que $\mathcal{C}$ admet une tangente T de coefficient directeur -2.
   Déterminer l'abscisse du point de contact A, son ordonnée, puis l'équation de T.
   c. Compléter le tableau suivant (on donnera les valeurs numériques arrondies à 10^{-2} près) :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$		1,72		1,37		3,05	

   d. Construire, dans le plan, les droites D et T, puis la courbe $\mathcal{C}$.
3. **a.** Sans faire de calcul de dérivée et en donnant les justifications nécessaires, établir le tableau des variations de $\dfrac{1}{f}$ à partir de celui de f.
   b. Sur la même figure que $\mathcal{C}$ mais en utilisant une autre couleur, construire la courbe représentative Γ de $\dfrac{1}{f}$.

∽ Baccalauréat ES Métropole juin 1995 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

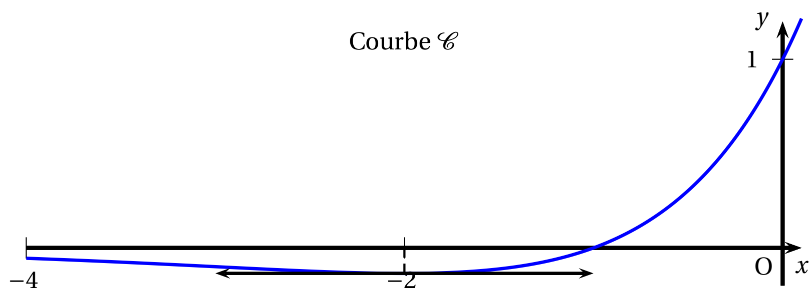
Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. La courbe $\mathscr{C}$ (voir figure ci-dessous) représente la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par,

$$f(x) = (ax + b)e^x$$

où a et b sont deux nombres que l'on se propose de déterminer, en utilisant les informations lues sur la figure.

1. **a.** Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
   b. Déterminer graphiquement $f'(-2)$ et en déduire une relation entre a et b.
2. En utilisant une valeur de la fonction lue sur le graphique trouver une autre relation entre a et b.
   Calculer a et b et écrire l'expression de $f(x)$ ainsi obtenue.
3. **a.** Préciser le minimum de la fonction f ; on donnera la valeur exacte.
   b. Discuter graphiquement, suivant les valeurs du réel m, le nombre de solutions de l'équation

$$m = (x + 1)e^x.$$



EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Les deux tableaux ci-dessous regroupent des données sur le commerce extérieur relatif aux industries agro-alimentaires pour la période 1981-1991.

Premier tableau

Exportations x_i et importations y_i (en milliards de F)

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
x_i ...	55,6	59,1	65,1	76,1	77,2	73,8	76,4	89,2	103,3	105,6	111,3
y_i ...	45	52,1	60	67,8	71,4	69,4	72	80,3	89,4	88,9	95,2

Source : Tableaux de l'économie française, 1993

Deuxième tableau

Rang t_i de l'année et solde $z_i = x_i - y_i$ (également en milliards de F)

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
t_i...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
z_i...	10,6	7	5,1	8,3	5,8	4,4	4,4	8,9	13,9	16,7	16,1

Source : Tableaux de l'économie française, 1993

Aucun tableau de calculs n'est demandé dans cet exercice.

1. On considère la série double $(t_i\ ;\ z_i)$ formée à partir du deuxième tableau.

a. Faire une représentation graphique du nuage des points. On prendra en abscisses 1 cm pour 1 an (année de rang 0 à l'origine O) et en ordonnées 1 cm pour 1 milliard de francs (solde 4 à l'origine O).

Un ajustement affine est-il approprié ? On justifiera la réponse.

b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série double.

2. On considère maintenant la série double $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ formée à partir du premier tableau.

a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série.

b. Donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis avec deux décimales).

c. Déterminer en milliards de francs le montant prévisible (arrondi à l'unité près) des exportations lorsque le montant des importations aura atteint 100 milliards de francs.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Un boulanger fabrique des pains de campagne qui doivent peser, en théorie, 600 grammes.

On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur les poids possibles des pains de campagne, exprimés en grammes et arrondis à 10 grammes près.

Le tableau suivant indique la probabilité p_i de l'évènement $X = x_i$:

$X = x_i$	580	590	600	610	620
p_i	0,12	0,25	0,32	0,27	0,04

Exemple de lecture, la probabilité qu'un pain choisi au hasard pèse 590 grammes est 0,25.

1. Calculer l'espérance mathématique de X et l'écart type de X.

2. Un client achète un pain de campagne. Quelle est la probabilité que son pain pèse au moins 600 grammes ?

3. Un contrôleur du service de la Répression des fraudes entre dans la boulangerie et prélève, au hasard, dix pains de campagne.

a. Quelle est la probabilité d'avoir exactement trois pains de 580 grammes ?

b. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un pain de campagne de 580 grammes ?

c. Quelle est la probabilité d'avoir au plus un pain de campagne de 580 grammes ?

On donnera les valeurs exactes puis des valeurs décimales approchées à 10^{-4} près.

PROBLÈME **10 points**

Une entreprise achète une machine 30 000 F. Elle peut la revendre au bout de t années au prix de

$$v(t) = \frac{30}{0,5t+1} \quad \text{pour} \quad 0 \leqslant t \leqslant 8.$$

où t est exprimé en années et $v(t)$ en milliers de francs (en abrégé kF).

1. **a.** Au bout de combien d'années la machine aura-t-elle perdu 50 % de sa valeur à l'achat ?

   b. Quelle est sa valeur de revente au bout de 4 ans ?

   c. La différence, exprimée en kF, entre le prix d'achat de la machine et son prix de revente au bout de t années est, $D(t) = 30 - v(t)$.
   Montrer que D est une fonction croissante sur l'intervalle $[0 ; 8]$.

2. On peut exprimer le coût total d'entretien en kF, pour une durée de t années d'utilisation, par

$$E(t) = 2,5\mathrm{e}^{0,4t} - t - 2,5.$$

   a. Calculer $E'(t)$, où E' désigne la fonction dérivée de E.

   b. En déduire que E est une fonction croissante sur l'intervalle $[0 ; 8]$.

3. **a.** Vérifier que le coût total (en kF) d'usage de cette machine est :

$$f(t) = D(t) + E(t) = 27,5 - \frac{30}{0,5t+1} + 2,5\mathrm{e}^{0,4t} - t.$$

   b. Déduire des questions précédentes le sens de variation de f sur $[0 ; 8]$.

   c. Tracer la courbe représentative Γ de f, dans le plan muni d'un repère rectangulaire, avec pour unités : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 4 kF sur l'axe des ordonnées.
   On pourra utiliser les valeurs approchées suivantes :

t	0	1	2	3	4	4,5	5	6	7	8
$f(t)$	0	10,23	16,06	20,80	25,88	28,9,	32,40	41,56	54,94	74,83

4. Le coût moyen d'utilisation, en kF et au bout de t années, est égal à

$$U(t) = \frac{f(t)}{t} \quad \text{avec } 1 \leqslant t \leqslant 8.$$

   a. Soit M le point d'abscisse t de la courbe Γ. Montrer que $U(t)$ est le coefficient directeur de la droite (OM).

   b. Déterminer graphiquement la valeur de t pour laquelle $U(t)$ est minimum.

   c. On admet que la fonction dérivée de U peut s'écrire sous la forme $U'(t) = \dfrac{g(t)}{t^2}$, où g est une fonction continue dont le tableau de variation est le suivant :

t	1		2,7		8
$g(t)$	$-3,0$	$\searrow$	$-6,8$	$\nearrow$ 1	118

   Montrer que g s'annule en un point et un seul de $[1 ; 8]$, que l'on notera a.
   On admettra que l'on a, $4,4 \leqslant a \leqslant 4,5$.

   d. Dresser le tableau de variation de U et vérifier que U admet un minimum.

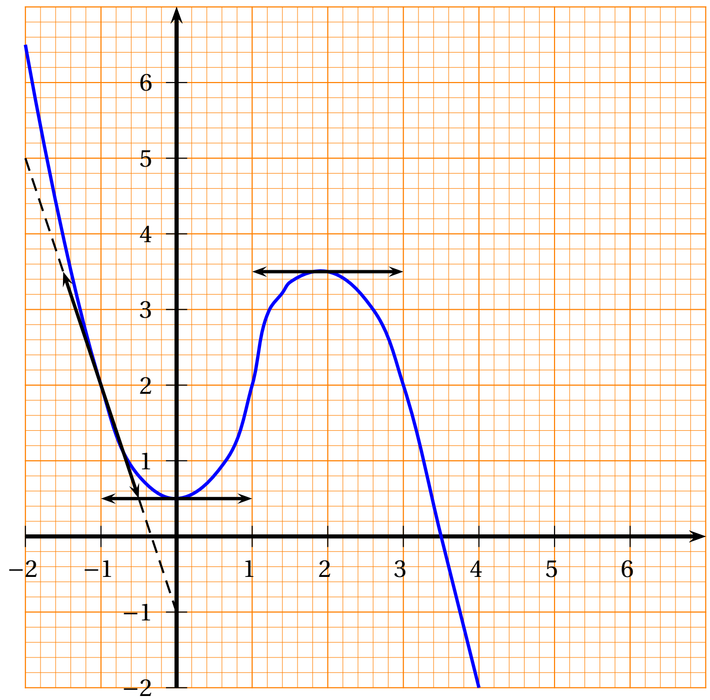
∾ Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 1995 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Toutes les réponses de cet exercice doivent être justifiées avec soin.

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ *on considère la courbe ci-dessous, représentant une fonction définie et dérivable sur l'intervalle* $[-2~;~4]$.



1. **a.** Lire $f(0)$, $f(-1)$, $f'(-1)$ et $f'(2)$.

   b. Déterminer la dérivée logarithmique de f en -1 et en 2.

2. **a.** Déterminer graphiquement le signe de f et de sa dérivée f.

   b. Expliquer pourquoi la fonction $\ln f$ (c'est-à-dire logarithme népérien de f) est définie sur l'intervalle $[-2~;~3,5[$.

3. Déterminer les variations de $\ln f$ par les deux méthodes suivantes :

   a. MÉTHODE 1 : Donner le signe de la dérivée de $\ln f$, et en déduire le tableau de variations de lnf.

   b. MÉTHODE 2 : Sachant que lnf est la composée de f suivie de ln (c'est-à-dire $\ln \circ f$), dresser les tableaux de variations des fonctions f et ln puis en déduire celui de $\ln f$.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Cet exercice comporte deux questions indépendantes l'une de l'autre.

1. Un libraire vend des livres scientifiques, des livres de littérature et divers autres livres dans les proportions suivantes :

   — livres scientifiques : 20 % des ventes ;

— livres de littérature : 38 % des ventes ;
— divers autres livres 42 % des ventes.

Dans chacune de ces trois catégories, il y a des livres scolaires et des livres non scolaires.

Pour chaque livre vendu, le libraire remplit une fiche de renseignements. Il a constaté que :

— 80 % des livres scientifiques sont des livres scolaire ;
— 70 % des livres de littérature ne sont pas scolaires ;
— 50 % des divers autres livres ne sont pas scolaires.

Le libraire prend une fiche au hasard dans son fichier.

a. Quelle est la probabilité pour qu'elle corresponde à un livre scientifique et scolaire ?

b. Quelle est la probabilité pour qu'elle corresponde à un livre non scolaire ?

2. Au cours d'une semaine promotionnelle, pour tout achat dans cette librairie d'un ou plusieurs livres, une enveloppe cachetée contenant un seul billet est remise à chaque client.

Si elle contient :

— un billet vert, le client gagne 100 francs ;
— un billet jaune, le client gagne 20 francs ;
— un billet blanc, le client ne gagne rien.

Pendant cette semaine, 1 000 personnes ont reçu une enveloppe et toutes les enveloppes ont été distribuées. Dans ces 1 000 enveloppes, il y a 10 billets verts 30 billets jaunes et les autres sont blancs.

Soit X la variable aléatoire correspondant, en francs, au montant du gain.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Déterminer l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Depuis qu'il est à la retraite, un homme tond sa pelouse tous les samedis, il recueille chaque fois 120 litres de gazon qu'il stocke dans un bac à compost de 300 litres.

Chaque semaine les matières stockees perdent, après decomposition ou prelèvement les trois quarts de leur volume.

Soit V_1, V_2, V_3 les volumes en litres stockes respectivement les premier, deuxième et troisième samedis après la tonte.

De manière generale, soit V_n le volume stocke le n-ième samedi après la tonte.

1. **a.** Montrer que $V_1 = 120$ litres, $V_2 = 150$ litres, $V_3 = 157,5$ litres.

b. Calculer les volumes V_4, V_5, V_6 exprimes en litres, stockes respectivement les quatrième, cinquième, sixième samedis après la tonte.

2. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n.

3. On definit, pour tout $n \geqslant 1$, t_n par : $t_n = 160 - V_n$.

a. Montrer que (t_n) est la suite geometrique de premier terme $t_1 = 40$ et de raison $\frac{1}{4}$.

b. En deduire les expressions de t_n puis de V_n en fonction de n.

c. Determiner la limite de (t_n) puis celle de (V_n).

PROBLÈME **10 points**

Partie A

On considère les fonctions h et p définies sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = \mathrm{e}^x \quad \text{et} \quad p(x) = x^2.$$

1. Tracer les courbes représentatives de h et p dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.
2. Ces deux courbes se coupent en un point A d'abscisse α.
   Montrer que a est solution de l'équation $x^2\text{e}^x = 1$ et lire sur le graphique une valeur approchée de α à 0,1 près.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2\text{e}^x - 1.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 2cm.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.

   b. Vérifier que $f(x) = \dfrac{x^2}{\text{e}^x} - 1$ et en déduire la limite de f en $+\infty$.
   Interpréter graphiquement ce résultat.
2. Étudier les variations de f et donner son tableau de variations.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique comprise entre -1 et 0 et que cette solution est α.

   b. Donner un encadrement de αà 10^{-2} près.
4. Déterminer une équation de la droite tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
5. Construire les tangentes et l'asymptote trouvées, ainsique $\mathscr{C}_f$.
6. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x^2 + 2x + 2)\text{e}^{-x}$.

   a. Déterminer $g'(x)$.

   b. En déduire la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers juin 1995 ∽

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Une étude a été faite sur la fréquentation du cinéma dans une ville française pendant un mois.

Dans cette ville, 25 % des habitants sont dans la tranche d'âge 0–14 ans (les « enfants ») et 20 % des habitants sont dans la tranche d'âge 15–25 ans (les « jeunes »). Les autres habitants seront dits « adultes ».

On choisit au hasard un habitant de cette ville.

On note E, J, et A les évènements suivants :

— E « l'habitant choisi est dans la tranche 0–14 ans » ;

— J « l'habitant choisi est dans la tranche 15–25 ans » ;

— A « l'habitant choisi est un adulte ».

On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de séances auxquelles l'habitant choisi a assisté pendant un mois.

L'étude menée permet d'établir les tableaux de probabilités conditionnelles suivants :

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i / E)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i) / J)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i / A)$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

Par exemple, $p(X = 2)/J$ désigne la probabilité pour que l'habitant choisi aille deux fois par mois au cinéma, sachant qu'il est jeune.

1. Déterminer la probabilité pour que l'habitant choisi :
   a. soit adulte ;
   b. soit jeune et aille deux fois par mois au cinéma.
2. Calculer la probabilité pour que l'habitant choisi aille deux fois par mois au cinéma.
3. **a.** Compléter le tableau suivant pour obtenir la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	0,315	0,280		0,165	

   b. Calculer E(X), l'espérance mathématique de X.
   Interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement obligatoire

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation :

$$x^2 - 4x - 5 = 0.$$

2. En déduire la résolution, dans l'ensemble des nombres réels, des équations suivantes :
   a. $(\ln x)^2 - 4\ln x - 5 = 0$.
   b. $\ln(x-3) + \ln(x-1) = 3\ln 2$.

c. $e^{x} - 4 = 5e^{-x}$.

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement de spécialité

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = e$ et, pour tout entier naturel n,
$u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.
On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = \ln u_n$.

1. **a.** Montrer que, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}v_n$; en déduire que v_n est le terme général d'une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
   b. Donner l'expression de v_n en fonction de n. En déduire celle de u_n en fonction de n.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ et $P_n = u_0 \times u_1 \times \cdots \times u_n$.
   a. Montrer que $P_n = eS_n$.
   b. Exprimer S_n en fonction de n.
   c. En déduire l'expression de P_n en fonction de n.
3. Déterminer la limite de la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$; en déduire celle de la suite $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

PROBLÈME **12 points**

Le but du problème est de déterminer le prix d'équilibre d'un produit. On rappelle que le prix d'équilibre d'un produit est obtenu lorsque l'offre et la demande sont égales.

Prix proposé	x_i	0,30	0,35	0,45	0,65	0,80	1
Demande	y_i	6,25	4,90	3,75	2,75	2,40	2,25
Offre	z_i	1,251	1,301	1,301	1,501	1,551	1,60

Une étude faite sur ce produit a donné les résultats suivants (le prix au kilogramme est exprimé en francs et les quantités pour l'offre et la demande sont exprimées en milliers de kilogrammes).
Dans ce problème, on utilisera, pour les calculs statistiques, les fonctions de la calculatrice (le détail de ces calculs n'est pas demandé). Tous les résultats numériques seront donnés en valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

1. Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté au repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 10 cm pour 1 franc en abscisse et 2 cm pour 1 millier de kilogrammes en ordonnée.
   Représenter sur le même graphique les nuages de points associés respectivement aux séries statistiques $(x_i ; y_i)$ et $(x_i ; z_i)$.
   Pour ces représentations, on recommande de prendre le papier millimétré dans le sens de la largeur et de figurer par des signes différents (croix ou points par exemple) les points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ et ceux de coordonnées $(x_i ; z_i)$ respectivement.
2. **Étude de la demande**
   La forme du nuage de points associé à la série $(x_i ; y_i)$ permet d'envisager un ajustement exponentiel de y en x. On pose donc $Y_i = \ln y_i$.
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; Y_i)$. Un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de Y en x est-il satisfaisant ? Pourquoi ?
   b. Donner alors une équation de la droite de régression de Y en x sous la forme $Y = ax + b$. Grâce à l'égalité $Y_i = \ln y_i$, en déduire une estimation de la demande y, en fonction du prix x au kilogramme.
3. **Étude de l'offre**
   La forme du nuage de points associé à la série $(x_i ; z_i)$ permet d'envisager un ajustement affine de z en x.

a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ z_i)$.

Un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de z en x est-il satisfaisant ? Pourquoi ?

b. Donner alors une équation de la droite de régression de z en x sous la forme $z = mx + p$.

4. Étude graphique du prix d'équilibre

On considère, dans la suite du problème, que la demande et l'offre sont respectivement formalisées par les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-\ 1,41x+2,08}$ et $g(x) = 0,53x + 1,10$.

a. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0, 2]$ et dresser son tableau de variations.

b. Sur le graphique du 1), tracer les courbes représentatives des fonctions f et g.

c. Déterminer graphiquement le prix d'équilibre du produit.

5. Étude numérique du prix d'équilibre

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par

$$h(x) = f(x) - g(x).$$

a. Déterminer le sens de variation de la fonction h sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ et dresser son tableau de variations.

b. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[0\,;\,2]$ une solution unique x_0. Donner une valeur approchée décimale à 10^{-1} près de x_0.

c. Quel est le prix d'équilibre du produit considéré ?

Baccalauréat ES La Réunion juin 1995

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

À propos de pourcentages

1. Dans un pays X, l'inflation était de 15 % au cours du mois d'octobre 1994. S'il en est de même au cours du mois de novembre 1994, peut-on dire que l'inflation aura été de 30 % sur l'ensemble des 2 mois ?

   Justifier.

2. Deux sociétés A et B proposent à leurs clients les placements suivants :

   A propose un intérêt de 9 % par an.

   B propose un intérêt de 0,75 % par mois.

   Dans les deux cas, les intérêts sont ajoutés au capital à la fin de chaque période de référence ; année pour A, mois pour B.

   a. Si un client place un capital de 1 000 000 F, que sera devenu ce capital au bout d'une année dans les deux cas ?

   b. Laquelle des deux sociétés offre le placement le plus avantageux pour les clients ?

3. Dire qu'un taux mensuel de t % est équivalent à un taux annuel de t' % signifie qu'une somme placée au taux mensuel de t % acquiert, au bout d'un an, la même valeur que si elle avait été placée au taux annuel de t' %. On a donc :

$$1+\frac{t'}{100}=\left(1+\frac{t}{100}\right)^{12}.$$

   Calculer t à 10^{-2} près pour que t' soit égal à 15 (on pourra utiliser la fonction logarithme).

Exercice 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

On lance simultanément un dé cubique bleu et un dé cubique rouge. Les faces de chacun de ces deux dés sont numérotées de 1 à 6.

À chaque lancer apparaît donc un couple de nombres. On suppose tous les résultats équiprobables.

On désigne par E l'évènement « la somme des deux nombres est supérieure ou égale à 10 ».

1. Montrer que la probabilité de E est égale à $\frac{1}{6}$.
2. On lance ces deux dés 10 fois de suite. Quelle est la probabilité que l'évènement E soit réalisé exactement 3 fois ? (on donnera une valeur décimale arrondie à 10^{-3} près).
3. On lance les deux dés n fois de suite.

   a. Montrer que la probabilité p_n que E soit réalisé au moins une fois est égale à $1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$.

   b. Quel est le nombre minimum de lancers pour que cette probabilité p_n soit supérieure à $0,9$?

   c. Quelle est la limite de p_n quand n tend vers $+\infty$?

Problème **5 points**

1. On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x.$$

(ln désigne le logarithme népérien)
g' désignant la fonction dérivée de g, calculer $g'(x)$.
Étudier le sens de variation de g. Calculer $g(1)$.
En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

2. On désigne par f la fonction définie sur L'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = -x + 5 - 2\frac{\ln x}{x}.$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).

a. Étudier les limites de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et quand x tend vers 0.

b. f' désignant la fonction dérivée de f, calculer $f'(x)$. Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
En déduire le signe de f'. Dresser le tableau de variations de f.

c. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 5$ est une asymptote à la courbe (C). Étudier la position de (C) par rapport à (D).

d. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1~;~5]$. Donner un encadrement de α d'amplitude 10-1 ?

e. Tracer (D) et (C).

3. **a.** Calculer la dérivée de la fonction u définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$u(x) = (\ln x)^2.$$

En déduire une primitive H de la fonction h définie ln x sur $]0~;~+\infty[$ par

$$h(x) = \frac{\ln x}{x}.$$

b. On désigne par E la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.
Mettre E en évidence sur le graphique.
Calculer l'aire, en cm^2, de cette partie E.

Baccalauréat ES Asie juin 1995

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

On a relevé dans le T. E. F. (Tableaux de l'économie française) de l'année 1994 les prestations sociales concernant la santé reçues par les ménages, en France, au cours d'un certain nombre d'années.

Année	1988	1989	1990	1991	1992	1993
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Dépenses de santé y_i (en milliards de francs)	368	395	420	443	468	487

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique (on choisira des unités convenables de façon à utiliser au mieux toute la feuille de papier millimétré ; en particulier on mettra 300 à l'origine sur l'axe des ordonnées).
   (Les résultats numériques des questions 2 et 3 seront arrondis à 10^{-3} près.)
2. **a.** Déterminer une équation de la droite de régression de y en x.
   b. Tracer cette droite de régression sur le graphique de la question 1.
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de y en x.
4. D'après les résultats précédents, et en l'absence de contraintes nouvelles, quel aurait da être le montant approximatif, à 1 milliard de francs près, des prestations de santé, versé en 1994 ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement obligatoire

À la cafétéria, dans la vitrine pâtisserie,
— 60 % des gâteaux sont à base de crème ;
— parmi ceux qui sont à base de crème, 30 % ont aussi des fruits ;
— parmi les gâteaux qui n'ont pas de crème, 80 % ont des fruits.
On prend un gâteau au hasard.

1. **a.** Calculer la probabilité d'avoir un gâteau à base de crème et comportant des fruits.
   b. Calculer la probabilité d'avoir un gâteau avec des fruits mais sans crème.
   c. En déduire que la probabilité d'avoir un gâteau avec des fruits est égale à $0,50$.
2. **a.** Le gâteau pris au hasard comporte des fruits. Quelle est la probabilité qu'il soit à base de crème ?
   b. Le gâteau pris au hasard ne comporte pas de fruit. Quelle est la probabilité qu'il soit à base de crème ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$, par son premier terme $u_0 = 5$ et, pour tout entier n, par la relation de récurrence $u_{n+1} = au_n + 4$ (a est un réel).
On pose $v_n = u_n - 6$ pour tout entier naturel n.

1. Déterminer le réel a pour que la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ soit une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.
2. Dans la suite de l'exercice, on prend $a = \dfrac{1}{3}$.
   Calculer v_n en fonction de n.
   La suite (v_n) est-elle convergente ?

3. Déduire de la question précédente la limite de (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$?
4. **a.** Calculer la somme $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ en fonction de n.
   b. Étudier la convergence de la suite (S_n) définie sur $\mathbb{N}$.
   c. En déduire la limite de la somme $\sum_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ lorsque n tend vers $+\infty$.

PROBLÈME **4 points**

Partie A

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x telle que :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + c \quad \text{où } a, b et c \text{désignent des nombres réels.}$$

On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Calculer les réels a, b et c sachant que la courbe $\mathscr{C}$ possède les propriétés suivantes :
— $\mathscr{C}$ coupe l'axe (O,[) au point d/ordonnée 20.
— $\mathscr{C}$ passe par le point A(- 1 ; 18) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 3.

Partie B

Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -x^3 - 3x^2 + 20.$$

1. Étudier les variations de g.
2. Calculer $g(2)$. Déduire de ce résultat et de l'étude des variations de g l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation : $g(x) > 0$.
3. Représenter graphiquement la fonction g sur $[-2\ ;\ 2[$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   On prendra pour unités : 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
   On notera $\mathscr{C}_1$ la courbe représentative de g.
4. Déterminer la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[-2\ ;\ 1]$.

Partie C

Soit h la fonction numérique définie sur $]-\infty\ ;\ 2[$ par :

$$h(x) = \ln\left(-x^3 - 3x^2 + 20\right).$$

1. Utiliser des résultats de la partie B pour justifier que h est bien définie sur $]-\infty\ ;\ 2[$.
2. **a.** Déterminer les limites de h en $-\infty$ et en 2.
   b. Établir le tableau de variation de h.
3. Construire la courbe représentative $\mathscr{C}_2$ de h sur $[-2\ ;\ 2[$ dans le repère précédent.
4. **a.** En utilisant le graphique, justifier que l'équation, $h(x) = 2$, a une solution unique α dans l'intervalle $[-2\ ;\ 2[$.
   b. Démontrer que α est élément de l'intervalle $\left[1\ ;\ \dfrac{7}{4}\right]$.
   c. Calculer une valeur approchée de α à 10^{-2} près par excès.
   d. L'équation $g(x) = \text{e}^2$ a une solution unique dans $\mathbb{R}$; laquelle ?

∽ Baccalauréat ES Polynésie juin 1995 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une étude statistique de l'INSEE sur la situation des familles françaises a permis de construire le graphique joint ci-après.
On se propose de faire une prévision pour la situation en 1995, en admettant que l'évolution se poursuive de la même façon.

1. **a.** Utiliser le graphique pour compléter le tableau suivant (que l'on recopiera sur la copie) :

Année a_i	1970	1975	1980	1985	1990
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Nombre de naissances hors mariage					
Pourcentage correspondant z_i	6,5				30
$y_i = \ln z_i$					

Les pourcentages z_i seront lus à 0,5 % près et les valeurs de y_i données à 10^{-2} près.

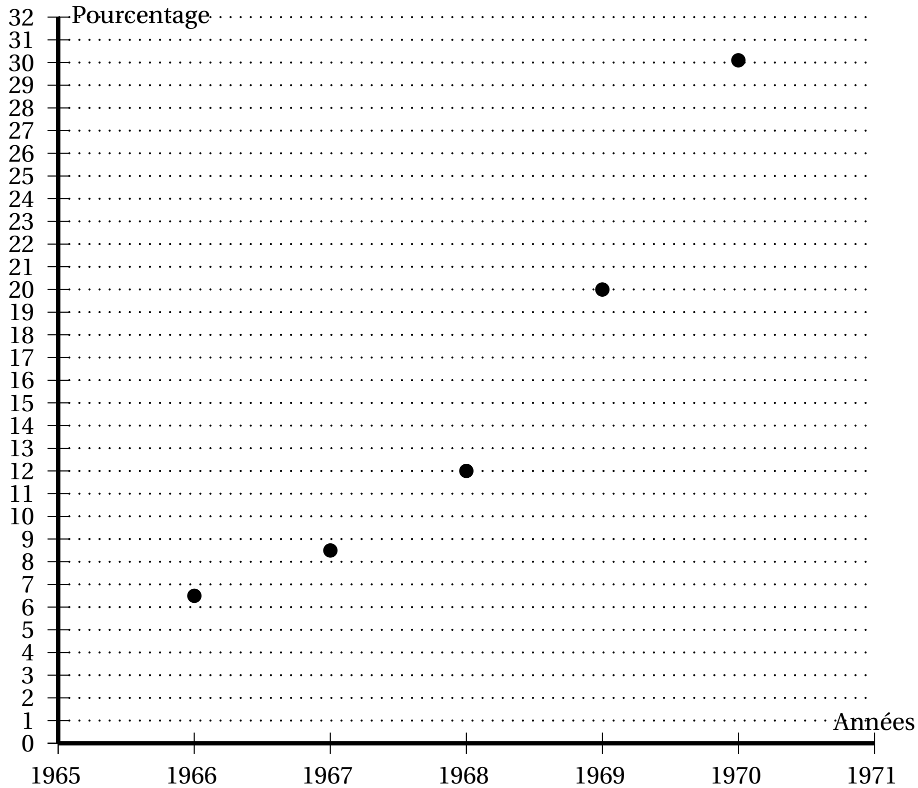
b. Calculer le nombre total de naissances en 1990.

2. Comme le suggère le graphique, un ajustement affine est à rejeter. On va procéder à un ajustement exponentiel. Le détail des calculs n'est pas demandé. Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

a. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, dans le plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 5 cm sur l'axe des ordonnées) dont on choisira convenablement l'origine.

b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Donner l'équation de la droite de régression de y en x, par la méthode des moindres carrés. Représenter cette droite sur le graphique de la question précédente.

c. Quelle valeur de y peut-on prévoir en 1995 ? En déduire une estimation du pourcentage du nombre de naissances hors mariage, par rapport au nombre total de naissances, en 1995.



Document graphique : source INSEE, statistiques de l'état-civil.

Exemple de lecture : en 1980, 229 107 enfants sont nés hors mariage et représentent 30,1 % du total des naissances.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Le but de cet exercice est de vérifier l'efficacitéé d'un vaccin sur une population donnée. On dispose des données suivantes :

i. Un quart de la population a été vaccinée contre la maladie.
ii. Au cours d'une épidémie. on constate qu'il y a 1 vacciné sur 13 parmi les malades.
iii. La probabilité qu'un individu soit malade sachant qu'il est vacciné est égale à $0,1$.

Pour une personne choisie au hasard on notera
M l'évènement « être malade », $\overline{M}$ son contraire,
V l'évènement « être vacciné », $\overline{V}$ son contraire.

1. On choisit au hasard une personne dans la population.
Décrire à l'aide de M et de V les diverses situations possibles de cette personne, en ce qui concerne la vaccination et l'atteinte par la maladie (par exemple : « être malade et être vacciné », etc.).
Traduire, en langage de probabilités, les hypothèses de l'énoncé.

2. Calculer la probabilité de l'évènement « M et V », notée $p(M(]V)$.
En déduire que la probabilité $p(M)$ de l'évènement M est égale à $\dfrac{13}{40}$.

3. Calculer les probabilités des deux évènements suivants :
a. « être malade et ne pas être vacciné », notée $p\left(M \cap \overline{V}\right)$.

b. « être malade sachant que l'on n'est pas vacciné », notée $p\left(M/\overline{V}\right)$.

4. Déterminer le réel k tel que $p(M/V) = kp\left(M/\overline{V}\right)$.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules blanches.
On tire simultanément 2 boules.

1. Quelles sont les probabilités des évènements suivants :
A : « Obtenir 2 boules blanches ».
B : « Obtenir 2 boules rouges ».
C : « Obtenir 2 boules de couleurs différentes ».
Quelle est la probabilité pour qu'il soit satisfait 4 fois sur 5 ?

2. On fixe la règle du jeu suivante : lors d'un tirage de deux boules
— on gagne 10 francs si l'on tire deux boules blanches (évènement A) ;
— on gagne 2 francs si l'on tire deux boules rouges (évènement B) ;
— on perd 5 francs si l'on tire deux boules de couleur différente (évènement C).
On définit ainsi une variable aléatoire X égale au gain, positif ou négatif, associé à une partie.
Quelle est l'espérance de gain au cours d'une partie (espérance mathématique de X) ?

3. On répète 5 fois de suite le tirage, en remettant à chaque fois les boules tirées dans l'urne, de sorte que les tirages successifs peuvent être considérés comme indépendants. Le joueur est satisfait à chaque fois que A est réalisé.
Quelle est la probabilité pour qu'il soit satisfait 4 fois sur 5 ?
On donnera une valeur décimale approchée à 10^{-5} près. -

PROBLÈME **10 points**

L'objectif de ce problème est l'étude de la fonction f définie dans $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{3\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x + 1}$$

et de sa représentation graphique $\mathscr{C}$ dans un plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique : 2 cm).

1. a. Soit la fonction g définie dans $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{3x - 1}{lx + 1}.$$

Étudier les variations de g ; on précisera la limite en $+\infty$.

b. Montrer que la fonction f est la composée de g et d'une fonction à préciser, dont on rappellera le sens de variation.

c. Utiliser b. pour étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$. On déterminera les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ et on en donnera l'interprétation graphique.

2. a. Calculer $\dfrac{f(x) + f(-x)}{2}$.
Il en résulte, ce que l'on admettra, que la courbe $\mathscr{C}$ a le point I(0 ; 1) comme centre de symétrie.

b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

3. a. Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.
Donner une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

b. Utiliser tous les résultats obtenus précédemment pour construire $\mathscr{C}$.

4. a. Démontrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = 4\ln\left(\mathrm{e}^x + 1\right) - x$$

est une primitive de f.

b. Calculer l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$, les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$. On donnera une valeur exacte, puis une valeur approchée en cm^2, au mm^2 près.

Baccalauréat ES Antilles-Guyane septembre 1995

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne, en fonction de l'année, le montant des prêts d'aide, à l'accession à la propriété (les PAP) en milliers de francs.

Année	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PAP : y_i	127	115	113	93	86	78,1	60	48	38	33

(Source : ministère de l'Équipement, du Logement et des Transports)

1. Représenter le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour un rang sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 000 F sur l'axe des ordonnées.

   Ce nuage permet-il d'envisager un ajustement linéaire ?
2. Le détail des calculs n'est pas demandé et les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Interpréter le résultat trouvé.
   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés. Construire cette droite dans le repère précédent.
3. Si la progression se poursuivait dans les mêmes conditions, à partir de quelle année le montant des prêts PAP deviendrait-il nul ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 3x^2 - 5x - 2.$$

   a. Factoriser $f(x)$.
   b. Pour quelle valeur de x, f admet-elle un minimum ?
   Quelle est la valeur minimale de $f(x)$?
   c. Tracer la courbe représentative C de f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. (unités : 3 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.)
2. On pose $b(x) = \dfrac{1}{3x^2 - 5x - 2}$ avec $x \in [0\ ;\ 2[$.
   a. Calculer $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 2 \\ x<2}} b(x)$.
   b. Étudier les variations de b sur l'intervalle $I = [0\ ;\ 2[$.
   c. Tracer la courbe représentative C' de b dans le même repère que C.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Partie A

Un dé cubique A porte inscrits sur ses faces les nombres : $-2, 1, 1, 1, 2n, -n$ (où n est un entier relatif).
On suppose qu'à chaque lancer, les faces de A ont la même probabilité d'apparition.

1. On lance une fois le dé A et on note X le nombre obtenu. On définit ainsi une variable aléatoire. Déterminer la loi de probabilité de X :
   a. lorsque $n = 3$.
   b. lorsque $n = -1$; calculer alors l'espérance mathématique de X.

Dans toute la suite de l'exercice, on donnera à n la valeur -1.

2. On lance A, 6 fois de suite. Déterminer la probabilité d'obtenir 4 fois exactement le nombre 1.

Partie B

Soit B un autre dé cubique dont les faces portent les nombres -3, -2, -1, 1, 2, 3, de telle sorte que les probabilités d'apparition respectives de ces nombres soient six termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $p(-3)$, probabilité d'apparition de la face portant le nombre -3.

1. Déterminer la probabilité d'apparition de chacune des faces de B.
2. On lance le dé A puis de façon indépendante le dé B.
   Quelle est la probabilité pour que la somme des nombres obtenus soit égale à -1 ?

N. B. : On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

PROBLÈME **11 points**

Une entreprise fabrique un solvant pour peinture. On désigne par x le nombre de m^3 de solvant produits chaque jour ; $x \in [1\ ;\ 6]$. Le coût total de production de ces x mètres cubes, en milliers de francs (kF) est :

$$C_t(x) = \frac{x^2}{4} + 2,8 + 2\ln x.$$

On cherche à déterminer le prix de vente pour que l'entreprise fasse des bénéfices.

Partie A

Étude de la fonction « coût total « C_t

1. Étudier les variations de C_t sur $[1 ; 6]$. (Ces variations pourront être déduites de celles des fonctions $x \longmapsto \dfrac{x^2}{4} + 2,8$ et $x \longmapsto 2\ln x$).
2. **a.** Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$C_t(x)$ à 10^{-1} près											

   b. Tracer dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la représentation graphique C de la fonction C_t (unités : 2 cm pour 1 m^3 et 1 cm pour 1 kF).

Partie B

Étude de la fonction « coût moyen » C_m

Pour une production journalière de x mètres cubes, le coût moyen de production en milliers de francs de 1 m^3 est

$$C_m(x) = \frac{C_t(x)}{x}.$$

1. Écrire $C_m(x)$ en fonction de x.
2. Démontrer que pour tout réel x de $[1\,;\,6]$, $C_m(x)$ a le même signe que $f(x) = x^2 - 3,2 - 8\ln x$.
3. **a.** Étudier les variations de la fonction f sur $[1\,;\,6]$.

   b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique α dans $[1\,;\,6]$, puis déterminer une valeur approchée par excès de α à 10^{-1} près.

   Dans la suite du problème, on utilisera cette valeur dans les calculs.

   c. En déduire le signe de $f(x)$ sur $[1\,;\,6]$.
4. **a.** Étudier les variations de la fonction Cm sur $[1\,;\,6]$.

   b. Quel est le coût minimal de production de 1 m^3 de solvant ? Pour quelle production ?

   c. Comment faut-il choisir le prix de vente de 1 m^3 de solvant pour que l'entreprise puisse faire des bénéfices ?

Baccalauréat ES La Réunion septembre 1995

EXERCICE 1 **5 points**

- À propos de pourcentages

1. Dans un pays X, l'inflation était de 15 % au cours du mois d'octobre 1994. S'il en est de même au cours du mois de novembre 1994, peut-on dire que l'inflation aura été de 30 % sur l'ensemble des 2 mois ? Justifier.
2. Deux sociétés A et B proposent à leurs clients les placements suivants :

   A propose un intérêt de 9 % par an.

   B propose un intérêt de 0,75 % par mois.

   Dans les deux cas, les intérêts sont ajoutés au capital à la fin de chaque période de référence : année pour A, mois pour B.

   a. Si un client place un capital de 1 000 000 F, que sera devenu ce capital au bout d'une année dans les deux cas ?

   b. Laquelle des deux sociétés offre le placement le plus avantageux pour les clients ?
3. Dire qu'un taux mensuel de t % est équivalent à un taux annuel de t' % signifie qu'une somme placée au taux mensuel de t % acquiert, au bout d'un an, la même valeur que si elle avait été placée au taux annuel de t' %.

   On a donc : $1+\dfrac{t'9}{100}=\left(1+\dfrac{0,75t}{100}\right)^{12}$.

   Calculer t à 10^{-2} près pour que t' soit égal à 15. (On pourra utiliser la fonction logarithme.)

EXERCICE 2 **5 points**

On lance simultanément un dé cubique bleu et un dé cubique rouge.
Les faces de chacun de ces deux dés sont numérotées de 1 à 6.
À chaque lancer apparaît donc un couple de nombres. On suppose tous les résultats équiprobables.
On désigne par E l'évènement « la somme des deux nombres est supérieure ou égale à 10 ».

1. Montrer que la probabilité de E est égale à $\dfrac{1}{6}$.
2. On lance ces deux dés 10 fois de suite. Quelle est la probabilité que l'évènement E soit réalisé exactement 3 fois ? (On donnera une valeur décimale arrondie à 10^{-3} près.)
3. On lance les deux dés n fois de suite.

   a. Montrer que la probabilité P_n que E soit réalisé au moins une fois est égale à $1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^n$.

   b. Quel est le nombre minimum de lancers pour que cette probabilité P_n soit supérieure à 0,9 ?

   c. Quelle est la limite de P_n quand n tend vers $+\infty$?

PROBLÈME **10 points**

1. On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x$$

(ln désigne le logarithme népérien).
g' désignant la fonction dérivée de g, calculer $g'(x)$.
Étudier le sens de variation de g. Calculer $g(1)$.
En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0~;~+\infty$.

2. On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = -x + 5 - 2\frac{\ln x}{x}.$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 1 cm).

a. Étudier les limites de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et quand x tend vers 0.

b. f' désignant la fonction dérivée de f calculer $f'(x)$.
Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$. En déduire le signe de f'.
Dresser le tableau de variations de f.

c. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 5$ est une asymptote à la courbe (C).
Étudier la position de (C) par rapport à (D).

d. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1~;~5]$.
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.

e. Tracer (D) et (C).

3. a. Calculer la dérivée de la fonction u définie sur $]0~;~+\infty[$ par $u(x) = (\ln x)^2$.
En déduire une primitive H de la fonction h définie sur $]0~;~+\infty[$ par $h(x) = \dfrac{\ln x}{x}$.

b. On désigne par E la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.
Mettre E en évidence sur le graphique.
Calculer l'aire, en cm^2, de cette partie E.

∽ Baccalauréat ES Métropole septembre 1995 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'épargne des ménages (en milliards de francs) en France, entre 1981 et 1988.

Année	1981	1992	1983	1984	1985	1986	1987	1988
x_i : rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i : épargne des ménages	417	458	459	447	465	463	417	475

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique, dans un plan rapporté à un repère orthogonal; on choisira pour unités graphiques :
   - sur l'axe des abscisses, 1 cm pour une année
   - sur l'axe des ordonnées, 2 cm pour 10 milliards de francs.

   N. B. - On ne cherchera pas à faire apparaître l'origine sur la feuille.
2. **a.** Déterminer le taux d'accroissement annuel de l'épargne des ménages pour chacune des années de 1982 à 1988 (on exprimera le résultat en pourcentage avec une décimale); par exemple, pour 1984, ce taux est :

$$\frac{447-459}{459} = -0,026\,\% \quad \text{soit } -2,6\,\%$$

   b. Quelle est, sur la période 1982–1988, la moyenne M des taux calculés en a.? (On exprimera le résultat en pourcentage.)
3. Pour effectuer une prévision sur le montant ultérieur de l'épargne, on peut utiliser un ajustement logarithmique, de la forme

$$y = a\ln x + b, \quad \text{où } a \text{ et} b \text{ sont deux nombres réels.}$$

   a. Calculer a et b sachant que la courbe d'ajustement passe par les deux points M(1 ; 417) et M(8 ; 475).

   b. En déduire, selon ce procédé, le montant prévisionnel E (arrondi à l'unité prés) de l'épargne des ménages pour 1995.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Dans un immeuble de vacances, il y a 50 studios et 60 appartements de type F1 en location. L'agence chargée de la location fournit les renseignements suivants :

	Type d'appartement			
	Studio		F1	
	Adultes	Enfants	Adultes	Enfants
Nombre de lits	2	2	2	3

Chaque vacancier, adulte ou enfant, a une fiche à l'agence de location.
On suppose que chaque lit est occupé par une seule personne.
Chaque logement est loué par deux adultes avec enfants, et tous les lits sont occupés.
On tire, au hasard, la fiche d'un vacancier de l'immeuble.

1. Quelles sont les probabilités des évènements suivants :
   — S : « Le vacancier habite un studio »;

— F : « Le vacancier habite un F1 » ;
— A : « Le vacancier est un adulte » ;
— E : « Le vacancier est un enfant » ;

2. Quelle est la probabilité de tirer la fiche d'un enfant habitant un F1 ?
3. On tire la fiche d'un enfant. Quelle est la probabilité pour qu'il habite un studio ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Le président d'une association sportive constate que, chaque année, l'association garde 75 % de ses anciens adhérents et qu'il y a 800 nouveaux adhérents.
On suppose que l'évolution du nombre des adhérents reste la même au fil des ans. On se propose d'étudier cette évolution.
On note u_n le nombre d'adhérents au bout de n années.
On sait qu'au démarrage de l'association, il y avait 1 600 adhérents, soit $u_0 = 1600$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Montrer que, pour tout n, $u_{n+1} = 0,75u_n + 800$.
3. On pose $v_n = 3200 - u_n$.
   a. Calculer v_0.
   b. Vérifier que $v_{n+1} = 0,75v_n$. Quelle est la nature de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$?
   En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
   c. En déduire que $u_n = 3200 - 1600 \times (0,75)^n$.
   Étudier la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Que peut-on en déduire concernant le nombre d'adhérents de l'association ?

PROBLÈME **10 points**

On considère les fonctions u et v définies sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$u(x) = \mathrm{e}^{0,5x} \quad \text{et} \quad v(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2.$$

Sur la figure placée à la fin de l'énoncé, on a donné les courbes représentatives $\mathscr{C}_u$ et $\mathscr{C}_v$ de ces deux fonctions, dans le plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).
Les courbes $\mathscr{C}_u$ et $\mathscr{C}_v$ se coupent aux points d'abscisses 0 et α.
La but du problème est de comparer u et v, à travers leur différence puis leur quotient.

Partie A

En utilisant le graphique, on va étudier la différence entre u et v. Pour tout
$x \in [0 ; +\infty[$, on pose $b(x) = v(x) - u(x)$.

1. a. Vérifier que $b'(x) = \frac{1}{2}\left(x + 2 - \mathrm{e}^{0,5x}\right)$.
   b. La droite D d'équation $y = x + 2$ a été tracée sur le graphique. On appelle β l'abscisse du point d'intersection de D et $\mathscr{C}_u$.
   Déterminer graphiquement, suivant les valeurs de x, le signe de $b'(x)$. En déduire les variations de b sur $[0 ; +\infty[$.
2. Soient M et N les points d'abscisse x, situés respectivement sur les courbes $\mathscr{C}_u$ et $\mathscr{C}_v$. On a ainsi $b(x) = y_N - y_M$ où y_M désigne l'ordonnée du point M et y_N l'ordonnée du point N.
   Utiliser cette propriété pour construire, sur la figure donnée et sans faire aucun calcul, la courbe représentative Γ de b. On construira, en particulier, les points d'abscisses $1, 2, \alpha, \beta$ et on indiquera la tangente de Γ en 0.

Partie B

On va maintenant étudier les variations du quotient q des deux fonctions u et v.
Pour tout $x \in [0~;~+\infty[$, soit $q(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ et soit $f(x) = \ln[q(x)]$.

1. Expliquer pourquoi les fonctions q et f ont les mêmes variations.

2. **a.** Montrer que $f(x) = 2\ln(x+2) - 2\ln 2 - \dfrac{x}{2}$.

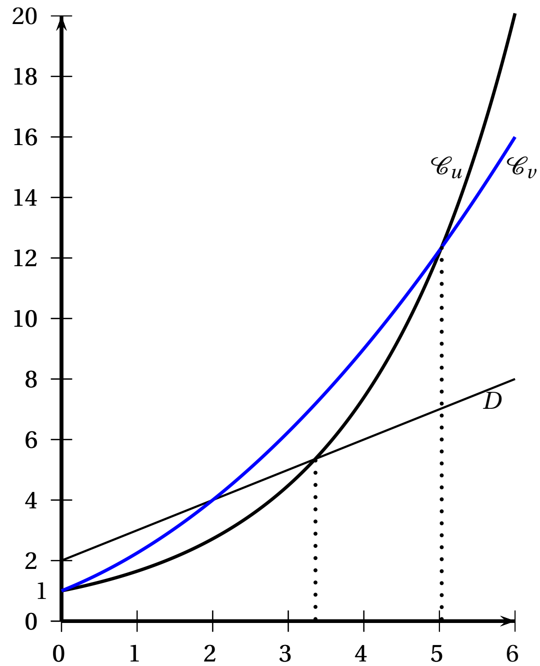
Calculer la dérivée de f, étudier son signe, et en déduire les variations de q.

b. Vérifier que, pour tout $x \in]0~;~+\infty[$,

$$q(x) = \frac{(0,5x)^2}{\mathrm{e}^{0,5x}} \times \frac{(x+2)^2}{x^2}.$$

En déduire la limite de q en $+\infty$.

c. Dresser le tableau de variations de q.



∽ Baccalauréat ES Polynésie septembre 1995 ∾

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

On considère le polynôme

$$P(x) = 2x^3 - 9x^2 + x + 12.$$

1. Calculer $P\left(\dfrac{3}{2}\right)$.
2. Dresser le tableau des valeurs $P(x)$ pour x entier dans l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.
3. Trouver deux racines réelles de l'équation

$$2\text{e}^{3x} - 9\text{e}^{2x} + \text{e}^{x} + 12 = 0.$$

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement obligatoire

Une coopérative agricole peut louer chaque jour, pour la journée, trois tracteurs identiques.
En désignant par N le nombre de tracteurs demandés chaque jour, la coopérative a pu établir les probabilités des valeurs de N sous la forme du tableau suivant

N	0	1	2	3	4	5	6 et plus
p	0,22	0,34	0,26	0,13	0,04	0,01	0

On note X la variable aléatoire égale au nombre de tracteurs loués un jour donné.

1. Donner la loi de probabilité de X.
2. Pour la location d'un tracteur à la journée la coopérative demande 2 400 F à l'utilisateur. Le coût d'entretien de **l'ensemble des tracteurs** est de 800 F par jour, quel que soit le nombre d'engins loués, auquel s'ajoutent 600 F par jour pour chaque engin effectivement utilisé.
   a. Montrer que le bénéfice de la coopérative (en francs) est par jour
   $B = 1\,800X - 800$.
   b. Donner, sous forme de tableau, les différentes valeurs possibles du bénéfice quotidien et les probabilités associées.
   c. Calculer l'espérance mathématique du bénéfice quotidien.

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement obligatoire

Une urne A contient 4 boules noires et 2 boules blanches.
Une urne B contient 1 boule noire et 3 boules vertes.
On tire simultanément trois boules, deux dans l'urne A et une dans l'urne B.

1. **a.** Quelle est la probabilité que les deux boules tirées de A soient noires ?
   Montrer que la probabilité de tirer trois boules noires est égale à $\dfrac{1}{10}$
   (« tirage noir »)
   b. On tire trois boules de trois couleurs différentes ; préciser pour chacune des couleurs l'urne d'origine de la boule correspondante.
   Quelle est la probabilité de l'évènement « les trois boules tirées sont de trois couleurs différentes » ?

2. On répète cinq fois de suite le tirage de trois boules, en remettant à chaque fois les boules tirées dans leurs urnes respectives, de sorte que l'on peut considérer les tirages successifs comme indépendants.

Quelle est la probabilité que, sur les cinq tirages, on ait obtenu deux fois exactement un « tirage noir » ?

N. B. : Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

PROBLÈME **10 points**

N. B. : Toutes les réponses doivent être justifiées.

Soit f la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x + \frac{2}{\mathrm{e}^x + 1}.$$

Sa courbe représentative, dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 3 cm), est notée $\mathscr{C}$.

1. **a.** Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

b. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
En déduire le sens de variation de f dans $\mathbb{R}$, et dresser son tableau de variations.

2. **a.** Montrer que les droites D_1, d'équation $y = x$, et D_2 d'équation $y = x+2$, sont asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$. Préciser les positions de D_1 et de D_2 par rapport à $\mathscr{C}$.

b. Donner une équation de la tangente T de $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0.

c. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant, avec des valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

x	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0
$f(x)$			$-0,24$		0,46	0,74	
x	0,5	1	1,5	2	2,5	3	
$f(x)$	1,26	1,54		2,24		3,09	

d. Représenter D_1, D_2, T et $\mathscr{C}$.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique α dans $[-3 ; 3]$, puis donner un encadrement de α d'amplitude 2.10^{-2}.

4. On se propose de déterminer l'aire $\mathscr{A}$, en cm^2, de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, la droite D_1, et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.

a. Hachurer cette partie du plan sur le graphique.

b. Vérifier que $\dfrac{2}{\mathrm{e}^x + 1} = 2 - \dfrac{2u'(x)}{u(x)}$ où $u(x) = \mathrm{e}^x + 1$ et où u' est la dérivée de u.

En déduire une primitive de $g(x) = \dfrac{2}{\mathrm{e}^x + 1}$.

c. Calculer $\mathscr{A}$; en donner la valeur exacte, puis une valeur décimale approchée à 10^{-2} près par défaut.

Baccalauréat ES Sportifs de haut-niveau octobre 1995

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne, pour les années impaires, le taux de chômage de la population active entre 1973 et 1993 (source : *INSEE - Ministère du travail* 1994).

année	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93
rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
taux de chômage en % (y_i)	2,5	3,9	4,8	6	7,1	8	9,9	10,5	9,8	10,4	12

1. Représenter dans un repère orthonormal (unité graphique : 1 cm) le nuage de points de la série statistique $(x_i ; y_i)$ et placer le point moyen G, après avoir donné ses coordonnées x et y (arrondies à 10^{-1} près).
2. **a.** Déterminer l'approximation décimale arrondie à 10^{-2} près du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; y_i)$ (on ne demande pas de présenter les calculs intermédiaires).
   Un ajustement affine est-il justifié ?

   b. Donner, sous la forme $y = ax + b$, l'équation de la droite de régression de y en x (on donnera pour a et b les approximations décimales arrondies à 10^{-1} près).
   Construire cette droite sur le graphique de la question 1.

   c. Si l'on utilisait l'équation précédente, quel taux de chômage pourrait-on prévoir pour l'année 1995 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Un examen comportant deux épreuves vient d'avoir lieu. On appelle N_1 la note obtenue à la première épreuve, et N_2 celle obtenue à la deuxième. Un étudiant est reçu à l'examen si, à chacune des deux épreuves, sa note est supérieure ou égale à 10.
Le tableau ci-dessous donne une répartition des notes des 350 étudiants qui ont subi les deux épreuves de l'examen.

	$N_1 < 10$	$10 \leqslant N_1 < 12$	$N_1 \geqslant 12$	Total
$N_2 < 10$	70			210
$N_2 \geqslant 10$				
Total	140			350

On sait, de plus, que
- pour 20 % des étudiants, $N_1 \geqslant 12$;
- parmi les étudiants pour lesquels $N_1 \geqslant 12$, il y en a 80 % pour lesquels $N_2 \geqslant 10$.

1. Recopier et compléter le tableau précédent. On expliquera seulement pourquoi il y a 56 étudiants pour lesquels $N_1 \geqslant 12$ et $N_2 \geqslant 10$.
2. On décide de choisir au hasard un étudiant parmi les 350 qui ont subi les deux épreuves de l'examen.
   À l'aide du tableau, donner les probabilités que :

   a. ses deux notes soient strictement inférieures à 10 ;

   b. sa note à la deuxième épreuve soit strictement inférieure à 10, sachant que la note qu'il a obtenue à la première épreuve est strictement inférieure à 10 ;

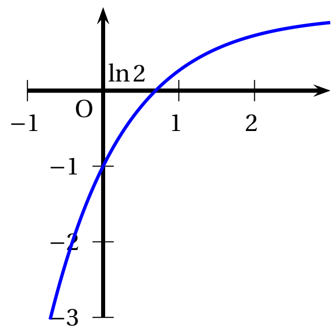
   c. cet étudiant soit reçu à l'examen.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

Étude graphique de f sur $[-1 ; 3]$

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, dont la dérivée est notée f'.
À l'aide d'un ordinateur, on a tracé ci-dessous la courbe Γ, représentative de f' sur l'intervalle $[-1 ; 3]$, dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.



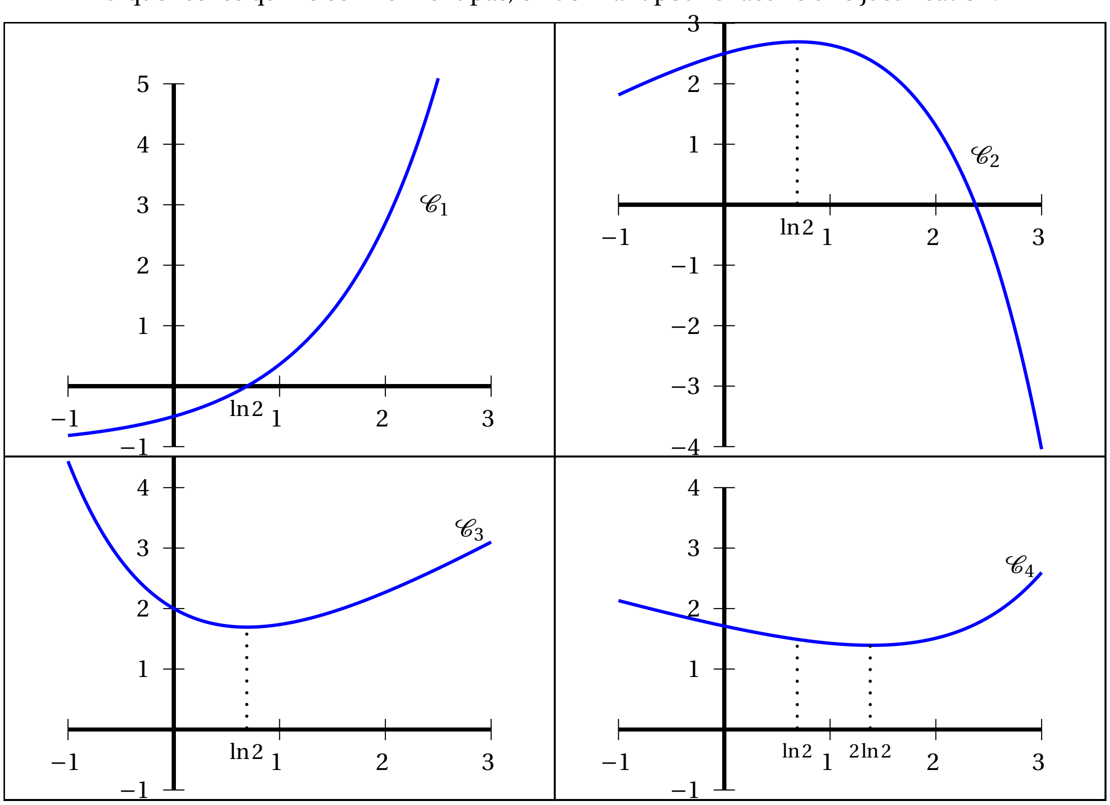
Représentation graphique de f'

On répondra, à l'aide de cette figure, aux questions posées dans cette partie.

1. **a.** Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-1 ; 3]$.
   Préciser pour quelle valeur de x, la fonction f admet un extremum.

   b. $\mathscr{C}_f$ désignant la courbe représentative de f dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, donner le coefficient directeur de la tangente de cette courbe, au point d'abscisse 0.

2. Parmi les courbes $\mathscr{C}_1, \mathscr{C}_2, \mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ représentées ci-dessous, se trouve la courbe $\mathscr{C}_f$.
   Indiquer celles qui ne conviennent pas, en donnant pour chacune une justification.



Partie B

Étude de la fonction f sur $\mathbb{R}$

Dans cette partie, on se propose d'étudier sur $\mathbb{R}$, par le calcul, la fonction f de la partie A.
On admet que f est définie, pour tout x de $\mathbb{R}$, par

$$f(x) = x + 2\mathrm{e}^{-x}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b. Montrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$ et préciser la position relative de D et de $\mathscr{C}_f$.

2. Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = \mathrm{e}^{-x}\left(x\mathrm{e}^{x} + 2\right)$.
En déduire la limite de f en $-\infty$ (on admet que $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^{-x} = 0$).

3. Calculer $f'(x)$. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

4. **a.** Déterminer une équation de la tangente de $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

b. Existe-t-il des droites tangentes à $\mathscr{C}_f$ parallèles à D ?
Justifier la réponse.

5. Calculer $\displaystyle\int_0^{\ln 2} f(x)\,\mathrm{d}x$.
On donnera la valeur exacte, puis l'approximation décimale arrondie à 10^{-2} près.
Décrire une partie du plan ayant pour aire (en unité d'aire) la valeur trouvée.

∽ Terminale ES Nouvelle-Calédonie novembre 1995 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Le niveau sonore $d(I)$, en décibels (db), d'un son d'intensité I est donné par la formule :
$d(I) = \dfrac{10}{\ln 10}(\ln I - \ln I_0)$, où I_0 est l'intensité du seuil d'audibilité de l'oreille humaine.

1. Une voix humaine produit un son dont l'intensité I est égale à $10^6 I_0$.
   Calculer le niveau sonore $d(I)$, en décibels, atteint par cette voix humaine.
2. Calculer $\dfrac{I_1}{I_0}$, $\dfrac{I_2}{I_0}$ puis $\dfrac{I_2}{I_1}$ lorsque :
   I_1 correspond à un niveau sonore de 90 db (au-delà de ce niveau, on considère qu'il y a danger et risque de surdité).
   I_2 correspond à un niveau sonore de 120 db (c'est le niveau sonore atteint par un concert des « Who » en 1976).
3. Dans cette question, I_1 et I_2 désignent des intensités quelconques ; on suppose $I_1 \leqslant I_2$.
   a. Montrer que $d(I_2) - d(I_1) = \dfrac{10}{\ln 10}(\ln I_2 - \ln I_1)$.
   b. Calculer cette différence $d(I_2) - d(I_1)$, arrondie au dixième le plus proche, lorsque $I_2 = 2I_1$.
   c. Déterminer $\dfrac{I_2}{I_1}$ lorsque $d(I_2) - d(I_1) = 15$, puis justifier l'affirmation suivante :
   « 115 décibels, c'est environ 32 fois plus fort que 100 décibels ».

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Au secrétariat d'un lycée, chaque élève a un dossier scolaire. Tous ces dossiers sont regroupés dans une même armoire. On a les données suivantes :

— 20 % des élèves de ce lycée sont internes, 50 % sont demi-pensionnaires et 30 % sont externes ;
— 60 % des internes sont des garçons ;
— 50 % des demi-pensionnaires sont des filles ;
— 10 % des externes sont des garçons.

1. On extrait au hasard un dossier d'élève de l'armoire. Quelle est la probabilité d'obtenir le dossier :
   a. d'une fille interne ?
   b. d'une fille ?
   c. d'un garçon ?
   d. d'un demi-pensionnaire sachant que c'est le dossier d'une fille ?
2. Soit A l'évènement « le dossier extrait est celui d'un garçon externe ».
   Montrer que la probabilité de A est égale à 0,03.
3. On extrait au hasard un dossier de l'armoire, on regarde ce que l'on obtient, puis on le replace dans l'armoire. On répète cinq fois cette expérience.
   a. Quelle est la probabilité d'obtenir ainsi, les dossiers de cinq garçons externes ?
   b. Quelle est la probabilité d'obtenir ainsi, les dossiers de cinq garçons externes ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

On a rangé en vrac dans une boîte neuf cartes postales indiscernables au toucher. Cinq de ces cartes proviennent de France, une provient d'Australie et trois des États-Unis.

Partie A - On tire simultanément et au hasard 3 cartes de la boîte.

1. Montrer que la probabilité de n'obtenir aucune carte de France parmi les 3 cartes tirées est égale à $\dfrac{1}{21}$.
2. Calculer la probabilité des évènements suivants :

   E1 : « Lors d'un tirage, obtenir une carte de chaque pays ».

   E2 : « Lors d'un tirage, obtenir au moins une carte de France ».

3. Soit X la variable aléatoire qui associe, à chaque tirage de 3 cartes de la boîte, le nombre de cartes de France obtenues.
   Déterminer la loi de probabilité de X. Les différentes probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles et le résultats seront rassemblés dans un tableau.

Partie B -

1. On répète ce tirage cinq fois de suite en remettant à chaque fois les 3 cartes tirées dans la boîte. Quelle est la probabilité de l'évènement : « lors de ces cinq tirages, deux fois et deux fois seulement, on n'obtient aucune carte de France ».
   Donner une valeur approchée à 10^{-3} près du résultat.
2. On répète ce tirage n fois de suite en remettant à chaque foi les 3 cartes tirées dans la boîte. À partir de quelle valeur de n, la probabilité d'obtenir au moins un tirage sans carte de France est-elle supérieure ou égale à 0,95 ?

PROBLÈME **5 points**

La fonction f est une fonction numérique définie sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$.
On sait qu'il existe deux réels a et b tels que :

$$\text{pour tout } x > -1,\ f(x) = 2 + \frac{a}{(x+1)} + \frac{b}{(x+1)^2},$$

de plus, le tableau de variation de f est donné ci-dessous (où f' désigne la fonction dérivée de f) :

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$		$-$	
$f(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{9}{4}$	$\searrow$	2

1. **a.** Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b.

   b. En utilisant les données du tableau de variation de f et la question a., déterminer les réels a et b.

   On trouve donc : pour tout $x > -1$,

   $$f(x) = 2 + \frac{1}{(x+1)} + \frac{1}{(x+1)^2}.$$

2. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une seule solution α et que α appartient à l'intervalle $[-0,5\,;\,0]$. Donner une valeur approchée décimale de α à 10^{-1} près par défaut.
3. Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).
   Soit (C) la courbe représentative de f dans ce repère. Déduire du tableau de variation de f que (C) possède deux asymptotes (d_1) et (d_2) dont on donnera une équation. Construire (C), (d_1) et (d_2).

4. **a.** Étudier le signe de $f(x)$ sur $]-1\ ;\ +\infty[$ en utilisant le tableau de variation.

   b. Déterminer une primitive de f sur $]-1\ ;\ +\infty[$.

   c. Calculer l'aire, en cm^2, de la partie du plan située entre la courbé (C), l'axe des abscisses du repère et les droites d' équations $x = -\dfrac{1}{2}$ et $x = 1$.

5. Soit g la fonction définie sur $\left]-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par $g(x) = \ln(f(x))$. En utilisant les fonctions composées, déduire les variations de g de celles de f.

Baccalauréat ES Amérique du Sud décembre 1995

EXERCICE 1 **6 points**

Le tableau ci-dessous donne l'indice des prix en France de 1950 à 1990.

Année	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
Rang de l'année : x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Indice : y	100	131	176	212	262	400	658	1 040	1 211

Source : *Quid 1995.*

(Tous les résultats demandés seront arrondis à 10^{-4} près.)

1. **a.** Représenter graphiquement le nuage de points $M(x\,;\,y)$.
   On prendra pour origine du repère le point correspondant à $x = 0$ et
   $y = 100$.
   1 cm pour 5 années en abscisses.
   1 cm pour 100 points d'indice en ordonnées.

   b. Expliquer pourquoi on ne peut pas envisager un ajustement linéaire de cette série statistique.
2. On pose $t = \ln y$ (ln désigne le logarithme népérien).

   a. Donner le tableau de la nouvelle série statistique $(x\,;\,t)$.

   b. Représenter le nuage de points $P(x\,;\,t)$.
   On prendra pour origine du repère le point correspondant à $x = 0$ et $t = 0$.
   1 cm pour 5 années en abscisses.
   1 cm pour 1 unité en ordonnées.
3. (Pour les résultats suivants, le détail des calculs n'est pas demandé.)

   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et t.
   Que peut-on en déduire ?

   b. Déterminer une équation de la droite de régression de t en x par la méthode des moindres carrés.
   Construire cette droite sur le graphique.

   c. En supposant que la tendance ne change pas, donner une estimation de l'indice des prix en 1993.

EXERCICE 2 **4 points**

On considère un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
On désigne par P_i la probabilité d'apparition de la face numérotée i lors d'un lancer du dé.
Ces probabilités vérifient les trois conditions suivantes :

- P_1, P_3, P_5 sont, dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $\frac{1}{8}$.
- P_2, P_4, P_6 sont, dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
- $3P_1 = 2P_2$.

1. Exprimer tous les P_i en fonction de P_1.
   En déduire la valeur de P_1. Vérifier que $P_6 = \dfrac{1}{24}$.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair lors d'un lancer du dé ?
3. On lance le dé 6 fois de suite.

   a. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois le nombre 6 ?

b. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le nombre 6 ?
(Ces deux résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 10^{-4} près.)

PROBLÈME **10 points**

Partie I

On désigne par g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = 1 - x\text{e}^{-x}.$$

1. Soit g' la fonction dérivée de la fonction g. Calculer $g'(x)$ et vérifier que $g'(x) = (x-1)\text{e}^{-x}$.
2. Étudier le sens de variation de la fonction g et dresser le tableau de variations. (Les limites de g aux bornes de $\mathbb{R}$ ne sont pas demandées).
3. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie II

On désigne par f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 2 + (x+1)\text{e}^{-x}.$$

Soit (C) ja courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

1. **a.** Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
   b. f' désignant la fonction dérivée de f, calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = g(x)$.
   c. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variation.
2. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe (C).
   Préciser la position de la courbe (C) par rapport à cette asymptote.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $[-2\,;\,-1]$.
   À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
4. Tracer (D) et (C) dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie III

1. Soit H la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$H(x) = (-x-2)\text{e}^{-x}.$$

   Démontrer que H est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction h définie par $h(x) = (x+1)\text{e}^{-x}$.
2. Soit λ un nombre réel strictement positif.
   Exprimer en fonction de λ l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \lambda$. Quelle est la limite de cette aire quand λ tend vers $+\infty$?

↫ Baccalauréat ES 1996 ↬

L'intégrale d'avril à décembre 1996

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat ES Pondichéry mars 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour étudier la progression d'une épidémie de grippe, une enquête est faite auprès d'un échantillon de 1 000 personnes ; le tableau ci-dessous donne le nombre $N(t)$ d'individus ayant été contaminés, à la date t, exprimée en jours.

t	1	2	5	10	15	20
$N(t)$	88	172	306	420	485	500

On considère qu'après 20 jours l'épidémie est terminée, c'est-à-dire que le nombre total de personnes ayant été contaminées ne varie plus.
Dans ce problème, on utilisera, pour les calculs statistiques, les fonctions de la calculatrice (le détail de ces calculs n'est pas demandé).

1. **a.** Dans un plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, pLacer le points de coordonnées $(t\ ;\ N(t))$ (unités graphiques : 0,5 cm pour 1 jour en abscisse, 1 cm pour 50 individus en ordonnée).

   b. Donner à 10^{-2} près la valeur du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double donnée dans le tableau.

   Un ajustement affine est-il envisageable ?

   c. Déterminer une équation de la droite de régression de N en t et la tracer. Les coefficients seront donnés à 1 près.

2. On considère la fonction définie sur $[0\,;40]$ par

$$f(t) = 500\left(1 - \mathrm{e}^{-0,2t}\right).$$

   a. Recopier et compléter le tableau suivant (les résultats seront donné à 1 près).

t	1	2	5	10	15	20	30	50
$f(t)$								

   b. Tracer la courbe représentative de f dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ précédent.

   c. Déterminer graphiquement quelle est, de la droite de la première question ou de la courbe précédente, celle qui ajuste le mieux le nuage et l'utiliser pour indiquer la date à laquelle le quart de la population étudiée a déjà été atteint.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

On considère la fonction f définie sur $[-1\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \ln(ax + b) + 2 - x,$$

où a et b sont deux réels qui seront déterminés dans la question 1.

1. On note f' la fonction dérivée de f. Sachant que $f(-1) = 3$ et que $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 0$, calculer a et b.

2. Montrer que la fonction $G\ :\ x \longmapsto \left(x + \dfrac{3}{2}\right)\ln(2x + 3) - x$ est une primitive sur $[-1\ ;\ +\infty[$ de la fonction $g\ :\ x \longmapsto \ln(2x + 3)$.

3. En observant que $f(x) = g(x) + 2 - x$ pour $x \in [-1\ ;\ +\infty[$, calculer la valeur exacte de $I = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Dans son troupeau, un berger possède deux races de brebis, A et B. La race A est représentée dans la proportion de 40 %. Une étude sur la fécondité des races A et B a montré qu'en moyenne :

67,5 % des brebis A ont un agneau ;

30 % des brebis A ont deux agneaux ;

2,5 % des brebis A sont stériles ;

55 % des brebis B ont un agneau ;

40 % des brebis B ont deux agneaux ;

5 % des brebis B sont stériles.

On suppose que le nombre de brebis du troupeau est suffisamment grand pour que le fait de prélever une brebis ne change pas la proportion des brebis A et B.

1. On choisit une brebis au hasard. Montrer que la probabilité pour qu'elle soit stérile est 0,04.

2. Soit X la variable aléatoire qui, à une brebis, associe le nombre d'agneaux qu'elle produit.

  a. Déterminer la loi de probabilité de X.

  b. Calculer l'espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$ de la variable aléatoire X.

  c. Si le troupeau comprend 1 000 brebis, combien d'agneaux peut espérer le berger ?

3. Un acheteur choisit 12 brebis au hasard.

  a. Quelle est la probabilité pour que, sur ces 12 brebis, 3 exactement soient stériles ?

  b. Quelle est la probabilité pour qu'aucune ne soit stérile ? On donnera les résultats à 10^{-4} près.

PROBLÈME **11 points**

Une étude effectuée sur un certain produit a montré que, lorsqu'il est au prix p, exprimé en francs, la demande $f(p)$ pour ce produit est donné par

$$f(p) = \frac{10^5 \times p}{p^2 - 100}, \text{ avec } p \in [11\ ;\ +\infty[.$$

Partie A

1. Calculer La demande pour Les valeurs suivantes : $p = 11$; $p = 15$; $p = 90$ (arrondir, si nécessaire, à L'unité près).

2. a. Vérifier que $f(p) > 0$ pour tout p de $[11\ ;\ +\infty[$.

  b. Montrer que f est une fonction décroissante sur $[11\ ;\ +\infty[$.

3. On suppose que Le prix p, initialement égal à 15 F, subit une augmentation de 1 %.

  a. Calculer le nouveau prix p', ainsi que la demande correspondant à ce prix, arrondie à l'unité près.

  b. En déduire le pourcentage de variation de la demande, consécutive à l'augmentation de prix.

Partie B

On pose $g(p) = \ln[f(p)]$ pour $p \in [11~;~+\infty[$. On appelle « élasticité » de la demande par rapport au prix p, le nombre $E(p) = pg'(p)$, où $p \in [11~;~+\infty[$. On admettra que ce réel donne une bonne approximation du pourcentage de variation de la demande, pour une augmentation de 1 % d'un prix donné.

1. **a.** Quel est le signe de $E(p)$ pour $p \in [11~;~+\infty[$? Justifier la réponse et interpréter ce résultat.

   b. établir l'égalité $E(p) = 1 - \dfrac{2p^2}{p^2 - 100}$.

2. **a.** étudier la limite suivante : $\displaystyle\lim_{p \to +\infty} E(p)$.

   b. Calculer $E'(p)$ où E' désigne la dérivée de E, et en déduire le tableau de variations de E.

   c. Calculer la valeur p_0 pour laquelle l'élasticité est de $-1,25$.

   d. Comment évolue la demande quand le prix passe de 30 F à 30,30 F ?

∽ Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 1996 ∽

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le seuil maximum d'alcoolémie toléré pour conduire une automobile est 0,5 gramme par litre. Un laboratoire a mis au point un éthylotest. Théoriquement, celui-ci devrait être positif si et seulement si la personne testée a une alcoolémie strictement supérieure au seuil toléré. Mais il n'est pas parfait :
• lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, l'éthylotest est positif 96 fois sur 100.
• lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré, l'éthylotest est positif 3 fois sur 100.
On suppose que ces résultats portent sur un échantillon suffisamment important pour qu'ils soient constants. Dans une région donnée, 95 % des conducteurs d'automobile ont un seuil d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré.
On soumet, au hasard, un automobiliste de cette région, à l'éthylotest. On définit les événements suivants :

P : l'éthylotest est positif;

N : l'éthylotest est négatif;

S : le conducteur a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré;

I : le conducteur a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré.

1. Que valent $P(I), P(P/S), P(P/I)$?
2. Quelle est la probabilité pour que l'automobiliste ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré ?
3. Quelle est la probabilité pour qu'il ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, et que l'éthylotest soit positif ?
4. **a.** Calculer $p(P \cap I)$, puis $p(P)\cdot$

   b. Quelle est la probabilité pour qu'il ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, sachant que l'éthylotest est positif ?
5. Quelle est la probabilité pour que l'éthylotest donne un résultat erroné ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Le tableau suivant donne les indices du coût de la construction pour la période 1981-1990.

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
Rang de l'année t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Indice I_i	648	718	766	811	837	864	890	915	927	950

(INSEE : moyenne des relevés trimestriels arrondie à l'unité près)

1. Représenter par un nuage de points $M_i\,(t_i\ ;\ I_i)$ la série statistique $(t\ ;\ I)$. On utilisera un plan muni d'un repère orthogonal, avec pour unités graphiques :

   2 cm pour représenter 1 année, sur l'axe des abscisses;

   5 cm pour 100 points d'indice, sur l'axe des ordonnées.

   L'intersection des axes de coordonnées correspond au point de coordonnées (0 ; 600).
2. On pose $\ln t_i = x_i$ et $\ln I_i = y_i$ (ln désigne le logarithme népérien).

a. Recopier, en le complétant, le tableau suivant :

t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i			1,10	1,39	1,61	1,79	1,95	2,08	2,20	
y_i		6,58		6,70	6,73			6,82		6,86

(On donnera, pour chaque valeur, son arrondi à 10^{-2} près). Calculer à 10^{-2} près le coefficient de corrélation de x et y.

b. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite de régression D de y en x sous la forme $y = mx + p$; on donnera les valeurs arrondies de m et p à 10^{-2} près.

c. Déduire du 2. b une prévision de l'indice 1996 du coût de la construction (à une unité près).

N. B. Le détail des calculs de r, m, p n'est pas demandé.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Au cours de ses deux premières années de publication, le nombre d'abonnés à un journal mensuel a été en progression arithmétique. Chaque mois, 400 lecteurs supplémentaires se sont abonnés. Au bout de 24 mois de publication, 21 200 abonnements ont été souscrits.
On notera u_n le nombre d'abonnés au bout de n mois de publication.

1. Vérifier que le nombre u_1 d'abonnés à la fin du premier mois de publication de ce journal, était de 12 000 personnes.
2. Calculer le nombre d'abonnés au bout de 12 mois de publication.
   En déduire le pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnements souscrits lors de la deuxième année.
3. Douze numéros sont édités par an. Calculer le nombre total de journaux adressés par voie d'abonnement, au cours des deux première années de publication.
4. Le journal modifie sa politique commerciale. Le nombre des abonnés augmente de 40 % au cours de la troisième année.
   On suppose que le taux de croissance mensuel du nombre d'abonné est constant au cours de la troisième année. Calculer ce taux.
   On donnera la valeur exacte, puis la valeur décimale approchée par excès à 10^{-3} près.

PROBLÈME **10 points**

Commun à tous les candidats

Enseignement obligatoire

Le plan P est rapporté à un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$(unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 2,5 cm sur l'axe de ordonnées ; le point O est choisi en bas et à gauche de la feuille).

A. étude et représentation graphique d'une fonction

Soit f la fonction définie sur [4 ; 10] par

$$f(x) = 8\frac{\ln(x+2)}{x+2}$$

(ln désigne la fonction logarithme népérien).
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans P.

1. Déterminer la fonction dérivée f' de f. étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variations.
2. Tracer $\mathscr{C}$. Les points de $\mathscr{C}$ d'abscisses 4, 6 et 10 seront placés avec précision.

B. équilibre d·un marché

La fonction de demande d'un bien, exprimée en francs, est f. La fonction d'offre, g, de ce bien, exprimée en francs par unité, est définie sur l'intervalle $[4 ; 10]$ par

$$g(x) = (x-3)\ln 2.$$

x exprime la quantité produite en milliers d'unités.

1. En le recopiant, compléter le tableau suivant ; les résultats seront donnés en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.

x	4	6	10
$f(x)$			
$g(x)$			

2. Dans le plan P, tracer la droite Δ représentant g.

3. On admet que les courbes Δ et $\mathscr{C}$ admettent un unique point d'intersection, E.
Déduire du B. 1, la quantité x_{E} d'équilibre du marché ?
Quel est, au centième près, y_{E} prix par unité à l'équilibre du marché ?

C. Calcul d'aire

On note D l'ensemble des points M du plan, de coordonnées $(x ; y)$, vérifiant

$$\left\{\begin{array}{lcccl} 4 & \leqslant & x & \leqslant & 6 \\ 3\ln 2 & \leqslant & y & \leqslant & f(x) \end{array}\right.$$

1. Hachurer D sur la figure.

2. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de D. On donnera une valeur décimale approchée de $\mathscr{A}$ en unités d'aire, à 10^{-3} près.

Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 1996

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, on pourra utiliser les fonctions statistiques de la calculatrice, le détail des calculs n'est pas exigé.

La société Dulog a mis au point un nouveau logiciel destiné essentiellement à des entreprises.
Une enquête a été effectuée par la société auprès de 300 entreprises déjà équipées d'un matériel apte à recevoir ce logiciel, afin de déterminer à quel prix chacune de ces entreprises accepterait d'acquérir ce nouveau logiciel. Elle a obtenu les résultats suivants :

x_i : prix proposé pour le nouveau logiciel (en milliers de francs)	y_i : nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix
32	80
27	125
24	145
18,5	200
15,5	225
12	250
11	265
8	280

1. Calculer le coefficient de corrélation de cette série statistique. (Résultat donné à 10^{-3} près). Interpréter ce résultat.
2. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression (D) de y en x (valeurs données à 10^{-3} près).
3. Dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm pour 2 000 francs en abscisses et 5 cm pour 100 entreprise en ordonnées, représenter : - le nuage de points associé à la série statistique ci-dessus ; - la droite (D).
4. **a.** à partir de ce graphique, déterminer le prix de vente maximum que doit fixer la société Dulog, pour que les 300 entreprises contactées acceptent d'acquérir ce logiciel. (On donnera un résultat à 500 francs près.)

   b. Retrouver le résultat précédent par le calcul.

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement obligatoire

Dans un magasin d'électro-ménager, un acheteur potentiel s'intéresse à un lave-linge et à un sèche-linge.
La probabilité pour qu'il achète le lave-linge est 0,6.
La probabilité pour qu'il achète le sèche-linge quand il a acheté le lave-linge est 0,7.
La probabilité pour qu'il achète le sèche-linge quand il n'a pa acheté le lave-linge est 0,1.
On désigne par L l'évènement : « le client achète le fave-linge » et par S l'évènement : « le client achète le sèche-linge ».

1. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

   a. « Le client n'achète pas le lave-linge ».

   b. « Le client n'achète pas le sèche-linge quand il n'a pas acheté le lave-linge ».
2. Montrer que la probabilité pour que le client n'achète ni le lave-linge ni le sèche-linge est $0,36$.
3. Le lave-linge coûte 4 000 F et le sèche-linge 3 200 F. On désigne par D la dépense effective du client.

a. établir les valeurs possibles de la variable aléatoire D.

b. Déterminer la loi de probabilité de D.

c. Calculer l'espérance mathématique de D.

d. Le « service clientèle »du magasin sait qu'il se présente en moyenne chaque semaine 25 acheteurs potentiels pour ces deux appareils. Quel chiffre d'affaires hebdomadaire le magasin peut-il espérer réaliser ?

EXERCICE 2 **6 points**

Enseignement de spécialité

Deux constructeurs d'automobiles lancent simultanément deux modèles de voitures a et b.
Afin de promouvoir leur produit, ils font appel à des sociétés de publicité qui procèdent à des sondages. La campagne publicitaire dure plusieurs mois. Chaque mois on interroge les même individus.
On définit les évènements suivants :
A_n : « L'individu interrogé se déclare favorable au modèle a au n-ième mois ».
B_n : « L'individu interrogé se déclare favorable au modèle b au n-ième mois ».
On pose : p_n = probabilité de A_n ; q_n = probabilité de B_n.

1. On suppose qu'un individu interrogé est obligé de se déterminer soit pour le modèle a, soit pour le modèle b. écrire alors une relation entre p_n et q_n.
2. On constate qu'un individu favorable au modèle a à un moment donné, garde une fois sur deux le même avis le mois suivant, alors qu'un individu favorable au modèle b garde le même avis sept fois sur dix le mois suivant.

   Déterminer dans ces conditions les probabilités conditionnelles suivantes :

   $p\left(B_{n+1}/A_n\right)$ et $p\left(B_{n+1}/B_n\right)$.
3. En utilisant la formule des probabilités totales et les résultat des questions précédentes, démontrer que :

   $$p\left(B_n \cap B_{n+1}\right) = 0,7 \times q_n \quad \text{et que} \quad p\left(A_n \cap B_{n+1}\right) = 0,5 \times p_n.$$

   En déduire que $p\left(B_{n+1}\right) = 0,7q_n + 0,5p_n$.

   Montrer que $q_{n+1} = 0,2q_n + 0,5$.
4. Démontrer que la suite (u_n), définie sur $\mathbb{N}$, de terme général : $u_n = q_n - 0,625$ est une suite géométrique de raison $0,2$.
5. Déterminer la limite de (u_n) puis celle de $\left(q_n\right)$; en déduire la limite de $\left(p_n\right)$.

PROBLÈME **10 points**

Le but du problème est d'étudier une fonction, d'en construire la représentation graphique, de donner une valeur approchée d'une solution d'une équation et de calculer une aire.
Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = (2 - \ln x) \ln x.$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 2 cm en abscisses et 4cm en ordonnées).

1. **étude de la fonction f et construction de la courbe (C)**

   a. Déterminer la limite de f en 0. Que peut-on en déduire ?

   Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   b. Déterminer la fonction dérivée f' de f sur $]0~;~+\infty[$ et étudier on signe.

c. Dresser le tableau de variation de f.

d. Résoudre dans $]0\,;\,+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. Déterminer le signe de $f(x)$.

e. Déterminer les équations des tangentes à la courbe (C) aux points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. Construire ces tangentes.

f. Construire (C).

2. Résolution approchée d'une équation

a. Démontrer que l'équation $f(x) = \dfrac{1}{4}$ admet une solution unique α dans $[1\,;\,\text{e}]$

b. Déterminer graphiquement un encadrement de α.
Calculer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

3. Calcul d'aire

a. Calculer la dérivée de la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = x(2 - \ln x)^2.$$

b. Calculer l'aire (en cm^2) du domaine limité par l'axe des abscisses et l'arc de la courbe (C) correspondant aux $f(x)$ positifs.

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers I juin 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Dans un jeu, il s'agit de trouver la bonne réponse à une question posée. Les questions sont classées en **trois** catégories : sport, cinéma, musique. Dans chaque catégorie, il y a le même nombre de questions. Les trois catégories sont donc équiprobables.
Alain, fervent supporter de ce jeu, est conscient qu'il a :

— 5 chances sur 6 de donner la bonne réponse sachant qu'il est interrogé en sport ;
— 2 chances sur 3 de donner la bonne réponse sachant qu'il est interrogé en cinéma ;
— 1 chance sur 9 de donner la bonne réponse sachant qu'il est interrogé en musique.

1. Alain participe à ce jeu et tire au hasard une question. Déterminer la probabilité que :

a. la question soit dans la catégorie sport et qu'il donne la bonne réponse ;

b. sa réponse soit bonne à la question posée.

2. Pour participer au jeu, Alain doit payer 10 F de droit d'inscription.
Il recevra :
— 10 F s'il est interrogé en sport et que sa réponse est bonne ;
— 20 F s'il est interrogé en cinéma et que sa réponse est bonne ;
— 50 F s'il est interrogé en musique et que sa réponse est bonne ;
— 0 F si la réponse qu'il donne est fausse.
Soit X la variable aléatoire égale au gain d'Alain (on appelle gain la différence, en francs, entre ce qu'il reçoit et les 10 F de droit d'inscription).

a. Déterminer les valeurs prises par X.

b. Déterminer la loi de probabilité de X.

c. Calculer l'espérance mathématique $\text{E}(X)$ de X. Alain a-t-il intérêt à jouer ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Le plan $(\mathscr{P})$ est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.
On rappelle que ln désigne la fonction logarithme népérien et e le nombre réel tel que $\ln \text{e} = 1$.
On considère la fonction numérique f, définie sur l'intervalle $]0 ; \text{e}]$ par

$$f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$$

1. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; \text{e}]$.

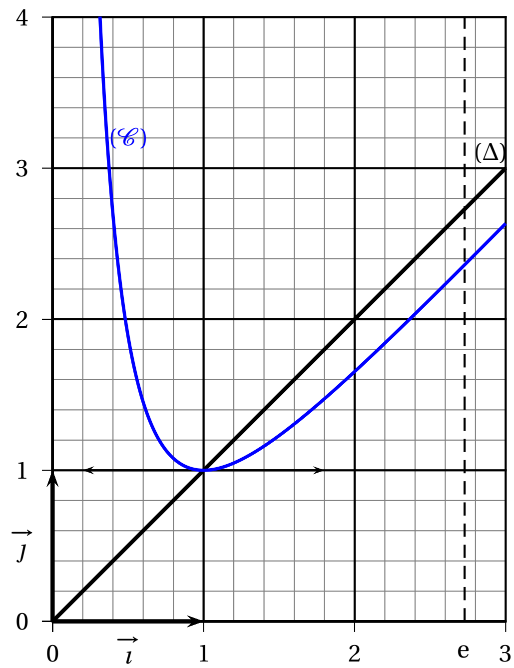
2. La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous représentedans le plan $(\mathscr{P})$ la fonction f. On appelle (Δ) la droite d'équation $y = x$.

a. étudier, suivant les valeurs du réel x, le signe de $x - f(x)$ sur l'intervalle $]0 ; \text{e}]$.

b. En déduire la position relative de la courbe $(\mathscr{C})$ et de la droite (Δ).

3. a. Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction numérique g définie sur l'intervalle $]0 ; \text{e}]$ par $g(x) = (\ln x)^2$. En déduire, sur cet intervalle, une primitive de la fonction qui à x associe $\dfrac{\ln x}{x}$.

b. Calculer, en cm^2, l'aire de la partie du plan $(\mathscr{P})$ limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.



EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Dans une entreprise, le salaire mensuel des employés est de 7 040 F, celui des techniciens le double et celui des cadres 21 120 F. La masse salariale mensuelle de cette entreprise s'élève à 380 160 F, pour un salaire mensuel moyen de 8 640 F

Pour des raisons économiques, la direction doit diminuer la masse salariale de 2 %.

Cette diminution se répartit alors de la façon suivante : une baisse de 1 % sur le salaire des employés, de 3 % sur celui des techniciens et de 6 % sur celui des cadres.

On désigne respectivement par a le nombre d'employés, b le nombre de techniciens, c le nombre de cadres.

1. Traduire les données précédentes par trois égalités vérifiées par les entiers a, b et c.
2. Sachant que le triplet $(a,\ b,\ c)$ est solution du système suivant, d'inconnues $X,\ Y,\ Z$,

$$\left\{\begin{array}{lcl} X+Y+Z & = & 44\\ X+2Y+3Z & = & 54\\ X+6Y+18Z & = & 108,\end{array}\right.$$

   résoudre ce système et en déduire l'effectif de chaque catégorie de salariés.

PROBLÈME **5 points**

Le tableau ci-dessous décrit le nombre moyen y d'objets qu'un ouvrier commençant à travailler sur une chaîne de montage produit en un jour, le x-ième jour où il travaille sur cette chaîne.

x_i	1	3	5	7	9
y_i	27	41	46	48	49

Partie A

Dans cette partie, on utilisera pour les calculs statistiques les fonctions de la calculatrice (le détail des calculs n'est pas demandé).

1. Le plan (P) est muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm pour un jour en abscisse et 1 cm pour 5 objets en ordonnée.

   Dans le plan (P) représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer sur le graphique précédent.
3. **a.** Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

   b. Donner une équation de la droite Δ de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.

   Représenter la droite Δ sur le graphique précédent.

   c. Un ajustement affine de ce nuage de points est-il acceptable ?

Partie B

Soit alors la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 50 - 34\mathrm{e}^{-0,4x}.$$

1. On appelle (C) sa courbe représentative dans le plan (P).

   a. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

   b. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

   c. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
2. Dans la situation de la partie A, on constate une stabilisation de la quantité d'objets produits en un jour après un certain temps de manipulation de la machine.

   Une étude permet de considérer que le nombre d'objets produits par un ouvrier le x-ième jour où il travaille sur cette chaîne est modélisé par une expression de la forme $50 - a\mathrm{e}^{bx}$ où a et b sont des réels.

   Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0 ; 100]$ par

   $$g(x) = 50 - a\mathrm{e}^{bx}.$$

   Déterminer les réels a et b pour que la courbe représentant la fonction g dans le plan (P) passe par les points A et B de coordonnées respectives $(1 ; 27)$ et $(9 ; 49)$.

   On donnera de a la valeur exacte puis une valeur entière approchée à une unité près. On donnera de b la valeur exacte puis une valeur décimale approchée à 10^{-1} près.
3. En considérant que, pour x entre 0 et 100, $f(x)$ est une bonne approximation de $g(x)$, estimer le nombre d'objets que devrait produire un ouvrier le 15e jour où il travaille sur la chaîne.

Baccalauréat ES Centres étrangers II juin 1996

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne, en millions, le nombre de réfugiés dans le monde.

Année	**1978**	**1980**	**1982**	**1984**	**1986**	**1988**	**1990**	**1992**
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de réfugiés : y_i	4,6	8,2	10,4	10,5	12	14,8	17,2	18,9

(Source : Haut Commissariat pour les réfugiés -*Express*, juin 1995)

1. Déterminer les coordonnées du point moyen de cette série.
2. Représenter graphiquement le nuage des points $M\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   On prendra un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités : 1 cm pour 1 année en abscisse et 1 cm pour un million d'individus en ordonnée.
3. Le détail des calculs dans cette question n'est pas exigé ; les résultats sont donnés à 10^{-2} près.
   a. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.
   Que peut-on en déduire ?
   b. Déterminer une équation de la droite de régression y en x par la méthode des moindres carrés.
   c. Construire cette droite dans le repère défini précédemment.
4. **a.** En supposant que la tendance n'a pas changé, établir une estimation du nombre de réfugiés en 1994.
   b. Il y avait en réalité 23 millions de réfugiés en 1994. Quelle est la variation, en pourcentage, du nombre de réfugiés par rapport à l'estimation ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

à la kermesse de l'école, une tombola est organisée : 250 billets, numérotés de 1 à 250, sont vendus 10 francs chacun à 250 personnes différentes.
Après tirage, on apprend que tous les billets dont le numéro finit par 3 rapportent 50 francs, et ceux dont les numéros finissent par 20 ou 65 rapportent 150 francs.
(Dans chacun des calculs demandés, donner les valeurs exactes des résultats sous forme de fraction irréductible.)

1. On interroge au hasard une personne ayant acheté un billet. Quelle est la probabilité d'interroger :
   A : une personne avec un billet gagnant 150 francs ?
   B : une personne avec un billet gagnant ?
   C : une personne ayant reçu 150 francs, alors que l'on savait que cette personne possédait un billet gagnant ?
2. Soit X la variable aléatoire associant à chaque participant son gain algébrique (X prend donc la valeur -10 pour l'achat d'un billet non gagnant).
   a. Donner la loi de probabilité de la variable X.
   b. Quelle est l'espérance mathématique de X ?
   Si l'on avait pu connaître à l'avance la répartition et le montant des gains, l'achat d'un billet aurait-il été conseillé ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Monsieur Dumont est très content. Il a réussi à louer pour la semaine tout son matériel, réparti en 4 catégories :
70 paires de ski « détente », 50 paires de ski « compétition », 50 paires de chaussures « adulte »et 30 paires de chaussures « enfant ».
Il a constitué un fichier informatique de 200 fiches pour les 200 articles loués. (Pour chacun des calculs demandés, donner une expression exacte et le résultat arrondi au centième.)

1. Il lit au hasard trois fiches (on suppose les tirages équiprobables).
   a. Quelle est la probabilité pour qu'il ait lu :
   A : deux fiches « skis »et une fiche « chaussures » ?
   B : trois fiches « skis de compétition » ?
   C : au moins une fiche « chaussures enfants » ?
   b. Montrer que la probabilité de l'évènement D : « lire trois fiches de catégories différentes » est de 35 %.
2. Il renouvelle plusieurs fois son expérience, de manière indépendante.
   a. Quelle est la probabilité pour que, après cinq lectures de trois fiches, Monsieur Dumont ait obtenu, quatre fois exactement, trois fiches de catégories différentes ?
   b. Quel est le nombre minimum de lectures de trois fiches à effectuer pour que l'évènement D se réalise au moins une fois avec une probabilité supérieure à $0,99$?

PROBLÈME **11 points**

Pour un promoteur immobilier, le coût de production, en millions de francs, pour n maisons construites, $0 \leqslant n \leqslant 30$, est donné par :

$$\text{C}(n) = 0{,}5n + 2 - 1{,}5\ln(n+1).$$

Chaque maison est vendue 400 000 F.

Partie A - étude de la fonction f définie sur $[0 ; 30]$ par $f(x) = 0,5x + 2 - 1,5\ln(x+1)$

On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f et (D) la droite d'équation $y = 0,4x$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unités : 0,5 cm en abscisses, 2 cm en ordonnées).

1. étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
2. Montrer qu'il existe un point A de $(\mathscr{C})$ où la tangente (Δ) est parallèle à (D). Donner les coordonnées de A.
3. Tracer (D), (Δ) et $(\mathscr{C})$.

Partie B - Utilisation du graphique (Les réponses seront justifiées.)

1. Quel nombre de maisons faut-il construire pour que le coût de production soit minimal ?
2. Combien le promoteur doit-il construire de maisons pour réaliser du bénéfice ?
3. Comment peut-on utiliser le graphique pour déterminer le nombre de maisons à construire pour obtenir le bénéfice maximal ?

Partie C - étude du bénéfice

1. Montrer que le bénéfice réalisé pour la fabrication de n maisons est en millions de francs $\text{B}(n) = -0{,}1n - 2 + 1{,}5\ln(n+1)$.

2. **a.** étudier le sens de variation de la fonction g définie sur $[0\,;\,30]$ par

$$g(x) = -0{,}1x - 2 + 1{,}5\ln(x+1).$$

   b. Démontrer qu'il existe un réel unique x_0 dans l'intervalle $[0\,;\,6]$ tel que $g(x_0) = 0$. Donner un encadrement de x_0 d'amplitude 10^{-1}.

   c. Déterminer la valeur de x pour laquelle $g(x)$ est maximal.

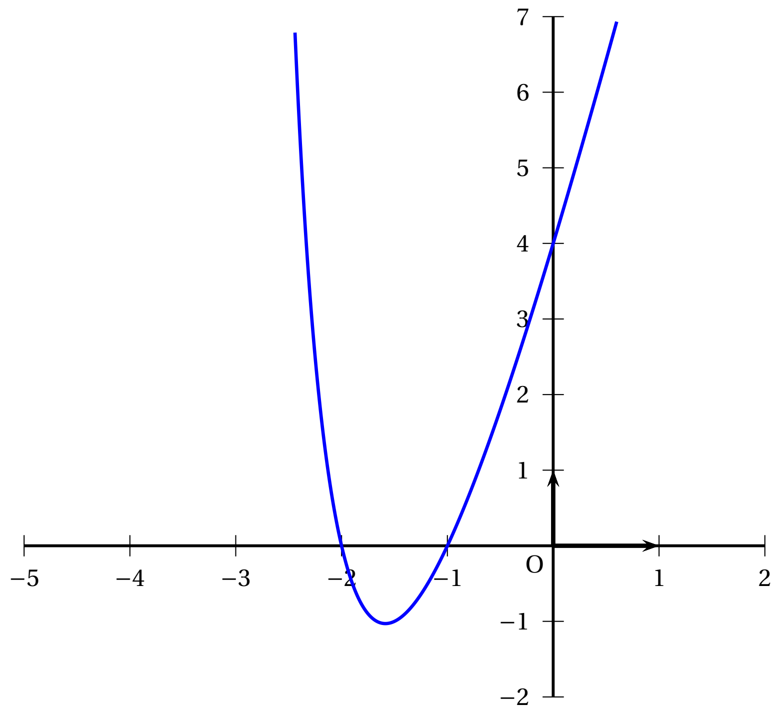
3. En déduire le nombre minimal de maisons à construire pour que le bénéfice soit positif, et le nombre de maisons pour que le bénéfice soit maximal.

∽ Baccalauréat ES La Réunion juin 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

La représentation graphique, fournie ci-dessous, est celle d'une fonction f définie sur $]-3\ ;\ +\infty[$. Les points $A(-2\ ;\ 0)$, $B(-1\ ;\ 0)$ et $C(0\ ;4)$ appartiennent à la courbe.
Unités graphiques : 2 cm en abscisse, 1 cm en ordonnée.

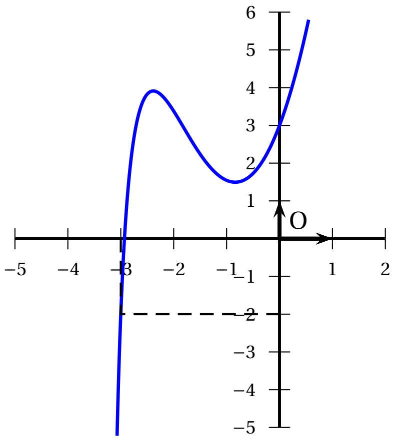


f est la dérivée d'une fonction F définie sur $]-3\ ;\ +\infty[$, dont la représentation graphique est l'une des quatre courbes fournie ci-dessous.

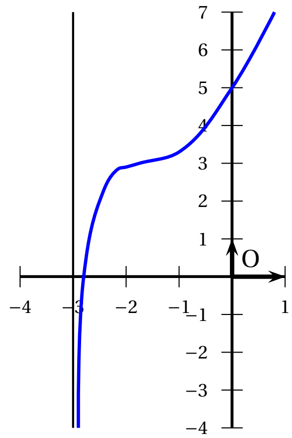
1. Déterminer laquelle de ces quatre courbes représente F, en justifiant l'élimination de chacune des autres courbes.
2. La fonction F est définie sur $]-3\ ;\ +\infty[$ par :

$$F(x) = ax^2 + b\ln(x+3) - 10$$

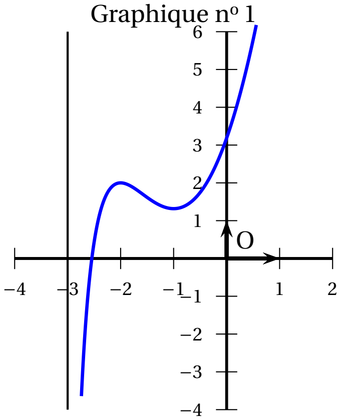
   où a et b sont deux entiers relatifs.
   Calculer $F'(x)$, où F' désigne la dérivée de F.
   En déduire, à l'aide de la représentation graphique de f, que : $a = 3$ et $b = 12$.
3. Calculer l'aire de la surface comprise entre les segments [OB] et [OC] et la représentation graphique de f.
   Donner la valeur exacte en unités d'aire.



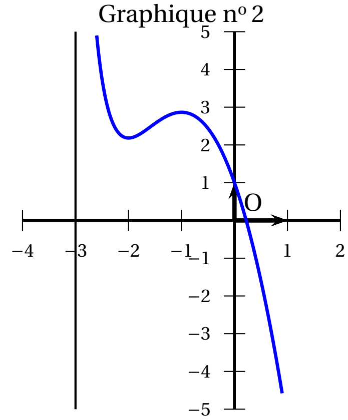
Graphique n° 1



Graphique n° 2



Graphique n° 3



Graphique n° 4

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement obligatoire

On propose le jeu suivant :
Pour une mise de 6 francs, on lance un dé parfaitement équilibré; pour la sortie du 6, on reçoit 18 francs; pour celle du 5, on reçoit 6 francs; pour celle du 4, on reçoit 1 franc, et dans le autres cas on ne reçoit rien.
On appelle gain d'une partie la différence entre la somme reçue et la mise.

1. Soit X la variable aléatoire donnant le gain à l'issue d'une partie. Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique $E(X)$.
2. Un joueur se présente; il n'a que 10 francs en poche. On demande de répondre aux deux questions suivantes qu'il se pose avant d'entrer dans le jeu (la construction d'un arbre décrivant les divers états possibles de la fortune du joueur est conseillée) :
   a. Quelle est la probabilité que je puisse jouer une deuxième partie ?
   b. Quelle est la probabilité qu'il me reste dix francs au moins à l'issue de cette deuxième partie sachant que je peux jouer une deuxième partie ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

Lors du deuxième tour d'élections municipales, les habitants d'une ville importante ont été amenés à choisir entre la liste conduite par M^{me} A. (liste A) et celle conduite par M. B. (liste B).

42 % des électeurs ont voté pour la liste A, 30 % pour la liste B, 3 % ont voté « nul » et 25 % se sont abstenus d'aller voter.

1. **a.** Montrer que la probabilité qu'un votant ait choisi la liste A est égale à 0,56 et que la probabilité qu'il ait choisi la liste B est égale à 0,4.

   b. En déduire la probabilité qu'un votant ait voté « nul ».

2. Le jour de ces élections, cinq journalistes se sont rendus sur le terrain, en vue d'un reportage. Chacun d'eux a interrogé une personne qui venait de participer au vote.

   Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

   E_1 : « Aucun des journalistes n'a interrogé quelqu'un ayant voté pour la liste A ».

   E_2 : « Exactement deux des cinq journalistes ont interrogé quelqu'un ayant voté pour la liste A ».

   E_3 : « Au moins quatre des cinq journalistes ont interrogé quelqu'un ayant voté pour la liste A ».

   Donner les valeurs exactes, puis des valeurs décimales approchées à 10^{-4} près.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = x^3 - 1\,200x - 100.$$

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

   étudier le sens de variation de g et dresser le tableau de variations.

2. Montrer que l'équation : $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[20~;~40]$.

   Donner, en la justifiant, une valeur approchée de α à l'unité près.

3. En déduire le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = x + 50 + \frac{1\,200x + 50}{x^2}.$$

On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (on prendra 1 cm pour 5 en abscisse et 1 cm pour 20 en ordonnée).

1. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2. Montrer que, pour tout x de $]0~;~+\infty[$, on a :

   $f'(x) = g(x)$, où g est la fonction définie dans la partie A.
3. étudier les variations de f
4. Montrer que la droite D d'équation : $y = x + 50$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$.
5. Construire $\mathcal{C}$ et D sur le même graphique.
6. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 130$. On donnera les valeurs approchées des solutions à l'unité près.

Partie C

Le coût total de fabrication d'une quantité x d'un produit, exprimée en centaines d'unités, est défini sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$C(x) = \frac{x^3 + 50x^2 + 1\,200x + 50}{x},$$

$C(x)$ étant exprimé en milliers de francs.

Le coût moyen de fabrication par centaine d'objets est donc défini par : $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

1. Déterminer la quantité d'objets, à la centaine près, à fabriquer pour avoir un coût moyen minimum.
2. On suppose que le prix de vente d'une centaine d'objets est égal à 130 000 F.
   Déterminer graphiquement, à la centaine près, le nombre minimum et le nombre maximum d'objets que l'entreprise doit fabriquer pour être rentable.

∽ Baccalauréat ES Asie juin 1996 ∽

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

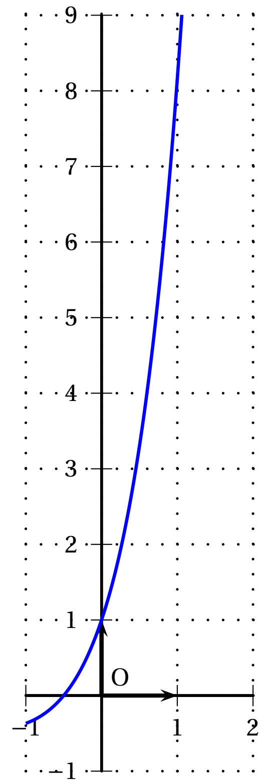
La question 4 *est indépendante des autres questions*

a et b étant deux réels, on considère la fonction F, définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = (ax + b)\mathrm{e}^x.$$

On note
- f la fonction dérivée de F sur $\mathbb{R}$ $(F' = f)$,
- $\mathscr{C}$ la courbe représentant f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, d'unité graphique 1 cm,
- T la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

Le graphique ci-contre contient une partie de $\mathscr{C}$ et de T.



1. Exprimer $f(x)$ et $f'(x)$ à l'aide de a et b.
2. Lire sur le graphique $f(0)$ et $f'(0)$. En déduire les valeurs de a et de b.
3. Soit D le domaine limité par les droites d'équations $x = 0$ et $x = \dfrac{1}{2}$, l'axe des abscisses, et la courbe $\mathscr{C}$. On note A l'aire de D, en cm^2. Calculer A.
4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (2x + 1)\mathrm{e}^x$.
   Justifier les informations contenues dans le tableau de variations suivant (valeurs, sens de variation et limites)

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$-2\mathrm{e}^{-3/2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Exercice 1 **4 points**
Enseignement obligatoire

On dispose de deux dés cubiques.Toutes les faces ont la même probabilité d'apparaître.
Le 1$^{\text{er}}$ cube a cinq faces rouges et une face verte. Le 2$^{\text{e}}$ cube a une face rouge, deux vertes et trois bleues.

1. On jette les deux dés. On regarde la couleur des faces supérieures de chaque dé. On note :

   A l'évènement « les deux faces sont rouges ».

   B l'évènement « les deux faces sont de la même couleur ».

   C l'évènement « l'une des faces est rouge et l'autre verte ».

   D l'évènement « les deux faces sont de couleurs différentes ».

Expliquer pourquoi $p(A) = \dfrac{5}{36}$ et $p(C) = \dfrac{11}{36}$.

Calculer $p(B)$ et $p(D)$.

à chaque jet de ces deux dés est associé un jeu qui permet :

- un gain de 5 F si les deux faces sont rouges,
- un gain de 2 F si les deux faces sont vertes,
- une perte si les deux faces sont de couleurs différentes. On note x le montant en francs de cette perte.

On définit ainsi une variable aléatoire X qui, à chaque jet des deux dés, associe le gain, ou la perte ainsi réalisé.

Déterminer $p(X = 5)$, $p(X = 2)$, $p(X = -x)$.

On note $\text{E}(X)$ l'espérance mathématique de X. Un tel jeu est dit « équitable » lorsque $\text{E}(X) = 0$. Déterminer la valeur de x correspondante.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = x^2 + 8 - 8\ln x.$$

étudier les variations de g et en déduire le signe de $g(x)$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$(x) = x - 1 + 8\frac{\ln x}{x}.$$

1. étudier les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2. On note f' la fonction dérivée de f. Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
3. étudier le sens de variation et dresser le tableau de variations de f.
4. Montrer que la représentation graphique C de f admet une asymptote oblique D, d'équation $y = x - 1$.

   Déterminer la position relative de C et D.
5. Construire C et D dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe de ordonnées).
6. Déterminer les coordonnées du point B de C où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x - 1$.

   Donner une équation de cette tangente et la tracer.
7. Soit h la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

   $$h(x) = (\ln x)^2.$$

   a. Calculer la dérivée h' de h.

   b. En déduire une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
8. Calculer en cm^2,l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe C l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \text{e}$.

   En donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Baccalauréat ES Métropole groupe I bis juin 1996

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la dette des pays du Tiers Monde entre 1978 et 1992 (en milliards de dollars).

Année	1978	1982	1986	1990	1992
Rang de l'année (x_i)	0	4	8	12	14
Dette $\left(y_i\right)$	383	753	1 089	1 346	1 510

Source : Banque mondiale, FMI, 1993

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal.
   Les unités graphiques sont : 1 cm pour 2 ans, en abscisse 1 cm pour 100 milliards de dollars, en ordonnées.
   Représenter le nuage de points $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, et le point moyen, M, de cette série.
2. Aucun calcul manuel n'est demandé.
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série double (on donnera le résultat à 10^{-3} près). Un ajustement affine peut-il être envisagé ? Pourquoi ?
   b. écrire une équation de la droite de régression D de y en x, par la méthode des moindres carrés (les coefficients de l'équation seront donnés sous forme décimale approchée à 10^{-1} près par défaut). Tracer D.
   c. Estimer, à 1 milliard de dollars près, le montant prévisible de la dette des pays du Tiers Monde en 2000.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

étude préliminaire

On donne la fonction f définie sur $[0\,;\,1]$ par :

$$f(x) = \frac{x}{1+x}.$$

1. étudier le sens de variation de! Dresser son tableau de variation.
2. Démontrer que :

$$\text{si } 0 < x < \frac{1}{10}, \quad \text{alors } 0 < f(x) < 1.$$

Achat d'essence

1. **a.** Le prix d'un litre d'essence est p (p est exprimé en francs). Quel est le volume V_1 du carburant acheté pour 100 F ?
   b. Le prix du litre d'essence a augmenté de 25 % par rapport à p. Quel est le volume V_2 du carburant acheté pour 100 F ?
   c. Calculer V_2, et vérifier que le pourcentage de diminution de V_1 volume du carburant acheté est 20 %.
2. Plus généralement, démontrer que si le prix augmente de t %, alors le volume baisse de n % avec :

$$n = \frac{100t}{100+t}$$

On pose $x = \dfrac{t}{100}$ et $y = \dfrac{n}{100}$. Exprimer y en fonction de x.

3. On suppose que l'augmentation du prix du litre de carburant est inférieure à 10 %, c'est-à-dire que $0 < x < 0,1$.

   A-t-on raison de dire que la diminution de volume de carburant acheté, en résultant, est inférieure à 10 % ?

   Justifier votre réponse.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Cinq amis nommés A, B, C, D, E achètent en commun une photocopieuse.
Pour des raisons de surface disponible, cette photocopieuse peut être entreposée seulement chez A ou chez B.
On procède à un vote à bulletin secret pour savoir chez lequel de A ou de B elle sera entreposée. Chacun des cinq amis émet un choix et un seul sur l'une des deux personnes A ou B. Ces choix ont supposés équiprobables.
Par exemple, le résultat d'un vote noté (A, B, B, A, A) signifie que : A a voté pour A ; B a voté pour B ; C a voté pour B ; D a voté pour A ; E a voté pour A.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Quel nombre de résultats différents peut-on concevoir ?
2. On considère la variable aléatoire X qui, au résultat de chaque vote, associe le nombre de voix obtenues par A lors de ce vote.
   a. établir la loi de probabilité de X.
   b. Vérifier que la probabilité p_1 pour que la photocopieuse soit entreposée chez A est égale à $\frac{1}{2}$.
3. à chaque début d'année, on effectue un vote, dans les mêmes conditions. On suppose que les votes sont des événements indépendants.

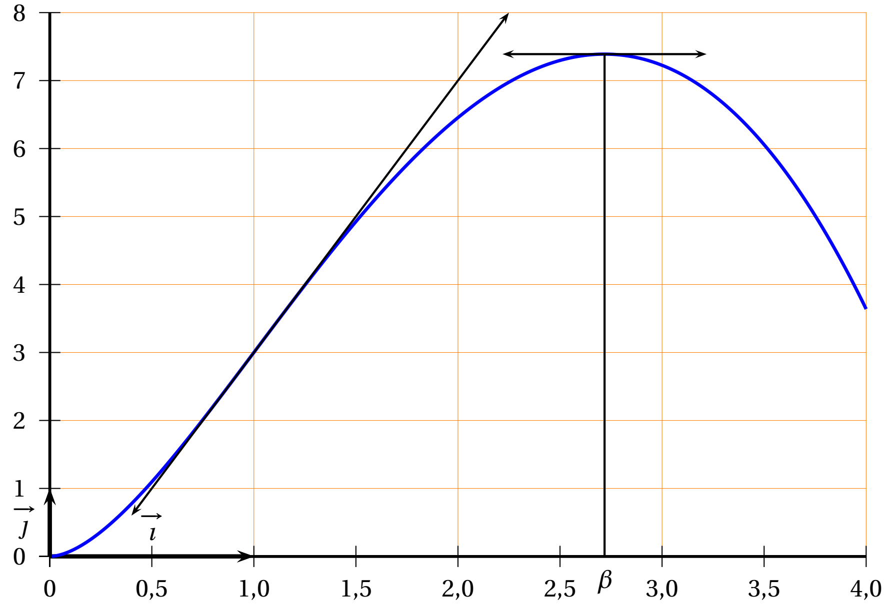
   Calculer la probabilité p_2 pour que A soit choisi pendant trois années consécutives.
4. C a libéré de la place dans son logement, et peut maintenant aussi entreposer la photocopieuse. Le vote se déroule toujours de la même façon.
   a. Quel est le nombre de résultats possibles à l'issue de ce vote ?
   b. Quelle est la probabilité p_3 pour que C soit choisi avec exactement quatre voix ?

PROBLÈME **11 points**

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).
La courbe Ω (voir ci-dessous) est la représentation graphique sur l'intervalle $]0 ; 4]$ d'une fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2(a + b\ln x),$$

où a et b désignent deux constantes réelles, et ln la fonction logarithme népérien.



Partie A

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
2. La courbe représentative de f passe par le point A(1 ; 3). Elle admet en A une tangente D de coefficient directeur 4.
   Montrer que $f(x) = x^2(3 - 2\ln x)$.
3. Déterminer une équation de la droite D.
4. Déterminer la valeur exacte de l'abscisse β du point B de la courbe où la tangente à Ω est parallèle à l'axe des abscisses.
5. étudier les variations de f sur l'intervalle $[4\,;\,+\infty[$. Calculer la limite de f en $+\infty$.
   Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique sur l'intervalle $[4\,;\,5]$ et donner une valeur approchée à $0,01$ près de cette solution.

Partie B

1. Calculer la dérivée de la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :
$$g(x) = x^3\,(11 - 6\ln x)\,.$$
2. En déduire la valeur exacte, puis une valeur approchée à $0,1$ près par excès, de l'aire exprimée en cm^2 de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe représentative de f, et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.

Partie C

Une entreprise fabrique x milliers d'objets $(0 < x < 4)$. Le coût de fabrication de tous ces objets, en milliers de francs, est supposé égal à $f(x)$, où f désigne la fonction étudiée précédemment.
Le coût moyen de fabrication d'un objet est, en francs :
$$m(x) = \frac{f(x)}{x}.$$
Soit k le nombre d'objets pour lequel le coût moyen de fabrication est maximal.

1. étudier les variations de la fonction m sur l'intervalle $]0~;~4[$.
2. En déduire la valeur exacte du nombre entier k.
3. Calculer le coût moyen maximal à 1 centime près.

∽ Baccalauréat ES Métropole groupe II bis juin 1996 ∽

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne la consommation finale d'énergie en millions de tonnes équivalent-pétrole dans différents secteur utilisateurs de 1986 à 1994, en France :

Année	1986	1988	1990	1992	1994
Rang de l'année (x_i)	1	3	5	7	9
Secteurs résidentiel et tertiaire $\left(y_i\right)$	71,6	74,9	78,1	83,2	86,3
$z_i = y_i - 70$	1,6	4,9	8,1	13,2	16,3
Transports (t_i)	38,7	42,1	t_5	47,5	48,3

(Source : Observatoire de l'énergie)

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$.
   Le plan est rapporté à un repère orthogonal; les unités graphiques sont :
   - 2 cm par année sur l'axe des abscisses;
   - 1 cm pour 1 million de tonnes équivalent-pétrole, sur l'axe de ordonnées.
2. *Dans cette question, aucun calcul manuel n'est demandé. Les valeurs obtenues à l'aide de la calculatrice seront données sous forme décimale approchée à* 10^{-2} *près par défaut.*
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ z_i)$.
   b. écrire une équation de la droite de régression de z en x, par la méthode des moindres carrés. La tracer sur le graphique précédent.
   c. Estimer la consommation d'énergie dans les secteurs résidentiel et tertiaire en 1996.
3. On considère maintenant la série statistique $(x_i\ ;\ t_i)$; on admet que la droite de régression de t en x a pour équation :

$$t = 1,27x + 38,04.$$

   Calculer l'ordonnée $\overline{t}$ du point moyen du nuage associé à la série double $(x_i\ ;\ t_i)$; en déduire la valeur t_5 non fournie, arrondie au dixième.

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement obligatoire

Un gérant de société a dépensé en 1995, pour l'achat du papier de son secrétariat, la somme de 16 000,00 F.

1. Sachant que le papier coûte 64 F les 1 000 feuilles, combien le gérant a-t-il utilisé de milliers de feuilles en 1995 ?
2. On suppose qu'au 1er janvier 1996, le prix du papier a augmenté de 5 %. On ne prévoit pas d'autre augmentation du prix du papier au cours de l'année.
   Si le gérant maintient sa dépense, quel nombre de milliers de feuilles de papier pourra-t-il acheter en 1996 ? (on arrondira le résultat à 0,1 près).
   Quel pourcentage de diminution de consommation de papier cela représentera-t-il ?
3. On suppose maintenant que le prix du papier a augmenté de n % le 1er janvier 1996. On ne prévoit pas d'autre augmentation du prix du papier au cours de l'année.
   On suppose que le gérant maintient sa dépense de papier.
   a. Montrer que le nombre de milliers de feuilles qu'il pourra acquérir en 1996 est :

$$N = \frac{25\,000}{100 + n}.$$

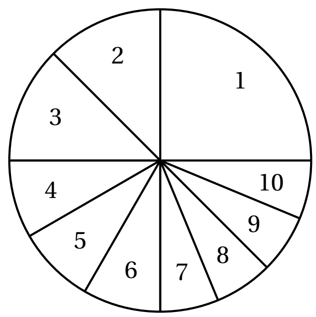
b. Calculer, en fonction de n, le pourcentage de diminution de la consommation de papier qu'il doit envisager pour 1996.

c. Le gérant ne veut pas restreindre sa consommation de papier de plus de 8 %. Quel pourcentage maximum d'augmentation n pourra-t-il supporter ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

Dans une fête foraine, une loterie utilise une roue circulaire tournant autour d'un axe et une flèche fixe déterminant la position d'arrêt de la roue. Cette roue est partagée en 10 secteurs tel que :

— le secteur 1 occupe le premier quart de la roue ;
— les secteurs 2 et 3 se partagent également le deuxième quart ;
— les secteurs 4, 5 et 6 se partagent également le troisième quart ;
— les secteurs 7, 8, 9 et 10 se partagent également le dernier quart.



Quand la roue est lancée, elle s'arrête de façon aléatoire, et la flèche ne peut indiquer qu'un seul secteur.

1. Le nombre n étant un entier de $[1 ; 10]$, la probabilité pour que la flèche indique le secteur n est notée p_n.
   On suppose qu'elle est proportionnelle à l'angle au centre de ce secteur.
   Calculer p_1, p_2, p_4, p_7. (Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.)
2. Le jeu proposé est le suivant :
   Le joueur mise une certaine somme.
   Il perd sa mise si la flèche indique les secteurs 1, 2, 4 ou 7.
   Sa mise lui est remboursée si la flèche indique 3, 5 ou 8.
   Il gagne le double de sa mise si la flèche indique un autre secteur.
   a. Montrer que la probabilité p'_1, pour que le joueur perde est égale à $\dfrac{25}{48}$, et que la probabilité p'_2 pour qu'il soit remboursé vaut $\dfrac{13}{48}$.
   b. Calculer la probabilité p'_3 pour que le joueur gagne et celle p'_4 pour qu'il ne perde pas.
3. Un joueur joue 5 parties.
   (Dans les questions suivantes les résultats seront arrondis à 0,001 près.)
   a. Calculer la probabilité p'_5 pour qu'il gagne au moins quatre fois.
   b. Calculer la probabilité p'_6 pour qu'il perde deux fois et qu'il ne perde pas trois fois.
   c. Calculer la probabilité p'_7 pour qu'il gagne deux fois et qu'il ne perde pas trois fois.

PROBLÈME **4 points**

Question préliminaire

Vérifier que le nombre $\alpha = -1 + \ln 125$ est solution de l'équation (E) :

$$\mathrm{e}^{x+1} - 10^4 \mathrm{e}^{-(x+1)} - 45 = 0.$$

En donner la valeur décimale approchée à 10^{-2} près par excès.
On admettra que α est la seule solution de (E).

Offre et demande

D'après une étude de marché, l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ d'un produit de prix unitaire x sont telles que :

$$f(x) = 100\left(\mathrm{e}^{x+1} - 45\right); \quad g(x) = \mathrm{e}^{-(x+1)}.$$

1. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ et $g(x)$ sont positives ou nulles.
   On désignera par I l'intervalle trouvé; cet intervalle est dit « intervalle de validité du modèle ».
2. Déterminer la valeur x telle que $f(x) = g(x)$, appelée « prix d'équilibre ».
3. étudier les variations de f et de g sur l'intervalle I (on précisera les limites en $+\infty$).
4. Le plan P est rapporté à un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. Le unités graphiques sont : 2 cm pour unité sur l'axe des abscisses, et 1 cm pour 2 000 unités sur l'axe des ordonnées.
   a. Tracer les courbes représentatives de f et de g dans P.
   b. Vérifier graphiquement le prix d'équilibre trouvé à la question 2.
5. On considère la fonction E_f définie sur I par :

$$E_f = x\frac{f'(x)}{f(x)} \quad \text{(où } f' \text{ désigne la fonction dérivée de } f\text{)}.$$

   Le nombre Ef (x) s'appelle « élasticité de l'offre par rapport au prix x »; on admet qu'il indique le pourcentage de variation de l'offre pour un accroissement de 1 % d'un prix x donné. $E_f(x)$ est négatif lors d'une diminution de l'offre.
   a. Calculer $E_f(x)$.
   b. On considère le prix $x = 3,8$. Pour un accroissement de 1 % de ce prix, quel est le pourcentage de variation de l'offre ?

Baccalauréat ES Polynésie juin 1996

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).
On considère la parabole Π d'équation $y = x^2$, et la droite Δ d'équation $y = 3$.

1. Représenter Π et Δ, quand x appartient à l'intervalle $[-2 ; +2]$.
2. Calculer l'intégrale $I = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} x^2\,\text{d}x$.
3. **a.** La droite Δ coupe Π en deux points, A, d'abscisse positive, et B, d'abscisse négative.
   On note C et D les points de l'axe des abscisses tels que ABCD soit un rectangle.
   Dessiner ce rectangle, et calculer son aire, en cm^2.

   b. On note P la partie du plan comprise entre le segment [AB] et la parabole Π.
   Calculer, en cm^2, l'aire de P.

   c. Vérifier que l'aire de P est égale aux deux tiers de l'aire de ABCD.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Un vendeur d'adoucisseurs d'eau a l'intention de proposer deux de ses produits (modèle *simple* et modèle *haut de gamme*) dan un lotissement nouvellement construit. Une enquête a montré que 20 % des foyers se déclarent intéressés par l'achat d'un adoucisseur.
L'expérience du vendeur lui a appris que, parmi les foyers se déclarant intéressés, 50 % achètent le modèle *simple*, 40 % le modèle *haut de gamme*, les autres renonçant finalement à l'achat. On nomme :
I l'évènement : « le foyer est intéressé » ;
A l'évènement : « le foyer achète le modèle *simple* » ;
B l'évènement : « le foyer achète le modèle *haut de gamme* » ;
C l'évènement : « le foyer renonce à l'achat ».

1. Calculer les probabilités des évènements $I \cap A$, $I \cap B$, $I \cap C$.
2. Montrer que la probabilité pour qu'un foyer pris au hasard n'achète pas d'adoucisseur est égale à $0,82$.
3. Le vendeur envisage de fixer le prix du modèle *simple* à 4 000 F et celui du *haut de gamme* à 8 000 F.
   On appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme (éventuellement nulle) versée au vendeur par un foyer visité au hasard.

   a. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

   b. Pour que son bénéfice soit suffisant, l'espérance de gain du vendeur devrait être de 1 300 F pour un foyer visité. S'il veut vendre le modèle *simple* à moitié prix du modèle *haut de gamme*, comment doit-il modifier ses prix?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 7$ et, pour tout entier naturel n, par

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 6}{5}.$$

1. Calculer u_1, u_2, u_3.

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 2$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n, et en déduire que : $u_n = 5\left(\frac{2}{5}\right)^n + 2$

c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

PROBLÈME **11 points**

Partie A

La fonction g est définie, sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}\ ;\ +\infty\right[$, par :

$$g(x) = \frac{2x}{\mathrm{e}} - 1 - \ln x.$$

1. a. Calculer $g'(x)$, où g' désigne la fonction dérivée de g.
étudier son signe, et, en déduire le sens de variation de g.

b. Calculer la limite de g lorsque x tend vers $+\infty$. (On pourra écrire : $g(x) = x\left[\frac{2}{\mathrm{e}} - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}\right]$).

c. Calculer $g\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ et $g\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)$.

d. Dresser le tableau de variation de g.

2. a. Calculer $g(\mathrm{e})$ et justifier que $g(x) \geqslant 0$ pour $x \geqslant \mathrm{e}$.

b. Montrer que g s'annule sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}\ ;\ \frac{\mathrm{e}}{2}\right]$ pour une valeur unique que l'on notera α.
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3. Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$(unité graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 4 cm sur l'axe des ordonnées).

a. Tracer la courbe représentative Γ de la fonction g. Placer, en particulier, les points d'abscisses α et e.

b. Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x) \geqslant 0$.

Partie B

La fonction f est définie, sur $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}\ ;\ +\infty\right[$, par :

$$f(x) = \frac{x^2}{\mathrm{e}} - x\ln x.$$

1. Vérifier que $f'(x) = g(x)$.
En déduire le tableau de variation de f.

2. Justifier que f est positive ou nulle sur l'intervalle $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}\ ;\ +\infty\right[$. On ne demande pas de représenter graphiquement f.

Partie C

La fonction g représente le chiffre d'affaires marginal d'une entreprise, en fonction du nombre de ses employés. C'est la dérivée de la fonction correspondant au chiffre d'affaires exprimé en francs.
Déterminer ce chiffre d'affaires, sachant qu'il est nul pour un employé.

Baccalauréat ES Antilles-Guyane septembre 1996

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $]-\infty~;~0[$ par :

$$f(x) = ax + b + \ln(-2x)$$

où a et b,, sont deux réels donnés.

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b.
2. Le tableau ci-dessous représente les variations d'une fonction particulière f.

x	$-\infty$		$-1/2$		0
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	2	$\searrow$	

   a. En utilisant les données du tableau déterminer les valeurs a et b qui caractérisent cette fonction.

   b. Pour cette fonction particulière f, déterminer $\displaystyle\lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)$.

   c. Montrer que, dans l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}~;~-0,01\right]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique. En donner une valeur approchée à 10^{-3} près.

EXERCICE 2 **6 points**

Enseignement obligatoire

Une société possède plusieurs usines réparties à travers le pays.
L'usine A emploie 1 000 personnes dont 70 sont affectées au service social, les autres étant des ouvriers ou des cadres.

1. Sachant qu'il y a deux fois plus d'ouvriers que de cadres dans A, trouver le nombre de personnes appartenant à chaque catégorie.
2. Par suite de problèmes dus à des baisses de charges, il est procédé à une restructuration de l'usine A : 10 % des cadres et 30 % des ouvriers sont mutés.

   Donner le nombre de cadres et le nombre d'ouvriers mutés.
3. Le directeur est ce jour-là sur les lieux, tout le personnel est présent, et le directeur a la même probabilité de rencontrer chaque employé.

   a. Quelle probabilité a-t-il de rencontrer une personne qui doit être mutée ?

   b. Il réunit toutes les personnes qui doivent être mutées et il donne la parole à l'une d'entre elles prise au hasard. Quelle probabilité a-t-il de s'adresser à un ouvrier ?
4. Le directeur reçoit par la suite l'ensemble de tous les ouvriers mutés et leur donne les informations suivantes : « Vos mutations seront effectuées dans quatre villes A, B, C et D, en fonction de vos compétences et une prime de déménagement vous sera accordée de la façon suivante :

Ville	A	B	C	D
Prime (en F)	20 000	15 000	12 000	10 000

Vous devez savoir que 62 personnes partiront pour la ville A, 31 pour la ville B, 18 pour la ville C et les autres pour la ville D. Une lettre vous informera de votre nouveau lieu de travail. »

On appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme reçue en francs par chaque ouvrier muté.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance mathématique de X, en donner une interprétation.

EXERCICE 2 **6 points**

Enseignement de spécialité

On considère la suite (U_n) définie par :

$$U_{n+1} = -\frac{3}{4}U_n + \frac{11}{12} \text{ pour tout } n \geqslant 1 \text{ avec } U_1 = \frac{1}{2},$$

et la suite (V_n) définie par :

$$V_n = U_n - \frac{11}{21} \text{ pour tout } n \geqslant 1.$$

1. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n et en déduire que (V_n) est une suite géométrique de raison $-\dfrac{3}{4}$; préciser le premier terme.
2. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
3. à une date donnée deux amis, Claire et Benoît décident de se téléphoner régulièrement. On désigne par (B_n) l'évènement : « Benoît téléphone à Claire le n-ième jour qui suit leur décision ». $p(B_n)$ est la probabilité de cet évènement.
   La probabilité que Benoît téléphone à Claire le premier jour est $p(B_1) = \frac{1}{2}$.
   Sachant que :
   — si Benoît lui a téléphoné le n-ième jour, la probabilité pour qu'il l'appelle le lendemain est de $\frac{1}{6}$;
   — par contre, si Benoît n'a pas appelé Claire le n-ième jour, la probabilité pour qu'il le fasse le $(n+1)$-ième jour, est de $\frac{11}{12}$;

   a. énoncer $\overline{B_n}$ évènement contraire de B_n ;

   b. montrer que $p(B_{n+1} \cap B_n) = \dfrac{1}{6}p(Bn)$ et que $p\left(B_{n+1} \cap \overline{B_n}\right) = \dfrac{11}{12}p(Bn)$;

   c. en déduire que $p(B_{n+1}) = -\dfrac{3}{4}p(B_n) + \dfrac{11}{12}$.
4. En utilisant les questions 2. et 3., déterminer une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité pour que Benoît téléphone à Claire le 60[e] jour.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,1]$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{x^2-1}$$

et on note $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 10 cm.

1. étudier les variations de la fonction f.

2. Soit (D) la droite d'équation $y = x$, on veut étudier la position de la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ par rapport à la droite (D).
   Pour cela :
   a. Résoudre dans $[0; 1]$, l'inéquation $\text{e}^{x^2-1} < 0$.
   En déduire la position de $\left(\mathscr{C}_f\right)$ par rapport à (D).
3. Construire $\left(\mathscr{C}_f\right)$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
4. a. Déterminer une primitive F de la fonction f sur $[0; 1]$.
   b. Montrer qu'en unité d'aire, l'aire A de la partie du plan limitée par la droite (D) et la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ est égale à $\dfrac{1}{2\text{e}}$.

Partie B

Dans la commune Mateco, la répartition des réserves d'une banque en fonction du nombre de clients a fait l'objet d'une étude.
Les résultats sont donnés par la série statistique suivante :

X_i	0,01	0,40	0,60	0,70	0,90	1
Y_i	0,04	0,18	0,31	0,42	0,74	1

X_i fréquence cumulée croissante des effectifs
Y_i fréquence cumulée croissante des réserves
Interprétation du tableau : 60 % des clients ne détiennent que 31 % des réserves de la banque.

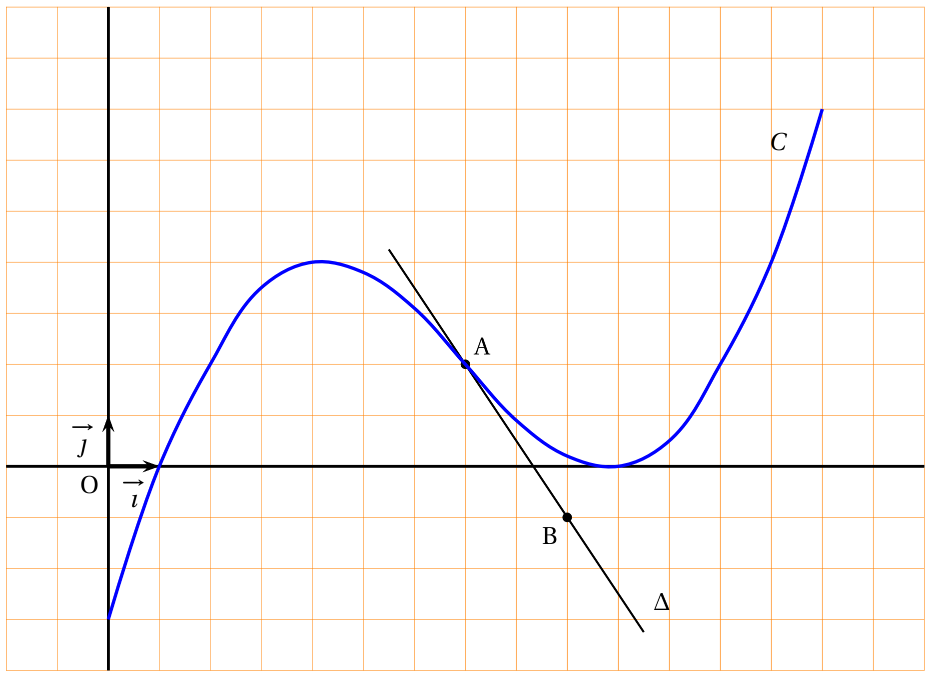
1. Sur le graphique dessiné dans la troisième question de la première partie, construire en pointillés et en partant du point O la ligne polygonale (Γ) obtenue en joignant successivement les points de coordonnées $(X_i ; Y_i)$. (Γ) est appelée courbe de Lorentz.
2. Lire le pourcentage des réserves détenues par 65 % des clients.
3. Quel pourcentage des réserves se partagent les 20 % les plus riches ?

∽ Baccalauréat ES Métropole septembre 1996 ∾

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction définie et dérivable sur I = [0 ; 14]. Sa représentation graphique est la courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous. Elle passe par le point A(7 ; 2), et la tangente en A à $\mathcal{C}$ est la droite Δ qui passe par le point B(9 ; −1).



Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Par lecture graphique :
   a. Dresser le tableau de variation de f.
   Indiquer le signe de $f'(x)$ sur I.
   b. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$ sur I.
   c. Donner l'ensemble des réels tels que : $0 \leqslant f(x) \leqslant 2$.
2. Que valent $f(7)$ et $f'(7)$? écrire une équation de Δ.
3. Dresser le tableau de variation de $\dfrac{1}{f}$ sur]1 ; 10[.

Exercice 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Lors d'une promotion, un hypermarché vend par paquets de un kilogramme des clémentines et des oranges, en provenance de l'Union européenne (Italie, Espagne) et du Maroc.
Le nombre de kilos mis en vente est donné par le tableau suivant :

Origine / Fruits	Italie	Espagne	Maroc
Clémentines	100	250	200
Oranges	350	450	650

1. Un acheteur pressé prend au hasard un paquet de fruits. Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :
   a. Acheter des clémentines.
   b. Acheter italien.
2. a. Quelle est la probabilité p_1 d'acheter des clémentines, sachant que l'acheteur ne veut que des produits « européens » ?
   b. Quelle est la probabilité p_2 d'acheter « européen », sachant que des clémentines ont été choisies ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Un artisan fabrique des objets A et des objets B.
La réalisation d'un objet A demande 30 F de matière première et 125 F de main-d'œuvre.
La réalisation d'un objet B demande 70 F de matière première et 75 F de main-d' œuvre.
Les profits réalisés sont de 54 F par objet A, et de 45 F par objet B.
On note x le nombre d'objets A fabriqués, et y le nombre d'objets B fabriqués, en une journée.
La dépense journalière en matière première ne doit pas dépasser 560 F. La dépense journalière en main-d'œuvre ne doit pas dépasser 1 250 F.

1. Traduire ces deux hypothèses.
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).
   Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ dont les coordonnées vérifient ces hypothèses.
3. Exprimer le bénéfice journalier b de l'entreprise en fonction de x et de y, puis la production journalière d'objets A et B qui assurerait un bénéfice maximum.
   On précisera, graphiquement, et par le calcul, cette production journalière.
   En déduire le montant de ce bénéfice.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

étude de la fonction f définie dans $[-2\,;\,1]$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{x} + 1.$$

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 4 cm). On appelle C la courbe représentative de f dans ce plan.

1. étudier les variations de f. Dresser le tableau de ses variations.
2. Calculer :
   a. l'ordonnée du point A de C d'abscisse 0 ;
   b. les coordonnées du point B de C en lequel la tangente à C est parallèle à l'axe des abscisses.
3. Donner :
   a. une équation de T_0 tangente à C en A ;
   b. une équation de T_1 tangente à C en B. Déduire des questions précédentes la position de C par rapport à T_1 ;
   c. les coordonnées du point G, intersection de T_0 et T_1
4. Construire C.

Partie B

Le but de cette question est de calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par l'arc $\widehat{\text{AB}}$ de C, et les segments [BG) et [GA].
Afin de déterminer la position de C par rapport à T_0, on va étudier au préalable la fonction g définie sur $[-1~;~1]$ par

$$g(x) = f(x) - (x+1).$$

1. étude des variations de g.

a. Vérifier que, pour tout x de $[-1~;~1]$, $g'(x) = 2\left(\text{e}^x - 1\right)\left(\text{e}^x + \dfrac{1}{2}\right)$ (où g' désigne la fonction dérivée de g).

b. Déterminer le signe de $\text{e}^x - 1$ sur $[-1~;~1]$; en déduire le signe de $g'(x)$.

c. Dresser le tableau de variation de g.

d. En déduire le signe de $g(x)$ sur $[-1~;~1]$, puis la position de C par rapport à T_0.

2. Calcul de $\mathscr{A}$.

a. Calculer : $\displaystyle\int_{-\ln 2}^{0} f(x)\,\text{d}x$.

b. En déduire la valeur exacte de $\mathscr{A}$ en unités d'aire.

c. Donner une valeur approchée de $\mathscr{A}$ en cm^2 à 10^{-2} près par défaut.

∽ Baccalauréat ES Polynésie septembre 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).
On considère la parabole Π d'équation $y = x^2$, et la droite Δ d'équation $y = 3$.

1. Représenter Π et Δ, quand x appartient à l'intervalle $[-2 ; +2]$.

2. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} x^2\,\text{d}x$.

3. **a.** La droite Δ coupe Π en deux points, A, d'abscisse positive, et B, d'abscisse négative.
On note C et D les points de l'axe des abscisses tels que ABCD soit un rectangle.
Dessiner ce rectangle, et calculer son aire, en cm^2.

b. On note P la partie du plan comprise entre le segment [AB] et la parabole Π.
Calculer, en cm^2, l'aire de P.

c. Vérifier que l'aire de P est égale aux deux tiers de l'aire de ABCD.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Un vendeur d'adoucisseurs d'eau a l'intention de proposer deux de ses produits (modèle *simple* et modèle *haut de gamme*) dan un lotissement nouvellement construit. Une enquête a montré que 20 % des foyers se déclarent intére– és par l'achat d'un adoucisseur.
L'expérience du vendeur lui a appris que, parmi les foyers se déclarant intéressés, 50 % achètent le modèle *simple*, 40 % le modèle *haut de gamme*, les autres renonçant finalement à l'achat. On nomme :
I l'évènement : « le foyer est intéressé » ;
A l'évènement : « le foyer achète le modèle *simple* » ;
B l'évènement : « le foyer achète le modèle *haut de gamme* » ;
C l'évènement : « le foyer renonce à l'achat ».

1. Calculer les probabilités des évènements $I \cap A, I \cap B, I \cap C$.

2. Montrer que la probabilité pour qu'un foyer pris au hasard n'achète pas d'adoucisseur est égale à $0,82$.

3. Le vendeur envisage de fixer le prix du modèle *simple* à 4 000 F et celui du *haut de gamme* à 8 000 F.
On appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme (éventuellement nulle) versée au vendeur par un foyer visité au hasard.

a. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

b. Pour que son bénéfice soit suffisant, l'espérance de gain du vendeur devrait être de 1 300 F pour un foyer visité. S'il veut vendre le modèle *simple* à moitié prix du modèle *haut de gamme*, comment doit-il modifier ses prix ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 7$ et, pour tout entier naturel n, par

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 6}{5}.$$

1. Calculer u_1, u_2, u_3.

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 2$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n, et en déduire que : $u_n = 5\left(\dfrac{2}{5}\right)^n + 2$

c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

PROBLÈME **11 points**

Partie A

La fonction g est définie, sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;\,+\infty\right[$, par :

$$g(x) = \frac{2x}{\mathrm{e}} - 1 - \ln x.$$

1. a. Calculer $g'(x)$, où g' désigne la fonction dérivée de g.
étudier son signe, et, en déduire le sens de variation de g.

b. Calculer la limite de g lorsque x tend vers $+\infty$. (On pourra écrire :
$g(x) = x\left[\dfrac{2}{\mathrm{e}} - \dfrac{1}{x} - \dfrac{\ln x}{x}\right]$).

c. Calculer $g\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)$ et $g\left(\dfrac{\mathrm{e}}{2}\right)$.

d. Dresser le tableau de variation de g.

2. a. Calculer $g(\mathrm{e})$ et justifier que $g(x) \geqslant 0$ pour $x \geqslant \mathrm{e}$.

b. Montrer que g s'annule sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;\,\dfrac{\mathrm{e}}{2}\right]$ pour une valeur unique que l'on notera α.
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3. Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$(unité graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 4 cm sur l'axe des ordonnées).

a. Tracer la courbe représentative Γ de la fonction g. Placer, en particulier, les points d'abscisses α et e.

b. Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x) \geqslant 0$.

Partie B

La fonction f est définie, sur $\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;\,+\infty\right[$, par :

$$f(x) = \frac{x^2}{\mathrm{e}} - x\ln x.$$

1. Vérifier que $f'(x) = g(x)$.
En déduire le tableau de variation de f.

2. Justifier que f est positive ou nulle sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;\,+\infty\right[$. On ne demande pas de représenter graphiquement f.

Partie C

La fonction g représente le chiffre d'affaires marginal d'une entreprise, en fonction du nombre de ses employés. C'est la dérivée de la fonction correspondant au chiffre d'affaires exprimé en francs.
Déterminer ce chiffre d'affaires, sachant qu'il est nul pour un employé.

∽ Baccalauréat ES Sportifs de haut-niveau septembre 1996 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On a mesuré entre 1989 et 19941 l'effet de la pollution sur la population piscicole d'une rivière.
Les résultats présentés dans le tableau suivant donnent une estimation du nombre y_i de poissons, exprimé en milliers, correspondant à l'année dont le rang est x_i.

Année	1989	1990	1991	1992	1993	1994
x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	951,3	106,7	96,5	63,2	21	9,4

1. On considère la série statistique double $(x\ ;\ y)$. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Expliquer pourquoi un ajustement linéaire ne paraît pas bien adapté.
2. On pose $z_i = \ln y_i$ pour $i \in \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6\}$.
   a. Calculer les nombres z_i ; (on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut).
   b. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points de la série $(x_i\ ;\ z_i)$.
   c. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série. Justifier l'utilisation d'un ajustement affine pour la série $(x_i\ ;\ z_i)$.
   d. Déterminer l'équation de la droite de régression de z en x. Tracer cette droite sur le graphique de la question b.
3. On suppose que l'évolution de cette population se poursuit sur le même modèle.
   a. à partir de quelle année cette population sera-t-elle strictement inférieure à 1 000 ?
   b. Donner une estimation de la population de cette rivière en l'an 2000 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Une entreprise de bateaux propose chaque jour une croisière sur le Rhône. Les relevés météorologiques permettent d'affirmer que, dans la région, l'évènement, noté B, « le temps est au beau fixe » se réalise 180 jours par an ; l'évènement, noté N, « le temps est nuageux sans pluie » se réalise 120 jours par an ; l'évènement, noté P, « le temps est pluvieux » se réalise 65 jours par an. On suppose qu'une année compte 365 jours.
On note $p_F(E)$ la probabilité d'un évènement E sachant qu'un évènement F est réalisé. [Cette probabilité se note aussi $p(E/F)$].
On donnera les valeurs exactes des probabilités demandées.
Un jour est choisi au hasard.

1. Calculer les probabilités $p(B), p(N), p(P)$ pour que, ce jour-là, le temps soit respectivement beau, nuageux sans pluie, pluvieux.
2. Soit V le nombre de billets vendus ce jour-là.
   On considère les évènements :

$$A_1 : « 0 \leqslant V \leqslant 15 » \quad A_2 : « 15 < V \leqslant 30 » \quad A_3 : « 30 < V \leqslant 50 »$$

   On dispose des renseignements suivants :

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
Probabilité de A_i sachant B	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$
Probabilité de A_i sachant N	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$
Probabilité de A_i sachant P	$\frac{5}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$

Exemple de lecture : la probabilité pour que « $15 < V \leqslant 30$ *sachant que* B *est réalisé* » *est égale à* $\dfrac{3}{8}$

Calculer $p(A_1 \cap B)$ puis $p(A_1)$.

De manière analogue, on trouverait $p(A_2) = \dfrac{206}{584}$ et $p(A_3) = \dfrac{229}{584}$, résultat que l'on admettra.

3. On considère que le bilan quotidien de l'entreprise est positif si elle a vendu au moins seize billets.

a. Calculer la probabilité pour que le bilan soit positif.

b. Si le bilan est positif, quelle est la probabilité pour que le temps ait été nuageux ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Une entreprise produit une pièce en grande série. Parmi les pièces produites, 5 % sont défectueuses.

1. Déterminer la probabilité pour qu'une pièce, prélevée au hasard dans le stock, soit défectueuse.

2. On prélève, au hasard, des échantillons de dix pièces dans le stock. Le nombre de pièces est suffisamment grand pour que la probabilité d'obtenir une pièce défectueuse soit la même à chacun des dix prélèvements.

Déterminer la probabilité des évènements suivants :

a. « il y a exactement 3 pièces défectueuses dans un échantillon » ;

b. « il n'y a pas de pièce défectueuse dans un échantillon » ;

c. « il y a au moins une pièce défectueuse dans un échantillon ».

3. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de pièces défectueuses dans un échantillon de 10 pièces.

a. Donner l'ensemble des valeurs prises par X.

b. Soit k une de ces valeurs. Exprimer, en fonction de k, la probabilité pour qu'un échantillon contienne exactement k pièces défectueuses.

c. Calculer l'espérance mathématique de X.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

On considère les fonctions g et h définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = x \quad \text{et} \quad h(x) = x - \frac{1}{2}x^2.$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ [unités graphiques 2 cm].
On note P la courbe représentative de h dans ce repère.

1. étudier les variations de la fonction h.
2. Déterminer une équation cartésienne de la tangente D à la courbe P au point d'abscisse 0 et préciser la position relative de P et de D.
3. Tracer sur une même figure la courbe P et la droite D.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \ln(1+x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans le repère précédent.

1. **a.** étudier les variations de la fonction f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
   c. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
2. On se propose d'étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à D.
   Pour cela on considère la fonction φ définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par
   $$\varphi(x) = x - \ln(1+x).$$
   a. Calculer la dérivée φ' de φ. En déduire le sens des variations de φ.
   b. Calculer $\varphi(0)$. Déterminer enfin le signe de φ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3. On se propose d'étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à P.
   Pour cela on considère la fonction ψ, définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par
   $$\psi(x) = \ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2.$$
   a. Calculer la dérivée ψ' de ψ. En déduire le sens des variation de ψ.
   b. Calculer $\psi(0)$. Déterminer enfin le signe de ψ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
4. Placer la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère précédent.
5. **a.** Calculer $I = \displaystyle\int_0^1 x\,\mathrm{d}x$ et $J = \displaystyle\int_0^1 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right)\mathrm{d}x$.
   b. Soit A l'aire de la partie du plan comprise entre $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
   Montrer que : $\dfrac{1}{3} \leqslant A \leqslant \dfrac{1}{2}$.
6. Parmi les fonctions k définies sur $[0\ ;\ +\infty[$, vérifiant, pour tout x positif,
   $h(x) \leqslant k(x) \leqslant g(x)$, peut-on trouver une fonction strictement décroissante sur $[0\ ;\ +\infty[$? Justifier la réponse.

∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 1996 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Le tableau ci-dessous donne : la cylindrée (en cm^3), le couple maximum à 2 000 tours/min (en m.kg), le poids remorquable freiné (en kg) de voitures automobiles à moteur Diesel.

	Peugeot 605	Renault Express	Renault Safrane	Audi	Ford Escort	Ford Mondéo	Citroën C15	Mazda	Peugeot 306	Fiat
cylindrée z_i	2088	1870	2068	1665	1753	1753	1769	1998	1905	1929
couple x_i	26	12,3	19.5	19,4	18,3	18,1	11,4	17,2	12,5	20
poids remorquable freiné y_i	1 500	700	1 300	1 300	900	1 300	800	1 250	1 000	1 400

Source Auto-journal, août 1995.

Le but de l'exercice est de voir s'il y a une meilleure corrélation entre z et y ou entre x et y.
Dans tout l'exercice, on pourra donner directement les résultats fournis par la calculatrice, arrondis à 10^{-2} près.

1. Calculer les coefficients de corrélation linéaire des séries $(z_i\ ;\ y_i)$ et $(x_i\ ;\ y_i)$. Conclure.
2. On considère la série $(x_i\ ;\ y_i)$.
   a. Dessiner le nuage de points (unités graphiques : sur l'axe des abscisses, 1 cm représente 1 unité; sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 100 kg).
   b. Déterminer et construire le point moyen G du nuage.
   c. Donner une équation de la droite de régression de y en x. La construire.
   d. En déduire une estimation, au kg près, du poids remorquable freiné correspondant à un couple de 16 m.kg.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Vingt personnes participent à un congrès dans une ville. Pour s'y rendre, les participants utilisent soit leur véhicule personnel, soit le train. Dans ce groupe, il y a 40 % d'hommes, 75 % des hommes viennent avec leur véhicule; 50 % des femmes prennent le train. Ces pourcentages restent les mêmes tous les ans.

1. a. Compléter le tableau suivant en exprimant les résultats en effectifs.

Moyen de transport	Hommes	Femmes	Total
Véhicule personnel			
Train			
Total			

   b. Madame Untel se rend tous les ans à ce congrès. Quelle est la probabilité qu'elle utilise au moins une fois le train sur une période de 10 ans ? On donnera une valeur approchée à 10^{-3} près du résultat.
2. La ville offre six places pour un spectacle. Les bénéficiaires sont tirés au sort parmi les 20 congressistes. (On suppose qu'il y a équiprobabilité.)
   a. Quelle est la probabilité que, parmi les 6 places, il y en ait au moins une attribuée à une femme ?
   b. Quelle est la probabilité que ces 6 places soient attribuées à 3 femmes et à 3 hommes ?

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{2}x + \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+3}$$

et on note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique 1 cm).

Partie A
étude de f et tracé de (C)

1. Résoudre dans $[0~;~+\infty[$ l'inéquation : $\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+3} \leqslant 1$.
2. Calculer l'expression de $f'(x)$ pour x élément de $[0~;~+\infty[$.
   étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f.
3. étudier la limite de f en $+\infty$.
   Dresser alors le tableau de variation de f.
4. **a.** On considère la droite (Δ) d'équation $y = \frac{1}{2}x$. Montrer que (Δ) est asymptote oblique à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (Δ) sur $[0~;20]$.
   b. Construire (C) et (Δ) sur l'intervalle $[0~;20]$.
5. Calculer l'aire en cm^2 du domaine plan limité par (C), (Δ) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 10$ (on donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-1} près).

Partie B
Application économique

Un atelier fabrique x unités d'un produit. Ce nombre x est limité à 10.
$f(x)$ représente, en francs, le coût moyen de fabrication d'une unité lorsqu'on en fabrique x.

1. Quel est le nombre d'unités à produire pour avoir un coût moyen de fabrication minimal ?
2. Chaque unité est vendue 5 F.
   On désire déterminer le nombre d'unités pour lequel l'atelier réalise un bénéfice.
   Indiquer une méthode de résolution graphique puis l'appliquer pour résoudre la question.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie décembre 1996

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
Un mélange de graines de fleurs contient :
- 50 graines de type A ;
- 90 graines de type B ;
- 60 graines de type C.

Toutes les graines n'ont pas le même pouvoir de germination. On conviendra qu'une graine germe correctement si celle-ci donne naissance à une plante qui fleurit.
On considère que la probabilité pour qu'une graine germe correctement est de :
- $0,5$ pour une graine de type A ;
- $0,8$ pour une graine de type B ;
- $0,6$ pour une graine de type C.

On sème une graine prise au hasard dans le mélange.

1. Quelle est la probabilité que ce soit une graine de type A ?
2. Quelle est la probabilité que ce soit une graine de type A et que celle-ci germe correctement ?
3. Quelle est la probabilité que la graine semée soit une graine qui germe correctement ?
4. Quelle est la probabilité que la graine semée soit une graine de type C qui ne germe pas correctement ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Dans cet exercice les résultats numériques pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice, sans justification. Ils seront arrondis à 10^{-3} près, sauf indication contraire.
Le tableau suivant donne l'évolution de 1987 à 1994 de la dette extérieure des pays en développement, en milliards de dollars.

Année i	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Montant d_i de la dette	1369	1375	1427	1539	1627	1696	1812	1945

Source : Banque Mondiale.

1. **a.** On pose $y_i = \ln(d_i)$, où ln désigne la fonction logarithme népérien. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant par les valeurs de y_i.

Rang x_i de l'année i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i								

   b. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 20 cm sur l'axe des ordonnées).

2. **a.** Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.

   b. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de y en x.

   c. Déduire de la question précédente une relation entre d et x, de la forme : $d = \alpha\beta^x$.

3. En supposant que la relation précédente soit valable pour les années à venir, estimer, pour 1996, le montant de la dette extérieure des pays en développement (arrondir le résultat à un milliard près).

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Soit la suite $(U_n)_{n\geqslant 0}$ définie par

$$U_n = \int_n^{n+1} 2\mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x.$$

1. **a.** Calculer U_0.

   b. Montrer que, pour tout nombre entier naturel n, $U_n = \mathrm{e}^{-2n}\left(1-\mathrm{e}^{-2}\right)$.

2. Démontrer que la suite $(U_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite géométrique, dont on précisera la raison.

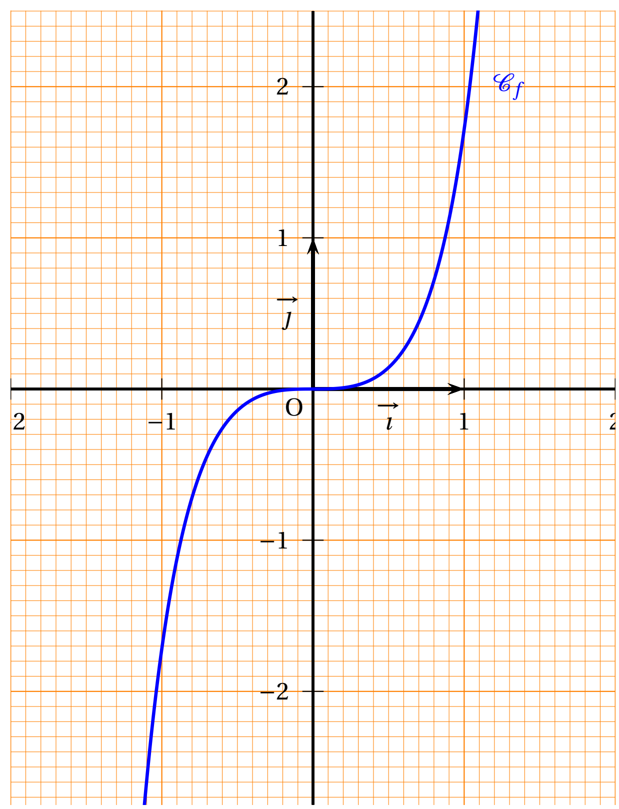
3. Pour tout entier naturel n, on pose $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n$.

   a. Exprimer S_n en fonction de n.

   b. étudier la limite de la suite $(S_n)_{n\geqslant 0}$

PROBLÈME **5 points**

Utiliser le dessin ci-dessous pour tous les graphiques demandés dans ce problème.



Partie A

La fonction g est définie sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(x+1) + 2x.$$

Sa courbe représentative dans le repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ est désignée par $\mathscr{C}_g$ (unités graphiques : 4 cm en abscisse et 2 cm en ordonnée).

1. **a.** Déterminer les limites de g en -1 et en $+\infty$; en déduire que la courbe $\mathscr{C}_g$ admet une asymptote D dont on donnera une équation.

   b. Déterminer le sens de variation de chacune des deux fonctions h et k définies sur l'intervalle $]-1~;~+\infty[$ par :

   $$h(x) = \ln(x+1) \quad \text{et} \quad k(x) = 2x.$$

   En déduire le sens de variation de g sur $]-1~;~+\infty[$.

   c. Dresser le tableau de variation de g sur $]-1~;~+\infty[$.

2. Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de g sur $[0~;~+\infty[$. Tracer, sur le graphique joint la courbe $\mathscr{C}_g$ et l'asymptote D.

   a. Montrer que la fonction G, définie sur $]-1~;~+\infty[$ par

   $$G(x) = x\ln(x+1) + \ln(x+1) - x + x^2,$$

   est une primitive de g.

   b. Calculer l'intégrale $I_1 = \displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x\left(\mathrm{e}^{x^2} - 1\right).$$

Cette fonction est représentée, sur l'intervalle $[-2~;~2]$, dans le repère $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$, par la courbe $\mathscr{C}_f$ (voir le dessin joint).

1. **a.** On note f' la fonction dérivée de f. Vérifier l'égalité suivante, pour tout nombre réel x,

   $$f'(x) = \mathrm{e}^{\left(x^2\right)} - 1 + 2x^2\mathrm{e}^{\left(x^2\right)}.$$

   Quel est le signe de $\mathrm{e}^{\left(x^2\right)} - 1$?
   En déduire que, pour tout nombre réel x, $f'(x)$ est positif ou nul.

   b. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

   c. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

2. Soit I_2, l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   Montrer que $I_2 = \dfrac{\mathrm{e}}{2} - 1$.

Partie C

On admettra que, sur $[0~;~1]$, la fonction f est positive et que les fonctions f et g vérifient : $f \leqslant g$.
Soit $\mathscr{A}$ la surface délimitée, sur le graphique, par les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
Colorier la surface $\mathscr{A}$, puis calculer à l'aide des intégrales I_1 et I_2 l'aire de $\mathscr{A}$, exprimée en cm^2.
Donner la valeur exacte de l'aire de $\mathscr{A}$, puis sa valeur décimale arrondie à 10^{-2} près.

↫ Baccalauréat ES 1997 ↬

L'intégrale de mars à décembre 1997

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat ES Pondichéry juin 1997 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Sur les 700 salariés d'une usine, 140 sont des cadres, les autres sont des ouvriers.
Des stages sont organisés :

— Chaque salarié participe à un stage au plus.
— 9 % des salariés partent en stage.
— 10 % des ouvriers partent en stage.

Un salarié est choisi au hasard :

1. **a.** Quelle est la probabilité que ce soit un ouvrier ?
   b. Quelle est la probabilité que ce soit un ouvrier partant en stage ?
   c. Quelle est la probabilité que ce soit un cadre partant en stage ?
2. Quel est le pourcentage de cadres partant en stage ?
3. Le stage dure 10 jours pour un ouvrier, et 8 jours pour un cadre. On définit la variable aléatoire X égale au nombre de jours de stage suivis par un salarié de l'usine.
   a. Quelles sont les valeurs prises par X ?
   b. Déterminer la loi de probabilité de X ?
   c. Calculer l'espérance mathématique de cette variable aléatoire. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans un carnet de santé, on peut lire le poids moyen d'un enfant de sa naissance à 12 ans.

Âge en années x_i	0	1	2	4	7	11	12
Poids en kg y_i	3,4	7	10,5	14,5	20,5	33	37,5

Aucun calcul manuel n'est demandé.
Dans cet exercice les résultats seront donnés à 10^{-1} près.
Le plan est rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 1 année en abscisse, 1 cm pour 2 kg en ordonnée).

1. **a.** Représenter le nuage de point s associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   b. Déterminer et représenter le point moyen de cette série.
2. **a.** Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   Un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de y en x est-il envisageable ? Pourquoi ?
   b. Donner alors une équation de la droite de régression D de y en x. La tracer sur le graphique précédent.
3. **a.** Déterminer graphiquement, en expliquant votre raisonnement, à partir de quel âge le poids moyen d'un enfant dépasse 25 kg.
   b. Retrouver ce résultat par le calcul en utilisant l'équation de D.

PROBLÈME **4 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie, pour tout réel x, par

$$f(x) = \mathrm{e}^{\left(-\frac{x^2}{8}+x\right)}$$

et on note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).

1. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. f' étant la fonction dérivée de f, déterminer $f'(x)$, étudier son signe, en déduire le tableau de variation de f.
3. Tracer (C).

Partie B

Une action est introduite en bourse à l'instant $t = 0$. On suppose que la cote de l'action, exprimée en centaines de francs, est :

$$g(t) = f(t) + \mathrm{e}$$

où t (exprimé en mois) appartient à l'intervalle $[0 ; 12]$ et e est le réel tel que $\ln \mathrm{e} = 1$.

1. Exprimer $g(t)$ en fonction de t.
2. En utilisant les résultats de la partie A, donner le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 12]$.
3. À quel instant la cote de l'action est-elle maximale ? Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de cette cote.
4. Un gestionnaire prudent décide de revendre son action lorsque la cote de celle-ci retombe en dessous de sa valeur initiale.
   a. Déterminer la valeur exacte de la cote de l'action à l'instant $t = 0$.
   b. Pour quelle autre valeur de t l'action retrouve-t-elle cette cote ? Justifier la réponse par le calcul.
5. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $g(11)$. En déduire que, pour tout t tel que $11 \leqslant t \leqslant 12$, la cote de l'action est strictement inférieure à 275 F.

Sur les 700 salariés d'une usine, 140 sont des cadres, les autres sont des ouvriers.
Des stages sont organisés : r
— Chaque salarié participe à un stage au plus.
— 9 % des salariés partent en stage.
— 10 % des ouvriers partent en stage.
Un salarié est choisi au hasard.

1. **a.** Quelle est la probabilité que ce soit un ouvrier ?
   b. Quelle est la probabilité que ce soit un ouvrier partant en stage ?
   c. Quelle est la probabilité que ce soit un cadre partant en stage ?
2. Quel est le pourcentage de cadres partant en stage ?
3. Le stage dure 10 jours pour un ouvrier, et 8 jours pour un cadre. On définit la variable aléatoire X, égale au nombre de jours de stage suivis par un salarié de l'usine.
   a. Quelles sont les valeurs prises par X ?
   b. Déterminer la loi de probabilité de X ?
   c. Calculer l'espérance mathématique de cette variable aléatoire. Interpréter ce résultat.

4. Chacun des 10 mots de la phrase « rien ne sert de courir, il faut partir à point » est inscrit sur un carton. On suppose les cartons indiscernables au toucher et on les place dans une urne. On tire au hasard un carton (les tirages sont donc supposés équiprobables).

- Si le mot inscrit sur le carton contient une voyelle, on gagne 10 points.
- Si le mot inscrit sur le carton contient deux voyelles, on perd 20 points.
- Si le mot inscrit sur le carton contient trois voyelles, on gagne 20 points.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de points obtenus (positif ou négatif).

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance mathématique de X et l'écart-type de X.

c. On dit que le jeu est équitable si l'espérance mathématique est nulle.
Sans changer les gains obtenus pour les mots contenant une ou trois voyelles, quelle devrait être la perte pour un mot contenant deux voyelles dans un jeu équitable ?

∽ Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 1997 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique des parfums haut de gamme, qui seront appelés par la suite des originaux.
Il existe sur le marché des contrefaçons qui seront appelées par la suite des copies. On sait que 0,5 % des flacons proposés à la vente sont des copies.
Pour éliminer ces copies, l'entreprise a mis au point un test optique per- mettant, sans rompre le ruban de garantie, de se faire une opinion concernant la conformité du produit.
On sait que :

— la probabilité que le test soit positif (c'est-à-dire qu'il indique qu'il s'agit d'une copie) sachant que le produit est une copie est $0,85$;
— la probabilité que le test soit négatif sachant que le produit est un original est $0,95$.

On tire un flacon au hasard et on le soumet au test.

1. Montrer que :
 a. la probabilité que le produit soit un original est égale à $0,995$.
 b. la probabilité que le test soit positif sachant que le produit est un original est égale à $0,05$.

2. Calculer la probabilité que :
 a. le produit soit une copie et que le test soit positif.
 b. le produit soit un original et que le test soit positif.
 c. le test soit positif.
 d. le produit soit un original sachant que le test est positif.
 e. le produit soit une copie sachant que le test est positif.

3. Exprimer brièvement votre opinion sur la fiabilité de ce test.

EXERCICE 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une étude statistique a montré qu'un archer de très bon niveau, tirant dans une cible à onze zones numérotées 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10, a atteint avec une flèche :

— la zone 10 avec une fréquence de $0,3$
— la zone 9 avec une fréquence de $0,6$
— la zone 8 avec une fréquence de $0,1$.

À chaque flèche tirée est associé un nombre de points égal au numéro de la zone atteinte. On admet que, pour cet archer se présentant à une compétition, les probabilités des évènements
« la flèche marque 10 »
« la flèche marque 9 »
« la flèche marque 8 »
sont respectivement égales aux fréquences observées et que les tirs sont indépendants les uns des autres.
On appelle volée deux tirs successifs d'une flèche.

1. Cet archer tire une volée. On associe à une volée la variable aléatoire X, somme des points marqués à chacun des deux tirs de la volée. On appelle volée réussie toute volée telle que $X \geqslant 19$.
 a. Quelles sont les valeurs prises par X ? Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
 b. Vérifier que la probabilité de l'évènement « $X \geqslant 19$ » est $\dfrac{9}{20}$.
 Calculer la probabilité de l'évènement « $17 \leqslant X \leqslant 19$ ».

c. Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.

2. Cet archer tire trois volées successives, que l'on suppose indépendantes. On considère la variable aléatoire Y, nombre de volées réussies parmi les trois tirées. Calculer la probabilité des évènements suivants :

a. « $Y = 2$ ».

b. « $Y \geqslant 1$ ».

3. Cet archer tire n volées successives, que l'on suppose indépendantes.
Quelle doit être la valeur minimale n_0 de n pour que la probabilité de l'évènement « une volée au moins est réussie » soit supérieure ou égale à $0,999$?

PROBLÈME **10 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = x^2 - 1 + 2\ln x.$$

1. Déterminer les limites de la fonction g aux bornes de son intervalle de définition.

2. étudier le sens de variation de g (le tracé de la courbe représentative de g n'est pas demandé).

3. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet le nombre réel 1 comme unique solution sur $]0~;~+\infty[$.

4. De l'étude précédente, déduire le signe de $g(x)$, en fonction de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}.$$

1. Montrer que, pour tout x appartenant à $]0~;~+\infty[$, $f'(x)$ et $g(x)$ sont de même signe.

2. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son intervalle de définition.

3. Dresser le tableau de variation de f.

4. On note respectivement $\mathscr{C}_f$ et Γ les courbes représentatives des fonctions f et ln dans un repère orthonormal, $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique 4 cm).
étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à Γ. Tracer Γ puis $\mathscr{C}_f$.

Partie C

On désigne par Δ le domaine représentant sur le graphique précédent l'ensemble des points M dont les coordonnées x et y vérifient

$$\left\{\begin{array}{lcccl} 1 & \leqslant & x & \leqslant & 4\\ f(x) & \leqslant & y & \leqslant & \ln x. \end{array}\right.$$

On note $\mathscr{A}(\Delta)$ l'aire, en cm^2, de Δ.

1. Hachurer Δ sur le graphique précédent.
Exprimer $\mathscr{A}(\Delta)$ sous forme d'une intégrale (le calcul n'est pas demandé).

2. **a.** On considère la fonction h, définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$h(x) = \frac{1 + \ln x}{x}.$$

Calculer $h'(x)$. En déduire une primitive, sur $]0~;~+\infty[$ de la fonction qui, à x associe $\dfrac{\ln x}{x^2}$.

b. Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}(\Delta)$. En donner une valeur décimale approchée à 10^{-2} près.

∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 1997 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Inde	Koweït	Mauri-tanie	France	Ghana	Congo	Vénézuéla	Japon	Madagascar
X_i	25,7	69,6	17	98,7	42,8	55,4	87,8	100	61,6
Y_i	95	34	127	7,7	90	73	25,1	5	120

D'après Les Chiffres du Monde Universalis - 1990

Dans le tableau ci-dessus, i désigne le numéro de l'observation, X_i désigne le taux d'alphabétisation des femmes (%) et Y_i désigne le taux de mortalité infantile (‰).

1. Construire le nuage de points associé à cette série statistique double, (On prendra 1 cm pour 10 % en abscisse et 1 cm pour 10 ‰ en ordonnée).

   Dans les questions suivantes, le détail des calculs n'est pas demandé.

2. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(X_i,\ Y_i)$ avec $1 \leqslant i \leqslant 9$, puis celui de la série $(X_i,\ Y_i)$ avec $1 \leqslant i \leqslant 8$.
   Pour laquelle de deux séries un ajustement affine est-il le plus approprié ? Justifier la réponse.
   Dans la suite on élimine les données concernant Madagascar en considérant la série $(X_i,\ Y_i)$ avec $1 \leqslant i \leqslant 8$.
3. Déterminer une équation de la droite de régression linéaire de Y en X. Tracer cette droite. Donner le résultat à 10^{-2} près par défaut.
4. Si on appliquait le modèle précédent à un pays où le taux d'alphabétisation des femmes est de 61,6 %, quel taux de mortalité infantile le calcul donnerait-il ?
   Le résultat sera donné à 10^{-1} près,

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Une grave maladie affecte le cheptel bovin d'un certain pays, On estime 7 % des bovins atteints, On vient de mettre au point un test pour diagnostiquer la maladie, on a établi que :

— quand un animal est malade, le test est positif dans 87 % des cas ;
— quand un animal n'est pas malade, le test est négatif dans 98 % des cas.

On note F l'évènement « être malade »et T l'évènement « avoir un test positif ».

1. Calculer la probabilité des trois évènements suivants :
   a. « F et T » ;
   b. « $\overline{F}$ et $\overline{T}$ » ;
   c. « F et $\overline{T}$ ».
2. En déduire la probabilité de T.
3. Quelle est la probabilité pour qu'un animal ayant un test négatif soit malade ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Dans une urne se trouvent :
cinq boules marquées du numéro 10 ;
quatre boules marquées du numéro 15 ;
trois boules marquées du numéro 20,
On tire simultanément trois boules de cette urne, Les tirages sont supposé équiprobables,

1. Déterminer la probabilité des évènements suivants :
   A : « on tire au moins une boule marquée 15 » ;
   B : « ont tire trois boules portant trois numéros différents » ;
   C : « on tire trois boules portant le même numéro » ;
   D : « parmi les trois boules tirées, deux exactement portent le même numéro ».
2. Il faut payer 51 francs pour effectuer un tirage de trois boules, et chaque tirage rapporte en francs la somme des points marqués.
   Montrer que la probabilité d'être gagnant est de $\dfrac{13}{220}$.
3. On effectue cinq tirages successifs de trois boules en remettant les trois boules dans l'urne après chaque tirage.
   Déterminer la probabilité d'être gagnant exactement trois fois. Donner le résultat à 10^{-3} près par excès.

PROBLÈME **11 points**

Enseignement de spécialité

1. Soit P le polynôme tel que
$$P(x) = 3x^3 - 2x^2 - 1.$$
   Vérifier que $P(x) = (x-1)\left(3x^2 + X + 1\right)$ puis étudier le signe de $P(x)$ sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
2. Soit g la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par
$$g(x) = x^3 - x^2 + 1 - \ln x.$$
   étudier le sens de variation de g sur $]0~;~+\infty[$. Les limites ne sont pas demandées.
   En déduire que pour tout $x \in]0~;~+\infty[$, $g(x) > 0$.
3. La fonction f est définie sur $]0~;~+\infty[$ par
$$f(x) = 2\frac{\ln x}{x} + x^2 - 2x + 3.$$
   a. étudier les limites de f en zéro et en l'infini.
   b. Calculer la fonction dérivée de f et exprimer $f'(x)$ à l'aide de $g(x)$. En déduire le sens de variation de f.
   c. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[0,2~;~4]$ une solution unique α ; déterminer la valeur décimale approchée de α à 10^{-1} près par défaut.
4. Soit un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unités : 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).
   Soit P la courbe d'équation $y = x^2 - 2x + 3$ et soit C la courbe représentative de la fonction f dans ce repère.
   a. Calculer $f(x) - \left(x^2 - 2x + 3\right)$. En déduire la limite quand x tend vers l'infini de $f(x) - \left(x^2 - 2x + 3\right)$. Que peut-on en déduire pour les courbes P et C ?
   b. étudier les positions relatives de P et C.
   c. Déterminer une équation de la tangente T à C au point A d'abscisse 1.
   d. Tracer P, T et C.
5. **a.** En remarquant que $\dfrac{\ln x}{x}$ peut s'écrire $\dfrac{1}{x}\ln x$, déterminer une primitive de la fonction $x \longmapsto 2\dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0~;~+\infty[$.
   b. Calculer l'aire, en cm^2, de la partie du plan comprise entre les courbe C et P et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$.

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 1997

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans une classe de 30 élèves, 14 sont des filles. Par ailleurs, 8 filles et 4 garçons sont internes. Les autres élèves sont externes.
On choisit un élève au hasard dans cette classe.
On considère les évènements suivants :
A : « l'élève choisi est interne » ;
B : « l'élève choisi est un garçon ».
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions simplifiées et seront justifiés.

1. Calculer la probabilité de l'évènement A puis de l'évènement B.
2. **a.** Calculer $p(B/A)$, c'est-à-dire la probabilité que l'élève choisi soit un garçon, sachant qu'il est interne.

   b. Déterminer la probabilité de l'évènement $A \cap B$.
3. Calculer $p(A/B)$.
4. Calculer la probabilité de l'évènement $A \cup B$, à partir des questions précédentes, ou par une justification directe.

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les calculs peuvent être effectués à la calculatrice ; leur détail n'est pas exigé.

Le tableau ci-dessous donne la charge maximale y_i en tonnes, qu'une grue peut lever pour une longueur x_i en mètres, de la flèche.

Longueur x_i	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,7
Charge y_i	10	9	8	7	6	5,5	5	4,5	4	3,5	3,2

1. Les réponses numériques à cette question seront données à 10^{-2} près.

   a. Représenter le nuage de points $M\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ à l'aide d'un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités 1 cm pour 2 mètres en abscisses et 1 cm pour une tonne en ordonnées.

   b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.

   c. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. Construire cette droite sur le graphique précédent.

   d. Utiliser cette équation pour déterminer la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 mètres.
2. On pose $z_i = \dfrac{1}{y_i}$.

   a. Recopier et compléter le tableau suivant (les z_i seront arrondis à 10^{-3} près.

x_i	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,7
z_i	0,100										

   b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et z puis une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés (les résultats numériques seront arrondis à 10^{-4} près.

   c. En se fondant sur les résultats obtenus en 2. b, calculer la valeur de z correspondant à $x = 26$; en déduire la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 mètres.

d. Ce résultat vous paraît-il plus satisfaisant que celui de 1. a ? Pourquoi ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans un lycée, 55 % des élèves sont des filles. Dans ce même lycée, 22 % des filles et 18 % des garçons étudient l'allemand.

1. On choisit au hasard un élève du lycée.

a. Sachant que l'élève choisi est un garçon, quelle est la probabilité qu'il apprenne l'allemand ?

b. Calculer la probabilité que l'élève choisi apprenne l'allemand et qu'il soit un garçon.

c. Montrer que la probabilité que l'élève choisi étudie l'allemand est $p = 0,202$.

2. *Dans cette question les résultats seront donnés à* 10^{-4} *près.*

On choisit maintenant au hasard et de façon indépendante 5 élèves du lycée. (On suppose que l'effectif du lycée est suffisamment élevé pour que cette expérience soit assimilée à un schéma de Bernoulli.)

a. Quelle est la probabilité que, sur les 5 élèves choisis, aucun n'étudie l'allemand ?

b. Quelle est la probabilité que les 5 élèves étudient l'allemand ?

c. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 élèves étudiant l'allemand ?

PROBLÈME **10 points**

Commun à tous les candidats

Le coût de production, en milliers de francs, de x centaines d'appareils fabriqués par une entreprise est donné par la fonction C, définie par :

$$C(x) = 3x + 25 + \mathrm{e}^{3-0,1x}.$$

1. a. Calculer, en arrondissant à un franc près, le coût de production de 3 centaines d'appareils. Quel est dans ce cas le coût moyen de production, arrondi au franc près, d'un appareil ?

b. Vérifier que lorsqu'on fabrique x centaines d'appareils, le coût moyen, en francs, d'un appareil est $\dfrac{10C(x)}{x}$.

2. Calculer $C'(x)$ et en déduire le sens de variation de C dans l'intervalle $[0~;~10]$.

3. Chaque appareil est vendu 200 F pièce, mais, en raison de défauts de fabrication et de distribution, seulement 95 % des appareils fabriqués sont effectivement vendus.

a. Montrer que le bénéfice, en milliers de francs, obtenu avec la fabrication de x centaines d'objets est :

$$B(x) = 16x - 25 - \mathrm{e}^{3-0,1x}.$$

b. Calculer $B'(x)$ et étudier le sens de variation de B dans l'intervalle $[0 ; 10]$.

c. Démontrer que l'équation $B(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[0 ; 10]$. On note α cette solution.

d. Déterminer un encadrement de α, d'amplitude 10^{-2}.

e. En déduire le nombre entier minimum d'appareils à produire pour réaliser un bénéfice.

f. Quel est, en francs, le bénéfice obtenu en fabriquant 1 000 appareils ? (Arrondir au franc le plus proche.)

∾ Baccalauréat ES La Réunion juin 1997 ∾

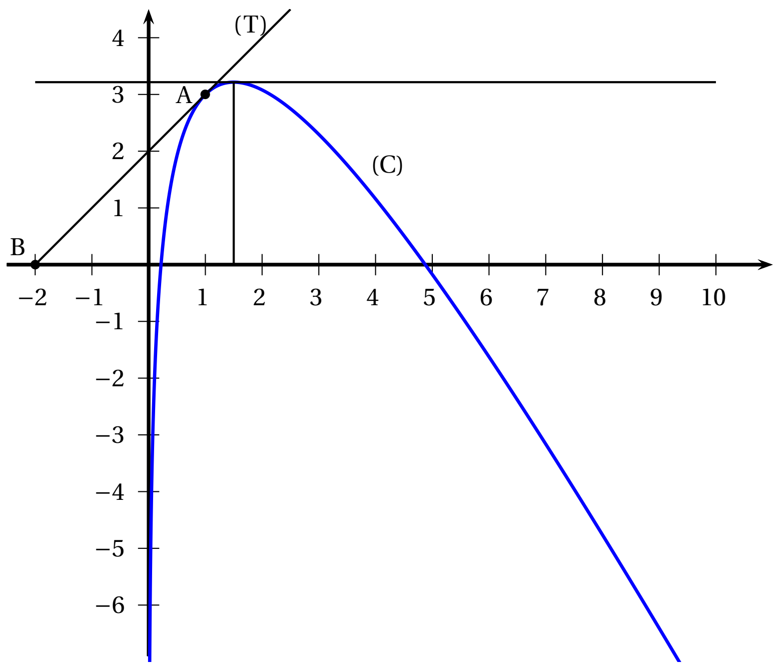
Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

La fonction f est définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = a\ln(x) + bx + c$$

où a, b, c désignent des nombres réels que l'on cherche à déterminer.
La courbe (C) représente la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.



Il est précisé que :

— le point A(1 ; 3) appartient à (C) ;
— la droite T, tangente à (C) au point A, passe par le point B(−2 ; 0) ;
— f admet un maximum en $x = \dfrac{3}{2}$ et la tangente à (C) au point d'abscisse $\dfrac{3}{2}$ est parallèle à l'axe des abscisses.

1. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.

2. a. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).

b. À l'aide des informations fournies, démontrer que les réels a et b vérifient le système

$$\left\{\begin{array}{lcl} a+b & = & 1\\ 2a+3b & = & 0 \end{array}\right.$$

En déduire les valeurs de a et b.

c. Démontrer que $c = 5$.

3. On pose $g(x) = x(3\ln(x) - x + 2)$ pour tout x appartenant à $]0~;~+\infty[$

a. Démontrer que g est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.

b. En déduire la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire de la partie du plan comprise entre (C), l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

On s'intéresse dans cet exercice aux abonnés d'un magazine. Une enquête porte sur les abonnés de l'année en cours. Ils sont de deux types :

— les nouveaux abonnés (25 %) ;
— les anciens abonnés (75 %).

Cette enquête a démontré que ces abonnés ont choisi l'une des deux formules dans les proportions suivantes :

	Nouveaux abonnés	Anciens abonnés
Abonnement de 6 mois	37 %	28 %
Abonnement d'un an	63 %	72 %

Un sondage téléphonique est effectué auprès des lecteurs abonnés.
On désigne par N l'évènement : « le lecteur interrogé est un nouvel abonné ».
On désigne par S l'évènement : « le lecteur interrogé a souscrit un abonnement de 6 mois ».

1. Calculer la probabilité des évènements :
— A : « le lecteur est un nouvel abonné et a souscrit l'abonnement d'un an » ;
— B : « le lecteur est un ancien abonné et a choisi l'abonnement de 6 mois » ;
— C : « le lecteur s'est abonné pour un an ».

2. D'après les estimations, 40 % des nouveaux abonnés et 80 % de anciens reprendront un abonnement une fois terminé l'abonnement en cours.

a. Montrer que la probabilité qu'un lecteur abonné se réabonne est égale à $0,7$.

b. Sachant que le lecteur interrogé se réabonne, quelle est la probabilité qu'il fasse partie des nouveaux abonnés ? (Donner la valeur exacte)

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Voici la liste des quinze pays composant l'Union européenne avec, pour chacun d'eux, la date d'entrée dans l'Union :
Allemagne (1958) ; Autriche (1995) ; Belgique (1958) ; Danemark (1973) ; Espagne (1986) ; Finlande (1995) ; France (1958) ; Grèce (1981) ; Irlande (1973) ; Italie (1958) ; Luxembourg (1958) ; Pays-Bas (1958) ; Portugal (1986) ; Royaume-Uni (1973) ; Suède (1995).
Pour représenter l'Union européenne à une conférence internationale, on décide de choisir au hasard deux pays délégués. Pour cela, on place dans une urne quinze jetons portant chacun le nom d'un pays de l'Union et on tire simultanément deux jetons de l'urne.
Les résultats des questions 1, 2 et 3 seront donnés sous forme fractionnaire, les résultats de la question 4 seront donnés sous forme décimale arrondie à 10^{-3} près.

1. Quelle est la probabilité pour que la France soit choisie ?

2. Sachant que les deux pays choisis font partie de l'Union depuis 1958, quelle est la probabilité pour que la France soit choisie ?

3. Soit X la variable aléatoire associant, à chaque tirage de deux jetons, le nombre de pays faisant partie de l'Union depuis 1958.

a. Quelles sont les valeurs prises par X ?

b. Déterminer la loi de probabilité de X.

4. Dans cette question, on choisit les délégués pour les cinq prochaines années. Pour cela on tire au hasard cinq fois de suite. deux jetons simultanément, les jetons étant remis dans l'urne avant chaque nouveau tirage.

a. Quelle est la probabilité pour que la France fasse partie de la délégation deux années exactement ?

b. Quelle est la probabilité pour que la France fasse partie de la délégation au moins une année ?

PROBLÈME **11 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous rend compte de l'évolution de la population d'une ville moyenne au cours des cinq dernières années :

Année	1992	1993	1994	1995	1996
Rang : x_i	0	1	2	3	4
Nombre d'habitants (en milliers) : z_i	58	59,04	59,88	60,55	61,1
$y_i = z_i - 58$	0	1,04	1,88	2,55	3,1

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques, 2,5 cm pour une unité en abscisse et 2,5 cm pour 1 millier d'habitants en ordonnée.
On construira sur le même dessin les différentes représentation graphiques demandées dans ce problème.

Partie A

1. Représenter le nuage de points associés à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

2. **a.** Déterminer à 10^{-2} près une valeur approchée du coefficient de corrélation linéaire de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ (on ne donnera pas le détail des calculs).
Expliquer pourquoi un ajustement linéaire semble justifié ici.

b. Déterminer une équation de la droite (Δ), droite de régression de y en x, et construire cette droite.

c. Calculer une estimation de la population de cette ville pour l'année 1998.

3. On appelle taux annuel de croissance pour l'année n, le pourcentage d'accroissement de la population entre l'année n et l'année $n+1$.
Calculer, en arrondissant à 10^{-2} près les taux annuels de croissance pour 1992, 1993, 1994 et 1995.

Partie B

Une modélisation prenant en compte une évolution du taux annuel de croissance analogue à celle des quatre dernières années amène à envisager la fonction f définie par :

$$f(x) = 5,3\left(1 - \text{e}^{x \ln 0,8}\right)$$

pour $x \in [0\ ;\ +\infty[$.
Selon ce modèle, pour une valeur entière de x, $f(x)+58$ représente la population pour l'année $1992+x$ (en milliers d'habitants).

1. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que :
$f'(x) > 0$ pour tout x de $[0\ ;\ +\infty[$.

b. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
En déduire l'existence d'une asymptote (D) à la courbe (C) représentant la fonction f.
Donner l'équation réduite de cette droite.

c. Dresser le tableau de variation de f.

d. Construire la courbe (C) et la droite (D) sur le dessin de la partie A.

2. **a.** D'après l'étude précédente, conclure sur la façon selon laquelle évolue la population de la ville suivant ce modèle.

b. Donner une estimation de la population pour 1998 à 10 habitants près.

Baccalauréat ES Asie juin 1997

Exercice 1

Le tableau ci-dessous donne l'évolution des obligations (capitalisation en fin d'anée en milliards de francs) en France de 1980 à 1986.

Années	1980	1981	1982	1983	19874	1985	1986
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Montant des obligations y_i	567,3	580,5	778,9	1 032,9	1 296,7	1 598,1	1 870,6

La Bourse : temple de la spéculation au marché financier ; B.Bellante - juillet 1989

1. On envisage un ajustement exponentiel de y en x : on pose donc $Y_i = \ln y_i$. Recopier sur la copie et compléter le tableau suivant (les valeurs de Y_i seront arrondies à 0,01 près par défaut).

x_i	1	2	3	4	5	6	7
Y_i	6,34						

   Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série $((x_i\ ;\ Y_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités : 2 cm pour unité en abscisse (origine 1979) ; 10 cm pour une unité en ordonnée (origine 6).

   Donner le coefficient de corrélation de la série $((x_i\ ;\ Y_i)$ à 0,01 près par défaut.

   (Le détail des calculs n'est pas demandé).

   En déduire que, pour cette série, un ajustement affine par la méthode des moindres carrés est satisfaisant.

   Donner alors une équation de la droite de régression de Y en x sous la forme $Y = ax + b$ (a et b donnés à 0,01 près par défaut), aucune justification n'est demandée.

   Tracer cette droite.
2. En utilisant la droite de régression trouvée à la question précédente, avec les valeurs approchées de a et b, et l'égalité $Y = \ln y$, donner les valeurs estimées de Y_i, puis de y_i pour les années 1986 et 1987 (valeurs données à 0,01 près par défaut).

   Placer ces deux nouveaux points$\left(x_i\ ;\ \text{valeur estimée de } y_i\right)$ correspondant aux années 1986 et 1987 dans le repère précédent.
3. On remarque que cette estimation est bonne pour 1986 mais l'année 1987 a connu un krach boursier et le montant réel des obligations en 1987 a été de 1 941,6 milliards de francs,.

   À quelle erreur (en pourcentage de la valeur réelle) l'estimation conduit-elle ? Le résultat sera donné au centième près par défaut.

Exercice 2

Une entreprise décide de fabriquer et de commercialiser un produit.
Sa capacité maximale de production est de 20 tonnes. La courbe C ci-jointe représente le coût de production $C(x)$, exprimé en milliers de francs, en fonction du nombre x de tonnes produites.

1. Après une étude de marché, l'entreprise espère vendre son produit 84 milliers de francs la tonne.

   a. Déterminer, en fonction du nombre x de tonnes produites, la recette $R(x)$ en milliers de francs espérée par cette entreprise.

   b. Tracer la représentation graphique Δ de la fonction R sur le graphique ci-dessous, pour $x \in [0\ ;\ 20]$.

   Déterminer graphiquement à quel intervalle doit appartenir x pour assurer un bénéfice à l'entreprise.

c. Déterminer graphiquement, à une tonne près, le nombre de tonnes à produire pour assurer un bénéfice maximum.

2. On considère maintenant que

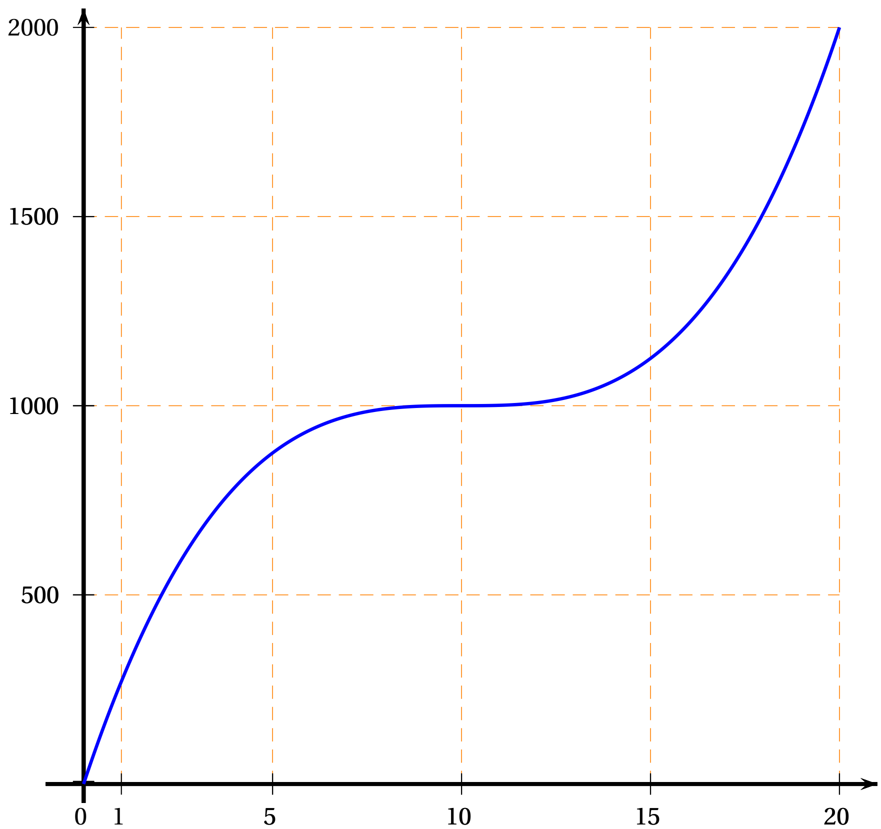
$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 300x \quad \text{avec } x > 0.$$

Pour affaiblir la concurrence, l'entreprise décide de vendre son produit le moins cher possible sans perdre d'argent.

Soit $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ le coût moyen de fabrication.

a. Exprimer $C_m(x)$ en fonction de x.
Étudier les variations de $C_m(x)$ sur l'intervalle $[0\,;20]$.

b. En déduire la valeur x_m qui assure un coût moyen minimum. Quel est alors le prix d'une tonne ?



Problème

Le but de ce problème est l'étude d'une fonction, le tracé de sa représentation graphique et le calcul d'une aire liée à cette représentation.

1. Soit g la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = -1 + (1 - x)\mathrm{e}^{-x}.$$

a. Calculer $g'(x)$. étudier son signe.

b. Démontrer que la limite de $g(x)$ quand x tend vers $+\infty$ est égale à 1.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction g. On précisera $g(0)$.

d. Démontrer que pour tout x de $[0\ ;\ +\infty[$, $g(x) < 0$.

2. Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{-x} - x + 4.$$

Soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
Unité : 2 cm.

a. Vérifier que, pour tout x de $[0\ ;\ +\infty[$, $f'(x) = g(x)$.

b. étudier les variations de f sur $[0\ ;\ +\infty[$; préciser la limite en $+\infty$.

c. Montrer que la droite Δ d'équation $y = -x + 4$ est asymptote à $\mathscr{C}$.
étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à Δ.

d. Construire la courbe $\mathscr{C}$ et préciser la tangente à cette courbe au point d'abscisse 0.

3. a. Soit h la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$h(x) = -\frac{x}{2} + 4.$$

Tracer sa représentation graphique D dans le même repère que $\mathscr{C}$.

b. Calculer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et D.

c. étudier le signe de $f(x) - h(x)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$ et en déduire la position relative de $\mathscr{C}$ et D.

4. a. Soit G la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$G(x) = (-x - 1)\mathrm{e}^{-x}$$

.
Calculer $G'(x)$.

b. En déduire une primitive de la fonction qui à x associe $x\mathrm{e}^{-x} - \dfrac{x}{2}$, sur $[0\ ;\ +\infty[$.

c. Calculer, en cm^2, l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, la droite D et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \ln 2$.
On donnera une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de cette aire.

TES Baccalauréat Métropole groupe I bis juin 1997

Exercice 1 **4 points**

Le tableau suivant donne le total des prestations sociales reçues par les ménages en France de 1988 à 1992 :

Année	1988	1989	1990	1991	1992
Rang x_i, de l'année	0	1	2	3	4
Total des prestations en milliards de francs : y_i	1 338	1 415	1 505	1 606	1 700

SOURCE : INSEE, Tableaux de l'économie française 1993- 1994.

N.B. - *Aucun détail des calculs statistiques, à effectuer à la machine, n'est demandé dans cet exercice.*

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$: le plan est rapporté à un repère orthogonal.

   Les unités graphiques sont :

   2 cm par année sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 100 milliards de francs sur l'axe des ordonnées, en commençant la graduation à 1 000 milliards.

2. **a.** Calculer à 10^{-3} près par excès, le coefficient de corrélation linéaire de la série $\left(x_i;\ y_i\right)$.
   En déduire qu'un ajustement affine est justifié.

   b. Écrire une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés : on donnera les coefficients à 10^{-1} près par défaut.
   Tracer cette droite sur le graphique de la question **1)**.

   c. Estimer le total des prestations sociales reçues par les ménages en 1997.

3. En supposant que la tendance ainsi constatée se maintienne, à partir de quelle année le total des prestations dépassera-t-il 2 200 milliards ?

Exercice 2 (obligatoire) **5 points**

Un groupe industriel possède deux usines, l'usine Alpha et l'usine Bêta.
L'usine Alpha emploie 30 % des salariés, l'usine Bêta 70 %. La répartition des salaires mensuels dans les deux usines est la suivante :

Salaire mensuel x en francs	Pourcentage des salariés de l'usine Alpha	Pourcentage des salariés de l'usine Bêta
$4000 \leqslant s < 6000$	32	22
$6000 \leqslant s < 8000$	35	43
$8000 \leqslant s < 14000$	22	23
$14000 \leqslant s < 18000$	7	12
$18000 \leqslant s < 30000$	4	0

On choisit un au hasard parmi l'ensemble des salariés du groupe. On admet l'équiprobabilité des choix. On considère les évènements suivants :

— E « le salarié gagne au moins 8 000 F par mois » ;
— A « le salarié travaille dans l'usine Alpha » ;
— B « le salarié travaille dans l'usine Bêta ».

1. **a.** Calculer la probabilité de A puis celle de B.

   b. Calculer la probabilité qu'un salarié de l'usine Alpha gagne au moins 8 000 F par mois.
   Faire le même calcul pour un salarié de l'usine Bêta.

   c. Montrer que la probabilité de E est : $0,344$.

2. On considère maintenant les deux variables aléatoires X et Y dont les valeurs et les lois de probabilités sont données dans les tableaux suivants :

x_i	5	7	11	16	24
$P(X = x_i)$	0,32	0,35	0,22	0,07	0,04

y_i	5	7	11	16
$P\left(Y = y_i\right)$	0,22	0,43	0,23	0,12

   a. Calculer à 10^{-2} près l'espérance mathématique et l'écart type de chacune des variables aléatoires X et Y.

   b. Utiliser le résultat de a. pour comparer les salaires moyens dans les usines Alpha et Bêta. Comment interpréter alors le résultat sur les écarts-types ?

Exercice 2 (spécialité) **5 points**

Une entreprise dispose de deux machines, appelées machine « a » et machine « b », pour fabriquer le même type de pièces.
Certaines des pièces produites sont écartées comme défectueuses :
— pour la machine « a » la probabilité d'obtenir une pièce sans défaut est 0,9 ;
— pour la machine « b » cette probabilité est 0,95.
La machine « a » fournit les deux tiers de la production, la machine « b » le tiers restant.
On notera $p(\text{E})$ la probabilité d'un évènement E, $p(E/F)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.

1. On choisit une pièce au hasard, avec équiprobabilité des choix.

   a. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   A : « la pièce provient de la machine "a" » ;
   B : « la pièce provient de la machine "b" ».

   b. Soit S l'évènement : « la pièce est sans défaut ».
   Calculer $p(S/A)$ et $p(S/B)$. En déduire que $p(S) = \dfrac{11}{12}$.

2. On considère un échantillon de 7 pièces produites par l'entreprise et on admet que le choix des 7 pièces suit une loi binomiale.

   a. Calculer la probabilité que l'échantillon ne comporte que des pièces sans défaut.

   b. Calculer la probabilité que l'échantillon comporte exactement 6 pièces sans défaut.

   c. En déduire la probabilité d'avoir au moins 2 pièces défectueuses dans l'échantillon.
   Les résultats de cette question **2)** seront donnés à 10^{-3} près.

Problème **11 points**

On considère les fonctions définies dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x-1)^2\text{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{3}{2}(x-1)^2.$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$; le point O est placé à 5 cm du bord gauche de la feuille, et l'unité graphique est 3 cm.
Les courbes représentatives de f et de g sont appelées respectivement $\mathscr{C}$ et $\mathscr{P}$.

1. Tracer la courbe $\mathscr{P}$.
2. étude de la fonction f.

   a. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b. Déterminer la limite de f en $+\infty$ $\left(\text{on pourra écrire } f(x) = \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} - \dfrac{2x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^x}\right)$.
Donner une interprétation graphique de ce résultat pour la courbe $\mathscr{C}$.

c. On note f' la fonction dérivée de f. Vérifier que :

$$f'(x) = (x-1)(3-x)\mathrm{e}^{-x}.$$

Dresser le tableau de variation de f.

d. Tracer la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0.

3. a. Déterminer les coordonnées des points communs à $\mathscr{C}$ et à $\mathscr{P}$.

b. étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
En donner une interprétation graphique.

4. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ sur le même graphique que $\mathscr{P}$.

5. Soit F la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = -\,\mathrm{e}^{-x}\left(x^2+1\right).$$

a. Vérifier que F est une primitive de f.

b. Donner la valeur exacte de $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ puis une valeur décimale approchée à 10^{-2} près.
Quelle est l'interprétation géométrique de 1. ?

TES Baccalauréat Métropole groupe II bis juin 1997

Exercice 1 **4 points**

Le tableau ci-dessous indique le taux de départ en vacances des Français de 1965 à 1993 :

Année x_i	1965	1975	1980	1985	1990	1992	1993
Taux t_i	41	52,5	57,2	57,5	59,1	60	60,9

SOURCE : INSEE, *Tableaux de l'économie française 1994-1995*

N. B . - *Aucun détail des calculs statistiques, à effectuer à la machine, n'est demandé dans cet exercice.*

1. **a.** Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ t_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal :
   — sur l'axe des abscisses on placera 1965 à l'origine et on choisira 0,5 cm pour unité;
   — sur l'axe des ordonnées on placera 40 à l'origine et on choisira 1 cm pour unité.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G associé à cette série double et placer ce point sur le graphique précédent.
2. **a.** Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et t. Peut-on envisager un ajustement affine ?

   b. Déterminer une équation de la droite de régression D de t en x par la méthode des moindres carrés : on prendra les valeurs approchées à deux décimales par excès pour les coefficients.

   c. Tracer la droite D sur le graphique de la question 1. a.
3. En supposant que l'évolution se poursuive de la même façon pour les années suivantes, donner une estimation du taux de départ en vacances de Français en l'an 2000.

Exercice 2 (obligatoire) **4 points**

Dans une usine d'automobiles, trois chaînes « a », « b » et « c » fournissent respectivement 25 %, 35 % et 40 % de la production de moteurs.
Certains de ces moteurs sont écartés comme défectueux, dans les proportions suivantes :
5 % pour la chaîne « a »;
4 % pour la chaîne « b »;
1 % pour la chaîne « c ».
On prend un moteur au hasard et on définit les évènements suivants :

A : « le moteur est issu de la chaîne "a" »;

B : « le moteur est issu de la chaîne "b" »;

C : « le moteur est issu de la chaîne "c" »;

D : « le moteur est défectueux ».

On notera $p(E)$ la probabilité d'un évènement E et $p(F/F)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.
Les résultats des calculs seront donnés à 10^{-4} près.

1. Traduire les données de l'énoncé en utilisant le vocabulaire des probabilités.
2. Montrer que $p(D) = 0{,}030\,5$.
3. Quelle est la probabilité qu'un moteur sorte de la chaîne « a » sachant qu'il est défectueux ?
4. Calculer la probabilité qu'un moteur sorte de la chaîne « c » sachant qu'il n'est pas défectueux.

Exercice 2 (spécialité) **4 points**

Le gérant d'un hôtel souhaite renouveler le linge de toilette de son établissement. Il a besoin de 90 draps de bain, 240 serviettes et 240 gants de toilette.
Une première entreprise de vente lui propose un lot A comprenant 2 draps de bain, 4 serviettes et 8 gants de toilette pour 200 F.
Une deuxième entreprise vend pour 400 F un lot B de 3 draps de bain, 12 serviettes et 6 gants de toilette.
Pour répondre à ses besoins, le gérant achète x lots A et y lots B.

1. Traduire par un système d'inéquations les contraintes auxquelles satisfont x et y.
2. On considère un plan $\mathscr{P}$ rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. À tout couple $(x~;~y)$ on associe le point M de $\mathscr{P}$ de coordonnées x et y, en convenant que 2 cm représentent 5 lots sur chaque axe, soit 4 mm par lot.
   Représenter dans $\mathscr{P}$ l'ensemble G des points $M(x~;~y)$ satisfaisant aux inéquations :
   $$\left\{\begin{array}{l c l}x \geqslant 0 & \text{et} & y \geqslant 0\\ 2x+3y & \geqslant & 90\\ x+3y & \geqslant & 60\\ 4x+3y & \geqslant & 120\end{array}\right.$$
   On hachurera la partie du plan formée des points pour lesquels le contraintes ne sont pas vérifiées.
3. **a.** Exprimer en fonction de x et de y la dépense en francs occasionnée par l'achat de x lots A et de y lots B.
   b. Est-il possible de procéder aux achats nécessaires avec 5 000 F ? On justifiera la réponse.
4. Déterminer graphiquement, en précisant la démarche choisie, le nombres de lots A et B à acheter pour avoir une dépense minimale.
   Quelle est cette dépense minimale ?

Problème **10 points**

Ce problème est consacré à l'étude d'une fonction (partie A) et au calcul d'une intégrale (partie B).

Partie A

Soit f la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(2x^2 + 3x - 3\right)\text{e}^{-x}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ - unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm ur l'axe des ordonnées.

1. **a.** Quelle est la limite de f en $-\infty$?
   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$: on rappelle que pour tout nombre réel α positif on a $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x^{\alpha}\text{e}^{-x} = 0$.
   Quelle est l'interprétation graphique de ce résultat ?
2. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
   étudier son signe et dresser le tableau de variation de f.
3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera pour $f(x)$ des valeurs décimales approchées à 10^{-1} près).

x	$-2,3$	$-2,2$	$-2,1$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	1	2	4	6
$f(x)$	6,8		$-3,9$		$-13,4$		$-6,6$		0,7			0,2

4. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Donner une interprétation graphique du résultat.
5. Tracer la partie de la courbe composée des points d'abscisse comprise entre $-2,3$ et 6.

Partie B

Soit F la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \left(-2x^2 - 7x - 4\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Vérifier que F est une primitive de f dans $\mathbb{R}$.
2. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{-1}^{0} [-f(x)]\,\mathrm{d}x$.
   Quelle est l'interprétation graphique de ce résultat ?

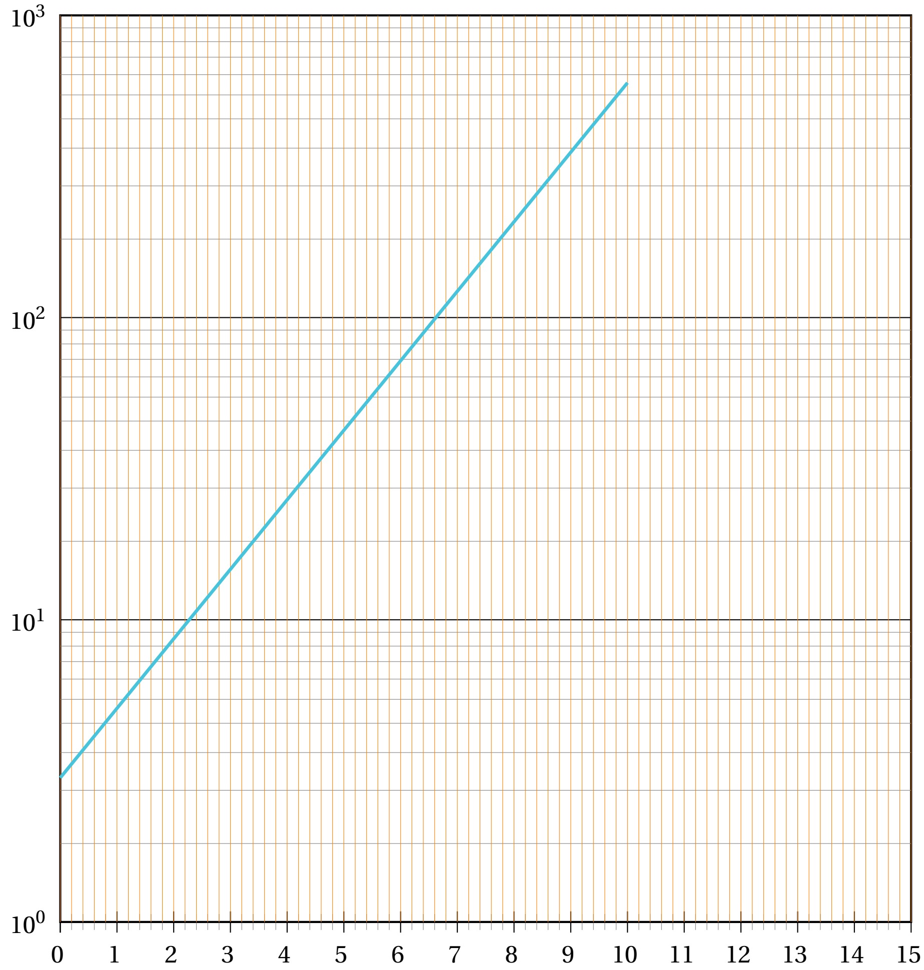
Baccalauréat ES Polynésie juin 1997

Exercice 1 **4 points**

Soit G une grandeur économique définie en fonction du temps t, exprimé en années, par :

$$G(t) = 3 \times (1,7)^t.$$

1. Quelle est la valeur de G à l'instant $t = 0$?
2. Montrer que le rapport : $\tau = \dfrac{G(t+1) - G(t)}{G(t)}$ est constant.
3. Exprimer $\ln G(t)$ en fonction de t (ln désigne la fonction logarithme népérien).
4. Dans le tracé ci-joint, on a représenté la fonction G dans un plan P rapporté à un repère semi-logarithmique pour $t \in [0 ; 10]$.
   Pourquoi la fonction G a-t-elle pour représentation graphique une droite Δ ?
   Exprimer en fonction de τ le coefficient directeur de cette droite.



Exercice 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

La cote d'une voiture d'occasion est donnée dans le tableau suivant :

Année de mise en circulation	1991	1992	1993	1994	1995
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Cote y_i	42 900 F	54 200 F	64 100 F	81 600 F	102 000 F

1. Le plan est muni d'un repère orthogonal. Les unités graphiques sont : en abscisses : 2 cm pour un an ; en ordonnées : 1 cm pour 10 000 F.
Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ (fig. 1).

2. Les points n'étant pas parfaitement alignés, on pose :

$$z = \ln y.$$

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5
$z_i = \ln y_i$					

Les valeurs de z_i seront données sous forme décimale approchée à 10^{-2} près par défaut.

b. On rapporte le plan à un nouveau repère orthogonal.
Les unités graphiques sont désormais :
en abscisses : 2 cm pour un an ; en ordonnées : 1 cm pour 0,1.
Représenter le nuage de points $N_i\left(x_i\ ;\ z_i\right)$ (fig. 2).
(*Dans la suite, le détail des calculs n'est pas demandé*).

c. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et z. Un ajustement affine est-il justifié ?

d. Donner une équation de la droite de régression D de z en x. (On arrondira les coefficients à 10^{-2} par défaut.)
Représenter D sur la figure 2.

e. Calculer la valeur de z donnée par l'équation précédente pour l'année 1988. En déduire une estimation de la cote de cette voiture de l'année 1988. (On donnera une valeur arrondie à 100 F près.)

Exercice 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Une étude statistique effectuée par une librairie montre que 30 % des livre qu'elle vend sont primés, c'est-à-dire distingués par un prix littéraire ; 15 % sont des livres reliés.
Pour chaque question, on donnera le résultat exact, puis une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut

1. Un client achète un livre.
La probabilité pour qu'il soit relié, sachant qu'il est primé, est égale à $0,2$.

a. Calculer la probabilité p_1 pour qu'il soit relié et primé.

b. Calculer la probabilité p_2 pour qu'il soit primé, sachant qu'il est relié.

2. Un client achète cinq livres. On suppose que les choix de ces livres sont indépendants.

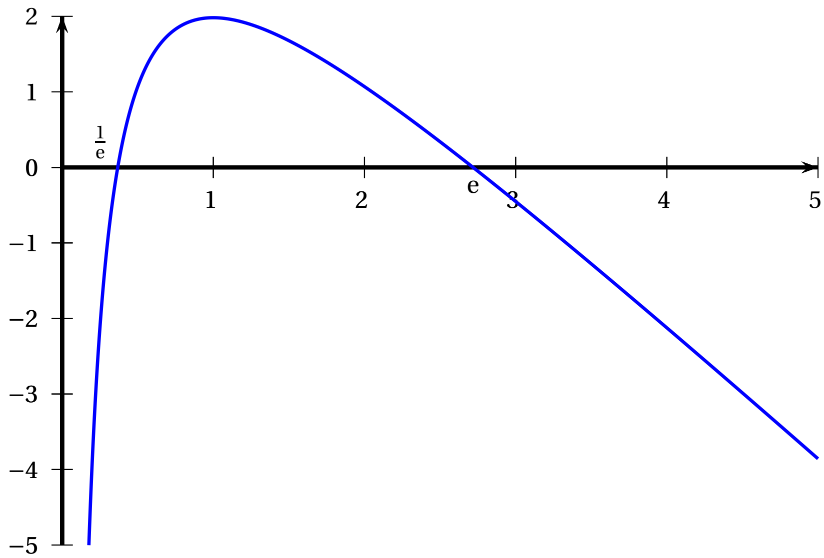
a. Quelle est la probabilité p_3 pour qu'exactement trois d'entre eux soient des livres primés ?

b. Quelle est la probabilité p_4 pour que, parmi ces cinq livres, l'un aumoins soit un livre primé ?

Problème **5 points**

Partie A

Soit f une fonction définie sur $[0\,;\,5]$, dérivable sur $]0\,;\,5]$. Sa fonction dérivée f' est représentée graphiquement ci-après.



1. Déterminer graphiquement le signe de $f'(x)$ pour $x \in]0\,;\,5]$.

2. On donne :

$$f(0) = \frac{2-\mathrm{e}}{1-\mathrm{e}},\; f\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right) = -\frac{2}{\mathrm{e}},\; f(\mathrm{e}) = 2,\; f(1) = 0.$$

a. Construire le tableau de variation de f.

b. Démontrer qu'il existe un unique nombre réel α dans $\left]\frac{1}{\mathrm{e}}\,;\,\mathrm{e}\right[$ tel que :

$$f(\alpha) = 0.$$

Désormais, on supposera que $\alpha = 1$.

c. étudier le signe de $f(x)$ pour $x \in \left[\frac{1}{\mathrm{e}}\,;\,\mathrm{e}\right]$.

d. Calculer, en unités d'aire, l'aire de la partie du plan définie par :

$$\frac{1}{\mathrm{e}} \leqslant x \leqslant \mathrm{e} \quad \text{et} \quad 0 \leqslant y \leqslant f'(x).$$

Donner le résultat exact, puis le résultat arrondi à 10^{-2} près.

Partie B

Soit g la fonction définie sur $\left[-\frac{2}{\mathrm{e}}\,;\,2\right]$ par

$$g(x) = \ln(1+x),$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. étudier ses variations et dresser son tableau de variation.

2. Soit h la fonction composée de g et de f : $h = g \circ f$.

On étudie h sur l' intervalle $\left[\dfrac{1}{\text{e}}~;~\text{e}\right]$.

a. Calculer $h(\text{e}), h(1), h\left(\dfrac{1}{\text{e}}\right)$.

On donnera les valeurs exactes, puis les valeurs arrondies à 10^{-2} près.

b. Déterminer le sens de variation de h.

c. Justifier que :

$$h'(x) = \frac{f'(x)}{1+f(x)}.$$

Calculer $h'(\text{e})$, $h'\left(\dfrac{1}{\text{e}}\right)$.

d. Construire la courbe représentative $\mathscr{C}$ de h, dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 5 cm).

On représentera en particulier les points d'abscisses e, 1, et $\dfrac{1}{\text{e}}$ et les tangentes en ces points.

On pourra résumer les résultats de cette partie dans le tableau suivant :

x	$\dfrac{1}{\text{e}}$	1	e
$h(x)$			
$h'(x)$		1,8	
Nom du point de $\mathscr{C}$	A	B	C

Baccalauréat ES Antilles-Guyane septembre 1997

Exercice 1 **5 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 1 - \mathrm{e}^{2x}$$

et f' sa fonction dérivée.

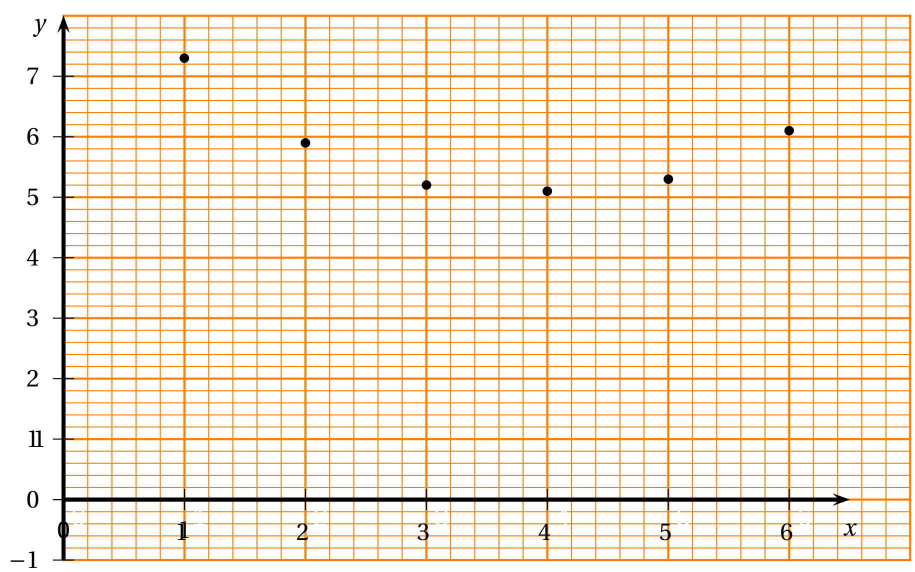
1. Dans $\mathbb{R}$, par le calcul, résoudre les équations ou inéquations suivantes :
   a. $f(x)?0$;
   b. $f(x) = -2$;
   c. $f(x) = -1$.
2. étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
   En déduire l'équation d'une asymptote horizontale s'il y a lieu.
3. étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Calculer $\displaystyle\int_{-3}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Exercice 2 **4 points**
Enseignement obligatoire

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de touristes (en dizaines de milliers) d'un département français entre 1991 et 1996.

Année	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de touristes y_i	7,3	5,9	5,2	5,1	5,3	6,1

Le nuage de points associé à cette série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ est donné sur le graphique suivant :



1. Le coefficient de corrélation linéaire entre x et y est environ égal à $-0,5$.
   Est-ce en accord avec le graphique ? (justifier votre réponse).

2. Afin d'effectuer un ajustement à l'aide d'une parabole on effectue le changement de variable $t_i = (x_i - 4)^2$.

   Présenter dans un tableau la nouvelle série $\left(t_i\ ;\ y_i\right)$ et calculer son coefficient de corrélation linéaire r à 10^{-3} près.

   Qu'en déduisez-vous ?
3. Donner l'équation de la droite de régression de y en t. On donnera les résultats à 10^{-2} près par excès.
4. Si la tendance ne change pas, effectuer une prévision pour 1998.
5. À l'aide de l'équation 3, trouver un ajustement de la forme $y = ax^2 + bx + c$.

Exercice 2 **4 points**

Enseignement de spécialité

À partir de l'année 1990, Pierre verse au le 1^er^ janvier de chaque année 9 000 F sur un compte rémunéré à un taux annuel de 6 % À intérêts composés. Ainsi, chaque 1^er^ janvier, on ajoute 9 000 F au capital déjà acquis.

On note u_n le capital disponible à partir du 1^er^ janvier de l'année 1990 + n, ainsi $u_0 = 9\,000$.

1. Montrer que $u_1 = 18\,540$ et que $u_{n+1} = 1,06u_n + 9\,000$.
2. Soit la suite auxiliaire (v_n) telle que $v_n = u_n + 150\,000$.
   a. Calculer v_0 et v_1.
   b. Montrer que $v_{n+1} = 1,06v_n$; en déduire la nature de la suite (v_n).
   c. Donner l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.
3. À partir de quelle année Pierre disposera-t-il de plus de 200 000 F ? (On pourra utiliser la fonction logarithme népérien).

Problème **12 points**

On donne à la page suivante dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ les courbes représentatives (C_f), $(C_{f'})$, (C_g) pour $x > 0$ de trois fonctions f, f' et g.

Partie A : étude de f

La fonction f est définie Sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{x+2}}{(x+2)^2}.$$

1. étudier la limite de f en $+\infty$. (On pourra poser $X = x + 2$).
2. f' étant la fonction dérivée de f, montrer que $f'(x) = \dfrac{x\mathrm{e}^{x+2}}{(x+2)^3}$.
3. Donner le tableau de variation de f.
4. Montrer que l'aire de la portion de plan comprise entre la courbe $(C_{f'})$ l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 4$ est égale à $\dfrac{\mathrm{e}^4}{144}\left(4\mathrm{e}^2 - 9\right)$ en unités d'aire.

Partie B Coût marginal et bénéfice

Une entreprise constate que pour une quantité x d'un article A (en milliers d'articles) le coût total C_T (en milliers de francs) peut être évalué par $C_T(x) = f(x)$ pour x appartenant à $[1\ ;\ 5]$.

Le coût marginal C_m est alors défini pour tout x appartenant à $[1\ ;\ 5]$ par $C_m(x) = f'(x)$.

On note f'' la fonction dérivée de f' sur l'intervalle $[1\ ;\ 5]$.

On admettra que, $f''(x) = \dfrac{x^2+2}{(x+2)^4}\mathrm{e}^{x+2}$

1. étudier le signe de f'' et en déduire le tableau de variations de f'.
2. **a.** Justifier que l'équation $f'(x) = 4$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1\,;\,5]$.

   b. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près par défaut.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f'(x) \geqslant 4$ sur l'intervalle $[1\,;\,5]$ puis donner sous forme d'un tableau le signe de $4 - f'(x)$.
4. Le prix de vente d'un article est 4 francs. Soit $B(x)$ le bénéfice correspondant À x milliers d'articles vendus. On a donc $B(x) = 4x - f(x)$.

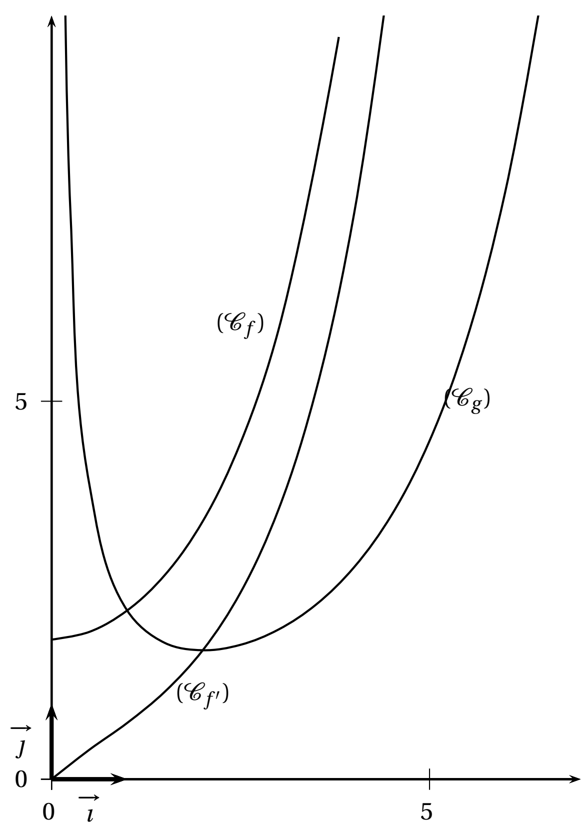
   a. établir le tableau de variation de B.

   b. En déduire une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de x pour lequel le bénéfice est maximum.

Partie C Coût moyen

Si x est le nombre de milliers d'articles, on note g, la fonction définie sur $[1\,;\,5]$ par $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.
Cela représente donc le coût moyen d'un article. Les courbes (C_g) et $(C_{f'})$ sont sécantes en un point I.

1. Vérifier que I a pour abscisse 2. Graphiquement, que représente l'ordonnée de I pour la fonction g ?
2. Soit J le point de la courbe de (C_f) de même abscisse que I. Déterminer l'équation de la tangente (Δ) en J à (C_f) et vérifier que (Δ) passe par l'origine du repère.



ᔕ Baccalauréat ES Métropole septembre 1997 ᔕ

Exercice 1 **5 points**

Pour l'achat d'un nouveau matériel, un chef d'entreprise a réalisé un emprunt d'un coût total de 285 000 francs sur cinq ans. À la fin de chaque mois, on note y_i le montant en milliers de francs (en abrégé : kF) des bénéfices cumulés réalisés depuis l'achat du nouveau matériel.
Le tableau ci-dessous correspond au relevé des neuf premiers mois de remboursement :

Rang x_i du mois	Montant y_i des bénéfices cumulés en kF
1	35
2	40
3	46
4	54
5	65
6	80
7	90
8	102
9	120

N. B. - *Dans cet exercice, aucun détail des calculs statistiques, à effectuer à la machine, n'est demandé.*

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal avec, pour unités graphiques : 1 cm en abscisses, 1 cm pour 10 kF en ordonnées, en faisant débuter la graduation sur l'axe des ordonnées à 30.
2. Si on effectue un ajustement affine sur la série statistique considérée, on obtient l'équation :

$$y = 10,66x + 16,88$$

   comme équation de la droite de régression D de y en x.
   En admettant que la tendance décrite par D se maintienne, à partir de quel mois l'emprunt sera-t-il amorti par les bénéfices assurés par l'achat du nouveau matériel ?
3. L'expérience prouve que l'hypothèse d'une croissance linéaire des bénéfices est trop optimiste. Dans cette question on va envisager une croissance plus lente.
   a. On pose $t_i = \sqrt{x_i}$.
   Représenter sous forme de tableau la série statistique (t_i, y_i) pour les valeurs non entières de t_i on prendra les valeurs décimales approchées à 10^{-2} près par défaut.
   Un ajustement affine est-il envisageable pour cette série ?
   b. On procède à cet ajustement, les coefficients étant évalués à 10^{-2} près par défaut. Quelle relation obtient-on entre y et x ?
   c. En admettant la validité de la relation obtenue en b), l'emprunt sera-t-il amorti à son échéance ?

Exercice 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Un sac contient des jetons indiscernables au toucher et marqués de l'une des trois lettres « a », « b » et « c ». Il y a autant de jetons marqués « a » que de jetons marqués « b » et que de jetons marqués « c ».
On forme des « mots » de trois lettres en tirant successivement trois jetons, le jeton tiré étant remis dans le sac avant d'effectuer le tirage suivant :
« abc », « aaa », « cbc », « bca »sont des exemples de tels « mots ».

1. Calculer le nombre de mots différents qu'il est possible d'obtenir.
2. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   A « le mot ne contient pas la lettre "a" » ;
   B « le mot est formé de trois lettres distinctes » ;
   C« le mot contient au moins deux fois la même lettre » ;
   D « la première et la dernière lettre sont identiques ».
   N. B. - *On donnera les résultats sous forme exacte.*
3. Déterminer les probabilités des deux évènements « A ou B »et « A ou D ».

Exercice 2 5 points
Enseignement de spécialité
Un touriste revient de vacances avec 15 films :
2 films de photographies d'Italie ;
8 films de photographies de Grèce ;
5 films de photographies de Turquie.
Aucune marque distinctive ne permet d'identifier les films.
Pour des raisons financières le touriste ne fait développer à son retour que 11 de ces 15 films.
N.B. - *On donnera les résultats sous forme décimale approchée à* 10^{-4} *près.*

1. Combien y a-t-il de choix différents possibles de 11 films parmi les 15 ?
2. Quelle est la probabilité que, parmi les 11 films développés, il y ait :
   a. Tous les films sur la Grèce ?
   b. Aucun film sur l'Italie ?
   c. Autant de films sur la Grèce que sur la Turquie ?
   d. Deux fois plus de films sur la Turquie que sur l'Italie ?
3. Le photographe, d'origine italienne, propose à son client de lui faire cadeau du développement des films sur l'Italie, s'il en trouve parmi les 11 films. On appelle X la variable aléatoire « nombre de films sur l'Italie développés ».
   Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique.

PROBLÈME **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction numérique de variable réelle définie dans $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = 100(2x-5)\mathrm{e}^{-x}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A. étude de la fonction f

1. Calculer la limite de f en $+\infty$ (on pourra écrire $f(x) = 100\left(\dfrac{2x}{\mathrm{e}^x} - \dfrac{5}{\mathrm{e}^x}\right)$).
   Quelle est l'interprétation graphique ?
2. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
   Dresser le tableau de variation de f.
3. Construire la partie de la courbe $\mathscr{C}$ correspondant aux points dont l'abscisse est comprise entre 2 et 8.

4. a. Montrer que l'équation $f(x) = 4$ admet une solution et une seule α dans l'intervalle $\left[2\,;\,\dfrac{7}{2}\right]$.
   On admettra que cette même équation admet une solution et une seule β dans l'intervalle $\left[\dfrac{7}{2}\,;\,8\right]$.

   b. Utiliser une calculatrice pour donner de α un encadrement décimal à 10^{-2} près.
   On admettra que $4,70 < \beta < 4,71$.

Partie B. Calcul de primitive

1. Déterminer deux nombres a et b tels que la fonction F définie dans $[0, +\infty[$ par : $F(x) = 100(ax+b)\mathrm{e}^{-x}$ soit une primitive de f sur $[0\ ,\ +\infty[$
2. Calculer la valeur exacte de

$$I = \int_3^6 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Partie C. Application

Le nombre $f(x)$ représente le bénéfice en milliers de francs que réalise une entreprise lorsqu'elle fabrique x centaines de pièces (pour x compris entre 2 et 8).
Par exemple, si l'entreprise fabrique 300 pièces, elle réalise un bénéfice de
$f(3) \times 1\,000$ F.

1. En utilisant si nécessaire la courbe $\mathscr{C}$ et les résultats de la partie **A**, déterminer :
   a. Les quantités de pièces à produire pour que l'entreprise ne travaille pas à perte.
   b. La quantité de pièces à produire pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal que l'on précisera au franc près.
   c. Les quantités de pièces à produire pour que l'entreprise réalise un bénéfice d'au moins 4 000 F.
2. Lorsque l'entreprise produit entré 300 et 600 pièces, elle réalise un bénéfice moyen qui, exprimé en milliers de francs, est égal à :

$$\frac{1}{3}\int_3^6 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

   Utiliser la partie **B** pour déterminer au franc près ce bénéfice moyen.

Baccalauréat ES Polynésie septembre 1997

Exercice 1 **5 points**

Le tableau ci-dessous, dans lequel x_i est le nombre annuel de mariages en milliers et y_i le nombre annuel de divorces (également en milliers), donne l'évolution des mariages et des divorces en France de 1977 à 1986 :

Année	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
x_i	368	355	340	334	315	312	300	281	269	266
y_i	71	74	78	81	86	92	97	102	106	107

Exemple de lecture : en 1979 il y a eu 340 000 mariages et 78 000 divorces (nombres arrondis au millier).

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal, en graduant l'axe des abscisses à partir de 265 et l'axe des ordonnées à partir de 71 – unités graphiques : 1 cm pour 5 milliers en abscisse, 1 cm pour 2 milliers en ordonnée,

2. **a.** Déterminer les coordonnés du point moyen G du nuage et le coefficient de corrélation linéaire entre x et y au centième près. Quel type d'ajustement peut-on envisager ?

b. Donner une équation de la droite de régression $y = ax + b$ de y en x par la méthode des moindres carrés. On arrondira a au centième et b à l'unité.

N. B. : Le détail des calculs n'est pas demandé,

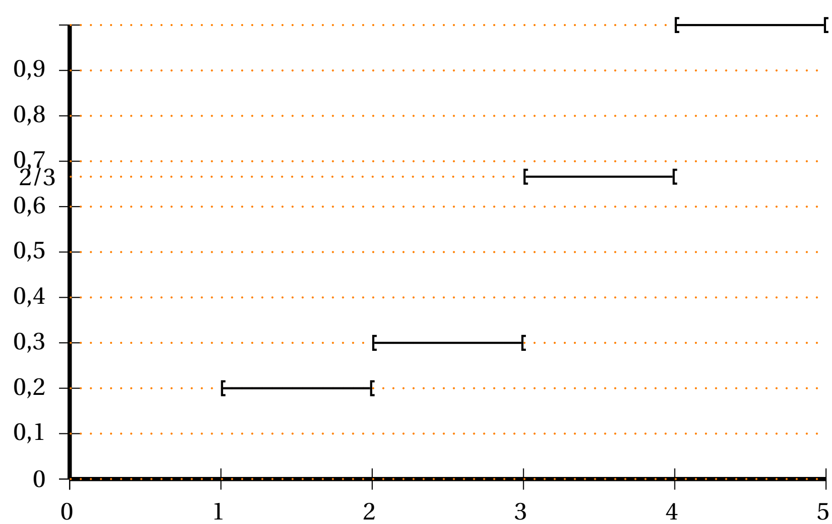
c. Tracer la droite de régression sur la figure utilisée pour le nuage de points,

3. **a.** Sachant que le nombre de divorces en 1988 était de 140 000, à quelle estimation du nombre de mariages conduit la méthode précédente pour cette même année 1988 ?

b. En réalité le nombre des mariages a été de 271 000. À quelle erreur l'estimation conduit-elle ? Exprimer cette erreur en pourcentage de la valeur réelle.

Exercice 2 **5 points**

Soit X la variable aléatoire, pouvant prendre les valeurs 0, 1, 2, 3 et 4, dont la fonction de répartition F, définie par $F(x) = p(X \leqslant x)$ (c'est-à-dire probabilité de l'évènement : « $X \leqslant x$ »), est représentée graphiquement par la figure ci-dessous :



Exemple : La probabilité que $X \leqslant 2,7$ est $0,3$.

1. Justifier que la probabilité de l'évènement : « $X = 4$ » est égale à $\dfrac{1}{3}$, puis donner, à l'aide de fractions irréductibles, et sans justifications, la loi de probabilité de X.
2. Calculer la valeur exacte de l'espérance mathématique de X puis une valeur approchée par défaut à 10^{-3} près de l'écart type de X.
3. On dispose de deux urnes :
   l'urne A qui contient : 3 boules noires et 2 boules blanches ;
   l'urne B qui contient : 3 boules noires et 4 boules blanches.
   Toutes les boules sont indiscernables au toucher.
   On considère l'expérience suivante :
   — lorsque X prend la valeur 4, on tire une boule au hasard de l'urne A
   — lorsque X ne prend pas la valeur 4, on tire une boule au hasard de l'urne B.

   a. En traduisant les conditions de l'énoncé, expliciter les probabilités des évènements suivants :
   tirer une boule blanche sachant que $X = 4$;
   tirer une boule blanche sachant que $X \neq 4$.
   En déduire la probabilité de l'évènement : « $X = 4$ » et on tire une boule blanche ».

   b. Déterminer la probabilité de tirer une boule blanche.

N. B. : On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles,

Problème **10 points**

On considère la fonction f définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x + 2 - \mathrm{e}^{3x}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.

   b. En écrivant $f(x) = 3x\left(1 + \dfrac{2}{3x} - \dfrac{\mathrm{e}^{3x}}{3x}\right)$ pour $x \neq 0$, déterminer la limite de f en $+\infty$.

   c. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f. étudier son signe et dresser le tableau de variation de f.

   d. Démontrer que sur $[0\,;\,1]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α.

   e. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant (formé à l'aide de valeurs décimales approchées à 10^{-2} près) :

x	-2	-1	$-0,7$	$-0,5$	$-0,4$	$-0,3$	$-0,2$	$-0,1$	0	0,3	0,4	0,7	1
$f(x)$	$-4,00$	$-1,05$		0,28						0,44	$-0,12$	$-4,07$	$-15,09$

   En déduire un encadrement de α.

2. Le plan est rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 5 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées). On appelle Γ la courbe représentative de f dans ce plan.
   Montrer que la droite Δ d'équation $y = 3x + 2$ est asymptote à la courbe Γ lorsque x tend vers $-\infty$.
   étudier la position relative de Δ et Γ.
   Tracer Δ, puis Γ, pour x dans l'intervalle $[-2\,;\,0,7]$.
3. Déterminer le point A de Γ où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = 2x$.
   Représenter, sur la figure précédente, le point A et la tangente en A à Γ.
4. On considère l'ensemble des points du plan situés entre Γ et Δ et entre les droites d'équations $x = -0,5$ et $x = 0$.
   Hachurer cette partie du plan, sur la figure précédente.
   Calculer son aire, en unités d'aire (on donnera la valeur exacte, puis une va- leur décimale approchée à 10^{-1} près),

∽ Baccalauréat ES Sportifs de haut-niveau septembre 1997 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Une salle de spectacle peut contenir 400 places. Le tableau suivant donne le nombre moyen de spectateurs enregistrés sur une large période, en fonction du prix d'une place.
p est le prix d'une place.
n est le nombre moyen de spectateurs.

p	5	10	15	20	25	30	35	40	45
n	362	323	275	248	198	162	117	88	34

1. Dans cette partie, les résultats doivent être arrondis au millième près et le détail des calculs n'est pas demandé.
   - **a.** Donner le coefficient de corrélation linéaire r de cette série statistique à deux variables p et n.
   - **b.** écrire une équation de la droite de régression linéaire de n en p.
2. Dans cette partie, on pose $n = -8p + 400$.
   - **a.** Exprimer la recette pour un spectacle en fonction de p.
   - **b.** Les frais fixes pour un spectacle s'élèvent à 3 200 F, exprimer le bénéfice pour un spectacle en fonction de p.
   - **c.** Dans quel intervalle le directeur doit-il fixer le prix des places pour amortir au moins les frais fixes ?
   - **d.** Quel prix doit-il fixer pour obtenir le bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Un restaurateur propose trois types de menu : le premier à 150 F, le deuxième à 90 F et le troisième à 70 F. Il constate que 30 % de ses clients prennent le menu à 150 F et 50 % celui à 90 F.
De plus, parmi ceux qui prennent le menu à 150 F, 85 % donnent un pourboire au serveur ; parmi ceux qui prennent le menu à 90 F, 65 % donnent un pourboire au serveur et parmi ceux qui prennent le menu à 70 F, 25 % donnent un pourboire au serveur.
Pour un client, on désigne par :
A : l'évènement« prendre un menu à 150 F ».
B : l'évènement « prendre un menu à 90 F ».
C : l'évènement « prendre un menu à 70 F ».
S : l'évènement « donner un pourboire au serveur ».

1. À la sortie du restaurant, on interroge un client choisi au hasard. Calculer la probabilité :
   - **a.** qu'il ait pris un menu à 70 F ;
   - **b.** qu'il ait pris un menu à 90 F et qu'il ait donné un pourboire au serveur ;
   - **c.** qu'il ait donné un pourboire au serveur ;
   - **d.** qu'il ait pris un menu à 150 F sachant qu'il a donné un pourboire au serveur (le résultat de cette question sera donné sous forme exacte, puis sous forme décimale approchée à 10^{-2} près par défaut).
2. On suppose que, quand un pourboire est donné au serveur, son montant est 5 % du prix du menu. On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeur le montant en francs du pourboire donné au serveur par un client.
   - **a.** Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$.

b. Quelle somme le serveur peut-il espérer gagner, s'il sert 30 clients ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Dans une station de sport d'hiver, on a observé qu'un tiers des skieurs emprunte une télécabine les emmenant directement au sommet des pistes.
Les autres skieurs utilisent un télésiège qui les transporte dans un domaine intermédiaire.
Parmi ceux-ci, un quart emprunte un téléski pour se rendre au sommet des pistes, les autres skient dans ce domaine intermédiaire. Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. On considère, dans cette station, une personne partant skier. Calculer la probabilité :
   a. que ce skieur aille au sommet des pistes en utilisant le télésiège, puis le téléski ;
   b. que ce skieur aille skier au sommet des pistes.
2. Au sommet des pistes, on interroge un skieur choisi au hasard. Prouver que la probabilité qu'il soit arrivé en télécabine est $\frac{2}{3}$.
3. Dans un moment de très grande affluence au sommet des pistes, on interroge au hasard quatre skieurs.
   a. Calculer la probabilité qu'au moins un d'entre eux ne soit pas venu en télécabine.
   b. Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de skieurs venus en télécabine.
   Déterminer la loi de probabilité de X.
   Calculer son espérance $\text{E}(X)$ et sa variance $V(X)$.

PROBLÈME **11 points**
Commun à tous les candidats

Le but de ce problème est de déterminer une approximation du prix d'équilibre d'un produit manufacturé. (On rappelle que le prix d'équilibre est le prix pour lequel l'offre est égale à la demande).
Dans tout le problème, le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 4 cm).

Partie A : étude de la fonction d'offre

- x désigne le prix d'une unité de produit, exprimé en milliers de francs.
- $f(x)$ désigne la quantité offerte sur le marché, exprimée en milliers d'articles.

On admet que la fonction d'offre f est définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - \text{e}^{-\frac{1}{2}x+1}.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   b. Soit φ la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $\varphi(x) = x$. Déterminer la limite de $\varphi - f$ en $+\infty$.
   c. Soit D la droite d'équation $y = x$. Interpréter graphiquement le résultat de la question b.
2. étudier le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$. Dresser le tableau de variation de f.

Partie B : étude de la fonction de demande

x désigne toujours le prix d'une unité, exprimé en milliers de francs.
$g(x)$ désigne la quantité demandée, exprimée en milliers d'articles.
On admet que la fonction de demande g définie sur $]0 ; +\infty[$ est de la forme

$$g(x) = \frac{a}{x} + b\ln x \quad \text{avec } a \text{ et } b \text{ réels.}$$

1. On note Γ la courbe représentative de g dans $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   Déterminer les nombres a et b sachant que Γ passe par le point A(1 ; 2) et admet en ce point une tangente Δ de coefficient directeur −3.
2. On pose dans toute la suite $g(x) = \dfrac{2}{x} - \ln x$.
   a. étudier le sens de variation de g sur $]0~;~+\infty[$.
   b. Déterminer la limite de g en $+\infty$.
   c. Construire, sur l'annexe , la courbe Γ ainsi que sa tangente Δ en A.

Partie C : Détermination du prix d'équilibre

1. **Méthode graphique**
   À l'aide des graphiques de $\mathscr{C}$ et de Γ, indiquer le prix d'équilibre (à 100 F près).
2. **étude théorique**
   Soit la fonction h définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$h(x) = f(x) - g(x).$$

   a. étudier le sens de variation de h.
   b. Déterminer la limite de h en 0, puis en $+\infty$.
   c. Prouver que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α appartenant à $[1{,}73~;~1{,}74]$.
   Déduire de ce qui précède un encadrement du prix d'équilibre à 10 F près.

∾ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie décembre 1997 ∾

Exercice 1 **5 points**

Dans cet exercice les résultats pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice. Le tableau suivant donne l'évolution de 1955 à 1995 de l'espérance de vie des hommes et des femmes en France.

Année i	1955	1965	1975	1985	1995
Rang x_i de l'année i	0	10	20	30	40
Espérance de vie des hommes h_i	65	67,5	69	71,3	73
Espérance de vie des femmes f_i	71,2	74,4	76,9	79,4	82

1. Représenter les deux nuages de points associés aux séries statistiques $(x_i,\ h_i)$ et $\left(x_i,\ f_i\right)$, dans le plan rapporté à un repère orthogonal. Unités graphiques : sur l'axe des abscisses 0,25 cm ; sur l'axe des ordonnées 1 cm ; de plus, sur l'axe des ordonnées, on placera 65 à l'origine.

2. **a.** Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et h (on donnera la valeur décimale arrondie à 10^{-3} près).

b. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite (D) de régression de h en x (pour les coefficients, on donnera les valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près).

c. Tracer (D) dans le repère précédent.

3. **a.** Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et f (on donnera la valeur décimale arrondie à 10^{-3} près).

b. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite (D′) de régression de f en x (pour les coefficients, on donnera les valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près).

c. Tracer (D′) dans le repère précédent.

4. En supposant que les évolutions correspondent durant les années à venir aux équations des droites précédentes, déterminer par le calcul :

a. quelle serait l'espérance de vie des hommes et des femmes en l'an 2000 ?

b. en quelle année l'espérance de vie des femmes deviendrait supérieure de 10 ans à celle des hommes ?

Exercice 2 5 points
Enseignement obligatoire

Dans un sac se trouvent 6 jetons numérotés de 1 à 6. Un jeu consiste à tirer au hasard l'un des jetons.
Si le numéro obtenu est un multiple de 2, le joueur gagne 1 franc ;
s'il obtient « 1 »ou « 3 », il gagne 2 francs ;
s'il obtient « 5 »il garde le jeton tiré et il tire un second jeton parmi les cinq restants ;
si le second numéro obtenu est un multiple de 2, il gagne 2 francs ; si le second numéro obtenu est « 1 », il gagne 9 francs ;
et si le second numéro est « 3 », il gagne k francs, où k est un nombre réel.
Pour jouer à ce jeu, le joueur achète au préalable un ticket à 3 francs. On suppose à chaque fois que les tirages sont équiprobables.
Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur la différence entre le gain et le prix du ticket.

1. À l'aide d'un arbre, représenter les différentes issues possibles.

2. **a.** À l'aide de la question précédente, donner les valeurs x_i, que peut prendre la variable aléatoire X ; donner ensuite la loi de probabilité de X.

b. Montrer que l'espérance mathématique de X est égale à $\dfrac{k-40}{30}$.

c. Déterminer k pour que l'organisateur du jeu gagne 0,10 franc en moyenne par ticket vendu.

3. Dans cette question, on prend $k = 32$.

a. Un joueur joue une fois à ce jeu. Montrer que $P(X \geqslant 0) = \dfrac{1}{15}$.

b. Ce joueur joue maintenant 3 parties indépendantes. Calculer la probabilité d'avoir un gain aux deux premières parties et une perte à la troisième (donner la valeur arrondie de cette probabilité à 10^{-3} près).

Exercice 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Dans un rayon d'un magasin ouvert dix heures par jour, on peut trouver soit un vendeur A pendant six heures de temps, soit pendant son absence, un vendeur B pendant trois heures de temps, soit en l'absence de A et B, aucun vendeur pendant une heure de temps. Les plages horaire de présence varient, si bien que le fait qu'un client soit conseillé par A, par B ou ne soit pas conseillé est aléatoire. Quand ils sont conseillés par A, 70 % des clients effectuent un achat, 50 % l'effectuent quand ils sont conseillés par B et 20 % seulement quand personne n'est là pour les conseiller.
Pour un client qui se présente dans ce rayon, on considère les évènements suivants :
A : « Le client est conseillé par A.
B : « Le client est conseillé par B.
C : « Le client n'est conseillé par personne.
H : « Le client effectue un achat.

1. Traduire, en terme de probabilités conditionnelles, les données numériques de l'énoncé à l'aide des évènements A, B, C et H.

a. Un client se présente dans le rayon. Quelle est la probabilité que le client soit conseillé par A et qu'il effectue un achat ?

b. Quelle est la probabilité que le client effectue un achat ?

c. Le client effectue un achat. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas été conseillé par A ?

2. Pendant n jours, n clients viennent dans ce rayon indépendamment les uns des autres, à raison de un client par jour.

a. On prend $n = 7$. Quelle est la probabilité qu'au moins cinq des clients aient été conseillés par A ?

b. Maintenant, n est quelconque.
Montrer que la probabilité qu'au moins un des clients ait été conseillé par A est égale à $1 - (0,4)^n$.
Calculer n pour que cette probabilité soit au moins égale à 0,99.

Problème **10 points**
Partie I

On considère les fonctions numériques f et g, définies sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(t) = 13t^2 + 50t \quad ; \quad g(t) = 2000\mathrm{e}^{-0,116t}.$$

On note $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ leurs courbes représentatives respectives dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.
Unités graphiques : axe des abscisses 0,5 cm pour une unité ; axe des ordonnées 0,5 cm pour 100 unités.

1. a. étudier le sens de variation de la fonction f.

b. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

2. a. étudier le sens de variation de la fonction g.

b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$. En déduire une droite asymptote à la courbe $(\mathscr{C}_2)$; quelle est la position de $(\mathscr{C}_2)$ par rapport à cette asymptote ?

3. Tracer, dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ les courbes $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$.

Partie II

Une usine, fabriquant uniquement un produit B, décide la fabrication d'un produit A. Les nombres $f(t)$ et $g(t)$, définis à la partie I, représentent les quantités respectives de produit A et de produit B fabriquées par jour, où t est la durée, exprimée en mois, écoulée depuis le lancement de A.

1. On considère la fonction h, définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par : $h(t) = f(t) - g(t)$.

a. étudier le sens de variation de la fonction h.

b. Montrer que l'équation $h(t) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[6\,;\,7]$.

c. En déduire combien de mois après son lancement la fabrication de A dépasse celle de B.

2. On considère la fonction q, définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par : $q(t) = f(t) + g(t)$.

a. Que représente $q(t)$?

b. Donner une primitive Q de q.

c. Calculer la valeur moyenne de la fonction q sur l'intervalle $[0\,;\,10]$, c'est-à-dire le nombre $N = \dfrac{1}{10}\displaystyle\int_1^{10} q(t)\,\text{d}t$.

Après avoir calculé la valeur exacte de N, on en donnera une valeur approchée à 1 unité près.

3. L'usine ne peut pas fabriquer une quantité journalière de produit A supérieure à 3 000. Par lecture graphique, déterminer au bout de combien de mois ce rythme est atteint.

Baccalauréat ES 1998

L'intégrale de juin à décembre 1998

Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 1998

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Aucun détail des calculs statistiques à effectuer à la machine n'est demandé dans cet exercice.
Dans une région imaginaire sévit depuis quelques années une mystérieuse maladie : toute personne atteinte est, pendant plusieurs mois, plongée dans un profond sommeil.
Le tableau ci-dessous concerne la population de cette région.
Il indique, au 1er janvier de chaque année :

— l'année, variable x (l'année 1992 a été notée 92 et ainsi de suite jusqu'à l'année 1998 notée 98) ;
— le nombre de personnes atteintes, variable z.

Année x_i	92	93	94	95	96	97	98
Nombre de personnes atteintes, z_i	45 400	49 100	52 300	50 400	52 600	53 900	55 000

1. Déterminer la valeur décimale arrondie au dixième du coefficient de corrélation linéaire entre x et z.

Ce résultat permet-il d'envisager un ajustement affine entre les variables x et z?

2. Représenter le nuage de points associé à la série $(x~;~z)$. Unités : en abscisse, 91 est l'origine des années et 1 cm représente une année ; en ordonnée, 40 000 est l'origine et 5 cm représentent 10 000 personnes.

3. a. Donner une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés. Pour les coefficients, on prendra les valeurs décimales arrondies au dixième.

Tracer cette droite sur le graphique précédent.

b. En supposant que l'évolution de la maladie se poursuive de la même façon au cours de l'année 1998, donner une estimation de la population atteinte par cette maladie le 1er janvier 1999.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Le tableau suivant donne le montant des cotisations qu'ont eu à payer en 1997 les adhérents à une médiathèque, selon la catégorie à laquelle ils appartiennent :

Adhérents	Catégories	Cotisation
Résidents	Catégorie A : scolaires	gratuit
	Catégorie B : étudiants	60 F
	Catégorie C : autres	100 F
Non résidents	Catégorie D	140 F

La recette totale de la médiathèque se compose :

— d'une subvention municipale ;
— des cotisations des adhérents.

1. En 1997 :

— la subvention municipale a été de 200 000 F ;
— il y a eu au total 5 000 adhérents, dont 72 % de résidents ; parmi les résidents, 45 % appartiennent à la catégorie A et 30 % à la catégorie B.

a. Combien y a-t-il eu d'adhérents dans chaque catégorie ?

b. Quelle a été la recette totale ?

2. En 1998 :

— pour équilibrer le budget, la recette totale doit augmenter de 10 % ;

— la subvention municipale est augmentée de 3 %.

a. Montrer que, pour équilibrer le budget, la part de la recette totale provenant des cotisations en 1998 doit être égale à 399 880 F.

b. Le nombre d'adhérents augmente en 1998 de 10 % dans chaque catégorie. On modifie uniquement les cotisations des catégories C et D ; la cotisation de la catégorie C passe à 105 F. Calculer, à 10 F près par excès, la cotisation minimale de la catégorie D, pour que la part de la recette provenant des cotisations en 1998 soit au moins de 399 880 F.

c. Calculer dans ces conditions les pourcentages d'augmentation des cotisations des catégories C et D entre 1997 et 1998.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Un lycée compte 660 élèves.
La fréquentation mensuelle du CDI (Centre de Documentation et d'Information) suivant les niveaux est donnée par le tableau suivant :

Niveaux	Seconde			Première				Terminale			
Nombre de visites mensuelles	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3
Effectifs	56	140	84	10	60	70	60	18	70	38	54

(Par exemple, 84 élèves de seconde sont venus au CDI 2 fois par mois).

1. On interroge un élève choisi par hasard et on considère les évènements suivants :

— A « l'élève est en seconde » ;

— B « l'élève vient une fois par mois au CDI » ;

— C « l'élève est en seconde et vient une fois par mois au CDI ».

a. Calculer la probabilité $p(A)$ de l'évènement A.

b. Montrer que $p(B) = \dfrac{9}{22}$.

c. Calculer $p(C)$.

d. L'élève choisi au hasard est l'un de ceux qui viennent une fois par mois au CDI. Quelle est la probabilité qu'il soit en seconde ? (Donner le résultat sous forme de fraction irréductible).

2. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de visites mensuelles au CDI d'un élève du lycée.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance mathématique de X.

c. On répète dix fois, de façon indépendante le choix au hasard d'un élève parmi les élèves du lycée.
Quelle est la probabilité que, parmi les élèves choisis, cinq élèves exactement se rendent une fois par mois au CDI ? (Donner le résultat sous forme décimale arrondie à 10^{-3}).

PROBLÈME **10 points**

Les objectifs de ce problème sont de déterminer une fonction qui ajuste de manière satisfaisante une série statistique (parties A et B), puis d'étudier un coût moyen résultant de l'étude précédente (partie C). Une entreprise a noté les valeurs du coût total de production d'un engrais, notées $\text{CT}(x)$, en fonction de la masse x produite (où x est exprimée en tonnes et $\text{CT}(x)$ est exprimé en milliers de francs) :

x	10	12	14	16	18
$\text{CT}(x)$	100	110	145	196	308

Partie A

Sur une feuille de papier millimétré, reporter les cinq points de coordonnées $(x\ ;\ \text{CT}(x))$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. Unités : 1 cm pour une tonne sur l'axe des abscisses ; 0,05 cm pour un millier de francs sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On recherche une fonction, définie sur l'intervalle $[10\,;\,18]$, dont la courbe représentative dans le repère $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ s'ajuste de façon acceptable avec les cinq points tracés sur le graphique.
Une fonction f est déclarée « acceptée » si, pour chacune des cinq valeurs de x citées dans le tableau, on a $-10 \leqslant f(x) - \text{CT}(x) \leqslant 10$.

1. On essaie la fonction g, définie sur l'intervalle $[10\,;\,18]$ par

$$g(x) = 3,25(x-10)^2 + 100.$$

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	10	12	14	16	18
$g(x)$	100				308
$g(x) - \text{CT}(x)$					

b. Pourquoi g n'est-elle pas « acceptée » ?

2. On essaie la fonction h, définie sur l'intervalle $[10\,;\,18]$ par : $h(x) = \text{e}^{0,3x} + 80$.

a. Montrer que la fonction h est « acceptée ».

b. Étudier le sens de variation de h sur l'intervalle $[10\,;\,18]$.

c. Tracer la courbe représentative de h sur le graphique de la partie **A**.

Partie C

Dans cette partie, on utilise sur l'intervalle $[10\,;\,18]$ la fonction h, « acceptée », de la partie **B**. Ainsi, le coût moyen de production d'une tonne, en fonction de la masse x produite, est, en milliers de francs

$$\text{CM}(x) = \frac{h(x)}{x} = \frac{\text{e}^{0,3x} + 80}{x}.$$

1. On note CM′ la dérivée de la fonction CM.

a. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[10\,;\,18]$, $\text{CM}'(x)$ a le même signe que $s(x) = (0,3x-1)\text{e}^{0,3x} - 80$.

b. Étudier le sens de variation de la fonction s sur l'intervalle $[10\,;\,18]$.

c. Montrer que l'équation $s(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[10\,;\,18]$. On note α cette solution et, pour la suite, on prendra $\alpha = 11,59$.

2. a. Déduire de ce qui précède le sens de variation de CM sur l'intervalle $[10\,;\,18]$.

b. Pour quelle production a-t-on un coût moyen minimal ? Quel est ce coût, à un franc près par excès ?

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 1998 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le directeur d'une fabrique de microprocesseurs constate que 4 % de la production journalière est défectueuse. Un responsable qualité propose une vérification systématique des microprocesseurs. Cette vérification n'est pas parfaite, elle ne détecte que 95 % des microprocesseurs défectueux et déclare défectueux 2 % des microprocesseurs qui ne présentent pourtant aucun défaut.
On prend au hasard l'un des microprocesseurs dans une production journalière.
On appelle :
- M l'évènement « le microprocesseur est défectueux » ;
- R l'évènement « le microprocesseur est rejeté après vérification ».
La notation $p(A/B)$ désignant la probabilité de l'évènement A sachant que B est réalisé.

1. Préciser les probabilités : $p(M)$, $p(R/M)$, $p\left(R/\overline{M}\right)$.
2. Calculer la probabilité de l'évènement (M et R) ainsi que celle de l'évènement $\left(\overline{M} \text{ et } R\right)$.
3. Calculer la probabilité que le microprocesseur soit défectueux et déclaré bon par la vérification.
4. Calculer la probabilité que le microprocesseur soit bon sachant que la vérification va le déclarer « à rejeter ».

Exercice 2 5 points

(obligatoire)

Dans cet exercice, les résultats numériques pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice, sans justification. lis seront arrondis à 10^{-2} *près, sauf indication contraire.*

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre d'étudiants inscrits dans l'enseignement supérieur depuis 1960 (en milliers d'étudiants), en France métropolitaine.

Année scolaire	1960-1961	1970-1971	1980-1981	1990-1991	1993-1994
Rang de l'année : x_i	1	11	21	31	34
Nombre d'étudiants (en milliers) : y_i	309,7	850,6	1 174,8	1 698,7	2 074,6

Source : *Repères et références statistiques sur les enseignements et la formation.* Édition 1995. D.E.P.

1. **a.** Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Peut-on envisager un ajustement affine?

   b. Donner une équation de la droite de régression de y en x.

   c. En supposant que l'évolution se poursuive de la même façon pour les années suivantes, donner une estimation du nombre d'étudiants qui seront inscrits dans l'enseignement supérieur en 1998-1999. (Arrondir au millier supérieur).

2. **a.** On décide de faire un ajustement exponentiel, en ignorant la première donnée, correspondant à l'année 1960-1961. Pour cela, on pose $z_i = \ln\left(y_i\right)$.

   Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant par les valeurs de z_i.

Rang de l'année : x_i	11	21	31	34
$z_i = \ln(y_i)$				

   b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et z. Peut-on envisager un ajustement affine?

   c. Donner une équation de la droite de régression de z en x.

d. En supposant que l'évolution se poursuive de cette façon, donner une valeur approchée de z_{39}, puis proposer une deuxième estimation du nombre d'étudiants qui seront inscrits dans l'enseignement supérieur en 1998-1999.

Exercice 2 5 points
(spécialité)

On définit deux suites de nombres réels, U et V par les conditions suivantes $U_0 = 9$ et pour tout n entier ($n \geqslant 0$),

$$U_{n+1} = \sqrt{U_n} \quad ; \quad V_n = \ln\left(U_n\right).$$

1. Dans cette question nous nous intéresserons au calcul des premiers termes des suites U et V.
   a. Donner les valeurs de $U_0,\ U_1,\ U_2,\ U_3$.
   b. Exprimer $V_0,\ V_1,\ V_2,\ V_3$ en fonction de $\ln(3)$.
2. Dans les deux questions suivantes nous allons étudier la suite V.
   a. Montrer que la suite V est géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.
   b. Calculer V_n en fonction de n. Quelle est la limite de la suite V ?
3. On s'intéresse dans cette question au comportement de la suite U.
   a. Calculer U_n en fonction de V_n.
   b. Donner alors la limite de U_n lorsque n tend vers l'infini.

Problème **11 points**
Partie A

Soit f la fonction numérique définie sur $[0\ ;\ +\infty[$, dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ est donnée (annexe I, ci-après), dans un repère orthogonal.

1. Au moyen d'une lecture graphique, donner, sous forme de tableau, le signe de f sur $[0\ ;+\infty[$.
2. Soit F une primitive de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   L'une des trois courbes des figures 2 a, 2 b, 2 c (annexe II) est la représentation graphique de F sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   En utilisant le résultat du 1, déterminer celle de ces courbes qui convient et noter sur votre copie la référence de cette courbe.
3. Calculer, en unité d'aire, la valeur exacte $\mathscr{A}$ de l'aire du domaine D compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $= \dfrac{1}{2}$ et $x = 2$.
   Sur le graphique, donné ci-dessous, hachurer ce domaine D et joindre cette annexe à votre copie.
4. Au moyen d'une lecture graphique, déterminer les valeurs de $f(0)$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ et $f'\left(\dfrac{3}{2}\right)$.
   Reporter ces valeurs dans le tableau correspondant (à joindre à votre copie).

Partie B

Soit g la fonction numérique définie sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = (2x-1)\mathrm{e}^{x}.$$

On note Γ la courbe représentative de g.

1. Calculer la limite de g quand x tend vers - ∞.
2. Montrer que $g(x)$ peut s'écrire : $g(x) = \left(\dfrac{2x}{\mathrm{e}^x} - \mathrm{e}^{-x}\right)$.
   Calculer la limite de g en + ∞.
   Quelle conclusion peut-on tirer du résultat de ce calcul ?
3. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe.
4. Dresser le tableau des variations de g.
5. Écrire une équation de la tangente T à Γ au point d'abscisse 0.
   En admettant que la courbe donnée ci-dessous représente, sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, la fonction g, tracer sur ce graphique la droite T et la courbe Γ.

Annexe I : courbe de la fonction f

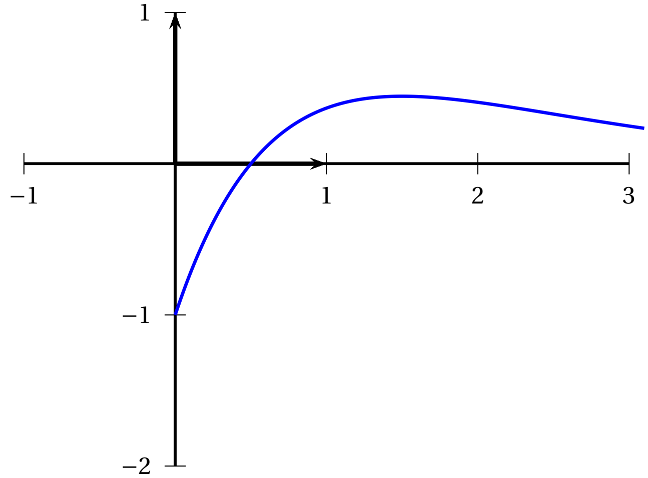


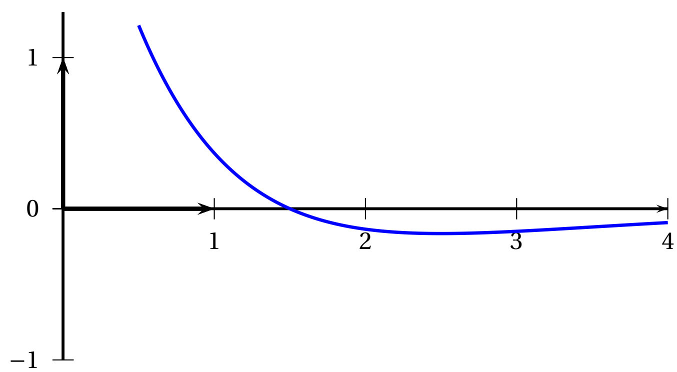
Tableau de valeurs pour la fonction f, à compléter au moyen d'une lecture graphique

x	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{3}{2}$
$f(x)$			$2\mathrm{e}^{\left(-\frac{3}{2}\right)}$
$f'(x)$	3	$2\mathrm{e}^{\left(-\frac{1}{2}\right)}$	

Annexe II :

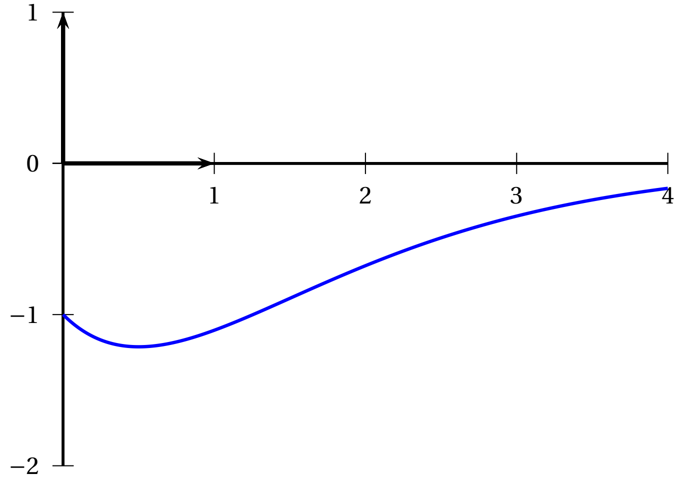
Courbe 2 a représentative de F_{a}.

x	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{3}{2}$	2	$\dfrac{5}{2}$
$F(x)$	3	$\dfrac{2}{\sqrt{\mathrm{e}}}$	0	$-\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$	
$F'(x)$	0				0



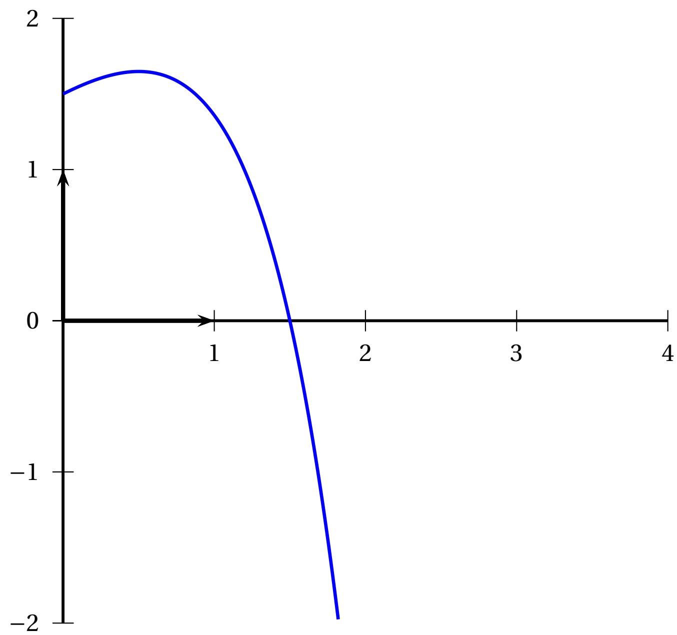
Courbe 2 b représentative de F_{b}.

x	0	$\dfrac{1}{2}$	2
$F(x)$	−1	$-\dfrac{2}{\sqrt{\mathrm{e}}}$	$-\dfrac{5}{\mathrm{e}^2}$
$F'(x)$		0	



Courbe 2 c représentative de F_c.

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2
$F(x)$	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{\mathrm{e}}$	0	$-\frac{\mathrm{e}^2}{2}$
$F'(x)$		0		



∽ Baccalauréat ES Asie juin 1998 ∽

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction de la variable réelle x, définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \text{e}^x\left(\text{e}^x + a\right) + b$$

où a et b sont deux constantes réelles. Les renseignements connus sur f sont donnés dans le tableau de variation ci-dessous.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$			0		
$f(x)$	-3	$\searrow$		$\nearrow$	

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a (f'désigne la fonction dérivée de f.)
2. **a.** Déterminer a et b en vous aidant des informations contenues dans le tableau ci-dessus.
   b. Calculer $f(0)$ et calculer la limite de f en $+\infty$.
   c. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de variation de f.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$\text{e}^x\left(\text{e}^x - 2\right) - 3 = 0$$

   (on pourra poser $X = \text{e}^x$).
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations

$$\text{e}^x\left(\text{e}^x - 2\right) - 3 \geqslant -4$$

$$\text{e}^x\left(\text{e}^x - 2\right) - 3 \leqslant 0$$

   (On utilisera le tableau de variation donné ci-dessus et en particulier les informations obtenues en **2 b**)

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Un magasin de grande surface procède à des opérations de solde sur tous les disques (CD) de son rayon musique :

- 20 % de ces disques sont des CD « classiques ». 80 % d'entre eux sont vendus à moitié prix, les autres sont vendus avec une remise de 40 % sur le prix initial.
- 30 % de ces disques sont des CD « Jazz ». 70 % d'entre eux sont vendus à moitié prix, les autres sont vendus avec une remise de 20 % sur le prix initial.
- 50 % de ces disques sont des CD « Pop-Rock ». 60 % d'entre eux sont vendus à moitié prix, les autres sont vendus avec une remise de 30 % sur le prix initial.

Les deux questions sont indépendantes.

1. Un client a payé 42 F un disque.
   Quels étaient les différents prix possibles de cet article avant les opérations de solde ?
2. Un client choisit un disque au hasard.

a. Sachant que c'est un CD « Jazz », quelle est la probabilité qu'il le paie à moitié prix ?

b. Son prix marqué avant les opérations de solde est de 90 F ; quelle est la probabilité que ce soit un CD « Pop-Rock » vendu à 45 F ?

c. Quelle est la probabilité que ce disque choisi soit vendu à moitié prix ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Un dé non truqué comporte six faces ainsi marquées :

$$1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 4$$

1. On lance ce dé une fois.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir une face marquée 2 ?

b. Quelle est la probabilité d'obtenir une face marquée 1 ou 2 ?
(les résultats numériques seront donnés sous forme d'une fraction irréductible).

2. On lance ce dé trois fois de suite.
Les différents jets de ce dé sont supposés indépendants.
On note de gauche à droite, chaque fois, le chiffre obtenu.
Un nombre de trois chiffres est ainsi créé.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir le nombre 421 ?

b. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre formé exactement d'un 1, d'un 2, d'un 4 ?

c. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre contenant au moins une fois le chiffre 2 ?
(les résultats numériques seront donnés sous forme d'une fraction irréductible).

3. On jette cinq fois de suite ce dé (les jets sont indépendants).
Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois exactement le chiffre 1 ?
On pourra utiliser un schéma de Bernoulli.
(Le résultat numérique est donné sous forme approchée à 10^{-2} près par défaut.)

PROBLÈME **10 points**

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x - \mathrm{e}.\ln(x)$$

dans laquelle $\mathrm{e}.\ln(x)$ est le produit du nombre e par le logarithme népérien de x.

1. Question préliminaire
Tracer dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm
– la courbe (E) d'équation $x \in [0\ ;\ +\infty[$, $y = \mathrm{e}^x$
– la courbe (H) d'équation $x \in [0\ ;\ +\infty[$, $y = \dfrac{\mathrm{e}}{x}$.
Au moyen d'une lecture graphique, déterminer le signe de $\mathrm{e}^x - \dfrac{\mathrm{e}}{x}$ suivant les valeurs de x dans $]0\ ;\ +\infty[$.

2. Étude de la fonction $\boldsymbol{f}$

a. Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0.

b. En utilisant l'écriture suivante de $f(x)$: $f(x) = \mathrm{e}^x\left(1 - \mathrm{e}\cdot\dfrac{\ln x}{x}\cdot\dfrac{x}{\mathrm{e}^x}\right)$ calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

c. On note f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.
Déduire des résultats de la question 1 l'étude des variations de la fonction f.

3. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 4 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.
Préciser la droite asymptote à $(\mathscr{C})$ et la tangente à $(\mathscr{C})$ parallèle à l'axe des abscisses.

4. Calcul d'une aire

a. Vérifier que la fonction s définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$s(x) = x \cdot \ln(x) - x$$

est une primitive de la fonction ln.

b. Calculer, en cm^2, l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers juin 1998 ∾

Exercice 1 **5 points**

Partie A

Soient a et b des nombres réels.
On considère la fonction f, définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} + a\mathrm{e}^{x} + b,$$

et on désigne par f' sa fonction dérivée.

1. Calculer $f'(x)$.
2. On sait que $f(\ln 3) = -9$ et $f'(\ln 3) = 0$.
   Déterminer les nombres réels a et b.

Partie B

Le but de cette partie est le calcul de l'intégrale

$$\mathrm{I} = \int_{-1}^{1} \left[(2x+1)\mathrm{e}^{2x} - 6(x+1)\mathrm{e}^{x}\right]\,\mathrm{d}x.$$

1. Soit f la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

   $$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 6\mathrm{e}^{x}.$$

   On pose, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $g(x) = xf(x)$.
   Calculer $g'(x)$.
2. En déduire la valeur exacte de I.

Exercice 2 (obligatoire) **5 points**

Pour chaque probabilité demandée on donnera la valeur décimale arrondie à 10^{-4} près.
Dans une université, 55 % des étudiants possèdent un ordinateur. Parmi les étudiants ayant un ordinateur :

— 20 % ont un violon ;
— 30 % ont une flûte ;
— aucun étudiant ne possède à la fois une flûte et un violon.

Parmi les étudiants n'ayant pas d'ordinateur :

— 5 % ont un violon ;
— 15 % ont une flûte ;
— aucun étudiant ne possède à la fois une flûte et un violon.

On choisit au hasard un étudiant de cette université.
On définit les évènements suivants :

— D, l'étudiant a un ordinateur ;
— V, l'étudiant a un violon ;
— F, l'étudiant a une flûte ;
— R, l'étudiant n'a aucun de ces deux instruments de musique.

Ainsi : la probabilité $p(D)$ de l'évènement D est 0,55 ; la probabilité $p(V/D)$ qu'un étudiant ait un violon sachant qu'il a un ordinateur est 0,2.

1. Calculer la probabilité que l'étudiant ait un ordinateur et un violon.
2. Calculer la probabilité que l'étudiant ait un violon et pas d'ordinateur.

3. Calculer $p(V)$.

4. Calculer $p(F)$.

5. Quelle est la probabilité que l'étudiant ait un ordinateur sachant qu'il a une flûte ?

Exercice 2 (spécialité) **5 points**

Un éditeur établit ses prix pour l'année chaque 1er janvier.
Dans tout l'exercice nous nous intéresserons à deux collections publiées par l'éditeur : la collection A et la collection B.
Dans chaque collection, tous les volumes sont vendus au même prix unitaire.

I - Étude de la collection A.

Le prix unitaire des livres de cette collection augmente de 7 F au 1er janvier de chaque année. On désigne par P le prix unitaire des livres le 1er janvier 1995. Pour tout nombre entier naturel n, on désigne par P_n le prix unitaire des livres le 1er janvier de l'année $(1995+n)$. Par exemple, P_3 est le prix unitaire le 1er janvier 1998.

1. a. Pour $n \geqslant 1$, exprimer P_n en fonction de P_{n-1}.

b. Exprimer P_n en fonction de n et de P_0.

2. Le 1er janvier 1995 le prix unitaire était 150 F.

a. Quel sera le prix unitaire le 1er janvier 2007 ?

b. À quelle date le prix unitaire sera-t-il pour la première fois supérieur à 250 F ?

II - Étude de la collection B

Le prix unitaire des livres de cette collection augmente de 3 % au 1er janvier de chaque année. On désigne par R_0 le prix unitaire des livres le 1er janvier 1995.
Pour tout nombre entier naturel n, on désigne par R_n le prix unitaire des livres le 1er janvier de l'année $(1995+n)$. Par exemple, R_3 est le prix unitaire le 1er janvier1998.

1. a. Pour $n \geqslant 1$, exprimer R_n en fonction de R_{n-1}.

b. Exprimer R_n en fonction de n et de R_0.

2. Le 1er janvier 1995 le prix unitaire était 150 F.

a. Quel sera le prix unitaire le 1er janvier 2007 ? (on donnera la valeur arrondie entière de ce prix à 1 F près).

b. À quelle date le prix unitaire sera-t-il pour la première fois supérieur à 250 F ?

Problème **10 points**

Les objectifs de ce problème sont l'étude d'une fonction et le tracé de sa courbe représentative (partie II), s'appuyant sur l'étude du signe d'une fonction auxiliaire (partie I).

I Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = x - 5 + 5\ln x.$$

1. Étudier le sens de variation de g (ne pas étudier les limites).

2. a. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique dans l'intervalle $[1~;~7]$. On note α cette solution.

b. Déterminer la valeur décimale arrondie au centième de α.

3. Étudier le signe de $g(x)$, pour x appartenant à $]0~;~+\infty[$.

II Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{(x-5)\ln x}{x}$$

On peut donc aussi écrire

$$f(x) = \frac{1}{x}(x-5)\ln x \quad \text{et} \quad f(x) = \ln x - \frac{5\ln x}{x}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. **a.** Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.

   b. Montrer que $f(x)$ et $g(x)$ ont le même signe.

   c. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3. On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.

   a. Soit A le point de la courbe $\mathscr{C}$, d'abscisse 1. Donner une équation de la droite $\mathscr{D}$ tangente en A à la la courbe $\mathscr{C}$.

   Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{D}$ et de l'axe des ordonnées.

   b. Tracer $\mathscr{D}$ et $\mathscr{C}$ sur papier millimétré. (Unité graphique : 2 cm)

Baccalauréat ES La Réunion juin 1998

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour se rendre au lycée, Frédéric a le choix entre deux itinéraires A ou B. La probabilité qu'il choisisse l'itinéraire A est $\frac{1}{3}$.

La probabilité qu'il arrive en retard sachant qu'il emprunte l'itinéraire A est $\frac{2}{5}$; celle qu'il arrive en retard sachant qu'il emprunte l'itinéraire B est $\frac{3}{10}$.

On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

1. **a.** Quelle est la probabilité que Frédéric choisisse l'itinéraire B ?

   b. Sachant qu'il choisit l'itinéraire A, quelle est la probabilité qu'il arrive à l'heure ?
2. Quelle est la probabilité qu'il arrive à l'heure au lycée et qu'il ait choisi l'itinéraire A ?
3. Quelle est la probabilité que Frédéric arrive à l'heure au lycée ?
4. Sachant que Frédéric est arrivé à l'heure au lycée, quelle est la probabilité qu'il ait emprunté l'itinéraire B ?

Exercice 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

1. Une fonction g est définie sur l'intervalle $]-4\,;\,2[$ par :

$$g(x) = \frac{a}{x+4} + \frac{b}{x-2},$$

où a et b désignent deux nombres réels.

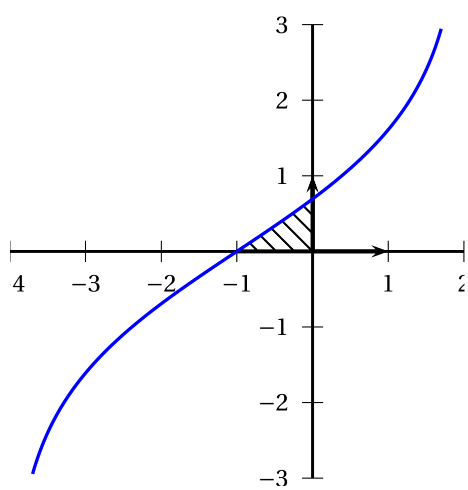
Sa courbe représentative dans un repère donné passe par A $\left(0\,;\,\frac{3}{4}\right)$ et admet au point d'abscisse - 1 une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Déterminer les réels a et b.

2. On considère la fonction f définie sur $]-4\,;\,2[$ par :

$$f(x) = \ln\left(\frac{x+4}{2-x}\right).$$

Elle est représentée ci-dessous dans un repère orthonormal :



a. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]-4\,;2[$, l'égalité suivante est vraie $f'(x) = g(x)$.

b. On considère la fonction F définie sur $]-4\,;2[$ par :

$$F(x) = (x+4)\ln(x+4) - (x-2)\ln(2-x).$$

Calculer $F'(x)$.

c. En déduire la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire du domaine hachuré sur la figure.

Exercice 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

En 1990, un pays avait une population de 50 millions d'habitants.
Par accroissement naturel, sa population augmente de 1,5 % par an. Par ailleurs, on constate une augmentation supplémentaire de 450 000 habitants par an, due à l'immigration.
L'unité est le million d'habitants.
On note $u_0 = 50$ le nombre d'habitants en 1990 (exprimé en millions d'habitants), et u_n le nombre d'habitants en $(1990 + n)$.

1. **a.** Calculer u_1 et u_2
   b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. On se propose de prévoir directement la population en 2010 si le modèle d'évolution se poursuit de la même façoon.
   Pour cela on considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n + 30$.
   a. Calculer v_0, v_1 et v_2.
   b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
   c. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n. En déduire alors la population de ce pays en l'an 2010. On donnera le résultat arrondi au million d'habitants.
3. Déterminer par le calcul en quelle année la population de ce pays dépassera 100 millions d'habitants si l'évolution se poursuit ainsi.

Problème **11 points**

Partie A

1. On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;1]$ par :

$$f(x) = \frac{x^3+x}{2} \qquad g(x) = \frac{\mathrm{e}^x - 1 + x}{\mathrm{e}}$$

   Étudier le sens de variation des fonctions f et g sur $[0\,;1]$.
2. Soit h la fonction définie sur $[0\,;1]$ par : $h(x) = x - g(x)$. étudier les variations de h et en déduire le signe de $h(x)$ sur $[0\,;1]$.
3. On considère un repère orthonormal. On prendra pour unité graphique 10 cm sur chaque axe. On note respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g dans ce repère.
   a. Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	0	0,2	0,5	0,7	1
$f(x)$					
$g(x)$					

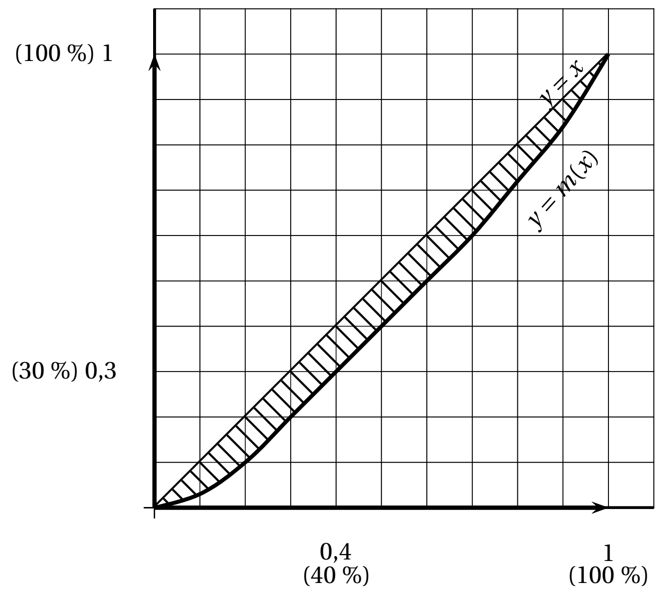
On donnera les valeurs décimales approchées à 10^{-2} près.

b. Représenter dans le repère donné, les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ et tracer la droite d'équation $y = x$.

c. Calculer l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan comprise entre la droite d'équation $y = x$ et la courbe représentative de g. En donner une valeur décimale approchée à 0,01 près.

Partie B

La courbe ci-dessous, appelée **courbe de Lorentz**, représente une fonction m, définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$. Elle illustre la répartition des richesses d'un pays donné.



En abscisses x représente le pourcentage des personnes les plus pauvres par rapport à la population totale et en ordonnées $m(x)$ représente le pourcentage des richesses totales qu'ils possèdent.
Par exemple, 40 % des personnes en partant des plus pauvres possèdent 30 % des richesses totales.
Les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ de la première partie sont respectivement les courbes de Lorentz pour un pays F et un pays G.

1. **a.** Déterminer, par le calcul ou graphiquement, pour chacun de ces deux pays le pourcentage des richesses possédées par 50 % des personnes en partant des plus pauvres.

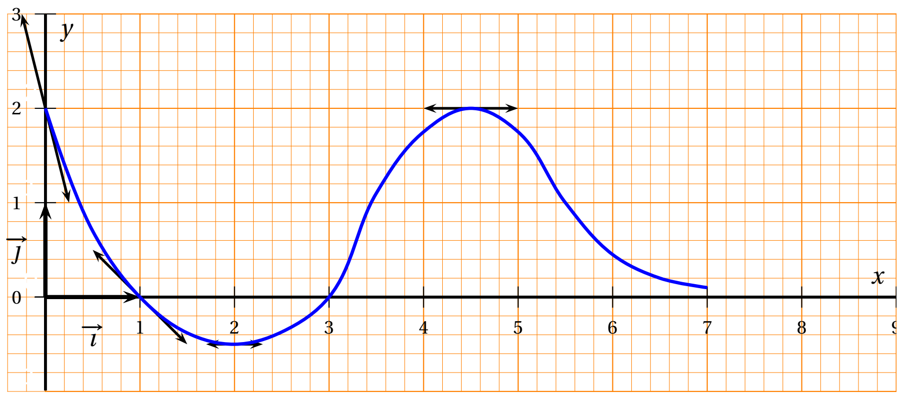
   b. Parmi ces deux pays, quel est celui pour lequel les richesses sont réparties de la manière la plus égalitaire ?

2. On appelle **coefficient de Gini** le nombre 2A, où A est l'aire, en unités d'aire, du domaine hachuré sur la figure. Le coefficient de Gini évalue le degré d'inégalité de la répartition des richesses.

   Calculer le coefficient de Gini pour chacun des pays F et G.

∽ Baccalauréat ES Métropole juin 1998 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats



Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm), on considère la courbe ci-dessus représentant une fonction f définie et dérivable sur $[0 ; 7]$.
Toutes les réponses aux questions suivantes seront obtenues à partir du graphique.

1. Lire $f(0)$, $f(2)$, $f'(1)$, $f'\left(\dfrac{9}{2}\right)$.
2. Déterminer le signe de la fonction f et celui de sa dérivée f'.
3. Déterminer la dérivée logarithmique en 0.
4. Indiquer à 0,1 près des valeurs approchées des solutions de l'équation $f(x) = 1$.
5. On note $\text{I} = \displaystyle\int_{\frac{7}{2}}^{5} f(x)\,\text{d}x$. Parmi les intervalles proposés ci-dessous, indiquer celui qui contient le nombre I (on précisera rapidement la méthode utilisé pour le déterminer) :

$$\left[0 ; \frac{1}{2}\right[, \quad \left[\frac{1}{2} ; 2\right[, \quad [2 ; 5[, \quad [5 ; 10[$$

Exercice 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Un magasin de distribution vend deux types de téléphones portables : des téléphones standard et des téléphones miniatures.
Il propose aussi deux types d'abonnements mensuels : l'abonnement 1 heure ; l'abonnement 2 h 30.
Le service marketing effectue une enquête sur un échantillon de 2 000 clients ayant acheté dans ce magasin, pendant l'année en cours, un téléphone, et un seul, de l'un des types vendus et ayant opté pour un seul des abonnements proposés.
Sur les 2 000 clients interrogés, 1 200 ont acheté le modèle standard.
Sur ces 2 000 clients, 960 ont choisi l'abonnement 1 heure.
Un client est pris au hasard dans l'échantillon. On note les évènements :

— S « Le client a acheté le modèle standard » ;
— M « Le client a acheté le modèle miniature » ;
— A_1 « Le client a choisi l'abonnement 1 heure » ;
— A_2 « Le client a choisi l'abonnement 2 h 30 ».

On note $p(E)$ la probabilité d'un évènement E.
Les résultats seront donnés sous forme décimale avec 3 chiffres après la virgule.

1. Déterminer $p(S)$, $p(M)$, $p(A_1)$.
2. **a.** Parmi les clients qui ont acquis le modèle standard, 32 % ont pris l'abonnement A_1.
   Traduire cette donnée en terme de probabilité.
   b. En déduire la probabilité d'avoir acquis le modèle standard et d'avoir opté pour l'abonnement A_1.
   c. Justifier que la probabilité d'avoir choisi le modèle miniature et l'abonnement A_1 est égale à $0,288$.
3. Le coût d'un téléphone standard est de 1 000 F et celui d'un miniature est de 3 000 F.
   L'abonnement A_1 revient à 170 F par mois.
   L'abonnement A_2 revient à 400 F par mois.
   On appelle X la variable aléatoire correspondant au coût total sur 1 an occasionné par l'achat d'un téléphone et l'abonnement choisi, pour un client pris au hasard dans l'échantillon.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X, en expliquant votre raisonnement.

x_i	3 040		5 800	
$p(X = x_i)$	0,192	0,288		

   b. Calculer l'espérance mathématique de X et l'interpréter.

Exercice 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Les fabricants d'ordinateurs portables vendent leurs machines à un prix P_n l'année n. Les quantités offertes O_n sont fonction du prix P_{n-1} (à l'année $n-1$), ceci du fait des délais de fabrication. Les quantités demandées D_n sur le marché sont, elles, fonction du prix P_n au cours de l'année n. Les fabricants recherchent l'équilibre du marché, c'est-à-dire qu'à chaque année n on ait $O_n = D_n$ pour qu'il n'y ait pas de stock.

$$\text{On a } \left\{\begin{array}{lcll} O_n & = & 2P_{n-1} - 10 & \text{avec} \quad n \geqslant 1 \\ D_n & = & -3P_n + 140 & \text{avec} \quad n \geqslant 0. \end{array}\right.$$

P_n est exprimé en milliers de francs, O_n et D_n en centaines d'unités.

1. **a.** Sur le document joint (à rendre avec la copie), on a représenté les droites d'équations :
   $y = 2x - 10$ et $y = 3x + 140$.
   Déterminer les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.
   b. On a $P_0 = 15$, déterminer la valeur de O_1 ; O_1 est représenté sur le graphique.
   Les quantités offertes doivent chaque année être égales aux quantités demandées, donc en particulier $O_1 = D_1$. En utilisant D_1 , on a représenté P_1 sur le graphique.
   Ce prix P_1 , détermine une offre O_2 qui doit être égale à D_2. Cette valeur déclenche alors un prix P_2 ; le représenter sur le graphique ainsi que P_3 et P_4. Peut-on émettre une conjecture quant à la limite de la suite (P_n) ?
2. **a.** Dans l'hypothèse d'équilibre, soit $0_n = D_n$, démontrer que :

$$P_n = -\frac{2}{3}P_{n-1} + 50 \text{ avec } n \geqslant 1$$

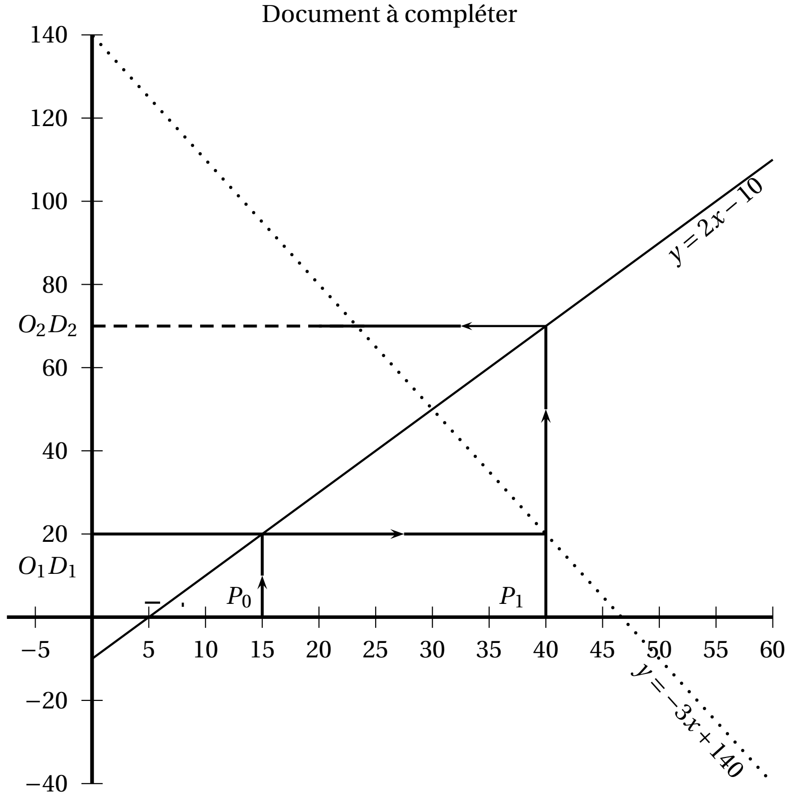
   b. (u_n) est la suite définie pour $n > 0$ par $u_n = P_n - 30$. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison.

c. Exprimer u_n en fonction de n et montrer que :

$$P_n = 30 - 15\left(-\frac{2}{3}\right)^n \text{ pour } n?0$$

d. Montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} |P_n - 30| = 0$. Déterminer alors la limite P de la suite (P_n) . Pour ce prix d'équilibre P, quelles sont alors les quantités offertes et demandées ?

Document à compléter



Problème **10 points**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la population d'un pays de 1950 à 1985.
t_i désigne le rang de l'année et p_i la population en millions d'habitants.

Année	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985
Rang de l'année t_i	0	5	10	15	20	25	30	35
p_i	8	8,9	9,9	11	12	13,5	15	16,6

A. Exploitation des données - Recherche d'un modèle

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(t_i\ ;\ p_i\right)$ associé à la série statistique dans un repère orthogonal.

- Sur l'axe des abscisses, choisir 2 cm pour 5 unités (5 ans).
- Sur l'axe des ordonnées, placer 8 à l'origine, puis choisir 2 cm pour une unité (1 million d'habitants).

2. Les experts cherchent à modéliser cette évolution par une fonction dont la courbe est voisine du nuage de points. On pose : $y_i = \ln p_i$. *Le détail des calculs statistiques n'est pas demandé.*

a. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près par défaut du coefficient de corrélation linéaire r de la série $(t_i\ ;\ y_i)$.

b. Déterminer une équation de la droite de régression de y en t. (Les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près.)

c. En déduire l'expression de la population p en fonction du rang t de l'année.

B. Étude du modèle exponentiel

On admet que la fonction f définie sur $[0\,;35]$ par :

$$f(t) = 8\mathrm{e}^{0,02t}$$

est une modélisation satisfaisante de l'évolution de la population (en millions d'habitants) de 1950 à 1985.

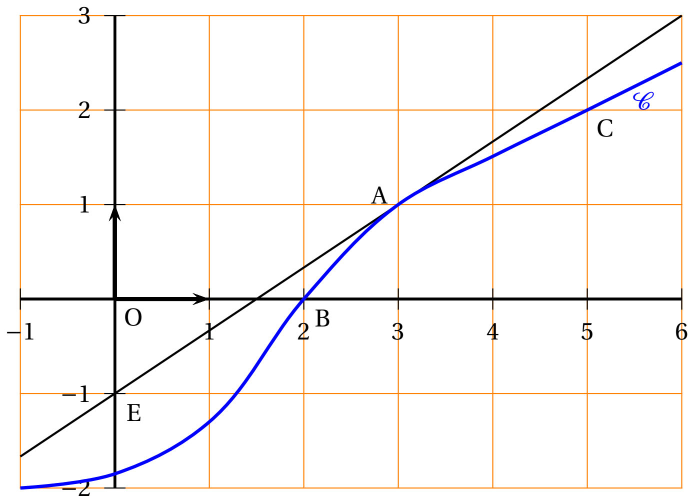
1. Étudier le sens de variation de f sur $[0\,;35]$ et dresser le tableau de variation complet de f sur cet intervalle.
2. Construire soigneusement la courbe représentative de f, notée $(\mathscr{C})$, dans le repère du **A**. Qu'observe-t-on ?
3. On pose $\mathrm{I} = \int_0^{35} f(t)\,\mathrm{d}t$. Donner une valeur approchée de I arrondie à 10^{-2} près.

   En déduire la population moyenne m du pays durant ces 35 années et la représenter sur le graphique.
4. Calculer le rapport : $\dfrac{f(t+1)-f(t)}{f(t)}$ et en donner une interprétation en terme de pourcentage.
5. Si le modèle exponentiel étudié dans le **B** restait valable après 1985, en quelle année la population aurait-elle dépassé les 19 millions d'habitants ?

∽ Baccalauréat ES Polynésie juin 1998 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit une fonction f dérivable et strictement croissante sur $[-1\,;\,6]$.
La courbe $(\mathscr{C})$ représentant f passe par B$(2\,;\,0)$ et C$(5\,;\,2)$.
Sa tangente $(\mathscr{D})$ au point A$(3\,;\,1)$ passe par E$(0\,;\,-1)$.
Le graphique donné pourra être exploité dans tout l'exercice.



On désigne par ln la fonction logarithme népérien. Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$.

1. Pour quelles valeurs de x, $g(x)$ est-il défini ? On note I l'intervalle trouvé.
2. Quel est le sens de variation de g sur I (justifier) ?
3. Résoudre dans l'intervalle I l'équation $g(x) = 0$.
4. Donner une valeur décimale approchée de $g(5)$ à 0,01 près.
5. Exprimer $g'(x)$ en fonction de $f(x)$ et de $f'(x)$. En déduire la valeur de $g'(3)$.
6. Quelle est la limite de la fonction g en 2 ? Interpréter graphiquement ce résultat.
7. En utilisant tous les résultats précédents, donner dans un repère orthonormal (l'unité graphique est le centimètre) l'allure de la courbe (F) représentant la fonction g ainsi que sa tangente au point d'abscisse 3.

Exercice 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

On donnera les réponses sous forme de fractions. On dispose de 10 boules blanches, de 10 boules noires et de deux urnes U_1 et U_2.
Un joueur peut répartir les 20 boules comme il le veut entre les deux urnes. Puis on lui bande les yeux, et il choisit au hasard l'une des deux urnes, dans laquelle il tire une boule. Si cette boule est blanche, il gagne.

1. Luc dépose une boule noire dans l'urne U_1 et les 19 autres boules dans l'urne U_2. Quelle est la probabilité qu'il gagne ?
2. Yves dépose une boule blanche dans l'urne U_1 et les 19 autres boules dans l'urne U_2. Quelle est la probabilité qu'il gagne ?
3. Louise dépose 5 boules blanches dans chaque urne, n boules noires dans l'urne U_1 et $(10 - n)$ boules noires dans l'urne U_2 $(0 \leqslant n \leqslant 10)$.

a. Montrer que la probabilité qu'elle gagne est égale à :

$$P_n = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{5+n} + \frac{5}{15-n}\right).$$

b. On donne le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_n		$\frac{50}{84}$	$\frac{50}{91}$	$\frac{50}{96}$	$\frac{50}{99}$		$\frac{50}{99}$	$\frac{50}{96}$	$\frac{50}{91}$	$\frac{50}{84}$	

Déterminer les valeurs manquantes.

c. Ranger les probabilités de gagner de Luc, Yves et Louise dans l'ordre croissant.

Exercice 2 5 points
Enseignement de spécialité

Dans une entreprise, la direction et le personnel se sont mis d'accord , afin d'éviter des licenciements, pour réduire la durée hebdomadaire du travail et la faire passer de cinq jours à quatre jours.
L'un des trois jours de congé sera le dimanche, les deux autres étant répartis au hasard dans la semaine.
Dans un sac, on a disposé six boules portant chacune le nom d'un des jours de la semaine, du lundi au samedi. Chaque employé « choisit » ses deux jours de congé autres que le dimanche en tirant au hasard et simultanément deux des boules, supposées indiscernables au toucher. Il remet ensuite les deux boules tirées dans le sac.

1. a. Soit A l'évènement : « L'un des jours de congé est le samedi ». Montrer que la probabilité de A est égale à $\frac{1}{3}$.

b. On définit les évènements B et C suivants :
B : « Parmi les jours de congé figurent le lundi, ou le samedi, ou ces deux jours ».
C : « Les jours de congé sont trois jours consécutifs ».
Calculer la probabilité de ces évènements.

c. Nicolas aimerait bien avoir les mêmes jours de congé qu'Aurélie. Quelle est la probabilité que son souhait se réalise ?

2. L'entreprise compte douze employés. On désigne pas X la variable aléatoire égale au nombre d'employés ayant tiré le samedi comme jour de congé.

a. Calculer la probabilité que X soit égal à 5.

b. Le tableau suivant donne quelques valeurs de la fonction de répartition de X avec une précision de 0,000 1 :

X	0	1	2	3	4
$P(X \leqslant x)$	0,0077	0,0540	0,1811	0,3931	0,6315

En déduire la probabilité que X soit inférieure ou égale à 5.

Problème **10 points**

Une entreprise fabrique un produit chimique liquide. Les coûts seront exprimés en milliers de francs (francs français) et les quantités en tonnes.

1. **Coût marginal**

   On a observé que le coût marginal pour une production de x tonnes est donné pour x réel dans l'intervalle $[0\,;\,40]$ par la fonction h définie par :

   $$h(x) = 1,5\text{e}^{0,05x}.$$

   a. Étudier les variations de h.

   b. Calculer $h(0)$, $h(20)$, $h(30)$, $h(40)$.

   c. Représenter la fonction h sur l'intervalle $[0\,;\,40]$. On prendra comme unités 1 cm pour 4 tonnes en abscisse, 1 cm pour 1 millier de francs en ordonnée.

   d. Trouver la primitive de h sur l'intervalle $[0\,;\,40]$ qui vaut 30 en 0.

2. **Coût total**

   On note $f(x)$ le coût total pour une production de x tonnes ($0 \leqslant x \leqslant 40$). Les coûts fixes s'élèvent à 30 milliers de francs (c'est-à-dire $f(0) = 30$). On rappelle que $P(x) = h(x)$.

   a. Montrer que $f(x) = 30\text{e}^{0,05x}$.

   b. Calculer $\dfrac{f(x+1)}{f(x)}$ et vérifier que ce nombre est constant. De quel pourcentage le coût total augmente-t-il quand la production augmente d'une tonne ?

3. **Coût moyen**

   Le coût moyen unitaire est défini sur l'intervalle $]0\,;\,40]$ par $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

   a. Quel est le coût moyen unitaire d'une tonne, quand l'usine en produit 40 ? (on donnera la réponse arrondie au franc).

   b. Étudier la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,40]$ (limite en 0, sens de variation).

   Dresser le tableau de variation de g. Tracer la courbe représentative de g sur le graphique précédent.

   c. Vérifier sur cet exemple que lorsque le coût moyen est minimal, il est égal au coût marginal.

∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane septembre 1998 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Neuf amis, cinq garçons et quatre filles, décident de tirer au sort deux conducteurs, qui devront rester sobres durant une soirée.
Chacun écrit son nom sur un carton glissé ensuite dans une boîte.
L'un d'entre eux extrait au hasard, successivement et sans remise, deux cartons de la boîte.
On définit les évènements G_1, G_2, F_1 et F_2 par :

- G_1 : « Un garçon est désigné au premier tirage » ;
- G_2 : « Un garçon est désigné au deuxième tirage » ;
- F_1 : « Une fille est désignée au premier tirage » ;
- F_2 : « Une fille est désignée au deuxième tirage ».

1. **a.** Calculer la probabilité que le nom d'une fille apparaisse au deuxième tirage sachant que le nom d'un garçon a été lu sur le premier carton.

b. Calculer la probabilité de l'évènement $G_1 \cap F_2$. La comparer à celle de l'évènement $G_2 \cap F_1$.

2. Calculer la probabilité qu'il y ait deux conductrices en fin de soirée.

3. Calculer la probabilité que le sort désigne une fille au deuxième tirage.

4. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de filles désignées.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer son espérance mathématique $\text{E}(X)$.

EXERCICE 2 **4 points**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du SMIC horaire (Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance) de 1988 à 1996.

Date	07/88	07/89	07/90	07/91	07/92	07/93	07/94	07/95	07/96
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Montant en francs (y_i)	28,76	29,91	31,28	32,66	34,06	34,83	35,56	36,98	37,91

Source : INSEE

1. Représenter le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$.
Le plan est rapporté à un repère $\left(\text{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm pour 1 an sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 1 franc sur l'axe des ordonnées.
L'origine du repère correspond au point de coordonnées $(0\,;28)$.

2. à l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à 10^{-2} près du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ y_i)$.
Pourquoi peut-on envisager un ajustement linéaire ?

3. Donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.
(Les coefficients seront donnés par des valeurs approchées à 10^{-2} près.)
Tracer cette droite sur le graphique précédent.
(Les coordonnées des points utilisés pour le tracé de la droite seront indiquées.)

4. Estimer, à l'aide de l'équation de la droite de régression et en faisant figurer sur la copie les étapes du calcul, le montant prévisible du SMIC en juillet 1997.

5. Quelle est, en pourcentage, l'erreur commise par rapport au montant réel du SMIC qui était de 39,93 F en juillet 1997 ?

EXERCICE 3 **5 points**
Enseignement obligatoire

On considère une fonction f de la variable réelle x, dont on donne le tableau de variations :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0		$+$		‖	$-$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$-\frac{1}{3}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1

On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques 2 cm sur chaque axe).

Partie A

En interprétant le tableau donné ci-dessus :

1. Préciser l'ensemble de définition de f.
2. Placer dans le repère $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$:
   a. l'asymptote horizontale (D) ;
   b. l'asymptote verticale (D$'$) ;
   c. le point A où la tangente à $(\mathscr{C})$ est horizontale.

Partie B

On donne maintenant l'expression de f :

$$f(x) = 1 + \frac{4}{(x-1)} + \frac{3}{(x-1)^2}.$$

1. Résoudre les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = 1$.
2. Au moyen de votre calculatrice remplir le tableau suivant (recopier ce tableau sur votre copie.)

x	-1	$-0,75$	0,5	2	3	4
$f(x)$						

3. Placer la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère de la question **A. 2.**

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 1 \\ u_{n+1} & = & \frac{1}{2}u_n + 1. \end{array}\right.$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 4 cm, tracer la droite (D) d'équation $y = x$ et droite (D′) d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + 1$.

   En utilisant (D′) et (D), représenter sur ce graphique les points P, Q, R, S, T, U, V, de coordonnées respectives : $(u_0\,;\,0), (u_0\,;\,u_0), (u_0\,;\,u_1), (u_1\,;\,u_1), (u_1\,;\,u_2), (u_2\,;\,u_2)(u_2\,;\,u_3)$.
3. Soit $(v_n)_{n\geqslant 0}$ la suite définie par : $v_n = u_n - 2$.
   a. Montrer que $(v_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b. Exprimer v_n en fonction de n, en déduire l'expression de u_n fonction de n.
   c. Calculer la limite de u_n.

PROBLÈME **10 points**

Le but du problème est d'étudier une fonction, dont on connaît la représentation graphique, d'étudier la position de la courbe par rapport à l'une de ses tangentes et de calculer une aire.
Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 2x\ln x - x.$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f.
Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ (voir annexe).
Unités graphiques utilisées : 2 cm sur chaque axe.
Joindre cette annexe à votre copie.

A. Étude de la fonction *f*

1. étude des limites de f aux bornes de son intervalle de définition.
   a. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)$. (On donne $\displaystyle\lim_{x\to 0} x\ln x = 0$).
   b. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} f(x)$. (On pourra mettre x en facteur).
2. Montrer que $f'(x) = 2\ln x + 1$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
4. Calculer les coordonnées du point A, intersection de la courbe $(\mathscr{C})$ et de l'axe des abscisses. Placer ce point A sur le graphique donné en annexe.

B. Position de $(\mathscr{C})$ par rapport à l'une de ses tangentes

1. Établir qu'une équation de la droite (Δ), tangente en A à la courbe $(\mathscr{C})$ est : $y = 2x - 2\sqrt{\mathrm{e}}$.
   Placer (Δ) sur le graphique donné en annexe.
2. Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = f(x) - (2x - 22\sqrt{\mathrm{e}}).$$

   a. Calculer $g'(x)$.
   b. À l'aide du tableau de variations de g montrer que $g(x) \geqslant 0$ sur $]0\,;\,+\infty[$.
   En déduire que la courbe $(\mathscr{C})$ est au-dessus de la droite (Δ) sur $]0\,;\,+\infty[$.

C. Calcul d'une aire

Soit H la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$H(x) = x^2\left(\ln x - \frac{1}{2}\right).$$

1. Calculer $H'(x)$.

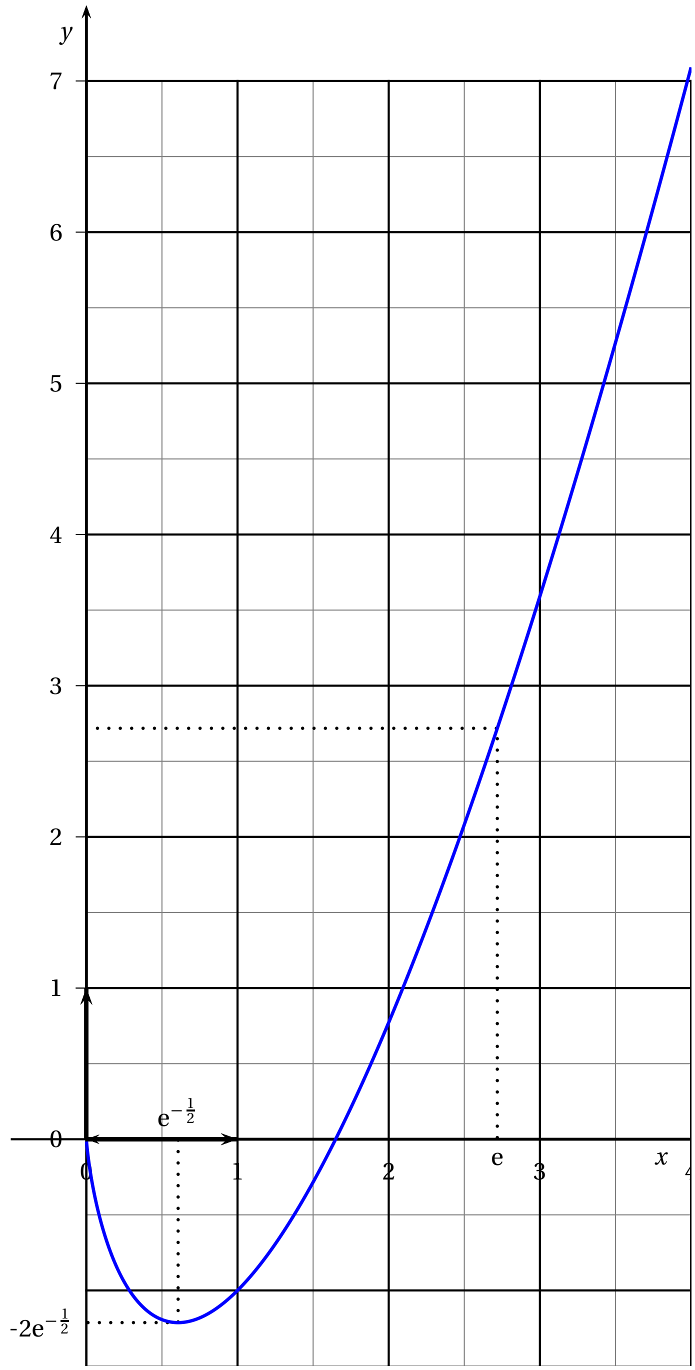
2. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{\sqrt{\text{e}}}^{\text{e}} \left(2x\ln x - 3x + 2\sqrt{\text{e}}\right)\,\text{d}x$.

3. Cette intégrale correspond au calcul de l'aire d'un domaine plan.

a. Colorier ce domaine sur la figure.

b. Donner, en cm^2, une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de cette aire.

Annexe



Baccalauréat ES Métropole septembre 1998

EXERCICE 1 **5 points**

On s'intéresse à l'évolution de la population mondiale entre les années 1950 et 1990. Le document ci-après donne une représentation graphique des données pour les années 1950, 1960, 1970, 1980 et 1990 en papier semi-logarithmique.
L'allure du graphique incite à chercher un modèle sous la forme d'une fonction f définie par :

$$f(t) = A\mathrm{e}^{at}$$

où t désigne le rang de l'année, avec comme origine des temps l'année 1950, et $f(t)$ la population en milliards d'habitants.

1. Déterminer les coefficients A et a en utilisant les données de 1950 et de 1990, à savoir :

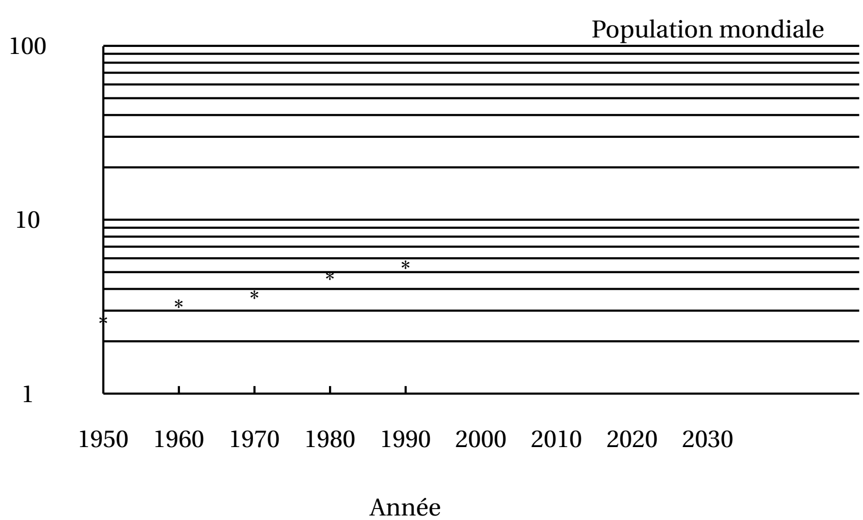
Rang t	0	40
Population en milliards d'habitants	2,5	5,2

On donnera les valeurs exactes de A et a puis des valeurs approchées à 10^{-4} près.
Dans la suite on considérera que : $f(t) = 2,5\mathrm{e}^{0,018t}$.

2. Représenter graphiquement f dans le même repère semi-logarithmique que le nuage (document page suivante). Justifier le tracé.

3. à l'aide du modèle proposé, calculer une estimation de l'année au cours de laquelle la population mondiale devrait dépasser 10 milliards d'habitants. Indiquer sur le graphique comment contrôler ce résultat.

4. Calculer $\dfrac{f(t+1) - f(t)}{f(t)}$.
Donner la valeur exacte, puis une valeur approchée.
Interpréter ce résultat en terme de taux de croissance annuel.



EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Dans cet exercice on pourra utiliser les notations usuelles $p(E)$ pour désigner la probabilité d'un évènement E, $p(F/E)$ ou $p_E(F)$ pour désigner la probabilité conditionnelle de F, sachant l'évènement E réalisé.

Un concours de recrutement de techniciens hautement qualifiés est ouvert uniquement aux étudiants de deux écoles ; l'une s'appelle l'école Archimède, l'autre l'école Ptolémée.

On dispose des informations suivantes concernant les taux de réussite à ce concours pour l'année 1997 :

— le taux de réussite pour les candidats issus de l'école Archimède est de : 85 % ;

— le taux de réussite pour les candidats issus de l'autre école est de : 80 % ;

— le taux de réussite pour l'ensemble des candidats est de : 82 %.

On peut interpréter ces données en termes probabilistes ; on suppose pour cela qu'on choisit un candidat au hasard.

On note R l'évènement : « le candidat a réussi ».

On note de même A l'évènement : « le candidat est issu de l'école Archimède ».

On note $\overline{R}$ et $\overline{A}$ les évènements contraires de R et de A.

1. Interpréter les données numériques de l'énoncé en termes probabilistes.
2. Les évènements R et A sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.
3. L'objet de cette question est de déterminer la proportion de candidats issus de l'école Archimède parmi les candidats.

   On note x la proportion de candidats issus de l'école Archimède parmi les candidats : c'est aussi la probabilité qu'un candidat, choisi au hasard, soit un candidat issu de l'école Archimède.

   a. Exprimer $p(R \cap A)$, $p\left(\overline{A}\right)$ et $p\left(R \cap \overline{A}\right)$ en fonction de x.

   b. En déduire l'expression de $p(R)$ en fonction de x.

   c. Déterminer la valeur de x.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

*Les deux questions **1.** et **2.** peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.*

1. On envisage un jeu publicitaire sous la forme d'un QCM (questionnaire à choix multiples).

   Il comporte quatre questions et, pour chaque question, trois réponses sont possibles dont une seule exacte.

   Un joueur répond en choisissant au hasard une réponse pour chaque question.

   a. De combien de façons différentes peut-il remplir le questionnaire ?

   b. On nomme X la variable aléatoire égale au nombre de réponses exactes obtenues par le joueur. Donner la loi de probabilité de X.

2. Pour accroître la difficulté, on modifie le QCM : il comporte cette fois cinq questions et, pour chaque question, quatre réponses sont possibles dont une seule exacte.

   Un joueur remplit au hasard le QCM.

   La deuxième ligne du tableau ci-dessous indique les probabilités respectives pour que le joueur ait exactement 0, 1, 2, 3, 4, 5 réponses justes.

Nombre de bonnes réponses	0	1	2	3	4	5
Probabilité correspondante	$\frac{243}{1024}$	$\frac{405}{1024}$	$\frac{270}{1024}$	$\frac{90}{1024}$	$\frac{15}{1024}$	$\frac{1}{1024}$
Nombre de points obtenus					$16-x$	20

Il est prévu d'attribuer 4 points par réponse juste, on ne sait comment pénaliser une réponse fausse : on note x le nombre entier de points retirés au joueur par réponse fausse.

a. Recopier le tableau ci-dessus et compléter la dernière ligne, en indiquant dans chaque cas le nombre de points obtenus en fonction de x. On définit ainsi une variable aléatoire N égale au nombre de points obtenus par le joueur.

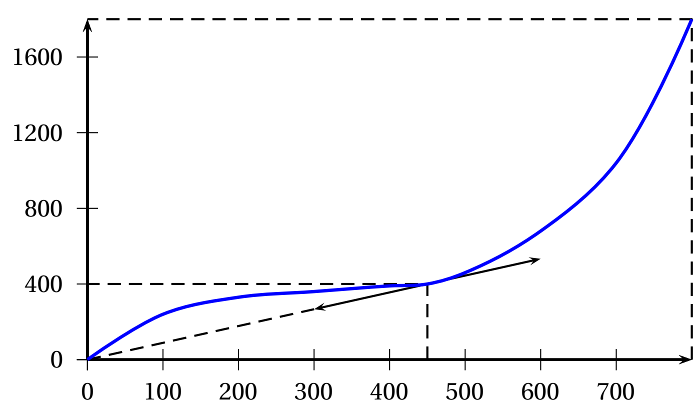
b. Exprimer l'espérance de N en fonction de x.

PROBLÈME **10 points**

Une entreprise spécialisée produit deux types de détergents liquides qu'on nommera A et B pour simplifier.
Les deux parties du problème sont indépendantes.

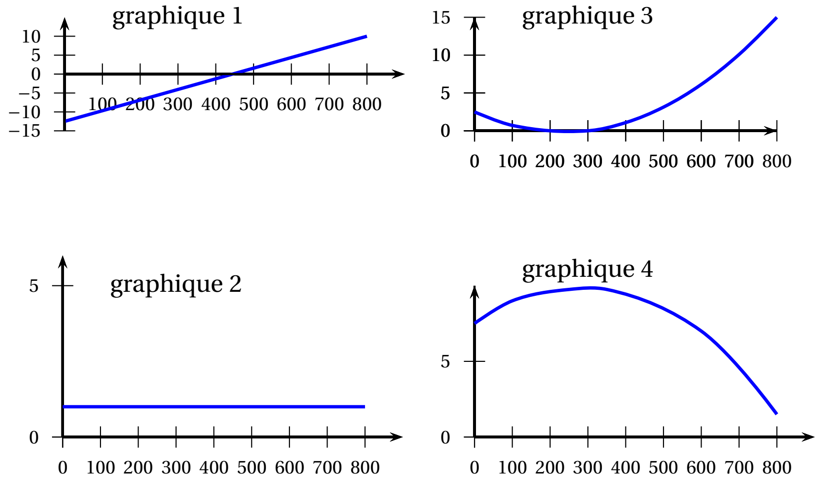
Partie A

La courbe ci-dessous représente le coût total de production du produit A en fonction de la quantité produite. On note x la quantité produite exprimée en litres et $C_T(x)$ le coût total exprimé en francs, x variant de 0 à 800.
On notera que $C_T(0) = 0$, $C_T(450) = 400$, $C_T(800) = 1\,800$ et que la tangente au point d'abscisse 450 passe par l'origine O du repère.



Répondre aux questions suivantes en utilisant les informations portées sur ce graphique.

1. Les économistes définissent le coût marginal comme le supplément de coût de production engendré par la production d'une unité supplémentaire. On considère qu'il peut être modélisé par la dérivée du coût total. Nous le noterons C_m. On a donc $C_m = C_T'$. Parmi les quatre graphiques (1, 2, 3 et 4) de la feuille jointe, un correspond au coût marginal associé à la production du détergent A. Lequel ? Justifier la réponse.



2. Déterminer $\displaystyle\int_0^{450} \mathrm{C}_m(x)\,dx$.

Partie B

Pour le détergent B l'entreprise est en situation de monopole. Une étude a permis de modéliser le coût moyen de production par :

$$f(x) = 0,5x + \frac{8}{x} \quad \text{où } x > 0.$$

Le coût moyen $f(x)$ est exprimé en milliers de francs et la quantité produite x en hectolitres. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé du plan (unité graphique : 1 cm).

1. Étude de la fonction coût moyen

a. étudier le sens de variation de cette fonction sur l' intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

b. Déterminer les limites de $f(x)$ en 0 et $+\infty$.

c. Montrer que la droite D d'équation $y = 0,5x$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$. étudier la position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à D.

d. Construire $\mathscr{C}$ ainsi que D, donner un tableau de valeurs.

2. Seuils de rentabilité pour l'entreprise

L'entreprise ne peut être bénéficiaire que si le prix de vente de l'hectolitre est supérieur au coût moyen de fabrication.

Le prix de vente de l'hectolitre $p(x)$ est fonction de la quantité x vendue.

$$p(x) = -0,8x + 13$$

où $p(x)$ est exprimé en milliers de francs et x en hectolitres.

a. On note $\mathscr{P}$ la représentation graphique de la fonction p. Tracer $\mathscr{P}$ dans les mêmes axes que la représentation de f, puis déterminer graphiquement l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise soit bénéficiaire.

b. Retrouver le résultat précédent par le calcul. (On pourra se ramener à une inéquation du second degré).

Baccalauréat ES Polynésie septembre 1998

EXERCICE 1 **4 points**

Le tableau ci-dessous représente la dette extérieure en pourcentage du PIB pour la Belgique (PIB : Produit Intérieur Brut).

x_i années	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
y_i dette en % du PIB	0,2	0,1	0,1	0,5	1,8	4,5	11,0	16,6	20,1	23,2	21,2

Source : CEE Eurostat Monnaies et Finances 1987

1. Représenter le nuage de points associés à cette série statistique en choisissant des unités graphiques adaptées.
2. Donner le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique : le résultat sera lu sur la calculatrice et arrondi à 10^{-2} près.
3. On veut déterminer la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindre carrés.

   Caractériser cette droite par une équation de la forme $y = mx + p$ où m est l'arrondi à 10^{-4} près et p l'arrondi à 10^{-1} près des valeurs lues sur la calculatrice.
4. **a.** Utiliser la question précédente pour prévoir la dette extérieure de la Belgique, en pourcentage du PIB en 1986.

   b. La valeur réelle atteinte en 1986 est égale à 20,6. À quelle erreur, en pourcentage de la valeur réelle, l'estimation conduit-elle ?

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE **5 points**

Un patineur participe à une compétition. Deux de ses sauts l'inquiètent. Il ne réussit le premier saut que dans 95 % des cas. Comme il est émotif, s'il ne réussit pas ce premier saut, il rate le deuxième 3 fois sur 10 ; sinon, si tout va bien lors du premier saut, il réussit le deuxième dans 90 % des cas.
On notera $\overline{A}$ l'évènement contraire d'un évènement A.
Soit R_1 l'évènement : « le patineur réussit le premier saut ».
Soit R_2 l'évènement : « le patineur réussit le deuxième saut ».

1. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement R_1.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement sachant que R, est réalisé.

   c. Calculer la probabilité de l'évènement R_2 sachant que R_1 n'est pas réalisé.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement : « le patineur réussit les deux sauts ».
3. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement R_2.

   b. Un spectateur, arrivé en retard, voit le patineur réussir le deuxième saut. Calculer la probabilité qu'il ait aussi réussi le premier saut.
4. Manquer le premier saut fait perdre 0,1 point, manquer le deuxième saut fait perdre $0,2$ point ; le règlement prévoit que les pénalités s'ajoutent.

   Soit X la variable aléatoire donnant le total des pénalités obtenues par ce patineur lors de la compétition.

   a. Déterminer la loi de probabilité de X.

   b. Calculer l'espérance mathématique de X. Quelle interprétation peut-on en faire ?

Problème **11 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$. On prendra pour unité graphique 1 cm sur chaque axe. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (2,5 + x)\text{e}^{-0,5x+1}.$$

Partie A

I. Étude de la fonction f.

1. Étudier le sens de variation de f.
2. Calculer $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x)$.
3. Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{2,5}{\text{e}^{-0,5x+1}} + 2\text{e} \times \dfrac{0,5x}{\text{e}^{-0,5x}}$.
   En déduire $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
4. Dresser le tableau de variation de f. Tracer sa représentation graphique dans le repère $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

II. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 0,3x + 1$.

1. Construire dans le même repère $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ la représentation graphique de g.
2. On veut résoudre dans l'intervalle $[0~;~10]$ l'équation $f(x) = g(x)$, c'est-à-dire $f(x) - g(x) = 0$.
   Pour cela on pose, pour tout x de $[0~;~10]$, $h(x) = f(x) - g(x)$.
   a. En utilisant les résultats obtenus à la question **1.**, montrer que, pour tout x de $[0~;~10]$, $h'(x)$ est strictement négatif.
   b. En déduire que l'équation $h(x) = 0$ admet dans $[0~;~10]$ une solution unique que l'on notera α.
   c. Par lecture graphique, encadrer α à l'aide de deux nombres entiers consécutifs.
   d. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

Partie B

I. On considère un produit pour lequel, en fonction du prix unitaire p (en francs), la demande est donnée par $f(p)$ et l'offre par $g(p)$ (p appartient à $[0~;~10]$).

1. Donner le prix d'équilibre c'est-à-dire celui pour lequel l'offre est égale à la demande.
2. Vérifier que, pour un prix de 3,10 F, si le prix augmente de 1 %, la demande diminue de 1 % environ.

II. La fonction E est définie sur l'intervalle $[0~;~10]$ par $\text{E}(x) = x\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.
En économie, E désigne l'élasticité de f.

1. Vérifier que, pour tout x de $[0~;~10]$, $E(x) = \dfrac{-0,5x^2 - 0,25x}{x + 2,5}$.
2. **a.** Résoudre dans $[0~;~10]$ l'équation : $E(x) = -1$.
   b. Donner une valeur décimale approchée à 10^{-2} par défaut de la solution.

Baccalauréat ES Sportifs de haut-niveau octobre 1998

EXERCICE 1 **4 points**

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
Neuf amis, cinq garçons et quatre filles, décident de tirer au sort deux conducteurs, qui devront rester sobres durant une soirée.
Chacun écrit son nom sur un carton glissé ensuite dans une boite. L'un d'entre eux extrait au hasard, successivement et sans remise, deux cartons de la boîte.
On définit les évènements G_1, G_2, F_1 et F_2 par :

G_1 « Un garçon est désigné au premier tirage » ;
G_2 « Un garçon est désigné au deuxième tirage » ;
F_1 « Une fille est désignée au premier tirage » ;
F_2 « Une fille est désignée au deuxième tirage ».

1. **a.** Calculer la probabilité que le nom d'une fille apparaisse au deuxième tirage sachant que le nom d'un garçon a été lu sur le premier carton.
   b. Calculer la probabilité de l'évènement $G_1 \cap F_2$.
   La comparer à celle de l'évènement $G_2 \cap F_1$.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait deux conductrices en fin de soirée.
3. Calculer la probabilité que le sort désigne une fille au deuxième tirage.
4. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de filles désignées.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Calculer son espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 4 cm), la courbe $\mathscr{C}$, représentée ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0\,;\,\mathrm{e}^{1,5}]$.
La fonction dérivée de f est notée f'.
Les variations de f sont données par le tableau suivant :

x	0		a		$\mathrm{e}^{1,5}$
$f(x)$	‖	↗	$1/4$	↘	

On précise que :
• Les droites (Δ) et (D) sont tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ respectivement aux points A d'abscisse a et B d'abscisse 1.
• La droite (Δ) est parallèle à l'axe des abscisses.
• L'axe des ordonnées est asymptote à $\mathscr{C}$.

I. Par lecture graphique, sans justification des résultats, donner :

1. Les valeurs suivantes : f(eø), $f(a)$, $f'(1)$, $f'(a)$.
2. La limite de f en 0.
3. Le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x, x étant dans l'intervalle I.
4. L'ensemble des solutions, sur l'intervalle I, de l'inéquation : $f'(x) \geqslant 0$.

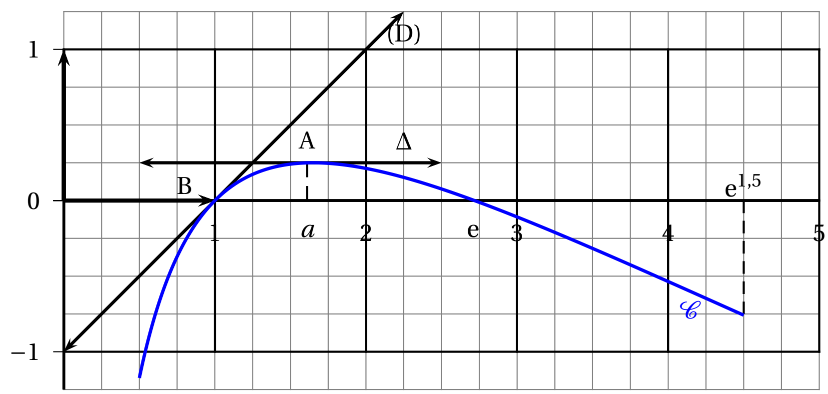
5. Une interprétation du nombre $\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$ et trouver parmi les intervalles suivants celui auquel appartient ce nombre :

$$[0\,;\,0,2[,\ [0,2\,;\,0,4[,\ [0,4\,;\,0,6[,\ [0,6\,;\,1[,\ [1\,;\,2[.$$

II. La fonction f est définie sur = $]0\,;\,\mathrm{e}^{1,5}]$ par :

$$f(x) = \ln x - (\ln x)^2.$$

1. Retrouver par le calcul le résultat trouvé en **I. 3.**.
2. Déterminer le nombre a, abscisse du point A de la courbe $\mathscr{C}$.



EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Un salarié remarque qu'il lui reste, chaque mois, 2 000 F (francs français) de son salaire mensuel.
Il décide donc, en 1998, de réaliser une épargne « prudente » de la façon suivante :

• Le 28 de chaque mois, il verse 50 % du solde de son compte courant sur un plan d'épargne.
Le solde est nul le 28 décembre 1997.
• Le 28 janvier 1998, le solde de son compte courant est : $S_1 = 2\,000$ F ; il verse donc la somme $e_1 = 1\,000$ F sur son plan d'épargne et laisse 1 000 F sur son compte courant.
• Le 28 février 1998, le solde S_2 est égal à 3 000 F : c'est-à-dire 1 000 F restant, plus 2 000 F d'économies mensuelles. Il verse donc $e_2 = 1\,500$ F sur son plan d'épargne.

1. Calculer e_3 et e_4, versements respectifs de son compte courant à son plan d'épargne le 28 mars et le 28 avril.
2. On désigne par e_n le montant théorique du versement du compte courant au plan d'épargne le 28 du n^{e} mois qui suit le mois de décembre 1997.
On a donc $e_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(e_n + 2000\right)$.
Pour tout nombre entier naturel n non nul, on définit la suite (v_n) par $v_n = 2000 - e_n$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,5 et de premier terme $v_1 = 1\,000$.
   b. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
   c. Calculer $v_1 + v_2 + \ldots + v_{12}$.
3. **a.** Exprimer e_n en fonction de n.
   b. Trouver le montant de la somme capitalisée sur le plan d'épargne au 29 décembre 1998.

PROBLÈME **11 points**

On considère un produit dont le prix unitaire est x (en milliers de francs français).
D'après une étude de marché, l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ (en milliers d'objets) de ce produit sont définies, pour tout x positif ou nul, par les formules :

$$f(x) = \mathrm{e}^{0,5x} - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{8}{\mathrm{e}^{0,5x} + 1}.$$

Partie A

1. **a.** Déterminer $f(0)$ et la limite de f en $+\infty$.
   b. Étudier les variations de f sur $[0~;~+\infty[$.
2. **a.** Déterminer $g(0)$ et la limite de g en $+\infty$.
   b. Étudier les variations de g sur $[0~;~+\infty[$.
3. Le plan est rapporté à un repère orthonormal (on prendra pour unité graphique 4 cm).
   Tracer les courbes représentatives des fonctions f et g après avoir déterminé et tracé les tangentes respectives à ces deux courbes aux points d'abscisse 0.

Partie B

L'équation $f(x) = g(x)$ admet une solution unique p dans l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

1. Par lecture graphique, donner une approximation à $0,1$ près de p et du nombre $n = f(p)$ (on fera apparaître les tracés permettant cette lecture).
2. **a.** Calculer p et n.
   b. Le nombre p est appelé « prix d'équilibre » du produit. Donner le prix d'équilibre, exprimé en francs, arrondi au franc près, ainsi que le nombre correspondant d'objets proposés sur le marché.

Partie C

On considère les nombres $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^{\ln 9} g(x)\,\mathrm{d}x$ et $\mathrm{J} = \mathrm{I} - np$.

1. Donner une interprétation géométrique de I.
   En déduire une interprétation géométrique de J (on pourra utiliser des hachures de couleurs différentes).
2. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$h(x) = x - 2\ln\left(\mathrm{e}^{0,5x} + 1\right).$$

   a. Déterminer $h'(x)$ où h' désigne la fonction dérivée de h.
   b. En déduire que I égale $8\ln 9 - 8\ln 4$.
   c. En économie, on considère que J exprime, en millions de francs, la « rente » des consommateurs.
   Déterminer, au millier de francs près, une estimation de la « rente » des consommateurs.

∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 1998 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

I. Le tableau ci-dessous indique les pourcentages d'accès au niveau baccalauréat d'une génération d'élèves.

Année x_i	1980	1982	1984	1986	1988	1990	1992	1994
Taux d'accès au niveau baccalauréat y_i	34 %	37,5 %	35,8 %	39,8 %	46,3 %	56,1 %	62,5 %	70,7 %

Source : d'après un document du Ministère de l'éducation nationale

N. B. *Les calculs statistiques seront effectués à la machine, aucun détail n'est demandé dans cette partie.*

1. **a.** Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal :
   - sur l'axe des abscisses on placera 1980 à l'origine et on choisira 1 cm pour une année ;
   - sur l'axe des ordonnées on placera 30 à l'origine et on choisira 1 cm pour 2 %.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G associé à cette série double et placer ce point sur le graphique précédent.
2. **a.** Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Peut-on envisager un ajustement affine ?

   b. Déterminer une équation de la droite de régression D de y en x : on prendra la valeur approchée à trois décimales par défaut pour le coefficient directeur de la droite et l'arrondi à l'unité pour l'autre coefficient.

   c. Tracer la droite D sur le graphique de la question **1. a.** en expliquant sa construction.
3. En supposant que l'évolution ait été la même pour les années suivantes, donner une estimation du taux d'accès au niveau baccalauréat pour 1996.

II. Lors de la publication du tableau de la partie **I.**, le taux d'accès au niveau baccalauréat pour 1996 n'était pas encore connu. On l'a connu seulement plus tard.

1. Déterminer le taux d'accès en 1996 si l'on sait que, pour la période 1980 (incluse) à 1996 (incluse), la moyenne de ce taux est exactement de 50 %, en ne retenant que les années paires.
2. Comparer alors avec l'estimation faite à la question **3.** de la partie **I** et donner en pourcentage l'erreur commise en remplaçant la valeur exacte par l'estimation faite.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Dans une grande ville, une maladie à incubation lente touche 0,1 % de la population. Un test de dépistage est proposé :
- lorsqu'une personne est malade, le test est positif dans 95 % des cas et négatif dans 5 % des cas ;
- lorsqu'une personne n'est pas malade, le test est négatif dans 96 % des cas, mais déclare la personne malade, c'est-à-dire est positif, dans 4 % des cas.
Lorsqu'une personne, prise au hasard, passe le test, on note
— M l'évènement « la personne est malade » ;
— $\overline{M}$ l'évènement « la personne n'est pas malade » ;
— T l'évènement « le test est positif » ;

— $\overline{T}$ l'évènement « le test est négatif ».

1. Donner la valeur de la probabilité $p(M)$ et les valeurs des probabilités conditionnelles suivantes : $p(T/M)$, $p\left(T/\overline{\mathrm{M}}\right)$, $p\left(\overline{\mathrm{T}}/\mathrm{M}\right)$ et $p\left(\overline{\mathrm{T}}/\overline{\mathrm{M}}\right)$.
2. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement « M et T », notée $p(M \cap T)$.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement « M et T », notée $p(M \cap T)$.

   c. En déduire que la probabilité de T vaut $p(T) = 0{,}04091$.
3. Calculer la probabilité pour que le test donne un résultat non conforme à la réalité.
4. Le maire de la ville passe le test : il est positif. Donner la probabilité, à 10^{-1} près, que le maire soit effectivement malade.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

À partir de 1997 une association d'aide à la recherche médicale envoie chaque année à Monsieur X un courrier pour l'inviter à l'aider financièrement par un don. Monsieur X a répondu favorablement en 1997 en envoyant un don. On admet que, chaque année à partir de 1998, la probabilité pour que Monsieur X fasse un don est égale à 0,9 s'il a fait un don l'année précédente et à 0,4 s'il n'a rien donné l'année précédente.
On note pour tout entier naturel n :
– E_n l'évènement : « Monsieur X est donateur en $1998 + n$ » ;
– P_n la probabilité de E_n ;
– $\overline{E_n}$ l'évènement contraire de E_n.

1. Traduire les données en termes de probabilités conditionnelles concernant les événements E_{n+1}, E_n, $\overline{E_n}$.
2. **a.** Préciser la valeur de P_0.

   b. Calculer $P\left(E_1 \cap E_0\right)$ et $P\left(E_1 \cap \overline{E_0}\right)$. En déduire la valeur de P_1.
3. **a.** Montrer que $P\left(E_{n+1} \cap E_n\right) = 0{,}9P_n$ et que $P\left(\mathrm{E}_{n+1} \cap \overline{E_n}\right) = 0{,}4(1 - P_n)$ pour tout entier n.

   b. En déduire que $P_{n+1} = 0{,}5P_n + 0{,}4$ pour tout entier naturel n.

   c. Quelle est la probabilité pour que Monsieur X soit donateur en 2001 ?
4. On définit une suite (U_n) en posant pour tout entier naturel n : $U_n = P_n - 0{,}8$

   a. Démontrer que la suite (U_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

   b. Exprimer (U_n) en fonction de n.

   c. En déduire que $P_n = 0{,}1 \times 0{,}5^n + 0{,}8$ pour tout entier naturel n.

   d. Déterminer la limite de la suite (P_n).

PROBLÈME **10 points**

Sur le graphique ci-après, sont tracées dans un repère orthogonal, les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ de deux fonctions f et g, dérivables sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

Partie A - Question préliminaire (les résultats seront donnés à 0,1 près).

1. Résoudre graphiquement les équations $f(x) = 7$ et $f(x) = 4$.
2. Lire graphiquement $g(0)$.
3. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,14]$.
4. En déduire le signe de f' sur l'intervalle $[0\,;\,14]$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

Partie B

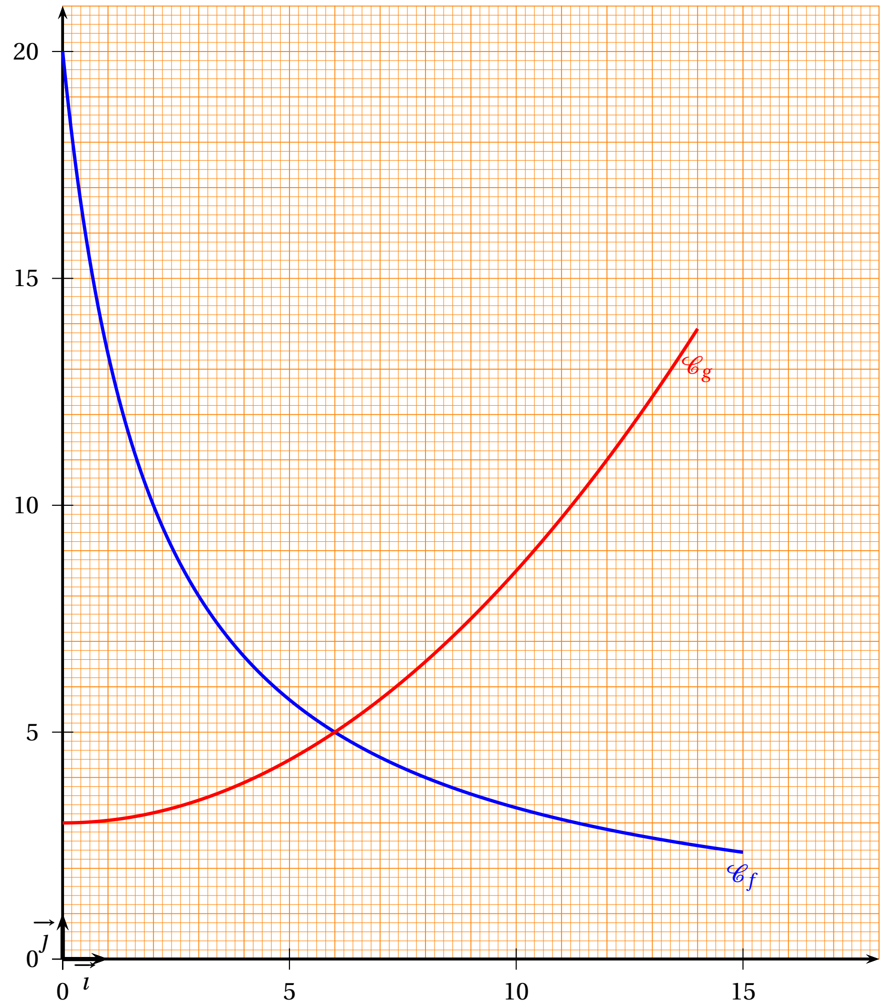
La fonction f est la fonction de demande d'un produit, elle met en correspondance le prix $f(x)$ du produit et la quantité x achetée par les consommateurs.
La fonction g est la fonction d'offre, elle met en correspondance le prix $g(x)$ du produit et la quantité x vendue par les producteurs. La quantité est exprimée en milliers d'unités et le prix en centaines de francs.

1. **Interprétation économique**
   À l'aide de la lecture graphique faite en **A**, répondre aux questions suivantes :
   a. Quelle quantité est achetée par les consommateurs :
   — si le prix est de 700 F ?
   — si le prix est de 400 F ?
   b. Au-dessous de quel prix les producteurs ne sont-ils pas prêts à vendre ?
2. **Étude de la recette marginale**
   La fonction recette R est définie sur l'intervalle $[0\,;\,14]$ par $R(x) = xf(x)$.
   Une valeur approchée de la recette marginale (recette pour le x^{e} produit vendu) est donnée par $R'(x)$, où R' est la fonction dérivée de la fonction R.
   On remarque que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,14]$, $R'(x) = f(x) + xf'(x)$.

   a. Déduire du **A. 4.** le signe de $\text{R}'(x) - f(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,14]$.
   b. Comparer alors, pour tout niveau de production, la recette marginale et le prix de vente $f(x)$.
3. **Équilibre du marché**
   a. La fonction f représentée sur le graphique est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :
   $$f(x) = \frac{40}{x+2}.$$
   Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Quelle interprétation économique peut-on faire de ce résultat ?
   b. La fonction g représentée sur le graphique est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :
   $g(x) = \dfrac{1}{18}x^2 + 3$.
   Dans un marché à concurrence pure et parfaite, le prix p_0 qui se forme sur le marché selon la « loi de l'offre et de la demande » correspond à l'égalité de l'offre et de la demande, c'est-à-dire à l'ordonnée du point d'intersection I des deux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
   Soit x_0 l'abscisse du point d'intersection I.
   — Montrer par le calcul que x_0 est solution de l'équation
   $$\text{(E)} \qquad x^3 + 2x^2 + 54x - 612 = 0.$$
   — Développer l'expression $(x-6)(x^2 + 8x + 102)$, résoudre l'équation (E), et en déduire la valeur de x_0.
   — Calculer $p_0 = f(x_0)$.
4. **Le surplus des consommateurs**
   Le surplus des consommateurs se définit comme la différence entre le montant maximal que les consommateurs auraient été prêts à payer pour acheter une quantité x_0 et le montant qu'ils payent effectivement.
   Ce nombre S_{C}, en situation de concurrence pure et parfaite, est donné en centaine de milliers de francs par :
   $$S_{\text{C}} = \int_0^{x_0} f(x)\,\text{d}x - p_0 x_0.$$
   On prendra $x_0 = 6$ et $p_0 = 5$.

a. Calculer S_C.

b. Soit les points $O(0\,;0)$, $P(x_0\,;\,0)$, $I(x_0\,;\,p_0)$ et $R(0\,;\,p_0)$.
Sachant que le produit $p_0 \times x_0$ est représenté par l'aire du rectangle OPIR, interpréter graphiquement le surplus des consommateurs.



Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 1998

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Au cours d'une kermesse, l'animateur d'un stand dispose, dans un enclos, de douze cages peintes : sept sont blanches, deux noires et les trois autres vertes. L'animateur place alors une souris dans l'enclos. On suppose qu'à chaque jeu, la souris choisit d'entrer au hasard dans une cage et que tous les choix sont équiprobables.
Un joueur participe au jeu. Le règlement du jeu est le suivant :

— si la souris entre dans une cage blanche, le joueur perd ;
— si la souris entre dans une cage noire, le joueur gagne ;
— si la souris entre dans une cage verte, l'animateur remet la souris dans l'enclos ; si la souris entre alors dans une cage noire, le joueur gagne, sinon il perd.

On suppose que le choix de la deuxième cage est indépendant du choix de la première.

1. Montrer que la probabilité de l'évènement « le joueur gagne » est $\dfrac{5}{24}$
2. Un joueur possède 10 F qu'il verse pour participer à une partie.
   S'il gagne, il reçoit k francs ;
   sinon, il ne reçoit rien.
   Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur la somme que possède le joueur après la partie.
   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   b. Calculer, en fonction de k, l'espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$ de la variable aléatoire X.
   c. Quelle valeur faut-il donner à k pour que le jeu soit équitable (c'est-à-dire pour que ce joueur puisse espérer posséder 10 F à la fin de la partie) ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Une lessive est vendue habituellement, dans les magasins A et B, par barils de 5 kg, au prix de 65 F le baril.

1. On suppose que cette lessive est en promotion dans ces deux magasins :
   a. Dans le magasin A, on fait une réduction de 10 % sur le prix du baril. Dans le magasin B, on offre 10 % de produit gratuit en plus pour l'achat d'un baril.
   Déterminer dans lequel des deux magasins il est le plus avantageux d'acheter cette lessive.
   b. Répondre à la même question si, dans A, on fait une réduction de 20 % et, dans B, on offre 25 % de produit gratuit en plus.
2. On suppose maintenant que, dans le magasin A, on fait une réduction de x % du prix du baril et que, dans le magasin B, on offre y % de produit gratuit en plus pour l'achat d'un baril.
   a. Quelle relation doivent vérifier x et y pour que les promotions soient les mêmes dans les deux magasins ?
   Dans ces conditions, déterminer x lorsque $y = 25$.
   b. Dans cette question, $x = 10$. Quel pourcentage minimum, en nombre entier, de produit gratuit doit offrir le magasin B pour que sa promotion soit plus avantageuse que celle de A ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Une observation faite sur la fréquentation d'un stade de football a permis de constater, pour chaque année, un taux de réabonnement de 80 %, ainsi que l'apparition de 4 000 nouveaux abonnés.
L'objet de cet exercice est l'étude du devenir du nombre annuel des abonnés, en supposant que la situation décrite par l'observation reste la même au fil des ans.
Les questions **2.** *et* **3.** *peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.*

On note a_n le nombre des abonnés à la fin de la n^{e} année et on précise que $a_0 = 7000$.

1. Expliquer pourquoi, pour tout nombre entier naturel n, on a $a_{n+1} = 0,8a_n + 4000$.
2. L'objet de cette question est l'étude graphique de la suite (a_n).
   On considère un repère orthonormal (unité graphique : 0,5 cm représente 1 000 abonnés).
   a. Tracer dans ce repère la droite (D) d'équation $y = 0,8x + 4000$ et la droite (Δ) d'équation $y = x$, pour les abscisses comprises entre 0 et 25 000.
   b. Placer a_0 sur l'axe des abscisses. Utiliser les droites précédentes pour placer sur l'axe des abscisses les valeurs a_1, a_2 et a_3.
   c. Si l'on poursuit le processus graphique précédent, quelle limite peut-on présumer pour la suite (a_n) ?
3. L'objet de cette question est l'étude numérique de la suite (a_n).
   Soit (u_n) la suite définie, pour tout nombre entier naturel n, par $u_n = 20000 - a_n$.
   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.
   b. Soit n un nombre entier naturel ; exprimer u_n en fonction de n. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a $a_n = 20000 - 13000 \times 0,8^n$.
   c. En utilisant le résultat précédent, déterminer la limite de la suite (a_n).
   d. Après combien d'années le nombre d'abonnés dépassera-t-il 16 000 ?

PROBLÈME **11 points**

Les objectifs de ce problème sont, en s'appuyant sur une fonction auxiliaire (partie A), l'étude d'une fonction f, le tracé de sa représentation graphique et le calcul d'une aire associé (partie B).

Partie A

★ Étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction numérique définie pour tout x appartenant à l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = x^2 - 2 + \ln x.$$

1. Étudier le sens de variations de g (on ne demande pas d'étudier les limites de g en 0 et en $+\infty$).
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique, notée α appartenant à l'intervalle $[1~;~2]$.
   Expliquer pourquoi α est la seule solution de l'équation $g(x) = 0$, pour x appartenant à $]0~;~+\infty[$.
   Donner un encadrement de α, d'amplitude 10^{-2}.
3. Étudier le signe de $g(x)$ en fonction de x.

Partie B

★ Étude d'une fonction f et calcul d'une aire

On considère la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = x + \frac{1 - \ln x}{x}$$

et on note f' sa dérivée.
Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

1. Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2. Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x appartenant à $]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
En déduire le sens de variations de f.

3. **a.** Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est asymptote à $\mathscr{C}$.
b. Déterminer le point d'intersection I de $\mathscr{C}$ et (Δ) et étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à (Δ).

4. Tracer la droite (Δ) et la courbe $\mathscr{C}$.

5. Calculer la valeur exacte de l'aire, en cm^2, de la partie comprise sur le graphique entre $\mathscr{C}$, (Δ) et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = \text{e}$.
(On pourra remarquer que $\dfrac{\ln x}{x} = \dfrac{1}{x} \times \ln x$).

Baccalauréat ES 1999

L'intégrale de juin à décembre 1999

∽ Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 1999 ∽

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une salle de spectacle propose, pour la saison, des abonnements pour 4, 5 ou 6 spectacles.
Dans la population des abonnés, la répartition est la suivante :

- 43,5 % ont choisi l'abonnement 4 spectacles,
- 33 % ont choisi l'abonnement 5 spectacles,
- le reste a choisi l'abonnement 6 spectacles.

D'autre part, 65 % des abonnés sont des jeunes de moins de 25 ans, et dans cette population, la répartition est différente :

- 40 % ont choisi l'abonnement 4 spectacles,
- 40 % ont choisi l'abonnement 5 spectacles,
- le reste a choisi l'abonnement 6 spectacles.

On interroge un abonné au hasard.

- On note A l'évènement « L'abonné interrogé a moins de 25 ans ». Ainsi la probabilité $p(\mathrm{A})$ de cet évènement est 0,65.
- On note B l'évènement « L'abonné interrogé a choisi 5 spectacles ».
- Pour tout évènement V, on note $\overline{V}$ l'évènement contraire de V.

1. **a.** Quelle est la probabilité que l'abonné interrogé ait 25 ans ou plus ?

b. Sachant que l'abonné interrogé a moins de 25 ans, quelle est la probabilité qu'il ait choisi 5 spectacles ?

c. Décrire l'évènement $(A \cap B)$, et démontrer que la probabilité $p(A \cap B)$ est égale à $0,26$.

2. **a.** Démontrer que la probabilité $p\left(\overline{A} \cap B\right)$ est égale à $0,07$.

b. En déduire la probabilité conditionnelle de B sachant que A est réalisé.

3. L'abonnement pour 4 spectacles coûte 50 euros, celui pour 5 spectacles coûte 60 euros, et celui pour 6 spectacles coûte 70 euros. On appelle X la variable aléatoire égale à la somme dépensée par l'abonné interrogé.

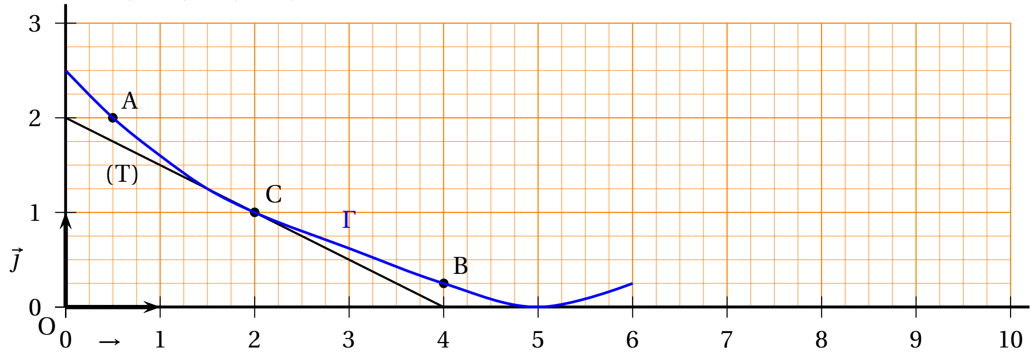
a. Donner la loi de probabilité de X en complétant :

x_i	50	60	70
$p(X = x_i)$			

b. Calculer l'espérance de X.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

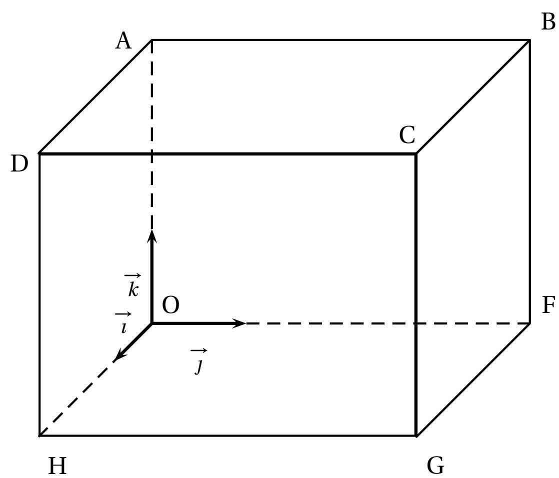
On donne, dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan, la courbe représentative (Γ) d'une fonction f, définie et dérivable sur $[0 ; 6]$.
Les points $\mathrm{A}\left(\frac{1}{2} ; 2\right)$, $B\left(4 ; \frac{1}{4}\right)$ et $\mathrm{C}(2 ; 1)$ sont des points de (Γ), et (T) est la tangente à (Γ) en C.



1. **a.** Déterminer par lecture graphique le minimum et le maximum de f sur $[0\,;6]$.
   b. Déterminer par lecture graphique l'image par f de l'intervalle $[0\,;2]$.
   c. En utilisant le graphique, donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < \dfrac{1}{2}$.
2. **a.** On admet que (T) est parallèle à (AB). Déterminer alors $f'(2)$.
   b. Déterminer l'équation réduite de (T), et celle de (AB).
   c. Justifier à l'aide du graphique que, pour tout x de $\left[\dfrac{1}{2}\,;\,4\right]$ on a :
   $$-\frac{1}{2}x+2 \leqslant f(x) \leqslant -\frac{1}{2}x+\frac{9}{4}.$$
3. On pose $I = \displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{9} f(x)\,\mathrm{d}x$. Déduire du résultat précédent **2. c.** que l'intégrale I est comprise entre $\dfrac{49}{16}$ et $\dfrac{63}{16}$.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

L'espace est rapporté au repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
ABCDOFGH est un pavé défini par $\overrightarrow{OH} = 3\,\vec{\imath}$, $\overrightarrow{OF} = 4\,\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{OA} = 3\,\vec{k}$.
Soit L le milieu de [CG].



1. On considère l'ensemble (Π) des points dont les coordonnées x, y et z vérifient :
   $4x-3y+8z-12=0$.
2. Parmi les points A, B, O, G, H, L lesquels appartiennent à (Π) ?
3. Justifier que l'ensemble (Π) est le plan (BLH).
4. Donner les coordonnées d'un vecteur normal $\vec{n}$ au plan (BLH).
5. Soit (Δ) la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{n}$. Montrer que (Δ) est l'ensemble des points M tels que $\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{NH}=0\\ \text{et}\\ \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BL}=0.\end{array}\right.$ En déduire un système d'équations caractérisant la droite (Δ).
6. Montrer que le point de coordonnées $\left(-\dfrac{48}{89}; \dfrac{36}{89}; \dfrac{171}{89}\right)$ appartient à (Δ) et à (Π).

PROBLÈME **10 points**

Une entreprise envisage la fabrication d'un nouveau produit. Sa décision dépend des résultats de plusieurs études :
Étude de la demande pour ce nouveau produit : c'est l'objet de la partie A.
Étude d'un coût moyen de production : c'est l'objet de la partie B.

Partie A

Une étude a permis d'établir le tableau suivant où, pour différentes observations, x_i désigne la quantité de produit (en milliers d'unités) que la clientèle est disposée à acheter, et y_i le prix de vente (en francs) d'une unité :

x_i	1,5	3	5	8	11	12
y_i	120	110	100	90	80	70

Ainsi, pour que la clientèle soit disposée à acheter 5 000 unités, le prix de vente d'une unité doit être fixé à 100 F.

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique.
   Prendre 1 cm pour 1 millier d'unités en abscisse, et 1 cm pour 10 francs en ordonnée.
   Dans les questions suivantes, le détail des calculs statistiques n'est pas demandé ; les résultats seront donnés à 10^{-2} *près.*
2. Donner le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique.
   Un ajustement affine est-il approprié ? justifier la réponse.
3. **a.** Donner une équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   b. D'après ce modèle, comment faut-il fixer le prix de vente d'une unité si l'on veut pouvoir vendre un minimum de 6 500 unités ?
4. On admet que le prix de vente d'une unité, noté PV, est une fonction de la demande x (en milliers d'unités) définie, pour $x \in [2\,;\,15]$, par :
   $\text{PV}(x) = -4,33x + 124,2$.
   Représenter la fonction PV dans le repère utilisé dans la question 1.

Partie B

Le coût total de production (en francs) de x milliers d'unités est, pour $x \in [2\,;\,15]$:

$$\text{CT}(x) = 105\,[x + 4 - 3\ln(x)]$$

et le coût moyen de production d'une unité est, pour $x \in [2\,;\,15]$

$$\text{CM}(x) = \frac{\text{CT}(x)}{1\,000x}.$$

1. On note CM$'$ la dérivée de la fonction CM.
   Calculer $\text{CM}'(x)$ et démontrer que $\text{CM}'(x)$ a le même signe que $\ln(x) - \dfrac{7}{3}$ pour tout $x \in [2\,;\,15]$.
2. Résoudre sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ l'inéquation $\ln(x) - \dfrac{7}{3} \geqslant 0$.
3. **a.** Étudier les variations de CM sur l'intervalle $[2\,;\,15]$.
   b. Tracer la représentation graphique de CM dans le repère utilisé dans la partie **A**.
   c. À l'aide du graphique, déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles l'entreprise peut faire un bénéfice. (On donnera la réponse sous forme d'un intervalle dont les bornes sont des entiers.)

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 1999 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Le plan est rapporté à un repère orthonormal, dont les unités sont 1 cm sur chaque axe. Construire ce repère sur votre copie en plaçant l'origine du repère en bas et à gauche.

Partie A

1. Représenter la droite (D_1) d'équation $3x + y = 30$, la droite (D_2) d'équation $x+4y = 32$ et la droite (D_3) d'équation $x + y = 10$.
2. Déterminer au moyen d'un calcul les coordonnées du point d'intersection I des droites (D_1) et (D_2).
3. Repérer graphiquement à l'aide d'une croix (« × ») les points du plan dont les coordonnées sont des nombres entiers positifs, x et y, qui vérifient de plus les conditions :

$$3x + y \leqslant 30 \quad ; \quad x+4y \leqslant 32 \quad ; \quad x + y \geqslant 10.$$

Partie B

Un artisan fabrique deux sortes de poupées : des petites poupées et des grandes poupées.
Les petites poupées nécessitent 3 heures de travail et les grandes poupées une heure seulement. L'artisan, avec ses ouvriers, peut travailler 30 heures au plus par jour.
L'artisan ne dispose que de 32 mètres de tissu par jour. Il lui faut 1 mètre de tissu pour habiller une petite poupée et 4 mètres pour habiller une grande poupée.
On désigne par x le nombre de petites poupées et par y le nombre de grandes poupées produites dans une journée. L'artisan s'impose de fabriquer au moins 10 poupées par jour.
On admet que les contraintes de l'énoncé correspondent aux conditions suivantes :

x et y sont deux nombres entiers positifs ;	$3x + y \leqslant 30$;
$x \geqslant 0$;	$x+4y \leqslant 32$;
$y \geqslant 0$;	$x + y \geqslant 10$.

Le nombre total de poupées produites dans une journée de travail est représenté par $S = x + y$.
L'artisan veut que sa production journalière S soit maximum.
Combien de poupées de chaque sorte doit-il fabriquer ?

EXERCICE 1 **4 points**

Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Une suite réelle $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par son premier terme U_0 strictement positif et par la relation de récurrence suivante :

$$U_{n+1} - U_n = -0,04U_n.$$

Partie A

1. En fonction de U_0, calculer U_1, U_2 et U_3.
2. Démontrer que cette suite est une suite géométrique de premier terme U_0 et de raison q que l'on déterminera.
3. Quel est son sens de variation ?

4. Exprimer U_n en fonction de U_0 et de n.

Partie B

Le 1er janvier 1997, la population d'une commune rurale était de 3 000personnes. On admet que cette population a diminué de 4 % par an.

1. Quelle a été la population de cette commune au 1er janvier 1999 ?
2. Quelle sera la population de cette commune au 1er janvier 2000 ?
3. À partir de quelle année la population chutera-t-elle à moins de 2 000 personnes ?

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne la moyenne y des maximums de tension artérielle en fonction de l'âge x d'une population donnée.

Âge x	36	42	48	54	60	66
Tension y	12	13,5	12,6	14,3	15,4	15

1. Représenter graphiquement le nuage de points $M(x\ ;\ y)$ dans un repère orthogonal. On prendra pour unités graphiques 0,5 cm pour 1 an en abscisse et 3 cm en ordonnée pour l'unité de tension artérielle, l'origine correspond au point 1 de coordonnées $(30\ ;\ 10)$.
2. Dans cette partie, vous pourrez utiliser votre calculatrice.
   a. Calculer à 10^{-2} près le coefficient de corrélation entre x et y. On admet qu'un ajustement par la méthode des moindres carrés est justifié.
   b. Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x et la représenter (les coefficients seront donnés à $0,001$ près).
   c. Une personne de 70 ans a une tension de 16,1. Quelle serait sa tension théorique en utilisant la droite de régression ? Comparer avec la tension réelle.
   d. Compléter le tableau de l'annexe en utilisant les valeurs de « a » et de « b » obtenues pour la droite de régression.
   Calculer la somme des « carrés » de la dernière colonne, associée à cet ajustement (calcul de la somme des résidus associés à cet ajustement).

Annexe :
À rendre avec la copie (après l'avoir complétée)
TABLEAU $a = \ldots\ldots\ b = \ldots\ldots$

x_i	y_i	$ax_i + b$	$y_i - (ax_i + b)$	$\left[y_i - (ax_i + b)\right]^2$
36	12			
42	13,5			
48	12,6			
54	14,3			
60	15,4			
66	15			

Somme des « carrés » de la dernière colonne : ....

PROBLÈME **11 points**

Le but du problème est l'étude d'une fonction et le calcul d'une aire liée à cette fonction.

Partie A

La courbe (Γ) ci-jointe (annexe 1) est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction g définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$.

Les points $A\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$ et $B\left(\mathrm{e};\dfrac{\mathrm{e}^2}{2}\right)$ appartiennent à la courbe (Γ) et la tangente en A à (Γ) est parallèle à l'axe des abscisses.

1. Déterminer $g(1)$; $g(\mathrm{e})$ et $g'(1)$.
2. Déterminer les réels a et b, sachant que la fonction g est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par une expression de la forme :

$$g(x) = \frac{x^2}{2} + a + b\ln x.$$

3. Sachant que $g(x) = \dfrac{x^2}{2} + 1 - \ln x$, retrouver au moyen d'un calcul, le sens de variation de g. (Le calcul des limites n'est pas demandé.)
   En utilisant ce dernier résultat, étudier le signe de g sur $]0\,;\,+\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{x}{2}.$$

1. Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
   (On admet le résultat suivant : limite en $+\infty$ de $\dfrac{\ln x}{x} = 0$.)
2. Calculer la dérivée f' de f.
   Vérifier que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ pour tout réel positif x.
   En déduire les variations de f.
3. Montrer que la représentation graphique ($\mathscr{C}$) de f dans un repère orthonormal admet deux asymptotes que l'on précisera.
   La courbe ($\mathscr{C}$) de f est donnée en annexe dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, unité 2 cm sur chaque axe.
4. On admet l'existence d'un réel α unique, appartenant à $\left[\dfrac{1}{2}\,;\,1\right]$ tel que $f(\alpha) = 0$. Que représente α pour la courbe ($\mathscr{C}$) ?
   Placer sur la courbe ($\mathscr{C}$) le point I d'abscisse α.
   Montrer que $\ln\alpha = -\dfrac{\alpha^2}{2}$. En déduire que $f'(\alpha) = \dfrac{1+\alpha^2}{\alpha^2}$.

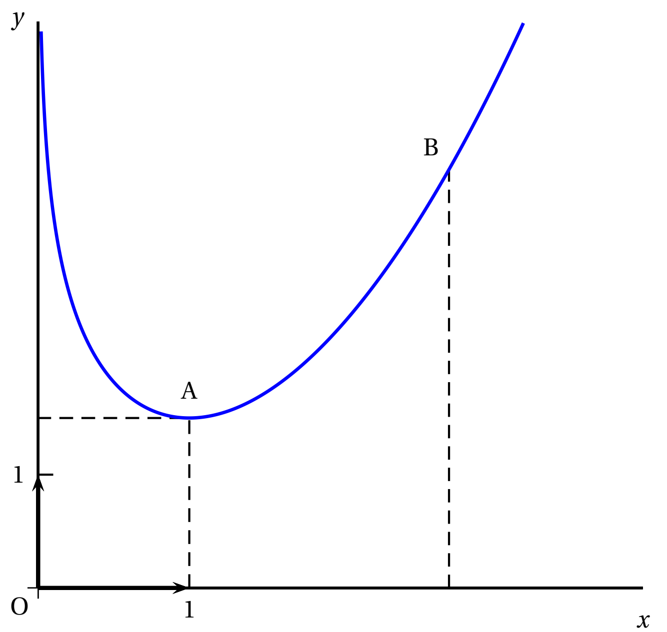
Partie C

1. Calculer la dérivée de la fonction h définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = (\ln x)^2$.
2. En déduire le calcul de $J = \displaystyle\int_1^t \left(\frac{\ln x}{x}\right)\mathrm{d}x$.
3. Hachurer sur le graphique donné en annexe le domaine plan limité par ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.
   Déterminer l'aire, en cm^2, de ce domaine.

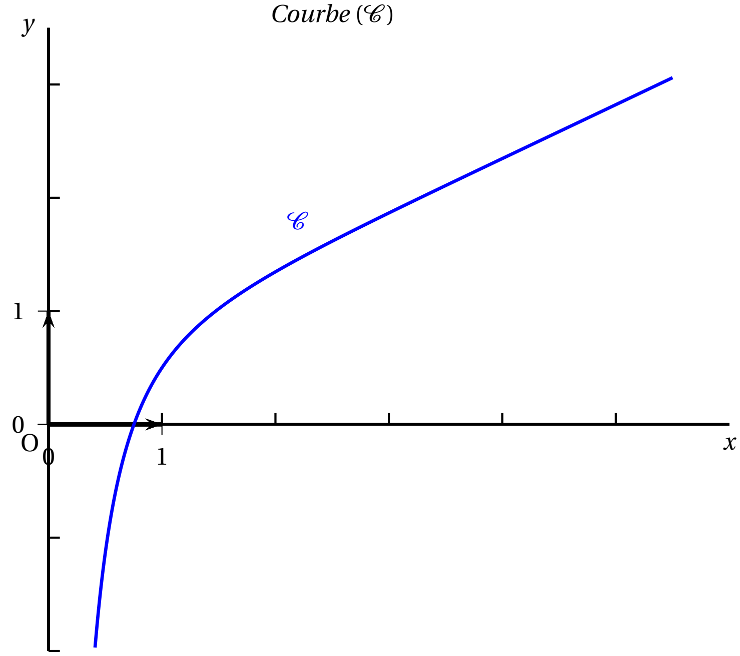
Annexe 2

À rendre avec la copie (après l'avoir complétée)

Courbe (Γ)



Courbe ($\mathscr{C}$)



∾ Baccalauréat ES Asie juin 1999 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Le tableau suivant recense par clinique le nombre de postes du personnel non médical en fonction du nombre de lits de la clinique :

Clinique	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}	C_{11}
Nombre de lits x_i	122	177	77	135	109	88	185	128	120	146	100
Nombre de postes y_i	205	249	114	178	127	122	242	170	164	188	172

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques : 1 cm pour 20 lits en abscisse et 1 cm pour 50 postes en ordonnée.
2. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.
3. Donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (les détails des calculs ne sont pas demandés).

   Pour les coefficients, on prendra les valeurs décimales arrondies à 10^{-1} près.

   Tracer cette droite dans le repère précédent.
4. Une clinique possède 35 lits.
   a. En utilisant les résultats obtenus en 3, combien devrait-elle embaucher de personnel occupant un poste non médical à temps plein ?

   b. En réalité, cette clinique dispose de 60 postes.

   Calculer la différence entre le nombre de postes réels et le nombre de postes théoriques obtenu précédemment.

   Quel pourcentage cette différence représente-t-elle par rapport à la situation théorique ?

EXERCICE 2 **6 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Énoncé

Un grand club de ski français propose à la vente :

- des licences ;
- des cartes neige à prix normal ;
- des cartes neige à prix réduit pour les habitants de la commune.

Pour chacun de ces titres vendus, il faut distinguer deux catégories : la catégorie jeunes et la catégorie adultes.

Le nombre de titres vendus pour la saison 98 se répartit de la manière suivante :

- 8,5 % de licences ;
- 77,5 % de cartes neige à prix réduit ;
- 1,5 % de licences catégorie jeunes ;
- 2,5 % de cartes neige à prix normal catégorie jeunes.

De plus, parmi les personnes ayant acheté une carte neige à prix réduit, $86,5\,\%$ sont des adultes.

On note :

L : l'évènement « La personne a acheté une licence » ;

CN : l'évènement « La personne a acheté une carte neige à prix normal » ;

CR : l'évènement « La personne a acheté une carte neige à prix réduit » ;

J : l'évènement « La personne est dans la catégorie jeunes » ;

A : l'évènement « La personne est dans la catégorie adultes ».

Questions

On choisit au hasard un client de la saison 98.

1. Déterminer la probabilité pour que :
   a. cette personne ait acheté une carte neige à prix normal ;
   b. cette personne ait acheté une carte neige à prix réduit catégorie adultes.
2. Montrer que la probabilité pour que la personne ait acheté une carte neige à prix réduit catégorie jeunes est égale à $0,105$.
3. Sachant que la personne a acheté une licence, quelle est la probabilité pour qu'elle appartienne à la catégorie adultes ?
4. Quelle est la probabilité pour que cette personne appartienne à la catégorie jeunes ?
5. Sachant que la personne est jeune, quelle est la probabilité pour qu'elle ait acheté une licence ?
   Pour répondre aux questions, on peut utiliser la méthode des arbres. Tous les résultats sont donnés avec un arrondi à 10^{-3} près (ex : 0,105 ou $10,5\,\%$.)

EXERCICE 2 **6 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Énoncé

Dans l'espace rapporté au repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on a placé les points :

A(0 ; 0 ; 18)	B(0 ; 15 ; 0)	
C(22,5 ; 0 ; 0)	D(0 ; 0 ; 12,5)	(voir Annexes 1 et 2)
E(0 ; 25 ; 0)	F(12,5 ; 0 ; 0).	

Le plan (ABC) a pour équation : $4x+6y+5z=90$.
Le plan (DFE) a pour équation : $2x+y+2z=25$.
La droite (GI) est l'intersection des plans (ABC) et (DFE).
On admet que tout point $M(x\,;\ y\,;\ z)$ appartenant au polyèdre ODGBIF a des coordonnées qui satisfont aux conditions :

- $x>0$
- $y \geqslant 0$
- $z>0$
- $4x+6y+5z \leqslant 90$
- $2x+y+2z \leqslant 25$

Une usine fabrique 3 types de vannes pour l'industrie pétrolière.
Pour fabriquer le modèle V1, il faut 20 heures d'usinage et 20 heures de montage.
Pour fabriquer le modèle V2, il faut 30 heures d'usinage et 10 heures de montage.
Pour fabriquer le modèle V3, il faut 25 heures d'usinage et 20 heures de montage.
Le nombre d'ouvriers spécialisés permet de disposer de 450 heures d'usinage par semaine.
Le nombre d'ouvriers monteurs permet de disposer de 250 heures de montage par semaine.
On désigne par x le nombre de vannes de type V1 fabriquées dans une semaine, y le nombre de vannes de type V2 et z le nombre de vannes de type V3.
Les points de coordonnées $(X\,;\ Y\,;\ Z)$ qui satisfont aux contraintes précédentes sont situés à l'intérieur du polyèdre ODGBIE.
Le bénéfice réalisé sur une vanne de type V1 est de 2 000 F, sur une vanne de type V2, il est de 3 000 F et enfin sur une vanne de type V3, il est de 5 000 F.
Un point de coordonnées $(x\,;\ y\,;\ z)$ représente une production.

Questions

a. Montrez que les points représentant une production pour laquelle le bénéfice total est de 30 000 F sont situés sur le plan (P) d'équation cartésienne : $2x+3y+5z=30$.
   Le plan (P) est tracé sur la figure de l'annexe 2.
b. Montrez qu'une production de 5 vannes de type V1, de 5 vannes de type V2 et d'une vanne de type V3 est réalisable par cette usine en une semaine et que le bénéfice alors réalisé est de 30 000 F.
   Quelle conclusion en tirez-vous sur la position du point K de coordonnées $(5\,;\ 5\,;\ 1)$?

c. Montrez que les points représentant une production pour laquelle le bénéfice total est de 60 000 F sont situés sur le plan (Q) d'équation cartésienne : $2x+3y+5z=60$.

d. Quelle remarque pouvez-vous faire sur les plans (P) et (Q) ?

e. On admet que le bénéfice réalisé par l'entreprise est maximal lorsque le plan (R) d'équation $2x+3y+5z=b$ passe par le point G dont les coordonnées sont $\left(0\ ;\ \frac{55}{7}\ ;\ \frac{60}{7}\right)$.

Calculer ce bénéfice maximal.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0;50]$ par :

$$f(x)=x^2+\frac{50x}{x+1}-50\ln(x+1)-50.$$

La dérivée $f'(x)$ est égale à : $\dfrac{2x(x-4)(x+6)}{(x+1)^2}$.

La courbe $(\mathscr{C})$ de f est donnée en annexe.

1. Étudier le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0;50]$.
2. Dresser le tableau de variation de f sur $[0;50]$. On admet que $f(x)$ s'annule pour une seule valeur αet de l'intervalle $]0;50[$; en déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0;50]$.
3. Donner un encadrement de α par deux entiers consécutifs.

   Pour la suite du problème, on prendra pour α la plus petite de ces deux valeurs.

Partie B

Une entreprise fabrique une quantité x, exprimée en kilogrammes, d'un certain produit.

Le coût marginal C, exprimé en euros, est défini sur $[0;50]$ par

$$C(x)=2x+\frac{50}{x+1}$$

1. La fonction coût total, notée C_{T} est la primitive de la fonction C sur $[0\ ;\ 50]$ qui prend la valeur 50 pour $x=0$.

   Vérifier que $C_{\text{T}}(x)=x^2+50\ln(x+1)+50$.
2. Le coût moyen est la fonction C_m, définie par :

$$C_m(x)=\frac{C_{\text{T}}(x)}{x}\text{sur}]0\ ;\ 50].$$

   a. Donner une expression de $C_m(x)$ en fonction de x.

   b. Vérifier que la dérivée de C_m peut se mettre sous la forme

$$C'_m(x)=\frac{f(x)}{x^2}.$$

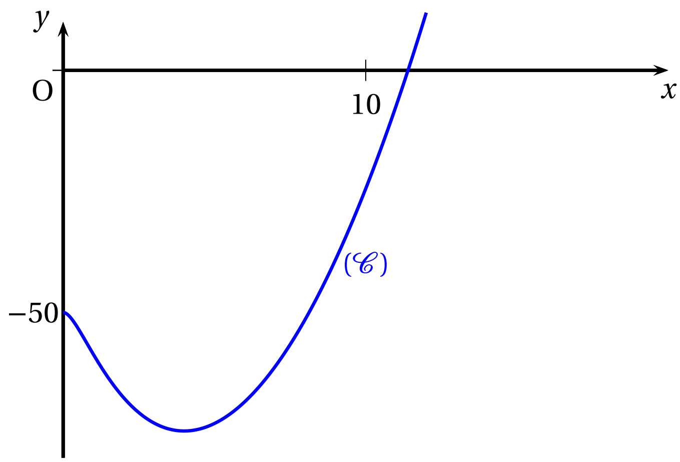
Partie C

1. Déduire des résultats précédents le tableau de variation de la fonction C_m sur $]0;50]$.
2. Tracer dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la courbe représentative de C_m sur $[1;50]$.

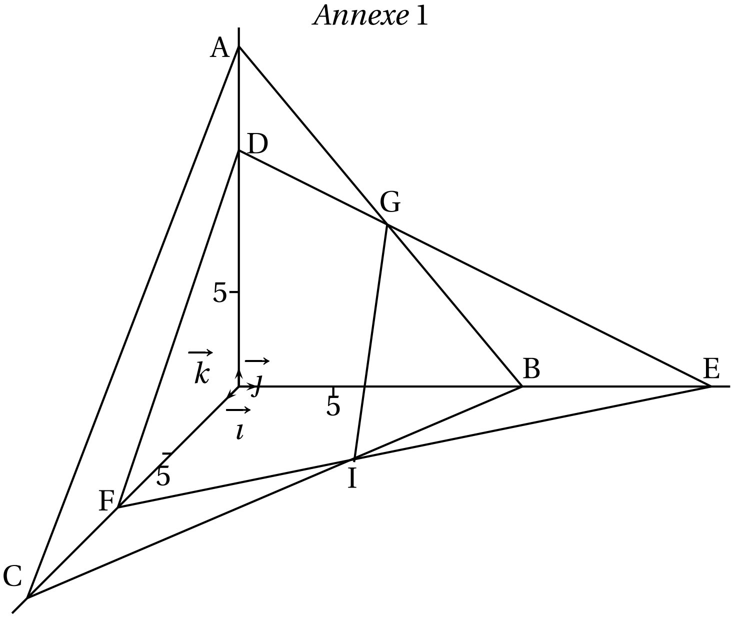
3. Quelle est la production donnant le coût moyen minimal ?
Calculer alors le coût total et le coût marginal correspondant au coût moyen minimal.

Annexe 3

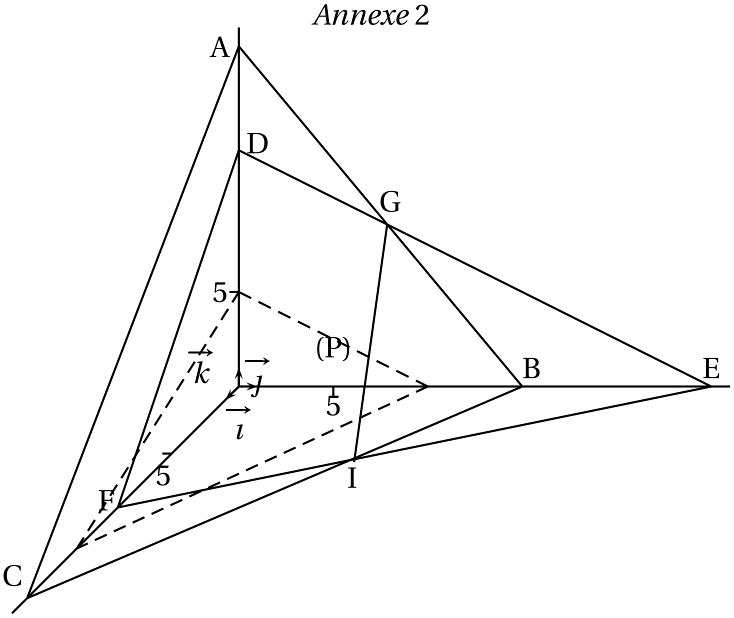
Courbe $(\mathscr{C})$ de la fonction f.



Annexe 1



Annexe 2



∽ Baccalauréat ES Centres étrangers juin 1999 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Aucun détail des calculs effectués à la calculatrice n'est exigé dans cet exercice.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du chiffres d'affaires réalisé à l'exportation par une entreprise.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	100	101	107	122	127	139	136	157	165

x_1 désigne le rang de l'année,

y_i désigne l'indice du chiffre d'affaires à l'exportation rapporté à la base 100 en 1990.

1. **a.** Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série double dans un repère orthogonal. On prendra :
   - pour origine le point $M_0(0\ ;\ 100)$,
   - pour unités : 1,5 cm sur l'axe des abscisses,

     2 cm pour 10 points d'indice sur l'axe des ordonnées.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G associé à cette série statistique et placer ce point sur le graphique. (On donnera la valeur décimale arrondie au dixième de l'ordonnée de G.)
2. Déterminer la valeur décimale arrondie au centième du coefficient de corrélation linéaire de la série double. Ce résultat permet-il d'envisager un ajustement affine ? Pourquoi ?
3. Soit $\mathscr{D}$, la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

   a. Donner la valeur décimale arrondie au dixième du c?fficient directeur de la droite $\mathscr{D}$.

   b. En utilisant les coordonnées du point moyen G, donner une équation de la droite $\mathscr{D}$.

   Tracer cette droite sur le graphique précédent.
4. En supposant que l'évolution du chiffre d'affaires se poursuive de la même façon au cours des années suivantes, estimer l'indice du chiffre d'affaires de cette entreprise en l'an 2001 (on en donnera la valeur arrondie à l'unité).

EXERCICE 2 **5 points**
(obligatoire)

Une étude statistique indique que 95 % des téléviseurs fabriqués par une entreprise sont en état de fonctionnement. On fait subir à chaque appareil un test de contrôle. On constate que :

• quand un appareil est en état de fonctionnement, il est accepté dans 96 % des cas à l'issue du test ;

• quand un appareil n'est pas en état de fonctionnement, il est néanmoins accepté dans 8 % des cas à l'issue du test.

On choisit au hasard un téléviseur fabriqué par l'entreprise.
On définit les évènements suivants :
F : « le téléviseur est en état de fonctionnement » ;
T : « le téléviseur est accepté à l'issue du test » ;
$\overline{T}$: « le téléviseur est refusé à l'issue du test ».
Ainsi :
• la probabilité de l'évènement F, notée $P(F)$ est $0,95$;
• la probabilité $P(T/F)$ qu'un téléviseur soit accepté à l'issue du test sachant qu'il est en état de fonctionnement est $0,96$.

1. Calculer la probabilité que le téléviseur ne soit pas en état de fonctionnement.
2. **a.** Calculer la probabilité qu'un téléviseur soit refusé à l'issue du test sachant qu'il est en état de fonctionnement.
   b. Calculer la probabilité que le téléviseur soit refusé à l'issue du test et qu'il soit en état de fonctionnement.
   c. Calculer la probabilité que le téléviseur soit refusé à l'issue du test et qu'il ne soit pas en état de fonctionnement.
3. En déduire la probabilité pour que le téléviseur soit refusé à l'issue du test.
4. Quelle est la probabilité pour qu'un téléviseur soit en état de fonctionnement sachant qu'il est refusé à l'issue du test ? (On donnera la valeur décimale arrondie au millième du résultat.)

EXERCICE 2 **5 points**
(spécialité)

Le salaire annuel d'un technicien s'élevait pour l'année 1998 à 90 000 F.
Chaque année son employeur décide de l'augmenter de 2 % et de lui allouer en plus 5 000 F.
On désigne par S_0 le salaire du technicien pour l'année 1998. Pour tout entier naturel n, on désigne par S_n son salaire pour l'année $(1998 + n)$.
Par exemple : S_2 est le salaire du technicien pour l'année 2000.

1. Calculer S_1 et S_2.
2. Pour tout entier naturel n, exprimer S_{n+1} en fonction de S_n.
3. On définit la suite (U_n) par $U_n = S_n + 250000$ pour tout entier naturel.
   a. Calculer U_0.
   b. Montrer que la suite (U_n) est une suite géométrique de raison $1,02$.
   c. Exprimer U_n en fonction de n.
4. **a.** Exprimer S_n en fonction de n.
   b. En déduire le salaire prévu pour l'année 2005.
5. À partir de quelle année le salaire de ce technicien aura-t-il doublé ?

PROBLÈME **11 points**

L'objet de ce problème est l'étude d'une fonction et le tracé de sa représentation graphique (**partie B**) s'appuyant sur l'étude d'une fonction auxiliaire (**partie A**).
On calculera enfin une aire (**partie C**). On prendra soin de faire figurer sur la copie les calculs intermédiaires conduisant aux résultats.

Partie A

1. Soient a, b et c des nombres réels. On définit une fonction g sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (ax+b)\text{e}^{-x} + c$. On note g' la fonction dérivée de g.
   a. Calculer $g'(x)$.
   b. Le tableau de variation de g est le suivant :

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$				+			0	-	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\nearrow$	2	$\nearrow$	$\text{e}^{-2}+2$	$\searrow$	2

   En utilisant les données numériques de ce tablcau, établir que $a = 1$, $b = -1$ et $c = 2$.
   Ainsi, pour la suite du problème : $g(x) = (x-1)\text{e}^{-x} + 2$.
2. **a.** Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[-1~;~0]$. On note α cette solution.
   b. Déterminer à l'aide de la calculatrice la valeur décimale arrondie au dixième de α.
3. Étudier le signe de $g(x)$ pour x appartenant à $\mathbb{R}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2x + 1 - x\text{e}^{-x}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on admettra que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x} = +\infty$).
   b. Déterminer la limite de f en $-\infty$ (on pourra mettre x en facteur dans l'expression de $f(x)$).
2. **a.** Soit f' la fonction dérivée de f. Montrer que $f'(x) = g(x)$.
   b. Dresser, en le justifiant, le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
3. Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on appelle $(\mathcal{C})$ la représentation graphique de f et $(\mathcal{D})$ la droite d'équation $y = 2x + 1$.
   a. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (2x+1)]$.

b. Donner une interprétation graphique de ce résultat.

c. Étudier la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à $(\mathscr{D})$.

d. Tracer $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{C})$ dans le plan muni du repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On prendra pour unité graphique 2 cm.

Partie C

Soient H la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = -\mathrm{e}^{-x}(1+x)$ et h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x\mathrm{e}^{-x}$.

1. Montrer que la fonction H est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction h.
2. Hachurer sur le graphique précédent le domaine limité par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite $(\mathscr{D})$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
3. Calculer l'aire S en cm^2 du domaine hachuré.

Baccalauréat ES Métropole juin 1999

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'indice mensuel des dépenses d'assurance maladie d'août 94 à juin 95 (tendances observées à fin juillet 1995 - base 100 janvier 1990).

Mois	Août 94	Octobre 94	Déc. 94	Février 95	Avril 95	Juin 95
Rang du mois x_i	1	3	5	7	9	11
Indice y_i	123,4	125,9	127,5	127,9	129	131,4

(Source : Département statistique de la Caisse Nationale de l'Assurance Maladie des Travailleurs Salariés).

Pour tout l'exercice, les détails des calculs statistiques ne sont pas demandés. Les résultats seront arrondis avec deux chiffres après la virgule.

On a représenté sur le document 1 de l'annexe ci-jointe le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série statistique dans un repère orthogonal. G désigne le point moyen du nuage. On veut réaliser un ajustement affine de ce nuage de points.

1. Déterminer les coordonnées du point G et placer ce point sur le graphique.

2. *Le modèle étudié dans cette question sera appelé « droite de Mayer ».*

a. G_1 désigne le point moyen des trois premiers points du nuage et G_2 celui des trois derniers points. Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2.

b. Déterminer l'équation réduite de la droite (G_1G_2) sous la forme $y = \mathrm{A}x + \mathrm{B}$.

c. Tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique précédent.

d. En utilisant la calculatrice, déterminer la somme des résidus pour cet ajustement affine :

$$S_1 = \sum_{i=1}^{6} (y_i - \mathrm{A}x_i - \mathrm{B})^2.$$

3. *Le deuxième modèle proposé est celui des moindres carrés.*

La calculatrice donne :

- l'équation de la droite (D) d'ajustement de y en x :

$$y = 0,71x + 123,26.$$

- la somme des résidus pour cet ajustement $S_2 = 1,7$ (arrondie avec un chiffre après la virgule).

a. Des droites (D) et (G_1G_2) quelle est celle qui réalise le meilleur ajustement affine ? Justifier.

b. Tracer (D) sur le graphique précédent.

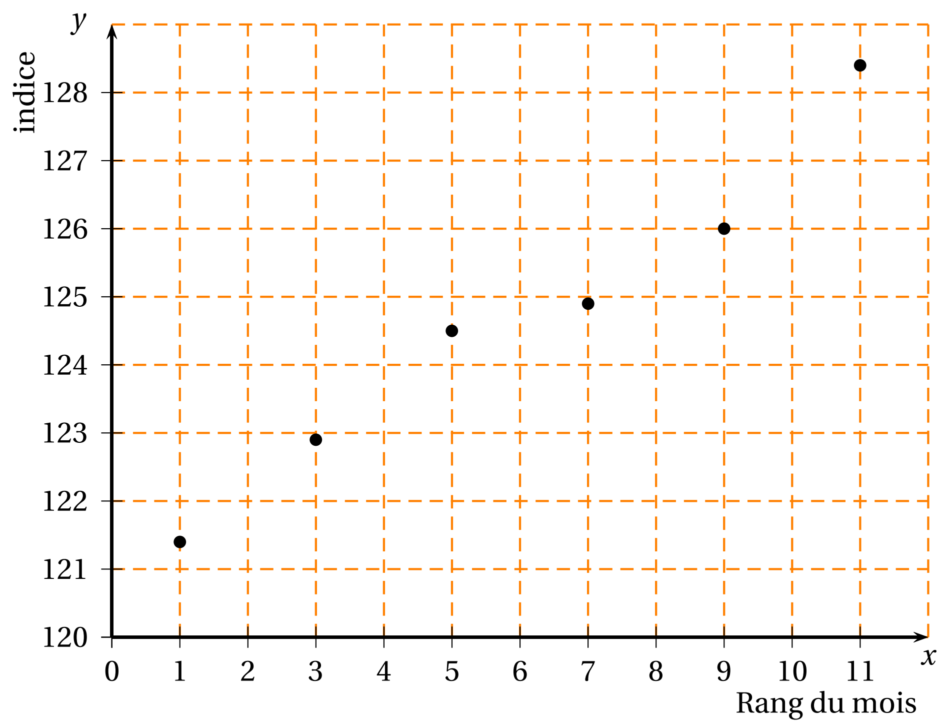
4. a. Quels sont les indices mensuels que l'on pouvait prévoir en utilisant l'ajustement affine par la méthode des moindres carrés (question 3) pour les mois cités dans le tableau ci-dessous ?

b. Recopier le tableau ci-dessous et le compléter.

Mois	nov. 95	déc. 95	janvier 96
Indices prévisionnels calculés par l'ajustement affine des *moindres carrés*			
Tendances réellement observées	134,3	133,4	133,5

c. Quel commentaire peut-on faire ?

Annexe Document 1 *à compléter et à rendre avec la copie*



Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

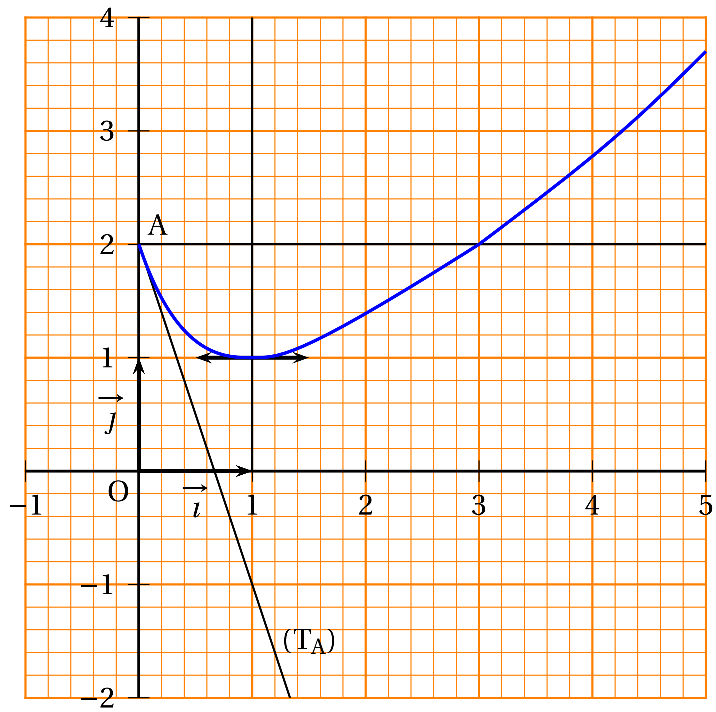
La courbe ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

On note f' la fonction dérivée de f.

La droite (T_A) est la tangente au point A d'abscisse 0.

La courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 1.

Enfin, la fonction f est croissante sur $[1\ ;\ +\infty[$ et sa limite en $+\infty$ est $+\infty$.



1. À partir des informations portées sur le graphique et complétées par les précisions précédentes, répondre aux questions suivantes :

a. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous :

x	0	1
$f(x)$		
$f'(x)$		

b. Donner le tableau de variations de f sur $[0~;~+\infty[$, complété par la limite en $+\infty$.

2. On considère la fonction g inverse de la fonction c'est-à-dire $g = \dfrac{1}{f}$.

On note g', la fonction dérivée de g.

a. Déterminer $g(0),~ g(1),~ g(3)$.

b. Quel est le sens de variation de la fonction g sur $[0~;~+\infty[$?
Justifier la réponse donnée.

c. Déterminer les valeurs $g'(0),~ g'(1)$.

d. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

3. On souhaite traduire graphiquement les informations obtenues pour la fonction g. Tracer une courbe qui satisfait aux résultats obtenus à la question 2, dans un repère orthonormal (unité 2 cm) sur une feuille de papier millimétré ; le tracé des tangentes aux points d'abscisses 0 et 1 devra apparaître sur la figure.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ représenté sur le document 2 de l'annexe ci-jointe. Le plan (R) est représenté par ses traces sur les plans de coordonnées; il a pour équation : $x + z = 2$.

1. On donne les points A, B, C définis par leurs coordonnées respectives : A(6 ; 0 ; 0), B(0 ; 3 ; 0) et C(0 ; 0 ; 6).

  a. Placer les points A, B, C dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ et tracer le triangle ABC.

  b. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

  c. Soit $\vec{n}$ le vecteur de coordonnées $(1\ ;\ 2\ ;\ 1)$.
  Montrer que le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan (P) passant par A, B et C.

  d. Vérifier que le plan (P) a pour équation $x + 2y + z = 6$.

2. On a placé dans le repère les points G, E et F à coordonnées entières. Le point G est situé sur l'axe $(O\ ;\ \vec{\jmath})$ le point E dans le plan $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ et le point F dans le plan $\left(O\ ;\ \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

Le plan (Q) passant par les points G, E et F est parallèle au plan $\left(O\ ;\ \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

  a. Donner l'équation du plan (Q).

  b. Donner les coordonnées des points G, E et F.

  c. Parmi les points E, F et G, quels sont ceux situés dans le plan (P) ?

  d. Quelle est la nature de l'ensemble des points M dont les coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ vérifient le système

$$\left\{\begin{array}{lcl} y & = & 2 \\ x + 2y + z & = & 6. \end{array}\right.$$

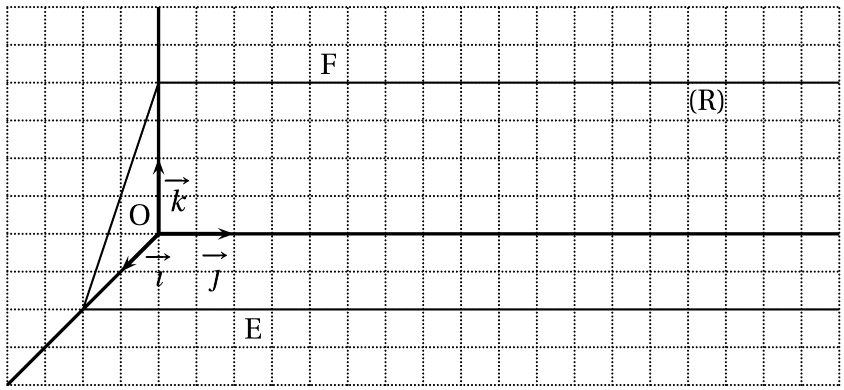
  e. Représenter cet ensemble sur l'annexe 2 ci-jointe.

3. On considère le système S de trois équations à trois inconnues x, y, z :

$$\left\{\begin{array}{ccccc} x+ & & z & = & 2 \\ & y & & = & 2 \\ x & +2y & +z & = & 6. \end{array}\right.$$

Quel est l'ensemble des points du plan R dont les coordonnées sont les solutions du système S ?

Document 2 à compléter et à rendre avec la copie



PROBLÈME **9 points**

On a tracé dans un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de la fonction f définie sur l'intervalle $]0;4]$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} - \ln x.$$

Dans tout le problème, on donnera les résultats arrondis à 10^{-3}.

⋆ A. - Étude théorique liée à la fonction f

1. **a.** Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0;4]$.
   b. Étudier la limite de f en 0.
   c. Donner le tableau de variations de f.
2. Soit (Z) la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathscr{C})$ et les droites d'équations : $y = \frac{1}{2}$, $x = 1$ et $x = 3$.
   a. Justifier que l'on a $f(x) \geqslant \frac{1}{2}$ sur $]\,0;4\,]$ et exprimer à l'aide d'une intégrale (que l'on n'essaiera pas de calculer dans cette question) l'aire $\mathscr{A}_z$, en unités d'aire, de la partie (Z) du plan.
   b. Soit g la fonction définie sur $]0;4]$ par $g(x) = x\ln x - x$. Calculer $g'(x)$.
   c. En déduire la valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}_z$, en unités d'aire.

⋆ B. - Probabilité et jeu

Au cours de l'élaboration d'une phase d'un jeu vidéo inspiré du golf, on cherche à évaluer la probabilité de gagner. L'écran est le carré AOFB. Les sommets du carré ont pour coordonnées :

$$A(0;4) \quad O(0;0) \quad F(4;0) \quad B(4;4).$$

La courbe $(\mathscr{C})$ partage l'écran en deux parties :

— la partie de l'écran située strictement au-dessus de la courbe représente une mare et elle est notée (M) ;

— la partie de l'écran située au-dessous de la courbe représente le terrain de jeu et elle est notée (T).

La partie (Z) définie au paragraphe **A** est donc incluse dans (T).

1. Dans cette question, le jeu consiste à simuler le lancer d'une balle. On admet que la probabilité d'atteindre une partie de l'écran est donnée par :

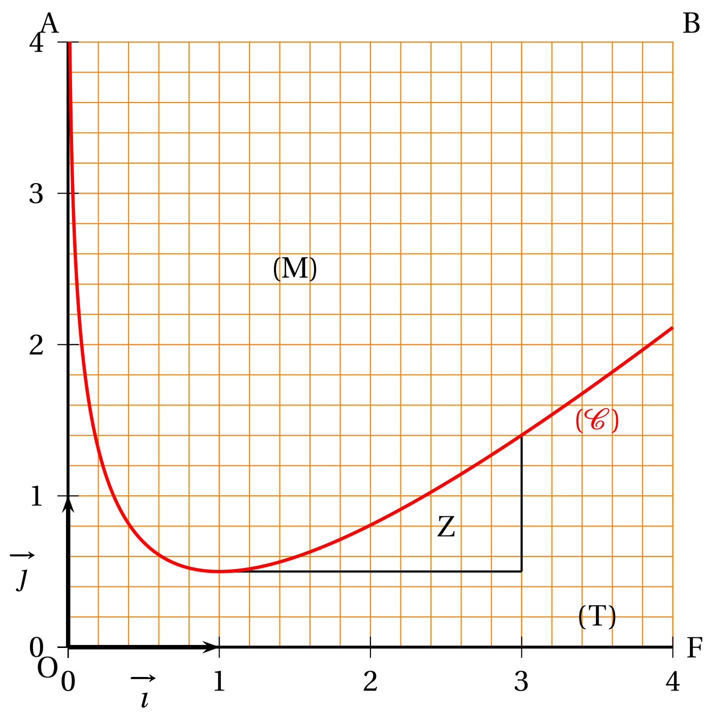
$$\frac{\text{Aire de la partie de l'écran considérée}}{\text{Aire du carré AOFB}}$$

Cette probabilité est indépendante de l'unité graphique choisie. Déterminer, par le calcul, la probabilité que la balle atteigne la zone (Z).

2. Dans cette question, le jeu consiste à simuler trois lancers successifs et indépendants ; on admet que, pour chaque lancer, la probabilité d'atteindre (Z) est de $0,044$.

On gagne lorsque deux au moins des trois balles lancées ont atteint la partie (Z). Calculer la probabilité de gagner.

On pourra s'aider d'un arbre et on fera figurer le détail des calculs sur la copie.



Baccalauréat ES La Réunion juin 1999

EXERCICE 1 **4 points**

Une entreprise est équipée d'ordinateurs de trois modèles différents.
30 % sont de marque (M_1), 50 % sont de marque (M_2) et 20 % de marque (M_3).
On choisit un appareil au hasard. Tous les choix sont équiprobables.
Pour i égal à 1, 2 ou 3, on appelle M_i l'évènement : « l'appareil choisi est de marque (M_i) ».
On note $p(M_i)$ la probabilité de l'évènement M_i.
On a donc $p(M_1) = 0,3$; $p(M_2) = 0,5$ et $p(M_3) = 0,2$.
On note T l'évènement : « l'appareil choisi tombe en panne » et $p(T)$ la probabilité de cet évènement.
On suppose que si un appareil tombe en panne, il est réparé et qu'il fonctionne alors correctement.
La probabilité $p_1(T)$ qu'un appareil de marque (M_1) tombe en panne est $\dfrac{1}{30}$.
La probabilité $p_2(T)$ qu'un appareil de marque (M_2) tombe en panne est $\dfrac{1}{20}$.
La probabilité $p_3(T)$ qu'un appareil de marque (M_3) tombe en panne est $\dfrac{1}{40}$.

1. **a.** Traduire toutes les données sur un arbre pondéré.
   b. Calculer la probabilité que l'appareil choisi soit de marque (M_2) et qu'il tombe en panne.
   c. Vérifier que la probabilité qu'un ordinateur tombe en panne est égale à $0,04$.
   d. Quelle est la probabilité que l'appareil soit de marque (M_2) sachant qu'il est tombé en panne ?
2. *Dans cette question, on donnera le résultat à* 0,1 *près.*
   Un service de l'entreprise possède quatre ordinateurs.
   On suppose que les pannes éventuelles de ces ordinateurs sont indépendantes deux à deux.
   Quelle est la probabilité qu'aucun des quatre ordinateurs ne tombe en panne ?

EXERCICE 2 **5 points**
(obligatoire)

Dans cet exercice aucun détail des calculs statistiques effectués à la calculatrice n'est demandé.
Lors d'une période de sécheresse, un agriculteur relève la quantité totale (en m^3) utilisée par son exploitation depuis le premier jour et donne le résultat suivant :

Nombre de jours écoulés : x_i	1	3	5	8	10
Volume utilisé (en m^3) : y_i	2,25	4,3	8	17,5	27

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On prendra pour unité graphique sur l'axe des abscisses 1 cm pour un jour et sur l'axe des ordonnées 0,5 cm pour un mètre-cube.

1. Représenter alors la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
2. **a.** Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ en arrondissant le résultat lu sur la calculatrice à 10^{-3} près.

   b. Donner l'équation de Δ droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = \alpha x + \beta$ où α et β sont les arrondis à 10^{-2} près des valeurs lues sur la calculatrice.

   c. Représenter la droite Δ sur le graphique.
3. Le nuage de points permet d'envisager un ajustement par la parabole $\mathscr{P}$ qui passe par les points A(1 ; 2,25) ; B(10 ; 27) et qui a pour équation $y = ax^2 + b$ où a et b sont deux nombres réels.

   a. Déterminer a et b et donner l'équation de la parabole $\mathscr{P}$.

   b. Représenter la parabole $\mathscr{P}$ sur le graphique.
4. Dans cette question on compare les deux ajustements à l'aide du tableau suivant :

x_i	1	3	5	8	10	
y_i	2,25	4,3	8	17,5	27	
$\left\|y_i - \alpha x_i^2 + \beta\right\|$	2,54	0,91	2,71			Total T_1 :
$\left\|y_i - a x_i^2 + b\right\|$	0	0,05	0,25			Total T_2 :

On ne demande pas de recopier ce tableau.

Les deux totaux calculés évaluent pour chaque ajustement la somme des écarts entre les ordonnées des points du nuage et les ordonnées des points de même abscisse de l'ajustement.

Donner les arrondis à 10^{-1} près des deux totaux T_1 et T_2 calculés ci-dessus.

(Aucun détail n'est demandé.)

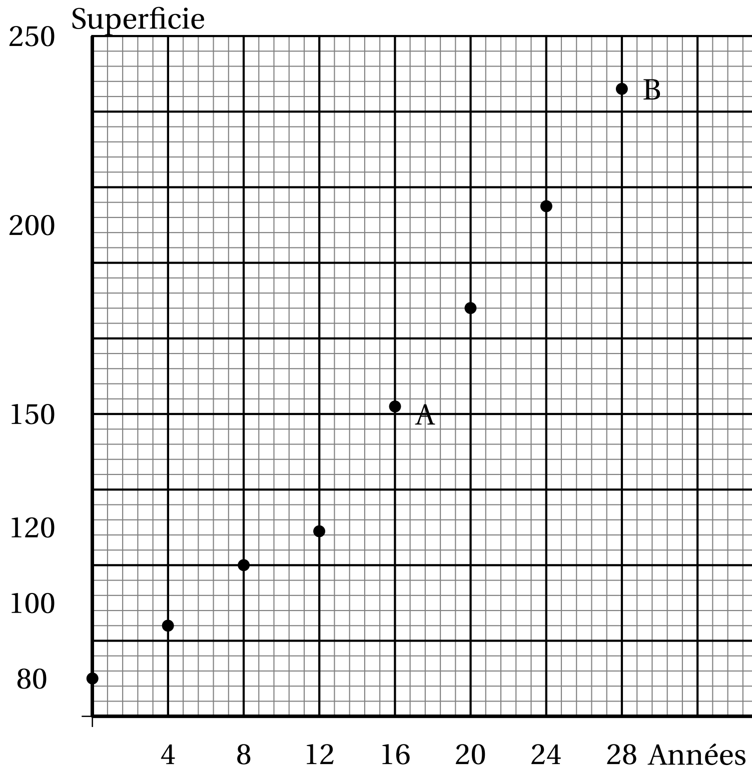
En déduire l'ajustement qui parait le mieux adapté.

EXERCICE 2 **5 points**
(spécialité)

Dans cet exercice aucun détail des calculs effectués à la calculatrice n'est demandé.
Dans une région de 1 000 km^2, la superficie des terrains urbanisés entre 1970 et 1998 est donnée par le tableau suivant :

Années	1970	1974	1978	1982	1986	1990	1994	1998
Rang : x_i	0	4	8	12	16	20	24	28
Superficie (en km^2) : y_i	80	94	110	129	152	178	205	236
Y_i	4,38	4,54	4,70	4,86	5,02	5,18	5,32	5,46

Le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ est représenté ci-dessous.



Les estimations de superficie demandées dans l'exercice seront données en km^2 *et arrondies à l'unité.*

1. a. Donner l'arrondi r à 10^{-2} près du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ y_i)$.

b. Donner l'estimation E_1 obtenue par la méthode des moindres carrés de la superficie des terrains urbanisés en 2010.

2. Au vu de la forme du nuage, on effectue un autre ajustement. On calcule $\ln y_i$. On appelle Y_i l'arrondi à 10^{-2} près de $\ln y_i$. Les valeurs Y_i sont données dans le tableau considéré.

a. Donner l'arrondi r' à 10^{-4} près du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ Y_i)$.

b. On prendra $Y = 0,039x + 4,39$ pour équation de la droite de régression de Y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

Calculer la valeur y estimée pour l'année 2010.

En déduire une estimation E_2 de la superficie des terrains urbanisés en 2010.

3. On fait un troisième ajustement du nuage de points en utilisant la droite $\mathscr{D}$ passant par les points A(16 ; 152) et B(28 ; 236).

a. Donner une équation de la droite $\mathscr{D}$.

b. En déduire l'estimation E_3 faite avec cet ajustement, de la superficie des terrains urbanisés en 2010.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = 1 + (-x+2)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Calculer $g'(x)$ ou g' désigne la fonction dérivée de g et étudier son signe selon les valeurs de x.
2. Étudier le sens de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}$. Préciser $g(3)$.
   On ne demande pas les limites en $+\infty$ et en $-\infty$.
3. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x + (x-1)\mathrm{e}^{-x}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal. On prendra 2 cm pour une unité graphique.

1. Démontrer que pour tout réel x, on a : $f'(x) = g(x)$, f' désignant la fonction dérivée de f.
2. Calculer la limite de f en $-\infty$.
3. **a.** Vérifier que $f(x) = x + \dfrac{x}{\mathrm{e}^x} - \dfrac{1}{\mathrm{e}^x}$. En déduire la limite de f en $+\infty$. On rappelle que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$.
   b. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
   c. Étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite Δ.
   On précisera les coordonnées de leur point d'intersection A.
4. Donner le tableau de variations de la fonction f.
5. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ ainsi que la droite Δ.

Partie C

1. Déterminer les réels a et b tels que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

   $$F(x) = x + (ax+b)\mathrm{e}^{-x}$$

   soit une primitive de f.
2. Calculer en cm^2 l'aire du domaine du plan compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$.
   En donner une valeur arrondie à 10^{-2} près.

Baccalauréat ES Liban juin 1999

EXERCICE 1
Commun à tous les candidats

Tous les jours, Obélix part en promenade en quête soit de casques romains pour sa collection, soit de sangliers qu'il ne trouve que dans la forêt. Il ne rentre au village que lorsqu'il a atteint l'un ou l'autre de ses objectifs.
Durant sa promenade, soit il rencontre des Romains à la sortie du village avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{3}$, soit il entre dans la forêt. Une fois dans la forêt, la probabilité de rencontrer des Romains est égaie à $\dfrac{1}{5}$, celle de rencontrer des sangliers est égale à $\dfrac{4}{5}$.
Pour faciliter la résolution de cet exercice, on pourra représenter les données précédentes sur un arbre.

1. **a.** Calculer la probabilité qu'Obélix « récolte » des casques dans la forêt.
   b. Calculer la probabilité qu'Obélix « récolte » des sangliers.
2. Le druide Panoramix voit Obélix entrer dans le village les bras chargés de casques romains. Quelle est la probabilité qu'Obéiix ait atteint la forêt ?
3. Panoramix observe le manège d'Obélix pendant 3 jours.
   Quelle est la probabilité qu'Obélix revienne de ses promenades au moins une fois avec des sangliers ? (On donnera une valeur décimale approchée par défaut à 10^{-3} près de cette probabilité.)

EXERCICE 2

Jean et Pierre sont deux jumeaux : Jean, qui est fumeur, dépense 3 000 F par an pour l'achat de ses cigarettes. Pierre, qui ne fume pas, lui demande d'imaginer les économies qu'il réaliserait s'il plaçait cette somme plutôt que de continuer à fumer.
Il lui propose de déposer tous les ans, le 2 janvier, cette somme de 3 000 F sur un compte rémunéré à intérêts composés par la banque, au taux annuel de 3 %. La banque ajoute chaque année, le 31 décembre, les intérêts acquis sur le compte.
Le 2 janvier 1999, il verse 3 000 F et les intérêts acquis sont capitalisés le 31 décembre 1999. Tous les ans, le 2 janvier, il verse à nouveau 3 000 F.

1. Quelle est la somme disponible sur le livret aux dates suivantes :
   a. Le 3 janvier 2000 ?
   b. Le 3 janvier 2001 ?
2. On note u_0 la somme disponible sur le livret le 3 janvier 1999, u_1 la somme disponible sur le livret le 3 janvier 2000, u_2 la somme disponible sur le livret le 3 janvier 2001, u_n la somme disponible sur le livret le 3 janvier de l'année $1999+n$, où n désigne un entier naturel.
   Montrer qu'on a la relation $u_{n+1} = 1,03u_n + 3000$.

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n + 100000$.
   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b. En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis celle de u_n en fonction de n.
4. Pierre affirme qu'en moyenne, un fumeur s'arrête après avoir fumé pendant trente ans. De quelle somme Jean aurait-il pu disposer le 3 janvier 2029 ?

PROBLÈME

Le but du problème est l'étude de la fonction f définie pour tout réel x, par

$$f(x) = x\left(\mathrm{e}^{-x} + 1\right).$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentant f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan. (Unité graphique : 2 cm.)

Partie A

Soit la fonction g définie, pour tout réel x, par

$$g(x) = \mathrm{e}^{-x}(1 - x) + 1.$$

1. Étudier les variations de g puis dresser son tableau de variations (on ne demande pas de limites).
2. En déduire le signe de $g(x)$ pour tout x réel.

Partie B

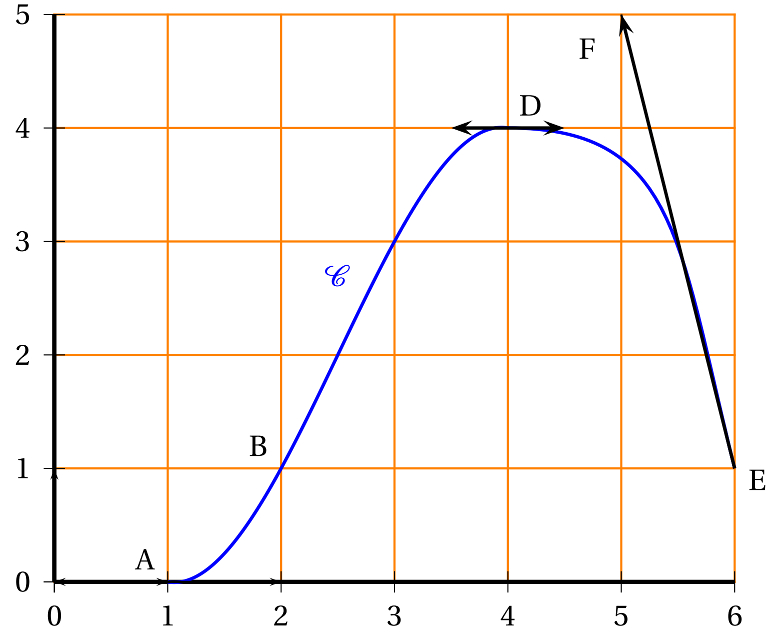
1. On rappelle que $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^{x} = 0$. Déterminer, en les justitiant, les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Soit $(\mathscr{D})$ la droite d'équation $y = x$. Démontrer que $(\mathscr{D})$ est asymptote oblique à $(\mathscr{C})$ en $+\infty$.
   Étudier les positions de $(\mathscr{C})$ par rapport à $(\mathscr{D})$.
3. Si f' désigne la fonction dérivée de f, calculer $f'(x)$. À l'aide de la question A 2., déterminer les variations de f puis dresser son tableau de variations.
4. Déterminer une équation de la tangente (T_0) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.
5. Déterminer par le calcul les coordonnées du point de $(\mathscr{C})$ où la tangente (T_1) est parallèle à l'asymptote $(\mathscr{D})$.
6. Tracer $(\mathscr{D})$, (T_0), (T_1) et $(\mathscr{C})$.

Baccalauréat ES Polynésie juin 1999

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,6]$. Sa courbe représentative $(\mathscr{C})$ dans un repère orthogonal est donnée ci-contre.
La courbe $(\mathscr{C})$ passe par les points A(1 ; 0), B(2 ; 1), D(4 ; 4) et E(6 ; 1).
Les tangentes à la courbe aux points A et D sont parallèles à l'axe des abscisses.
La tangente à la courbe au point E passe par le point F(5 ; 5).



Partie I

Par lecture graphique, résoudre l'équation $f(x) = 0$ et donner le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[\,1\,;\,6]$.

Partie II

On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $]\,1\,;\,6\,]$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ et (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. **a.** Calculer $g(2)$, $g(4)$ et $g(6)$.

   b. Déterminer la limite de $g(x)$ quand x tend vers 1.
   Que peut-on en déduire pour la courbe (Γ) ?

   c. Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $]\,1\,;\,6\,]$ en donnant les justifications nécessaires.

   d. Déterminer $f'(4)$; en déduire $g'(4)$.

2. Tracer la courbe (Γ) ainsi que son asymptote et la tangente au point d'abscisse 4.

EXERCICE 2 **4 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne pour les années indiquées, le nombre de demandes d'emploi en fin d'année dans une région.

	1996	1997
Total	85 079	85 240
Moins de 25 ans	22 238	20 276
De 25 ans à 39 ans	54 719	55 994
50 ans et plus	8 122	8 970
Hommes	39 998	39 766
Moins de 25 ans	10 176	9 170
De 25 ans à 39 ans	25 528	25 853
50 ans et plus	4 284	4 743
Femmes	45 091	45 474
Moins de 25 ans	12 062	11 106
De 25 ans à 39 ans	29 191	30 141
50 ans et plus	3 838	4 227

Source : ANPE-INSEE Poitou-Charentes.

Les résultats des calculs seront donnés sous forme approchée à 10^{-2} *près par défaut.*

1. **a.** Déterminer le pourcentage d'évolution du total des demandes d'emploi entre 1996 et 1997.

   b. Le nombre de demandes d'emploi est en baisse pour une tranche d'âge seulement.

   Calculer le pourcentage d'évolution des demandes d'emploi des hommes pour cette tranche d'âge.

2. En 1996, une entreprise est subventionnée pour employer une personne de moins de 25 ans. Elle choisit une personne au hasard parmi les demandeurs d'emploi concernés. Tous les choix sont équiprobables.

   Quelle est la probabilité que la personne embauchée soit une femme ?

3. L'entreprise désire créer un emploi en 1998 et choisit au hasard une personne dans les demandeurs d'emploi de 1997. Tous les choix sont équiprobables.

   Calculer la probabilité p que la personne embauchée soit un homme.
   Vérifier que 0,46 est une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de p.

4. Dans cette question, on prendra p égal à $0,46$. L'entreprise choisit trois demandeurs d'emploi de 1997. Les choix sont indépendants et on assimilera ce choix à un tirage avec remise.

   a. Quelle est la probabilité qu'elle choisisse trois hommes ?

   b. Quelle est la probabilité qu'elle choisisse un homme et un seul

   On pourra utiliser un arbre pondéré.

EXERCICE 2 **4 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour financer ses études, une étudiante fait du démarchage par téléphone pour vendre un produit qui lui rapporte 20 francs. Elle ne peut vendre qu'un produit par appel.
Lorsqu'elle compose un numéro de téléphone, trois possibilités se présentent :
• l'évènement A « Personne ne répond » de probabilité $p(A)$ égale à 0,3 ;
• l'évènement B « Le répondeur téléphonique diffuse un message » avec une probabilité $p(B)$ égale à 0,1 ;
• l'évènement C « Un correspondant répond » de probabilité $p(C)$ égale à 0,6.

1. La probabilité que l'étudiante vende son produit sachant qu'un correspondant répond à son appel est égale à $0,4$.
Les probabilités qu'elle vende son produit dans les autres cas sont nulles.
Vérifier que la probabilité que l'étudiante réalise une vente lors d'un appel téléphonique fait au hasard est égale à $0,24$.

2. Lorsque personne ne répond à son appel téléphonique, l'étudiante débourse 0 franc.
Lorsqu'un répondeur téléphonique diffuse un message, l'étudiante débourse 1 franc.
Lorsqu'un correspondant répond, l'appel coûte 1 franc et dans ce cas
$\triangleright$ si l'étudiante vend son produit, qui lui rapporte 20 francs, elle aura donc fait un gain de $+19$ francs,
$\triangleright$ si elle ne vend pas son produit, elle aura perdu 1 franc.
On considère la variable aléatoire X correspondant au gain algébrique possible lors d'un appel téléphonique de l'étudiante.

a. Démontrer que la probabilité que le gain algébrique soit égal à -1 est 0,46.
b. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
c. Calculer l'espérance mathématique de X.

3. On suppose que l'étudiante compose successivement de manière indépendante cinq numéros de téléphone au hasard. Déterminer la probabilité qu'elle réalise exactement trois ventes.

PROBLÈME **12 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. On prendra pour unité graphique 2 cm.
On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = (-\,x+4)\mathrm{e}^{x-1} \text{ et } g(x) = \ln\left(\frac{x+6}{2x+2}\right).$$

Dans le repère choisi, on appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f et (Γ) la courbe représentative de g.

Partie A

1. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
2. Vérifier que la fonction dérivée de f est définie pour tout x positif par $f'(x) = (-x+3)\mathrm{e}^{x-1}$.
3. Étudier le sens de variation de la fonction f et dresser son tableau de variation. On précisera $f(0)$, $f'(0)$, $f(3)$, $f'(3)$.
4. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$.
5. Déterminer les réels a et b tels que la fonction F définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $F(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{x-1}$ soit une primitive de la fonction f.

Partie B

On considère la fonction u définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par

$$u(x) = \frac{x+6}{2x+2}.$$

1. Vérifier que, pour tout x positif, $u(x)$ est strictement positif.
2. **a.** Déterminer la limite de $u(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

   b. étudier le sens de variation de u.
   Dresser le tableau de variations de u et retrouver le résultat de la question **1.** de la partie **B**.
3. En utilisant les résultats précédents, déterminer le sens de variation de la fonction g et démontrer que la courbe (Γ) admet une asymptote (D) au voisinage de $+\infty$ dont on donnera une équation.
4. Tracer la courbe (Γ) et la droite (D) sur le même graphique que celui de la partie **A**.
5. Soit G la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par

$$G(x) = (x+6)\ln(x+6) - (x+1)\ln(2x+2).$$

   Démontrer que G est une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

Partie C

1. Résoudre, à l'aide des représentations graphiques faites, l'inéquation $g(x) \leqslant f(x)$.
2. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ en cm^2 du domaine du plan constitué des points $M(x ; y)$ tels que :

$$2 \leqslant x \leqslant 3 \text{ et } g(x) \leqslant y \leqslant f(x).$$

   Donner l'arrondi de $\mathscr{A}$ à l'unité près.

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 1999

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Effectuer les calculs à l'aide de la calculatrice. Aucun détail n'est demandé. Le tableau suivant donne le PNB ainsi que le nombre d'hôpitaux pour 1 million d'habitants dans quelques pays européens.

Pays	A	B	C	D	E	F	G	H
PNB, x, en euro par habitant	5 100	7 800	11 200	15 800	20 100	26 230	28 910	31 910
Nombre y d'hôpitaux par million d'habitants	620	1 080	1 550	2 100	3 000	3 800	4 200	4 400

1. Représenter le nuage de points associé à la série $(x\ ;\ y)$.
Unités : en abscisse : 1 cm pour 1 000euros, en ordonnée : 1 cm pour 200 hôpitaux.
On prendra pour origine le point $M_0(5\,000\ ;\ 600)$.
On appelle G le point moyen de ce nuage.

2. **a.** Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y (donner la valeur décimale arrondie à 10^{-2} près).
On admet qu'un ajustement affine par la méthode des moindres carrés est justifié.

b. Donner une équation de la droite D de régression de y en x.

c. Tracer D dans le repère précédent (question **1.**).

d. Calculer les coordonnées de G et vérifier graphiquement que G appartient à D.

3. Un pays a un PNB de 23 400 euros. Quelle estimation peut-on faire du nombre d'hôpitaux dans ce pays ?

EXERCICE 2 **5 points**
(obligatoire)

Un lycée propose trois options facultatives : arts plastiques, histoire des arts, musique. Un élève ne peut choisir qu'une seule de ces trois options.
Le groupe des élèves ayant fait l'un de ces choix à la rentrée 1997 se décompose de la façon suivante : 35 % en arts plastiques, 45 % en histoire des arts, 20 % en musique.
À la rentrée 1998, 60 % des élèves en arts plastiques, 70 % en histoire des arts, 80 % en musique, conservent leur option.
Des animateurs, ne connaissant pas les élèves, organisent une réunion du groupe des élèves inscrits en 1997 dans une des options.
On note ainsi les évènements suivants :

A « L'élève est inscrit en arts plastiques à la rentrée 1997 ».

H « L'élève est inscrit en histoire des arts à la rentrée 1997 ».

M « L'élève est inscrit en musique à la rentrée 1997 ».

C « L'élève a conservé son option à la rentrée 1998 ».

1. Décrire la situation à l'aide d'un arbre de répartition.

2. On admet que l'animateur choisit au hasard un élève.

  a. Calculer la probabilité de l'évènement « il était inscrit en arts plastiques en 1997 et a conservé cet enseignement en 1998 ».

  b. Montrer que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,613 5.

3. Un des animateurs souhaite connaître les motivations des élèves qui n'ont pas conservé leur option en 1998.
Il demande à ces élèves de lever la main et il en appelle un au hasard.
Calculer la probabilité de l'évènement « cet élève était inscrit en histoire de arts en 1997 ».

EXERCICE 2 — 5 points
(spécialité)

Les questions I et II sont indépendantes.

I. 25 élèves d'une classe de seconde sont admis en première. Ils se répartissent de la façon suivante :

10 en série L;

9 en série ES;

6 en série S.

On choisit au hasard trois élèves de cette classe de seconde qui sont admis en classe de première.
Calculer la probabilité de l'évènement : « Les trois élèves sont admis en série ES ».

II. Dans l'établissement, sur 300 élèves de seconde admis en première, on a la répartition suivante :

— 75 élèves en série L;
— 120 élèves en série ES;
— 105 élèves en série S.

1. Parmi les élèves admis en série L, 60 % sont des filles. De même, 55 % des admis en série ES et 40 % des admis en série S sont des filles.
On choisit au hasard un élève admis en classe de première. On note ainsi les évènements suivants :
  L : « L'élève est admis en série L »;
  E : « L'élève est admis en série ES »;
  S : « Un élève est admis en série S »;

F : « L'élève est une fille ».

a. Quelle est la probabilité de l'évènement suivant : « L'élève est une fille admise en série ES » ?

b. Calculer la probabilité de l'évènement F.

2. On prend au hasard le dossier d'un des élèves admis en première. Après utilisation, on le remet avec les autres. On effectue, au total, cinq fois cette opération.

Calculer la probabilité de l'évènement : « Trois dossiers exactement sont des dossiers de filles ».

PROBLÈME **10 points**

L'objet de ce problème est l'étude d'une fonction.

On considère la fonction f définie sur $\text{I} =]-\infty\ ;\ +1[$ par :

$$f(x) = \frac{\ln(1-x)}{1-x} + x + 1.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, unité graphique : 2 cm.

Partie A - Étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur I par

$$g(x) = x^2 - 2x + \ln(1-x).$$

1. Étudier la variation de g sur I (on ne demande pas le calcul des limites).

2. Calculer $g(0)$.

Étudier le signe de $g(x)$ sur $]-\infty\,;+1[$.

Partie B - Étude de la fonction *f*

1. a. Calculer la limite de f en $-\infty$.

On admettra le résultat suivant : la limite de $\dfrac{\ln(1-x)}{1-x}$ quand x tend vers $-\infty$ vaut zéro.

b. Calculer la limite de f en + 1 et interpréter graphiquement le résultat.

2. On admet que la dérivée f' de la fonction f vérifie l'égalité ci-dessous :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(1-x)^2}.$$

En déduire les variations de f.

Dresser le tableau des variations de f sur I.

3. Soit la droite D d'équation $y = x + 1$.

a. Déterminer la position de $\mathscr{C}$ par rapport à D suivant les valeurs de x.

b. Montrer que D est asymptote à $\mathscr{C}$ au voisinage de $-\infty$.

4. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ avec ses asymptotes dans le repère orthonormal défini dans l'introduction. (Unité graphique : 2 cm.)

Partie C - Calcul d'une aire

Soit la fonction H définie sur I par

$$H(x) = -\frac{1}{2}\left[\ln(1-x)\right]^2.$$

1. Vérifier que H est une primitive de la fonction h définie sur I par

$$h(x) = \frac{\ln(1-x)}{1-x}$$

2. a. Donner la valeur exacte en unité d'aire, de l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, la droite D et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

b. Donner une valeur approchée de cette aire en cm^2 à 10^{-2} près par défaut.

c. Sur le graphique construit en **Partie B. 4.**, hachurer le domaine correspondant.

∽ Baccalauréat ES Métropole septembre 1999 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le lycée IXE a décidé d'organiser un voyage en Australie pour assister aux Jeux olympiques de l'an 2000 qui se dérouleront à Sydney. Pour réduire le coût, élèves et adultes cherchent à organiser des activités qui rapportent de l'argent.
Le Club Poésie décide d'éditer et de vendre un recueil de textes écrits par les élèves. Pour cela il commence par réaliser une « étude de marché » auprès de la population du lycée, afin de savoir à quel prix vendre ce recueil pour avoir la plus importante rentrée d'argent.
Les résultats de cette étude figurent dans le tableau ci-dessous.
x_i est le prix de vente en francs d'un recueil.
y_i est le nombre de personnes prêtes à acheter le recueil au prix x_i.

x_i	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	1 200	900	800	550	500	350	300	100

Tous les calculs statistiques seront faits à la calculatrice.

1. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal. On prendra pour origine le point de coordonnées (10 ; 0), 2 cm pour 5 francs en abscisse et 1 cm pour 100 personnes en ordonnée.
2. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire (donner une valeur arrondie à 10^{-3}.

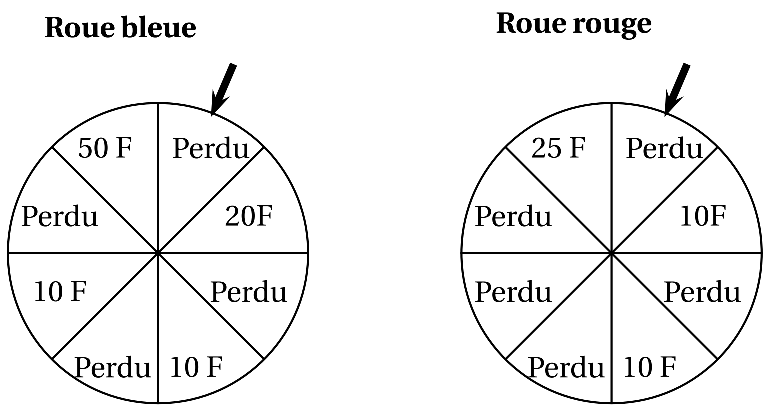
   Pourquoi un ajustement linéaire est-il justifié ?
3. Donner une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode de moindres carrés. Le coefficient directeur sera arrondi à 10^{-2} près et l'ordonnée à l'origine à l'unité près.
4. **a.** Calculer alors, en fonction du prix de vente x, la somme que peut encaisser le Club Poésie si la réalité est conforme à la prévision. On nomme $\mathrm{S}(x)$ cette somme.

   b. Étudier les variations de cette fonction S et en déduire le prix x_0 pour lequel cette somme atteint son maximum (x_0 sera arrondi au franc le plus proche).

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour recueillir des fonds pour un voyage en Australie en l'an 2000, le lycée organise une fête. Le Club Maths décide de monter un stand de loterie. Le « futur gagnant » tire au hasard une boule dans une ume contenant 15 boules bleues et 10 boules rouges.
S'il tire une boule bleue, il lance la roue bleue,
S'il tire une boule rouge, il lance la roue rouge.
Chaque roue est partagée en 8 secteurs de même dimension. Quand la roue est lancée, elle s'arrête de façon aléatoire et la flèche ne peut indiquer qu'un seul secteur. Tous les secteurs ont donc la même chance de « sortir ».



On note B l'évènement « Tirer une boule bleue », R l'évènement « Tirer une boule rouge » et G l'évènement « Gagner ».
On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

1. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement B, puis celle de l'évènement R.
   b. On a tiré une boule bleue : quelle est la probabilité de gagner ?
   c. En déduire la probabilité de l'évènement $G \cap B$.
2. Calculer alors la probabilité de gagner à ce stand.
3. Vérifier que la probabilité de gagner 50 F est $\dfrac{3}{40}$.
   Soit X la variable aléatoire égale au gain (éventuellement nul) du joueur.
   Recopier le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X et calculer les résultats manquants.

gain x_i	0	10	20	25	50
$p(X = x_i)$	$\dfrac{11}{20}$		$\dfrac{3}{40}$		$\dfrac{3}{40}$

4. Calculer l'espérance mathématique de X.
   On peut compter sur 150 participants à ce stand pendant la fête, et on voudrait faire un bénéfice d'au moins 1 000 francs.
   Quelle participation minimale, arrondie au franc supérieur, de chaque joueur faut-il alors envisager ?

EXERCICE 2 **5 points**
(spécialité)

Le club de football du lycée décide d'organiser un match entre élèves et professeurs pour récolter des fonds pour partir en Australie en l'an 2000. Les joueurs s'entraînent, d'autant plus qu'une rencontre amicale sera organisée à Sydney contre une équipe de lycéens australiens. Pour s'entraîner aux tirs au buts, l'entraîneur dispose 5 ballons face aux buts, et chaque joueur tire ces 5 ballons.
Une étude statistique a montré que sur une série de 5 ballons, un joueur pris au hasard marque :

— 5 buts avec une probabilité de 0,2;
— 4 buts avec une probabilité de 0,5;
— 3 buts avec une probabilité de 0,3.

Chaque joueur, à chaque entraînement, tire 2 séries de 5 ballons. On admet que les résultats d'un joueur à chacune des 2 séries sont indépendants. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs aux buts réussis par un un joueur au cours d'un entraînement.

1. **a.** Calculer la probabilité, pour un joueur pris au hasard, de réussir tous ses tirs aux buts lors d'un entraînement.

   b. Préciser les valeurs possibles de X et établir sa loi de probabilité (on pourra s'aider d'un arbre).

   Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X arrondi avec deux chiffres après la virgule.

2. Un entraîneur considère que le joueur a réussi l'épreuve des tirs aux buts lorsque $X \geqslant 8$.

   Montrer que la probabilité pour un joueur de réussir cette épreuve lors d'un entraînement est égale à $0,61$.

3. Chaque joueur participe à 10 séances d'entrainement. On admet que les épreuves de tirs aux buts sont indépendantes les unes des autres.

   On appelle Y la variable aléatoire égale au nombre de succès d'un joueur à l'épreuve des tirs aux buts au cours de ces 10 entraînements. Les résultats seront donnés par défaut, avec trois chiffres après la virgule.

   Calculer pour un joueur :

   a. la probabilité de n'avoir aucun échec lors des 10 séances;

   b. la probabilité d'avoir exactement 6 succès;

   c. la probabilité d'avoir au moins 1 succès.

4. Calculer le nombre minimum d'entraînements auxquels doit participer un joueur pour que la probabilité d'avoir au moins un succès soit supérieure à $0,99$.

PROBLÈME **5 points**

Nota : les parties **B** *et* **C** *sont indépendantes.*

À la rentrée scolaire, une étude statistique s'intéresse au prix des classeurs.

$$f(x) = 4\ln\left(\frac{6}{x}\right) \quad \text{et} \quad g(x) = 4\ln(x-1)$$

représentent respectivement les quantités demandées et offertes, c'est-à-dire :

— pour $f(x)$ les quantités de classeurs exprimées en milliers que les consommateurs sont prêts à acheter en fonction du prix unitaire x du classeur exprimé en francs;
— Pour $g(x)$ les quantités de classeurs exprimées en milliers, que les producteurs sont prêts à vendre en fonction du prix unitaire x du classeur exprimé en francs.

Partie A

1. Résoudre le système $\left\{\begin{array}{l} f(x) \geqslant 0 \\ g(x) \geqslant 0 \end{array}\right.$.

   L'intervalle I solution du système est l'intervalle d'étude du modèle.

2. Étudier les variations de f et de g sur I. Tracer les représentations graphiques respectives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ de f et de g, dans un plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$; on prendra 2 cm pour 1 franc en abscisse et 2 cm pour 1 000 classeurs en ordonnée.

3. Déterminer les coordonnées (x_0, y_0) du point A intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$. La valeur de x_0 est appelée prix d'équilibre.

4. Quel est le revenu total des producteurs pour le prix d'équilibre ?

Partie B

1. Montrer que la fonction F définie par :

$$F(x) = 4\left[x\ln\left(\frac{6}{x}\right) + x\right]$$

   est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.

2. Les consommateurs se procurent les quantités offertes à un prix supérieur à celui d'équilibre. La somme totale alors perçue en plus par les producteurs est représentée par l'aire de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = x_0$ et la droite d'équation $x = 6$, où x_0, est l'abscisse du point d'équilibre ; elle traduit le surplus des consommateurs exprimé en francs.

   Calculer ce surplus.

Partie C

1. Le prix x augmente de 1 %. Calculer, en fonction de x, la variation relative de la demande.

2. Donner la valeur de la variation de la demande en pourcentage, arrondie à 0,1 %, pour un prix initial de 5 francs qui augmente de 1 %.

Baccalauréat ES Polynésie septembre 1999

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise peint des jouets. Pour cela, elle utilise deux machines M_1 et M_2. La machine M_1 peint un quart de la production.
On sait que la machine M_1 peint correctement un jouet avec une probabilité de 0,85 alors que la machine M_2, plus récente, le fait avec une probabilité de 0,95.
Tous les jouets sont mélangés puis acheminés ensemble vers l'unité d'emballage.
On choisit alors un jouet au hasard, tous les choix étant équiprobables.
On note : A_1 l'évènement : « le jouet est peint par M_1 »
A_2 l'évènement : « le jouet est peint par M_2 »
B l'évènement : « le jouet est peint correctement ».

1.
   a. Représenter par un arbre pondéré la situation décrite.
   b. Définir par une phrase l'évènement $A_1 \cap B$.
   c. Calculer la probabilité de l'évènement $A_1 \cap B$.
   d. Montrer que la probabilité de l'évènement B, notée p, est égale à $0,925$.
   e. Le jouet choisi est peint correctement.
   Quelle est la probabilité pour qu'il ait été peint par la machine M_1 ?
2. *Dans cette question, on donnera les résultats arrondis à* 10^{-2} *près.*
   On choisit maintenant au hasard et de façon indépendante 4 jouets.
   a. Quelle est la probabilité pour que les 4 jouets soient peints correctement ?
   b. Quelle est la probabilité pour qu'un jouet au moins ne soit pas peint correctement ?

EXERCICE 2 **5 points**

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$, croissante sur cet intervalle et telle que sa représentation graphique notée $\mathscr{C}_f$ est donnée par le graphique 1 sur la feuille annexe.
La feuille annexe est à remettre avec la copie, en mettant en évidence sur les graphiques toutes les constructions utilisées.

1. Les graphiques 2 et 3 donnent les représentations graphiques de la fonction $g = \ln f$ et de la fonction f' dérivée de f.
   Préciser quelle courbe est donnée par chacun des graphiques 2 et 3 avec les justifications nécessaires.
2. On sait que $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 2 - h(x)$ où h est une fonction définie et strictement négative sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$, telle que la limite de h en $+\infty$ est égale à 0.
   Interpréter graphiquement les renseignements donnés sur h.

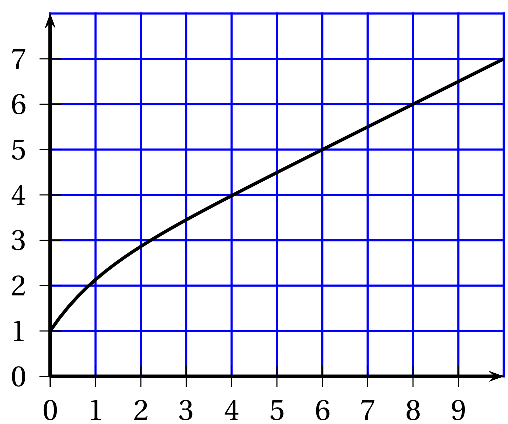
3. Quel graphique de l'annexe 1 permet de déterminer l'abscisse x_0 du point de la courbe $\mathscr{C}_f$ où la tangente a pour coefficient directeur 0,6 ?
Indiquer parmi les intervalles suivants celui auquel appartient x_0 :

$$\mathrm{I}_1 = [0\ ;\ 1] \quad ; \quad \mathrm{I}_2 = [1\ ;\ 4] \quad ; \quad \mathrm{I}_3 = [4\ ;\ 7].$$

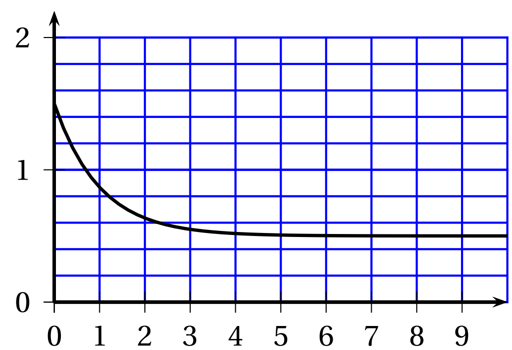
4. On considère l'intégrale I définie par $I = \displaystyle\int_4^6 f(x)\,\mathrm{d}x$.

À l'aide de la représentation graphique de f trouver, en expliquant la démarche utilisée, un nombre entier n tel que $n < I < n+1$.

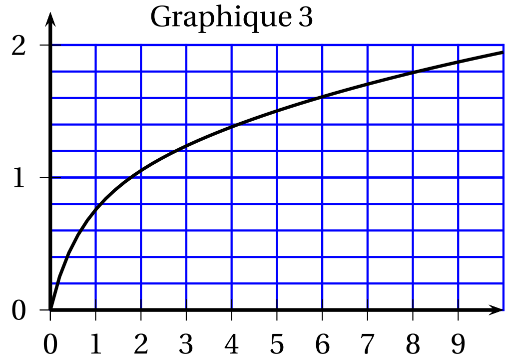
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



Problème **10 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = -(\ln x)^2 + 4\ln x - 3.$$

La courbe $\mathscr{C}$ représentative de f est donnée en fin d'énoncé.

Partie A

1.

a. Déterminer la limite de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat.

b. Déterminer la limite de f en $+\infty$. (On pourra mettre $\ln x$ en facteur dans l'expression $f(x)$).

c. f' étant la fonction dérivée de f, montrer que $f'(x) = \dfrac{4 - 2\ln x}{x}$.

d. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

2.

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $X^2 - 4X + 3 = 0$ et déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et de l'axe des abscisses.

b. En déduire par lecture graphique les valeurs de x telles que $f(x) > 0$.

3.

a. Interpréter graphiquement le nombre $A = \displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

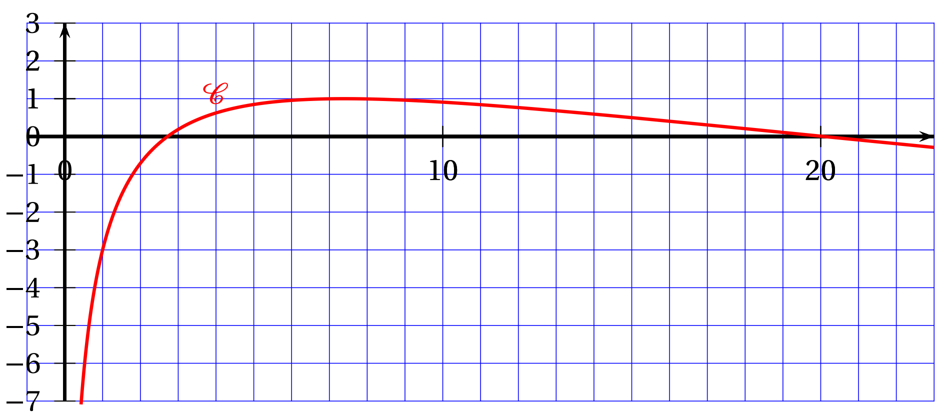
b. Soit h la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par $h(x) = -x\left[(\ln x)^2 - 6\ln x + 9\right]$.
Déterminer la dérivée h' de h et en déduire une primitive F de f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

c. En déduire la valeur exacte de A.

Partie B

Une entreprise constate que la vente de sa production dégage un bénéfice moyen par objet (en milliers de francs) égal à : $(\ln x)^2 - 4\ln x + 3$ où x désigne le nombre de milliers d'objets fabriqués. Ce bénéfice moyen par objet n'est pas toujours positif.

1. Calculer le bénéfice total de l'entreprise pour une production de 1 000 objets puis de 3 000 objets. Indiquer, dans chaque cas, si l'entreprise fait un bénéfice positif.
2. Déduire de la partie A pour quelles quantités d'objets produits l'entreprise fait un bénéfice positif.

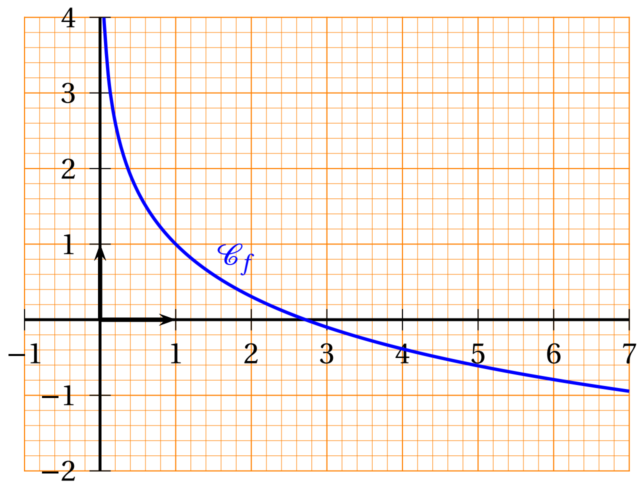


∽ Baccalauréat ES Sportifs de haut–niveau octobre 1999 ∽

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le repère utilisé est orthonormal : unité 1 cm.
La figure ci-dessous est la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = 1 - \ln x$.



L'une des deux fonctions représentées ci-dessous a pour fonction dérivée la fonction f dont la représentation graphique est $\mathscr{C}_f$.

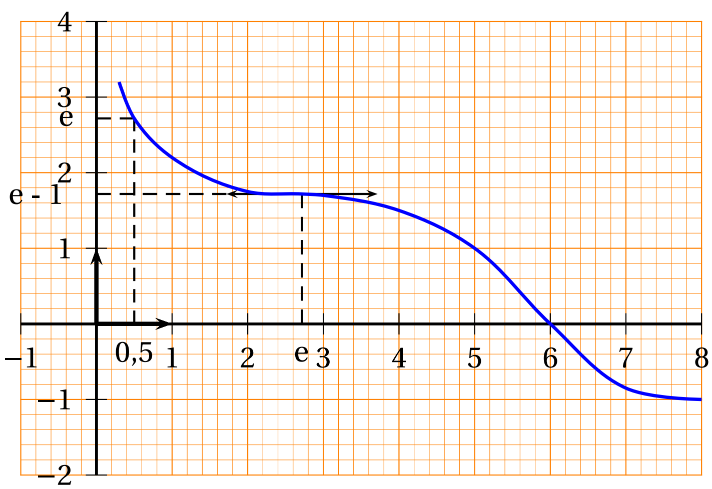


Figure 1

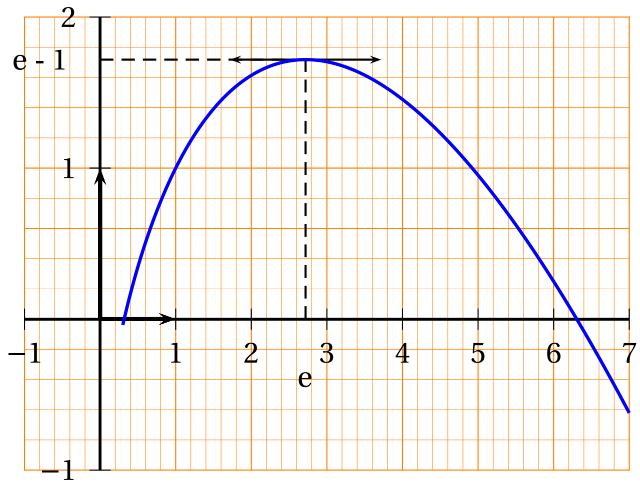


Figure 2

1. Justifier que la courbe représentée sur la figure 1 ne peut convenir.

   On note F la fonction dont la courbe représentative est tracée figure 2. Que représente la fonction F pour f ?

2. **a.** Déterminer par lecture graphique $F(\mathrm{e})$ et $F(1)$.

   b. En déduire l'aire en cm^2 de l'ensemble E des points M de coordonnées $(x\,;\,y)$ tels que : $1 \leqslant x \leqslant \mathrm{e}$ et $0 \leqslant y \leqslant f(x)$.

3. Montrer que la tangente à la courbe représentative de la fonction F au point d'abscisse 1 passe par l'origine.

4. **a.** Vérifier que la fonction G définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$G(x) = -x + \ln x + 2x + k$$

   où k est un réel, a pour dérivée la fonction f.

   b. Déterminer le réel k pour que la courbe représentative de G soit celle de la figure 2.

EXERCICE 2 **4 points**
(obligatoire)

Un enquête faite auprès d'une population comprenant 51 % de femmes et 49 % d'hommes montre que 20 % des femmes et 15 % des hommes de cette population ne vont jamais au cinéma.

1. On choisit au hasard un individu de cette population. Tous les choix sont équiprobables. On note :

   F l'évènement : « l'individu choisi est une femme » ;

   C l'évènement : « l'individu choisi fréquente les salles de cinéma ».

   a. Déterminer la probabilité de l'évènement $F \cap C$.

   b. Montrer que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,175 5.

   c. Déterminer la probabilité que la personne choisie soit une femme, sachant qu'elle ne va jamais au cinéma. *(Le résultat sera arrondi à* 10^{-4} *près.)*

2. *Dans cette question les résultats seront arrondis à* 10^{-4} *près.*

On choisit trois individus au hasard dans cette population.

On suppose la population assez nombreuse pour pouvoir considérer que l'on répète alors trois fois de manière indépendante l'expérience « choisir au hasard un individu dans la population » dans des conditions identiques.

a. Quelle est la probabilité qu'aucun des trois individus choisis ne fréquente les salles de cinéma ?

b. En déduire la probabilité que l'un au moins des individus choisis fréquente les salles de cinéma.

EXERCICE 2 **4 points**
(spécialité)

Dans un lycée de 810 élèves, les effectifs par niveau sont :
— 280 élèves en seconde ;
— 240 élèves en première ;
— 220 élèves en terminale ;
— 70 élèves en BTS.
On a décidé d'interroger chaque jour un groupe de 5 élèves choisis au hasard Pour connaître leur opinion concernant les menus à la cantine.

A - Pour une journée

Dans cette partie on ne demande aucun calcul approché.

1. Calculer la probabilité que les 5 élèves interrogés soient des élèves de seconde.

2. Calculer la probabilité que, parmi les 5 élèves interrogés, un, exactement, soit un élève de première.

3. Calculer la probabilité p pour qu'au moins un élève de BTS soit interrogé.

B - On répète l'opération pendant 6 jours de manière indépendante

Dans cette partie les résultats seront arrondis à 10^{-5}*, près.*
Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de jours où au moins un élève de BTS est interrogé. Dans tous les calculs on prendra 0,364 3 comme valeur de la probabilité qu'au moins un élève de BTS soit interrogé.

1. Calculer la probabilité pour que l'évènement : « au moins un élève de BTS est interrogé » se produise 4 fois exactement au cours de ces 6 jours.

2. Calculer la probabilité pour que, au cours de ces 6 jours, aucun élève de BTS ne soit interrogé.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Dans cette partie, on pourra utiliser les fonctions statistiques de la calculatrice. Le détail des calculs n'est pas exigé.
Une étude statistique portant sur la répartition des revenus d'une population a donné les résultats suivants : x représente un revenu annuel, exprimé en millions de francs, N représente le nombre, exprimé en milliers d'individus, dont le revenu est supérieur ou égal à x.

x_i en millions de F	0,35	0,6	0,9	1,5	2	3
N_i en milliers	4,448	1,359	0,557	0,181	0,148	0,039

1. **a.** Après l'avoir reproduit, compléter le tableau suivant, où z_i est l'arrondi à 10^{-2} près de $\ln(N_i)$.

x_i	0,35	0,6	0,9	1,5	2	3
z_i	1,49		$-0,59$		$-1,91$	

   b. Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ;\ z_i)$.
2. Donner une équation de la droite de régression de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-1} près.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-1,6x+1,3}.$$

1. Étudier le sens de variation de f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ et déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal. On prendra 4 cm pour unité graphique.
   Donner le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 et tracer cette tangente.
3. On définit la fonction g sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = -xf'(x)$.
   a. Vérifier que $g(x) = 1,6x\mathrm{e}^{-1,6x+1,3}$.
   b. Montrer que la fonction G définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$G(x) = \left(-x - \frac{5}{8}\right)\mathrm{e}^{-1,6x+1,3}$$

   est une primitive de la fonction g.

Partie C

1. On admet que la fonction f définie dans la **partie B** est une bonne modélisation de la situation présentée dans la **partie A**, c'est-à-dire que : pour tout x de $[0\ ;\ +\infty[$, le nombre, en milliers, d'individus de la population dont le revenu annuel est supérieur ou égal à x millions de francs est égal à $f(x)$.

a. Déterminer le nombre d'individus dont le revenu est supérieur ou égal à 2 millions de francs.

b. Déterminer le nombre d'individus dont le revenu est supérieur ou égal à 2 millions de francs et strictement inférieur à 2,5 millions de francs.

2. En économie, le nombre $\mathrm{R} = 1\,000 \displaystyle\int_p^q g(x)\,\mathrm{d}x$, où g est la fonction définie dans la **partie B**, représente la somme des revenus annuels des individus dont le revenu annuel, en millions de francs, est compris entre p et q.

a. Déterminer la somme des revenus annuels des individus dont le revenu annuel est compris entre 2 et 2,5 millions de francs.

b. Calculer le revenu annuel moyen d'un individu de ce groupe.

Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 1999

EXERCICE 1 **4 points**

L'étude de l'évolution de la population de deux villes d'une région entre 1978 et 1998 a été réalisée de deux façons différentes.
Les populations sont exprimées en milliers d'habitants et n désigne un entier naturel.

1. La 1re étude a établi que, pour chacune de ces villes, le nombre d'habitants exprimé en milliers pour l'année $(1978+n)$ est donné par les relations suivantes :

ville A : $u_n = \text{e}^{0,1n}$
ville B : $v_n = 4\text{e}^{-0,1n}$

Déterminer l'année au cours de laquelle les villes A et B auront le même nombre d'habitants.

2. La 2e étude a établi que le nombre d'habitants de la ville A a augmenté de $10,5\,\%$ par an entre 1978 et 1998.
On note P_0 la population de la ville A en 1978 et P_n sa population en $(1978+n)$.
On suppose que $P_0 = 1$.

a. Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n et montrer que P_n est une suite géométrique de raison $1,105$.

b. Exprimer P_n en fonction de n.

c. En utilisant u_n et P_n obtient-on à 20 individus près les mêmes résultats pour la population de la ville A en 1980 ? en 1995 ?

EXERCICE 2 **4 points**

Claude, élève en terminale littéraire, va passer l'épreuve d'enseignement scientifique.
Il sait que chacune des trois matières, mathématiques, sciences physiques et sciences de la vie et de la terre, a la même probabilité d'être tirée au sort comme épreuve du bac.
Claude a remarqué au cours de l'année qu'il obtenait la moyenne 4 fois sur 5 en mathématiques et 2 fois sur 3 dans chacune des 2 autres matières.
Soit : E l'évènement « Claude obtient la moyenne en enseignement scientifique » ;
M l'évènement « l'interrogation de l'enseignement scientifique porte sur les mathématiques » ;
P l'évènement « l'interrogation de l'enseignement scientifique porte sur les sciences physiques » ;
S l'évènement « l'interrogation de l'enseignement scientifique porte sur les sciences de la vie et de la terre ».
Soit X un évènement, on note $p(X)$ la probabilité qu'il soit réalisé.

1. Exprimer avec les notations ci-dessus l'évènement « Claude obtient la moyenne en enseignement scientifique en étant interrogé en mathématiques ».
   Calculer la probabilité de cet évènement.
   Le résultat sera donné sous forme de fraction.
2. Calculer $p(E \cap P)$ et $p(E \cap S)$, en déduire la probabilité que Claude ait la moyenne en enseignement scientifique.
   Les résultats seront donnés sous forme de fraction.
3. Cinq élèves de sa classe évaluent de la même façon leurs chances d'obtenir ou non la moyenne dans cette épreuve selon la matière tirée au sort.
   Quelle est la probabilité que les cinq élèves obtiennent la moyenne ?
   On donnera une valeur arrondie au centième.

PROBLÈME **12 points**

Partie A - Étude d'une fonction homographique

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-2}.$$

1. Déterminer deux réels a et b tels que $f(x) = a + \dfrac{b}{x-2}$.
2. Étudier les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.
3. On note f' la fonction dérivée de f.
   Calculer $f'(x)$, étudier son signe suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de la fonction f.

Partie B - Représentation d'une fonction exponentielle

ln désigne le logarithme népérien.
Soit h la fonction définie sur $]\ln 2\,;\,+\infty]$ par :

$$h(x) = \frac{3\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x - 2}.$$

$\mathscr{C}_h$ est la courbe représentative de h dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. (unité graphique : 1 cm).

1. Déterminer la limite de h en $\ln 2$. Que peut-on en déduire ?
2. Déterminer la limite de h en $+\infty$ et montrer que la droite d'équation $y = 3$ est asymptote à $\mathscr{C}_h$ en $+\infty$.
   Préciser la position de $\mathscr{C}_h$ par rapport à cette droite.
3. On note h' la fonction dérivée de h.
   Calculer $h'(x)$, étudier son signe suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de la fonction h.

4. Tracer la courbe $\mathcal{C}_h$ dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ ainsi que ses asymptotes.

Partie C - Calcul d'aire

1. H est la fonction définie par

$$H(x) = c\ln\left(e^x - 2\right) + dx.$$

   Déterminer les réels c et d tels que H soit une primitive de h sur $]\ln 2~;~+\infty]$.

2. Calculer, en cm^2, la valeur exacte de l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathcal{C}_h$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \ln 3$ et $x = \ln 5$.

Baccalauréat S Nouvelle–Calédonie décembre 1999

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on considère les points A(3 ; 0 ; 1), B(0 ; −1 ; 2) et C(1 ; −1 ; 0).

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire une équation cartésienne du plan ABC.
2. Soit D le point de coordonnées (1, 1, - 2). Calculer le produit scalaire du vecteur $\overrightarrow{DA}$ et du vecteur $\overrightarrow{DB} \wedge \overrightarrow{DC}$.
3. **a.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite passant par D et dont un vecteur directeur est $\vec{n}$.
   b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection H de cette droite avec le plan ABC.
   c. Calculer DH (distance du point D au plan ABC).
4. Calculer les coordonnées du point D$'$, symétrique du point D par rapport au plan ABC.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$; unité graphique : 2 cm.

1. Tracer les cercles de centre O et de rayons 1 et 2. Placer les points A, B, et D d'affixes respectives $\sqrt{3} + \mathrm{i}$, $\sqrt{3} - \mathrm{i}$ et $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$.
2. On considère la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$ et la translation T de vecteur d'affixe 1.
   a. Déterminer les affixes $z_{A'}$ et $z_{B'}$ des points A$'$ et B$'$, images respectives des points A et B par la rotation R.
   b. Déterminer l'affixe $z_{D'}$, du point D$'$, image du point D par la translation T.
   c. Placer les points A$'$, B$'$ et D$'$.
3. Déterminer un argument du nombre complexe $\dfrac{z_{A'} - z_{B'}}{z_{D'}}$.
   Justifier que la droite (OD$'$) est une médiatrice du triangle OA$'$B$'$.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Soit n un entier naturel non nul, on considère les entiers suivants : $N = 9n + 1$ et $M = 9n - 1$.

1. On suppose que n est un entier pair. On pose $n = 2p$, avec p entier naturel non nul.
   a. Montrer que M et N sont des entiers impairs.
   b. En remarquant que $N = M+2$, déterminer le PGCD de M et N.
2. On suppose que n est un entier impair. On pose $n = 2p+1$, avec p entier naturel.
   a. Montrer que M et N sont des entiers pairs.
   b. En remarquant que $N = M+2$, déterminer le PGCD de M et N.
3. Pour tout entier naturel non nul n, on considère l'entier $81n^2 - 1$.
   a. Exprimer l'entier $81n^2 - 1$ en fonction des entiers M et N.
   b. Démontrer que si n est pair alors $81n - 1$ est impair.
   c. Démontrer que $81n^2 - 1$ est divisible par 4 si et seulement si n est impair.

PROBLÈME **11 points**
Commun à tous les candidats

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle :

$$y' - 2y = \mathrm{e}^{2x}, \quad \text{(E)}.$$

1. Démontrer que la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x\mathrm{e}^{2x}$ est une solution de (E).
2. Résoudre l'équation différentielle : $y' - 2y = 0 \quad (\mathrm{E}_0)$.
3. Démontrer qu'une fonction v définie sur $\mathbb{R}$ est solution de (E) si et seulement si $v - u$ est solution de (E_0).
4. En déduire toutes les solutions de l'équation (E).
5. Déterminer la fonction, solution de (E), qui prend la valeur 1 en 0.

Partie B - Étude d'une fonction

Le plan est rapporté au repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{2x}.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Étudier la limite de f en $+\infty$ puis la limite de f en $-\infty$.
2. Soit x un nombre réel. Calculer $f'(x)$.
   Étudier les variations de f puis dresser son tableau de variations.
   Préciser le signe de $f(x)$ pour tout réel x.

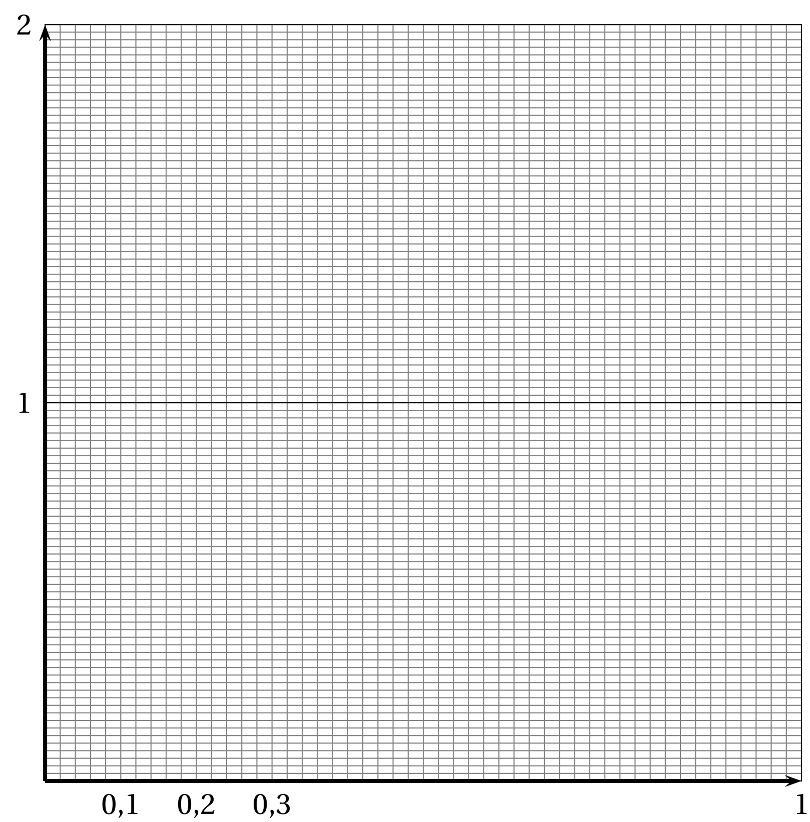
3. Soit un réel α strictement inférieur à -1. On considère le domaine plan $\mathscr{D}$ limité par $\mathscr{C}$, les droites d'équation $x = \alpha$, $x = -1$ et l'axe des abscisses.
   a. À l'aide d'une intégration par parties, calculer l'aire $\mathscr{D}(\alpha)$ du domaine $\mathscr{D}$.
   b. Déterminer la limite de $\mathscr{D}(\alpha)$ lorsque α tend vers $-\infty$.

Partie C - Résolution d'une équation

1. Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[0{,}2\,;\,0{,}3]$.
2. Recopier, puis compléter le tableau suivant :

x	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
$f(x)$						

   Les valeurs de $f(x)$ seront arrondies avec une précision de 10^{-2} près par défaut.
3. Sur le papier millimétré, ci-dessous, où les unités sont de 10 cm en abscisses et 5 cm en ordonnées, tracer l'arc de la courbe $\mathscr{C}$ pour x appartenant à $[0\,;\,0,3]$. Faire apparaître x_0 sur le graphique.



Démontrer que x_0 satisfait à la relation : $x_0 = \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{2}{x_0+1}\right)$.

Partie D - Approximation de x_0

1. Soit h la fonction définie sur I = [0,2 ; 0,3] par

$$h(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{2}{x_0+1}\right).$$

a. Démontrer que pour tout x de I, $h(x)$ appartient à I.

b. Démontrer que pour tout x de I, $|h'(x)| \leqslant 0,42$.

2. Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 0,2$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = h(u_n)$.

a. En utilisant l'inégalité des accroissements finis, démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $|u_{n+1} - x_0| \leqslant 0,42\,|u_n - x_0|$.

À l'aide d'un raisonnement par récurrence, déduire que, pour tout entier naturel n on a : $|u_n - x_0| \leqslant 0,1 \times (0,42)^n$.

b. Déterminer la limite de (u_n) .

c. Déterminer un entier p tel que $\left|u_p - x_0\right| \leqslant 10^{-5}$.

d. On note b la valeur de u_p affichée sur la calculatrice. Déterminer β valeur décimale approchée par défaut de b à 10^{-5} près.

Classer par ordre croissant les réels $f(\beta)$, $f(\beta + 10^{-5})$ et 2.

En déduire la valeur décimale approchée par défaut de x_0 à 10^{-5} près.

Baccalauréat ES 2000

L'intégrale de juin à novembre 2000

Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 2000

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution du pourcentage de logiciels piratés en France de 1990 à 1998. On désigne par x le rang de l'année et par y le pourcentage de logiciels piratés.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Pourcentage y_i	85	78	73	66	57	51	47	44	43

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal tel que :
    - 1 cm représente un an sur l'axe des abscisses
    - 1 cm représente 5 % sur l'axe des ordonnées.
2. Dans cette question les résultats seront obtenus à l'aide d'une calculatrice et arrondis au millième. Aucun détail des calculs statistiques n'est demandé.
    a. Donner le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
    Un ajustement affine est-il justifié ?
    b. Écrire une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrés.
    Représenter (D) dans le repère précédent.
    c. En utilisant cet ajustement affine, donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2004.
3. L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel.
    On pose $z = \ln(y)$.
    À l'aide d'une calculatrice, on a obtenu les résultats suivants :
    — Le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$, où $z_i = \ln\left(y_i\right)$, est $r' = -0,991$.
    — Une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés est $z = 0,093x + 4,444$ (1).
    En utilisant la relation (1), donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2004.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un industriel fabrique des tablettes de chocolat. Pour promouvoir la vente de ces tablettes, il décide d'offrir des places de cinéma dans la moitié des tablettes mises en vente. Parmi les tablettes gagnantes, 60 % permettent de gagner exactement une place de cinéma et 40 % exactement deux places de cinéma.
La notation $p(\text{A}/\text{B})$ désigne la probabilité conditionnelle de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Un client achète une tablette de chocolat. On considère les évènements suivants :
    G : « Le client achète une tablette gagnante » ;
    U : « Le client gagne exactement une place de cinéma » ;
    D : « Le client gagne exactement deux places de cinéma ».
    a. Donner $p(G)$, $p(U/G)$ et $p(D/G)$.

b. Montrer que la probabilité de gagner exactement une place de cinéma est égale à 0,3.

c. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de places de cinéma gagnées par le client.
Déterminer la loi de probabilité de X.
Calculer l'espérance mathématique de X.

2. Un client achète deux jours de suite une tablette de chocolat. Les deux achats sont indépendants.

a. Déterminer la probabilité qu'il ne gagne aucune place de cinéma.

b. Déterminer la probabilité qu'il gagne au moins une place de cinéma.

c. Montrer que la probabilité qu'il gagne exactement deux places de cinéma est égale à 0,29 (on pourra s'aider d'un arbre).

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les résultats de cet exercice seront donnés sous forme décimale arrondie au centième.
Un camp d'adolescents propose des stages d'activités nautiques pour débutants avec, au choix : planche à voile, plongée ou ski nautique.
Lors d'un stage donné, ce camp accueille vingt jeunes dont sept seront initiés à la planche à voile, huit à la plongée et cinq au ski nautique. Chaque stagiaire ne pratique qu'une seule des trois activités.

1. On forme un groupe de trois stagiaires choisis au hasard parmi les vingt.

a. Combien de groupes est-il possible de former ?

b. Déterminer la probabilité de chacun des évènements A, B et C suivants :
— A « Les trois stagiaires pratiquent des activités différentes » ;
— B « Les trois stagiaires pratiquent la même activité » ;
— C « Au moins l'un des trois stagiaires pratique le ski nautique ».

2. Parmi les vingt stagiaires, un seul se prénomme Christian. Chaque jour, on choisit au hasard un groupe de trois stagiaires chargé du service au repas de midi.

a. Montrer que la probabilité que Christian soit choisi un jour donné pour le service de midi est égale à 0,15.

b. La durée du stage est de cinq jours.
- Quelle est la probabilité de ne jamais choisir Christian pour le service de midi pendant tout le séjour ?
- Quelle est la probabilité de le choisir exactement une fois ?
- En déduire que la probabilité de choisir Christian au moins deux fois est inférieure à 0,2.

PROBLÈME **11 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$ par :

$$f(x) = -x + 7 + 6\ln(2x+1) - 6\ln(2x+2).$$

On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Justifier que f est définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

2. Déterminer la limite de f en $-\dfrac{1}{2}$.
En déduire que la courbe $(\mathscr{C})$ admet pour asymptote une droite (D) dont on précisera une équation.
3. En remarquant que, pour tout x de l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}~;~+\infty\right[$

$$6\ln(2x+1)-6\ln(2x+2)=6\ln\left(\frac{2x+1}{2x+2}\right).$$

déterminer la limite de f en $+\infty$.
4. Soit (Δ) la droite d'équation : $y=-x+7$.
   a. Quelle est la limite de $[f(x)-(-x+7)]$ lorsque x tend vers $+\infty$
   En donner une interprétation graphique.
   b. Étudier la position de la courbe $(\mathscr{C})$ par rapport à la droite (Δ).
5. **a.** Montrer que, pour tout x de l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}~;~+\infty\right[$

$$f'(x)=\frac{-2x^2-3x+5}{(2x+1)(x+1)}$$

   où f' désigne la fonction dérivée de f.
   b. Étudier le signe de f' et dresser le tableau de variations de f.
6. Soit (T) la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point M d'abscisse 0.
Déterminer une équation de la droite (T).
7. Tracer les droites $(D), (\Delta), (T)$ et la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, unité graphique 2 cm.
On placera l'axe des ordonnées à 2 cm du bord gauche de la feuille de papier millimétré.

Partie B

1. Soit H la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}~;~+\infty\right[$ par :

$$H(x)=(2x+1)\ln(2x+1)-(2x+2)\ln(2x+2).$$

Montrer que la fonction H est une primitive sur $\left]-\dfrac{1}{2}~;~+\infty\right[$ de la fonction h définie sur cet intervalle par : $h(x)=2\ln\left(\dfrac{2x+1}{2x+2}\right)$.
2. On note (E) la partie du plan comprise entre la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (Δ) et les droites d'équations respectives $x=2$ et $x=5$.
   a. Hachurer (E) sur la figure.
   b. Calculer la valeur exacte de l'aire de (E) en unités d'aire.
   c. Calculer l'aire de (E) en cm^2 (on rappelle que l'unité graphique est 2 cm). On donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième.

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 2000 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

La documentaliste d'un lycée effectue une enquête auprès de 500 élèves entrant au CDI afin de connaître le nombre d'ouvrages consultés selon la fréquentation du CDI.
On obtient les résultats suivants :
• 18 % des élèves consultent un seul ouvrage par visite et, parmi ceux-ci, 90 % viennent au moins une fois par semaine ;
• 125 élèves viennent moins d'une fois par semaine et 16 % d'entre eux consultent entre deux et cinq ouvrages par visite ;
• 45 % des élèves viennent au moins une fois par semaine et consultent chaque fois plus de cinq ouvrages.

1. Reproduire et compléter le tableau des **effectifs** ci-dessous

Fréquentation / Nombre d'ouvrages consultés	au moins une fois par semaine	moins d'une fois par semaine	Totaux
un ouvrage			
de deux à cinq ouvrages			
plus de cinq ouvrages			
Totaux			500

2. On prend au hasard un élève fréquentant le CDI et on considère les évènements :
A : « L'élève vient au moins une fois par semaine au CDI » ;
B : « L'élève consulte de 2 à 5 ouvrages » ;
C : « L'élève consulte au moins 2 ouvrages » ;
D : « L'élève vient au moins une fois par semaine au CDI et consulte entre 2 et 5 ouvrages ».
Calculer la probabilité des évènements A, B, C, D et $A \cup B$.
3. **a.** On considère un élève qui vient au moins une fois par semaine au CDI.
Quelle est la probabilité pour qu'il consulte de deux à cinq ouvrages ?
b. On considère un élève qui consulte de 2 à 5 ouvrages.
Quelle est la probabilité qu'il vienne au moins une fois par semaine au CDI ?
(N.B. : les résultats seront donnés à 10^{-3} près.)

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Le graphique donné en annexe est celui de (Γ), courbe représentative d'une fonction f définie sur $[0 ; 4]$ et de ses tangentes aux points d'abscisses 1 et 1,5.

1. Lire graphiquement $f(1)$; $f'(1)$; $f(1,5)$.
2. Parmi les trois courbes données en annexe, laquelle est susceptible de représenter f', où f' est la fonction dérivée de f ?
Justifier votre réponse à l'aide d'arguments graphiques.
3. On admet que $f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-x+1}$ où a et b sont deux réels fixés.
Calculer $f(x)$ puis utiliser la question 1 pour déterminer a et b.

4. On pose

$$H(x) = -(2x+1)\mathrm{e}^{-x+1}$$

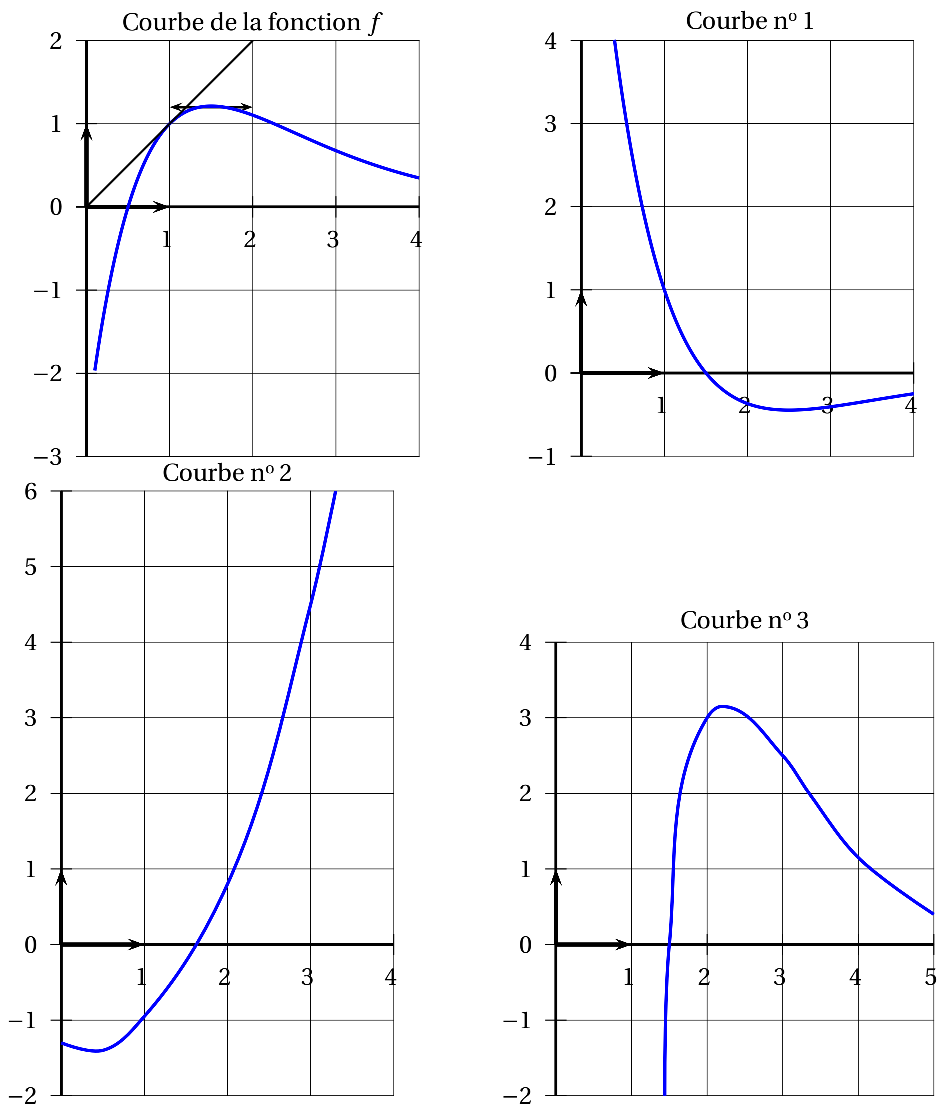
sur $\mathbb{R}$.

Vérifier que H est une primitive de h définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = (2x-1)\mathrm{e}^{-x+1}.$$

En déduire, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de la portion de plan limitée par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 4$.

Annexe



Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

1. Soit la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 80 + a\mathrm{e}^{bx}$.

   Déterminer les réels a et b pour que la courbe représentative de f, dans un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, passe par les points A(0 ; 53) et B(3 ; 60). Donner les valeurs exactes, puis une valeur arrondie à 10^{-1} près pour b.

2. Dans une entreprise, on installe un nouvel atelier. Pendant la période de « mise en route », la production le n-ième jour (n, entier naturel non nul) est donnée par :

$$U_n = 80 - 27\mathrm{e}^{-0,1n} \text{ (unités).}$$

   a. Montrer que la suite (U_n) est strictement croissante.

   b. Au bout de combien de jours la production dépassera-t-elle les 72 unités ?

3. On pose : $V_n = \mathrm{e}^{-0,1n}$ (n, entier naturel non nul).

   a. Montrer que V_n est une suite géométrique dont on donnera la raison et la limite.

   b. Calculer $S = V_1 + V_2 + \ldots + V_{12}$.
   À la suite d'une avarie, l'atelier doit être arrêté après 12 jours de fonctionnement. Quelle est la production totale obtenue pendant cette période ? Donner une valeur arrondie à l'unité.

Problème **10 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique un produit, en quantité x, exprimée en milliers de tonnes.
Le coût total de fabrication est donné par :

$$C_T(x) = \frac{x}{4} + \frac{9}{2}\ln(x+1)$$

pour $x \in [0 ; 5]$.
Les coûts sont exprimés en millions de francs.

A. Étude d'une fonction auxiliaire *f* définie sur [0 ; 5]

On considère la fonction f définie sur [0 ; 5] par :

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{9x}{x+1} - 9\ln(x+1).$$

1. Calculer $f'(x)$.

   Vérifier que l'on peut écrire $f'(x) = \dfrac{x(x-2)(x+4)}{(x+1)^2}$.

2. Établir le tableau de variations de f sur [0 ; 5].
3. En déduire que f s'annule sur]0 ; 5] pour une valeur unique a.
4. Déterminer un encadrement à 10^{-3} près de a (on précisera la méthode utilisée).
5. Déduire des résultats précédents le signe de f sur [0 ; 5].

B. Étude d'un coût moyen C_m

La fonction coût moyen C_m est définie sur]0 ; 5] par :

$$C_m(x) = \frac{C_T(x)}{x} = \frac{x}{4} + \frac{9}{2}\left[\frac{\ln(x+1)}{x}\right].$$

1. Calculer $C'_m(x)$.

   Vérifier que l'on peut écrire $C'_m(x) = \dfrac{f(x)}{2x^2}$ où f est la fonction auxiliaire de la question **A**

2. Étudier le sens de variation de C_m sur $]0~;~5]$.
3. Pour quelle production l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal, exprimé en francs par tonnes ?

   Quel est ce coût ?

∽ Baccalauréat ES Asie juin 2000 ∽

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Tiré d'une revue économique, le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de demandeurs d'emploi en France entre les mois d'octobre 1997 et mai 1998 (en milliers de personnes).

Mois	oct. 97	nov. 97	déc. 97	jan. 98	fév. 98	mar. 98	avr. 98	mai 98
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Demandeurs d'emploi y_i	3 102	3 090	3 051	3 029	3 031	3 005	2 994	2 979

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal. Les unités graphiques sont :

- 2 cm par mois sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm pour 20 milliers de demandeurs d'emploi sur l'axe des ordonnées (origine en 2 800).

a. Représenter le nuage de points $(x_i \; ; \; y_i)$.

b. Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série double et placer ce point sur le graphique.

Vous orienterez le graphique en prenant pour axe des abscisses le « grand » côté de la feuille de papier millimétré (format paysage).

2. Dans cette question, aucun calcul manuel n'est demandé. Les valeurs obtenues à l'aide de la calculatrice seront données sous forme décimale approchée à 10^{-3} près par défaut.

a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i \; ; \; y_i)$.

b. Écrire une équation de la droite (D) de régression de y en x_i par la méthode des moindres carrés. La tracer sur le schéma précédent.

3. On suppose que la tendance se poursuit.

Déterminer graphiquement, à 20 milliers près, le nombre de demandeurs d'emploi que l'on peut prévoir en septembre 1998. Vérifier ce résultat.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Un horloger fabrique deux types de montres M_1 et M_2. Ces montres possèdent :

— soit un bracelet en cuir, noté C ;
— soit un bracelet en or, noté O ;
— soit un bracelet en argent, noté A.

On sait que :

— les montres de type M_2 ne peuvent pas être pourvues d'un bracelet en cuir ;
— les bracelets en cuir représentent 40 % de la production totale, et ceux en or représentent 20 % ;
— la production de montres de type M_2 avec bracelet en argent représente 15 % de la production totale, et est le triple de celle des montres de même type qui ont un bracelet en or.

Les résultats des calculs seront donnés de manière exacte sous forme décimale.

Partie A

Recopier et compléter le tableau des pourcentages suivant :

	C	O	A	Total
M_1				
M_2				
Total				100 %

Partie B

Une montre est choisie au hasard.
Calculer la probabilité des évènements suivants :

1. C'est une montre de type M_2.
2. C'est une montre avec un bracelet en argent.
3. C'est une montre de type M_1 avec un bracelet en argent.
4. C'est une montre de type M_1, sachant que son bracelet est en argent.
5. C'est une montre de type M_2 avec un bracelet en or.
6. C'est une montre avec bracelet or, sachant qu'elle est de type M_2.
7. C'est une montre de type M_2 sachant que son bracelet est en cuir.

Exercice 2 **5 points**
Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

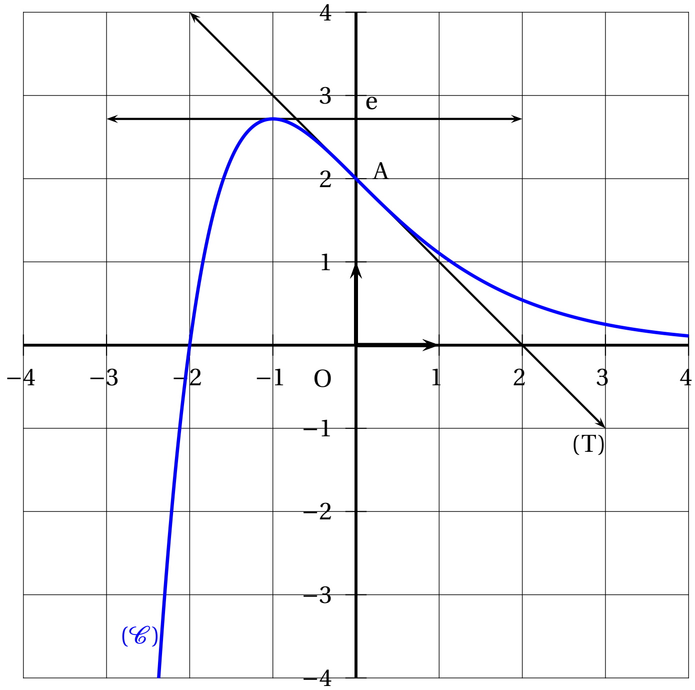
Une entreprise de 36 salariés est constituée d'apprentis, d'ouvriers et de cadres. Parmi ces personnes, 22 sont des hommes dont 18 ouvriers et 3 cadres, 6 femmes sont cadres et une est apprentie.
Dans cette société, on travaille 5 jours par semaine. Les résultats seront donnés suivant le cas, soit sous forme de fraction irréductible, soit sous forme décimale arrondie à 10^{-3} près par défaut, soit en écriture scientifique.

1. Tous les matins, une personne choisie au hasard est interrogée sur ses conditions de travail.
   Calculer la probabilité pour que, un jour donné, la personne interrogée soit :
   a. un apprenti ;
   b. un cadre, sachant que c'est un homme ;
   c. une femme, sachant que c'est une ouvrière.
2. Afin de connaître le sentiment du personnel sur le passage aux 35 heures, on interroge tous les matins 4 personnes choisies au hasard. Chaque tirage journalier est indépendant de ceux des jours précédents. L'une des femmes se prénomme Marianne.
   a. Montrer que la probabilité pour qu'un jour donné Marianne fasse partie du groupe des personnes interrogées est égale à $\dfrac{1}{9}$.
   b. On rappelle que dans cette société, on travaille 5 jours par semaine.
   Quelle est la probabilité pour que Marianne soit interrogée au moins une fois en 2 semaines ? (On considère que les choix successifs des groupes de 4 personnes sont 2 à 2 indépendants.)

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. Sur le graphique ci-dessous la courbe $(\mathscr{C})$ représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite (T) est la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A d'abscisse 0.



1. À partir des informations portées sur le graphique, reproduire sur votre copie et compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1
$f(x)$			
$f'(x)$			$-\dfrac{2}{\text{e}^2}$

2. Résoudre graphiquement, dans $\mathbb{R}$, les équations ou inéquations suivantes :

   a. $f(x) = 2$ puis $f(x) < 2$.

   b. $f'(x) = 0$ puis $f'(x) > 1$.

Partie B

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x+2)\text{e}^{-x}.$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f. On ne demande pas de construire $(\mathscr{C})$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$
   Comment se traduit graphiquement ce résultat ?
   On rappelle que la limite en $+\infty$ de $\dfrac{\text{e}^x}{x}$ est égale à $+\infty$.
3. Établir que tout x réel $f'(x) = -(x+1)\text{e}^{-x}$.
   En déduire le signe de $f'(x)$ puis le tableau de variations de la fonction f.
4. Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ a deux solutions distinctes sur l'intervalle $[-2; 4]$ et donner une valeur approchée à 10^{-2} près de celles-ci.
5. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (ax+b)\text{e}^{-x}$.

a. Déteminer les réels a et b pour que g soit une primitive de f.

b. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte puis une valeur approchée, à 10^{-2} près par défaut, de l'aire de la partie de plan limitée par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = -2$ et $x = 4$.

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2000

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0;4]$ dont la représentation graphique, dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, est la courbe $(\mathscr{C})$ donnée en annexe. Cette annexe est à rendre avec la copie.

Les points M, N, P, Q et R appartiennent à $(\mathscr{C})$. Les coordonnées de M sont $\left(0\,;\,\frac{3}{2}\right)$, celles de N sont $\left(1\,;\,\frac{7}{2}\right)$, celles de P sont $\left(2\,;\,\frac{5}{2}\right)$, celles de Q sont $\left(3\,;\,\frac{3}{2}\right)$ et celles de R sont $\left(4\,;\,\frac{7}{2}\right)$.

La courbe $(\mathscr{C})$ admet en chacun des points N et Q une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

La droite (Δ) est la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point P ; elle passe par le point S de coordonnées $(3;1)$.

1. **a.** Donner $f'(1)$, $f'(2)$ et $f'(3)$.

   b. Déterminer une équation de la droite (Δ).

2. **a.** Déterminer à l'aide du graphique le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 3$ sur l'intervalle $[\,0\;;\;4]$.

   b. Tracer la droite d'équation $y = \frac{x}{2}+\frac{3}{2}$ sur le document en annexe puis, à l'aide du graphique, résoudre l'inéquation $f(x) < \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$.

3. La fonction f est la dérivée d'une fonction F définie sur l'intervalle $[0;4]$. En justifiant la réponse, donner le sens de variation de F.

4. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[\,0\;;\;4]$ par :

$$g(x) = \frac{1}{f(x)}.$$

   a. Donner le tableau de variations de f.

   b. En déduire le tableau de variations de g.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

1. Une entreprise a fabriqué 20 000 objets d'un modèle α en 1999. Elle réduit progressivement cette production de 2 500 pièces par an jusqu'à ce que la production devienne nulle. On note u_0 la production du modèle α pour l'année 1999 et u_n la production du modèle α pour l'année $(1999 + n)$.

   a. Calculer u_1 et u_2.

   b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
   Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

   c. Exprimer u_n en fonction de n.

   d. Déterminer le nombre total d'objets de modèle α qui auront été produits du 1er janvier 1999 au 31 décembre 2007.

2. Dès 1999, cette entreprise lance un nouveau modèle β. 11 000 objets du modèle β ont été produits en 1999. La production du modèle β augmente de 8 % chaque année. On note v_0 la production du modèle β pour l'année 1999 et v_n la production du modèle β pour l'année $(1999 + n)$. Les résultats numériques seront arrondis à l'unité près.

   a. Vérifier que $v_1 = 11\,880$ et calculer v_2.

b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n. Quelle est la nature de la suite (v_n) ?

c. Exprimer v_n en fonction de n.

d. Calculer la production de l'année 2007.

e. Déterminer le nombre total d'objets de modèle β qui auront été produits du 1^er^ janvier 1999 au 31 décembre 2007.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Soit la suite u_n définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel, $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$.

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$.

a. Tracer dans un même repère orthonormal d'unité 2 cm la représentation graphique (D) de la fonction f et la droite (Δ) d'équation $y = x$.

b. Calculer les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.

c. En faisant apparaître le mode de construction, utiliser ce graphique pour représenter u_1, u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses.

d. Quels semblent être le sens de variation et la limite de la suite (u_n) ?

2. Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel par $v_n = u_{n+1} - u_n$.

a. Montrer que, pour tout entier naturel, $v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n$.
Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Préciser son premier terme v_0.

b. Exprimer v_n en fonction de n.

c. Exprimer v_n en fonction de u_n et en déduire que, pour tout entier naturel n,

$$u_n = -3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n + 4.$$

d. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

e. Déterminer la limite de la suite (u_n).

PROBLÈME **10 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 + 1 - \ln x.$$

1. Calculer la fonction dérivée de g et étudier son signe.

2. Donner le tableau de variations de g (on ne demande pas les limites en 0 et en $+\infty$). En déduire le signe de $g(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln x}{x}$$

et soit $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.

   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$. (On rappelle que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$.)

2. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ où f' est la fonction dérivée de f. En déduire le signe de $f'(x)$ puis le tableau de variations de f.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution x_0 dans l'intervalle $[2~;~3]$.
   À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de x_0.

4. **a.** Calculer la limite de $\left[f(x) - \left(x + \dfrac{1}{2}\right)\right]$ lorsque x tend vers $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

   b. Calculer les coordonnées du point A, intersection de la courbe $(\mathscr{C})$ avec la droite (D) d'équation $y = x + \dfrac{1}{2}$.

   c. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A.

   d. Étudier la position de la courbe $(\mathscr{C})$ par rapport à la droite (D).

5. Tracer $(\mathscr{C})$, (D) et (T) dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

Partie C

Soit F la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$F(x) = \frac{x^2 + x + (\ln x)^2}{2}$$

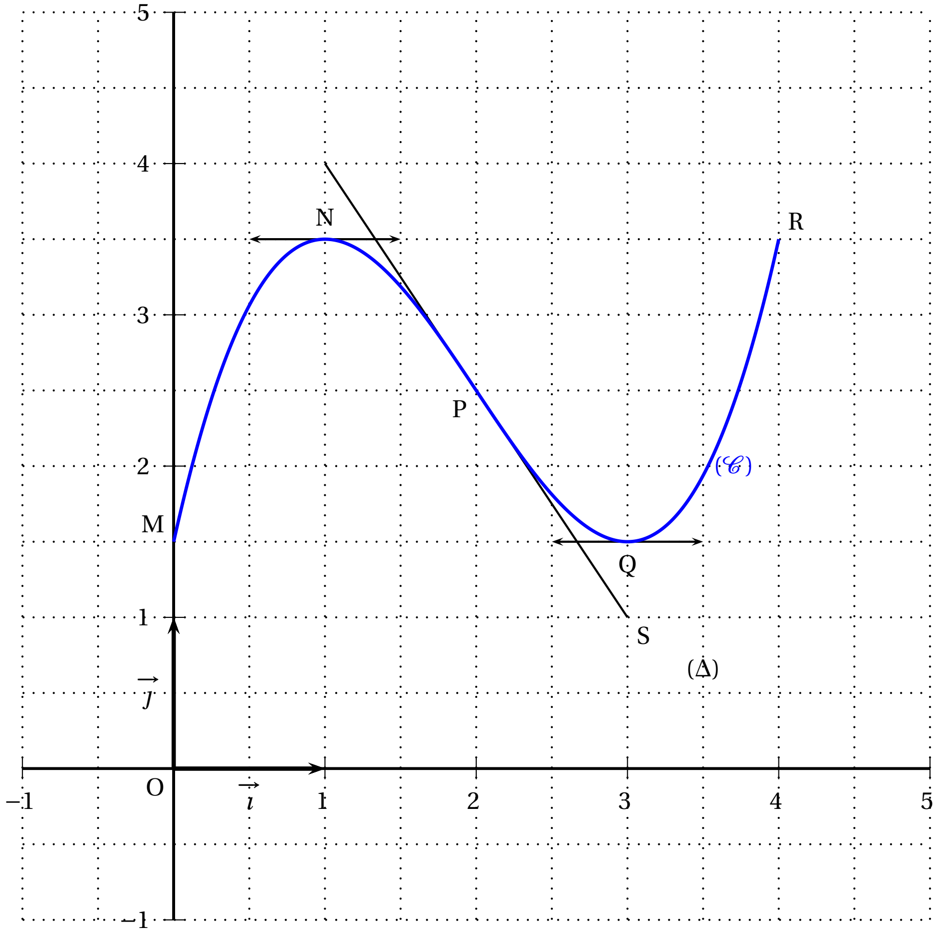
1. Montrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

2. **a.** Hachurer, sur le graphique précédent, le domaine E limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = \text{e}$.

   b. Calculer l'aire de E en unité d'aire, de manière exacte.

   c. Donner la valeur exacte de cette aire en cm^2 et en donner la valeur décimale arrondie au dixième.

Annexe à rendre avec la copie



Baccalauréat ES La Réunion juillet 2000

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

En vue d'étudier ses préférences alimentaires, le chien Motus a le choix chaque soir entre un et un seul des deux menus suivants :

• des croquettes ;

• une soupe avec de la viande et des pâtes aux légumes.

Une étude réalisée sur un nombre élevé de jours permet de constater que Motus a préféré la soupe dans 70 % des cas et les croquettes dans 30 % des cas.

On admet que le comportement du chien reste identique dans l'avenir.

1. On considère un jour donné choisi au hasard, et on appelle C l'évènement « Motus choisit les croquettes ».

Calculer les probabilités de C et de $\overline{C}$.

2. On observe les choix du chien pendant trois jours consécutifs. On admet que ces choix sont indépendants d'un jour à l'autre.

Construire un arbre pondéré pour décrire tous les choix possibles du chien.

3. Si Motus choisit les croquettes, il boit 1 litre d'eau après son repas, s'il choisit la soupe il ne boit que 1/2 litre d'eau.

On note la quantité bue par le chien après ses repas pendant 3 jours consécutifs, choisis au hasard.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de litres d'eau bue par le chien. On suppose que les choix du chien sont indépendants d'un jour à l'autre pendant ces 3 jours.

a. Quelles sont les valeurs possibles de X ?

b. Établir la loi de probabilité de X.

c. Calculer $\mathrm{E}(X)$ et interpréter cette valeur.

EXERCICE 2 **5 points**

(enseignement obligatoire)

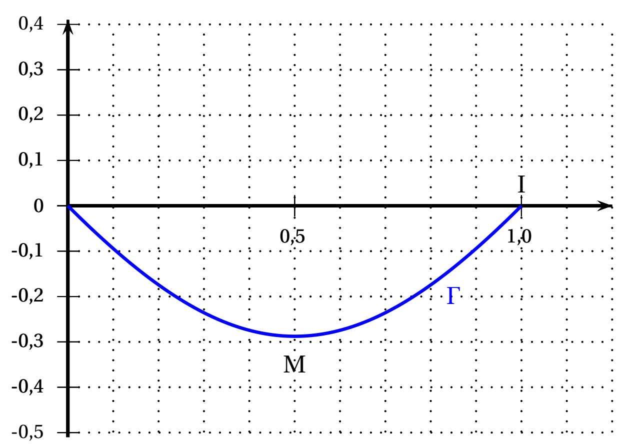
Le but de cet exercice est de déterminer laquelle des fonctions f_1, f_2, f_3 définies sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par :

• $f_1(x) = x^2 - x$

• $f_2(x) = \ln(x^2 - x + 1)$

• $f_3(x) = x\mathrm{e}^{x-1} - x$

est représentée par la courbe Γ donnée ci-dessous dans un repère orthonormé.



1. Calculer les fonctions dérivées f_1', f_2', f_3' des fonctions $f_1,\ f_2,\ f_3$.
2. L'examen de la courbe Γ permet d'obtenir cinq informations : A, B, C, D, E.
   - A : les points de coordonnées $(0\,;0)$ et $(1\,;0)$ appartiennent à Γ.
   - B : la courbe Γ admet en O une tangente d'équation $y = -x$.
   - C : la courbe Γ admet en I une tangente d'équation $y = x - 1$.
   - D : la courbe Γ admet en M une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
   - E : l'ordonnée du point M est inférieure à $-0,26$.

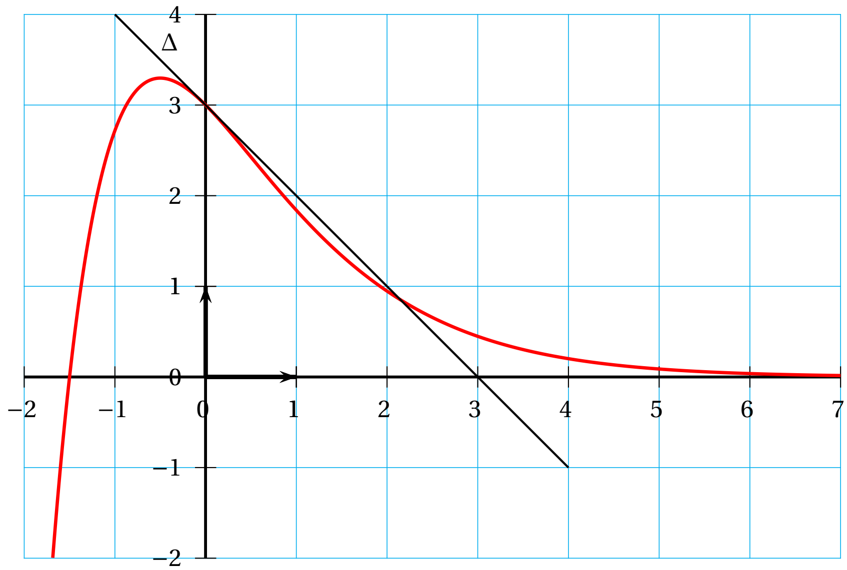
   En utilisant chacune des cinq informations, dans chaque cas, vous préciserez pour chacune des fonctions $f_1,\ f_2,\ f_3$, celles qui vérifient la condition correspondante et celles qui ne vérifient pas cette condition.
   Conclure en donnant une équation de la courbe Γ sur l'intervalle $[0\,;1]$.

EXERCICE 2 **5 points**
(enseignement de spécialité)

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \text{e}^{-x}(ax + b),\ \text{où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

La droite Δ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
Cette tangente passe par les points $\text{A}\left(-\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{7}{2}\right)$ et $\text{B}\left(\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{5}{2}\right)$.



Partie A

1. Lire sur le graphique les valeurs de $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)$, $f(0)$, $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$.
2. Calculer $f'(0)$.
3. Déterminer une équation de la droite Δ.
4. Déterminer les valeurs des réels a et b.

Partie B

1. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\mathrm{e}^{-x}(2x+1)+1$.
   Établir le tableau de variation de h (on ne calculera pas les limites aux bornes de $\mathbb{R}$).
   En déduire que, pour tout x de $[0\,;\,1]$, on a $h(x) \leqslant 0$.
2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{-x}(2x+3)+x-3$.
   Calculer $g'(x)$ et exprimer $g'(x)$ en fonction de $h(x)$.
3. En déduire le sens de variation puis le signe de $g(x)$ sur $[0\,;\,1]$.

Partie C

1. Déduire des parties précédentes que la courbe $\mathscr{C}$ est au-dessous de la droite Δ pour les points d'abscisse x appartenant à $[0\,;\,1]$.
2. En déduire l'inégalité : $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \frac{5}{2}$.

PROBLÈME **10 points**

Au 1/01 /1999, une entreprise s'est équipée d'un certain nombre de machines-outils identiques, coûtant chacune à l'achat 400 000 F.
Au bout de t années, chacune se revend en ayant perdu chaque année 26 % de sa valeur de l'année précédente; on désigne par $R(t)$ cette valeur de revente.
On estime que l'entretien d'une machine coûte forfaitairement 20 000 F, pour toute l'utilisation jusqu'à sa revente.
On appelle coût d'investissement $I(t)$ d'une machine pour l'année t, le coût d'achat de cette machine augmenté du montant forfaitaire de son entretien diminué de sa valeur de revente l'année t.
On donne $I(t) = 420 - R(t)$, exprimé en milliers de francs.

1. Exprimer $R(t)$ en fonction de t.
2. On modélise $R(t)$ par la fonction suivante, définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$R(t) = 400\mathrm{e}^{-0,3t}.$$

   On désigne par $C(t)$ le coût total d'utilisation d'une machine au bout de t années. $C(t)$ est donné par :

$$C(t) = 420 - 400\mathrm{e}^{-0,3t}.$$

   a. Calculer la limite de $C(t)$ en $+\infty$.
   Calculer la dérivée de $C(t)$ et étudier son signe.
   Étudier les variations de la fonction C pour $t \in [0\,;\,+\infty[$.

   b. Vérifier qu'au bout de 15 ans, le coût total est pratiquement égal au coût d'achat augmenté du coût d'entretien, à 5 000 F près.

3. L'entreprise décide de revendre les machines dès que le coût total d'utilisation d'une machine dépasse 330 000 F.

   a. Résoudre l'inéquation $C(t) > 330$. Donner la réponse en nombre entier d'années.

   b. Pour des raisons comptables, l'entreprise revend ses machines au mois de janvier. En quelle année doit-elle le faire?
   Quel sera le prix de revente d'une machine à cette date?
   (On donnera la meilleure approximation de ce prix en nombre entier de milliers de francs.)

∽ Baccalauréat ES Liban juin 2000 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

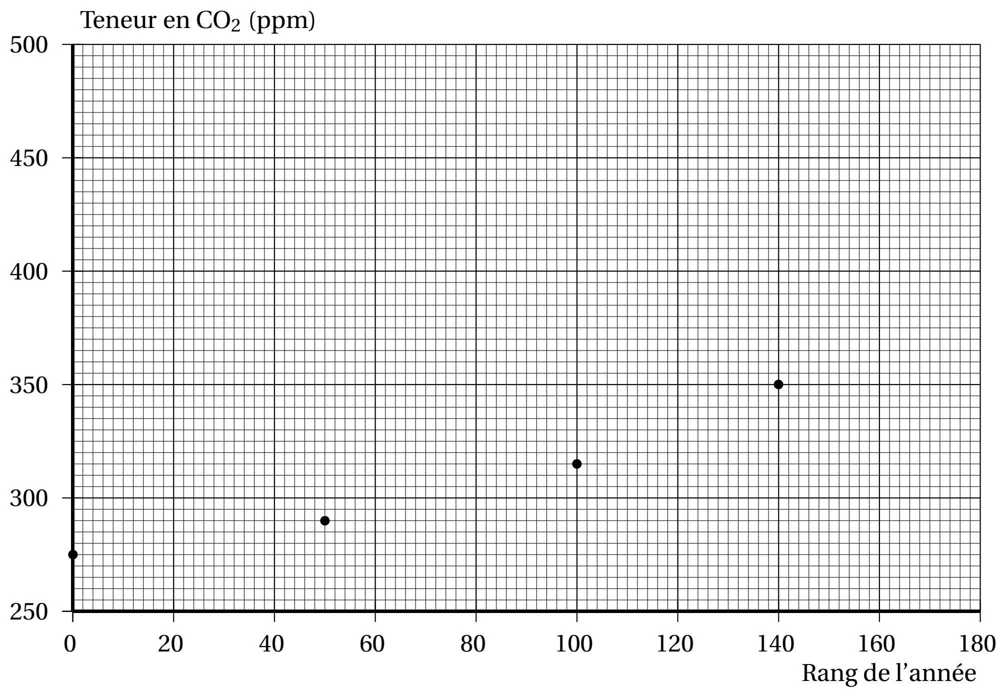
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant indique la teneur de l'air en dioxyde de carbone (CO_2), observée depuis le début de l'ère industrielle.

Dans le tableau ci-dessous, x_i représente le rang de l'année et y_i la teneur en CO_2 exprimée en parties par million (ppm).

Année	1850	1900	1950	1990
Rang de l'année x_i	0	50	100	140
Teneur en CO_2 y_i	275	290	315	350

On a représenté dans le repère ci-après le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.



On veut modéliser cette évolution par une fonction dont la courbe est voisine du nuage de points. Plusieurs types de fonctions semblent utilisables.

1. Modélisation par une fonction affine

   a. À l'aide d'une calculatrice, donner le coefficient de corrélation linéaire, arrondi au centième, de la série $(x_i\ ;\ y_i)$.

   b. À l'aide d'une calculatrice, donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$, avec a arrondi au centième et b à l'unité. Représenter cette droite dans le repère ci-dessus.

   c. Selon ce modèle, quelle teneur en CO_2 peut-on prévoir en 2010 ? Placer dans le repère ci-dessus le point M correspondant à cette prévision.

2. Modélisation par une fonction f définie par $f(x) = 250 + B\text{e}^{Ax}$.

On pose $z_i = \ln\left(y_i - 250\right)$. On admet que la série $(x_i\ ;\ z_i)$ a pour coefficient de corrélation linéaire 0,999 et qu'une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés est : $z = 0,01x + 3,2$.

a. Selon ce modèle, quelle teneur en $C0_2$ peut-on prévoir en 2010 ? Placer dans le repère ci-dessus le point N correspondant à cette prévision.

b. Donner une équation de la courbe d'ajustement de y en x, sous la forme $y = f(x) = 250 + B\text{e}^{Ax}$, avec A arrondi au centième et B à l'unité.

c. En déduire des valeurs approchées décimales arrondies à l'unité près de $f(0)$, $f(50)$, $f(100)$, $f(140)$.

3. Laquelle des deux prévisions de la teneur en CO_2 pour 2010 vous semble la plus plausible ? Pourquoi ?

EXERCICE 2 **5 points**
obligatoire

Un jeu forain utilise une roue divisée en dix secteurs : sept sont verts, trois sont rouges.
On fait tourner la roue, et lorsqu'elle s'arrête, un repère désigne un secteur, chaque secteur ayant la même probabilité d'être obtenu.
Jouer une partie est l'expérience aléatoire consistant à faire tourner la roue trois fois de suite, de façon indépendante, en notant à chaque arrêt la couleur obtenue.

1. **a.** Représenter à l'aide d'un arbre cette expérience aléatoire et indiquer sur chaque branche les probabilités correspondantes.

b. Montrer que la probabilité d'obtenir trois fois le vert est égale à $0,343$.

c. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une fois le rouge.

d. Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux fois le rouge.

2. Pour jouer une partie, un joueur doit miser une somme d'argent : soit m le montant de sa mise. S'il obtient trois fois le vert, il perd sa mise. S'il obtient une ou deux fois le rouge, il récupère sa mise. S'il obtient trois fois le rouge, il récupère sa mise et gagne une somme égale à dix fois sa mise.

On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur : les valeurs que peut prendre X sont $-m$, 0 et $10m$.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Exprimer l'espérance de X en fonction de m. Expliquer pourquoi, quelle que soit la mise du joueur, la règle du jeu avantage le forain.

EXERCICE 2 **5 points**
(spécialité)

Partie A - Étude d'une suite

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 900$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,6u_n + 200$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 500$.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera le terme et la raison.

b. Exprimer v_n en fonction de n. En déduire que $u_n = 400 \times (0,6)^n + 500$.

c. Déterminer la limite de la suite (u_n).

Partie B - Application économique

Dans un pays, deux sociétés A et B se partagent le marché des télécommunications. Les clients souscrivent, le 1er janvier, soit auprès de A, soit auprès de B, un contrat d'un an au terme duquel ils sont libres à nouveau de choisir A ou B.
Cette année 2000, la société A détient 90 % du marché et la société B, qui vient de se lancer, 10 %. On estime que, chaque année, 20 % de la clientèle de A change pour B, et de même 20 % de la clientèle de B change pour A. On considère une population représentative de 1 000 clients de l'année 2000. Ainsi, 900 sont clients de la société A et 100 sont clients de la société B. On veut étudier l'évolution de cette population les années suivantes.

1. **a.** Vérifier que la société A compte 740 clients en 2001.
   Calculer le nombre de clients de A en 2002.

   b. On note a_n le nombre de clients de A l'année $(2000 + n)$.
   Établir que $a_{n+1} = 0,8a_n + 0,2(1\,000 - a_n)$.
   En déduire que $a_{n+1} = 0,6a_n + 200$.
2. En utilisant le résultat de la **partie A**, que peut-on prévoir pour l'évolution du marché des télécommunications dans ce pays ?

PROBLÈME **10 points**

*Le but du problème est l'étude d'une fonction et le tracé de sa courbe représentative (**Partie** B), en s'appuyant sur l'étude du signe d'une fonction auxiliaire (**Partie** A).*

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{-1 + \ln x}{x^2}.$$

Certains renseignements concernant la fonction f sont consignés dans le tableau suivant :

x	1		$e^{\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$f(x)$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$f\left(e^{\frac{3}{2}}\right)$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$

1. **a.** Montrer que, pour x élément de l'intervalle $[1~;~+\infty[$, on a : $f'(x) = \dfrac{3 - 2\ln x}{x^3}$, où f' désigne la dérivée de f.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x, et retrouver les variations de f données dans le tableau (aucun calcul de limite n'est demandé).
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1~;~e]$.
3. En utilisant les résultats précédents et le tableau de variation de f, donner le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.

Partie B

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ par

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 1 - \frac{\ln x}{x}$$

et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal.

1. **a.** Déterminer la limite de g en $+\infty$. (On rappelle que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$.)

   b. Montrer que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left[g(x)-\left(\frac{1}{2}x+1\right)\right]=0$.

   Interpréter ce résultat pour la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y=\dfrac{1}{2}x+1$ et la courbe $\mathcal{C}$

   c. Étudier la position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à la droite $\mathcal{D}$.

2. Montrer que la fonction f étudiée dans la **partie A** est la fonction dérivée de g.
   En déduire le sens de variation de g.

3. Soit M le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse e, et T la tangente à $\mathcal{C}$ en M. Justifier que T est parallèle à $\mathcal{D}$.

4. Tracer les droites $\mathcal{D}$ et T dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$(unité graphique : 2 cm).
   Indiquer le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse α (on utilisera 1,25 pour valeur approchée de α) et la tangente à $\mathcal{C}$ en ce point. Enfin, tracer la courbe $\mathcal{C}$.

5. On désigne par $\mathcal{S}$ le domaine limité par la courbe $\mathcal{C}$, la droite $\mathcal{D}$ et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=\text{e}$.
   Soit A la valeur exprimée en unités d'aire de l'aire du domaine $\mathcal{S}$.

   a. Exprimer A à l'aide d'une intégrale (on ne cherchera pas à calculer cette intégrale dans cette question).

   b. Une primitive sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$ de la fonction h définie par $h(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ est
   $H(x)=\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$.
   Calculer A.

Baccalauréat ES Métropole juin 2000

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant, publié en août 1999 dans une revue économique, donne la part du temps partiel au sein de la population active (les valeurs pour 2000 et 2004 sont le résultat d'une estimation).

Année x_i	1980	1985	1990	1995	1997	2000	2004
Part du temps partiel en % y_i	8,3	11	12	15,6	16,8	18	20

On étudie la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ pour $\mathbf{1980 \leqslant x_i \leqslant 1997}$.
Les calculs seront effectués à la calculatrice.

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ pour $1980 \leqslant x_i \leqslant 1997$. On prendra : 1 cm pour une part de 2 % en ordonnée, 2 cm pour 5 ans en abscisse en prenant pour origine le point (1980 ; 0).
2. Déterminer les coordonnées de G, point moyen de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Le placer sur le graphique.
3. **a.** Donner la valeur arrondie à 10^{-3} près du coefficient de corrélation linéaire de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Un ajustement affine est-il justifié ?
   Dessiner cette droite sur le graphique.
   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (a et b arrondis à 10^{-3} près).
   c. Peut-on considérer que les estimations pour 2000 et 2004 faites par la revue ont été réalisées en utilisant l'équation obtenue à la question **3. b.** ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

En 1998 un constructeur automobile français a vendu dans la catégorie « petites voitures » 283 049 véhicules répartis de la façon suivante :
86 214 du modèle A, 166 937 du modèle B, le reste du modèle C.
Le constructeur estime que la probabilité de choix d'un de ces modèles par un client ayant l'intention d'acheter une voiture de cette catégorie, est égale à la fréquence de vente de ce modèle dans la catégorie « petites voitures » de cette marque.
Les résultats seront arrondis à trois décimales.

1. Déterminer la probabilité qu'un client acheteur choisisse le modèle B.
   Quelle est la probabilité qu'il ne choisisse pas le modèle B ?
2. Trois clients achètent un véhicule dans la catégorie « petites voitures », leur choix se fait de façon indépendante. On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de clients parmi les trois qui achètent le modèle B.
   a. Construire un arbre de probabilité et déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Calculer l'espérance mathématique de X.
3. Représenter la fonction de répartition de X
4. Quelle est la probabilité pour qu'au plus deux clients sur les trois achètent un véhicule du modèle B ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le système bancaire, recevant un dépôt initial S_0 =50 000 F, en remet 80 % en circulation sous forme de prêts et en conserve 20 % (le montant de cette réserve sera notée E_0). L'activité économique se traduit par le fait que les sommes prêtées reviennent dans le système où elles apparaissent comme un nouveau dépôt S_1, dépôt qui sera traité selon le même processus 80 % remis en circulation, 20 % mis en en réserve).
Le dépôt initial de 50 000 F engendre ainsi une suite S_n de dépôts successifs et une suite E_n de mises en réserve.

1. **a.** Calculer S_1, S_2, E_0, E_1, et E_2.
   b. Exprimer S_n à l'aide de S_{n-1}.
   c. En déduire les expressions de S_n et de E_n en fonction de n.
2. On fait le bilan après que la banque ait reçu les n premiers dépôts $S_0, \ldots, S_{n-1}$, (et ait procédé aux mises en réserve correspondantes).
   a. Calculer en fonction de n la somme totale D_n que la banque a reçue.
   b. Calculer la somme totale R_n que la banque a inscrite en réserve.
3. **a.** Montrer que la limite R de la suite (R_n) est égale au dépôt initial S_0.
   b. Déterminer la limite D dans la suite (D_n). Quelle est l'interprétation de la différence $D - S_0$?

PROBLÈME **11 points**

Partie A

1. Soit C_m la fonction définie sur [0 ; 6] par :

$$C_m(q) = 0,8 + 4(1-2q)\text{e}^{-2q}$$

   Cette fonction traduit le coût marginal quotidien d'une usine pour la fabrication d'un produit chimique sous forme liquide, q étant la quantité de produit exprimée en milliers de litres et $C_m(q)$ exprimé en milliers de francs.
   Dresser le tableau de variations de C_m, la valeur de $C_m(1)$ figurera dans le tableau.
   En déduire le signe de $C_m(q)$ sur [0 ; 6].
2. **a.** Montrer que la fonction g définie sur [0 ; 6] par $g(q) = 4q\text{e}^{-2q}$ admet pour fonction dérivée la fonction définie par :

$$g'(q) = 4(1-2q)^{\text{e}-2q}.$$

   b. Le coût marginal est assimilé à la fonction dérivée du coût total. Sachant que les coûts fixes $C_T(0)$ s'élèvent à un millier de francs, déterminer la fonction C_T traduisant le coût total en fonction de q.
3. **a.** Déterminer les variations de C_T sur [0 ; 6] en utilisant la question **1.**.
   b. Représenter la fonction coût total dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ (unité graphique 2 cm).

Partie B

Le prix de vente de ce liquide est de 1,80 F par litre. La fabrication quotidienne est vendue en totalité.

1. **a.** Représenter sur le graphique précédent la fonction traduisant la recette quotidienne.

b. Montrer que le bénéfice noté $B(q)$ s'exprime par :

$$B(q) = q - 1 - 4q\mathrm{e}^{-2q}.$$

2. Soit la fonction h définie sur $[0\,;\,6]$ par :

$$h(q) = 1,8 - C_m(q).$$

a. Étudier les variations de h en utilisant celles de C_m.

b. Démontrer que l'équation $h(q) = 0$ a une unique solution α sur $[0\,;\,1]$. (On ne demande pas de calculer α.)

c. En déduire le signe de $h(q)$ pour $q \in [0;6]$.

3. **a.** En utilisant la question précédente donner les variations de B.

b. Donner une valeur de $B(\alpha)$ avec deux décimales en prenant 0,28 comme valeur de α.
Que représente cette valeur pour cette usine ?

Baccalauréat ES Polynésie juin 2000

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un client désirant louer une voiture auprès de la société ALIZÉ doit formuler sa demande en précisant deux critères :
- la puissance du véhicule : il a le choix entre deux catégories A ou B ;
- l'équipement : voiture climatisée ou non climatisée.

Une étude statistique portant sur un grand nombre de clients a permis d'établir que 60 % des clients louent une voiture de catégorie A et que, parmi eux, 20 % désirent la climatisation. En revanche, 60 % des clients préférant la catégorie B optent pour la climatisation.

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré la situation décrite ci-dessus.
2. Dans cette question, on donnera des résultats numériques exacts. On choisit au hasard un client et on définit les évènements suivants :
   « Le client a choisi une voiture de catégorie A climatisée »
   « Le client a choisi une voiture climatisée ».
   a. Déterminer la probabilité de ces évènements.
   b. Quelle est la probabilité pour que la voiture choisie soit de catégorie A, sachant qu'elle est climatisée ?
3. On suppose que le nombre des clients est suffisamment important pour que la probabilité de choisir une voiture climatisée de catégorie A soit, pour chacun d'eux, celle obtenue à la question 2 et que leurs choix sont indépendants les uns des autres. On choisit au hasard trois clients.
   Soit X le nombre de voitures de catégorie A climatisées louées par ces trois clients.
   a. Montrer que la probabilité de l'évènement $[X = 3]$ est $(0,12)^3$.
   b. Déterminer la probabilité de l'évènement $[X = 0]$ et en donner l'arrondi à deux décimales.
   c. Déterminer la probabilité de l'évènement « Au moins un des clients a choisi une voiture de catégorie A climatisée » et en donner l'arrondi à deux décimales.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Tous les résultats pourront être obtenus à l'aide de calculatrice sans justification seront arrondis à deux décimales.

Chaque trimestre l'INSEE publie la moyenne annuelle des quatre derniers indices trimestriels du coût de la construction des immeubles à d'habitation (base 100 au 4^{e} trimestre 1953). Le tableau suivant donne ces moyennes pour les premiers trimestres des années 1995 à 1999.

Année	1995	1996	1997	1998	1999
rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
moyenne des indices y_i	1 017	1 024,5	1 038	1 063,25	1 065

(*Source : INSEE*)

1. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique. Un ajustement affine est-il envisageable ? Expliquer pourquoi.
2. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.
3. En supposant que l'évolution se poursuive de la même façon, estimer la moyenne des indices prévisible au 1er trimestre 2000.

4. Monsieur Dupont loue à monsieur Lejeune, 3 000 F par mois, un studio à compter du 1er août 1999. Le contrat prévoit une révision annuelle des loyers au 1er août : les loyers sont proportionnels aux moyennes des indices du coût de la construction du premier trimestre de l'année (la moyenne des indices correspondant au loyer initial est 1 065).

   Le propriétaire envisage de fixer le loyer à 3 060 F à compter du 1er août 2000. Cette augmentation serait-elle conforme au contrat si l'on tient compte de la moyenne des indices obtenue à la question 3 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Madame X décide de verser 5 000 F, chaque année, le 31 décembre, sur un compte en assurance-vie, à partir de l'année 1999. Toutes les sommes déposées sont rémunérées au taux annuel de 5 %, à intérêts composés, ce qui signifie que chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital le 31 décembre et produisent à leur tour des intérêts.
On désigne par C_n(n entier positif ou nul) le capital, exprimé en francs, dont Madame X dispose sur son compte au 1er janvier de l'année $(2000+n)$. On a donc $C_0 = 5000$.

1. **a.** Montrer que le capital acquis au 1er janvier 2001 est 10 250 F.

   b. Établir que, pour tout entier n positif ou nul : $C_{n+1} = 1,05C_n + 5000$.

2. **a.** On pose $u_n = C_n + 100000$, pour n entier positif ou nul. Établir une relation entre u_{n+1} et u_n. En déduire que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

   b. Exprimer (u_n) en fonction de n.

   c. Montrer que $C_n = 105000(1,05)^n - 105000$.

   d. En quelle année le capital acquis dépasse-t-il 200 000 F pour la première fois ?

3. On pose $S = 5000 + 5000(1,05) + 5000(1,05)^2 + \ldots + 5000(1,05)^{19} + 5000(1,05)^{20}$.

   Calculer la valeur exacte de S et montrer que $S = C_{20}$.

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction numérique f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x + 2\frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

et on note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité graphique 2 cm).

A. Étude de f sur $[0\,;\,+\infty[$

1. Justifier que $f(x) = x + 2 - \dfrac{4}{e^x + 1}$ puis déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à $(\mathscr{C})$ en $+\infty$.

   Étudier la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à (D).

3. On désigne par M le point de la courbe $(\mathscr{C})$ d'abscisse x et N le point de (D) de même abscisse x. La distance entre les points M et N est le nombre $MN = \dfrac{4}{e^x + 1}$. Résoudre l'inéquation $MN < 10^{-1}$.

4. Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

5. Démontrer que l'équation $f(x) = 1$ admet dans l'intervalle $[0\,;\,1]$ une solution unique x_0 dont on déterminera un encadrement à 10^{-1} près.

B. Représentation de la courbe ($\mathscr{C}$)

1. Donner le coefficient directeur de la tangente (T) à ($\mathscr{C}$) au point d'abscisse 0.

2. Tracer (T), (D) et la partie de la courbe ($\mathscr{C}$) correspondant aux points dont l'abscisse appartient à $[0~;~4]$. Faire figurer le point de la courbe d'abscisse x_0 sur le schéma.

C. Primitive de *f*

1. Soit g la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}.$$

a. Déterminer une primitive G de g sur $[0~;~+\infty[$.

b. Vérifier que $\dfrac{1}{\mathrm{e}^x + 1} = 1 - g(x)$ sur $[0~;~+\infty[$.

2. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en cm^2, de la portion du plan délimitée par ($\mathscr{C}$), la droite (D) et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$. Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$ puis en donner l'arrondi à deux décimales.

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2000

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Dans une entreprise de conception de logiciels pour l'informatique, 20 % des employés ont un diplôme en gestion des affaires. 70 % des diplômés en gestion des affaires ont des postes de cadre, alors que seulement 15 % de ceux qui n'ont pas ce diplôme occupent ces postes.
Le comité d'entreprise organise en fin d'année une loterie pour tout le personnel. Chaque employé reçoit un billet de loterie et un seul.
Tous les billets sont placés dans une urne et on en tire un totalement au hasard.
L'employé gagnant se voit alors offrir un voyage.

1. **a.** Construire un arbre de probabilité décrivant cette situation.
   b. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   G : « L'employé gagnant a un diplôme de gestion des affaires ».
   C : « L'employé gagnant est un cadre de l'entreprise ».
2. Sachant que l'employé gagnant est un diplômé en gestion des affaires, quelle est la probabilité que ce soit un cadre ?
3. Quelle est la probabilité que l'employé gagnant soit un cadre si l'on sait qu'il n'est pas diplômé en gestion des affaires ?
4. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   « L'employé gagnant est cadre et diplômé en gestion des affaires ».
   « L'employé gagnant est cadre et non diplômé en gestion des affaires ».

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Dans cet exercice, les résultats numériques pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice et seront arrondis à 2 chiffres après la virgule.
Le tableau suivant donne le bénéfice, en millions de francs (MF), obtenu chaque année par une entreprise pour les années 1995 à 1999.

Année	1995	1996	1997	1998	1999
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Bénéfice y_i	10	9	12	8	11

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Que peut-on en déduire quant à la pertinence d'un ajustement affine pour cette série statistique à deux variables ?
2. On considère ensuite la série z_i des effectifs cumulés croissants de la série y_i.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Année	1995	1996	1997	1998	1999
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Bénéfice y_i	10	19			

   b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et z.
   c. Donner une équation de la droite de régression de z en x.
   d. À l'aide des résultats précédents, montrer qu'il est possible de calculer une estimation du bénéfice cumulé pour l'année 2000, puis du bénéfice pour l'année 2000, arrondi à une unité près.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Une usine produit des appareils ménagers comportant des composants électriques et des pièces mécaniques. Ces appareils peuvent être défectueux. Ces défauts peuvent avoir deux origines, défaut d'origine mécanique, défaut d'origine électrique.
Ces deux défauts sont indépendants et peuvent être simultanés sur un même appareil.
Un suivi statistique de la production journalière permet d'attribuer une valeur de probabilité aux évènements suivants :

- La probabilité, pour un appareil tiré au hasard dans la production journalière, d'être défectueux est de $1,5 \times 10^{-3}$.
- Pour un appareil pris au hasard parmi ceux qui sont défectueux, la probabilité pour que l'une des origines de la panne soit due aux composants électriques est égale à 0,7.
- La probabilité, pour un appareil pris au hasard parmi ceux qui ont un défaut électrique, d'avoir aussi un défaut mécanique est de 0,8.

On désigne par D l'évènement « L'appareil est défectueux ».
On désigne par E l'évènement « L'appareil présente un défaut électrique ».
On désigne par M l'évènement « L'appareil présente un défaut mécanique ».
Les résultats numériques seront donnés avec cinq chiffres après la virgule.

1. Calculer la probabilité de l'évènement : « L'appareil ne présente aucun défaut ».
2. Construire un arbre pondéré représentant cette situation.
3. Calculer les probabilités suivantes :
   a. $P(E \cap M)$;
   b. $P(E)$;
   c. $P(M)$.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Soit f la fonction numérique définie sur $]0 ; +\infty[$ dont une courbe représentative $(\mathscr{C})$ est donnée en annexe dans un repère orthogonal.
Dans tout le problème on se contentera d'étudier les fonctions sur $]0 ; 5]$.

1. Au moyen d'une lecture graphique et en utilisant le tableau de valeurs, donner le signe de f sur $]0 ; 5]$.
2. On note F la primitive de f sur $]0 ; +\infty[$ qui prend la valeur 0 pour $x = 1$.
   La courbe de F est donnée en annexe.
   Calculer, en unité d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine $\mathscr{A}$ compris entre la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = \text{e}$.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x}.$$

1. Calculer la limite de f en zéro par valeurs supérieures.
   Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C})$?
2. Calculer la dérivée de f et étudier le signe de cette dérivée.
   Dresser le tableau des variations de f sur $]0 ; 5]$.

3. Calculer une primitive de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$.
   Donner l'expression de F.

Partie C

Une entreprise qui fabrique des ustensiles de cuisine sait qu'elle peut en produire jusqu'à 5 000 par jour et que son bénéfice, exprimé en milliers de francs, est donné par :

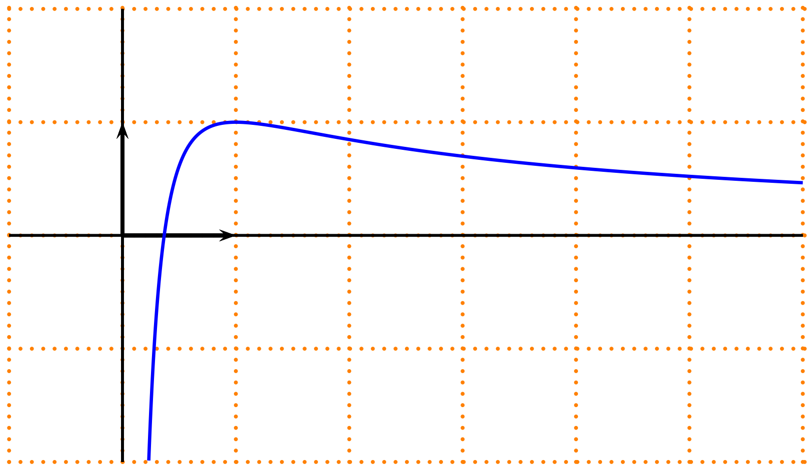
$$B(q) = 10 \times \frac{1+\ln(q)}{q}$$

où q est le nombre d'unités produites, en milliers.
Déduire de l'étude de la **partie B** :

1. Le nombre minimal d'unités à produire pour que l'entreprise atteigne le seuil de rentabilité (bénéfice positif) ;
2. Le nombre exact d'unités à produire pour que l'entreprise obtienne un bénéfice maximum, ainsi que la valeur de ce bénéfice.

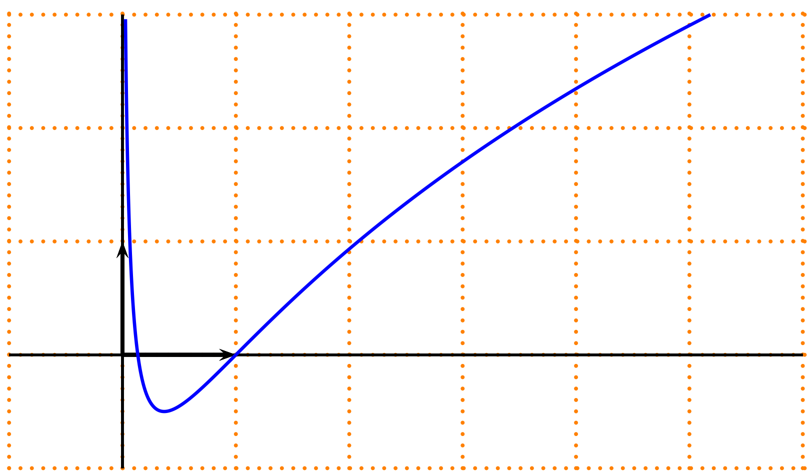
Annexe du problème

Courbe de la fonction f



x	$\frac{1}{\mathrm{e}}$	1	e
$f(x)$	0	1	$\frac{2}{\mathrm{e}}$

Courbe de la fonction F



x	$\frac{1}{\mathrm{e}}$	1	e
$F(x)$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$

Baccalauréat ES Métropole septembre 2000

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une usine fabrique des moteurs électriques pour l'industrie spatiale. Ceux-ci doivent être très fiables et performants; pour cela ils passent des contrôles très sévères.
Chaque moteur est testé en fin de fabrication. Si le test est positif, le moteur est acheminé chez le client; si le test est négatif, le moteur retourne en usine où il est réparé puis testé une seconde fois. Si, cette fois, le test est positif, le moteur part chez le client mais, si le test est négatif, le moteur est définitivement écarté et détruit.
Une étude statistique a permis de montrer que le test est positif pour 85 % des moteurs neufs sortis directement des chaines de fabrication mais que, parmi les moteurs révisés, seulement 65 % d'entre eux passent le second test avec succès.
Sauf avis contraire, on donnera les valeurs décimales exactes des probabilités demandées.

1. On choisit un moteur au hasard dans la chaine de fabrication.
   a. Construire un arbre de probabilité illustrant les différents cas qui peuvent se présenter pour ce moteur.
   Faire apparaître sur chaque branche les probabilités correspondantes.
   b. Donner la probabilité pour que le premier test en fin de fabrication soit positif pour ce moteur.
   c. Calculer la probabilité pour que ce moteur doive être révisé et soit ensuite acheminé chez le client.
   d. Calculer la probabilité pour que ce moteur soit finalement écarté et détruit.
   e. Calculer la probabilité pour que ce moteur soit envoyé chez le client.
2. La fabrication d'un moteur revient à 60 000 francs auxquels il faut rajouter 10 000 francs si le moteur est révisé. Un moteur est facturé au client la somme de t francs (t nombre réel positif).
   Soit X la variable aléatoire qui, à chaque moteur fabriqué, associe le gain (éventuellement négatif que réalise l'entreprise sur ce moteur.
   a. Déterminer en fonction de t les trois valeurs que peut prendre X et déterminer la loi de probabilité de X.
   (On rappelle que le bénéfice est la différence entre le prix de vente et le prix de revient.)
   b. Calculer en fonction de t l'espérance mathématique de X et en déduire la valeur de t à partir de laquelle l'entreprise fera un bénéfice positif en vendant un grand nombre de moteurs (arrondir au franc près).

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

M$^{\text{me}}$ X décide d'ouvrir un plan d'épargne. Le taux **mensuel** de celui-ci est de 0,4 %, les intérêts sont capitalisés tous les mois. Elle verse 10 000 F le 1$^{\text{er}}$ janvier 2000. Puis, tous les premiers de chaque mois à partir du 1$^{\text{er}}$ février 2000, elle verse 600 F sur ce plan.
Soit u_n la somme qui se trouve sur son plan après n mois d'ouverture. Ainsi $u_0 = 10000$ et $u_1 = 10640$.

1. Calculer u_2 et u_3.
   Écrire une relation entre u_{n+1} et u_n.
2. On définit la suite (v_n) telle que pour tout n de $\mathbb{N}$, on ait $v_n = u_n + 150000$.
   Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

3. Calculer le temps nécessaire pour économiser la somme de 100 000 F sur ce plan.
En quelle année cela se produira-t-il ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Le conseil municipal d'une station touristique de montagne a décidé de faire équiper une falaise afin de créer un site d'escalade. L'équipement doit se faire depuis le pied de la falaise. Deux entreprises spécialisées dans ce genre de chantier ont été contactées et ont envoyé des devis. On se propose d'étudier ceux-ci.
Devis de l'entreprise A :
Le premier mètre équipé coûte 100 F, puis chaque mètre supplémentaire équipé coûte 20 F de plus que le mètre précédent (100 F pour équiper une falaise de un mètre, 100 F + 120 F = 220 F pour équiper une falaise de deux mètres, 100 F + 120 F + 140 F = 360 F pour une falaise de trois mètres, etc.)
Devis de l'entreprise B :
Le premier mètre équipé coûte 50 F, puis chaque mètre supplémentaire équipé coûte 5 % de plus que le mètre précédent (50 F pour équiper une falaise de un mètre, 50 F + 52,50 F = 102,50 F pour équiper une falaise de deux mètres, 50 F + 52,50 F + 55,125 F = 157,625 F pour une falaise de trois mètres, etc.).
On appelle u_n le prix du n-ième mètre équipé et S_n le prix de l'équipement d'une falaise de n mètres de hauteur indiqués par l'entreprise A.
On appelle v_n le prix du n-ième mètre équipé et R_n le prix de l'équipement d'une falaise de n mètres de hauteur indiqués par l'entreprise B.

1. Exprimer u_n puis S_n en fonction de n.

2. Exprimer v_n puis R_n en fonction de n.

3. Calculer le prix à payer pour équiper une falaise de 50 mètres de hauteur avec chacune des deux entreprises. Préciser l'entreprise la moins chère. On arrondira les prix au franc près.

4. Le conseil municipal a décidé d'accorder un budget de 120 000 F pour équiper ce site. Calculer la hauteur de la falaise qui peut être équipée avec cette somme par chacune des deux entreprises A et B (arrondir au mètre près).

PROBLÈME **10 points**

Une société est spécialisée dans l'exploitation de gravières (le gravier extrait est utilisé pour la construction d'autoroutes). Elle doit étudier le plan d'exploitation d'un nouveau site d'extraction. Voici les conditions d'exploitation définies par la direction :
« L'exploitation débutera le 1er janvier 2001. La production journalière de gravier devra rapidement augmenter pour atteindre son maximum après un an et demi de travail, puis elle devra décroître lentement. »
On traduit en langage mathématique ces consignes afin de modéliser la production journalière et la production totale. On choisit habituellement pour modéliser la production journalière du site une fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(t) = (at^2 + bt + c)\mathrm{e}^{-t}$$

où $a,~b$ et c sont trois nombres réels.
$f(t)$ représente la production journalière de gravier extrait (en milliers de tonnes), t étant la durée écoulée depuis le début de l'ouverture du site (t est en années, c'est un réel positif). On appelle $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f.
Les consignes peuvent se traduire ainsi :

- $(\mathcal{C})$ passe par le point O de coordonnées $(0\,;\,0)$.
- La tangente à $(\mathcal{C})$ en O a pour coefficient directeur 3.
- La courbe $(\mathcal{C})$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1,5.

1. Montrer que sous ces contraintes f est définie par

$$f(t) = (2t^2 + 3t)\mathrm{e}^{-t}.$$

2. Déterminer la dérivée f' de f et montrer que

$$f'(t) = (-2t + 3)(t + 1)\mathrm{e}^{-t}.$$

Étudier les variations de la fonction f pour $t \geqslant 0$. On admet que $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 0$.

Préciser le signe de f sur $[0~;~+\infty[$.

3. Calculer le maximum de f sur $[0~;~+\infty[$. En donner la valeur arrondie à 10^{-3} près. Quelle est la production journalière maximum prévue sur ce site, et à quelle date sera-t-elle atteinte ?

4. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ sur une feuille de papier millimétré (unités : 3 cm sur l'axe des abscisses, 5 cm sur l'axe des ordonnées).

5. Montrer qu'il existe une seule valeur t_0, comprise entre 3 et 4, telle que $f(t_0)$ soit égale à 1 (soit 1 000 tonnes par jour).
Donner à l'aide de la calculatrice une valeur de t_0 arrondie à 10^{-2} près.

6. Montrer que la fonction F définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$F(t) = \left(-2t^2 - 7t - 7\right)\mathrm{e}^{-t}$$

est une primitive de f sur $[0~;~+\infty[$.

7. Considérant que la gravière sera exploitée 200 jours par an, on admettra que la production totale prévue pendant la durée t est donnée par la formule

$$P(t) = 200 \times \int_0^7 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

   a. Transformer l'écriture de $P(t)$ en utilisant le résultat de la question 6 et étudier les variations de la fonction P sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   b. On prévoit que l'exploitation de ce site doit être interrompue au bout de cinq ans. Calculer à 1 000 tonnes près par défaut la quantité de gravier qui aura été extraite, ainsi que la production moyenne annuelle sur cette période.

∽ Baccalauréat ES Polynésie septembre 2000 ∾

Exercice 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un salarié a mis en réserve 10 000 F sur un compte rémunéré, au taux de 5 % par an, le 1er janvier 2000. Au 1er janvier des années suivantes, les intérêts sont cumulés à son capital. Le salarié décide par ailleurs de faire prélever sur ce même compte les frais de gestion de sa carte bancaire. Ces frais sont annuels, s'élèvent à 200 F et sont prélevés le 1er janvier de l'année suivante.
On note u_0 le capital au 1er janvier 2000 et u_n le capital au 1er janvier de l'année $(2000 + n)$.
Ainsi $u_0 = 10000$ et $u_1 = 10300$.

1. Calculer u_2 et u_3.
2. Montrer que $u_{n+1} = 1,05u_n - 200$.
3. Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $U_n = u_n - 4000$.
   Montrer que v est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
4. En déduire l'expression de U_n puis de u_n en fonction de n.
5. De quelle somme, arrondie au franc, le salarié disposera-t-il au 1er janvier 2010 ?
6. Au bout de combien d'années le capital initial aura-t-il doublé ?

Exercice 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Une enquête est faite auprès des inscrits à un stage multi-activités (randonnée, natation, parapente, ...).
On note :
- F l'ensemble des femmes participant à ce stage ;
- A l'ensemble des stagiaires, hommes et femmes, pratiquant la randonnée.

L'enquête relève que :
- F représente 30 % de l'ensemble des stagiaires ;
- A représente 48 % de l'ensemble des stagiaires ;
- chez les stagiaires du groupe A, il y a deux fois plus d'hommes que de femmes.

1. On interroge un stagiaire au hasard.
   a. Quelle est la probabilité que ce stagiaire pratique la randonnée ?
   b. Quelle est la probabilité que ce stagiaire soit une femme pratiquant la randonnée ?
2. On interroge au hasard une stagiaire femme. Quelle est la probabilité qu'elle pratique la randonnée ?
3. On interroge trois stagiaires au hasard, de manière indépendante. Quelle est la probabilité que, parmi ces trois stagiaires, aucun ne pratique la randonnée ?

Problème **10 points**

Les représentations graphiques sont faites dans un même repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

1. Soit f la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}.$$

a. Calculer $f'(x)$. Montrer que $f'(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ et donner le sens de variation de f.

c. Tracer la partie $\mathcal{C}$ de la courbe représentative de f limitée à $[0~;3]$.

2. Soit g la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par $g(x) = \ln(x+1)$.

a. Représenter graphiquement la fonction ln sur $]0~;~+\infty[$.

b. En déduire la partie $\mathcal{C}'$ de la courbe représentative de g limitée à $[0~;3]$.

3. **a.** Soit Ψ la fonction définie sur l'intervalle $[0~;3]$ par :

$$\Psi(x) = f(x) - g(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ln(x+1).$$

Calculer $\Psi(x)$, puis dresser le tableau de variations de Ψ (on y fera figurer la valeur $\Psi(0)$).

En déduire le signe de $\Psi(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0~;3]$.

b. Quelles sont les positions relatives de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$?

4. **a.** Soit $G(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$.

Montrer que G est une primitive de g sur $[0~;~+\infty[$.

b. Calculer, en cm^2 , la valeur exacte de l'aire du domaine délimité par les courbes $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}'$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$.

Donner une valeur approchée décimale de cette aire à 10^{-3} près.

Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2000

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans chacun des calculs, donner les résultats sous forme de fiactions irréductibles.

1. Le jeune Bob obtient des résultats moyens à l'école. Pour le motiver, sa maman lui propose le jeu suivant : à chaque fois qu'il obtient une « bonne » note, il peut tirer successivement sans remise deux pièces dans un sac contenant 7 pièces de 5 francs et 3 pièces de 10 francs.

Si les deux pièces sont de valeurs différentes, il garde ces deux pièces et sa maman complète le sac pour une autre fois.

Si les deux pièces sont de même valeur, il remet les deux pièces dans le sac.

Déterminer la probabilité des évènements suivants :

A : « Bob tire deux pièces de 5 francs » ;

B : « Bob tire deux pièces de 10 francs » ;

C : « Bob tire deux pièces de valeurs différentes ».

2. On conserve le principe du jeu du 1).

On se propose de faire gagner un peu plus d'argent à Bob en changeant juste le nombre de pièces de 10 francs dans le sac, le nombre de pièces de 5 francs étant toujours de 7.

On suppose qu'il y a n pièces dans le sac dont toujours 7 pièces de 5 francs (n est un entier naturel supérieur ou égal à 10).

a. Montrer que la probabilité p_n de l'évènement « Bob tire deux pièces de valeurs différentes » est :

$$p_n = \frac{14(n-7)}{n(n-1)}$$

b. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[10\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{14(x-7)}{x(x-1)}.$$

Étudier les variations de f et en déduire les deux valeurs entières consécutives de n entre lesquelles la fonction f présente son maximum. Donner alors la valeur maximale de p_n.

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement obligatoire

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de passagers sur une ligne aérienne entre 1994 et 1998 :

Année	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Nombre de passagers p_i	7 550	9 230	10 745	12 840	15 665

Dans cet exercice, les résultats numériques pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice, sans justification. Ils seront donnés sous forme décimale approchée à 10^{-3} *près par défaut sauf à la question* 3.

1. a. On pose $y_i = \ln(p_i)$.

Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5
y_i					

b. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 10 cm sur l'axe des ordonnées ; les graduations commencent à 0 sur l'axe des abscisses et à 8 sur l'axe des ordonnées).

Placer le point moyen G de ce nuage.

2. **a.** Justifier pourquoi un ajustement affine est acceptable.

b. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement affine (ou droite de régression) (D) de y en x.

Tracer la droite (D) sur le graphique précédent.

3. En supposant la même évolution du nombre de passagers, donner une estimation de ce nombre de passagers en l'an 2000 (arrondir le résultat à 100 près).

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement de spécialité

À l'entraînement, un jeune basketteur effectue des tentatives pour marquer un panier. Pour chaque tentative, il dispose de deux essais. On considère que la tentative est réussie si le premier essai est réussi ou, sinon, lorsque le second essai est réussi. Après plusieurs jours, son entraîneur a constaté que :

- la probabilité de réussir le premier essai est 0,5 ;
- la probabilité de réussir le deuxième essai, sachant que le premier a été raté, est 0,4.

Dans tout l'exercice, on considère que les tentatives successives sont indépendantes.

1. Le joueur fait une tentative de marquer un panier. Montrer que la probabilité de succès est $0,7$.

2. Le joueur effectue deux tentatives successives. Calculer la probabilité des évènements suivants :

A « Réussir les deux tentatives » ;

B « Réussir les deux tentatives au premier essai ».

3. Le joueur effectue cinq tentatives successives. Quelle est la probabilité d'en réussir exactement quatre ? (Donner un résultat arrondi à $0,01$ près.)

4. Le joueur effectue n tentatives successives où n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 1.

a. Montrer que la probabilité p_n de l'évènement : « Le joueur réussit au moins une tentative », est :

$$p_n = 1 - 0,3^n.$$

b. Déterminer le sens de variation de la suite $\left(p_n\right)$.

Déterminer sa limite quand n tend vers $+\infty$.

c. Déterminer le nombre minimal n de tentatives que doit effectuer le joueur pour que la probabilité p_n soit supérieure à $0,999$.

PROBLÈME **10 points**

La répartition de la masse salariale d'une entreprise entre ses salariés peut être décrite par une fonction f qui permet d'apprécier si la distribution des salaires est plus ou moins régulièrement répartie. Une telle fonction, qui indique des pourcentages de salaires en fonction de pourcentages d'individus, est définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ et satisfait aux conditions (C) suivantes :

(C_1) : $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$;
(C_2) : f est croissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$;
(C_3) : pour tout x de l'intervalle $[0 ; 1]$, $f'(x) \leqslant x$.

Ce problème a pour but d'étudier deux de ces fonctions, de tracer leur courbe représentative et de comparer la répartition des masses salariales des entreprises correspondantes.

Partie I

⋆ **Étude d'une fonction préliminaire**

On considère la fonction g définie sur $[0\,;\,1]$ par :

$$g(x) = 1 - \mathrm{e}^{x-1}.$$

Calculer $g'(x)$, où g' désigne la fonction dérivée de g ; étudier son signe.
Calculer $g(0)$ et $g(1)$; en déduire le signe de $g(x)$ sur $[0\,;\,1]$.

Partie II

On considère deux entreprises P et Q pour lesquelles les fonctions p et q donnant les répartitions de masse salariale sont définies sur $[0\,;\,1]$ par :

$$p(x) = x^2 \quad \text{et} \quad q(x) = x\mathrm{e}^{x-1}.$$

⋆ **A. Étude des conditions (C) pour les fonctions p et q**

1. Montrer que la fonction p vérifie les trois conditions (C_1), (C_2), (C_3).

2. a. Montrer que la fonction q vérifie la condition (C_1).

b. Calculer $q'(x)$ où q' désigne la fonction dérivée de q.
Étudier le signe de $q'(x)$ sur $[0\,;\,1]$.
Montrer que la fonction q vérifie la condition (C_2).

c. Montrer que pour tout x de $[0\,;\,1]$: $x - q(x) = xg(x)$ où g est la fonction de la partie 1.
Montrer que la fonction q vérifie la condition (C_3).

⋆ **B. Tracé des courbes représentatives des fonctions p et q**

On appelle (Δ) la droite d'équation $y = x$ et on appelle respectivement $\left(\Gamma_p\right)$ et $\left(\Gamma_q\right)$ les représentations graphiques des fonctions p et q dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, d'unité graphique 10 cm.
Recopier et compléter le tableau suivant (donner les valeurs arrondies à 0,01 près).

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$p(x)$											
$q(x)$											

Tracer (Δ), $\left(\Gamma_p\right)$ et $\left(\Gamma_q\right)$ dans le repère défini ci-dessus.

Partie III

⋆ **Coefficient de Gini**

Le coefficient de Gini d'une entreprise est un indicateur d'inégalité de répartition salariale dans l'entreprise. Plus il est grand, plus la répartition des salaires est inégale. Dans une entreprise dont la répartition de la masse salariale est décrite par une fonction f satisfaisant aux conditions (C), on appelle coefficient de Gini le nombre réel :

$$G_f = 2\int_0^1 [x - f(x)]\,\mathrm{d}x.$$

1. Calculer le coefficient de Gini G_p de l'entreprise P

2. a. Montrer que la fonction Q définie sur $[0\,;\,1]$ par $Q(x) = (x-1)\mathrm{e}^{x-1}$ est une primitive de la fonction q sur $[0\,;\,1]$.

b. Calculer le coefficient de Gini G_q de l'entreprise Q.

3. Comparer G_p et G_q.
Dans laquelle des deux entreprises la répartition de la masse salariale est-elle la plus inégale ? justifier la réponse.

∾ Baccalauréat Nouvelle-Calédonie décembre 2000 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On prévoit qu'une automobile, achetée neuve, aura subi une décote de 20 % la première année d'utilisation, puis une nouvelle décote de 15 % la deuxième année, et enfin une décote de 10 % chacune des années suivantes.

1. Une automobile est achetée neuve 120 000 francs. Déterminer la valeur de cette automobile, au franc près, au bout :
   a. d'un an.
   b. de deux ans.
   c. de quatre ans.
2. Une automobile est achetée neuve au prix P_0 (en francs). On appelle P_n, la valeur de cette automobile, en francs, au bout de n années.
   a. Exprimer P_n en fonction de P_0, et de n, lorsque n est supérieur ou égal à 3.
   b. Au bout de quatre ans, la valeur d'une automobile est 75 000 francs. Quel était, au franc près, son prix initial ?
   c. Quel est le plus petit entier n tel que :
   $$0,68 \times 0,9^{n-2} \leqslant 0,5?$$
   d. Une voiture a été achetée en l'an 2000. Déduire de la question **2. c.** l'année à partir de laquelle sa valeur sera, pour la première fois, inférieure ou égale à la moitié du prix du neuf.
   Justifier la réponse.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Un commerçant possède un lot de 500 pantalons de taille allant de 1 à 4 et de couleur rouge, verte ou blanche.

Après l'inventaire de son lot, le commerçant constate que les tailles n° 1 représentent 60 % du stock, que les tailles n° 2 en représentent 20 % et qu'il y a autant de tailles n° 3 que de tailles n° 4.

D'autre part, parmi les tailles n° 1, 30 % des pantalons sont blancs et 50 % sont verts.

Enfin pour chacune des tailles n° 2, n° 3 et n° 4, 20 % des pantalons sont blancs et 40 % sont verts.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Couleur \ Taille	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	Total
Blanche					
Rouge			20		
Verte					
Total					500

2. Ce commerçant décide de vendre 200 francs chaque pantalon vert de la taille n° 1, ainsi que chaque pantalon blanc ou rouge des tailles n° 2, n° 3 et n° 4. Les autres pantalons de la taille n° 1 seront vendus 250 francs l'unité, et les pantalons verts des tailles n° 2, n° 3 et n° 4, 100 francs l'unité.
   Un client choisit un pantalon au hasard.

a. Déterminer la probabilité que ce pantalon soit vert.

b. Sachant que ce pantalon coûte 200 francs, déterminer la probabilité qu'il soit vert.

c. On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque pantalon choisi, associe son prix.
Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles, sauf indication contraire.

Dans une école maternelle, l'enseignante demande à chaque enfant de choisir chaque matin 3 jouets parmi 9 rouges, 6 jaunes et 5 bleus.
Tous ces jouets se trouvent mélangés dans une caisse.
L'enseignante s'intéresse plus particulièrement à Rémi qui choisit chaque matin les 3 jouets au hasard. On suppose que tous les choix de 3 jouets sont équiprobables.

1. Combien y a-t-il de choix possibles de 3 jouets ?

2. On désigne par A, B et C les évènements suivants :
A « Rémi a choisi un jouet de chaque couleur ».
B « Rémi a choisi trois jouets de la même couleur ».
C « Rémi a choisi exactement deux jouets rouges ».

a. Montrer que la probabilité de A est $\frac{9}{38}$.

b. Déterminer la probabilité de B.

c. Déterminer la probabilité de C.

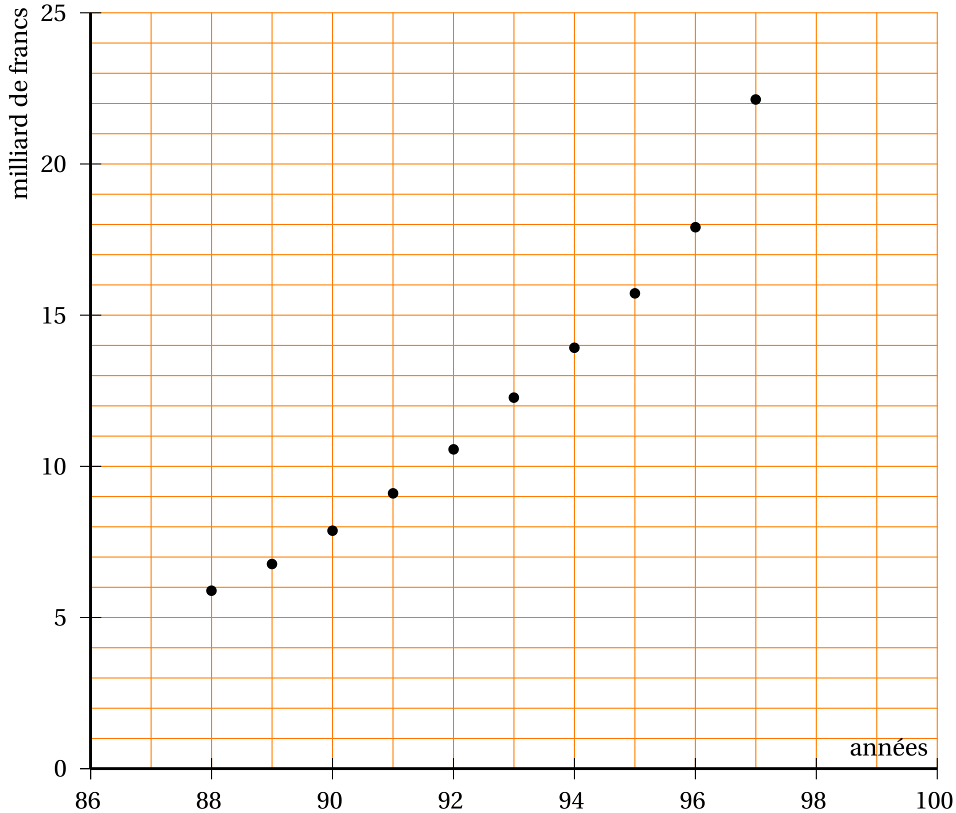
3. L'enseignante observe Rémi pendant 5 matins consécutifs. Elle note le nombre de jours où il aura choisi trois jouets de trois couleurs différentes.
Quelle est la probabilité que ce nombre de jours soit au moins égal à 4 ? En donner une valeur décimale arrondie à 10^{-4} près.

PROBLÈME **10 points**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'actif net d'une mutuelle de 1988 à 1997 :

x_i	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
y_i	5,89	6,77	7,87	9,11	10,56	12,27	13,92	15,72	17,91	22,13

où x_i est le nombre d'années écoulées depuis 1900, y_i est l'actif net en milliards de francs, et i un entier allant de 1 à 10.
On a représenté ci-après le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série statistique, dans le plan rapporté à un repère orthogonal : unités graphiques : 1 cm pour une année en abscisse, 1 cm pour un milliard de francs en ordonnée ; l'origine correspondant au point A de coordonnées (86 ; 0).



Partie A

On veut réaliser un ajustement affine du nuage par la méthode des moindres carrés.
Tous les calculs statistiques seront effectués à la machine et les résultats donnés à 10^{-2} *près.*

1. Justifier pourquoi un ajustement affine, entre x et y, est envisageable.
2. Déterminer par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$, l'équation de la droite $\mathcal{D}$ d'ajustement affine de y en x (ou droite de régression).
3. Tracer la droite $\mathcal{D}$ sur le graphique fourni.
4. Estimer l'actif net prévisible de la mutuelle en l'an 2000.

Partie B

On veut étudier la fonction f définie dans l'intervalle $[88 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{0,143x-10,813}.$$

On appelle $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f, dans le repère orthogonal fourni.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. **a.** La fonction f est la composée de deux fonctions croissantes.
   Préciser ces fonctions.

   b. En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[88 ; +\infty[$ et dresser son tableau de variations.
3. **a.** Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en donnant les valeurs décimales approchées à 10^{-2} près.

x	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
$f(x)$										

b. Construire la courbe ($\mathscr{C}$) sur le graphique fourni ci-après.

4. a. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[88\ ;\ +\infty[$.

b. Déterminer une valeur décimale approchée à 10^{-2} près, de la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[88\,;\,97]$.

Partie C

On admet que la fonction f est aussi un modèle mathématique de l'évolution de l'actif net de la mutuelle.

1. a. En utilisant cette nouvelle approximation, déterminer, à 10^{-2} près, l'actif net prévisible de la mutuelle en l'an 2000.

b. Comparer ce résultat avec celui obtenu dans la partie **A** : à partir de l'observation graphique, un des deux résultats est-il plus vraisemblable ? Pourquoi ?

2. Interpréter le résultat obtenu dans la question **4. b.** de la partie **B)** .

Baccalauréat ES 2001

L'intégrale d'avril 2001 à mars 2002

Baccalauréat ES Pondichéry avril 2001

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant indique, en millions, la population de la France métropolitaine d'après les recensements depuis 1946.

Année	Rang x_i de l'année	Population y_i
1946	0	$40,439$
1954	8	$42,706$
1962	16	$46,425$
1968	22	$49,712$
1975	29	$52,592$
1982	36	$54,335$
1990	44	$56,615$
1999	53	$58,416$

Le détail des calculs statistiques effectués avec une calculatrice n'est pas demandé. Les nombres à déterminer seront arrondis à trois décimales.

1. Quel est le coefficient de corrélation linéaire entre x et y ?
   Un ajustement affine est-il envisageable ?
2. Le plan est rapporté à un repère orthogonal, les unités graphiques étant :
   - 0,25 cm sur l'axe des abscisses ;
   - 1 cm sur l'axe des ordonnées, la graduation des ordonnées débutant à 40.

   a. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

   b. Indiquer les coordonnées du point moyen G associé à la série $(x\ ;\ y)$ et placer ce point sur le graphique précédent.
3. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés. Tracer cette droite (D) sur le graphique précédent.
4. En supposant que cette évolution de la population se poursuive, donner une estimation de la population en 2005.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Claude range ses crayons de couleur et il en trouve un orange, trois jaunes et quatre bleus. Il prend au hasard successivement trois crayons dont il note les couleurs : o pour orange, j pour jaune et b pour bleu.

1. Tracer un arbre pondéré illustrant cette expérience aléatoire.
   Les réponses aux questions suivantes seront exprimées sous forme d'une fraction irréductible.
2. Quelle est la probabilité de l'évènement : « Les trois crayons ont la même couleur » ?
3. Quelle est la probabilité de l'évènement : « Les trois crayons sont pris parmi les crayons de couleur orange ou jaune » ?
4. Quelle est la probabilité de l'évènement : « Parmi les trois crayons, un au moins est bleu » ?
5. Claude veut dessiner un drapeau bleu et jaune. Quelle est la probabilité qu'il puisse le faire, sachant que le premier crayon est bleu ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$. Les six points suivants sont définis par leurs coordonnées :
A(1 ; −1 ; 3) ; B(1 ; 1 ; 3) ; C(1 ; 1 ; −3) ; A′(19 ; −1 ; 3) ; B′(19 ; 1 ; 3) ; C′(19 ; 1 ; −3).
Aucune figure n'est exigible.

1. **a.** Montrer que les trois points A, B et C ne sont pas alignés.
   b. Établir que le vecteur $\overrightarrow{\text{AA}'}$ est normal au plan (ABC).
   c. Écrire une équation cartésienne du plan (ABC).
   d. Les quatre points A, B, B′ et C sont-ils coplanaires ?

   a. Prouver que le triangle ABC est rectangle.
   b. Calculer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un rectangle.
2. **a.** Démontrer que les trois points A′, B′ et C′ ne sont pas alignés.
   b. Les plans (ABC) et (A′B′C′) sont-ils sécants ou parallèles ? Justifier votre réponse.
3. **a.** Calculer les longueurs des segments [AB], [BC] et [AA′] notées respectivement l_0, l_1 et l_2.
   b. Les nombres l_0, l_1 et l_2 sont-ils les trois premiers termes d'une suite arithmétique ? Si oui, donner la raison.
   c. Les nombres l_0, l_1 et l_2 sont-ils les trois premiers termes d'une suite géométrique ? Si oui, donner la raison.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

Soit φ la fonction définie par :

$$\varphi : [2\,;\,20] \longrightarrow \mathbb{R} \qquad x \mapsto x - 2 - 2\ln(x).$$

1. Étudier les variations de la fonction φ puis dresser son tableau de variation.
2. Montrer que la fonction φ s'annule exactement une fois sur l'intervalle [2 ; 20].
   Indiquer la valeur arrondie à une décimale de ce nombre.
3. En déduire le signe de la fonction φ sur l'intervalle [2 ; 20] et récapituler ces résultats dans un tableau.

Partie B

Le plan est rapporté à un repère orthogonal, les unités graphiques étant 1 cm sur l'axe des abscisses et 5 cm sur l'axe des ordonnées.
Soit f la fonction définie par :

$$f : [2\,;\,20] \longrightarrow \mathbb{R} \qquad x \mapsto \frac{x\ln(x)}{x-2}.$$

$(\mathscr{C})$ désigne la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni de ce repère.

1. **a.** Montrer que la dérivée f' de f a le même signe que φ sur]2 ; 20].
   b. étudier les variations de la fonction f, déterminer la limite de f en 2 puis dresser le tableau de variation de cette fonction.
2. Prouver qu'il existe un unique point de la courbe $(\mathscr{C})$ où la tangente à la courbe en ce point est parallèle à l'axe des abscisses.

3. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$.

Partie C

Soit g la fonction définie par :

$$\begin{array}{rccl} g\ :\ [2\ ;\ 20] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{1}{2}x^2 - 2x\ln(x). \end{array}$$

1. Montrer que g est une primitive de φ sur $[2\,;\,20]$.

2. Soit I le nombre défini par :

$$\mathrm{I} = \int_{16}^{20} \varphi(x)\,\mathrm{d}x.$$

a. Exprimer le nombre I uniquement à l'aide de nombres entiers et des deux nombres $\ln 2$ et $\ln 5$.

b. Donner la valeur de I arrondie à deux décimales.

Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 2001

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice les probabilités demandées seront données sous forme décimale, éventuellement arrondies à 10^{-3} *près.*
Lors d'une enquête réalisée par l'infirmière auprès d'élèves de classes de terminale, on apprend que 60 % des élèves sont des filles. De plus 40 % des filles et 30 % des garçons fument.

1. On choisit un élève au hasard. On note A l'évènement « L'élève choisi fume », et $P(A)$ la probabilité de cet évènement.
   On note F l'évènement : « L'élève choisi est une fille ».
   Quelle est la probabilité que :
   a. Cet élève soit un garçon ?
   b. Cet élève soit une fille qui fume ?
   c. Cet élève soit un garçon qui fume ?
2. Déduire des questions précédentes, en le justifiant, que $P(A) = 0,36$.
3. L'enquête permet de savoir que :
   • Parmi les élèves fumeurs, la moitié ont des parents qui fument ;
   • Parmi les élèves non fumeurs, 65 % ont des parents non fumeurs.
   On note B l'évènement : « L'élève choisi a des parents fumeurs ».
   On notera $P(C/D)$ la probabilité de l'évènement C sachant l'évènement D. Dans cette question, on pourra s'aider d'un arbre pondéré.
   a. Calculer les probabilités $P(A \cap B)$ et $P\left(\overline{A} \cap \text{B}\right)$. En déduire $P(B)$.
   b. Calculer $P(A/B)$, probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents fumeurs.
   Calculer $\text{P}\left(A/\overline{B}\right)$, probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents non fumeurs.
   Quelle remarque amène la comparaison de ces deux résultats ?
4. On rappelle que, pour chaque élève choisi, la probabilité qu'il soit fumeur est égale à 0, 36. On choisit quatre élèves de terminale au hasard. On admettra que la population d'élèves de terminale est suffisamment grande pour que le choix d'élèves au hasard soit assimilé à un tirage avec remise.
   Quelle est la probabilité qu'aucun de ces quatre élèves ne soit fumeur ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans tout l'exercice les sommes seront données arrondies au franc le plus proche.

Un directeur du personnel propose à l'un de ses employés de choisir entre deux formes d'augmentation de salaire.
Sachant que son salaire actuel est de 6 000 F par mois, il lui propose soit une augmentation régulière de 55 F tous les mois (première proposition), soit une augmentation de 0,8 % tous les mois (deuxième proposition).

1. On se place dans le cadre de la première proposition et on note M_n le salaire en francs au bout de n mois.
   a. Vérifier que M_1 est égal à 6 055. Montrer que la suite (M_n) définie pour tout entier naturel n est une suite arithmétique dont on donnera la raison.
   b. Donner l'expression de M_n en fonction de n.

c. Calculer M_{12}, M_{24}, M_{36}, M_{48}.

2. On se place dans le cadre de la deuxième proposition et on note M'_n le salaire en francs au bout de n mois.

a. Montrer que la suite $\left(M'_n\right)$ définie pour tout entier naturel n est une suite géométrique de raison 1,008. Calculer M'_1.

b. Donner l'expression de M'_n en fonction de n.

c. Calculer M'_{12}, M'_{24}, M'_{36}, M'_{48}.

3. Quelle proposition permet d'obtenir le meilleur salaire mensuel au bout de trois ans ?

4. Avant de choisir une des deux propositions, le salarié compare la somme des salaires perçus.
Pour la proposition 1, on note S_n la somme des salaires sur les n premiers mois, de M_1 à M_n.
Pour la proposition 2, on note S'_n la somme des salaires sur les n premiers mois.

a. Exprimer S_n et S'_n en fonction de n.

b. Calculer S_{36}, S_{48}, S_{60} et S'_{36}, S'_{48}, S'_{60}.

c. Le salarié pense rester encore cinq ans dans l'entreprise.
S'il s'intéresse au montant total des salaires perçus, quelle proposition va-t-il choisir ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un client dispose d'un capital de 20 000 F sur un compte bancaire. Ce capital ne lui rapporte pas d'intérêt et il l'utilise de la façon suivante :

- chaque début de mois, il retire 10 % de son capital ;
- le dernier jour de chaque mois il reverse 1 000 francs sur ce compte.

L'exercice a pour but de comprendre l'évolution de son capital.

1. On appelle C_0 le capital détenu au 31 décembre 2000 et C_n le capital détenu au bout de n mois, ces sommes étant exprimées en francs.

a. Vérifier que $C_1 = 19000$ et que $C_2 = 18100$.

b. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a $C_{n+1} = 0,9C_n + 1000$.

c. Montrer par récurrence que, pour tout entier n, $C_n > 10000$. En déduire le signe de $C_{n+1} - C_n$, puis le sens de variation de la suite (C_n).

2. On considère la suite (U_n) définie par $U_n = C_n - 10000$.

a. Montrer que la suite (U_n), définie pour $n > 0$, est une suite géométrique dont on précisera le premier terme U_0 et la raison.

b. En déduire l'expression générale de U_n en fonction de n. Montrer que $C_n = 10000(0,9^n + 1)$.

c. Quelle est la limite de la suite (C_n) ?

d. Calculer la valeur de C_{12} arrondie au centime le plus proche. En déduire la somme totale qui a été retirée du compte durant l'année 2001.

PROBLÈME **10 points**

Étude d'une série statistique

Partie A

Le nombre d'utilisateurs de téléphone portable en France est donné par le tableau suivant :

Mois	12/1996	10/1997	05/1998	10/1998	02/1999	07/1999	09/1999	03/2000
Rang x_i	0	10	17	22	26	31	33	39
Millions d'utilisateurs y_i	2,5	4,5	7,2	9,4	12	15	16,2	22,6

Les calculs seront effectués avec la calculatrice, aucun détail de ces calculs n'est demandé.

1. **Réalisation d'un ajustement affine**
   a. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal où 1 cm représente quatre mois sur l'axe des abscisses, 1 cm représente 1 million d'utilisateurs sur l'axe des ordonnées.
   b. Donner la valeur approchée à 10^{-3} près par défaut du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.
   Un ajustement affine est-il justifié ?
   c. Placer le point moyen G de cette série $(x_i\ ;\ y_i)$, après avoir déterminé ses coordonnées.
   d. Donner l'équation de la droite (D) de régression de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$, a et b étant arrondis à 10^{-2} près.
   Tracer cette droite (D) sur le graphique précédent.
2. **Réalisation d'un autre ajustement**
   On considère le tableau suivant :

Mois	12/1996	10/1997	05/1998	10/1998	02/1999	07/1999	09/1999	03/2000
Rang x_i	0	10	17	22	26	31	33	39
$z_i = \ln(y_i)$	ln(2,5)	ln(4,5)	ln(7,2)	ln(9,4)	ln(12)	ln(15)	ln(16,2)	ln(22,6)

   Soit la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$, où $z_i = \ln(y_i)$.
   a. On admet qu'une équation de la droite de régression de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés, est $z = 0,056x + 0,961$, avec $z = \ln(y)$.
   Exprimer y en fonction de x. Mettre y sous la forme $y = \alpha e^{0,056x}$.
   Donner la valeur décimale de α arrondie à 10^{-1} près.
   b. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 50]$ par $g(x) = 2,6e^{0,056x}$. En vous aidant de la calculatrice, tracer avec soin et sans justification la courbe représentative (C) de la fonction g sur le graphique précédent, pour x compris entre 0 et 50.
3. À partir du graphique, quel ajustement semble être le meilleur ?

Partie B

On se propose de comparer par le calcul les deux ajustements. Pour cela on considère les fonctions f, g et h définies sur l'intervalle $[0 ; 50]$ par

$$f(x) = 0,5x + 0,08\ ;\ g(x) = 2,6e^{0,056x}\ ;\ h(x) = g(x) - f(x).$$

1. Résoudre l'inéquation $g(x) > 35$. En déduire l'année et le mois à partir desquels il y aura, d'après le second modèle, plus de 35 millions d'utilisateurs de téléphone portable en France.
2. **a.** Soit h' la fonction dérivée de la fonction h.
   Montrer que $h'(x) = 0,1456e^{0,056x} - 0,5$.
   b. Résoudre l'équation $h'(x) = 0$. On donnera la valeur exacte, puis l'arrondi entier, de la solution x_0 de cette équation.
   c. Justifier le signe de $h'(x)$, puis établir le tableau de variation de h sur l'intervalle $[0 ; 50]$. On donnera les valeurs arrondies à 10^{-2} près de $h(0)$, $h(x_0)$,
   $h(50)$. Pour calculer $h(x_0)$, on remplacera x_0 par son arrondi entier.
   d. En remarquant que $h'(x) = g'(x) - f'(x)$, montrer que $g'(x_0) = 0,5$.
   e. Soit (T) la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse x_0. Que dire des droites (T) et (D) ? Tracer la droite (T).
   f. Que représente la valeur x_0 lorsqu'on compare les fonctions f et g considérées dans chacun des deux ajustements ?

3. **a.** En utilisant les variations de h, démontrer que la fonction h s'annule pour deux valeurs x_1 et x_2 de l'intervalle $[0\,;50]$.
   b. Encadrer x_1 par deux entiers successifs. Faire de même pour x_2.
   c. Placer les valeurs x_1 et x_2 sur le graphique. Que représentent ces valeurs lorsqu'on compare les fonctions considérées dans les deux ajustements ?

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 2001 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

À partir des productions réalisées pour l'année 2000, on veut comparer les résultats prévisibles de deux entreprises A et B jusqu'en 2015.

1. La production de l'entreprise A pour l'année 2000 est de 11 000 pièces. Chaque année, sa production augmente de 3 %.
   a. Quelle est sa production en 2001 ? en 2002 ? en 2015 ? (Donner les résultats arrondis à l'entier.)
   b. Quel est le pourcentage d'augmentation de la production de 2000 à 2015 ? (Résultat arrondi à 0,1 près.)
   c. Exprimer en fonction de n la production de l'entreprise A en l'an $(2000+n)$ (n entier $0 \leqslant n \leqslant 15$).
2. L'entreprise B a produit 9 000 pièces en 2000, et sa production augmente de 5 % par an.
   a. Quelle est sa production en 2015 ?
   b. Exprimer en fonction de n la production de l'entreprise B en l'an $(2000+n)$ (n entier $0 \leqslant n \leqslant 15$).
   c. Déterminer l'entier n tel que en l'an $2000+n$, la production de l'entreprise B dépasse pour la la première fois, la production de l'entreprise A.

EXERCICE 2 **4 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une urne contient sept boules : une rouge, deux jaunes et quatre vertes. Un joueur tire au hasard une boule :

- si elle est rouge, il gagne 10 F ;
- Si elle est jaune, il perd 5 F ;
- Si elle est verte, il tire une deuxième boule de l'urne sans avoir replacé la première boule tirée.

Si cette deuxième boule est rouge, il gagne 8 F, sinon il perd 4 F.

1. Construire un arbre pondéré représentant l'ensemble des éventualités de ce jeu.
2. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur est gagnant ».
3. Soit X la variable aléatoire associant à chaque tirage le gain algébrique du joueur (une perte est comptée négativement).
   a. Établir la loi de probabilité de la variable X.
   b. Calculer l'espérance de X.
4. Les conditions de jeu restent identiques. Indiquer le montant du gain algébrique qu'il faut attribuer à un joueur lorsque la boule tirée au deuxième tirage est rouge, pour que l'espérance de X soit nulle.

EXERCICE 2 **4 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

La courbe de la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = x - \ln x.$$

est donnée en annexe.

On considère la suite (u_n) à termes strictement positifs définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 7 \\ u_{n+1} & = & f(u_n) \end{array}\right.$$

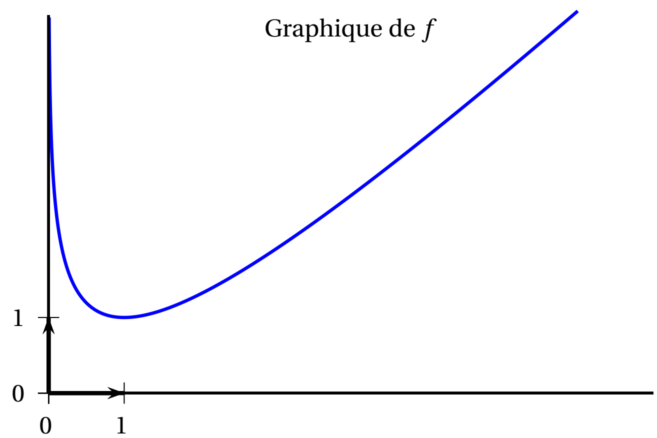
Partie I

1. Au moyen du graphique donné en annexe, déterminer le minimum de f sur $]0\,;\,+\infty[$ et en déduire que pour tout entier naturel n, on a $u_n \geqslant 1$.
2. Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de u_n. Montrer que la suite (u_n) est monotone décroissante.

Partie II

1. Construire dans le repère de la courbe (C) donné en annexe la droite (D) d'équation $y = x$.
2. En vous aidant de la droite (D), représenter sur l'axe des abscisses du graphique ci-dessous les cinq premiers termes de la suite (u_n).
3. Quelle conjecture peut-on faire en ce qui concerne la limite de la suite (u_n) ?

Annexe à rendre avec la copie



PROBLÈME **12 points**

Le but de ce problème est l'étude de deux fonctions qui modélisent les importations et les exportations de l'entreprise E.

Partie A

⋆ **Étude de fonctions**

Les fonctions f et g sont définies sur $[0\,;\,\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{36}{8+\mathrm{e}^{-x}} \quad \text{et} \quad g(x) = 2\ln(x+1) + 2,5.$$

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité : 2 cm).

1. **a.** Étudier les variations de f et de g.

   b. Calculer les limites de f et de g en $+\infty$.
2. Représenter graphiquement ces deux fonctions. On nommera leurs courbes respectivement $(\mathscr{C}_f)$ et $(\mathscr{C}_g)$, et on se limitera aux valeurs de x entre 0 et 6.
3. Recopier et compléter le tableau suivant, avec des valeurs numériques arrondies à 10^{-2} près.

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$				4,47			
$g(x)$		3,89					

Partie B

⋆ **Étude de la fonction $g - f$**

On pose $h = g - f$.
Le but de cette question est d'étudier le signe de $h'(x)$ afin d'établir le tableau des variations de h sur $[0 ; \infty[$.

1. Calculer la dérivée h' de h.
2. **a.** Vérifier que $\text{e}^x.h'(x) = \dfrac{2\text{e}^x}{x+1} - \dfrac{36}{(8+\text{e}^{-x})^2}$.

   b. On rappelle que pour tout $x \in [0 ; +\infty[$, $\text{e}^x > x+1$.
   Établir l'inégalité $(8+\text{e}^{-x})^2 \geqslant 64$.
   En utilisant successivement ces deux résultats, établir que

$$\text{e}^x h'(x) \geqslant \frac{2\text{e}^x}{x+1} - \frac{9}{16} \quad \text{et que} \quad \text{e}^x h'(x) \geqslant 2 - \frac{9}{16}.$$

   c. Établir le tableau de variation de h.

   d. Montrer que $h(x)$ s'annule pour une seule valeur x_0 comprise entre 0 et 6.
   Déterminer un encadrement de x_0 de largeur 10^{-2}.

Partie C

⋆ **Application**

Notations : x désigne le temps en années. On pose $x = 0$ au 1er janvier 2000.
Pour l'entreprise E, $f(x)$ désigne le montant, en millions de francs, des achats pour l'année x et $g(x)$ désigne le montant, en millions de francs, de ses ventes.

1. Quel est le montant des achats et des ventes de cette entreprise à la fin de l'année 2000 ?
2. À partir d'une certaine date, les ventes l'emportent sur les achats.

   a. Déterminer l'année au cours de laquelle les ventes l'emportent sur les achats.

   b. Indiquer alors le rang de la semaine.

∾ Baccalauréat ES Asie juin 2001 ∾

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans une kermesse, un jeu est organisé de la façon suivante : le joueur mise 10 francs puis il réalise un tirage en deux étapes :

1^re^ étape : Le joueur tire au hasard un billet dans un panier. Dans ce panier, on a placé 10 billets marqués « U_1 » et 2 billets marqués « U_2 ».
2^e^ étape :
— Si le joueur a obtenu un billet marqué « U_1 », il tire alors un jeton dans une urne U_1 où sont placés 10 jetons marqués « Perdant » et 2 jetons marqués « Gagnant ».
— Si le joueur a obtenu un billet marqué « U_2 », il tire alors un jeton dans une urne U_2 où sont placés 7 jetons marqués « Perdant » et 5 jetons marqués « Gagnant ».

On note A l'évènement : Le joueur a tiré un billet « U_1 ».
On note B l'évènement : Le joueur a tiré un billet « U_2 ».
On note G l'évènement : Le joueur a tiré un jeton marqué « Gagnant ».
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Construire un arbre pondéré qui décrit ce jeu.
2. Calculer la probabilité des évènements $(G \cap A)$ et $(G \cap B)$.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement G est égale à $\dfrac{5}{24}$.
4. Quelle est la probabilité conditionnelle de l'évènement A par rapport à l'évènement G ?
   Les évènements A et G sont-ils indépendants en probabilité ?
5. Avec un jeton gagnant de l'urne U_1, le joueur reçoit 25 F ; avec un jeton gagnant de l'urne U_2, il reçoit 50 F ; sinon rien. On notera X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur à l'issue du jeu.
   a. Quelles sont les valeurs prises par X ?
   b. Établir la loi de probabilité de X.
   c. Déterminer son espérance mathématique.

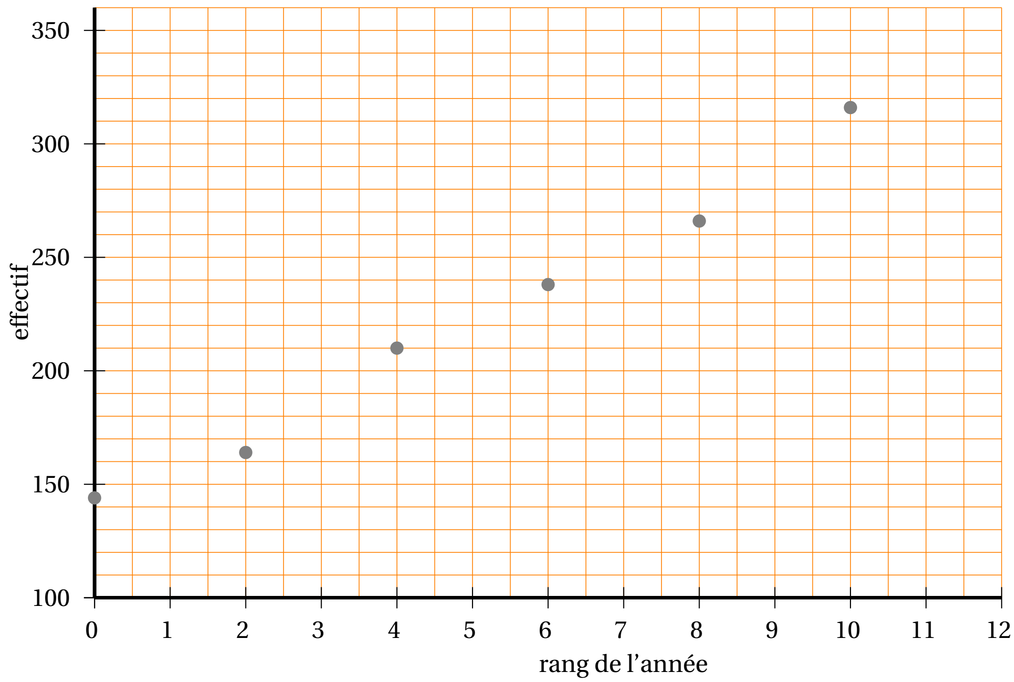
EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant représente l'évolution du nombre d'éléphants dans une réserve, à partir de sa création en 1988 :

Année	1988	1990	1992	1994	1996	1998
Rang de l'année : x_i	0	2	4	6	8	10
Effectif : y_i	144	164	210	238	266	316

Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique est représenté en annexe.
Ce dernier document sera complété au fur et à mesure et rendu avec la copie.
L'objet de l'exercice est de faire des prévisions sur l'effectif de la population d'éléphants de cette réserve pour l'année 2000.
Ces prévisions seront arrondies à l'entier le plus proche.
Aucun détail des calculs statistiques, à effectuer à la calculatrice, n'est demandé dans cet exercice.
Les coefficients des équations de droites seront arrondis au centième.

Nombre d'éléphants dans la réserve



Partie A

Un premier ajustement affine du nuage de points est réalisé avec la droite $\Delta_1 = (M_0M_{10})$.

1. Tracer sur le graphique de l'annexe cette droite Δ_1.
2. Au moyen d'une lecture graphique, déduire une prévision p_1 de l'effectif pour l'année 2000.

Partie B

On désigne par (Δ_2) la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

1. Donner une équation de (Δ_2) et tracer cette droite sur le graphique joint en annexe.
2. Calculer la nouvelle prévision p_2 pour l'effectif en l'an 2000.

Partie C

L'effectif pour l'année 1999 est maintenant connu : 336 éléphants.

1. Placer le nouveau point sur le graphique.
2. On intègre cette valeur dans la série statistique initiale.
   a. Donner l'équation de la nouvelle droite (Δ_3) de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   b. Calculer la prévision correspondante p_3 pour l'effectif en l'an 2000.

Partie D

On ne garde dans le tableau que les valeurs des années 1994 à 1999.

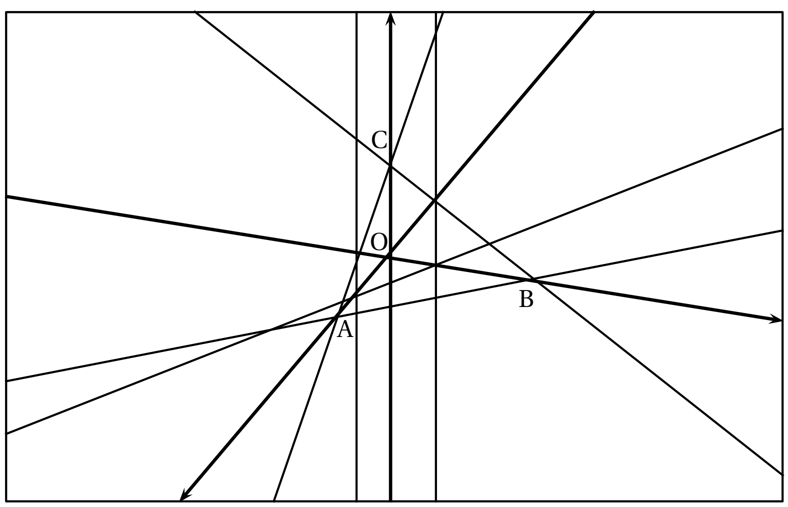
1. Donner l'équation de la droite (Δ_4) de régression de y en x.
2. Calculer la nouvelle prévision p_4 pour l'an 2000.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ orthonormal.
Représenter ce repère sur votre copie en prenant pour unité sur chaque axe 2 cm.
La qualité de cette représentation sera prise en compte. Le candidat pourra s'aider du graphique donné en annexe.

1. On donne le plan (P) d'équation $2x+2y+3z=6$.
   a. Déterminer les coordonnées des points A, B, C intersections du plan (P) avec les axes du repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
   b. Tracer les droites d'intersection du plan (P) avec les plans de coordonnées du repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
2. On considère le plan (Q) d'équation $x+2y=2$.
   a. Déterminer les coordonnées des points d'intersections du plan (Q) avec les axes du repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, quand ceux-ci existent.
   b. Tracer les droites d'intersection du plan (Q) avec les plans de coordonnées du repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
   c. Tracer l'intersection des deux plans (P) et (Q).
3. On donne les points D$(1\,;0\,;0)$, E$(0\,;\,-4\,;\,0)$ et F$(0\,;0\,;4)$.
   a. Déterminer une équation du plan (R) qui contient les points D, E, F.
   b. Calculer les coordonnées du point G, intersection des trois plans (P), (Q) et (R).

Annexe



PROBLÈME **10 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x)=x+3+\mathrm{e}^{(-x+2)}.$$

On notera $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentation de f dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ orthonormal.
On prendra pour unité graphique 1 cm sur chaque axe.

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.

2. Montrer l'existence d'une droite (D) asymptote à la courbe $(\mathscr{C}_f)$. Donner une équation de (D).
3. Étudier les variations de la fonction f sur $[0~;~+\infty[$.
4. **a.** Tracer la droite (D) et la courbe $(\mathscr{C}_f)$ dans le repère défini plus haut.

   b. En utilisant le graphique, indiquer le nombre de solutions de l'équation E : $f(x) = 8$.
   Donner une valeur approchée de ces solutions avec la précision permise par le graphique.
5. Justifier que sur l'intervalle $[2\,;6]$, l'équation E admet une solution unique α, dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-2}.
6. On appelle M la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;9]$.
   Calculer M, en donner une valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Partie B

Une entreprise industrielle produit chaque jour x centaines d'objets $(1 < x < 20)$.
Le coût de fabrication de x centaines d'objets est donné par $f(x)$ exprimé en milliers de francs.

1. Calculer le coût de fabrication de 600 objets, 1 000 objets, 1 200 objets, arrondi au franc.
   Quel est, dans chacun de ces cas, le coût arrondi au franc de fabrication d'un objet ?
2. Quelle quantité d'objets doit-on fabriquer pour que le coût de fabrication soit le plus proche possible de 8 000 F ?
3. Montrer que le coût de fabrication est minimal lorsque l'entreprise fabrique une quantité q_0 d'objets. Donner la valeur de q_0.
   Quel est alors le coût, en francs, de fabrication d'un objet ?

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2001

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le taux d'équipement en lave-vaisselle des ménages français, de 1975 à 1993.

Année	1975	1980	1985	1990	1993
x_i : rang de l'année	0	5	10	15	18
y_i : taux en %	8,4	16,5	23,1	30,0	33,6

(Source : INSEE)

Par exemple : 8,4 % des ménages français ont un lave-vaisselle en 1975.
Dans tout l'exercice, le détail des calculs n'est pas demandé. Les résultats pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice ; ils seront arrondis à 10^{-3} *près.*
Le plan est rapporté à un repère orthogonal (unité graphique : 0,5 cm par année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 3 % sur l'axe des ordonnées.

1. **a.** Représenter le nuage de points $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. On utilisera une feuille de papier millimétré.
   b. Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique et le placer sur le dessin précédent.
2. **a.** Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   Un ajustement affine est-il justifié ?
   b. Donner une équation de la droite de régression (D) de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Représenter (D) sur le dessin précédent.
3. On suppose dans cette question que le modèle obtenu à la question **2.** reste valable pour les années suivantes.
   a. Calculer le taux d'équipement en lave-vaisselle que l'on peut prévoir en 2002.
   b. En quelle année ce taux dépasserait-il 50 % ? Déterminer l'année par le calcul.
   Expliquer comment on peut retrouver graphiquement ce résultat.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une enquête est faite auprès des élèves d'un lycée. Elle révèle que 30 % d'entre eux sont allés le mois précédent au moins quatre fois au cinéma.

1. D'après cette enquête, quelle est la probabilité pour qu'un lycéen, pris au hasard, y soit allé au plus trois fois ?
2. On interroge trois élèves choisis au hasard et de manière indépendante.
   Soit X la variable aléatoire égale au nombre d'élèves qui, parmi ces trois élèves, sont allés au moins quatre fois au cinéma le mois précédent.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X. On pourra utiliser un arbre pondéré.
   b. Calculer l'espérance mathématique de X.
3. Soit F la fonction de répartition de X. Représenter graphiquement F dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm par unité en abscisse et 10 cm pour une unité en ordonnée).

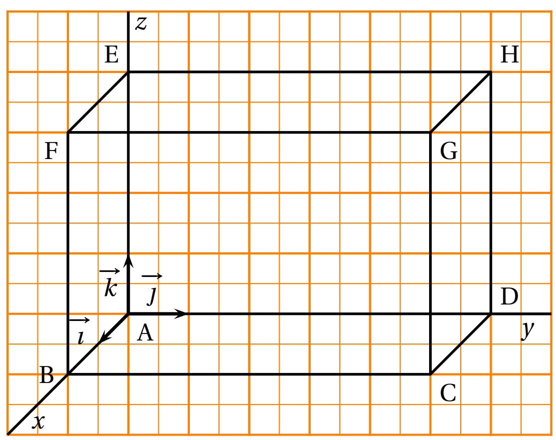
Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $\left(A\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$.

ABCDEFGH est un pavé défini par $\overrightarrow{AB} = 2\,\vec{\imath}$; $\overrightarrow{AD} = 6\,\vec{\jmath}$; et $\overrightarrow{AE} = 4\,\vec{k}$.
I, J et K sont les milieux respectifs de [EF], [FB] et [AD].

1. Placer les points I, J et K sur la figure donnée en annexe. Donner les coordonnées des points B, D et E. Puis vérifier par le calcul que I, J et K ont pour coordonnées respectives $(1\,;\,0\,;\,4)$, $(2\,;\,0\,;\,2)$ et $(0\,;\,3\,;\,0)$.
2. Soit (P_1) le plan d'équation $y = 0$ et (P_2) le plan d'équation $2x + z = 6$.
   - **a.** Donner un vecteur $\vec{n}_1$, normal au plan (P_1) et un vecteur $\vec{n}_2$ normal au plan (P_2).
   - **b.** En déduire que les plans (P_1) et (P_2) sont sécants.
   - **c.** Soit (Δ) l'intersection des deux plans (P_1) et (P_2).
   Montrer que (Δ) est la droite (IJ).
3. Soit $\vec{n}\,(2\,;\,2\,;\,1)$.
   - **a.** Montrer que $\vec{n}$ est un vecteur orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$
   - **b.** En déduire que $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (IJK).
   - **c.** Montrer alors que le plan (IJK) a pour équation $2x + 2y + z = 6$.
4. On considère le plan (P) d'équation $5x + y = 5$.
   - **a.** Déterminer les coordonnées des points R et T, intersections du plan (P) avec les axes (Ax) et (Ay) respectivement.
   - **b.** Vérifier que le point I appartient au plan (P).
   - **c.** Sur la figure précédente, placer les points R et T, puis dessiner la trace du plan (P) sur le plan (xAy).



Problème **11 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x+1)^2 e^{-x}.$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(O,\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.

Partie A ⋆ Étude d'une fonction

1. Calculer la limite de f en - ∞.
2. **a.** Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = x^2\text{e}^{-x} + 2x\text{e}^{-x} + \text{e}^{-x}$.
   b. En déduire la limite de f en $+\infty$. (On rappelle que $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\alpha}\text{e}^{-x} = 0$, pour tout réel α.)
   Quelle interprétation graphique peut-on en faire ?
3. Soit la fonction dérivée de f. Montrer que, pour tout réel x,

$$f'(x) = \left(1 - x^2\right)\text{e}^{-x}.$$

4. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe ($\mathscr{C}$) au point d'abscisse 0.
5. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$. Résumer cette étude dans un tableau.
6. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution x_0 dans l'intervalle $[1 ; 3]$. Donner un encadrement décimal de x_0, d'amplitude 10^{-2}.
7. Construire dans le repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, d'unité graphique 2 cm la courbe ($\mathscr{C}$), la tangente (T) à la courbe ($\mathscr{C}$) au point d'abscisse 0, ainsi que les tangentes horizontales à la courbe ($\mathscr{C}$).

Partie B ⋆ Étude de la fonction inverse

1. Montrer que la fonction f est strictement positive sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
2. On considère la fonction g définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.
   Calculer $g(0)$, $g(1)$ et $g(x_0)$, où x_0 désigne le nombre défini à la question **6.** de la **partie A**.
3. Déterminer la limite de g en $+\infty$.
4. Dresser le tableau des variations de la fonction g sur $[0 ; +\infty[$ en donnant les justifications nécessaires.

Partie C ⋆ Calcul d'aire

On considère la fonction F définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \left(-x^2 - 4x - 5\right)\text{e}^{-x}.$$

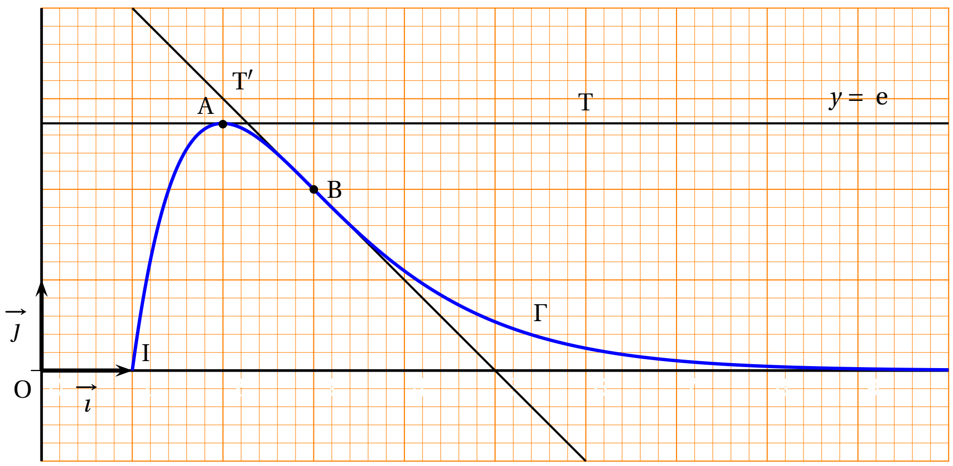
1. Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. On considère l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en cm^2 du domaine plan limité par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.
   Donner la valeur exacte de $\mathscr{A}$, puis une valeur approchée par défaut de $\mathscr{A}$ à 10^{-2} près.

∽ Baccalauréat ES Liban juin 2001 ∾

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Sur le document ci-dessous, le graphique est celui de la courbe Γ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$.



La courbe Γ passe par les points I(1 ; 0), A(2 ; e) et B(3 ; 2) où : e = exp (1). La droite T est tangente à Γ au point A et elle est parallèle à l'axe des abscisses.

La droite T′ est tangente à Γ en B et elle passe par le point de coordonnées (5 ; 0).

La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[2 ; +\infty[$.

L'axe des abscisses est asymptote à la courbe Γ.

1. À l'aide d'une lecture graphique :

a. Donner les valeurs de $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, puis de $f'(2)$ et $f'(3)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.

b. Déterminer une équation de la droite T′.

c. Donner la limite de f en $+\infty$.

d. Dresser le tableau de variations de f ; donner le signe de f sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$.

2. La fonction g est définie, pour tout x de l'intervalle $[1 ; +\infty[$, par $g(x) = \ln(f(x))$.

a. Donner les valeurs de $g(2)$, $g(3)$, puis de $g'(2)$ et $g'(3)$, où g' désigne la fonction dérivée de g.

b. Déterminer les limites de g en 1 et en $+\infty$.

c. Dresser en le justifiant le tableau de variations de g sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$.

d. En utilisant la courbe représentative Γ de la fonction f, donner une valeur approchée des solutions de l'équation $g(x) = 0$.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Un jeu de société est composé d'un grand nombre de fiches qui proposent chacune trois questions indépendantes : la première porte sur la géographie, la seconde sur l'histoire et la troisième sur les arts. À tour de rôle, chaque joueur tire une fiche au hasard et doit répondre aux trois questions dans l'ordre où elles sont proposées.

Le meneur de jeu remplit un bulletin réponse :

G	H	A

dans lequel, pour chaque question, il reporte F si la réponse est fausse, J si elle est juste. Ainsi, si le joueur a bien répondu aux questions sur la géographie et sur les arts, mais n'a pas trouvé la bonne réponse à la question sur l'histoire, le bulletin réponse à cette fiche sera :

G	H	A
J	F	J

Le résultat sera noté : JFJ.

1. **a.** Donner la liste des huits résultats différents que l'on peut obtenir pour une fiche.

   b. À chaque bulletin réponse est attribuée une note : une réponse juste, J, fait gagner 5 points ; une réponse fausse ou l'absence de réponse, F, fait perdre 2 points.

   Donner la liste des résultats qui conduisent à un total de 8 points.

2. La probabilité que Marc donne la réponse juste à une question, qu'elle soit sur la géographie, sur l'histoire ou sur les arts, est de 0,6.

   Marc tire une fiche et répond aux trois questions.

   a. Quelle est la probabilité que Marc obtienne le bulletin réponse cité en exemple ci-dessus ?

   b. Montrer que la probabilité que son bulletin réponse conduise à une note de 8 points est 0,432.

3. On appelle X la variable aléatoire égale à la note obtenue par Marc pour un bulletin réponse.

   a. Préciser toutes les valeurs (positives ou non) prises par X.

   b. Établir la loi de probabilité de X.

   c. Calculer l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Maud vise une cible avec une fléchette. La probabilité qu'elle atteigne la cible est $\dfrac{2}{3}$.
Les résultats des lancers successifs sont supposés indépendants.

1. Si Maud effectue cinq lancers successifs, quelle est la probabilité qu'elle atteigne exactement deux fois la cible ?

2. Maud et Paul décident de jouer des billes avec la règle du jeu suivante :

   - Maud mise des billes puis lance une fléchette.

   - Avant le premier lancer, Maud mise une bille.

   - À chaque lancer :

   • si elle rate la cible, elle perd sa mise que Paul récupère ; le jeu continue ; elle triple sa mise avant de lancer une nouvelle fléchette ;

   • si elle atteint la cible, elle récupère sa mise et Paul lui donne autant de billes que ce qu'elle vient de miser ; le jeu s'arrête.

   On suppose dans cette question que le jeu n'est pas limité par le nombre de billes.

   a. Soit a_n la mise de Maud avant le $(n+1)$-ième lancer. Ainsi $a_0 = 1$, $a_1 = 3$.

   Donner les valeurs de a_2 et a_3.

   Quelle est la nature de la suite (a_n) ?

   En déduire la valeur de a_n en fonction de n.

   b. Maud a raté la cible aux n premiers lancers : elle a donc perdu les mises $a_0,\ a_1, \cdots, a_{n-1}$.

   Montrer qu'elle a perdu $\dfrac{1}{2}\left(3^n - 1\right)$ billes depuis le début du jeu.

3. Lorsque Maud et Paul commencent le jeu défini dans le 2., ils ont chacun 160 billes.
   a. Si Maud perd à toutes les parties successives, quel est le nombre k maximum de lancers qu'elle peut effectuer ?
   b. Quelle est la probabilité que cette situation se réalise et que Maud atteigne la cible au k-ième lancer ?

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Le document ci-après est à compléter et à rendre avec la copie.
La fonction h est définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$ par :

$$h(x) = x^2 + \frac{16x}{2x+1} - 8\ln(2x+1).$$

1. Montrer que : $h'(x) = \dfrac{2x(2x+5)(2x-3)}{(2x+1)^2}$, h' désignant la fonction dérivée de h sur l'intervalle $[0 ; 8]$.
2. Étudier les variations de h sur l'intervalle $[0 ; 8]$.
3. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ a une solution unique α dans l'intervalle $\left[\dfrac{3}{2} ; 8\right]$.
   Déterminer une valeur approchée de α arrondie à 0,01 près.
4. Déduire des résultats précédents le signe de h sur l'intervalle $[0 ; 8]$.

Partie B

La fonction M est définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$ par :

$$M(x) = x + \frac{8}{2x+1}.$$

La fonction C_T est la primitive de la fonction M sur l'intervalle $[0 ; 8]$ qui s'annule pour $x = 0$. Calculer $C_\text{T}(x)$.

Partie C

Une entreprise produit une quantité variable x d'appareils (x est exprimé en milliers d'appareils) dont le coût marginal M est la fonction définie dans la **partie B.**. Dans la suite du problème, tous les coûts seront exprimés en milliers de francs.
On modélise le coût total de production de x milliers d'appareils, pour x appartenant à $\left[\frac{1}{4} ; 8\right]$ par la fonction C_T définie dans la **partie B**.

1. **a.** Vérifier que le coût moyen, par millier d'appareils, est défini sur l'intervalle $\left[\frac{1}{4} ; 8\right]$ par :

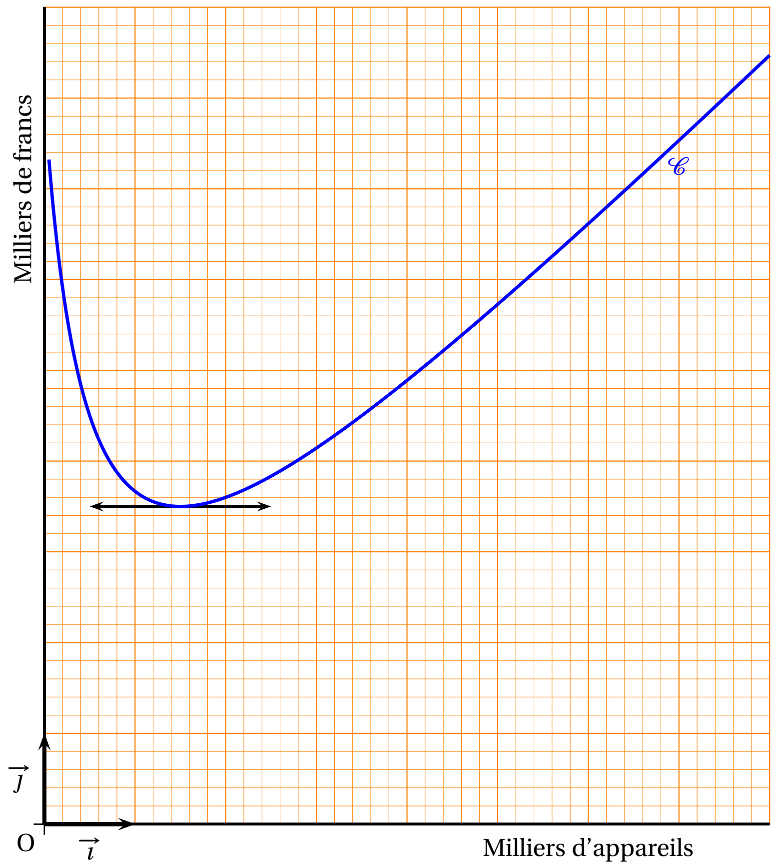
$$C_m(x) = x + 4\frac{\ln(2x+1)}{x}.$$

   b. Calculer $C'_m(x)$, où C' désigne la fonction dérivée de C.
   c. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $\left[\frac{1}{4} ; 8\right]$, $C'_m(x) = \dfrac{h(x)}{2x^2}$, où h est la fonction étudiée dans la **partie A.**.
   d. Étudier les variations de la fonction C_m, et dresser son tableau de variations.
2. **a.** Pour quelle production, arrondie à la dizaine près, le coût moyen, par millier d'appareils, est-il minimum ?
   b. Vérifier que, pour cette valeur approchée de la production, le coût moyen et le coût marginal ont la même valeur, à 5 francs près.

3. Le graphique donné ci-après est celui de la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction M dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, où 2 cm représentent 1 000 appareils sur l'axe des abscisses et 2 cm représentent 1 000 F sur l'axe des ordonnées.

a. On note $\mathscr{C}'$ la courbe représentative de la fonction C_m dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ précédent. Tracer la courbe $\mathscr{C}'$ sur le document donné ci-après.

b. Par une lecture graphique que l'on expliquera, retrouver le résultat de la question **2. b.**.



Baccalauréat ES Métropole juin 2001

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Une université propose aux étudiants trois orientations et trois seulement : une filière A, une filière B et une filière C. Chaque étudiant de l'université est inscrit dans une des trois filières et une seule.
Les effectifs de la filière A sont le double de ceux de la filière B.
Les effectifs de la filière B sont le triple de ceux de la filière C.
On sait de plus que :

20 % des étudiants de la filière A sont des filles ;
30 % des étudiants de la filière B sont des filles ;
40 % des étudiants de la filière C sont des filles.

On choisit au hasard un étudiant de cette université.
On note A l'évènement « L'étudiant est inscrit dans la filière A ». De même pour B et C.
On note F l'évènement « L'étudiant est une fille » ;
G l'évènement : « L'étudiant est un garçon ».

1. Calculer les probabilités des évènements A, B, C ; on vérifiera que $p(B) = 0,3$.
2. Calculer la probabilité que l'étudiant soit inscrit dans la filière A et soit une fille.
   Montrer que $p(F) = 0,25$.
3. Calculer la probabilité que l'étudiant soit inscrit dans la filière A sachant que c'est une fille.
4. L'étudiant, choisi au hasard, n'est pas inscrit dans la filière A. Calculer alors la probabilité que ce soit une fille.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le prix de vente des terrains à bâtir dans la même commune rurale est donné par le tableau suivant :

Année	1980	1985	1987	1990	1995	1997	2000
Rang de l'année x_i	0	5	7	10	15	17	20
Prix du m^2 en francs y_i	58,8	60,9	62,1	67,5	71,7	73	73,8

1. Quelle est, en pourcentage, l'augmentation du prix du m^2 entre 1980 et 2000 ?
2. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal où 5 cm représentent 10 ans en abscisse, 5 cm représentent 10 francs en ordonnée.
3. Déterminer le point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.
4. Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ à 0,01 près.
   On considère que ce coefficient justifie un ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Écrire une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, notée (D) (les coefficients sont arrondis à 0,01).
   Tracer (D).
5. Estimer à 1 millier de francs près le prix d'un terrain de 1 500 m^2 en 2003.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un club de sport propose deux types d'abonnement non permutables.
Formule A : une cotisation annuelle de 500 F à laquelle s'ajoute la première année seulement un droit d'entrée de 10 000 F.

Formule B : une cotisation annuelle initiale de 1 000 F qui augmente de 10 % par an. Dès la seconde année, pour fidéliser la clientèle, on effectue une réduction de 50 F sur la cotisation annuelle. Si C_n, est le montant, exprimé en francs, de la cotisation annuelle la n-ième année, on a $C_1 = 1000$, et pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on a $C_{n+1} = 1,1C_n - 50$.

1. Déterminer la somme T_n versée au club de sport par membre pendant n années avec la formule A.

2. Soit (D_n) la suite définie pour tout entier n supérieur ou égal à 1 par $D_n = C_n + \alpha$ où α est un réel.

Déterminer le réel α pour que la suite (D_n) soit une suite géométrique de raison 1,1 et préciser le terme initial de la suite.

3. On suppose dans cette question que $\alpha = -500$.

a. Exprimer D_n puis C_n en fonction de n.

b. Soit S_n la somme versée au club par un membre pendant n années avec la formule B. Montrer que $S_n = 5000\,[(1,1)^n - 1] + 500n$.

c. Quel nombre minimum d'années un membre doit-il cotiser pour que la formule A soit plus avantageuse que la formule B ?

PROBLÈME **11 points**

On donne les fonctions f et g, définies sur $[1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 1,1x + \ln x - \ln(x+1), \quad g(x) = 1,1x + \frac{1}{x}.$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ leurs courbes représentatives respectives dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

Partie A

1. Étudier les variations de f sur $[1\,;\,+\infty[$.

Trouver la limite en $+\infty$ de $\ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$.

En déduire la limite de f en $+\infty$.

2. Montrer que la droite (D) d'équation $y = 1,1x$ est une asymptote de la courbe $(\mathscr{C})$. Étudier la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à (D).

3. Tracer $(\mathscr{C})$ et (D).

Partie B

1. Étudier les variations de g sur $[1\,;\,+\infty[$ et la limite de g en $+\infty$.

2. Vérifier que la droite (D) est une asymptote de la courbe $(\mathscr{C}')$.

Quelle est la position de $(\mathscr{C}')$ par rapport à (D) ?

3. Tracer $(\mathscr{C}')$ dans le même repère que $(\mathscr{C})$ et (D).

4. On pose $H(x) = (x+1)\ln(x+1) - x\ln x$, pour tout x de $[1\,;\,+\infty[$.

Calculer $H'(x)$; en déduire une primitive sur $[1\,;\,+\infty[$ de la fonction $i\ :\ x \longmapsto g(x) - f(x)$.

5. Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_1^5 \left[g(x) - f(x)\right]\,\mathrm{d}x$.

En donner une interprétation graphique.

Partie C

Les fonctions f et g données plus haut modélisent respectivement la quantité d'objets produits par une entreprise et la quantité d'objets commandés à cette entreprise.
Plus précisément, si t est la date exprimée en semaines, $f(t)$ est la quantité d'objets produits à la date t en milliers et $g(t)$ la quantité d'objets commandés à cette même date en milliers.

1. Lorsque l'on a $f(t) > g(t)$, on dit que « la demande est satisfaite à la date t ».
   Démontrer que la demande n'est jamais satisfaite.
2. On admet que le nombre total d'objets, en milliers, dont la demande n'est pas satisfaite entre les dates n et n' avec $n' > n$ est donné par $\displaystyle\int_n^{n'} \left[g(t) - f(t)\right]\,\mathrm{d}t$.
   Donner, à un objet près, le nombre total d'objets dont la demande n'est pas satisfaite entre les dates 1 et 5.
3. On considère que « le niveau de fabrication est suffisant » lorsque moins de 20 demandes d'objets ne sont pas satisfaites, c'est-à-dire lorsque l'on a : $g(t) - f(t) < 0,02$.
   En admettant que $g - f$ est une fonction strictement décroissante sur $[1\ ;\ +\infty[$, à partir de quelle date le niveau de fabrication est-il suffisant ?

Baccalauréat ES Polynésie juin 2001

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Toutes les réponses aux questions posées devront être soigneusement justifiées.

La courbe ($\mathscr{C}$) donnée sur l'annexe est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur [- 3; 3] dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. La courbe ($\mathscr{C}$) vérifie les quatre conditions suivantes :

- elle passe par l'origine O du repère et par le point A(- 3; 9);
- elle admet au point B d'abscisse 1 une tangente horizontale et elle admet la droite (OA) pour tangente en 0.

1. Quel est le coefficient directeur d la droite (OA) ?
2. L'un des trois schémas numérotés 1, 2 et 3 donnés en annexe est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f. Indiquez le numéro de ce schéma en précisant les raisons de votre choix.
3. On suppose que f est définie sur $[-3 ; 3]$ par :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ où } a, b, c, d \text{ sont des réels.}$$

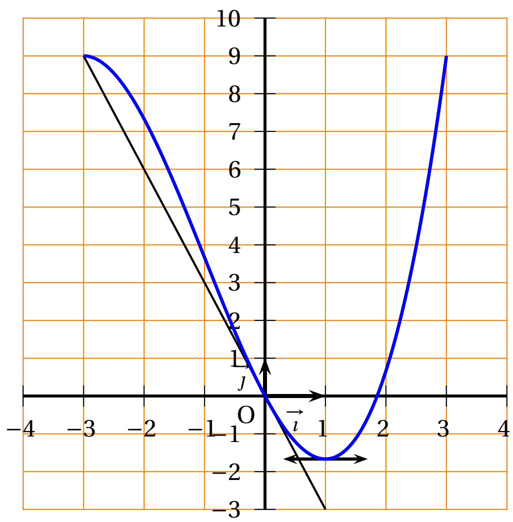
a. Montrer en utilisant les quatre conditions de départ que :

$$a = \frac{1}{3},\ b = 1,\ c = -3,\ d = 0.$$

b. On désigne par f'la fonction dérivée de la fonction f. Factoriser $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f sur $[-3 ; 3]$.

4. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique α dans l'intervalle [1; 2] et déterminer l'arrondi à une décimale de α.

Annexe



Courbe ($\mathscr{C}$) de f

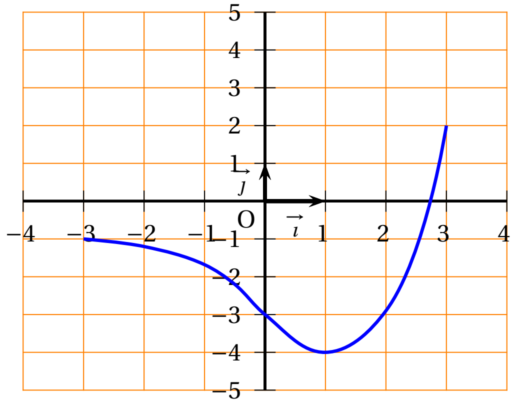


Schéma 1

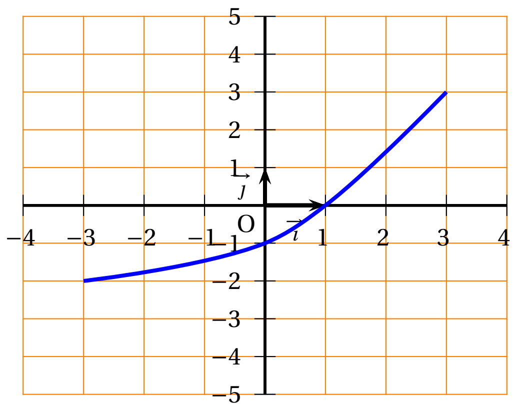


Schéma 2

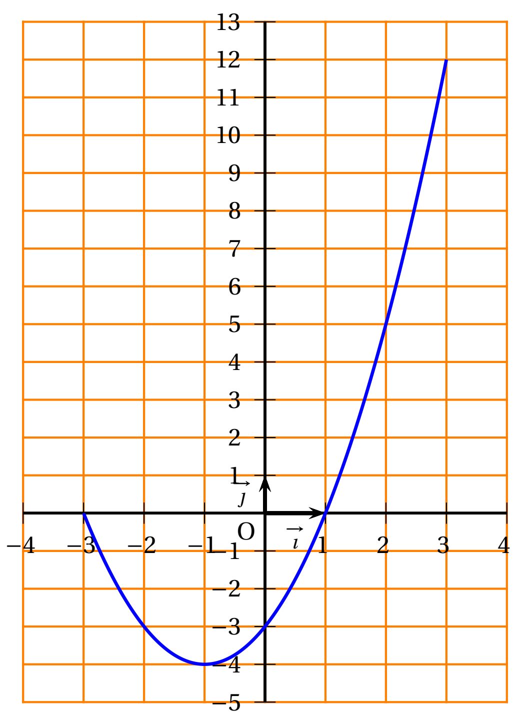


Schéma 3

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour tous évènements A et B on note :

— $\overline{A}$ l'évènement contraire de A;
— $P(A)$ la probabilité de l'évènement A;
— $P(A/B)$ ou $P_B(A)$ la probabilité conditionnelle de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

Un club de tennis comporte 500 adhérents : 300 hommes et 200 femmes. Le tennis en compétition est pratiqué par 90 hommes et 40 femmes. Les autres adhérents pratiquent ce sport uniquement pour le loisir. On choisit au hasard un adhérent. On note :

- H l'évènement : « L'adhérent est un homme »;
- F l'évènement : « L'adhérent est une femme »;
- C l'évènement : « L'adhérent pratique la compétition ».

1. **a.** Calculer les probabilités $P(H)$, $P(F)$ et $P_F(C)$.

b. Décrire l'évènement $C \cap F$ et calculer sa probabilité.

c. Justifier l'égalité suivante : $P(C) = \dfrac{13}{50}$.

d. L'adhérent choisi pratique la compétition. Quelle est la probabilité que cet adhérent soit une femme ?

2. Chaque adhérent doit payer une cotisation annuelle de 3 000 F s'il pratique le tennis en compétition et de 2 500 F dans le cas contraire. De plus, pour la saison 2000-2001 une réduction exceptionnelle de 10 % est consentie aux femmes pratiquant la compétition.

On appelle X la variable aléatoire égale au montant de la cotisation payée par l'adhérent choisi pour la saison 2000-2001.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Monsieur A emprunte 40 000 F à un taux de 5 %. Il désire effectuer chaque année, à la date anniversaire de l'obtention du prêt, des remboursements constants de 6 000 F, sauf éventuellement la dernière année où le remboursement pourra être moindre. Ces 6 000 F comprennent le remboursement des intérêts sur le capital dû et un amortissement du capital.

Le but de l'exercice est de déterminer le nombre p d'années nécessaires pour effectuer le remboursement de ce prêt.

Pour tout entier naturel n, on désigne par C_n le capital, exprimé en francs, restant dû après le n-ième remboursement. On a donc : $C_0 = 40000$ et $C_1 = 36000$.

1. **a.** Montrer que $C_2 = 31800$.

b. Montrer que, pour tout entier naturel n tel que $0 \leqslant n < p$, l'égalité suivante est vraie :

$$C_{n+1} = 1,05C_n - 6000.$$

2. Pour tout entier naturel n tel que $0 \leqslant n < p$ on pose $U_n = C_n - \alpha$ où α est un réel.

a. Déterminer α pour que les nombres U_n soient les termes successifs d'une suite géométrique de raison 1,05 dont on déterminera le premier terme.

b. En déduire, dans ce cas, l'expression de U_n en fonction de n, puis celle de C_n en fonction de n.

3. Déterminer le plus petit entier n tel que $C_n < 6\,000$.
On appelle cet entier n_0. Calculer alors C_{n_0}, et le montant du (n_0+1)-ième remboursement.
Quelle a donc été la durée p du remboursement? Quel est le montant du remboursement total? (Les résultats seront arrondis au centime.)

PROBLÈME **10 points**

Partie A
⋆ **Étude de deux fonctions**

On considère deux fonctions f et g définies sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{2\mathrm{e}^x+1}{3}\quad \text{et}\quad g(x)=\frac{8}{2\mathrm{e}^x-1}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
b. Étudier les variations de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

2. **a.** Déterminer la limite de g en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
b. Étudier les variations de g sur $[0\,;\,+\infty[$.
c. Déterminer le signe de $g(x)$ sur $[0\,;\,+\infty[$.

3. On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f et par (Γ) celle de g, dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ [unité graphique 2 cm].
a. Déterminer par le calcul les coordonnées du point I commun à $(\mathscr{C})$ et à (Γ).
b. Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.
c. Tracer (T), $(\mathscr{C})$ et (Γ) dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. Faire figurer le point I sur le schéma.

4. **a.** Montrer que $g(x)=-8+16\dfrac{\mathrm{e}^x}{2\mathrm{e}^x-1}$ sur $[0\,;\,+\infty[$. En déduire une primitive G de g sur $[0\,;\,+\infty[$.
b. On considère l'ensemble des points du plan situés entre (Γ), l'axe $x'x$ et les droites d'équations $x=0$ et $x=\ln 5$. Hachurer sur le graphique cette partie du plan et calculer son aire en cm^2. On en donnera une valeur exacte, puis l'arrondi du résultat à 10^{-2}.

Partie B

⋆ **Application économique**

1. *Prix d'équilibre*
Les fonctions f et g précédemment définies dans la **partie A** sont les fonctions d'offre et de demande de la vente d'un produit liquide sur un marché.
Plus précisément :
• $f(v)$ est le prix de vente unitaire proposé par les producteurs du secteur pour un volume v de ce produit;
• $g(v)$ désigne le prix unitaire accepté par les consommateurs pour la même quantité v de ce produit.
Le volume v est exprimé en m^3 et les prix en milliers de francs.
a. Comment peut-on interpréter, d'un point de vue économique, le sens de variation de la fonction g?
b. Sur un marché en concurrence pure et parfaite, le prix p_0 qui se forme sur le marché correspond à l'égalité entre l'offre et la demande; p_0 est le prix d'équilibre. Déterminer le volume v_0 correspondant du liquide arrondi à 10^{-3}, puis déterminer p_0.

2. *Surplus des consommateurs* Tous les consommateurs qui étaient prêts à acheter à un prix supérieur au prix d'équilibre réalisent un gain fictif appelé surplus des consommateurs. On admet que ce gain est mesuré par

$S_c = \int_0^{v_0} g(v)\,\mathrm{d}v - p_0 v_0$ en milliers de francs.

a. Placer sur le graphique les points $E(v_0, 0)$ et $F(0, p_0)$. Donner une interprétation graphique du surplus des consommateurs.

b. Calculer une valeur exacte du surplus des consommateurs, puis en donner l'arrondi au franc.

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2001

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne le pourcentage de conscrits (jeunes gens ayant 18 ans dans l'année) qui sont en surpoids ou obèses.

Année	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pourcentage y_i	11,5	11,7	12,5	13,5	13,3	14,5	15,8	15,5	15,6	16,5

(Enquête du laboratoire espace, santé et territoire, université de Paris X – Nanterre)

Les résultats des calculs seront arrondis à 10^{-2} près.
Les coordonnées des points seront arrondies à 10^{-1} près.

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série statistique dans un repère orthonormé. L'origine du repère correspond au point de coordonnées $(0\,;\,10)$.
   G désigne le point moyen de ce nuage. Calculer ses coordonnées (x_0 et y_0).
   Placer ce point sur le graphique.
2. **a.** Trouver une équation de la droite (D) obtenue par la méthode des moindres carrés.
   b. Tracer cette droite (D) sur le graphique précédent et vérifier que le point G appartient à cette droite.
3. **a.** Calculer une valeur approchée à 10^{-3} près du nombre $\rho = \dfrac{\text{cov}(x\ ;\ y)}{\sigma_x\sigma_y}$.
   b. Calculer la somme S des carrés des résidus correspondant à cet ajustement.
   c. Vérifier que $\dfrac{\text{S}}{\sum\left(y_i - y_0\right)^2} = 1 - \rho$.
4. En utilisant les résultats précédents donner une estimation du pourcentage de jeunes gens en surpoids ou obèses ayant 18 ans en 2001.

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement obligatoire

Le système éducatif français est composé du 1er degré (écoles maternelles et primaires) et du 2e degré (collèges et lycées).
Le personnel assurant le fonctionnement est composé de personnel enseignant et de personnel non enseignant (administration, service...).
À la rentrée 1999, on a les informations suivantes :

- 64 % du personnel est enseignant
- 40 % du personnel est dans le 1er degré
- 39 % du personnel enseignant est dans le 1er degré.

On utilisera les notations suivantes pour désigner les évènements :

E : « être enseignant »
$\overline{E}$: « ne pas être enseignant »
$D1$: « être dans le 1er degré »
$D2$: « être dans le 2e degré »

On choisit au hasard une personne ; après justification, les résultats des calculs seront donnés sous forme décimale à 10^{-2} près.

1. Quelle est la probabilité pour un enseignant d'être dans le 1er degré ?
2. Quelle est la probabilité pour un enseignant d'être dans le 2e degré ?

3. Quelle est la probabilité pour une personne du système éducatif d'être enseignant du 1er degré ?
4. Quelle est la probabilité pour une personne d'être enseignante, sachant qu'elle est employée dans le 1er degré ?
5. Quelle est la probabilité pour une personne de ne pas être enseignante, sachant qu'elle est employée dans le 2e degré ?

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement de spécialité

Un couple dépose au premier janvier de l'an 2000, une somme de 5 000 euros sur un compte rémunéré au taux annuel de 6 %.
Par la suite, ce couple possède une capacité d'épargne annuelle de 3 000 euros, épargne versée tous les 1er janvier sur le compte précédent.
Les intérêts sont capitalisés au 31 décembre de chaque année.
On note S_n la somme dont le couple dispose au 1er janvier de l'année $(2000+n)$.

1. Calculer les valeurs de $S_0,\ S_1,\ S_2$.
2. Montrer que l'expression de S_{n+1}, en fonction de S_n est donnée par la relation :

$$S_{n+1} = 1,06 S_n + 3000.$$

3. On pose $T_n = S_n + 50000$.
   a. Montrer que (T_n) est une suite géométrique de raison 1,06.
   b. Exprimer T_n puis S_n en fonction de n.
   c. Au 1er janvier de quelle année le couple possédera-t-il une épargne supérieure à 50 000 euros ?

PROBLÈME **10 points**

Une entreprise fabrique un produit en quantité x.
Le coût total de ce produit est donné par

$$C_{\mathrm{T}}(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{9}{2}\ln(x+1) \quad \text{pour} \quad x \in [0\ ;\ 5].$$

Les coûts sont exprimés en millions d'euros et x est exprimée en milliers de tonnes.

Partie I - Étude d'une fonction auxiliaire *f*

On considère la fonction f définie sur $[0;5]$ par

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{9x}{x+1} - 9\ln(x+1).$$

1. Calculer $f'(x)$ et vérifier que l'on peut écrire

$$f'(x) = \frac{x(x-2)(x+4)}{(x+1)^2}.$$

   Les détails du calcul de f' devront figurer sur la copie.
2. Établir le tableau de variations de f sur $[0;5]$.
3. En déduire que f s'annule sur $[0;5]$ pour une valeur unique α.
4. Déterminer un encadrement à 10^{-3} près de α. (On précisera la méthode utilisée.)

5. Déduire des résultats précédents le signe de f sur $[0\,;5]$.

Partie II – Étude du coût moyen

La fonction coût moyen C_m est définie sur $[0\,;5]$ par :

$$C_m(x) = \frac{C_{\mathrm{T}}(x)}{x} = \frac{x}{4} + \frac{9}{2} \times \frac{\ln(x+1)}{x}.$$

1. Calculer $C'_m(x)$ et vérifier que l'on peut écrire $C'_m(x) = \dfrac{f(x)}{2x^2}$ où f est la fonction auxiliaire de la question **1** de la partie **I**.
Les détails du calcul de C'_m devront figurer sur la copie.

2. Étudier le sens de variation de C_m sur $[0\,;5]$.

3. Pour quelle production, exprimée en tonnes, à une unité près, le coût moyen est-il minimal ? Quel est alors ce coût ?

↫ Baccalauréat ES Métropole septembre 2001 ↬

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Sur une portion de 6 kilomètres de boulevard périphérique, le trafic peut être perturbé entre 7 h et 11 h du matin.
Au début de cette portion, un panneau indique, à chaque instant, le temps de parcours d'un véhicule sur ces 6 kilomètres.
On modélise l'évolution du trafic à l'aide de la fonction f définie sur $[1\,;\,5]$ par

$$f(t) = 8\mathrm{e}\frac{\ln t}{t} + 4 \quad \text{où e est égal à } \exp(1).$$

Le nombre $f(t)$ est alors le temps de parcours indiqué sur le panneau et exprimé en minute, à un instant t exprimé en heure. Il est 7 h du matin à l'instant $t = 1$.
Le panneau indique « trafic fluide » s'il faut moins de 6 minutes pour parcourir les 6 kilomètres, il indique « trafic perturbé » s'il faut plus de 11 minutes.

1. **a.** Étudier les variations de f sur $[1\,;\,5]$ et dresser son tableau de variations.
   b. En déduire que le trafic n'est pas fluide à 7 h 10 min et qu'il ne l'est plus jusqu'à 11 h.
2. Soit g la fonction définie sur $[1\,;\,5]$ par

$$g(t) = (\ln t)^2.$$

   a. Calculer $g'(t)$ et en déduire une primitive de f sur $[1\,;\,5]$.
   b. Déterminer, à une minute près, la valeur moyenne du temps nécessaire pour parcourir les 6 kilomètres, entre 7 h et 11 h du matin.

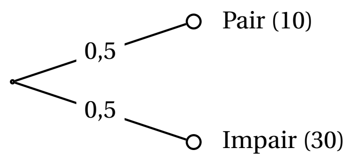
EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Une personne qui dispose de 20 € souhaite miser sur « pair » ou « impair » avant le lancer d'un dé.
La mise est doublée si on gagne, sinon elle est perdue.
Au premier lancer, elle mise 10 € sur « impair », et on suppose que la probabilité d'obtenir « pair » est la même que celle d'obtenir « impair ».
En revanche, aux lancers suivants, elle mise toute la somme qui lui reste ou s'arrête s'il ne lui reste plus rien. Elle décide de jouer au maximum trois fois.

1. Dans cette question, on suppose que la personne mise chaque fois sur « impair » et qu'à chaque fois la probabilité d'obtenir « pair » est égale à celle d'obtenir « impair ».
   On note X la somme qui lui reste à la fin.
   a. Illustrer la situation par un arbre pondéré.
   b. Déterminer la loi de probabilité associée à l'ensemble des valeurs prises par X ainsi que l'espérance de cette loi.
2. Pour cette question, on a constaté après une étude statistique qu'après un « impair », la probabilité d'obtenir de nouveau un « impair » est de $0,4$, et qu'après un « pair », la probabilité d'obtenir de nouveau un « pair » est de $0,45$.
   Le sachant, la personne mise, à partir du deuxième lancer, sur la solution la plus probable.
   On note Y la somme qui lui reste à la fin.
   a. Illustrer la situation par un arbre pondéré.

b. Déterminer la loi de probabilité associée à l'ensemble des valeurs prises par Y ainsi que l'espérance de cette loi.

Remarque : *Dans les deux cas décrits par les deux questions, le premier niveau de l'arbre pondéré est donc le suivant où la somme qui reste à la personne est mise entre parenthèses :*



EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 7$ et, pour tout entier naturel n, par :

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 6}{5}.$$

1. Calculer $u_1,\ u_2,\ u_3$.
2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par :

$$v_n = u_n - 2.$$

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n, et en déduire que :

$$u_n = 5 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n + 2.$$

c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

3. Illustration graphique

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par

$$f(x) = \frac{2x + 6}{5}.$$

a. Tracer la représentation graphique D de f, ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$.

b. Placer, sur l'axe des abscisses, le point P_0 d'abscisse u_0. En utilisant les droites D et Δ, construire les points $\text{P}_1,\ \text{P}_2,\ \text{P}_3$ de l'axe $\left(\text{O}, \vec{\imath}\right)$ d'abscisses respectives u_1, u_2, u_3.

À quoi correspond, sur ce graphique, l'abscisse du point d'intersection des deux droites D et Δ ?

PROBLÈME **10 points**

Première partie

Dans une commune les habitants paient un impôt en fonction de leurs revenus.
La population est alors classée du plus faible impôt au plus fort.
Le tableau suivant indique que $(100y)\,\%$ de la recette fiscale due à cet impôt est payée par $(100x)\,\%$ de la population.

Ainsi le couple (0,7 ; 0,25) signifie que 70 % de la population paie 25 % de la recette fiscale.

x_i	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
y_i	0	0,025	0,04	0,06	0,1	0,16	0,25	0,4	0,65	1

1. **a.** Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i,\ y_i\right)$.
   Vous prendrez un repère orthonormal d'unité graphique 10 cm.

   b. Un ajustement affine entre les variables statistiques x et y vous paraît-il approprié ?

2. *Dans cette question le détail des calculs n'est pas demandé.*
   On considère la variable statistique $z = \ln(y)$ pour les valeurs de y strictement positives.

   a. Recopier et compléter le tableau suivant où z_i sera arrondi à 0,01.

x_i	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$z_i = \ln y_i$	$-3,69$								

   b. Donner une équation de la droite obtenue comme ajustement affine par la méthode des moindres carrés sous la forme $z = ax + b$ où a et b seront arrondis à 0,1.

   c. En déduire une relation entre y et x de la forme $y = \alpha\exp(ax)$ où α sera arrondi à 0,01.

   d. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant des valeurs arrondies à 0,01.

x_i	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\alpha\exp(ax_i)$									

   Comparer avec le tableau initial et donner un bref commentaire.

Deuxième partie

Soient f et g les fonctions définies sur $[0 ; 1]$ par

$$f(x) = 0,01\exp(4,6x) \quad \text{et} \quad g(x) = x - f(x).$$

On note $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f et (Δ) la droite d'équation $y = x$ dans le repère de la première partie.

1. **a.** En utilisant $f(x)$ comme ajustement de la variable statistique y de la première partie, déterminer à 1 % près le pourcentage de la population payant la moitié de la recette fiscale.

   b. Étudier les variations de f sur $[0 ; 1]$.

   c. Tracer $(\mathscr{C})$ et (Δ) sur le graphique de la première partie.

2. **a.** Résoudre l'équation $f'(x) = 1$ sur $[0 ; 1]$; la solution β sera arrondie à 0,01.
   Tracer la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 3.

   b. Résoudre l'inéquation $f'(x) > 1$ sur $[0 ; 1]$.

   c. Donner une relation entre $g'(x)$ et $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de g sur $[0 ; 1]$.

   d. Pour quelle valeur de x la fonction g atteint-elle son maximum ?
   Interpréter graphiquement ce résultat.

Baccalauréat ES Polynésie septembre 2001

Exercice 1 **5 points**

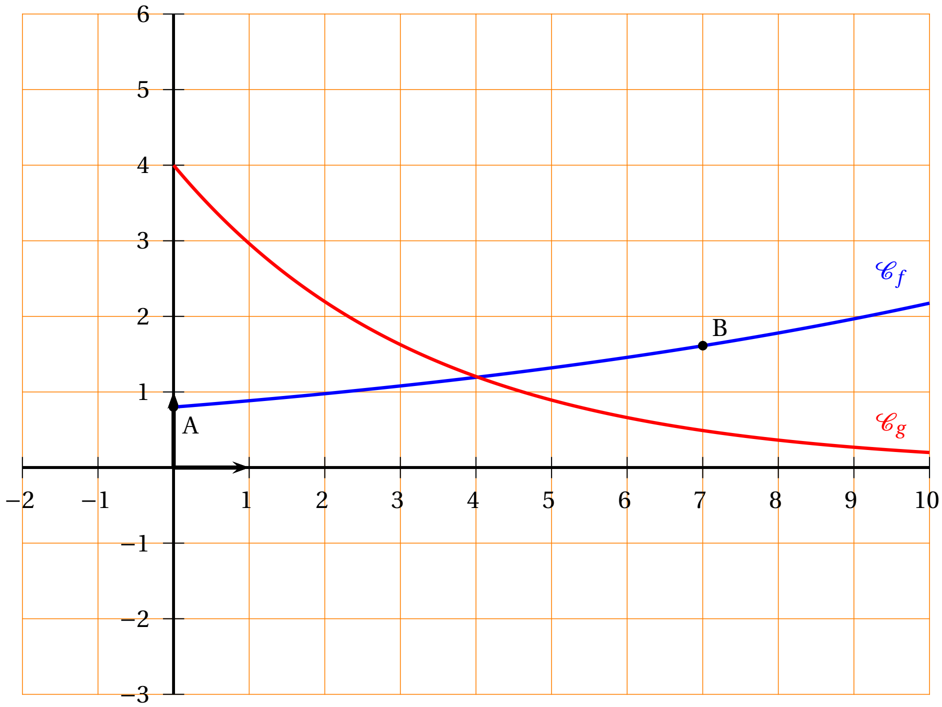
Commun à tous les candidats

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. Sur le graphique ci-après, la courbe $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[0\,;\,10]$ par :

$$f(x) = k\mathrm{e}^{ax}, \text{où } a \text{ et } k \text{ sont deux constantes réelles.}$$

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points A et B de coordonnées : A $(0\,;\,0{,}8)$ et B $(7\,;\,1{,}6)$.
La courbe $\mathscr{C}_g$ est la courbe représentative de la fonction g définie sur $[0\,;\,10]$ par :

$$g(x) = 4\mathrm{e}^{-0{,}3x}.$$



1. **a.** Déterminer les nombres a et k à 10^{-1} près.
   b. Justifier le sens de variation de g.
   c. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ dans $[0\,;\,10]$.
2. Dans une étude de marché, pour un produit donné, on a modélisé l'offre par la fonction f et la demande par la fonction g en fonction du prix unitaire x par :

$$f(x) = 0{,}8\mathrm{e}^{0{,}1x} \quad \text{et} \quad g(x) = 4\mathrm{e}^{-0{,}3x}.$$

   Le prix d'équilibre correspond à la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.
   a. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ dans $[0\,;\,10]$.
   b. Donner la valeur approchée, notée x_e à 10^{-1} près par défaut du prix d'équilibre.
3. **a.** Pour x appartenant à $[0\,;\,9]$ montrer que le quotient $\dfrac{f(x+1) - f(x)}{f(x)}$ est constant.
   On donnera une valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.

b. En déduire le taux d'accroissement, exprimé en pourcentage, de l'offre quand le prix unitaire augmente d'une unité.

4. Le prix est fixé égal au prix x_e. On augmente ce prix de 1 %; déterminer alors le pourcentage t % de variation de la demande (on donnera un arrondi de t à 10^{-1}).

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

Une maison d'édition a ouvert le 1er janvier 2002, sur Internet, un site de vente par correspondance. Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de livres vendus par mois en milliers.

Mois	janvier 2002	janvier 2003	juillet 2003	janvier 2004	avril 2004
Rang du mois x_i	1	13	19	25	28
Nombre de livres en milliers y_i	1,2	2,5	3,5	5,1	6

1. Représenter le nuage de points $\left(x_i\ ;\ y_j\right)$ dans un repère (unités graphiques : 1 cm représente deux mois en abscisse et 1 cm représente 500 livres en ordonnée).

2. L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel plutôt qu'un ajustement affine. Pour cela, on pose $z_i = \ln\left(y_i\right)$.
Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant où z_i est arrondi à 10^{-3}.

Rang du mois x_i	1	13	19	25	28
$z_i = \ln\left(y_i\right)$			1,253		

3. *Dans cette question, les résultats numériques pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice, sans justification.*
Écrire une équation de la droite d'ajustement affine D de z en x par la méthode des moindres carrés, (les coefficients seront arrondis à 10^{-2}).

4. Déduire de la question précédente une relation entre y et x de la forme $y = a\mathrm{e}^{kx}$.
Les coefficients a et k seront arrondis à 10^{-2}.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

On considère un groupe de 500 villes d'un pays.
Chaque année les impôts locaux d'une ville peuvent augmenter ou ne pas augmenter.
n étant un entier naturel, on note :

- a_n la probabilité qu'une ville ait augmenté les impôts locaux l'année n;
- b_n la probabilité qu'une ville n'ait pas augmenté les impôts locaux l'année n;
- P_n la matrice $(a_n\ \ b_n)$ traduisant l'état probabiliste à l'année n.

On a constaté statistiquement que tous les ans :

- 20 % des villes qui ont augmenté les impôts l'année précédente les augmentent l'année suivante;
- 90 % des villes qui n'ont pas augmenté les impôts l'année précédente les augmentent l'année suivante.

1. a. Chaque année, une ville peut être à l'état A « les impôts locaux ont augmenté » ou à l'état B « les impôts locaux n'ont pas augmenté ».
Tracer un graphe probabiliste traduisant les données de l'énoncé.
Exprimer a_{n+1} et b_{n+1} en fonction de a_n et b_n.

b. Vérifier que la matrice M de ce graphe est $\begin{pmatrix}0,2 & 0,8\\ 0,9 & 0,1\end{pmatrix}$

2. On a constaté qu'en 2002, les impôts locaux ont été augmentés dans 300 villes et n'ont pas été augmentés dans 200 villes.

On note a_0 et b_0 les fréquences correspondantes.

a. Déterminer l'état initial $P_0 = (a_0 \quad b_0)$.

b. Calculer P_1. En déduire le nombre de villes qui augmenteront les impôts en 2003 et le nombre de celles qui ne les augmenteront pas en 2003.

3. On rappelle que, pour tout entier naturel n :

$$a_n + b_n = 1 \quad \text{et} \quad P_{n+1} = P_n \times M.$$

Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n.

4. Soit $P = (x \quad y)$ l'état stable. Expliquer ce que représentent x et y et déterminer x et y en utilisant les résultats précédents.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[1\,;\,12]$ par

$$f(x) = \frac{5\ln x}{x^2}.$$

1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{5(1-2\ln x)}{x^3}$.

2. En déduire les variations de f sur $[2\,;\,10]$ puis dresser le tableau de variations de f.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0,5$ admet une solution unique sur $[2\,;\,10]$ notée α puis donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

PARTIE B

Une ville décide de promouvoir les déplacements à vélo afin de lutter contre la pollution et a acheté un parc de 1 000 vélos qu'elle loue à la journée. On constate que la demande est fonction du prix de location et que cette demande est modélisée par la fonction f donnée ci-dessus dans la partie A définie sur $[2\,;\,10]$ où x désigne le prix de location d'un vélo pour la journée et $f(x)$ la demande en milliers de vélos.

1. En utilisant la partie A, indiquer le prix à partir duquel la demande sera inférieure à 500 vélos.

On donnera la valeur au centime d'euro près.

2. On suppose que le prix de location est fixé à 3 euros. Calculer le pourcentage de variation de la demande à 10^{-2} près lorsque le prix augmente de 0,03 euros.

3. Le pourcentage de variation de la demande lorsque le prix augmente de 1 % est appelé « élasticité de la demande par rapport au prix ».

On admet qu'une valeur approchée de ce nombre est $x\dfrac{f'(x)}{f(x)}$. On note $\mathrm{E}(x) = x\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

a. Montrer que $\mathrm{E}(x) = \dfrac{1-2\ln(x)}{\ln(x)}$.

b. Calculer E(3) arrondi à 10^{-2}. Comparer ce résultat avec celui de la question 2.

PARTIE C

1. Calculer la recette lorsque le prix est égal à 3 € (on donnera le résultat à l'euro près).

2. Exprimer en euros la recette $R(x)$ en fonction du prix x.
3. Montrer que $R'(x) = 5\,000 \times \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$.

   Étudier les variations de R sur $[2\,;\,10]$.
4. En déduire le prix de location permettant d'obtenir la recette maximum et déterminer cette recette maximum.

   Le prix de la location sera arrondi au centime d'euro près et la recette à l'euro près.

Baccalauréat ES Amérique du Sud décembre 2001

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

On donne le tableau suivant indiquant l'évolution du nombre de centenaires en France depuis le début du siècle :

années	1911	1931	1946	1962	1970	1980	1992	1995	2000
x_i	11	31	46	62	70	80	92	95	100
nombre de centenaires y_i	118	241	261	440	1 273	3 112	4 323	6 060	9 264

source : INSEE

Tous les résultats statistiques seront donnés à l'aide de la calculatrice.
Le détail des calculs n'est pas demandé.

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points $M\left(x_i\,;\,y_i\right)$: unités graphiques : 1 cm pour 10 ans sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 500 personnes sur l'axe des ordonnées.

2. On constate, au vu de ce nuage, qu'un ajustement linéaire ne semble pas le mieux adapté.
On s'intéresse alors à la série $\left(x_i,\ \ln y_i\right)$.
On appelle z_i une valeur approchée de $\ln y_i$ par défaut à 10^{-4} près.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	11	31	46	62	70	80	92	95	100
z_i	4,770 6	5,484 7	5,564 5						9,133 8

Pour la série $(x_i\,;\,z_i)$ du tableau précédent, donner le coefficient de corrélation linéaire (on en donnera une valeur approchée par défaut à 10^{-3} près) et justifier qu'un ajustement, linéaire est envisageable.

b. Déterminer l'équation $z = ax + b$ de la droite D de régression de z en x par la méthode des moindres carrés. Les nombres a et b seront donnés à 10^{-5} par défaut.

3. Si l'évolution restait la même, estimer le nombre de centenaires en France en 2015.

EXERCICE 2 **6 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Des calculs statistiques effectués sur les élèves de terminale d'un lycée, concernant l'année scolaire 1999-2000. ont donné les renseignements suivants :
en juin 2000, les élèves de terminale se répartissaient ainsi : 45 % en S, 25 % en L, et 30 % en ES. Les taux, arrondis, de réussite au baccalauréat ont été les suivants :

S	L	ES
87 %	85 %	79 %

À la fin du mois de décembre 2000, sur l'ensemble des élèves, qui étaient en terminale dans ce lycée en juin de la même année, on en choisit un au hasard.
Dans la suite de l'exercice, on appelle :

S l'évènement « l'élève choisi était en S l'année scolaire précédente »,
L l'évènement « l'élève choisi était en L l'année scolaire précédente »,
E l'évènement « l'élève choisi était en ES l'année scolaire précédente »,
R l'évènement « l'élève choisi a été reçu au baccalauréat ».

1. a. Donner $p(E)$, $p(R/E)$ et montrer que $p(R \cap E) = 0,237$.

b. Calculer $p(R \cap S)$ et $p(R \cap L)$.

c. En déduire que la probabilité que cet élève choisi au hasard ait été reçu au baccalauréat est $0,841$.

2. Lorsque les élèves, **reçus au baccalauréat**, sont venus au lycée chercher leur diplôme, on s'est renseigné sur leur poursuite d'études, et on a obtenu les résultats suivants :

élèves issus de	S	L	ES
poursuite d'études en faculté	40 %	60 %	40 %

On appelle :

F l'évènement « l'élève choisi est en faculté »,
E' l'évènement $R \cap E$,
L' l'évènement $R \cap L$,
S' l'évènement $R \cap S$.

a. Donner $p(F/E')$.

b. Calculer $p(F \cap E')$.

c. Montrer que la probabilité que l'élève choisi soit en faculté est 0,378 9.

3. À la même date, on choisit, toujours au hasard, un élève qui se trouvait en terminale de ce lycée l'année scolaire précédente et **qui se trouve maintenant en faculté**.

a. Pourquoi les évènements $F \cap E'$ et $F \cap E$ sont-ils les mêmes ?

b. Calculer la probabilité que l'élève choisi soit issu de terminale ES ? (En donner une valeur approchée par excès à 10^{-4} près).

EXERCICE 2 — 6 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Des adolescents (5 garçons et 7 filles) passent ensemble des vacances.
Ils décident de tirer au sort deux d'entre eux chaque jour pour former une équipe chargée d'effectuer les courses.

1. *Pour le tirage au sort fait le premier jour, on donnera les résultats sous la forme de fractions irréductibles.*

a. Combien d'équipes différentes peuvent-ils obtenir par ce tirage au sort ?

b. Calculer la probabilité que l'équipe soit constituée de deux filles.

c. Montrer que la probabilité que l'équipe soit mixte est $\dfrac{35}{66}$.

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale : valeurs approchées par défaut à 10^{-4} *près.*

2. On suppose dans cette question que les vacances durent 6 jours. Ils recommencent chaque jour le tirage au sort dans les mêmes conditions (indépendamment des résultats des jours précédents).

a. Calculer la probabilité que le sort désigne des équipes mixtes exactement quatre fois.

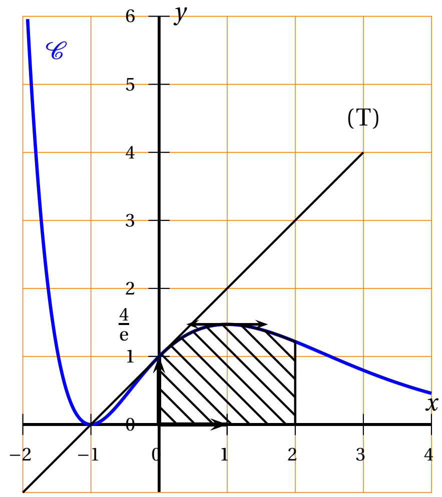
b. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une fois une équipe mixte.

3. Quelle durée minimale doit avoir leur séjour pour que la probabilité que les courses soient effectuées au moins une fois par deux adolescents de sexe différent dépasse 0,999 ?

PROBLÈME **8 points**

Partie A :

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. Sur le graphique ci-contre, la courbe $(\mathscr{C})$ représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
La droite (T) est la tangente à la courbe au point A d'abscisse 0.



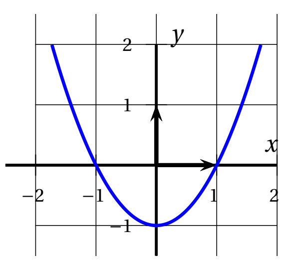
1. À partir du graphique, reproduire et compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1
$f(x)$			
$f'(x)$			

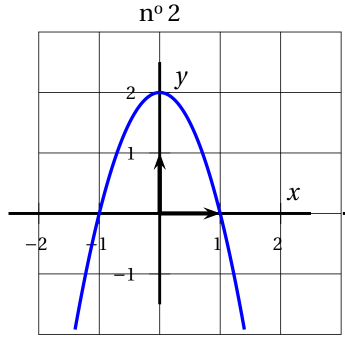
Justifier les valeurs de $f'(-1)$ et $f'(0)$.

2. La fonction f a pour dérivée une fonction f' dont la courbe est l'une des trois suivantes. Indiquer laquelle en justifiant votre réponse.

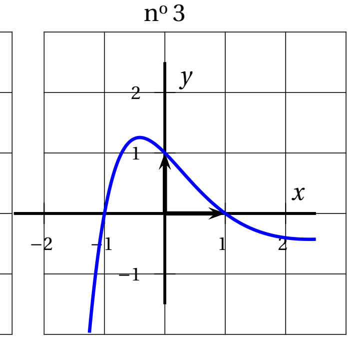
nº 1



nº 2



nº 3



3. Expliquer graphiquement pourquoi l'aire de la partie hachurée, exprimée en unités d'aire, est un nombre compris entre 2 et $\dfrac{8}{e}$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(x^2 + 2x + 1\right) e^{-x}.$$

1. Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) \geqslant 0$.
2. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b. On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x^n} = +\infty$ pour tout entier n supérieur ou égal à 1.

Déterminer alors la limite de f en $+\infty$.

Peut-on en déduire l'existence d'une asymptote à la courbe représentative de f ? Si oui préciser laquelle.

3. a. Montrer que la dérivée de f est définie par $f'(x) = \left(-x^2+1\right)\mathrm{e}^{-x}$.

b. Étudier alors les variations de f suivant les valeurs de x. Dresser le tableau de variations de f.

4. a. Montrer que, sur l'intervalle $[1\,;\,3]$, l'équation $f(x) = 1$ admet une solution α unique.

b. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

5. En fait la représentation graphique de la fonction f est la courbe $(\mathscr{C})$ dessinée dans la **partie A**.

a. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = \left(-x^2 - 4x - 5\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

Calculer $g'(x)$.

b. Calculer $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$. Donner la valeur exacte puis une valeur approchée par excès à 10^{-2} près.

c. Interpréter graphiquement le résultat précédent.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie décembre 2001

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne la dépense de consommation finale des ménages français en biens d'équipement pour les années 1993 à 1998.

Année	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Dépense y_i en milliards de francs	34,6	35,8	18,8	40,5	41,5	46,1

(Source INSEE, Comptes Nationaux)

Le détail des calculs statistiques, à effectuer à la machine, n'est pas demandé.

1. **a.** Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ en prenant comme unités graphiques : 2 cm pour 1 rang en abscisses et 1 cm pour 1 milliard de francs en ordonnées, en faisant débuter la graduation à 30 sur l'axe des ordonnées.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point sur le graphique.

   On veut réaliser un ajustement affine de ce nuage de points afin d'obtenir une prévision pour l'année 1999 de la dépense des ménages français en biens d'équipement.

2. Dans cette question on utilise la méthode d'ajustement dite de la droite de Mayer.

   a. On désigne par G_1 le point moyen des trois premiers points (M_1, M_2 et M_3) du nuage et par G_2 le point moyen des trois derniers points (M_4, M_5 et M_6) du nuage.

   Calculer les coordonnées de G_1 et G_2 puis placer ces deux points sur le graphique.

   b. Démontrer que l'équation réduite de la droite (G_1G_2) est $y = 2,1x + 32,2$.

   Tracer (G_1G_2) sur le graphique.

   c. Calculer la prévision pour l'année 1999 de la dépense des ménages français en biens d'équipement obtenue en utilisant la droite (G_1G_2).

3. Dans cette question, on utilise la méthode des moindres carrés.

   a. Soit D la droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés ; elle a pour équation réduite $y = 2,18x + b$.

   Justifier que $b = 31,92$ en utilisant le point moyen G.

   Tracer D sur le graphique.

   b. Calculer la prévision pour l'année 1999 de la dépense des ménages français en biens d'équipement obtenue en utilisant la droite D.

4. Le montant réel de la dépense pour l'année 1999 a été de 48,8 milliards de francs.

   Commenter, au vu de cette donnée, les prévisions obtenues par les deux méthodes d'ajustement envisagées précédemment.

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement obligatoire

Une entreprise fabrique un article qui doit répondre à des normes précises. On considère que 8 % des articles produits ne sont pas conformes aux normes. Un test de contrôle en fin de fabrication est censé repérer les articles non conformes. Cependant le test comporte une certaine marge d'erreur ; une étude a établi que

- 5 % des articles conformes aux normes sont refusés par le test ;
- 10 % des articles non conformes aux normes sont acceptés par le test.

On considère un article pris au hasard au moment de passer le test.
On note :

C l'évènement « l'article est conforme aux normes » ;
T l'évènement « l'article est accepté par le test ».
$\overline{C}$ et $\overline{T}$ désignent les évènements contraires respectifs de C et T.
La probabilité d'un évènement E est notée $p(E)$; la probabilité conditionnelle de E sachant que F est réalisé est notée $p_F(E)$.

1. **a.** Déduire des données les probabilités $p(C)$, $p\left(\overline{C}\right)$, $p_C(T)$, $p_{\overline{C}}(T)$, $p_C\left(\overline{T}\right)$ et $p_{\overline{C}}\left(\overline{C}\right)$ (on pourra faire un arbre).
   b. Calculer $p(T \cap C)$ et $p\left(T \cap \overline{C}\right)$. En déduire que $p(T) = 0,882$.
   c. Quelle est la probabilité que le contrôle donne un résultat erroné ?
2. Le coût de fabrication d'un article est 80 F.
   Tout article refusé par le test est détruit.
   Chaque article accepté par le test est mis sur le marché et vendu 120 F mais lorsqu'un tel article n'est pas conforme aux normes, l'entreprise doit rembourser 140 F au client (prix d'achat plus 20 F de frais de port) et l'article litigieux est détruit.
   Soit X le nombre indiquant le bénéfice ou la perte correspondant à un article choisi au hasard. L'ensemble des valeurs de X est : $\{+40\ ;\ -80\ ;\ -100\}$.
   a. Exprimer les évènements $(X = 40)$, $(X = 80)$ et $(X = -100)$ en utilisant C, $\overline{C}$, T et $\overline{T}$.
   b. Donner la loi de probabilité associée à ces trois valeurs.
   c. Calculer l'espérance de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

EXERCICE 2 **6 points**
Enseignement de spécialité

Dans un certain milieu professionnel M, toute personne est tenue de posséder un agenda et de le renouveler chaque année. On supposera qu'aucune personne n'achète plus d'un agenda.
Deux fournisseurs, désignés respectivement par a et b, se partagent le marché des agendas dans le milieu M (donc tout individu faisant partie de M se fournit soit auprès de a, soit auprès de b).
On cherche à prévoir les parts de marché futures de a et b en faisant l'hypothèse que d'une année sur l'autre :

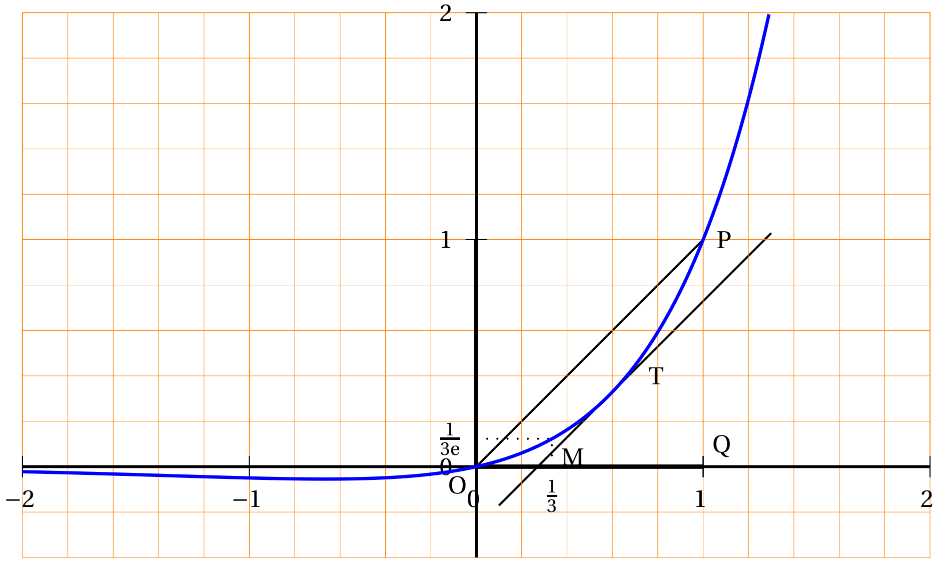
- 76 % des clients de a restent fidèles à a ;
- 64 % des clients de b restent fidèles à b.

Pour l'année 2000, 40 % des individus faisant partie de M ont choisi a et les autres ont choisi b.
On considère une personne prise au hasard dans M.
On note, pour tout entier naturel n :
A_n l'évènement « l'année $2000 + n$, la personne choisit a ».
B_n l'évènement « l'année $2000 + n$, la personne choisit b ».

1. **a.** Déduire des données les probabilités $p\left(A_0\right)$, $P_{A_n}\left(A_{n+1}\right)$ et $P_{B_n}\left(A_{n+1}\right)$.
   b. Démontrer la relation $p\left(A_{n+1}\right) = 0,76 \times p\left(A_n\right) + 0,36 \times p\left(B_n\right)$.
   c. On pose, pour tout entier naturel n, $p_n = p\left(A_n\right)$. Justifier la relation $p_{n+1} = 0,4p_n + 0,36$.
2. On pose, pour tout entier naturel n, $u_n = 0,6 - p_n$.
   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,4 ; préciser son premier terme u_0.
   b. Exprimer u_n puis p_n en fonction de n.
   c. Calculer la limite de p_n lorsque n tend vers $+\infty$.
3. Exprimés en pourcentages, les nombres $p\left(A_n\right)$ et $p\left(B_n\right)$ constituent les prévisions, pour une future année $2000 + n$, des parts de marché respectives de a et b.
   Quelle évolution peut-on prévoir à long terme pour les parts de marché respectives de a et b si le comportement de la clientèle reste toujours le même ?

Problème **10 points**

Sur le graphique ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



1. Expression de la fonction

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^{mx} + p$, m et p étant deux constantes.

a. En utilisant les points $\mathrm{P}(1\,;\,1)$ et $\mathrm{M}\left(\dfrac{1}{3}\,;\,\dfrac{1}{3\mathrm{e}}\right)$ de la courbe $\mathscr{C}$, démontrer que m et p vérifient :

$$\left\{\begin{array}{rcr} m+p &=& 0\\ m+3p &=& -3\end{array}\right. .$$

b. En déduire que $f(x) = x\mathrm{e}^{\frac{3}{2}(x-1)}$.

2. Tableau de variations de f.

a. Calculer la limite de f en $+\infty$. On admet que $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$.

b. Vérifier que

$$f'(x) = \left(\frac{3}{2}x + 1\right)\mathrm{e}^{\frac{3}{2}(x-1)}.$$

c. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ et dresser le tableau de variations de f.

3. Point de $\mathscr{C}$ où la tangente est parallèle à la droite (OP)

a. On admet que f' est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.
Calculer $f'(0)$ et $f'(1)$.
Démontrer que, dans l'intervalle c$[0\,;\,1]$, l'équation $f'(x) = 1$ a une solution unique t.
Donner un encadrement de t d'amplitude 10^{-2}.

b. Justifier que t est l'abscisse du point T de la courbe $\mathscr{C}$, situé entre O et P où la tangente est parallèle à la droite (OP).

4. Aire du domaine situé entre la courbe et le segment [OP]

On note $\mathscr{A}$ la mesure, en unités d'aire, de l'aire du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, le segment [OQ] et le segment [PQ] et S la mesure, en unités d'aire, de l'aire du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$ et le segment [OP].

a. Justifier que $S = \dfrac{1}{2} - \mathscr{A}$.

b. Déterminer pour quelle valeur du réel k la fonction

$$G \quad : \quad x \longmapsto k\mathrm{e}^{\frac{3}{2}(x-1)}.$$

est une primitive de la fonction $g \qquad : x \longmapsto \mathrm{e}^{\frac{3}{2}(x-1)}$.

c. Vérifier que $f(x) = \dfrac{2}{3}\left(f'(x) - g(x)\right)$. En déduire une primitive F de f.

d. Démontrer que $\mathscr{A} = \dfrac{2}{9}\left(1 + 2\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}\right)$.

Donner alors la valeur exacte de S puis une valeur approchée de S à 10^{-2} près.

Baccalauréat ES Nouvelle–Calédonie mars 2002

EXERCICE 1 **5 points**

Les résultats seront donnés, dans cet exercice, sous la forme d'une fraction.

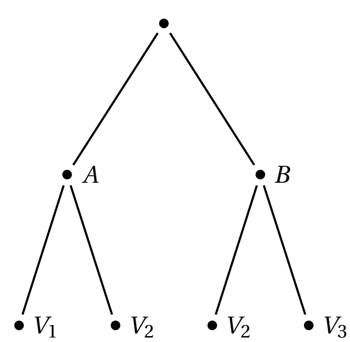
Un club a organisé en l'an 2000, à l'intention de ses adhérents, trois voyages différents.
Deux contrats sont proposés (à l'exclusion de toute autre possibilité)

- un contrat ($\mathscr{A}$) avec l'obligation d'effectuer au plus deux voyages ;
- un contrat ($\mathscr{B}$) avec l'obligation d'effectuer au moins deux voyages.

1 200 membres ont participé à au moins l'un de ces trois voyages et 800 ont choisi le contrat de type ($\mathscr{A}$).
On choisit au hasard un des participants.
On note :

- A l'évènement : « a choisi un contrat de type ($\mathscr{A}$) » ;
- B l'évènement : « a choisi un contrat de type ($\mathscr{B}$) » ;
- V_1 l'évènement : « a effectué exactement 1 voyage » ;
- V_2 l'évènement : « a effectué exactement 2 voyages » ;
- V_3 l'évènement : « a effectué exactement 3 voyages » ;
- $p(E)$ la probabilité de l'évènement E ;
- $p_F(E)$ la probabilité de l'évènement E sachant que F est réalisé.

On sait de plus que plus que $p_A(V_1) = \dfrac{3}{4}$ et $p_{V_2}(A) = \dfrac{2}{3}$.
Pour répondre aux questions suivantes on pourra s'aider de l'arbre ci-dessous (en le complétant au fur et à mesure)



1. **a.** Déterminer $p(A)$ et $p(B)$.

   b. Déterminer $p(A \cap V_1)$ et en déduire que $p(V_1) = \dfrac{1}{2}$.

   c. Déterminer $p(A \cap V_2)$ et en déduire que $p(V_2) = \dfrac{1}{4}$.

   d. Calculer $p(V_3)$.

   e. Déterminer $p_B(V_2)$. À quoi correspond ce nombre ?

2. On répète 5 fois, de façon indépendante, le choix au hasard d'un des participants.
   Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de membres, parmi les 5 choisis, ayant effectué exactement 2 voyages.

   a. Déterminer $p(X = 0)$.

   b. Déterminer $p(X \geqslant 1)$.

   c. Déterminer $p(X = 3)$.

EXERCICE 2 **4 points**

Dans cet exercice, les résultats numériques pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice sans justification.

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de départs à la retraite au sein d'une entreprise à effectif stable.

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	50	53	53	58	57	59	63	64

x_i désigne le rang de l'année; y_i désigne le nombre de départs à la retraite.

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$ associé à la série double dans un repère orthogonal ayant pour origine le point $M_0(0\ ;\ 50)$, et pour unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
2. Dans cette question les résultats seront donnés à 10^{-2} près par défaut.
   a. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. (Hors programme 2003,)
   b. Peut-on envisager un ajustement affine? Pourquoi?
   c. Donner une équation de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   d. Tracer cette droite sur le graphique précédent.
3. En supposant que l'évolution se poursuive de la même façon pour les années suivantes, déterminer une estimation, arrondie à l'entier le plus proche, du nombre de départs à la retraite dans cette entreprise en 2000, puis en 2003.
4. En réalité, 64 employés ont fait valoir en 2000 leur droit à la retraite.
   Soit T : estimation théorique obtenue pour l'année 2000.
   Soit R : nombre réel donné ci-dessus.
   On considère la différence T − R.
   Quel pourcentage cette différence représente-t-elle par rapport à l'estimation théorique?

PROBLÈME **11 points**

Dans tout le problème, le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

Unités graphiques $\dfrac{1}{4}$ cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle I = [0 ; 60] par

$$g(x) = \frac{x-8}{10(x+2)}.$$

On désigne par Γ sa courbe représentative relativement au repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. **a.** Calculer la dérivée de la fonction g.
   b. Étudier le sens de variations de la fonction g.
   c. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de Γ avec l'axe des ordonnées, puis avec l'axe des abscisses.
   d. Déterminer le signe de la fonction g sur I.
2. Démontrer que Γ admet en un point A et un seul une tangente parallèle à la droite d'équation $y = \dfrac{1}{9}x + 10$.

3. a. Vérifier que, pout tout x de I, $g(x) = \dfrac{-1}{x+2} + \dfrac{1}{10}$.
   b. Déterminer une primitive de la fonction g sur I.
   c. Calculer le nombre réel $\displaystyle\int_{10}^{20} f(x)\,\mathrm{d}x$. Préciser, en justifiant, ce que représente géométriquement ce nombre.

Partie B

On considère la fonction B définie sur I = [0 ; 60] par

$$B(x) = 0,1x - \ln(x+2) - 1.$$

1. a. Démontrer que la fonction B est dérivable sur I.
   b. Démontrer que petit tout réel x appartenant à I on a $B'(x) = g(x)$.
   c. Dresser le tableau de variations de B.
2. a. Démontrer que l'équation $B(x) = 0$ admet dans l'intervalle [49 ; 50] une solution et une seule. On note α cette solution.
   b. Déterminer un encadrement à 10^{-1} près de α.
   c. Déduire des questions 1. c. et 2. a. que l'équation $B(x) = 0$ admet dans l'intervalle I = [0 ; 60] une solution et une seule.
3. Tracer la courbe représentative de la fonction B dans le repère orthogonal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie C

Une entreprise produit quotidiennement x voitures ($0 \leqslant x \leqslant 60$) pour un coût total exprimé en millions de francs par

$$C(x) = 0,2x + \ln(x+2) + 1.$$

Chaque voiture produite est vendue, et ce, au prix de 300 000 francs. On appelle $R(x)$ la recette totale (en millions de francs) résultant de la vente de x voitures.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.
2. Exprimer le terme $R(x) - C(x)$ en fonction de x. Que représente ce terme ?
3. Déterminer le nombre minimal de voitures à fabriquer journellement pour rentabiliser l'entreprise.
4. Pour quelle production quotidienne de voitures la perte de l'entreprise est-elle maximale ?

∽ Baccalauréat ES 2002 ∾

L'intégrale d'avril à novembre 2002

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat ES Pondichéry avril 2002

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

On donne les valeurs d'un indice boursier au premier de chaque mois entre janvier et septembre 2001.

Date	1/01	1/02	1/03	1/04	1/05	1/06	1/07	1/08	1/09
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Indice y_i	7 100	6 900	6 800	6 600	6 500	6 350	6 400	6 250	6 000

Les calculs seront effectués à l'aide de la calculatrice. Aucun détail de ces calculs n'est demandé.

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. On prendra 1 cm pour deux unités en abscisse et 1 cm pour 200 points d'indice en ordonnées, en commençant au point $(0 ; 5\,000)$.
2. Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ arrondi à $0,01$.
3. On considère que ce coefficient justifie un ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x (les coefficients étant arrondis à 0,01). Tracer D dans le repère.
4. On suppose que la tendance se poursuit.
   a. En utilisant cet ajustement, donner une estimation à 10 points près de cet indice boursier au 1^er^ janvier 2002.
   b. Calculer le mois à partir duquel on peut estimer que cet indice sera inférieur à 5 000. Comment peut-on vérifier ce résultat graphiquement ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un jardinier propose ses services pour la plantation de la pelouse dans un lotissement nouvellement construit. Il dispose de deux produits : soit un gazon sport, soit un gazon anglais.
Parmi les foyers du lotissement, 60 % se déclarent intéressés par cette offre ; cependant le jardinier sait par expérience que, parmi ceux qui se disent intéressés, 50 % se décident pour le gazon sport, 30 % pour le gazon anglais, les autres renonçant finalement à faire appel à lui.
On note :

I l'évènement « le foyer est intéressé » ;
S l'évènement « le foyer prend du gazon sport » ;
A l'évènement « le foyer prend le gazon anglais » ;
R l'évènement « le foyer renonce à faire appel au jardinier ».

Un foyer du lotissement est pris au hasard.

1. Calculer les probabilités des évènements suivants :
   - « le foyer est intéressé et prend du gazon sport » soit $I \cap S$;
   - $I \cap A$;
   - $I \cap R$.
2. Calculer la probabilité que le jardinier ne plante pas la pelouse dans ce foyer.
3. La plantation du gazon sport est facturée 2 000 € et celle du gazon anglais s €. On appelle X la variable aléatoire égale au montant (qui peut être nul) versé au jardinier par un foyer pris au hasard dans le lotissement.
   a. Donner la loi de probabilité de X.
   b. Exprimer l'espérance mathématique de X en fonction de s.

c. Calculer s pour que le jardinier espère gagner en moyenne 1 200 € par foyer dans ce lotissement.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit M la matrice carrée d'ordre 5 :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Construire le graphe associé à M. On appellera A, B, C, D, E les sommets.
   Ce graphe est-il connexe ? Est-il complet ?
2. Existe-t-il une chaîne eulérienne ?
   Existe-t-il un cycle eulérien ?
3. Donner un encadrement du nombre chromatique du graphe et déterminer sa valeur.
4. **a.** Calculer M^2.
   b. Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 2 entre A et B ? Entre C et A ?
5. Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 3 entre B et D ?

PROBLÈME **11 points**

Commun à tous les candidats

Une société d'achats en ligne veut analyser le déroulement d'une vente promotionnelle « flash » qu'elle a organisée sur l'Internet.
Cette vente, d'une durée annoncée de trois minutes, a provoqué sur son site un flux financier que l'on peut supposer continu et dont la vitesse instantanée a été variable en fonction du temps.
On a pu modéliser cette vitesse pendant les trois minutes de l'ouverture du site par la fonction f définie par

$$f(t) = 20t\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}$$

où t est le temps exprimé en minutes ($t \in [0\,;\,3]$) et $f(t)$ est la vitesse instantanée de ce flux, exprimée en milliers d'euros par minute.
Sauf indication contraire, les résultats numériques seront arrondis au millième.

Partie A

Étude de la vitesse instantanée pendant les trois minutes de la vente.

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. Démontrer que la vitesse admet un maximum. Donner un arrondi au millième de ce maximum.
3. Dessiner la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f dans un repère orthogonal (unités : 5 cm en abscisse, 1 cm en ordonnées) et préciser la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 (on calculera son coefficient directeur).

Partie B

Détermination de la vitesse moyenne pendant les trois minutes de la vente.

1. Vérifier que la fonction F définie sur $[0\,;3]$ par

$$F(t) = -20\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}$$

est une primitive de f sur $[0\,;3]$.

2. En déduire l'aire du domaine plan limité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_f$ et les droites d'équations $t = 0$ et $t = 3$ exprimée en unités d'aire, puis en cm^2.

3. Quelle est la valeur moyenne de f sur $[0\,;3]$?

4. Quelle a été la somme totale transférée à la fin des trois minutes (à un euro près) ?

Partie C

Au cours des trois minutes, la somme d'argent transférée en fonction du temps écoulé (exprimée en milliers d'euros) est représentée par la fonction g définie par :

$$g(t) = 20 - 20\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}, \qquad \text{avec } t \in [0\ ;\ 3].$$

1. Étudier les variations de g.

2. Tracer la courbe représentative de g et la tangente au point d'abscisse 0 dans le repère précédent.

3. On veut savoir à partir de quel instant t_0 il y a eu au moins 18 000 euros transférés.

a. Donner un encadrement d'amplitude 0,1 de t_0 en utilisant le graphique.

b. Résoudre l'inéquation $g(t) \geqslant 18$. En déduire une expression de la valeur exacte de t_0 et sa valeur approchée à une seconde près par excès.

Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 2002

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

En l'absence d'indications spécifiques, les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près. On effectuera les calculs statistiques à l'aide de la calculatrice. Aucun détail n'est alors demandé.*

Après injection d'une substance médicamenteuse, un laboratoire de recherche mesure l'évolution de la quantité de cette substance dans le sang d'un individu.

Après une série de mesures, on obtient les résultats donnés dans le tableau indiqué en annexe (document 1), où x désigne le temps écoulé depuis l'injection (exprimé en minutes) et y désigne la quantité de substance (exprimée en dixièmes de grammes par litre). Le nuage de points correspondant est indiqué sur le document 2 de la feuille annexe.

Les mesures réalisées pour $x = 10$ et $x = 60$ ayant été plusieurs fois vérifiées, on juge que les points A et B sont fiables. On se propose de modéliser ce nuage à l'aide de la courbe représentative d'une fonction, afin de réaliser une prévision sur les points d'abscisses 50 et 70 pour lesquels les mesures n'ont pas été effectuées.

Les questions 1 *et* 2 *sont indépendantes.*

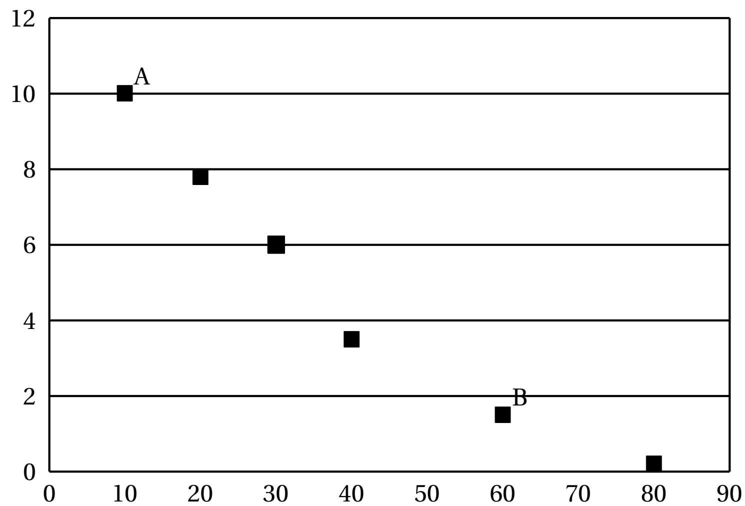
1. On propose un premier modèle d'ajustement du nuage par une courbe $\mathscr{C}$ d'équation $y = a\ln(x) + b$, et on impose à la courbe de passer par les points A et B.
   - **a.** Déterminer alors les réels a et b.
   - **b.** Tracer la courbe $\mathscr{C}$ sur la feuille annexe (document 2).
   - **c.** Prévoir, à l'aide de ce premier modèle, les quantités mesurables pour $x = 50$ et $x = 70$.
2. Dans cette question, on détermine un deuxième modèle d'ajustement du nuage.
   - **a.** Compléter le tableau (document 3) qui figure sur la feuille annexe avec des résultats arrondis à 10^{-3} près. Calculer alors le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(t,\ y)$. Un ajustement affine paraît-il alors envisageable ?
   - **b.** Déterminer une équation de la droite de régression de y en t par la méthode des moindres carrés.
   - **c.** Montrer que ce second modèle conduit à des prévisions de y, pour $x = 50$ et $x = 70$, égales à 2,70 et 1,04 respectivement.
3. Une autre équipe de recherche a effectué les mesures pour $x = 50$ et $x = 70$ dans les mêmes conditions et a obtenu respectivement $y = 2,4$ et $y = 0,6$. Quel modèle doit-on préférer pour ajuster ce nuage ?

ANNEXE
Feuille à rendre avec la copie
Exercice 1

Tableau des coordonnées des points du nuage (document 1) :

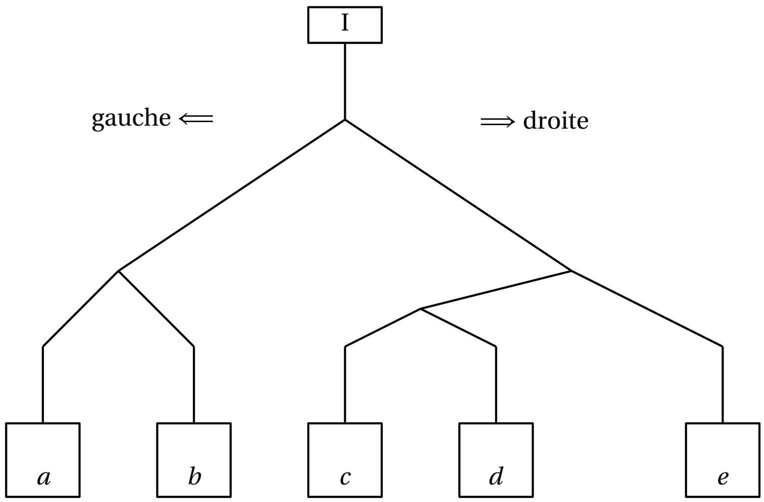
x	10	20	30	40	60	80
y	10	7,8	6	3,5	1,5	0,2

Nuage de points (document 2) :



EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité



On considère le circuit de billes schématisé par la figure ci-dessus. Un joueur lâche une bille en I et on admet qu'à chaque bifurcation la bille prend la direction gauche avec une probabilité de $\frac{1}{4}$.

1. Réaliser un arbre pondéré modélisant cette expérience aléatoire.
2. **a.** Utiliser cet arbre pour déterminer les probabilités des évènements élémentaires suivants, sous forme de fractions irréductibles :
   A : « La bille arrive en a » ;
   B : « La bille arrive en b » ;
   C : « La bille arrive en c » ;
   D : « La bille arrive en d » ;
   E : « La bille arrive en e ».
   Vérifier que la probabilité de l'évènement D est $\frac{9}{64}$.

   b. Parmi les évènements précédents, quel est l'évènement le moins probable ? Le plus probable ?
3. Le joueur gagne 48 points si la bille arrive en a, 16 points si elle arrive en b et 64 points si elle arrive en c. Il ne gagne rien si la bille arrive en d et il perd 32 points si elle arrive en e.

   a. On note X la variable aléatoire égale au nombre de points obtenus : ainsi si la bille arrive en e, on a $X = -32$. En utilisant les résultats de la deuxième question, donner la loi de probabilité de X.

   b. Calculer alors $\mathrm{E}(X)$, espérance mathématique de X. Le joueur a-t-il intérêt à jouer ?

   c. L'organisateur du jeu se doit de proposer un jeu équitable (c'est-à-dire tel que $\mathrm{E}(X) = 0$). Pour cela il décide de modifier le nombre de points perdus si la bille arrive en e. Quel nombre de points perdus doit-il choisir pour que $\mathrm{E}(X) = 0$?

PROBLÈME **11 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme

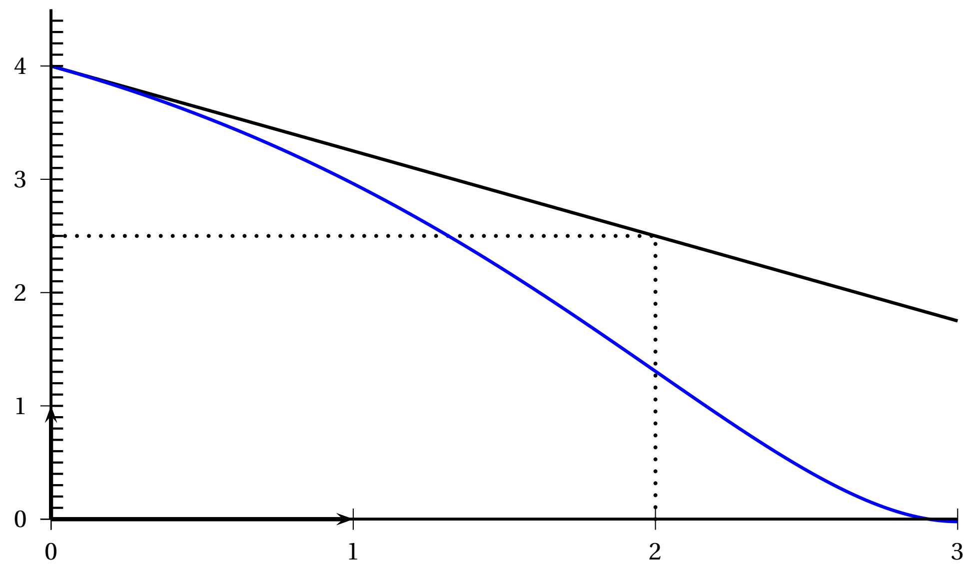
$$f(x) = k + \frac{1}{4}(ax + b)\mathrm{e}^{x},$$

où a, b et k sont des nombres réels que l'on se propose de déterminer dans la **partie A**.

Partie A

Sur la figure ci-dessous, on peut lire la représentation graphique de la fonction f obtenue sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ à l'aide d'un logiciel de tracé ou d'une calculatrice graphique. On précise que :

- A est le point de la courbe d'abscisse 3,
- Au point A, la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses,
- Le point B$(0\,;\,4)$ est un point de la courbe,
- La droite (BC) est tangente à la courbe au point B, avec C $(2\,;\,2{,}5)$.



1. Déterminer une équation de la droite (BC).
2. Donner les valeurs des nombres $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(3)$.
3. Calculer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a, b et k, f' désignant la fonction dérivée de f.
4. Déduire des résultats des questions **2.** et **3.** les valeurs des réels a, b et k. Vérifier que pour tout x réel : $f(x) = 5 + \frac{1}{4}(x-4)\mathrm{e}^x$.

Partie B

On étudie maintenant la fonction f définie par : $f(x) = 5 + \frac{1}{4}(x-4)\mathrm{e}^x$ sur son ensemble de définition $\mathbb{R}$.

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.

1. Calculer $f(3)$ et en donner une valeur approchée à 10^{-3} près. Confronter ce résultat à la figure de la première partie.
2. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   b. Démontrer que, pour tout réel x, $f(x) = (5-\mathrm{e}^x) + \frac{1}{4}x\mathrm{e}^x$ et en déduire la limite de f en $-\infty$ (on rappelle que $\lim\limits_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^x = 0$).

   Quelle est l'interprétation graphique de ce résultat ?
3. **a.** Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

   b. Démontrer que la courbe $\mathscr{C}$ coupe la droite Δ, d'équation $y = 5$, en un point E dont on précisera les coordonnées.
4. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la droite Δ (unités graphiques : 1 cm sur $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\right)$ et 2 cm sur $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\jmath}\right)$.

5. En utilisant une observation graphique et la remarque de la question **1** de la **partie B**, indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ (on ne demande pas de résoudre cette équation mais il faut justifier succinctement la réponse).

Partie C

1. Vérifier graphiquement que, pour tout réel x dans l'intervalle $[-2\ ;\ 2]$:

$$0 \leqslant f(x) \leqslant 5.$$

2. Démontrer que la fonction g, définie par $g(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$, est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $h : x \longmapsto x\mathrm{e}^x$.

3. **a.** Vérifier que, pour tout réel x, on a : $5 - f(x) = \mathrm{e}^x - \dfrac{1}{4}x\mathrm{e}^x$.

b. Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan délimité par la courbe et les droites d'équations $x = -2$, $x = 2$ et $y = 5$. On hachurera ce domaine sur le graphique et on donnera un résultat exact, puis approché à 10^{-2} près.

∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 2002 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On rappelle que l'euro est la nouvelle monnaie en usage en France.
Le tableau ci-dessous donne l'évolution du SMIC horaire converti en euros de 1995 à 2002.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
SMIC horaire en euros y_i	5,64	5,78	6,01	6,13	6,21	6,41	6,67

(Source : INSEE)

1. Calculer le pourcentage d'évolution du SMIC horaire entre les années 1995 et 2001 (le résultat sera arrondi au centième)
2. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i ; y_i\right)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 10 cm pour 1 euro sur l'axe des ordonnées; les graduations commencent à 0 sur l'axe des abscisses et à 5 sur l'axe des ordonnées)
3. Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés et les résultats seront donnés au millième.

   Le nuage de points montre qu'un ajustement affine est justifié.

   Donner une équation de la droite de régression D de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Représenter la droite D dans le repère précédent.
4. Calculer, avec cet ajustement affine, le montant du SMIC horaire en euros que l'on peut prévoir en 2005 (résultat arrondi au centième)
5. On envisage un autre modèle pour prévoir l'évolution du montant du SMIC horaire. On suppose qu'à partir de l'année 2001, le SMIC horaire progressera de 2 % par an. On désigne par u_n le montant du SMIC horaire, en euros, de l'année $(2001+n)$. On a donc $u_0 = 6,67$.

   a. Calculer le montant du SMIC horaire en 2005 (résultat arrondi au centième)

   b. À partir de quelle année le SMIC horaire aura-t-il dépassé 10 euros ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Lors d'une enquête réalisée auprès de familles d'une région, concernant leur habitation principale, on apprend que 55 % des familles interrogées sont propriétaires de leur logement, 40 % en sont locataires et enfin 5 % occupent leur logement gratuitement (ces familles seront appelées dans la suite de l'exercice « occupant à titre gratuit ».)
Toutes les familles interrogées habitent soit une maison individuelle , soit un appartement; toute habitation ne contient qu'une seule famille.
60 % des propriétaires habitent une maison individuelle, 80 % des locataires habitent un appartement et enfin 10 % des occupants à titre gratuit habitent une maison individuelle.
On interroge au hasard une famille de la région et on note :
A l'évènement : « la famille habite un appartement »;
L l'évènement : « la famille est locataire »;
P l'évènement : « la famille est propriétaire »;
G l'évènement : « la famille est occupant à titre gratuit ».
On notera $p(E)$ la probabilité de l'évènement E. L'évènement contraire de E sera noté $\overline{E}$.
$p(E/F)$ désignera la probabilité conditionnelle de l'évènement E par rapport à l'évènement F.

1. **a.** Préciser à l'aide de l'énoncé les probabilités suivantes : $p\left(\overline{A}/P\right)$, $p(A/L)$ et $p\left(\overline{A}/G\right)$.

b. Construire un arbre pondéré résumant la situation.

2. Calculer la probabilité de l'évènement : « la famille est propriétaire et habite un appartement ».

3. Montrer que la probabilité de l'évènement A est égale à $0,585$.

4. On interroge au hasard une famille habitant un appartement. Calculer la probabilité pour qu'elle en soit le propriétaire.

5. On interroge trois familles de la région, le choix de ces familles se faisant aléatoirement et de manière indépendante.
Calculer la probabilité d'interroger trois familles habitant un appartement.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Un dé à 6 faces a été testé sur un grand nombre de lancers.
On a obtenu les résultats partiels suivants pour chaque face :

Face	1	2	3	4	5	6
Fréquence	a	0,15	0,10	0,10	0,15	b

Pour la suite, on assimile ces fréquences aux probabilités des évènements correspondants.

1. **a.** Montrer que : $a + b = 0,5$.

b. On considère la variable aléatoire égale au numéro de la face obtenue ; sachant que son espérance mathématique est égale à $3,75$ quelle relation doivent vérifier a et b ?

c. En déduire que : $a = 0,2$ et $b = 0,3$.

2. On lance le dé.
Calculer la probabilité de l'évènement : « On obtient un nombre impair ».

3. Un joueur lance le dé 3 fois de suite. Les lancers sont indépendants les uns des autres.
Chaque nombre impair apparu lui fait gagner 10 euros et chaque nombre pair lui fait perdre 10 euros.
On note Y la variable aléatoire égale au gain obtenu (positif ou négatif).
Tous les résultats seront arrondis au millième.

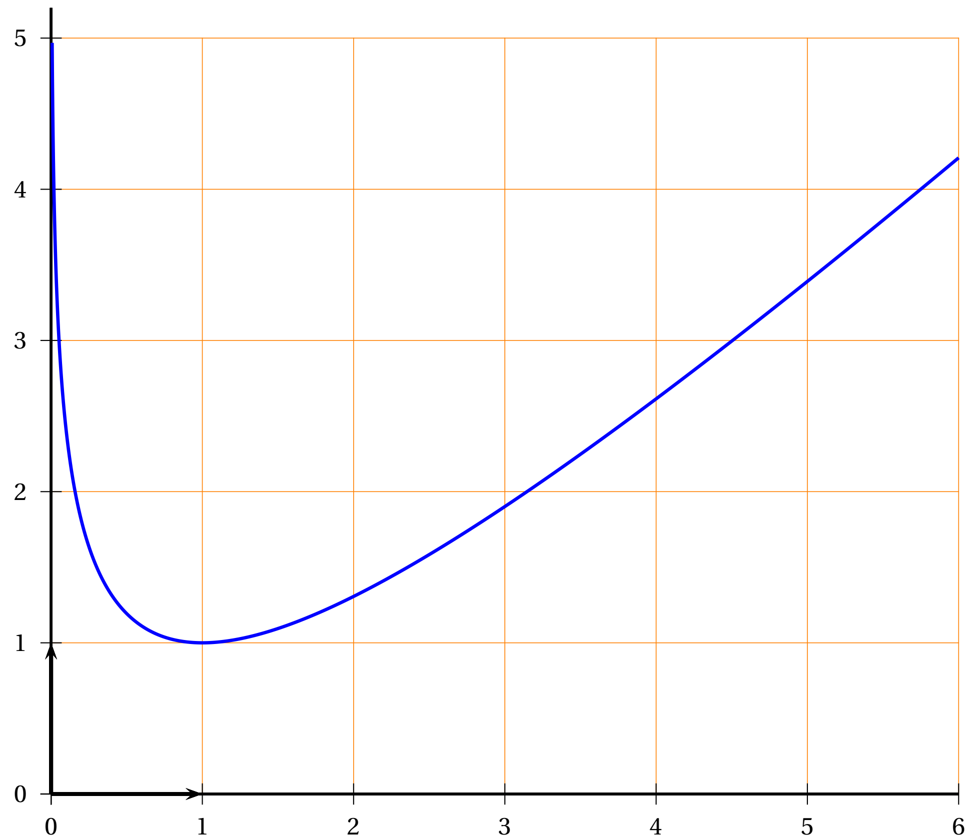
a. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de lancers donnant un nombre impair. Établir la loi de probabilité de X.

b. Quelles sont les valeurs possibles pour Y ?

c. Établir la loi de probabilité de Y.

d. Calculer l'espérance mathématique $E(Y)$.
Ce jeu est-il favorable au joueur ?

Graphique de f



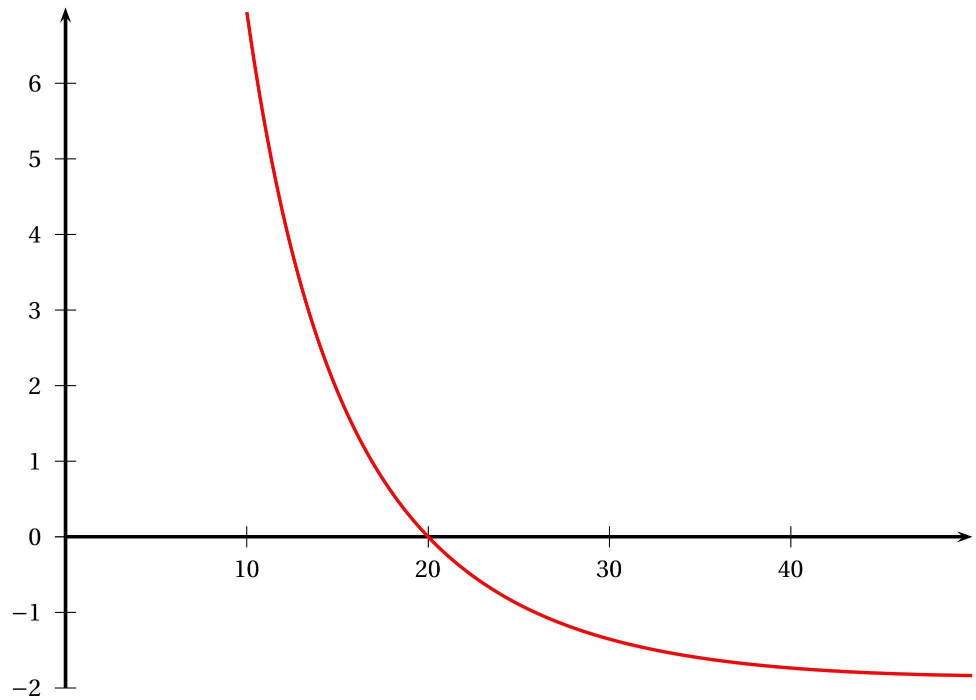
PROBLÈME **11 points**

Le but de ce problème est d'étudier des fonctions utiles pour modéliser des situations en économie : seuil de rentabilité, bénéfice maximum, etc.
On rappelle que l'euro est la nouvelle monnaie en usage en France.

Première partie

On considère la fonction g donnée sur I = $[10\,;\,50]$ par sa représentation graphique et le tableau de valeurs ci-dessous :

x	10	20	50
$g(x)$	7	0	$-1,8$



1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser le signe de $g(x)$ sur I.
2. Soit G une primitive de g sur I.
   a. Quelle est la particularité de la courbe représentative de G au point d'abscisse 20 ?
   b. L'une des trois courbes données en annexe est représentative de la fonction G. Déterminer laquelle en donnant toutes les justifications.

Deuxième partie

Soit f la fonction définie sur I = [1 ; 20] par

$$f(x) = \frac{100}{x} \times (3 - \ln x).$$

1. **a.** Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f sur I.
   b. Montrer que $f'(x) = \dfrac{100}{x} \times (\ln x - 4)$.
2. Étudier le signe de f' sur I. En déduire le tableau de variations de la fonction f.
3. Calculer $f(\mathrm{e}^3)$. En déduire le signe de f sur I.
4. Soit la fonction F définie sur I par $F(x) = -50(\ln x - 3)^2 + 30$.
   a. Montrer que F est une primitive de f sur I
   b. En déduire le tableau de variation de la fonction F.
5. Donner des raisons qui permettent de considérer la fonction g de la première partie comme une bonne approximation de la fonction f.

Troisième partie

La société Dumoulin, qui fournit des hangars préfabriqués pour l'industrie peut en produire jusqu'à 50 par mois.
Son bénéfice, pour q unités produites (q entier entre 10 et 50) est donné par :

$$B(q) = -50(\ln q - 3)^2 + 30 \quad \text{en milliers d'euros.}$$

1. À partir des études précédentes, ou de la calculatrice, déterminer l'ensemble des valeurs de q qui permettent d'obtenir un résultat positif.
2. Déterminer la valeur de q qui permet d'obtenir un bénéfice maximum. Préciser ce bénéfice maximum.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité origine inconnue

On rappelle que l'euro est la nouvelle monnaie en usage en France.

Un dé à 6 faces a été testé sur un grand nombre de lancers. On a obtenu les résultats partiels suivants pour chaque face :

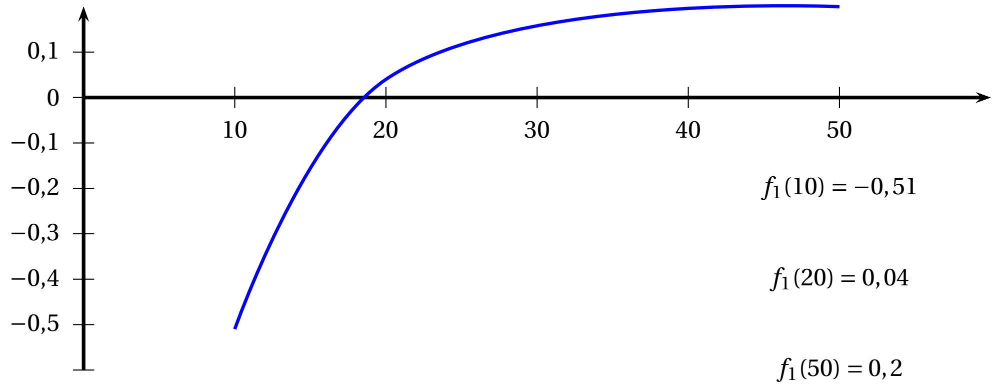
Face	1	2	3	4	5	6
Fréquence	a	0,15	0,10	0,10	0,15	b

Par la suite, on assimile ces fréquences aux probabilités des évènements correspondants.

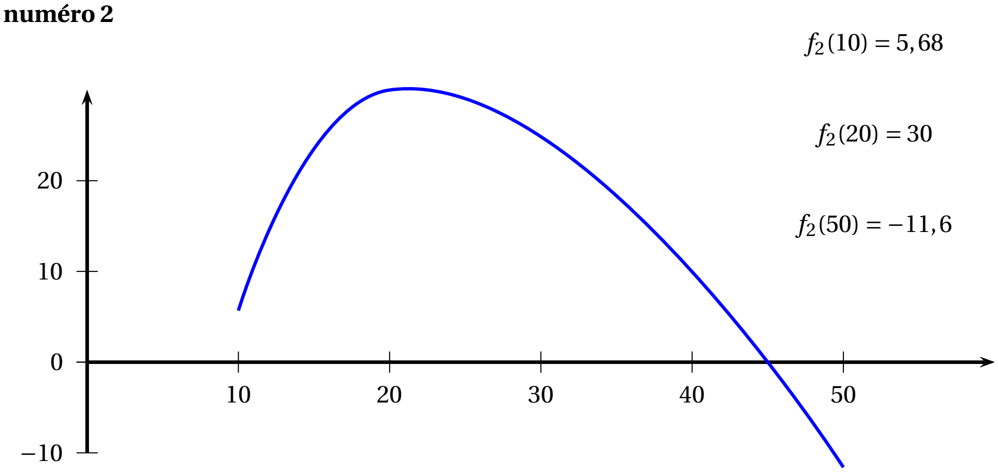
1. **a.** Montrer que $a + b = 0,5$.
   b. On considère la variable aléatoire égale au numéro de la face obtenue ; sachant que son espérance mathématique est égale à 3,75 quelle relation doivent vérifier a et b ?
   c. En déduire que $a = 0,2$ et $b = 0,3$.
2. On lance le dé. Calculer la probabilité de l'évènement : « on obtient un numéro impair ».
3. Un joueur lance le dé trois fois de suite. Les lancers sont indépendants les uns des autres. Chaque nombre impair apparu lui fait gagner 10 euros et chaque nombre pair lui fait perdre 10 euros. On note Y la variable aléatoire égale au gain obtenu (positif ou négatif).
   Tous les résultats seront arrondis au millième.
   a. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de lancers donnant un nombre impair. Établir la loi de probabilité de X.
   b. Quelles sont les valeurs possibles pour Y ?
   c. Établir la loi de probabilité de Y.
   d. Calculer l'espérance mathématique $\mathrm{E}(Y)$. Ce jeu est-il favorable au joueur ?

Annexe

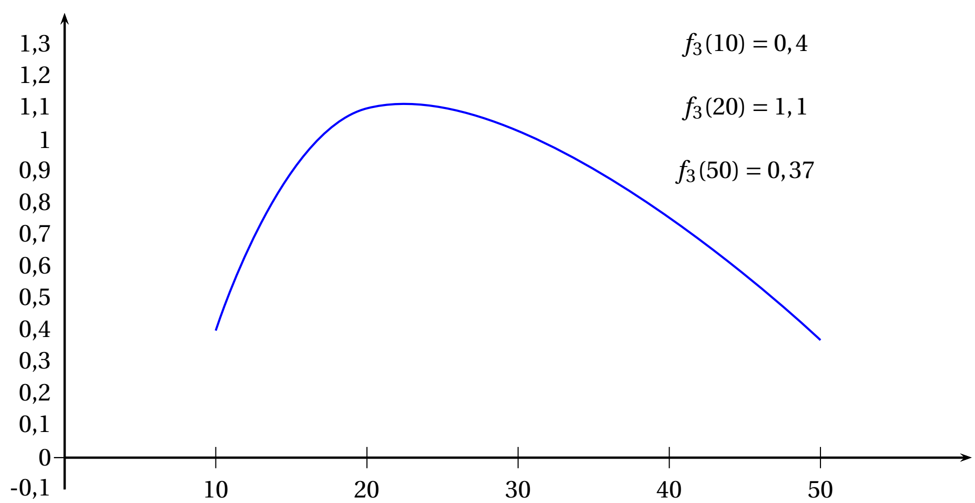
Courbe numéro 1



Courbe numéro 2



Courbe numéro 3



∽ Baccalauréat ES Asie juin 2002 ∽

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une statistique publiée en l'an 1998 donne le nombre d'abonnés à internet dans le monde, à la fin de l'année indiquée :

Année	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3
Nombre d'abonnés en millions : y_i	26	55	101	150

Pour tout l'exercice, les détails des calculs statistiques ne sont pas demandés.

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
(Prévoir sur l'axe des y des graduations jusqu'à 500).
2. Des prévisions ont été réalisées pour les années 1999, 2000 et 2001 à l'aide d'un ajustement affine par la méthode des moindres carrés.
   a. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, les coefficients étant arrondis au dixième. Tracer cette droite sur le graphique.
   b. Calculer avec cet ajustement les prévisions p, q et r du nombre d'abonnés à internet pour les années 1999, 2000 et 2001.
3. Le nombre d'abonnés à internet pour les années 1999 et 2000 est maintenant connu, on obtient le nouveau tableau :

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre d'abonnés en millions : y_i	26	55	101	150	248	407

   a. Placer les nouveaux points sur le graphique. L'ajustement choisi à la question **2** ne paraît plus pertinent; on essaie donc un autre ajustement.
   b. Pour cela, on pose $z_i = \ln(y_i)$.
   Calculer, arrondies au centième, les valeurs $z_i = \ln\left(y_i\right)$ pour i entier variant de 0 à 5, et les présenter dans un tableau. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de z en x, les coefficients étant arrondis au centième.
   c. En déduire l'ajustement : $y = 30\mathrm{e}^{0,53x}$.
   d. Calculer avec cet ajustement la nouvelle prévision r' pour l'année 2001.
   Quelle serait, avec ce deuxième ajustement, la prévision pour 2002 en millions d'abonnés ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Une entreprise vend des calculatrices d'une certaine marque. Le service après-vente s'est aperçu qu'elles pouvaient présenter deux types de défaut, l'un lié au clavier et l'autre lié à l'affichage.
Des études statistiques ont permis à l'entreprise d'utiliser la modélisation suivante :
La probabilité pour une calculatrice tirée au hasard de présenter un défaut de clavier est égale à $0,04$.
En présence du défaut de clavier, la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est de $0,03$.
Alors qu'en l'absence de défaut de clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est de $0,94$.
On note C l'évènement : « la calculatrice présente un défaut de clavier », A l'évènement « la calculatrice présente un défaut d'affichage ».

On notera $p(E)$ la probabilité de l'évènement E. L'évènement contraire de E sera noté $\overline{E}$.
$p_F(E)$ désignera la probabilité conditionnelle de l'évènement E par rapport à l'évènement F.
Dans cet exercice, les probabilités seront écrites sous forme de nombres décimaux arrondis au millième.

1. **a.** Préciser à l'aide de l'énoncé les probabilités suivantes :

$$p_{\overline{C}}(A), \quad p_C(A) \quad \text{et} \quad p(C).$$

   b. Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.
2. On choisit une calculatrice de cette marque au hasard.
   a. Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente les deux défauts.
   b. Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier.
   c. En déduire $p(\text{A})$.
   d. Montrer que la probabilité de l'évènement « la calculatrice ne présente aucun défaut » arrondie au millième est égale à $0,902$.
3. Un client choisit au hasard trois calculatrices de cette marque.
   a. Calculer la probabilité pour que les trois calculatrices ne présentent aucun défaut.
   b. Calculer la probabilité pour qu'au moins une calculatrice ait un défaut.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

On rappelle que l'euro, est la nouvelle monnaie en usage en France.
Les résultats numériques seront donnés arrondis à l'unité.
En janvier 2002, un artisan a réalisé une recette de 2 300 euros alors que ses coûts se sont élevés à 800 euros. Son bénéfice est donc de 1 500 euros. Grâce à une clientèle en augmentation, la recette, c'est-à-dire le chiffre d'affaires de cet artisan, augmente de 1 % tous les mois.
Cependant les coûts, c'est-à-dire les frais, augmentent pendant le même temps de 2,5 %.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	janvier 2002	février 2002	mars 2002
Rang du mois	0	1	2
Recette	2 300		
Coûts	800		
Bénéfice	1 500		

2. Pour le mois de rang n, avec n entier naturel, on note R_n le montant de la recette, C_n le montant des coûts et B_n le montant du bénéfice.
   a. Exprimer R_n et C_n en fonction de n ; justifier votre réponse.
   b. Montrer que $B_n = 2300 \times (1,01)^n - 800 \times (1,025)^n$.
3. Pour étudier le sens de variations de la suite (B_n), on étudie le signe de $B_{n+1} - B_n$.
   a. Établir que, pour tout entier positif n,

$$B_{n+1} - B_n = 23 \times (1,01)^n - 20 \times (1,025)^n.$$

b. Établir que :

$$23 \times (1,01)^n - 20 \times (1,025)^n > 0 \quad \text{équivaut à} \quad \left(\frac{1,025}{1,01}\right)^n < \frac{23}{20}.$$

En déduire les valeurs de n telles que l'inégalité $B_{n+1} - B_n > 0$ soit vérifiée.
Que peut-on dire de la suite (B_n) dans ce cas ?

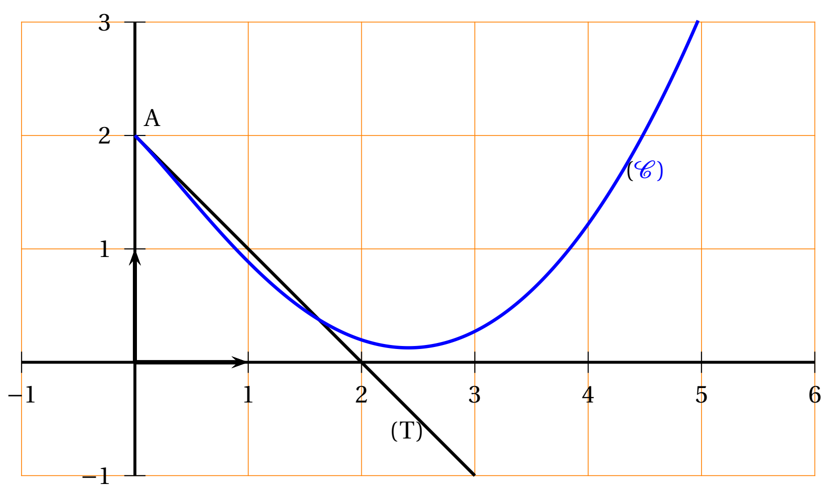
4. Le bénéfice de cet artisan peut-il diminuer ? Si oui, à partir de quel mois obtiendra-t-il une baisse par rapport au mois précédent ?

PROBLÈME **10 points**

On rappelle que l'euro est la nouvelle monnaie en usage en France.
Le but du problème est d'étudier le coût marginal et le coût total de production d'un produit dans une entreprise.
L'objet de la **partie A** est de déterminer une fonction h satisfaisant à des conditions données.
L'objet de la **partie B** est l'étude de propriétés d'une fonction f.
L'objet de la partie **C** est d'utiliser certains résultats de la **partie A** pour répondre à des questions d'ordre économique.

Partie A

La courbe $(\mathscr{C})$, donnée ci-dessous, est la courbe représentative d'une fonction h définie sur $[0~;~+\infty[$.
Le point A a pour coordonnées $(0 ; 2)$. La droite (T) est tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A.



1. Préciser $h(0)$.
Déterminer à l'aide d'une lecture graphique le nombre dérivé $h'(0)$. (Justifier la réponse).

2. La fonction h, définie sur $[0~;~+\infty[$ est de la forme :

$$h(x) = ax^2 + bx + c + 2\ln(x+1) \quad \text{où} \quad a,\ b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

On note h' la dérivée de la fonction h. Exprimer $h'(x)$ en fonction de a et b.

3. On donne $h'(3) = \dfrac{1}{2}$.
En utilisant ce résultat et les résultats de la question **1** déterminer chacune des valeurs a, b et c.

Partie B

Soit f la fonction définie sur I = [0 ; 5] par :

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 3x + 2 + 2\ln(x+1).$$

1. **a.** Calculer la dérivée f' de la fonction f.

   b. Montrer que pour tout x de l'intervalle I :

   $$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x+1}.$$

   c. Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle I.

   d. En déduire les variations de f sur $[0; 5]$.

2. Soit g la fonction définie sur I par :

   $$g(x) = (x+1)\ln(x+1) - x.$$

   a. Calculer la dérivée de la fonction g.

   b. En déduire une primitive de la fonction f sur I

   c. Calculer la valeur exacte, puis la valeur approchée à 10^{-3} près, de l'intégrale $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie C

Sur l'intervalle $[0; 5]$, la fonction f de la partie précédente représente le coût marginal de production un liquide conditionné en flacons d'un litre, en fonction de la quantité produite.
On rappelle que le coût marginal de production est assimilé à la dérivée du coût total.
x représente le volume en milliers de litres, x variant sur l'intervalle $[0; 5]$;
$f(x)$ représente le coût marginal en milliers d'euros.

1. Quel est le coût marginal en euros, du 3 000ᵉ litre produit ?
2. Pour quelle quantité produite le coût marginal est-il minimum ? (donner la valeur au litre près).
3. Les coûts fixes sont de 1 000 euros.

   a. Montrer, en utilisant le résultat de la **partie B**, question **2. b**, que le coût total est donné par l'expression définie sur $[0; 5]$ par :

   $$C(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2(x+1)\ln(x+1) + 1.$$

   b. Calculer $C(5) - C(0)$ à un euro près et interpréter en termes de coût cette différence.
   Comparer ce résultat à celui à la **partie B** question **2. c** et expliquer cette réponse.

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers I juin 2002 ∾

Calculatrice autorisée

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les détails des calculs effectués à la calculatrice ne sont pas demandés.
Sauf indication contraire, les valeurs obtenues seront données sous forme décimale arrondie à 10^{-2} *près.*

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la population d'une petite ville proche d'une métropole en pleine expansion.

Année	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Rang de l'année (x_i)	0	5	10	15	20	25	30	35
Population (y_i)	5 400	5 600	7 000	8 000	8 750	11 200	13 900	15 000

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal :

- Sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour 5 années ;
- Sur l'axe des ordonnées, on placera 5 000 à l'origine et on choisira 1 cm pour 1 000 habitants.

a. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

b. Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série statistique $\left(xi\ ;\ y_i\right)$ et placer ce point sur le graphique.

c. Déterminer l'équation de la droite $\mathcal{D}$ d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés. Tracer $\mathcal{D}$ sur le graphique précédent.

d. En supposant que ce modèle reste pertinent jusqu'en 2020, quelle serait la population de cette ville, à une unité près, en 2020 ?

2. a. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant :

Rang de l'année (x_i)	0	5	10	15	20	25	30	35
$z_i = \ln(y_i)$								

b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$.

c. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés.

d. En supposant que ce second modèle reste pertinent jusqu'en 2020, donner une nouvelle prévision, à une unité près, de la population de cette ville en 2020.

3. Les crédits alloués par l'État aux municipalités étant proportionnels au nombre d'habitants, quel modèle permet la prévision la plus favorable aux finances de la ville en 2020 ?

Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Un jeu consiste à lancer de la main gauche, une balle dans un seau. Parmi l'ensemble des joueurs, $\dfrac{5}{6}$ sont droitiers et $\dfrac{1}{6}$ sont gauchers.

Pour un joueur droitier, la probabilité de mettre la balle dans le seau est $\dfrac{1}{4}$.

Pour un joueur gaucher, cette probabilité est $\dfrac{1}{2}$.

1. On choisit au hasard un individu dans cette population. On note :
G l'évènement « l'individu choisi est gaucher »,
S l'évènement « l'individu met la balle dans le seau ».
   a. Déterminer la probabilité de l'évènement $G \cap S$.
   b. Calculer la probabilité de l'évènement S.
   c. Calculer la probabilité que la personne choisie soit droitière, sachant qu'elle a mis la balle dans le seau.
2. Dans cette question on a sélectionné Paul qui est un joueur droitier. Il lance deux balles l'une après l'autre ; on suppose les deux lancers indépendants.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de balles dans le seau après les deux lancers.
   a. Déterminer les valeurs prises par X
   b. Déterminer la loi de probabilité de X.
   c. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\left\{\begin{array}{rcl} u_0 & = & 6 \\ u_{n+1} & = & \frac{1}{3}u_n + 2 \end{array}\right.$$

On pose $v_n = u_n - 3$.

1. **a.** Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme v_0 et la raison.
   b. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
   c. Déduire, en utilisant la question précédente, $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} v_n$ et $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n$.
2. On constate que, pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$, v_n est strictement positif et on pose $w_n = \ln v_n$.
Démontrer que (w_n) est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison.
3. **a.** Exprimer w_n en fonction de n.
   b. Pour quelle valeur de n a-t-on : $w_n = -\ln\left(27^3\right) - \ln 9$?

PROBLÈME **10 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{cx},\text{ où } a,\ b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Calculer a, b et c pour que la courbe $\mathscr{C}$ passe par le point $\mathrm{A}\left(-\frac{1}{2}\ ;\ 0\right)$, par le point $\mathrm{B}(0\ ;\ 1)$ et qu'elle admette en B une tangente ayant un coefficient directeur égal au nombre 1.
2. On supposera désormais que f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+1)\mathrm{e}^{-x}$.

a. Déterminer la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$. En déduire l'existence d'une asymptote pour $\mathscr{C}$.

b. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

3. Résoudre, sur $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 0$ et en déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$.

4. Montrer que, sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{2}\,;\,2\right]$, l'équation $f(x) = 1$ a une solution unique α.

Donner la valeur décimale arrondie à 10^{-1} de α.

5. Écrire une équation de la tangente $\mathscr{T}$ à $\mathscr{C}$ au point B.

6. Tracer $\mathscr{C}$ et $\mathscr{T}$ dans le repère $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique 2 cm).

Partie B

On donne la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = (-2x-3)\mathrm{e}^{-x} + 3.$$

1. Montrer que F est la primitive sur $\mathbb{R}$ de f qui s'annule pour $x = 0$.

2. Calculer, en cm^2, la valeur exacte de l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -\dfrac{1}{2}$ et $x = 1$.

Donner une valeur approchée de cette aire à 10^{-2} près.

∽ Baccalauréat ES Métropole juin 2002 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les résultats numériques seront obtenus à l'aide de la calculatrice ; aucun détail des calculs statistiques n'est demandé.

Le tableau suivant donne la dépense, en millions d'euros, des ménages en produits informatiques (matériels, logiciels, réparations) de 1990 à 1998.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Dépense y_i	398	451	423	501	673	956	1 077	1 255	1 427

Source INSEE

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ et le point moyen dans un repère orthogonal tel que 2 cm représentent une année en abscisse et 1 cm représente 100 millions d'euros en ordonnée (ainsi 398 sera représenté par 3,98 cm).
2. **a.** Donner la valeur arrondie à 10^{-3} du coefficient de corrélation linéaire de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Un ajustement affine vous paraît-il justifié ?

   b. Écrire une équation de la droite d'ajustement affine D de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-3}). Représenter D dans le repère précédent.

   c. En utilisant cet ajustement affine, donner une estimation de la dépense des ménages (arrondie à un million d'euros) en produits informatiques en 2000.
3. L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel. On pose $z_i = \ln y_i$.

   a. Recopier et compléter le tableau suivant où z_i est arrondi à 10^{-3} :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
z_i	5,986	6,111	6,047	6,217					

   b. Donner la valeur arrondie à 10^{-3} du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\ ,\ z_i)$. Écrire une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-3}).

   c. En utilisant cet ajustement, donner une estimation de la dépense des ménages (arrondie à un million d'euros) en produits informatiques en 2000.
4. En 2000 les ménages ont dépensé 68,9 milliards d'euros pour la culture, les loisirs et les sports et 3,1 % de ces dépenses concernent les produits informatiques.
   Avec lequel des deux ajustements l'estimation faite est-elle la meilleure ?
   Quel est le salaire brut annuel moyen ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une école de commerce a effectué une enquête, en janvier 2000, auprès de ses jeunes diplômés des trois dernières promotions afin de connaître leur insertion professionnelle. À la première question, trois réponses et trois seulement sont proposées :
A « La personne a une activité professionnelle » ;
B « La personne poursuit ses études » ;
C « La personne recherche un emploi ou effectue son service national ».

On a constaté que 60 % des réponses ont été envoyées par des filles. Dans l'ensemble des réponses reçues, en a relevé les résultats suivants :
- 65 % des filles et 55 % des garçons ont une activité professionnelle;
- 20 % des filles et 15 % des garçons poursuivent leurs études.

1. On prend au hasard la réponse d'un jeune diplômé.

a. Montrer que la probabilité qu'il poursuive ses études est égale à $0,18$.

b. Calculer la probabilité qu'il exerce une activité professionnelle.

2. On prend au hasard la réponse d'une personne qui poursuit ses études; quelle est la probabilité que ce soit la réponse d'une fille (on donnera le résultat sous forme fractionnaire) ?

3. On choisit maintenant au hasard et de façon indépendante trois réponses (on suppose que ce choix peut être assimilé à un tirage successif avec remise).

À l'aide d'un arbre pondéré, déterminer la probabilité que l'une au moins des réponses soit celle d'un jeune diplômé poursuivant ses études.

4. Dans l'ensemble des réponses des jeunes diplômés exerçant une activité professionnelle, la répartition des salaires bruts annuels en milliers d'euros est la suivante :

Salaire brut annuel S	$20 \leqslant S < 22$	$22 \leqslant S < 26$	$26 \leqslant S < 30$	$30 \leqslant S < 34$	$34 \leqslant S < 38$	$38 \leqslant S < 40$
Pourcentage	5	15	28	22	20	10

Quel est le salaire brut annuel moyen ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Julie possède depuis plusieurs mois un téléphone mobile pour lequel elle a souscrit un forfait mensuel de deux heures. Soucieuse de bien gérer ses dépenses, elle étudie l'évolution de ses consommations.

Elle a constaté que :

- Si pendant le mois noté n elle a dépassé son forfait, la probabilité qu'elle le dépasse le mois suivant noté $(n+1)$ est $\dfrac{1}{5}$.
- Si pendant le mois noté n elle n'a pas dépassé son forfait, la probabilité qu'elle le dépasse le mois suivant est $\dfrac{2}{5}$.

Pour n entier naturel strictement positif, on désigne par A_n l'évènement « Julie a dépassé son forfait le mois n » et par B_n l'évènement contraire. On pose $p_n = p(A_n)$ et $q_n = p(B_n)$; on a $p_1 = \dfrac{1}{2}$.

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. a. Donner les probabilités de A_{n+1} sachant que A_n est réalisé et de A_{n+1} sachant que B_n est réalisé.

b. Montrer que pour tout entier naturel n non nul, les égalités suivantes sont vraies :

$$p\left(A_{n+1} \cap A_n\right) = \frac{1}{5}p_n \qquad \text{et} \qquad p\left(A_{n+1} \cap B_n\right) = \frac{2}{5}q_n.$$

En déduire que l'égalité suivante est vraie : $p_{n+1} = \dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{5}p_n$.

2. Pour tout entier naturel $n > 1$ on pose : $u_n = p_n - \dfrac{1}{3}$.

Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme u_1.

3. Écrire u_n puis p_n en fonction de n. Déterminer la limite de $\left(p_n\right)$.

PROBLÈME **10 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = (x^2 - 3x + 3)\mathrm{e}^x - 4.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   b. Étudier les variations de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique x_0 appartenant à $]1\,;2[$.
   Donner une valeur arrondie à 10^{-3} de x_0.
3. Déduire des résultats précédents le signe de $f(x)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$.

Partie B

Une entreprise fabrique un produit, en quantité x exprimée en tonnes, sa capacité de production ne pouvant dépasser 3 tonnes. Le coût total de fabrication de ce produit, en centaines de milliers d'euros, est donné par :

$$C_T(x) = (x - 3)\mathrm{e}^x + 3x + 4.$$

Le coût moyen est défini sur $]0\,;3]$ par la formule suivante :

$$C_m(x) = \frac{C_T(x)}{x}.$$

1. Pour tout x de $]0\,;3]$ calculer $C'_m(x)$ et vérifier que l'égalité suivante est vraie : $C'_m(x) = \dfrac{f(x)}{x^2}$.
   En déduire le sens de variation de C_m sur $]0\,;3]$.
2. Pour quelle production l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimum ?
   Quel est le coût moyen minimum (arrondi au millier d'euros) d'une tonne de ce produit ?

Partie C

Une tonne du produit fabriqué est vendue 300 000 euros ; toute la production est vendue.

1. **a.** Le bénéfice algébrique, en centaines de milliers d'euros, réalisé après la fabrication et la vente de x tonnes du produit est noté $B(x)$. Montrer l'égalité suivante : $B(x) = (3 - x)\mathrm{e}^x - 4$.

   b. Étudier le sens de variation de B sur $[0\,;3]$.
   Quelle est la production pour laquelle le bénéfice est maximum ?
2. **a.** Tracer la courbe représentative de B dans un plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 5 cm pour une tonne en abscisse et 2 cm pour 100 000 euros en ordonnée).

   b. À l'aide du graphique, déterminer à 0,1 près les quantités à produire pour que l'entreprise réalise un gain.

Baccalauréat ES La Réunion juin 2002

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Jean-Paul, marathonien émérite, note ses temps de passage lors d'un entraînement :

Distances parcourues x_i en mètres	200	300	400	500
Temps de passage y_i en secondes	40	60	82	104

Pour les questions 1. et 2., les détails des calculs statistiques ne sont pas demandés.

1. **a.** Représenter sur papier millimétré, le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série double, dans un repère orthogonal.

   On prendra pour unités : 1 cm pour 50 mètres sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 10 secondes sur l'axe des ordonnées.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G associé à cette série statistique et placer ce point sur le graphique.

2. Déterminer la valeur du coefficient de corrélation linéaire de la série double $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ (à 10^{-4} près).

   Peut-on envisager un ajustement affine ? Pourquoi ?

3. Pour effectuer des prévisions, Jean-Paul utilise la droite $\mathcal{D}$ de coefficient directeur $0,21$ passant par le point G.

   a. Déterminer alors une équation de $\mathcal{D}$.

   b. Tracer $\mathcal{D}$ sur le graphique.

   c. Calculer le temps de passage prévisible aux 1 000 m.

   d. En fait, aux 1 000 m, Jean-Paul a un temps de passage de 220 secondes.

   Par rapport à la valeur réelle, calculer (à $0,01$ près) le pourcentage d'erreur commise dans sa prévision de temps de passage aux 1 000 m.

4. Peu satisfait de ses prévisions sur des distances plus longues, Jean-Paul recherche pour la série ci-dessous un ajustement par une fonction trinôme du second degré :

Distances parcourues x_i en km	0	0,2	1
Temps de passage y_i en secondes	0	40	220

   a. Déterminer a, b, c pour que la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les trois points de ce nuage.

   b. Aux 2 000 m, Jean-Paul a un temps de passage de 8 minutes.

   Laquelle des deux méthodes d'ajustement permet la meilleure prévision ?

EXERCICE 2 **6 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

En annexe 1 est donnée la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative d'une fonction f.
En annexe 2 est donnée la courbe $\mathcal{C}_g$ représentative d'une fonction g.
L'unité est Ie cm.
La droite (T) est la tangente en A à $\mathcal{C}_f$.
La droite (T$'$) est la tangente en B $\mathcal{C}_g$.

1. **a.** Lire $f(0)$, $f(1)$, $f(5)$.

   b. La fonction f' étant la dérivée de la fonction f, donner, en justifiant, $f'(1)$ et $f'(5)$.

   c. Déterminer alors une équation de la droite (T).

d. La fonction f étant définie par $f(x) = 3x - 8 + \dfrac{12}{x+1}$ calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par les droites d'équations $x = 0$, $x = 5$, l'axe des abscisses et la courbe $\mathcal{C}_f$. En donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

2. a. Lire $g(1)$, $g(4)$, $g(9)$.

b. Donner en justifiant, $g'(9)$.

3. Soit u la fonction définie sur $[0 ; 5]$ par $u(x) = (g \circ f)(x)$.

a. Déterminer $u(0)$, $u(1)$ et $u(5)$.

b. Calculer $u'(5)$.

c. En utilisant le sens de variation de chacune des fonctions f et g donner le tableau de variations de la fonction u sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

Exercice 2 **6 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. Soit (r_n) la suite définie, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, par :

$$\begin{cases} r_1 & = & 0,6 \\ r_{n+1} & = & 0,5r_n + 0,4 \end{cases}$$

Soit (u_n) la suite définie, pour $n \geqslant 1$, par $u_n = r_n - 0,3$.

a. Prouver que (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5. Déterminer u_1.

b. En déduire l'expression du terme général de (u_n) et de celui de (r_n) fonction de n.

c. Montrer que, lorsque n tend vers $+\infty$, la suite (r_n) a une limite que l'on calculera.

2. Amateur de jeux vidéo, Albert fait l'acquisition d'un jeu de voitures de course.
Lors de son premier essai, il a seulement 6 chances sur 10 de terminer le circuit indemne.
S'il réussit le n-ième esai, sa probabilité de réussir l'essai suivant est 0,9.
S'il manque le n-ième essai, sa probabilité de réussir l'essai suivant est de 0,4.
Pour $n \geqslant 1$, on note p_n la probabilité de l'évènement R_n « Albert réussit le n-ième essai ».

a. À partir des données du texte, évaluer p_1, et les probabilités conditionnelles, suivantes : $p\left(R_{n+1}/R_n\right)$ et $p\left(R_{n+1}/\overline{R_n}\right)$.

b. Déterminer en fonction de p_n , les probabilités suivantes : $p\left(\overline{R_n}\right)$,
$p\left(R_{n+1} \cap R_n\right)$ et $p\left(R_{n+1} \cap \overline{R_n}\right)$.

c. En déduire que $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,4$.

d. Que nous apprend sur le jeu la réponse à la question **1. c.**?

PROBLÈME **8 points**

L'objet de ce problème est de rechercher un coût moyen de production minimal, connaissant le coût marginal.

I - Des résultats préliminaires susceptibles d'être utilisés ensuite

1. Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 2x - 2 + \mathrm{e}^{-x}.$$

   a. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   b. Déterminer f' dérivée de f, ainsi que le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

   c. Établir le tableau de variations de la fonction f.

   d. Prouver que, dans $[0\,;\,1]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une et une seule solution α.
   Donner une valeur décimale approchée de α à 10^{-2} près par défaut.

   e. En déduire, suivant les valeurs de x, le signe de $f(x)$.

2. Montrer que la dérivée de la fonction $g\ :\ x \longmapsto x\mathrm{e}^{-x}$ est la fonction
   $g'\ :\ x \longmapsto (1-x)\mathrm{e}^{-x}$.

II - Recherche du coût total

Une usine fabrique un produit dont le coût marginal C **en milliers d'euros**, est donné par la formule :

$$C(x) = 3x^2 - 4x + 2 + (x-1)\mathrm{e}^{-x}.$$

x représentant la quantité de produit en centaines de grammes.
On rappelle que le coût marginal C peut être assimilé à la dérivée du coût total C_{T}.
Déterminer $C_{\mathrm{T}}(x)$ sachant que $C_{\mathrm{T}}(0) = 0$.

III

Pour une production de x **centaines de grammes** on appelle $C_m(x)$ le coût moyen d'un **gramme**, en milliers d'euros. La fonction C_m est définie sur $[0\,;\,+\infty[$.

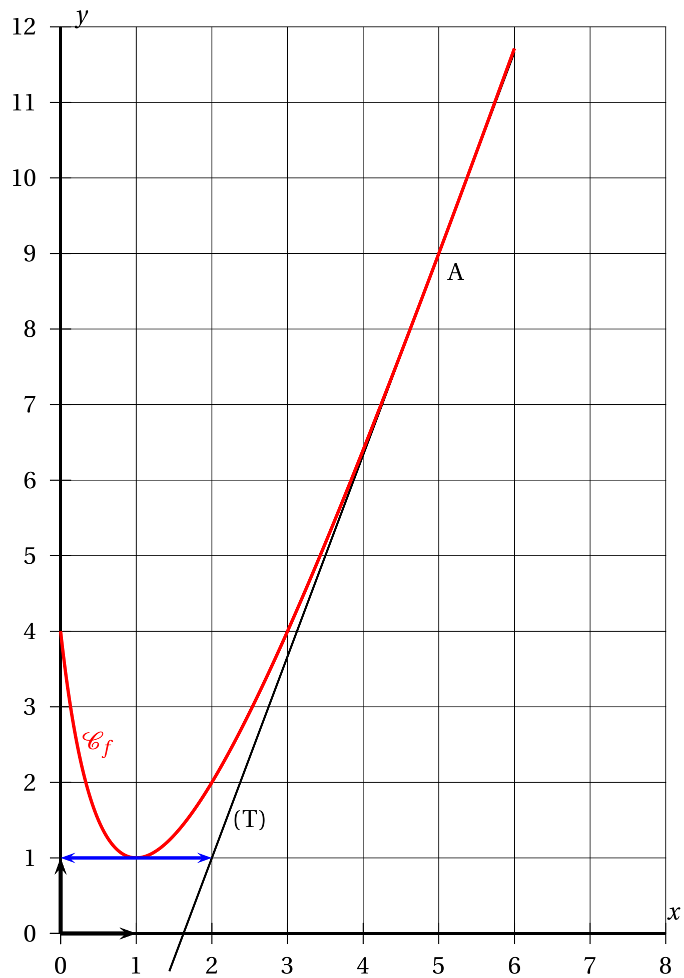
1. Prouver que $C_m(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 2 - \mathrm{e}^{-x}}{100}$.
2. **a.** Calculer $C_m'(x)$ et prouver que $C_m'(x)$ et $f(x)$ ont le même signe.

   b. En déduire les variations de C_m. On ne demande pas les calculs de limites.

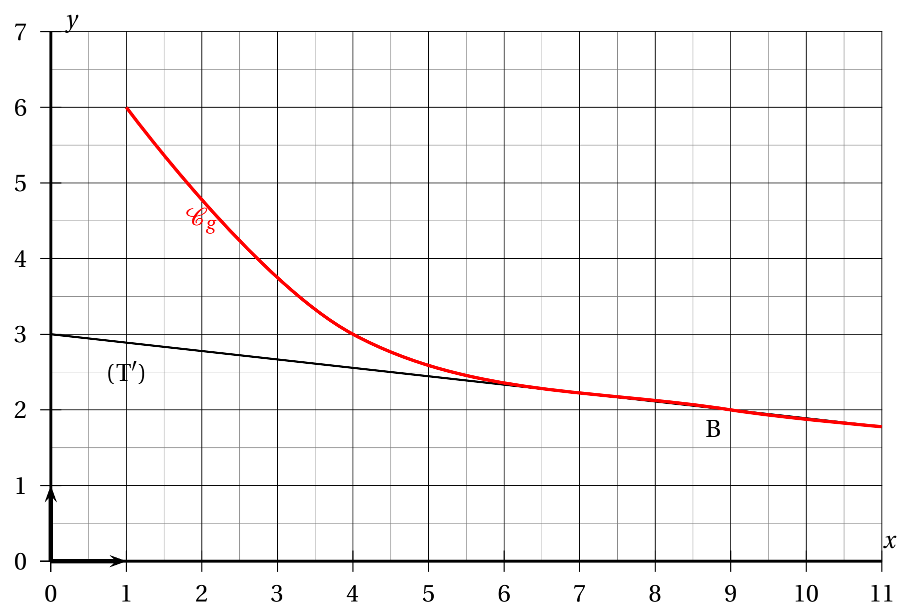
   c. Donner une valeur approchée de la production donnant un coût moyen minimal.

   d. Calculer, au centième près, le coût moyen en euros pour une production de 76 grammes.

ANNEXE 1



ANNEXE 2



Baccalauréat ES Liban juin 2002

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 4 cm), la courbe $\mathcal{C}$ donnée ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$. La courbe $\mathcal{C}$ admet pour asymptotes les axes de coordonnées, passe par le point A(1 ; 0), par le point $\mathrm{B}\left(\sqrt{\mathrm{e}}\ ;\ \dfrac{1}{2\mathrm{e}}\right)$ et elle admet au point B une tangente horizontale.

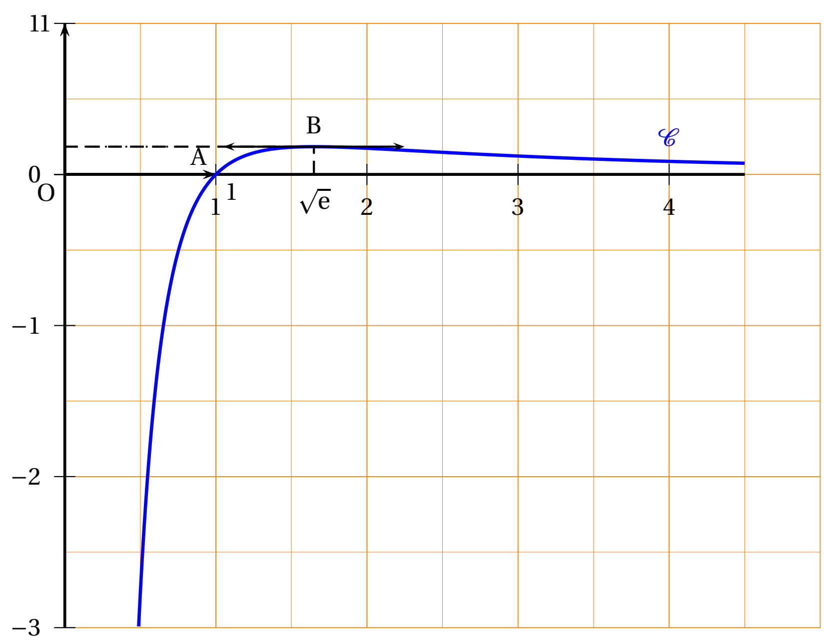
1. En utilisant ces renseignements et une lecture graphique :
   a. Donner le tableau de variations de f avec le signe de la dérivée et les limites aux bornes de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
   b. Donner le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.
2. On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2}.$$

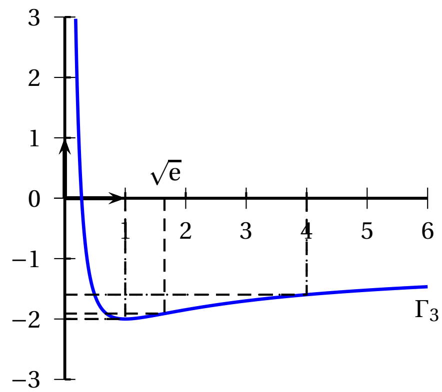
   a. Montrer que, pour tout réel x strictement positif, on a

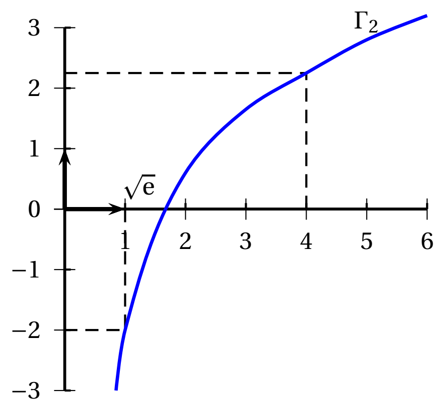
$$f'(x) = \frac{1 - 2\ln x}{x^3}.$$

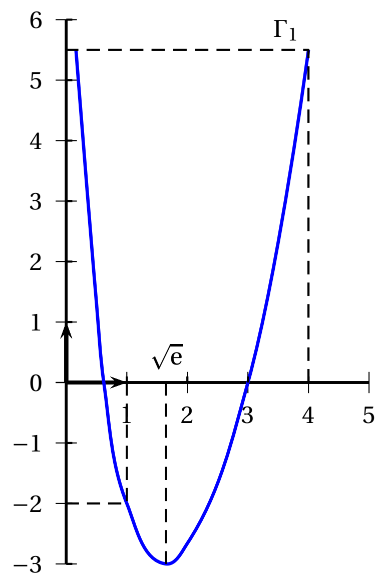
   où f' désigne la fonction dérivée de f.
   b. Étudier les variations de f.



3. Soit F la primitive de f qui prend la valeur -2 en 1. La représentation graphique de F est l'une des trois courbes Γ_1, Γ_2, Γ_3 données ci-après, dans un repère orthonormal (unités graphique : 1 cm.)
   Déterminer celle des courbes Γ_1, Γ_2, Γ_3 qui représente F, en justifiant la réponse.







4. On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire du domaine plan limite par :

— la courbe $\mathscr{C}$,
— l'axe des abscisses,
— les droites d'équations $x = 1$ et $x = 4$.

a. Exprimer $\mathscr{A}$, en unités d'aire, à l'aide de la fonction F.

b. Utiliser la représentation graphique de F pour donner une valeur approchée de $\mathscr{A}$, à 10^{-1} près, en cm^2.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Dans une entreprise, les salariés sont classés en deux catégories : cadres et employés. Une entreprise emploie 30 cadres et 240 employés. Au cours de négociations sur la réduction du temps de travail, dite RTT, on propose aux salariés trois formules :

— Formule n° 1 : une RTT de 30 minutes par jour de travail,
— Formule n° 2 : une RTT d'un vendredi après-midi sur deux,
— Formule n° 3 : une RTT de 12 jours de travail par an.

Une enquête a été réalisée auprès de tous les salariés de l'entreprise, chacun remplissant une fiche mentionnant son statut (cadre ou employé) et son choix de RTT. On a obtenu les résultats suivants :

— Aucun cadre n'a choisi la formule n° 1,
— Parmi les employés :
  — 36 ont choisi la formule n° 1,
  — 99 ont choisi la formule n° 2.
— 40 % des salariés ont choisi la formule n° 2.

On extrait, au hasard, la fiche d'un salarié. On notera :

C l'évènement « le salarié est un cadre »,
E l'évènement « le salarié est un employé »,
R_1 l'évènement « le salarié a choisi la formule n° 1 »,
R_2 l'évènement « le salarié a choisi la formule n° 2 »,
R_3 l'évènement « le salarié a choisi la formule n° 3 ».

$p(A)$ désigne la probabilité d'un évènement A et $p_B(A)$ celle de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé. Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

1. Déterminer les probabilités $p(C)$ et $p(E)$.
2. Parmi les probabilités $p(R_1 \cap C)$, $p(R_1 \cap E)$, $p(R_2 \cap E)$, $p_E(R_1)$, $p_E(R_2)$, $p(R_2)$ indiquer celles qui correspondent aux quatre résultats du sondage et donner leur valeur numérique.
3. **a.** Calculer la probabilité que le salarié soit un cadre ayant choisi la formule n° 2.
   b. Démontrer que la probabilité que le salarié ait choisi la formule n° 2, sachant qu'il s'agit d'un cadre, est $\dfrac{3}{10}$.
4. Calculer la probabilité $p(R_1)$, puis la probabilité $p(R_3)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

L'espace est rapporte à un repère orthonormal $\left(\text{A}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

ABCDEFGH est un pavé défini par $\overrightarrow{\text{AB}} = 2\vec{\imath}$; $\overrightarrow{\text{AD}} = 6\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{\text{AE}} = 4\vec{k}$.

I, J et K sont les milieux respectifs de [EF], [FB] et [AD]

1. Placer les points I, J et K sur la figure donnée ci-dessous.
   Donner les coordonnées des points B, D et E. Puis vérifier par le calcul que I, J et K ont pour coordonnées respectives (1 ; 0 ; 4), (2 ; 0 ; 2) et (0 ; 3 ; 0).
2. Soit $\mathscr{P}_1$ le plan d'équation $y = 0$ et $\mathscr{P}_2$ le plan d'équation $2x + z = 6$.
   a. Donner un vecteur $\vec{n}_1$ normal au plan $\mathscr{P}_1$ et un vecteur $\vec{n}_2$ normal au plan $\mathscr{P}_2$.
   b. En déduire que les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont sécants.
   c. Soit Δ l'intersection des deux plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$.
   Montrer que Δ est la droite (IJ).

3. Soit $\overrightarrow{n}(2\,;2\,;1)$.

a. Montrer que $\overrightarrow{n}$ est un vecteur orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{\text{IJ}}$ et $\overrightarrow{\text{IK}}$

b. En déduire que $\overrightarrow{n}$ est un vecteur normal au plan (IJK).

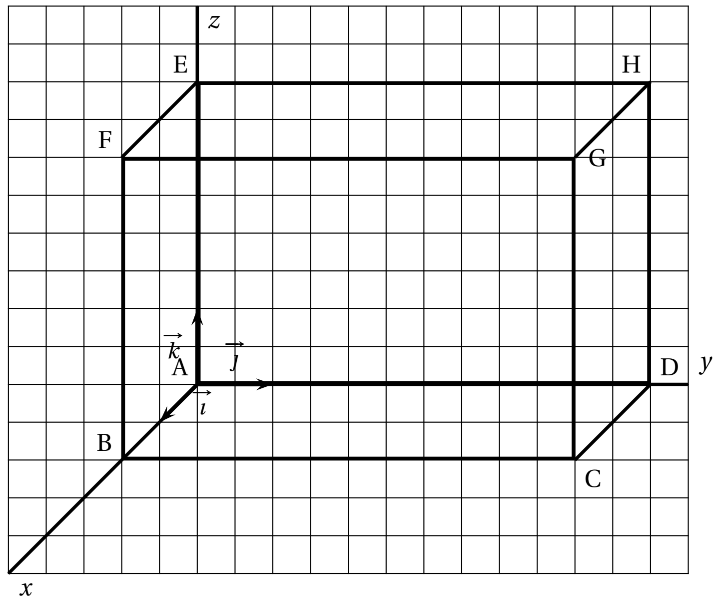
c. Montrer alors que le plan (IJK) a pour équation $2x+2y+z=6$.

4. On considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation $5x+y=5$.

a. Déterminer les coordonnées des points R et T, intersections du plan $\mathscr{P}$ avec les axes (Ax) et (Ay) respectivement.

b. Vérifier que le point I appartient au plan $\mathscr{P}$.

c. Sur la figure, placer les points R et T, puis dessiner la trace du plan $\mathscr{P}$ sur le plan (xAy).



PROBLÈME **10 points**

Le taux de pénétration au radiotéléphone pour la France est donné par le tableau suivant :

Semestre/Année	1/95	2/95	1/96	2/96	1/97	2/97	1/98
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6
Taux y_i	1,4	2,0	2,7	4,0	6,0	9,9	12,9

Semestre/Année	2/98	1/99	2/99	1/00	2/00	1/01
Rang x_i	7	8	9	10	11	12
Taux y_i	18,7	24,4	33,9	39,9	48,7	54,2

(Source : Autorité de régulation des télécommunications)

Dans la première ligne du tableau, 1/95 désigne le 1[er] semestre 1995 et 2/95 le 2[e] semestre 1995. Dans la troisième ligne du tableau, un taux de 2,0, par exemple, indique que 2 personnes sur 100 sont équipées d'un radiotétéléphone. On propose d'étudier deux modèles d'ajustement dans les **parties A et B** et de comparer les prévisions pour les années à venir dans la **partie C**.

Partie A - Ajustement affine (modèle A)

Dans cette partie, aucun détail des calculs statistiques n'est demandé.

1. Représenter graphiquement le nuage de points associés à la série statistique $\left(x_i\,;\,y_j\right)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour un semestre sur l'axe des abscisses et 1 cm pour un taux de 5 % sur l'axe des ordonnées) (on prendra la feuille de papier millimétré dans le sens de la largeur). Le nuage de points montre qu'un ajustement affine est justifié.

2. Écrire une équation de la droite d'ajustement affine $\mathscr{D}$ de y en x par la méthode des moindres carrés ; les coefficients seront arrondis à 10^{-2} près.
3. Tracer la droite $\mathscr{D}$ sur le graphique.

Partie B - Ajustement à l'aide d'une fonction (modèle B)

On obtient un autre ajustement du nuage à l'aide de la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{80}{1+56\mathrm{e}^{-0,4x}}.$$

On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction g.

1. Étudier le sens de variations de g sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
2. Calculer la limite de g en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.
3. Construire, dans le repère précédent, la partie de la courbe $\mathscr{C}$ obtenue sur l'intervalle $[0\,;\,25]$.

Partie C

Avec le modèle A, on note f la fonction affine représentée par la droite D.
Avec le modèle B, si x est l'entier désignant la durée écoulée en nombre de semestres depuis le 1er semestre 1995, alors $g(x)$ représente le taux de pénétration au radiotéléphone correspondant à ce nombre de semestres.

1. Prévoir le taux de pénétration au radiotéléphone, à 10^{-1} près, pour chacun des deux modèles précédents :
   a. pour le deuxième semestre 2002.
   b. pour le deuxième semestre 2004.
2. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux inéquations suivantes :
   $$f(x) \geqslant 65 \qquad \text{et} \qquad g(x) \geqslant 65.$$
   b. En déduire le plus petit entier n tel que $f(n) \geqslant 65$ et le plus petit entier p tel que $g(p) \geqslant 65$.
   c. Interpréter les résultats obtenus.
3. Calculer $f(24)$. Commenter le résultat obtenu.
4. En supposant que le modèle B soit valide à long terme, et en utilisant les questions **B 1** et **B 2**, que peut-on déduire pour le taux de pénétration au radiotéléphone pour les années à venir ?

∽ Baccalauréat ES Polynésie juin 2002 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution du prix d'un paquet de café en francs au 31 décembre de l'année $1900 + n$.

Rang n_i de l'année	70	80	88	94	96	98	99	100
Prix y_i en francs	3	5,5	10	15,50	19,30	19,40	20	21

Sauf autre précision, tous les résultats et coefficients demandés seront arrondis à 10^{-3}.

A – Ajustement affine

Le détail des calculs n'est pas demandé.

1. **a.** Représenter graphiquement le nuage. Que peut-on en déduire ?

   b. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement affine de y en n.

2. En supposant que ce modèle mathématique reste valable jusqu'à l'an 2002, donner une estimation du prix, en euros, arrondi au centime, d'un paquet de café au 31/12/2002. On rappelle qu'un euro vaut 6,559 57 francs.

B – Ajustement exponentiel

1. Le détail des calculs n'est pas demandé.

   a. Recopier et compléter le tableau suivant où $z_i = \ln y_i$ (valeurs arrondies à 10^{-3}).

n_i	70	80	88	94	96	98	99	100
z_i	1,099	1,705	2,303		2,960			

   b. Représenter graphiquement le nuage. Que peut-on en déduire ?

   c. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement affine de z en n.

2. Déduire du **B 1 c** une expression de y en fonction de n de la forme $y = \alpha \cdot \beta^n$.
   Cet ajustement est dit exponentiel.
3. En supposant que ce modèle exponentiel reste valable jusqu'en 2002, donner une estimation du prix en euros, arrondi au centime, d'un paquet de café au 31/12/2002.
4. Quelle est la meilleure estimation du prix au 31/12/2002 d'un paquet de café ? Justifier.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Un jeu consiste à lancer une première fois un dé à six faces :

— si le joueur obtient un « six », il gagne 10 euros ;
— s'il obtient un « un », un « deux » ou un « trois », il ne gagne rien et le jeu s'arrête ;
— s'il obtient un « quatre » ou un « cinq », le joueur lance le dé une deuxième fois ;
— s'il obtient un « six », il gagne alors 5 euros, sinon il ne gagne rien et le jeu s'arrête.

Pour participer à ce jeu, chaque joueur mise 2 euros.
Le « gain » d'un joueur est la différence entre ce qu'il reçoit à l'issue de la partie et sa mise ; un gain peut donc être négatif. Soit G le gain d'un joueur donné à chaque partie.

1. Quelles sont les valeurs prises par G ?
2. Premier cas : le joueur joue avec un dé bien équilibré.
   a. Montrer que $p(G=3) = \dfrac{1}{18}$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
   b. Déterminer la loi de probabilité de G, puis l'espérance mathématique de G. Ce jeu est-il à l'avantage du joueur ?
3. Deuxième cas : le joueur joue avec un dé pipé.
   On note p_i la probabilité d'obtenir la face marquée « i » pour $1 \leqslant i \leqslant 6$.
   On sait que p_6 est le double de p_1 et que $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5$.
   a. Déterminer les valeurs de p_i pour $1 \leqslant i \leqslant 6$.
   b. Montrer alors que $p(G=3) = \dfrac{4}{49}$
   c. Déterminer la loi de probabilité de G.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Le conseil municipal d'une station touristique de montagne a décidé de faire équiper une falaise afin de créer un site d'escalade.
L'équipement doit se faire depuis le pied de la falaise. Deux entreprises spécialisées dans ce genre de chantier ont été contactées et ont envoyé des devis.
On se propose d'étudier ceux-ci.

Devis de l'entreprise A :

Le premier mètre équipé coûte 20 €, puis chaque mètre supplémentaire équipé coûte 4 € de plus que le mètre précédent (20 € pour équiper une falaise de un mètre, 20 € + 24 € = 44 € pour équiper une falaise de deux mètres, 20 € + 24 € + 28 € = 72 € pour une falaise de trois mètres, etc.)

Devis de l'entreprise B :

Le premier mètre équipé coûte 10 €, puis chaque mètre supplémentaire équipé coûte 5 % de plus que le mètre précédent (10 € pour équiper une falaise de un mètre, 10 € + 10,50 € = 20,50 € pour équiper une falaise de deux mètres, 10 € + 10,5 € + 11,025 € = 31,525 € pour une falaise de trois mètres, etc.).

On appelle u_n le prix du n-ième mètre équipé et S_n le prix de l'équipement d'une falaise de n mètres de hauteur indiqués par l'entreprise A.
On appelle v_n le prix du n-ième mètre équipé et R_n le prix de l'équipement d'une falaise de n mètres de hauteur indiqués par l'entreprise B.

1. Exprimer u_n puis S_n en fonction de n.
2. Exprimer v_n puis R_n en fonction de n.
3. Calculer le prix à payer pour équiper une falaise de 50 mètres de hauteur avec chacune des deux entreprises. Préciser l'entreprise la moins chère. On arrondira les prix à l'euro près.
4. Le conseil municipal a décidé d'accorder un budget de 24 000 € pour équiper ce site. Calculer la hauteur de la falaise qui peut être équipée avec cette somme par chacune des deux entreprises A et B (arrondir au mètre près).

PROBLÈME **10 points**

Partie A – Étude d'une fonction

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = [0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 0,4x + \mathrm{e}^{-0,4x+1}.$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques : 2 cm en abscisse, 4 cm en ordonnée).

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   b. Montrer que la droite (D) d'équation $y = 0,4x$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.
   c. Étudier la position de la courbe $(\mathscr{C})$ par rapport à la droite (D).
2. **a.** Résoudre sur l'intervalle I l'inéquation suivante :

$$1 - \mathrm{e}^{-0,4x+1} > 0.$$

   b. À l'aide de la question précédente, étudier les variations de la fonction f sur I.
   c. Dresser le tableau de variations de f. En déduire le signe de f sur $[0\,;\ +\infty[$.
3. **a.** Montrer que la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0 passe par le point B(2,5 ; 1).
   b. Construire $(\mathscr{C})$, (D) et (T).

Partie B - Application économique

Soit x le nombre d'objets, exprimé en centaines, fabriqués par une usine, $f(x)$ est leur coût total, exprimé en milliers d'euros, On suppose que x appartient à l'intervalle $\mathrm{J} = [2,5\,;\ +\infty[$.
Chaque objet est vendu 5 euros pièce.
On suppose que la fabrication est vendue dans sa totalité.

1. **a.** Exprimer la recette $R(x)$, en milliers d'euros, en fonction du nombre x de centaines d'objets fabriqués.
   b. Construire, sur le graphique précédent, la courbe représentative (Δ) de la fonction R traduisant cette recette.
   c. Vérifier graphiquement que (Δ) et $(\mathscr{C})$ se coupent en un seul point, On désigne par α l'abscisse de ce point ; en donner une valeur approchée à 10^{-1}.
2. **a.** Montrer que le bénéfice, noté $B(x)$, s'exprime en milliers d'euros par :

$$B(x) = 0,1x - \mathrm{e}^{-0,4x+1}.$$

   b. Quel est, en euros, le bénéfice obtenu en fabriquant 1 000 objets ? On donnera une valeur arrondie à l'euro.
   c. Calculer $B(x)$ et étudier le sens de variation de B sur $[2,5\,;\ +\infty[$.
   d. Démontrer que l'équation $B(x) = 0$ admet une solution unique sur J appartenant à [2,5 ; 10].
   Montrer que cette solution est le nombre α défini dans la question **1 c**.
   Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
   e. En déduire le nombre entier minimum d'objets à produire pour réaliser un bénéfice.

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2002

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une étude réalisée sur tous les étudiants d'une université a permis d'établir que 30 % des étudiants possèdent un ordinateur personnel. Parmi les étudiants possédant un ordinateur, 18 % possèdent une automobile.
On sait aussi que 25 % des étudiants de l'université ne possèdent pas d'automobile.
On choisit au hasard un étudiant de cette université.
On note :

— O l'évènement : « L'étudiant possède un ordinateur » ;
— A l'évènement : « L'étudiant possède une automobile » ;
— $p(E)$ la probabilité de l'évènement E, ainsi $p(O) = 0,3$;
— $\overline{E}$ l'évènement contraire de l'évènement E ;
— $p_F(E)$ la probabilité conditionnelle de l'évènement E par rapport à l'évènement F.

Pour résoudre cet exercice, on pourra s'aider de la notion d'arbre pondéré. Les résultats seront donnés en écriture décimale et arrondis au millième.

1. À l'aide de l'énoncé, préciser : $p_O(\text{A})$ et $p(\overline{A})$.
2. On choisit au hasard un étudiant de cette université.
   a. Calculer la probabilité de l'évènement « L'étudiant possède un ordinateur et une automobile ».
   b. Montrer que la probabilité de l'évènement « L'étudiant possède un ordinateur mais pas d'automobile » est égale à 0,246.
   c. Calculer la probabilité de l'évènement « L'étudiant ne possède ni ordinateur ni automobile ».
   d. Calculer la probabilité que l'étudiant possède un ordinateur, sachant qu'il n'a pas d'automobile.
3. On choisit trois étudiants au hasard, indépendamment les uns des autres.
   a. Calculer la probabilité pour que les trois étudiants choisis possèdent tous un ordinateur.
   b. Calculer la probabilité pour qu'au moins un des étudiants chosis possèdent un ordinateur.

Exercice 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Dans une situation de monopole sur la production d'un objet, une entreprise le conditionne et en fait la promotion.
Une statistique a été établie pour étudier la liaison entre production et coût de publicité.
Soit q la quantité produite exprimée en centaines, y la part du coût de publicité en pourcentage.

Quantité q_i (centaines)	1	10	20	50	100	150	200
Pourcentage y_i	4,20	3,70	3,30	2,30	1,20	0,65	0,35

Par exemple : Pour une production de 100 objets le coût de publicité est de 4,2 % du coût total.

1. Ci-joint en annexe le nuage de points $(q_i\ ;\ y_i)$ qui sera rendu avec la copie.
   a. L'équation de la droite de régression de y en q est : $y = -0,02q + 3,71$ (admis).
   Tracer cette droite de régression sur la feuille donnée en annexe représentant le nuage de points.
   b. Quelle serait la part du coût de la publicité à prévoir pour une production de 25 000 objets ?
   Que pensez-vous de l'ajustement effectué à la question précédente ?

2. On considère un nouveau modèle en posant $z = \ln(100y)$.

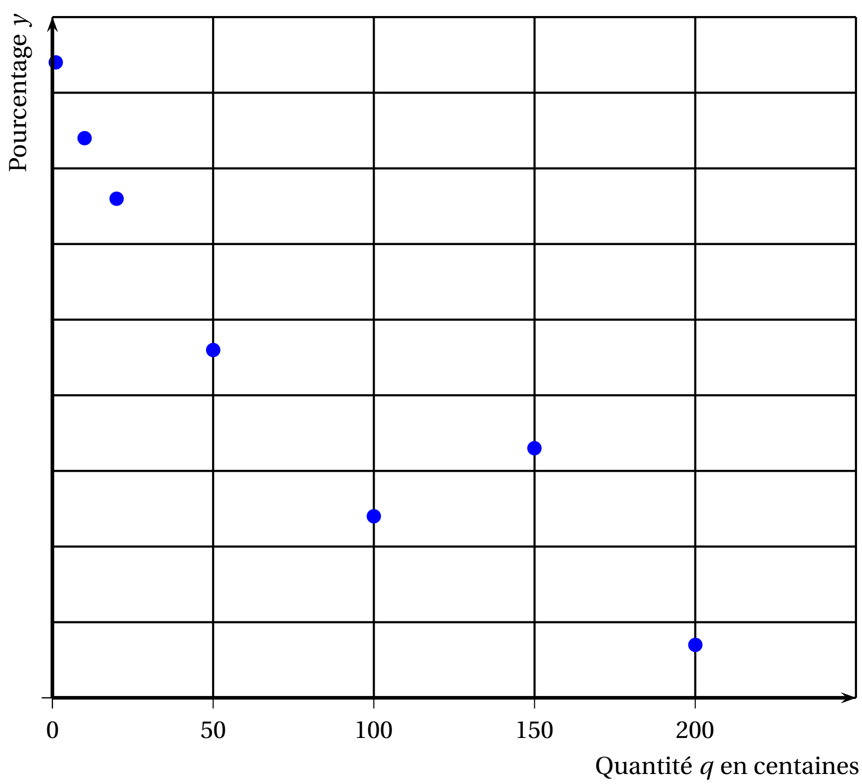
a. Dresser le tableau des valeurs z_i correspondant aux valeurs q_i.
Les valeurs de z_i seront données sous forme décimale arrondie au centième le plus proche.

b. Représenter le nuage de points $\left(q_i\ ;\ z_i\right)$ dans un repère (unités graphiques : 1 cm pour 10 centaines en abscisses, 2 cm pour une unité en ordonnées) sur une feuille de papier millimétré.

c. Ce nuage de points montre qu'un ajustement affine est justifié.
Déterminer une équation de la droite de régression de z en q de la forme $z = aq + b$ par la méthode des moindres carrés.
Les calculs faits à l'aide d'une calculatrice ne seront pas justifiés. Les valeurs de a et de b seront données sous forme décimale arrondie au centième le plus proche.

d. Quelle serait la part du coût de la publicité à prévoir pour une production de 25 000 objets ?

Annexe à rendre avec la copie



EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

1. Un capital initial c_0 de 600 euros est placé sur un compte rapportant 5 % d'intérêts annuels. On note c_n le capital acquis au bout de n années (n entier naturel).
   a. Calculer le capital c_{n+1} en fonction de c_n.
   b. En déduire l'expression de c_n en fonction de n.
   c. Trouver le nombre minimal d'années nécessaires pour que le capital ainsi placé ait au moins triplé.
2. Un autre épargnant place également un capital initial de 600 euros au taux annuel de 5 % d'intérêts, et fait un versement supplémentaire de 150 euros à la fin de chaque année. On appelle d_0 le capital initial et d_n le capital ainsi acquis à la fin de la n-ième année.
   a. Calculer d_1, d_2, d_3.
   b. Vérifier que pour tout entier naturel n, $d_{n+1} = 1,05d_n + 150$.
   c. Soit (v_n) la suite définie par : $v_n = d_n + 3\,000$.
   Calculer v_0 et v_1.
   Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 1,05$.
   Écrire v_n en fonction de v_0 et de n.
   d. En déduire d_n en fonction de n.
   e. À partir de combien d'années le capital d_n aura-t-il au moins triplé ?

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Soit f la fonction numérique définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;20]$ par :

$$f(x) = 4 - 3\mathrm{e}^{-2x} + 7x^2.$$

1. Démontrer que f est croissante sur $[0\,;20]$.
2. Dresser le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0\,;20]$.

Partie B

Soit h la fonction définie et dérivable sur $[0\,;20]$ par :

$$h(x) = 85 - 6\mathrm{e}^{-2x} - 14x.$$

1. **a.** Démontrer que pour $x \geqslant 0$ on a $12\mathrm{e}^{-2x} < 14$.
   b. En déduire le sens de variations de h sur $[0\,;20]$ et dresser son tableau de variations.
2. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet sur $[0\,;20]$ une solution unique α et que α appartient à l'intervalle $[6\,;7]$.
3. Montrer qu'une valeur approchée de α à 10^{-2} près est 6,07.
   Dans toute la suite du problème on prendra cette valeur pour α.
4. Déterminer le signe de $h(x)$ sur $[0\,;20]$.

Partie C

$\star$ **Application économique**
Dans une entreprise, le coût de fabrication, exprimé en milliers d'euro, de x centaines d'appareils est donné par :

$$C(x) = 4 - 3\mathrm{e}^{-2x} + 7x2 \quad \text{pour} \quad x \in [0\,;20].$$

1. Sachant qu'un appareil est vendu au prix unitaire de 850 euros, montrer que le bénéfice réalisé par l'entreprise pour x centaines d'appareils produits et vendus, exprimé en milliers d'euros, est donné par l'expression :

$$B(x) = 3\mathrm{e}^{-2x} - 7x^2 + 85x - 4.$$

2. **a.** Étudier le sens de variations de la fonction B sur $[0\,;\,20]$.

b. Déterminez la quantité à produire et à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal; préciser cette quantité à l'unité près.

c. Déterminez, à l'aide de la calculatrice, les quantités de pièces à produire et à vendre à l'unité près pour que l'entreprise ne travaille pas à perte (aucune autre justification n'est demandée).

∽ Baccalauréat ES France septembre 2002 ∽

EXERCICE 1 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les résultats des calculs numériques seront arrondis avec deux décimales.
Une entreprise recherche trois personnes expérimentées pour occuper trois postes techniques importants. On a constaté, lors d'embauches précédentes, que parmi les candidats qui peuvent se présenter, 80 % ont les compétences requises pour occuper ces postes. Pour sélectionner les candidats, les recruteurs de l'entreprise élaborent un test. On estime que :

- si une personne est compétente, elle a 85 chances sur 100 de réussir le test ;
- si une personne est incompétente, elle a 20 chances sur 100 de réussir le test.

1. Une personne se présente pour le premier poste. On note
- C l'évènement « la personne est compétente »
- R l'évènement « la personne réussit le test ».
- $\overline{C}$ et $\overline{R}$ désignent les évènements contraires respectifs de C et R.
- Si A et B sont des évènements,

* $p(A)$ est la probabilité de réalisation de A

* $p_B(A)$ est la probabilité de réalisation de A sachant que B est réalisé, notée aussi $p(A/B)$.

a. À l'aide des informations indiquées dans l'énoncé :
Donner les valeurs de $p(C)$ et $p_C(R)$. Donner la probabilité qu'une personne réussisse le test, sachant qu'elle n'est pas compétente.

b. Calculer $p\left(\overline{C}\right)$.

c. Calculer la probabilité qu'une personne réussisse le test et soit compétente.

d. Montrer que $p(R) = 0,72$.

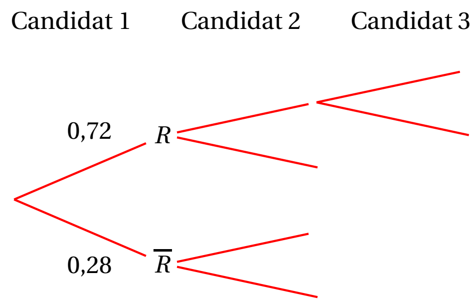
e. Une personne réussit le test. Quelle est la probabilité qu'elle soit compétente ?

2. Trois candidats se présentent pour pourvoir les trois postes.
Ils subi successivement le test de façon indépendante.
On admet que la probabilité de réussite au test est de $0,72$ pour chacun.
X désigne la variable aléatoire donnant le nombre de candidats, parmi les trois, réussissant le test.

a. On a esquissé ci-dessous un arbre pondéré traduisant la situation.
Recopier cette esquisse sur la copie et la compléter par les branches et les légendes manquantes.

b. Calculer $p(X = 3)$.

c. Calculer la probabilité qu'exactement deux candidats sur les trois réussissent le test.



EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

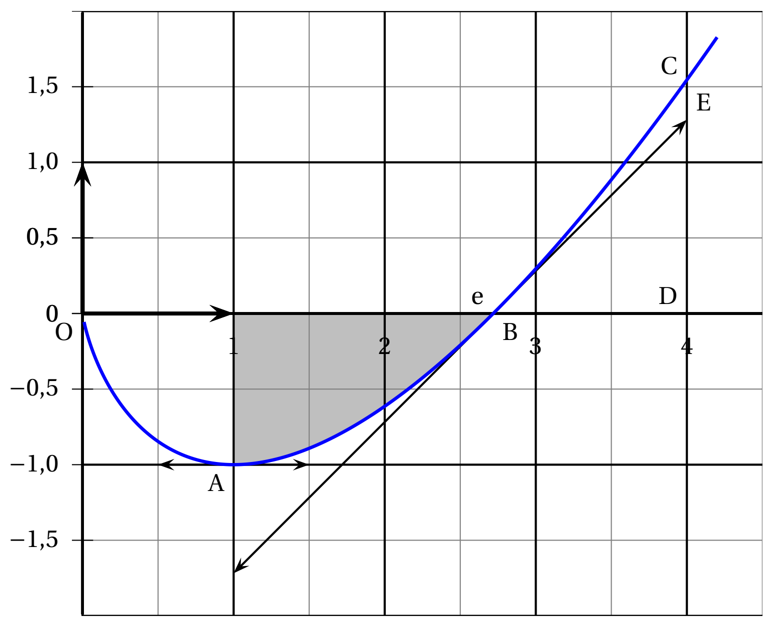
Sur le graphique ci-dessous, on a tracé :

- la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ -\infty[$;
- deux tangentes à cette courbe : celle au point A d'abscisse 1 et celle au point B d'abscisse e.

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points A$(1\ ;\ -1)$, B$(\text{e}\,;\, 0)$ et C$(4\,;\, f(4))$.

La tangente en A est parallèle à l'axe des abscisses.

La tangente en B passe par le point E tel que BD = DE, où D est le point de coordonnées $(4\,;\, 0)$ et E a pour abscisse 4.



Le nombre e est la base des logarithmes népériens.

1. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

a. Sans justifier, donner $f'(1)$ et $f'(\text{e})$.

b. Sans justifier, donner les solutions dans $]0\,;\, 4[$ de l'inéquation $f(x) < 0$, puis celles de : $f'(x) < 0$.

c. Soit $\mathscr{A}$, en unités d'aire, une estimation de l'aire de la région colorée, région comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_f$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.

Parmi les trois nombres suivants : 2,9; 1,1; 0,6 lequel est la meilleure valeur approchée de $\mathscr{A}$? Justifier la réponse.

2. On suppose que la fonction f précédente est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x.$$

a. Calculer $f'(x)$. En déduire les variations de f et les valeurs de $f'(1)$ et de $f'(\text{e})$; on ne déterminera pas la limite en $+\infty$.

b. Montrer que la fonction F définie sur $]0\,;\,4]$ par :

$$F(x) = \frac{x^2}{2}\left(\ln x - \frac{3}{2}\right)$$

est une primitive de f sur $]0\,;\,4]$.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. Dans un repère orthonormal de l'espace $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$ on considère les points A(1 ; 0 ; 2) B(2 ; 1 ; 0) et C(0 ; 1 ; 2)

a. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

b. Vérifier que le vecteur $\vec{u}\,(1\,;\,1\,;\,1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).

c. En déduire une équation cartésienne de ce plan.

d. Quelles sont les coordonnées des points E, F et G intersections du plan (ABC) avec les droites $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\right)$, $\left(\text{O}\,;\,\vec{\jmath}\right)$ et $\left(\text{O}\,;\,\vec{k}\right)$?

Représenter les points A, B, C et le triangle EFG dans le repère $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$.

e. Soit D le point défini par $\overrightarrow{\text{AD}} = 3\vec{u}$.
Déterminer ses coordonnées, puis le placer sur le graphique.

f. Pourquoi les triangles ABD et ACD sont-ils rectangles en A ?
Démontrer que BCD n'est pas rectangle.

2. Les points A, B, C et D déterminent un solide S à quatre faces triangulaires (tétraèdre) dont trois sont des triangles rectangles.
On considère un jeu où on lance le solide S . Il retombe sur une de ses faces.
On a perdu si cette face est un triangle rectangle et on a gagné dans le cas contraire.
Une étude statistique a montré que l'on avait deux fois plus de chances de perdre que de gagner.

a. On lance le solide S une fois.
Quelle est alors la probabilité que S retombe sur la face (BCD) ?

b. On lance le solide S quatre fois, les lancers étant indépendants.
Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois la face (BCD) ?
(On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.)

PROBLÈME **9 points**
Commun à tous les candidats

La partie C est indépendante des parties A et B.

Partie A
Soit h la fonction polynôme du second degré définie sur $[0\,;\,1]$ par

$$h(x) = (\text{e}-1)x^2 - 2(\text{e}-1)x + 1,$$

la constante e désignant la base des logarithmes népériens ($\text{e} \approx 2{,}718$).

1. Montrer que h est strictement décroissante sur $[0\,;\,1]$.

2. Justifier le fait que h s'annule une fois et une seule entre 0 et 1. On note α le nombre réel qui vérifie $h(\alpha) = 0$.
3. En utilisant les résultats des questions précédentes, préciser le signe de $h(x)$ sur $[0;1]$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0; 1]$ par

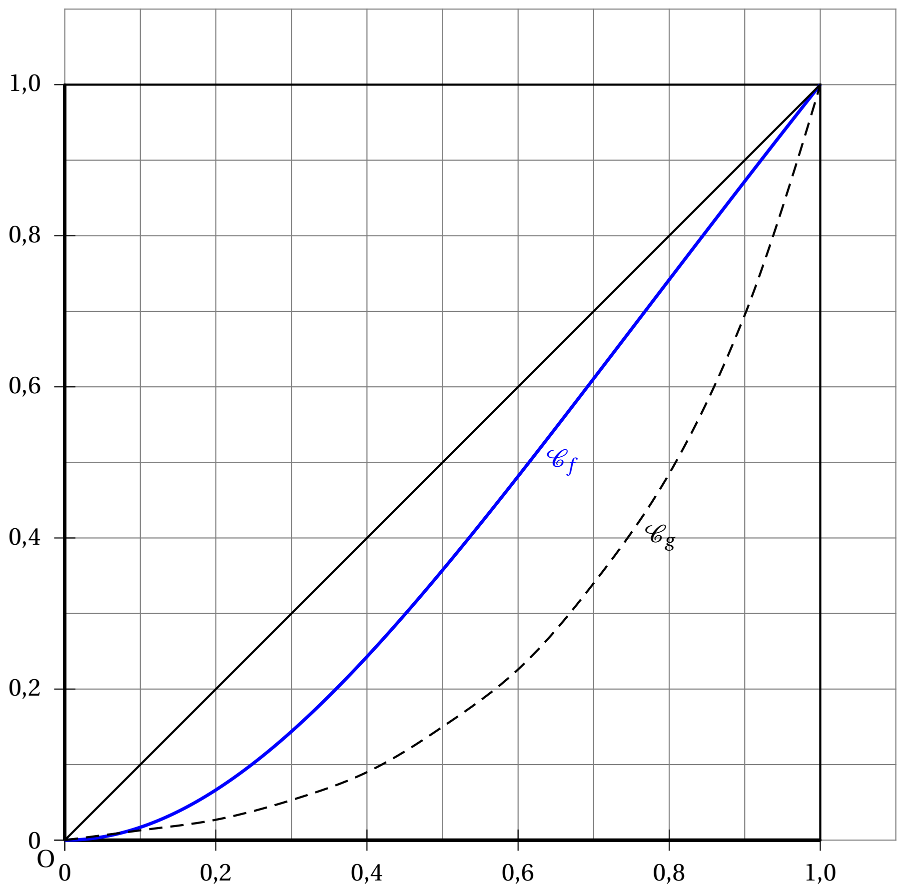
$$f(x) = \ln\left[(\mathrm{e}-1)x^2+1\right]$$

et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité graphique 10 cm).

1. Calculer $f(0)$ et $f(1)$.
2. Étudier les variations de f sur $[0; 1]$.
3. On veut préciser la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à la droite D d'équation $y = x$.
   Pour cela, on étudie les variations de la fonction définie sur $[0; 1]$ par $d(x) = x - f(x)$.
   a. Montrer que $d'(x) = \dfrac{h(x)}{(\mathrm{e}-1)x^2+1}$ où h est la fonction étudiée dans la **partie A**.
   b. Étudier le sens de variation de d sur $[0; 1]$.
   c. Calculer $d(0)$ et $d(1)$.
   d. Déduire de ce qui précède le signe de $d(x)$ sur $[0; 1]$.
   Préciser la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à la droite D.

Partie C

Sur le graphique ci-dessous sont représentées la droite d'équation $y = x$, la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f étudiée dans la **partie B** et la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative d'une nouvelle fonction g.



Les courbes représentant f et g illustrent ici respectivement la répartition des salaires dans deux entreprises A et B.
En abscisses, x représente le pourcentage cumulé (sous forme décimale) des personnes ayant les salaires les plus faibles par rapport à l'effectif total de chaque entreprise ; par exemple si l'on veut considérer les 60 % les moins bien payés de l'ensemble des salariés d'une entreprise, on choisira $x = 0,6$.
En ordonnées, $f(x)$ (ou $g(x)$) représente le pourcentage (sous forme décimale) de la masse salariale totale affectée aux t % les moins bien payés des salariés de chaque entreprise, avec $\dfrac{t}{100} = x$.
Les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont des courbes de Lorenz.

1. Déterminer graphiquement (avec la précision permise par le dessin), pour chaque entreprise, une valeur approchée du pourcentage de la masse salariale affectée aux 60 % des salariés les moins bien payés.
2. Déterminer graphiquement (avec la précision permise par le dessin), pour chaque entreprise, une valeur approchée du pourcentage des salariés les moins bien payés dont la masse des salaires représente 60 % de la masse salariale totale.
3. Dans quelle entreprise la distribution des salaires est-elle la plus irrégulièrement répartie ?

∽ Baccalauréat ES Polynésie septembre 2002 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

On peut traiter la question 4 *sans avoir traité les questions précédentes.*

Pour un achat immobilier, lorsqu'une personne emprunte une somme de 50 000 euros, remboursable par n mensualités chacune égale à A euros, pour un intérêt mensuel de 0,4 %, le montant de cette mensualité A est donné par :

$$A = \frac{200}{1-(1,004)^{-n}}$$

(*on ne demande pas d'établir cette relation*).

1. Calculer la mensualité A lorsque cette personne emprunte 50 000 euros remboursables par 120 mensualités pour un intérêt mensuel de 0,4 %. On donnera une valeur arrondie au centime d'euro.

   Calculer alors le montant total des intérêts pour ce prêt.
2. Mêmes questions avec un emprunt de 50 000 euros sur 8 ans à 0,4 % mensuel.
3. Afin de payer le moins d'intérêts possible, l'emprunteur doit augmenter le montant de la mensualité et diminuer la période de remboursement. Mais il ne peut supporter au maximum que des remboursements de 950 euros par mois.

   a. Résoudre dans $[0\,;\,+\infty[$ l'inéquation

   $$\frac{200}{1-(1,004)^{-x}} \leqslant 950.$$

   b. En déduire le nombre entier n minimum de mensualités pour lequel le montant de la mensualité A est inférieur ou égal à 950 euros.

   Que vaut alors A arrondi au centime d'euro ? Calculer alors le montant total des intérêts.
4. Voici des extraits du tableau d'amortissement d'un prêt de 50 000 euros remboursable par 60 mensualités pour un intérêt de 0,4 %.

   Calculer, en détaillant, les nombres a, b, c, d et e qui figurent dans le tableau.

   On donnera des valeurs arrondies au centime d'euro.

N° de la mensualité	Montant de la mensualité en euros	Part des intérêts en euros pour cette mensualité	Capital amorti en euros	Capital restant à rembourser en euros
1	938,99	200,00	738,99	49 261,01
2	938,99	197,04	a	b
3	938,99	c	d	e
4	938,99	191,10	747,89	47 026,26
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
59	938,99	7,47	931,52	935,25
60	938,99	3,74	935,25	0

EXERCICE 2 **5 points**

Un stock de champignons est constitué de trois variétés de champignons conditionnés en barquettes. Ces barquettes proviennent exclusivement de France ou d'Italie.
Ce stock est composé à 50 % de barquettes de cèpes, à 30 % de barquettes de girolles et à 20 % de barquettes de morilles.

15 % des barquettes de cèpes proviennent d'Italie.
20 % des barquettes de girolles proviennent d'Italie.
40 % des barquettes de morilles proviennent d'Italie.
On choisit une barquette de ce stock au hasard.
On notera les évènements suivants :

— C : « La barquette choisie contient des cèpes » ;
— G : « La barquette choisie contient des girolles » ;
— M : « La barquette choisie contient des morilles » ;
— I : « La barquette choisie provient d'Italie » ;
— F : « La barquette choisie provient de France ».

1. Quelle est la probabilité que la barquette choisie contienne des cèpes et provienne de France ?
2. Montrer que la probabilité que la barquette choisie provienne d'Italie est 0,215.
3. Quelle est la probabilité que la barquette choisie contienne des cèpes sachant que cette barquette provient d'Italie ? On donnera une valeur arrondie à 10^{-3}.
4. La barquette choisie provient de France. Quelle est la probabilité que ce soit une barquette de girolles ? On donnera une valeur arrondie à 10^{-3}.

PROBLÈME **11 points**

Le tableau ci-dessous donne le taux d'équipement en magnétoscope des couples avec enfant(s) d'une certaine région française de 1980 à 2000 tous les quatre ans.
Dans ce tableau, x_i représente l'expression : $\dfrac{a_i - 1980}{4}$.

Année a_i	1980	1984	1988	1992	1996	2000
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5
Taux y_i en %	5	8	24	50	77	88

Par exemple, 5 % des couples avec enfant(s) de cette région possède un magnétoscope en 1980.

Partie A
Ajustement affine

Le plan est rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm par rang d'année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 % sur l'axe des ordonnées).

1. Représenter le nuage de points correspondant à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique et placer celui-ci sur le graphique précédent.
3. Dans toute cette question, aucun détail des calculs n'est demandé Les résultats pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice ; ils seront arrondis à 10^{-2}.
   Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Représenter cette droite sur le graphique précédent.
   On suppose que le modèle obtenu à la **question 3** reste valable pour les années suivantes.
   Déterminer, par le calcul, en quelle année ce taux dépassera 95 %.

Partie B
Ajustement logistique

Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{100}{1 + k\mathrm{e}^{bx}}.$$

où k et b sont des constantes à déterminer.

1. Déterminer par le calcul les valeurs exactes de k et b pour que la courbe représentative de f passe par les points $\text{M}(0\,;5)$ et $\text{N}(3\,;50)$.

   Donner une valeur de b arrondie à l'unité.

2. Dans toute cette question, on pose :

$$f(x) = \frac{100}{1+19\text{e}^{-x}}$$

   et on admettra que $f(x)$ représente le taux d'équipement en magnétoscope des couples avec enfant(s) de cette région pour l'année de rang x.

   a. Montrer que la droite d'équation $y = 100$ est asymptote horizontale à la courbe représentative de f au voisinage de $+\infty$. Déterminer la position de la courbe représentative de f par rapport à cette asymptote.

   b. Calculer la dérivée f' de f et vérifier que $f'(x)$ est du signe de e^{-x}.

   En déduire les variations de f sur $[0\,;\,+\infty[$ et dresser le tableau de variations de f.

   c. Tracer la courbe représentative de f sur le graphique de la **partie A**.

   d. Résoudre l'inéquation : $f(x) \geqslant 95$. Interpréter ce résultat en terme de taux d'équipement.

   e. Montrer que pour tout x de $[0\,;\,+\infty[$, on a $f(x) = \dfrac{100\text{e}^{x}}{19+\text{e}^{x}}$.

   f. En déduire une primitive de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

   g. On assimile le taux moyen d'équipement prévisible avec ce modèle logistique entre les années 2000 et 2008 à la valeur moyenne de la fonction f sur $[5\,;7]$.

   Calculer ce taux moyen d'équipement prévisible entre les années 2000 et 2008. On en donnera une valeur arrondie à 10^{-2}.

∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2002 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

1. Soit g la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = \ln(x+1) - \ln(x).$$

Montrer que, pour tout $x > 0$: $g(x) = \ln\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)$.

Étudier le signe de $g(x)$.

Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$.

Démontrer que la fonction G, définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$G(x) = (x+1)\ln(x+1) - x\ln(x),$$

est une primitive de g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

2. Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x + 2 + \ln(x+1) - \ln(x),$$

et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ du plan (unité graphique : 1 cm). On ne demande pas de tracer $(\mathcal{C})$.

En utilisant les résultats du **1.**, justifier les affirmations suivantes :

a. l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$;

b. la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$;

c. la courbe $(\mathcal{C})$ est au-dessus de la droite (D).

3. Calculer $\displaystyle\int_1^3 \left[f(x) - (x+2)\right]\,\mathrm{d}x$.

Quelle interprétation géométrique peut-on faire de cette intégrale ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

Pour compléter le financement d'un voyage scolaire, une association de parents d'élèves décide d'organiser une loterie. Pour cela, il faut une roue partagée en quatre secteurs de même dimension (voir figure ci-dessous) et deux urnes A et B.

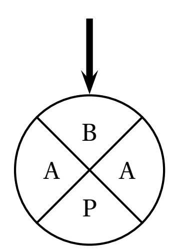
L'urne A contient une boule jaune et trois boules noires et l'urne B contient trois boules jaunes et une boule noire.

Le jeu se déroule de la manière suivante : le candidat fait tourner la roue qui, étant lancée, s'arrête de façon aléatoire, la flèche ne pouvant indiquer qu'un seul secteur (tous les secteurs ont donc la même chance de « sortir »).

— si le candidat obtient la lettre P, il a perdu et le jeu est fini ;

— s'il obtient la lettre A, il tire une boule dans l'urne A ;

— s'il obtient la lettre B, il tire une boule dans l'urne B



On note P, A, B, J et N les évènements suivants :

P : « à l'issue du lancer de la roue, on a obtenu la lettre P » ;

A : « à l'issue du lancer de la roue, on a obtenu la lettre A » ;

B : « à l'issue du lancer de la roue, on a obtenu la lettre B » ;

J : « on a tiré une boule jaune » ;

N : « on a tiré une boule noire ».

Dans cet exercice les probabilités seront donnée sous forme de fractions irréductibles.

1. Donner la probabilité des évènements A, B et P.
2. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
3. **a.** Sachant que lors du lancer de la roue on a obtenu la lettre A, quelle est la probabilité de tirer une boule jaune ?

   b. En déduire la probabilité de l'évènement $A \cap J$.
4. Un joueur fait une partie.

   Quelle est la probabilité qu'à l'issue du lancer de la roue il obtienne la lettre B et qu'il tire une boule jaune ?

   Déduire des questions précédentes que la probabilité que le joueur tire une boule jaune est $\dfrac{5}{16}$.
5. Un joueur fait deux parties consécutivement, les deux parties étant indépendantes l'une de l'autre. Quelle est la probabilité que ce joueur tire exactement deux boules jaunes ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité.

On dispose d'une pièce de monnaie parfaitement équilibrée et de deux urnes, l'une marquée de la lettre F et l'autre marquée de la lettre P.

1. Chacune des deux urnes contient 6 boules. L'urne marquée F contient 5 boules blanches et 1 boule noire alors que l'urne marquée P contient 2 boules blanches et 4 boules noires.

   On lance la pièce de monnaie :

   — si on obtient « face », on tire une boule dans l'urne marquée F.
   — si on obtient « pile », on tire une boule dans l'urne marquée P.

   On note P, F, B et N les évènements suivants :

   P : « on a obtenu pile au lancer de la pièce » ;
   F : « on a obtenu face au lancer de la pièce » ;
   B : « on a tiré une boule blanche » ;
   N : « on a tiré une boule noire ».

   Déterminer la probabilité de tirer une boule blanche sachant qu'on a obtenu « face » au lancer de la pièce.

   En déduire la probabilité d'obtenir « face » au lancer de la pièce et de tirer une boule blanche.

   Calculer la probabilité de l'évènement $B \cap P$.

   Déduire des questions précédentes que la probabilité de tirer une boule blanche est $\dfrac{7}{12}$.
2. On effectue la même expérience aléatoire, les deux urnes contenant à présent $2n$ boules, n étant un entier naturel non nul. L'urne marquée P contient $(2n-1)$ boules blanches et 1 boule noire alors que l'urne marquée P contient $(n-1)$ boules blanches et $(n+1)$ boules noires.

   Montrer que la probabilité de tirer une boule blanche est : $\dfrac{3n-2}{4n}$.
3. Soit (u_n) la suite définie par : $u_n = \dfrac{3n-2}{4n}$ pour tout n entier naturel non nul.

   a. Déterminer la limite, quand n tend vers plus l'infini, de la suite (u_n).

   b. Montrer que pour tout entier $n \geqslant 1$: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2}{4n(n+1)}$.

   Déduire de la question précédente le sens de variation de la suite (u_n).

PROBLÈME **10 points**

Un négociant en vins a fait mener une étude visant à déterminer à quel prix maximal ses clients sont prêts à acheter une bouteille de vin. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Prix maximal x_i en euros de la bouteille	5	10	15	20	25	30
Pourcentage y_i d'acheteurs potentiels	84	58	30	19	7	4

On voit dans ce tableau, par exemple, que 58 % des clients de ce négociant sont prêts à payer 10 euros une bouteille de vin.

Partie A (Ajustement affine)

1. **a.** Représenter le nuage de points correspondant à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal du plan (unités : 1 cm pour 2 euros sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 5 % sur l'axe des ordonnées).

   b. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

2. **a.** Donner, à l'aide de la calculatrice, une valeur arrondie à 10^{-2} près du coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Un ajustement affine est-il judicieux ?

   b. Donner une équation de la droite de régression de y en x, par la méthode des moindres carrés, les coefficients étant calculés à l'aide de la calculatrice et arrondis à 10^{-2} près.

   Représenter la droite sur la figure du **1.**, en précisant les coordonnées de deux points de cette droite.

3. Chez ce négociant, le prix moyen d'une bouteille est de 13 euros. En utilisant l'ajustement précédent, calculer le pourcentage des clients prêts à acheter une bouteille à ce prix. On arrondira le résultat à l'entier le plus proche.

Partie B (Autre ajustement)

On envisage un ajustement du nuage de points de la **partie A** par la courbe représentative d'une fonction. Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \left(x^2 + 20x + 100\right) \mathrm{e}^{-0,2x}$$

et $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le repère de la **partie A**.

1. On admet que $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \left(x^2 + 20x + 100\right) \mathrm{e}^{-0,2x} = 0$. Quelle interprétation graphique peut-on faire de ce résultat ?

2. **a.** f' étant la dérivée de la fonction f, montrer que pour tout $x \in [0\ ;\ +\infty[$:

$$f'(x) = \left(-0,2x^2 - 2x\right) \mathrm{e}^{-0,2x}.$$

   b. Déterminer le signe de $f'(x)$ pour $x \in [0\ ;\ +\infty[$.

   c. En déduire les variations de la fonction f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

3. **a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera les valeurs arrondies à 10^{-1} près)

x	0	5	10	15	20	25	30
$f(x)$		82,8					

   b. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère de la **partie A**.

4. **a.** Démontrer que l'équation $f(x) = 50$ admet une unique solution α appartenant à l'intervalle $[10 ; 15]$.

   b. Donner, en justifiant la réponse, un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.

   c. Que représente α pour le négociant, si on admet que la fonction f représente un bon ajustement du nuage de points ?

∾ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2002 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Pierre se rend à une salle de jeux pour s'adonner à son jeu électronique favori.
Chaque partie de ce jeu est un duel entre Pierre et un adversaire virtuel choisi aléatoirement par la machine.
La machine choisit comme adversaire soit ATAR soit BLUT, avec la même probabilité $\frac{1}{2}$.
La probabilité pour que Pierre soit vainqueur contre ATAR est égale à $\frac{1}{4}$.
La probabilité pour que Pierre soit vainqueur contre BLUT est égale à $\frac{2}{5}$.
On appelle :
A l'évènement : « Pierre combat ATAR »,
B l'évènement : « Pierre combat BLUF »,
V l'évènement : « Pierre est vainqueur ».

1. **Pierre joue une partie.**
   a. Calculer $p(A \cap V)$
   b. Calculer $p(B \cap V)$.
   c. En déduire que $p(V) = 0,325$.
2. **Étude de la dépense occasionnée si Pierre joue plusieurs parties.**
   Pierre paie un euro par partie, or il n'a que quatre euros en poche.
   Il joue une première fois. S'il est vainqueur, il arrête. Sinon il joue une deuxième fois. S'il est vainqueur, il arrête. Sinon il joue une troisième fois.
   S'il est vainqueur, il arrête. Sinon il joue une quatrième fois. Après cette éventuelle quatrième partie, il doit s'arrêter, quel qu'en soit le résultat.
   On suppose que les résultats de parties successives sont indépendants.

   a. À l'aide d'un arbre pondéré, décrire toutes les situations possibles.
   b. On appelle X la variable aléatoire égale à la dépense de Pierre, en euros.
   Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X. Écrire les résultats avec trois décimales.

Dépense x_i	1	2	3	4
p$(X = x_i)$				

   c. Calculer l'espérance mathématique de X que l'on donnera avec deux décimales.

EXERCICE 2 **4 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

Le tableau suivant donne la population de l'an 2000 en millions d'habitants et le taux d'évolution annuel de cette population dans quelques pays européens.

Pays	France (sans les DOM-TOM)	Royaume-Uni	Russie
Taux d'évolution annuel en	0,4	0,2	$-0,5$
Population en 2000 (en millions)	56,6	59,8	147

Source : TEF

1. Soit U_n le nombre d'habitants prévu pour l'année $(2000 + n)$ dans un pays donné.
   On suppose que le taux d'évolution annuel est constant et on le note t %.
   a. Calculer U_{n+1} en fonction de U_n et de t.

b. Préciser la raison de cette suite géométrique (U_n).

c. En déduire l'expression de U_n en fonction de t, n et U_0.

2. Prévisions à partir des données du tableau :

On suppose que les taux d'évolution annuels de chaque pays restent constants après l'an 2000 et on note F_n, B_n et R_n les populations, en millions d'habitants prévues pour l'année $(2000+n)$ respectivement en France, au Royaume-Uni et en Russie.

a. Calculer F_n, B_n et R_n en fonction de n .

b. Quelle sera la population de la France en 2010 ?

c. À partir de quelle année la population de la Russie sera-t-elle inférieure à 140 millions ?

3. Comparaisons pays par pays.

a. Justifier que $F_n \geqslant B_n$ si et seulement si $n \geqslant \dfrac{\ln(59,8) - \ln(56,6)}{\ln(1,004) - ln(1,002)}$.

b. En déduire l'année à partir de laquelle la population de la France dépassera celle du Royaume-Uni.

EXERCICE 2 **4 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité.

Une personne place, le 1er janvier 2001, sur un compte rémunéré à intérêts composés au taux annuel de 4 %, une somme de a euros.
De plus, chaque 1er janvier des années suivantes, c'est-à-dire au le 1er janvier 2002, 1er janvier 2003, ..., etc, elle place sur ce compte la somme de 1 000 euros.
On pose $U_0 = a$. Plus généralement, pour tout entier naturel n, on appelle U_n la somme disponible sur le compte, le 1er janvier de l'année $(2001 + n)$.

1. a. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $U_{n+1} = 1,04U_n + 1000$.

b. Montrer que cette suite n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2. Optimisation du placement sur une durée de quatre ans.

On pose $V_n = U_n + 25000$.

a. Vérifier que la suite V_n est géométrique, de raison 1,04. Préciser son premier terme en fonction de a.

b. Exprimer V_n en fonction de a et n.

c. En déduire que, pour tout entier n : $U_n = 1,04^n \times (a + 25000) - 25000$.

3. Optimisation du placement sur une durée de quatre ans

Calculer à 0,01 euro près le placement initial minimal a permettant de disposer sur ce compte, le 1er janvier 2005, d'une somme d'au moins 15 000 euros.

PROBLÈME **11 points**

Partie A

Soit f la fonction définie, sur $\mathbb{R}$, par :

$$f(x) = \frac{10\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 4}.$$

On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   En écrivant $f(x) = 10 - \dfrac{40}{\text{e}^x + 4}$, déterminer la limite de f en $+\infty$.
   En déduire les équations des asymptotes à $(\mathcal{C})$.
   b. Calculer $f'(x)$, où f' est la dérivée de f.
   c. Étudier les variations de f.
   d. Dresser son tableau de variations.
2. Déterminer une équation de la tangente (D), à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse $\ln 4$.
3. Tracer sur un même graphique, la courbe $(\mathcal{C})$, ses asymptotes et la droite (D).

Partie B

Une entreprise fabrique un certain produit P. On appelle x le nombre de tonnes de P fabriquées.
On note $C(x)$ leur coût total de fabrication, exprimé en milliers d'euro.
La fonction coût marginal, C', est la dérivée de la fonction C.
Pour tout $x \in [0\ ;\ +\infty[$, on a : $C'(x) = f(x)$, où f est la fonction étudiée dans la **partie A**. De plus, on suppose qu'il n'y a pas de charges fixes, donc que $C(0) = 0$.

1. **a.** Montrer que le coût total est donné par :

$$C(x) = \int_0^x f(t)\,\text{d}t.$$

   b. Exprimer $C(x)$ en fonction de x.
   c. Quel est le coût total de 5 tonnes de ce produit P ? On en donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie à la dizaine d'euro près.
2. On appelle $C_M(x)$ le coût moyen défini, pour tout x strictement positif, par : $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.
   a. Exprimer $C_M(x)$ en fonction de x.
   b. Vérifier que, pour tout $x > 0$, $C_M(x) = 10 + \dfrac{10\ln\left(1 + 4\text{e}^{-x}\right)}{x} - \dfrac{10\ln 5}{x}$.
   c. En déduire la limite de $C_M(x)$ en $+\infty$.

∽ Baccalauréat ES 2003 ∾

L'intégrale de mars 2003 à mars 2004

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat ES Pondichéry mars 2003

EXERCICE 1 **5 points**

Un pisciculteur possède un bassin qui contient trois variétés de truites : communes, saumonées et arc-en-ciel. Il voudrait savoir s'il peut considérer que son bassin contient autant de truites de chaque variété. Pour cela il effectue, au hasard, 400 prélèvements d'une truite avec remise et obtient les résultats suivants :

Variété	Commune	Saumonée	Arc-en-ciel
Effectifs	146	118	136

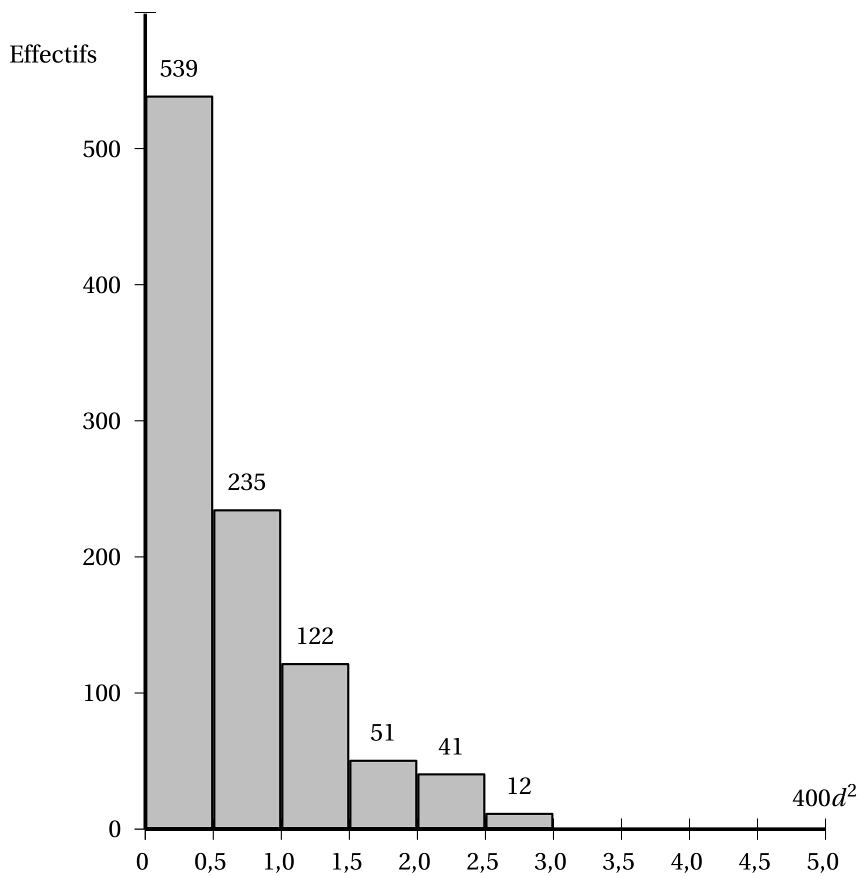
1. **a.** Calculer les fréquences de prélèvement f_c d'une truite commune, f_s d'une truite saumonée et f_a d'une truite arc-en-ciel. On donnera les valeurs décimales exactes.

   b. On pose $d^2 = \left(f_c - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(f_s - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(f_a - \frac{1}{3}\right)^2$.

   Calculer $400d^2$ arrondi à 10^{-2} ; on note $400d^2_{\text{obs}}$ cette valeur.

   À l'aide d'un ordinateur, le pisciculteur simule le prélèvement au hasard de 400 truites suivant la loi équirépartie. Il répète 1 000 fois cette opération et calcule à chaque fois la valeur de $400d^2$.

   Le diagramme à bandes ci-dessous représente la série des 1 000 valeurs de $400d^2$, obtenues par simulation.



2. Déterminer une valeur approchée à 0,5 près par défaut, du neuvième décile D9 de cette série.
3. En argumentant soigneusement la réponse dire si on peut affirmer avec un risque d'erreur inférieur à 10 % que « le bassin contient autant de truites de chaque variété ».

4. On considère désormais que le bassin contient autant de truites de chaque variété. Quand un client se présente, il prélève au hasard une truite du bassin.

Trois clients prélèvent chacun une truite. Le grand nombre de truites du bassin permet d'assimiler ces prélèvements à des tirages successifs avec remise.

Calculer la probabilité qu'un seul des trois clients prélève une truite commune.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

À l'issue d'une compétition, des sportifs sont contrôlés par un comité antidopage qui doit se prononcer sur leur positivité ou négativité au dopage. Or, d'une part certains produits dopants restent indétectables aux contrôles, d'autre part certains médicaments ont un effet de dopage inconnu du sportif ; le comité prend donc sa décision avec un risque d'erreur. On note

D l'évènement « le sportif est dopé »,
O l'évènement « le sportif est déclaré positif ».
E l'évènement « le comité a commis une erreur ».

1. Dans cette question, on suppose que parmi les sportifs 50 % ne sont pas dopés et que *la probabilité d'être déclaré positif est indépendante de l'état réel du sportif* (dopé ou non dopé).

Lors d'une étude sur des compétitions antérieures on a pu observer que ce comité déclarait positifs 20 % des sportifs. On choisit un sportif au hasard. Calculer

- la probabilité que le sportif soit non dopé et déclaré positif ;
- la probabilité que le sportif soit dopé et déclaré négatif ;
- la probabilité de l'évènement E.

2. Dans cette question, on note p la fréquence des dopés parmi les sportifs contrôlés.

On suppose que la probabilité d'être déclaré positif n'est pas la même selon que le sportif est réellement dopé ou non,

- la probabilité qu'un sportif dopé soit déclaré positif est $0,9$;
- la probabilité qu'un sportif non dopé soit déclaré positif est $0,1$.

On choisit un sportif au hasard.

a. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.

b. Calculer la probabilité de E.

c. Calculer, en fonction de p, la probabilité que ce sportif soit déclaré positif.

d. On s'intéresse à la probabilité qu'un sportif ayant été déclaré positif soit réellement dopé.

Montrer que cette probabilité, notée $f(p)$, est définie par $f(p) = \dfrac{0,9p}{0,8p+0,1}$.

Résoudre l'inéquation $f(p) > 0,9$. Interpréter ce résultat.

PROBLÈME **11 points**

Commun à tous les candidats

Ce problème a pour objectif d'étudier le prix d'équilibre entre l'offre et la demande d'un objet donné, dans une situation de concurrence parfaite.

Partie A : étude de la demande

On suppose que le prix unitaire qu'acceptent de payer les consommateurs en fonction de la quantité x disponible sur le marché est modélisé par la fonction g définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = \frac{50}{x^2+x+1}.$$

Le prix unitaire $g(x)$ est exprimé en euros et la quantité x en millions d'objets.

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.
2. **a.** Calculer $g'(x)$.

   b. Étudier les variations de g sur $[0~;~+\infty[$ et donner le tableau de variations.
3. Soit $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de g dans un repère orthogonal du plan. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse nulle.
4. Tracer T et $\mathscr{C}_g$ (unités graphiques : 2 cm pour une unité en abscisses, 2 cm pour 10 unités en ordonnées).

Partie B : étude de l'offre

Les producteurs acceptent de fabriquer une quantité x exprimée en millions d'objets si le prix unitaire de l'objet atteint une valeur minimale. On suppose que ce prix minimal (qui dépend de la quantité x) est modélisé par la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 3\text{e}^{0,26x}.$$

Le prix unitaire $f(x)$ est exprimé en euros.

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2. étudier les variations de f sur $[0~;~+\infty[$.
3. Tracer $\mathscr{C}_f$ dans le même repère que $\mathscr{C}_g$.

Partie C : Recherche du prix d'équilibre

Dans un marché à concurrence parfaite, la « loi de l'offre et de la demande » tend à dégager un prix d'équilibre p_0 pour lequel l'offre des producteurs est égale à la demande des consommateurs. On appelle q_0 la quantité associée à p_0.

1. Déterminer graphiquement un encadrement entre deux entiers consécutifs d'une part du prix d'équilibre p_0 et d'autre part de la quantité associée q_0.
2. On pose $h(x) = f(x) - g(x)$ pour tout x de $[0~;~+\infty[$.

   a. Déduire des parties A et B le sens de variations de sur $[0~;~+\infty[$.

   b. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique q_0 sur $[2\,;3]$.

   c. Donner à l'aide de la calculatrice une valeur arrondie à 10^{-2} de q_0.
3. Calculer une valeur approchée du prix d'équilibre p_0. On donnera le résultat arrondi à 10^{-2} près.

Partie D : Surplus des producteurs

On appelle surplus des producteurs le gain supplémentaire que réalisent les producteurs en vendant au prix p_0. Il est obtenu à partir de l'expression :

$$S_p = p_0q_0 - \int_0^{q_0} f(x)\,\text{d}x.$$

Il est exprimé en millions d'euros.

1. Donner une interprétation graphique de S_p, (on interprétera p_0q_0 comme l'aire d'un rectangle).
2. **a.** Calculer S_p en fonction de p_0 et q_0.

   b. Déterminer une valeur arrondie à 10^{-1} de S_p exprimée en millions d'euros.

Baccalauréat série ES Amérique du Nord juin 2003

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Aucun détail des calculs statistiques effectués à la calculatrice n'est demandé dans cet exercice.
Dans un magasin, le nombre annuel de ventes d'un appareil électroménager, relevé pendant 6 années, est donné par le tableau suivant :

Année	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'appareils y_i	623	712	785	860	964	1 073

1. **a.** Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points $M\left(x_i,\ y_i\right)$ en prenant comme unités graphiques : 2 cm pour 1 rang en abscisses et 1 cm pour 50 appareils en ordonnées, en commençant à la graduation 600.

   b. Calculer, en donnant les résultats arrondis à 10^{-2}, les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point sur le graphique.

2. **a.** Calculer, en donnant les résultats arrondis à 10^{-2}, les coordonnées du point moyen G_1 du nuage formé par les points $M_1,\ M_2$ et M_3, puis les coordonnées du point moyen G_2 du nuage formé par les points $M_4,\ M_5$ et M_6.

   b. Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique et déterminer, avec des coefficients arrondis à 10^2, une équation de la droite (G_1G_2).

   c. En utilisant cette droite comme droite d'ajustement affine, déterminer le nombre d'appareils que l'on peut prévoir vendre en 2004.

3. On sait maintenant que le nombre d'appareils vendus en 2002 est de 1 125.

   a. Ajouter le point $M_7(7\,;\,1\,125)$ sur le graphique précédent.

   b. On considère alors le nouveau nuage formé des points M_i, $2 \leqslant i \leqslant 7$ (le nombre annuel de ventes de l'année 1996 n'est plus pris en compte).
   Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-2}).

   c. En utilisant cet ajustement, quel nombre d'appareils peut-on prévoir vendre en 2004 ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une petite entreprise de textile commercialise des nappes et des lots de serviettes assorties. Quand un client se présente, il achète au plus une nappe et un lot de serviettes.

1. La probabilité pour qu'un client achète la nappe est 0,2. La probabilité pour qu'un client achète le lot de serviettes quand il a acheté la nappe est $0,7$ et la probabilité qu'il achète le lot de serviettes quand il n'a pas acheté la nappe est $0,1$.

   a. On note N l'évènement « un client achète la nappe ». On note S l'évènement « un client achète le lot de serviettes ». Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

   b. Montrer que la probabilité de l'évènement $N \cap S$ est égale à 0,14.

   c. Calculer la probabilité de l'évènement S.

   d. Calculer la probabilité pour qu'un client achète au moins l'un des deux articles.

2. La nappe est vendue 125 euro et le lot de serviettes 45 €.

a. Établir en reproduisant sur la copie le tableau suivant, la loi de probabilité : « dépense d'un client ».

Dépense (en euro)	0	45	125	170
Probabilité				

b. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Donner l'interprétation concrète de ce nombre.

3. On rappelle que la probabilité pour qu'un client achète l'ensemble nappe et serviettes est $0,14$. On choisit trois clients au hasard. On suppose que le nombre de clients est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à un tirage successif avec remise. Quelle est la probabilité qu'un seul client ait acheté un ensemble nappe et serviettes ?

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit le graphe G joint en annexe constitué des sommets A, B, C, D, E, F et G.

1. Quel est son ordre et le degré de chacun de ses sommets ?

2. Reproduire sur la copie et compléter le tableau des distances entre deux sommets de G :

Distance	A	B	C	D	E	F	G
A	×						
B	×	×					
C	×	×	×				
D	×	×	×	×			
E	×	×	×	×	×		
F	×	×	×	×	×	×	
G	×	×	×	×	×	×	×

En déduire le diamètre de ce graphe.

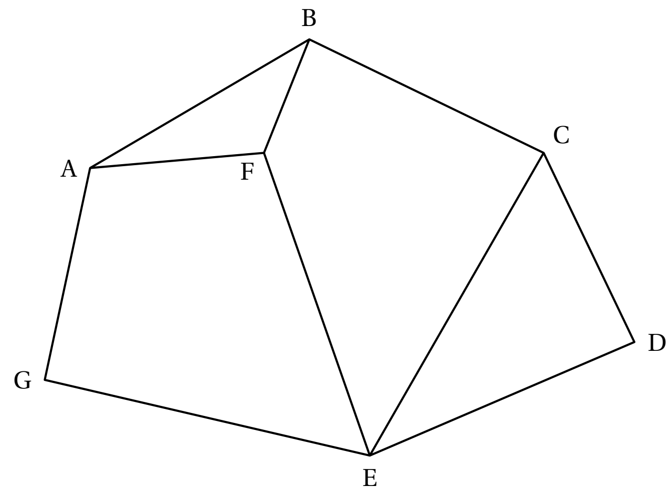
3. **a.** Donner un sous-graphe complet d'ordre 3 de G.
Qu'en déduire pour le nombre chromatique de G ?

b. Proposer une coloration du graphe G et en déduire son nombre chromatique.

4. Donner la matrice M associée à G (vous numéroterez les lignes et les colonnes dans l'ordre alphabétique).

5. En utilisant la matrice M_2 donnée en annexe 1, déduire le nombre de chaînes de longueur 2 partant de A sans y revenir.

Annexe 1 : exercice 2



$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

PROBLÈME **10 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = ax + b + 3\ln(x+1)$$

où a et b désignent deux réels que l'on déterminera dans la question **2.**. On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative. La figure de l' annexe représente une partie de cette courbe donnée par une calculatrice graphique.

$\mathscr{C}_f$ vérifie les conditions suivantes :

elle passe par le point A(0 ; 5) et elle admet une tangente horizontale au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$.

1. En utilisant les données de l'énoncé, que peut-on dire du sens de variation de f ?
2. Déterminer a et b.

Partie B

On suppose désormais que la fonction f est définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = -2x + 5 + 3\ln(x+1).$$

1. **a.** Calculer la limite de f en -1. Interpréter graphiquement le résultat.

b. En admettant que : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 0$, calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f Dresser le tableau de variations. Préciser la valeur exacte du maximum de f.

3. Tracer $\mathscr{C}_f$ et les asymptotes éventuelles dans un plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. (unité graphique : 2 cm)

4. **a.** Montrer qu'il existe deux réels α et β tels que $\alpha < 0 < \beta$ et $f(\alpha) = f(\beta) = 0$.

b. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de α et de β.

c. En déduire le signe de $f(x)$ sur $]-1~;~+\infty[$.

5. Soit g la fonction définie sur $]-1~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = (x+1)\ln(x+1) - x.$$

a. Calculer $g'(x)$.

b. En déduire l'expression de la primitive de f s'annulant pour $x = 0$.

Partie C

Une imprimerie a une capacité de production de 5 000 ouvrages par jour. Une étude a montré que le coût marginal peut être modélisé par $f(q)$ (en milliers d'euro) où q désigne la quantité d'ouvrages imprimés (en milliers).
On rappelle que le coût marginal correspond à la dérivée du coût total.

1. **a.** Calculer $\displaystyle\int_0^5 f(q)\,\mathrm{d}q$.

b. En déduire le coût total en euro de fabrication de 5 000 ouvrages.

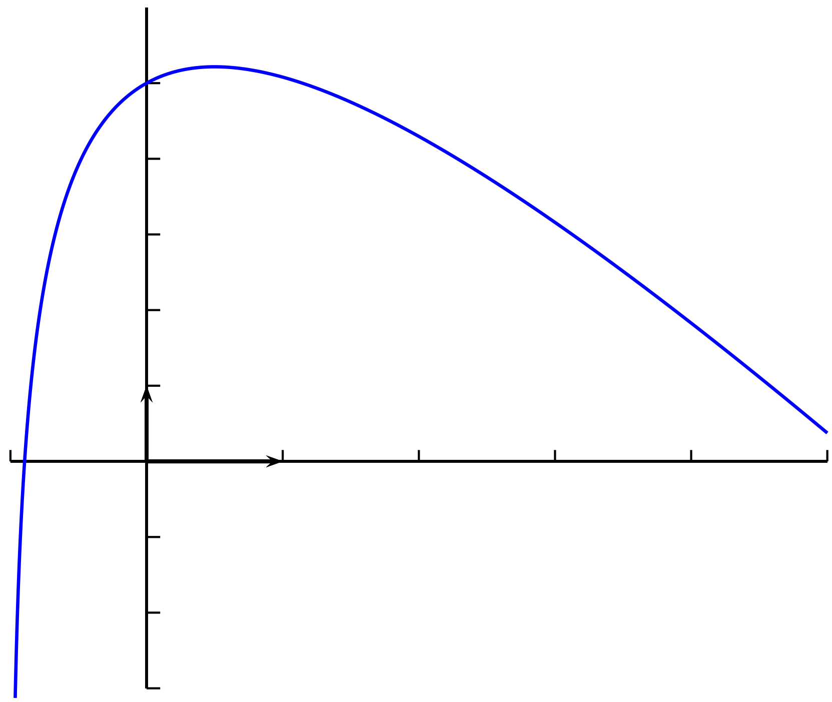
2. L'imprimeur compte réaliser en deux jours une commande de 8 000 ouvrages. Il hésite entre deux possibilités :

5 000 ouvrages le premier jour puis 3 000 le second,

4 000 ouvrages pendant deux jours.

Quelle est l'option la plus rentable ?

Annexe 2
Courbe représentative de f



∽ Baccalauréat ES Antilles juin 2003 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Dans cette partie, on étudie la répartition des étudiants dans les différentes filières universitaires en fonction de la Catégorie Socio-Professionnelle (CSP) de leurs parents. Les catégories socio-professionnelles retenues sont :

CSP A : cadre supérieur, cadre moyen, profession libérale, patron de l'industrie et du commerce.

CSP B : ouvrier, employé, personnel de service, ouvrier agricole.

CSP C : agriculteur exploitant.

CSP D : autre.

Les différentes filières universitaires sont regroupées en :

Type S : sciences, santé.

Type L : Lettres. Type E économie et droit.

Type I : IUT et autres.

Tableau 1 : Répartition en pourcentage des étudiants dans les différentes filières en fonction de la CSP de leurs parents.

	CSP A	CSP B	CSP C	CSP D	Total
Type S	64,7 %	17,5 %	4,5 %	13,3 %	100 %
Type L	51,2 %	24 %	4,2 %	20,6 %	100 %
Type E	54,2 %	26 %	4,5 %	15,3 %	100 %
Type 1	49 %	31,3 %	7,4 %	12,3 %	100 %
Toutes filières confondues	56,7 %	22,7 %	4,7 %	15,9 %	100 %

1. **a.** Donner la probabilité qu'un étudiant choisi au hasard parmi ceux qui suivent des études d'économie ou de droit ait ses parents classés dons la CSP A.

   b. Donner la probabilité qu'un étudiant choisi au hasard dans la population globale des étudiants ait ses parents exploitants agricoles.

Tableau 2 : Probabilité qu'un étudiant choisi ou hasard dans l'ensemble des étudiants soit dans les diverses filières.

	Type S	Type L	Type E	Type I
Probabilité	0,369	0,298	0,249	0,084

2. On choisit un étudiant au hasard dans la population globale des étudiants.

   Soit A l'évènement : l'étudiant choisi a ses parents dans la CSP A. On définit de même les évènements B, C et D.

   Soit S l'évènement : l'étudiant est dans la filière de type S. On définit de même les évènements L, E et I.

   Les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

   a. Calculer la probabilité de l'évènement $E \cap A$.

   b. L'étudiant choisi a ses parents dans la CSP A. Quelle est la probabilité pour qu'il suive des études d'économie ou de droit ?

   c. L'étudiant choisi a ses parents dans la CSP B. Quelle est la probabilité pour qu'il suive des études d'économie ou de droit ?

EXERCICE 2 **5 points**
(candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Les détails des calculs statistiques ne sont pas demandés.
La production nette d'électricité nucléaire en France, en milliards de kWh est donnée par le tableau suivant :

Année x_i	85	90	95	96	97	98	99
Production y_i	213	298	359	378	376	368	382

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal : sur l'axe des abscisses, on placera 84 à l'origine et on choisira 1 cm pour 1 an. Sur l'axe des ordonnées, on placera O à l'origine et on choisira 1 cm pour 20 milliards de kWh.

- **a.** Représenter le nuage des points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.
- **b.** Quelles sont les coordonnées du point moyen G ?
- **c.** Placer G.

2. Ajustement affine

- **a.** En utilisant la méthode des moindres carrés, donner une équation de la droite de régression de y en x. Les coefficients seront arrondis au centième.
- **b.** Tracer cette droite sur le graphique. Expliquer la méthode utilisée pour le tracé.

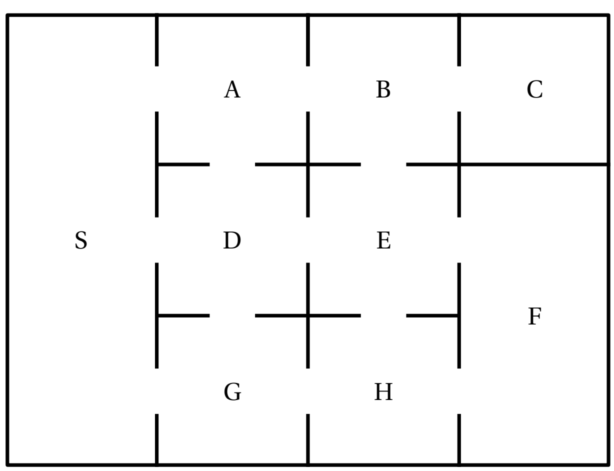
3. Estimation de production

- **a.** En supposant que le modèle affine reste valable jusqu'en 2020, estimer à l'aide de ce modèle, au milliard de kWh près, la production d'électricité nucléaire en France en 2020.
- **b.** On pose $X = \ln(x)$. L'équation de la droite de régression de y en X obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 1\,119X - 4\,745$.

  En supposant que le modèle logarithmique reste valable jusqu'en 2020, estimer à l'aide de ce modèle, au milliard de kWh près, la production d'électricité nucléaire en France en 2020.

EXERCICE 2 **5 points**
(Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

I- Un musée est constitué de 9 salles notées A, B, C, D, E, F, G, H et S.
Le plan du musée est représenté ci-dessous :



Ainsi, un visiteur qui se trouve dans la salle S peut atteindre directement les salles A, D ou G. S'il se trouve dans la salle C, il peut se rendre directement dans la salle B, mais pas dans la salle F.
On s'intéresse au parcours d'un visiteur dans ce musée. On ne se préoccupe pas de la manière dont le visiteur accède au musée ni comment il en sort. Cette situation peut être modélisée par un graphe, les sommets étant les noms des salles, les arêtes représentant les portes de communication.

1. Dessiner un graphe modélisant la situation décrite.
2. Est-il possible de visiter le musée, en empruntant chaque porte une fois et une seule? Justifier en utilisant un théorème du cours sur les graphes.
3. Pour rompre une éventuelle monotonie, le conservateur du musée souhaite différencier chaque salle de sa ou des salles voisines (c'est-à-dire accessibles par une porte) par la moquette posée au sol. Quel est le nombre minimum de types de moquettes nécessaires pour répondre à ce souhait? Justifier.

II - On note M la matrice à 9 lignes et 9 colonnes associée au graphe précédent, en convenant de l'ordre suivant des salles S, A, B, C, D, E, F, G, H. Le graphe n'étant pas orienté, comment cela se traduit-il sur la matrice?

III - On donne la matrice :

$$M^4 = \begin{pmatrix} 18 & 12 & 11 & 2 & 20 & 12 & 6 & 12 & 12 \\ 12 & 20 & 3 & 6 & 11 & 20 & 5 & 18 & 5 \\ 11 & 3 & 16 & 0 & 19 & 3 & 8 & 4 & 12 \\ 2 & 6 & 0 & 3 & 1 & 7 & 1 & 4 & 1 \\ 20 & 11 & 19 & 1 & 31 & 9 & 11 & 12 & 19 \\ 12 & 20 & 3 & 7 & 9 & 28 & 9 & 20 & 9 \\ 6 & 5 & 8 & 1 & 11 & 9 & 9 & 8 & 9 \\ 12 & 18 & 4 & 4 & 12 & 20 & 8 & 20 & 6 \\ 12 & 5 & 12 & 1 & 19 & 9 & 9 & 6 & 17 \end{pmatrix}$$

1. Combien y-a-t-il de chemins qui en 4 étapes, partent de D et reviennent à D?
2. Combien y-a-t-il de chemins qui en 4 étapes, partent de S et reviennent à C? Les citer.
3. Est-il toujours possible de joindre en 4 étapes deux salles quelconques? Justifier.

PROBLÈME **10 points**
Commun à tous les candidats

Le but du problème est la recherche du meilleur moment de revente d'une machine-outil en tenant compte de sa valeur marchande ainsi que du coût de son entretien. On étudie dans la **partie A**, deux fonctions qui contribuent à la résolution du problème traité dans les **parties B** et **C**. Les parties A et B sont indépendantes.

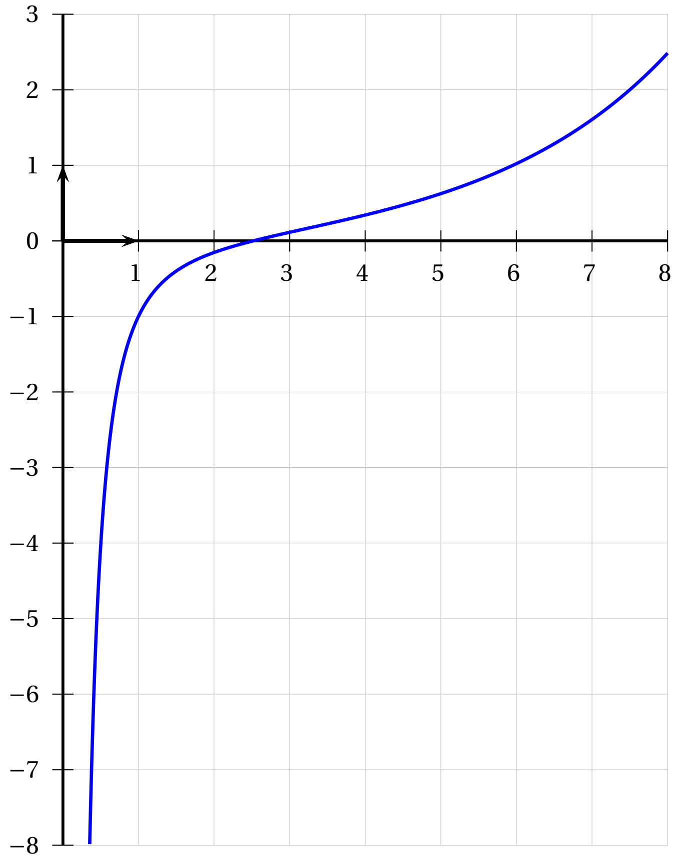
Partie A : étude de fonctions

1. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par

$$f(x) = 10 - 10\mathrm{e}^{-0,2x} + \mathrm{e}^{0,5x}.$$

   a. Calculer la limite de f en $+\infty$.
   b. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}_+$ et dresser son tableau de variations. Préciser les limites en 0 et en $+\infty$.

2. Soit la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.
On donne une partie de la courbe représentative de la fonction g' dérivée de la fonction g



Soit A le point d'intersection de cette courbe avec l'axe des abscisses. On prendra 2,5 comme valeur approchée de l'abscisse de A. Comme le suggère le graphique, on admet que la fonction g' reste négative entre 0 et 2,5.

a. En utilisant ce graphique, déterminer les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,8]$.

b. En déduire une valeur approchée du minimum de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,8]$.

Partie B : dépréciation d'un matériel

Toutes les valeurs marchandes sont exprimées en milliers d'euros, et on suppose raisonnable de négliger les variations monétaires. Une machine-outil achetée neuve, coûte 10 milliers d'euros.
Au bout d'un an, son prix de revente a diminué de 18 % et on admet qu'il en est ainsi chaque année.

1. Quel est le prix de revente en milliers d'euros au bout de 3 années ?
2. On note v_n le prix de revente de la machine au bout de n années, en milliers d'euros.
   a. Exprimer v_n en fonction de n.
   b. Déterminer par le calcul, le nombre d'années à partir duquel le prix de revente de la machine sera inférieur ou égal à 1,5 millier d'euros. Expliquer la méthode utilisée.
3. Soit k la fonction définie sur $[0\,;\,8]$ par $k(x) = 10\mathrm{e}^{-0,2x}$. On admet que $k(n)$ est une bonne approximation de v_n pendant les 8 premières années.
On note I l'intégrale suivante $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^5 k(x)\,\mathrm{d}x$.

a. Calculer la valeur exacte de I puis en donner une valeur approchée arrondie à l'unité la plus proche.

b. Estimer la valeur moyenne du prix de revente de la machine sur 5 années d'utilisation, puis en donner une valeur approchée.

Partie C : coût total d'un matériel

La machine-outil a un coût d'entretien. On estime qu'il peut être calculé par la fonction E définie sur $[0\,;\,8]$ par $E(x) = \text{e}^{0,5x}$ où x désigne l'âge de la machine en années.

1. Justifier que le coût total d'utilisation de la machine-outil en fonction de son âge, exprimé en milliers d'euros, peut être défini sur $[0\,;\,8]$ par

$$f(x) = 10 - 10\text{e}^{-0,2x} + \text{e}^{0,5x} (f \text{ est la fonction étudiée dans la partie A})$$

2. Exprimer le coût moyen par année d'utilisation, en fonction de l'âge de la machine.
En utilisant les questions précédentes, estimer le meilleur moment pour revendre la machine.

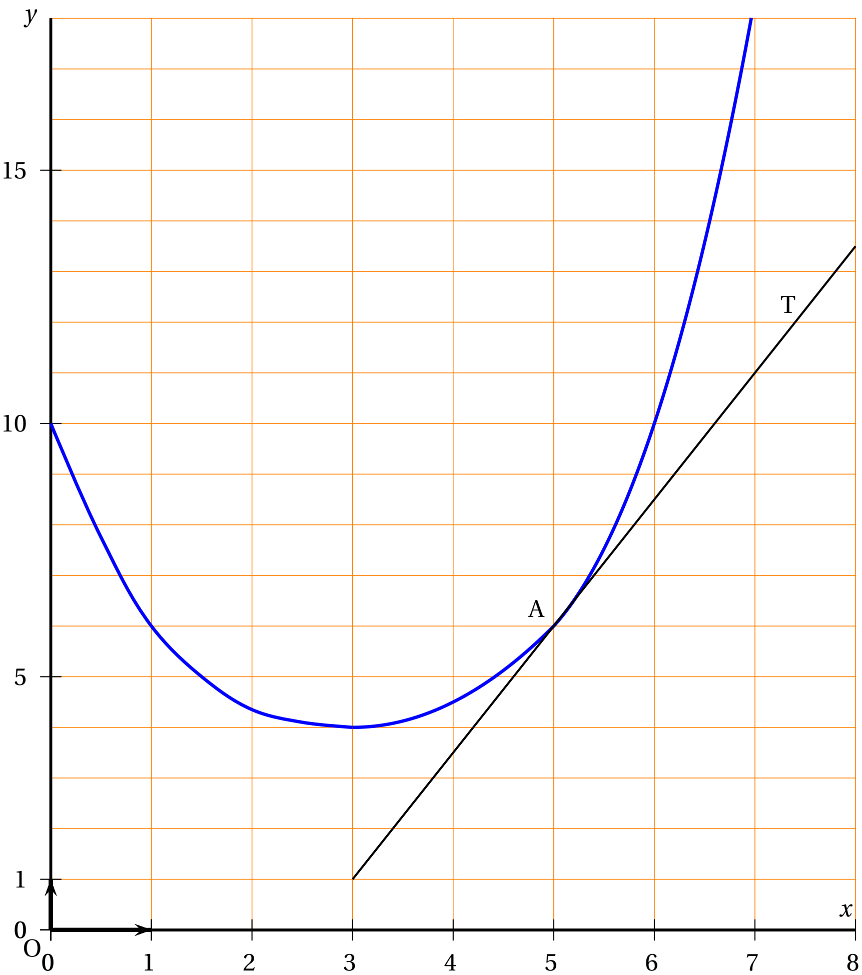
∾ Baccalauréat ES Asie juin 2003 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un phénomène économique est modélisé par une fonction f représentée graphiquement par une courbe $(\mathscr{C})$ dans un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Une partie de $(\mathscr{C})$ est donnée ci-dessous.



On donne aussi le tableau de valeurs suivant :

x	0	3	7	8	9	10
$f(x)$	10	4	20	49,5	149	546

On suppose que la fonction f ainsi représentée est continue et dérivable sur $[0 ; 10]$ et strictement croissante sur $[3 ;\ 10]$

On note f' sa fonction dérivée.

La droite T est la tangente à $(\mathscr{C})$ en son point A d'abscisse 5 ; elle passe aussi par le point de coordonnées $(7 ; 11)$.

$(\mathscr{C})$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 3.

x	3	5
$f(x)$	4	
$f'(x)$		

1. En utilisant ces informations :

a. Reproduire et compléter le tableau ci-contre :

b. Dresser le tableau des variations de f sur $[0\,;\,10]$; indiquer aussi le signe de $f'(x)$ sur cet intervalle. Justifier.

c. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 6$.
Utiliser le graphique pour donner des valeurs approchées des solutions à 0,5 près.

2. On considère la fonction g définie pour tout x de $[0\,;\,10]$ par : $g(x) = \ln[f(x)]$.

a. Étudier les variations de g et dresser le tableau des variations de g sur $[0\,;\,10]$.

b. À l'aide du graphique de la question 1, donner une solution approchée, dans l'intervalle $[0\,;\,10]$, de l'équation $g(x) = 3$.

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice les résultats approchés seront donnés à 0,000 1 près.
Lors d'une épizootie, on s'est aperçu que si la maladie était diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal (avant que les symptômes apparaissent), on pouvait le guérir, sinon la maladie était mortelle.
Un test est mis au point et essayé sur un échantillon bien connu d'animaux dont 1 % sont porteurs de la maladie. On obtient les résultats suivants :

— si un animal est malade, le test est positif dans 85 % des cas ;

— si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.
On note :

— M l'évènement : « L'animal est atteint par la maladie » ;

— E l'évènement : « Le test est positif » ;

— N l'évènement : « Le test est négatif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.
2. Un animal est choisi au hasard.
   - **a.** Quelle est la probabilité qu'il soit malade et que son test soit positif ?
   - **b.** Vérifier que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058 0.
3. Un animal est choisi parmi ceux dont le test est positif, quelle est la probabilité pour qu'il soit malade ?
4. On choisit 5 animaux au hasard, dans un troupeau suffisamment important pour que les épreuves puissent être considérées comme indépendantes et que les tirages puissent être assimilés à des tirages avec remise.
   Quelle est la probabilité pour qu'au moins un des cinq ait un test positif ?
5. Le coût des soins à prodiguer à un animal ayant un test positif est de 100 euros et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test ayant développé la maladie est de 1 000 euros. On suppose que le test est gratuit.
   D'après les données précédentes, la loi de probabilité du coût à engager par animal subissant le test est donnée par le tableau suivant :

Coût	0	100	1 000
Probabilité	0,940 5	0,058	0,001 5

Un éleveur possédant un troupeau de 2 000 bêtes vous demande une prévision du coût à engager à la suite d'un passage du test à tout le troupeau ; quelle réponse proposez-vous ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

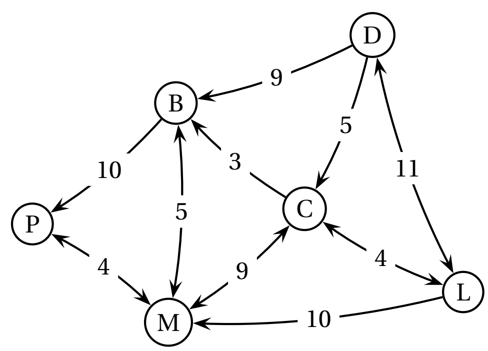
Dans la ville de GRAPHE, on s'intéresse aux principales rues permettant de relier différents lieux ouverts au public, à savoir la mairie (M), le centre commercial (C), la bibliothèque (B), la piscine (P) et le lycée (L). Chacun de ces lieux est désigné par son initiale. Le tableau ci-dessous donne les rues existant entre ces lieux.

	B	C	L	M	P
B		•		•	•
C	•		•	•	
L		•		•	
M	•	•	•		•
P	•			•	

1. Dessiner un graphe représentant cette situation.
2. Montrer qu'il est possible de trouver un trajet empruntant une fois et une seule toutes les rues de ce plan. Justifier. Proposer un tel trajet.

   Est-il possible d'avoir un trajet partant et arrivant du même lieu et passant une fois et une seule par toutes les rues ?

3. Dimitri habite dans cette ville ; le graphe ci-contre donne le **nouveau** plan du quartier avec les sens de circulation dans les différentes rues et le temps de parcours entre les différents lieux.



   Dimitri désire prendre sa voiture pour se rendre de son domicile noté D jusqu'à la piscine.

   Proposer un trajet le plus court possible lui permettant de se rendre de son domicile à la piscine.

   La réponse proposée devra être justifiée par un algorithme.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Étude statistique

Le but de ce problème est de modéliser l'évolution de la cotation d'une action en Bourse.

On ne fera qu'un seul dessin qui sera compété tout au long des différentes questions.

Les parties sont indépendantes.

La société « T–E S » est entrée en Bourse en 1995. Le tableau suivant donne la valeur d'une action en euros le 1er janvier de chaque année.

Année	1995	1996	1997	1998	1999
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Valeur de l'action en euros y_i	32	57	78	90	110

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$, le plan étant rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 10 euros sur l'axe des ordonnées).
2. Le graphique permet d'envisager un ajustement affine.
   a. Calculer les coordonnées du point moyen G. Placer ce point sur le graphique précédent.
   b. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x (les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés).
   c. En supposant que ce modèle reste valable jusqu'en 2003, quelle serait la valeur, en euros, d'une action de cette société en 2003 ?
3. En fait, suite à un retournement de tendance, la valeur de l'action a commencé à baisser à partir de 1999 comme le montre le tableau suivant (valeur au 1er janvier)

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année x_i	4	5	6	7	8
Valeur de l'action en euros y_i	110	50	23	15	11

   a. Compléter le nuage de points à l'aide de ces nouvelles valeurs.
   b. Expliquer pourquoi l'ajustement précédent ne semble pas pertinent.

Partie B

Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$\left\{\begin{array}{lcll} f(x) & = & 18,9x+35,6 & \text{si}\quad x\in]0\ ;\ 4[\\ f(x) & = & \text{e}^{-0,58x+6,85} & \text{si}\quad x\in]14\ ;\ +\infty[\end{array}\right.$$

On suppose que f modélise l'évolution du cours de l'action à partir de l'année 0.

1. **a.** Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;\,4]$.
   b. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.
   Étudier les variations de f sur $]4\ ;\ +\infty[$ puis dresser son tableau de variations sur cet intervalle.
2. Tracer la courbe Γ représentative de la fonction f sur le graphique précédent.
   f est-elle continue sur $[0\ ;\ +\infty[$?
3. Calculer, arrondie au centième, la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[5\,;\,10]$.
   On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction f sur l'intervalle $[a\ ;\ b]$ est égale à
   $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\text{d}x$.
   Interpréter ce résultat.
4. Résoudre l'inéquation : $f(x) \leqslant 1,5$.
   À partir de quelle année la valeur de l'action sera-t-elle inférieure à 1,50 euro ?

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2003

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Aucun détail des calculs statistiques effectués à la calculatrice n'est demandé dans cet exercice. Sauf indication contraire, les résultats seront arrondis à 10^{-4}.

Le tableau suivant donne, en millions, la population mondiale de 1400 à 2000.

Année	Rang x_i de l'année	Population y_i
1400	0	374
1500	100	458
1600	200	580
1800	400	958
1900	500	1 650
1950	550	2 519
1970	570	3 691
1980	580	4 430
1990	590	5 255
2000	600	6 057

Source : site internet de l'INED (Institut national des études démographiques)

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ en utilisant le repère semi-logarithmique joint en annexe.

2. On décide de faire un ajustement exponentiel, en ignorant les quatre premières données. On pose $z_i = \ln(y_i)$.

a. Reproduite sur la copie et compléter le tableau suivant par les valeurs z_i.

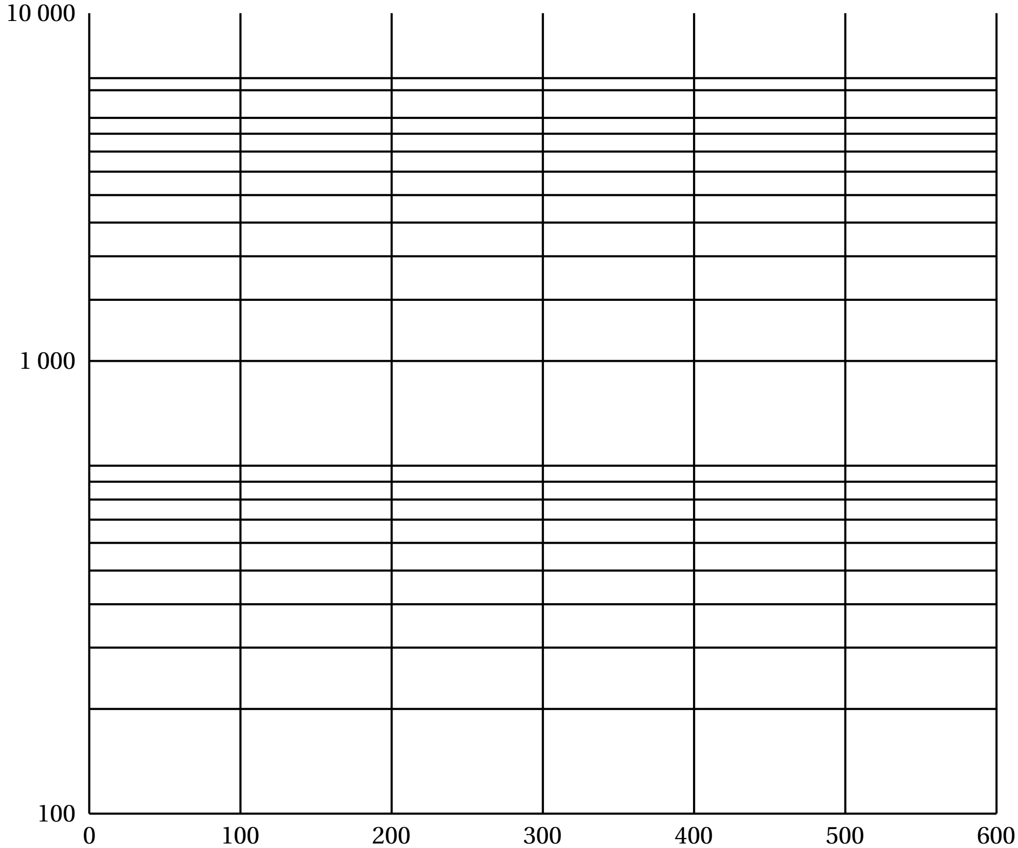
Rang x_i de l'année	500	550	570	580	590	600
$z_i = \ln(y_i)$						

b. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés.

c. En déduire une relation entre y et x de la forme $y = b \times a^x$, où a et b sont deux réels à déterminer.

d. Utiliser cet ajustement pour estimer, au million près, la population mondiale en 2010.

Annexe à compléter et à remettre avec la copie



EXERCICE 2 **6 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans une station-service, la probabilité que n clients se présentent pendant une période de 10 minutes est donnée par le tableau suivant :

n	0	1	2
Probabilité	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$

1. Justifier que ce tableau définit une loi de probabilité. Calculer l'espérance de cette loi et interpréter le résultat.

On note C_n l'évènement « n clients se présentent pendant une période de 10 minutes ».

Lorsqu'un client se présente, la probabilité qu'il prenne du gazole est $\frac{2}{5}$ et on note D_p l'évènement : « p clients ont pris du gazole pendant une période de 10 minutes ».

On rappelle que $P_{\text{B}}(\text{A})$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que B est réalisé.

2. On sait que deux clients se présentent pendant une période de 10 minutes.

a. Calculer la probabilité que ces deux clients prennent du gazole.

b. Montrer que la probabilité $P_{C_2}(D_1)$ qu'un seul de ces deux clients prenne du gazole est égale à $\frac{12}{25}$.

ıprobabilités de l'évènement D_p sachant que C_n, est réalisé pour toutes les valeurs possibles de p et n, seront présentées dans le tableau suivant :

	C_0	C_1	C_2
D_0	1		
D_1	0		$\frac{12}{25}$
D_2	0	0	

a. Justifier les valeurs 0 présentes dans le tableau.

b. Justifier la valeur 1 correspondant à $P_{C_0}(D_0)$.

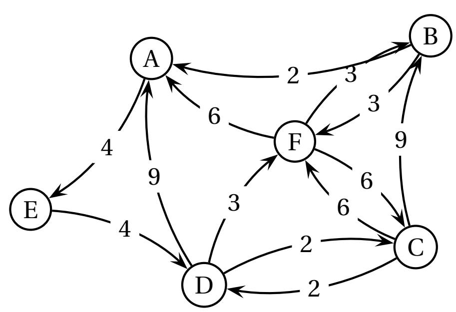
c. Reproduire le tableau sur la copie en complétant les valeurs manquantes (on les donnera sous forme de fractions).

3. Déterminer la probabilité de l'évènement D.

EXERCICE 2 **6 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un livreur d'une société de vente à domicile doit, dans son après- midi, charger son camion à l'entrepôt noté A, livrer cinq clients que nous noterons B, C, D, E et F, puis retourner à l'entrepôt. Le réseau routier, tenant compte des sens de circulation, et les temps de par- cours (en minutes) sont indiqués sur le graphe G suivant :



1. Donner la matrice M associée au graphe G.
On utilisera le modèle suivant :

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. On donne la matrice M^6 :

$$M^6 = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 6 & 3 & 4 & 6 \\ 19 & 11 & 12 & 9 & 6 & 16 \\ 36 & 28 & 23 & 22 & 18 & 34 \\ 37 & 24 & 25 & 17 & 15 & 31 \\ 15 & 12 & 9 & 10 & 8 & 15 \\ 28 & 22 & 19 & 15 & 15 & 26 \end{pmatrix}$$

On s'intéresse aux chemins partant de l'entrepôt A et se terminant en A.

a. Combien existe-t-il de chemins de longueur 6 reliant A à A ?

b. Citer ces chemins.

c. Parmi ceux qui passent par tous les sommets du graphe, lequel minimise le temps de parcours ?

d. Quelle conséquence peut tirer le livreur du dernier résultat ?

3. Au départ de sa tournée, le livreur a choisi de suivre l'itinéraire le plus rapide. Malheureusement, le client C n'est pas présent au passage du livreur et celui-ci décide de terminer sa livraison par ce client. Indiquer quel est le chemin le plus rapide pour revenir à l'entrepôt A à partir de C. La réponse devra être justifiée.

PROBLÈME **10 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 2x + 100\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$
(unités graphiques : 1 cm pour 1 unité en abscisse ; 1 cm pour 10 unités en ordonnée).

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.

2. Montrer que la droite D d'équation $y = 2x$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$.

3. Calculer la dérivée f' et étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

4. Tracer $\mathscr{C}_f$ et D dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ pour x appartenant à $[1\,;\,18]$.

5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant 50$ sur l'intervalle$[1\,;\,18]$.

6. Calculer la valeur exacte du nombre $\mathrm{M} = \dfrac{1}{17}\displaystyle\int_0^{18} f(x)\,\mathrm{d}x$, puis donner sa valeur arrondie à l'entier le plus proche.

Partie B

Modélisation d'un coût

Un artisan confiseur qui propose des chocolats « faits maison » en fabrique de 1 à 18 kg par jour. Le coût moyen de fabrication d'un kilogramme de chocolats est exprimé en euro. Il est modélisé par la fonction f étudiée dans la **partie A**, où x désigne la masse en kg de chocolats fabriqués ($1 \leqslant x \leqslant 18$). Dans la suite, on utilisera les résultats de la **partie A**.

1. **a.** Déterminer, à un euro près, le coût moyen de fabrication pour 6 kg fabriqués.

b. Quelle est la quantité à fabriquer pour que le coût moyen soit minimum ?

c. Quel est alors ce coût ?

2. L'artisan vend ses chocolats au prix de 50 € le kilogramme.
Quelle quantité minimale doit-il fabriquer pour faire un bénéfice ?

3. Quelle est pour l'artisan la valeur moyenne du coût de fabrication d'un kilogramme de chocolats ?

Aucun détail des calculs statistiques effectués à la calculatrice n'est demandé dans cet exercice. Sauf indication contraire, les résultats seront arrondis à 10^{-4}.
Le tableau suivant donne, en millions, la population mondiale de 1400 à 2000.

Année	Rang x_i de l'année	Population y_i
1400	0	374
1500	100	458
1600	200	580
1800	400	958
1900	500	1 650
1950	550	2 519
1970	570	3 691
1980	580	4 430
1990	590	5 255
2000	600	6 057

Source : site internet de l'INED (Institut national des études démographiques)

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ en utilisant le repère semi-logarithmique joint en annexe.

2. On décide de faire un ajustement exponentiel, en ignorant les quatre premières données. On pose $z_i = \ln(y_i)$.

a. Reproduite sur la copie et compléter le tableau suivant par les valeurs z_i.

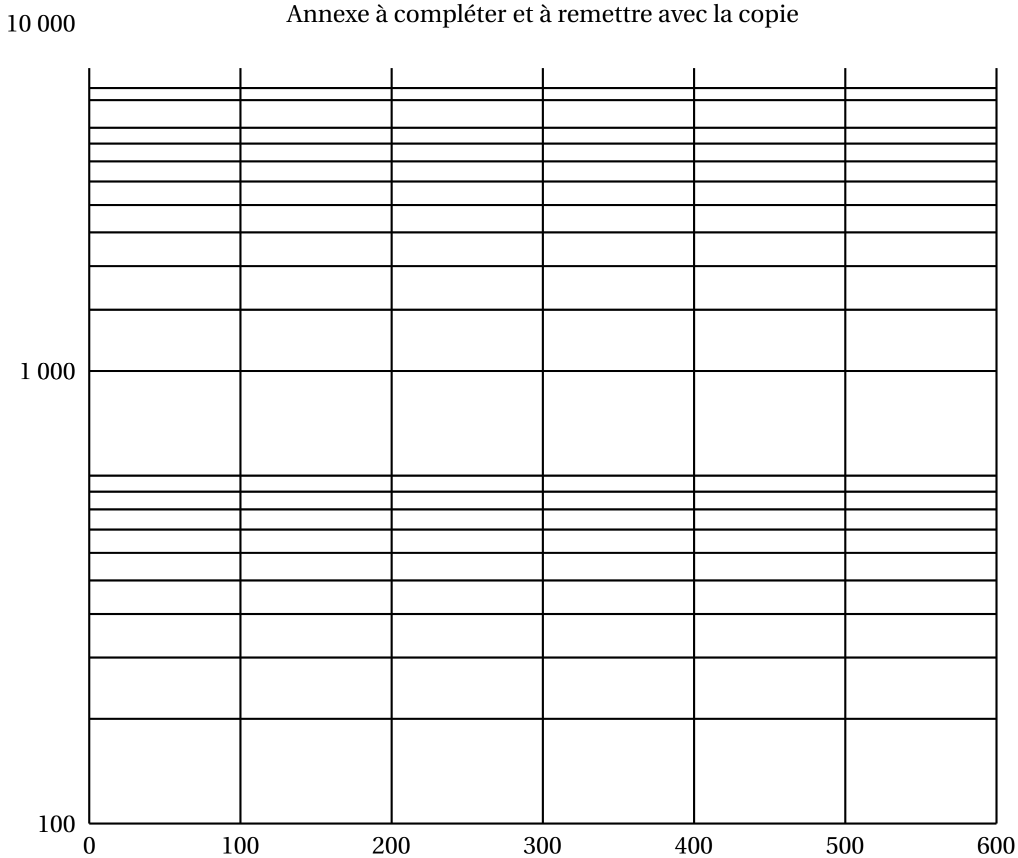
Rang x_i de l'année	500	550	570	580	590	600
$z_i = \ln(y_i)$						

b. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés.

c. En déduire une relation entre y et x de la forme $y = b \times a^x$, où a et b sont deux réels à déterminer.

d. Utiliser cet ajustement pour estimer, au million près, la population mondiale en 2010.

Annexe à compléter et à remettre avec la copie



Baccalauréat ES Métropole juin 2003

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

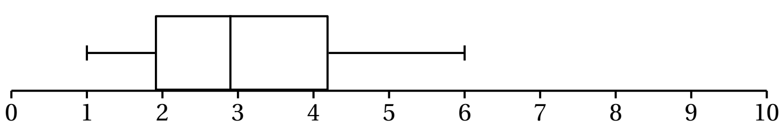
Les guichets d'une agence bancaire d'une petite ville sont ouverts au public cinq jours par semaine : les mardi, mercredi, jeudi, vendredi et samedi.
Le tableau ci-dessous donne la répartition journalière des 250 retraits d'argent liquide effectués aux guichets une certaine semaine.

Jour de la semaine	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi
Rang i du jour	1	2	3	4	5
Nombre de retraits	37	55	45	53	60

On veut tester l'hypothèse « le nombre de retraits est indépendant du jour de la semaine ». On suppose donc que le nombre des retraits journaliers est égal à $\dfrac{1}{5}$ du nombre des retraits de la semaine.

On pose $d^2_{\text{obs}} = \displaystyle\sum_{i=1}^{5}\left(f_i - \frac{1}{5}\right)^2$ où f_i est la fréquence des retraits du i-ème jour.

1. Calculer les fréquences des retraits pour chacun des cinq jours de la semaine.
2. Calculer alors la valeur de $1\,000d^2_{\text{obs}}$ (la multiplication par $1\,000$ permet d'obtenir un résultat plus lisible).
3. En supposant qu'il y a équiprobabilité des retraits journaliers, on a simulé $2\,000$ séries de 250 retraits hebdomadaires.
   Pour chaque série, on a calculé la valeur du $1\,000d^2_{\text{obs}}$ correspondant. On a obtenu ainsi $2\,000$ valeurs de $1\,000d^2_{\text{obs}}$.
   Ces valeurs ont permis de construire le diagramme en boîte ci-dessous où les extrémités des « pattes » correspondent respectivement au premier décile et au neuvième décile.

   Lire sur le diagramme une valeur approchée du neuvième décile.
4. En argumentant soigneusement la réponse, dire si pour la série observée au début, on peut affirmer, avec un risque d'erreur inférieur à 10 %, que « le nombre de retraits est indépendant du jour de la semaine » ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une enquête a montré que :

- avant de passer l'épreuve théorique du permis de conduire (c'est-à-dire le code) 75 % des candidats ont travaillé très sérieusement cette épreuve,
- lorsqu'un candidat a travaillé très sérieusement, il obtient le code dans 80 % des cas,
- lorsqu'un candidat n'a pas beaucoup travaillé, il n'obtient pas le code dans 70 % des cas.

On interroge au hasard un candidat qui vient de passer l'épreuve théorique (on rappelle que les résultats sont connus dès la fin de l'épreuve).
On note T l'évènement « le candidat a travaillé très sérieusement »
R l'évènement « le candidat a réussi le code ».
Les probabilités seront données sous forme décimale, arrondies éventuellement au millième.

1. Traduire les données à l'aide d'un arbre pondéré.

2. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement « le candidat a travaillé très sérieusement et il a obtenu le code ».

b. Montrer que la probabilité $p(R)$ qu'un candidat réussisse à l'épreuve théorique est égale à $0,675$.

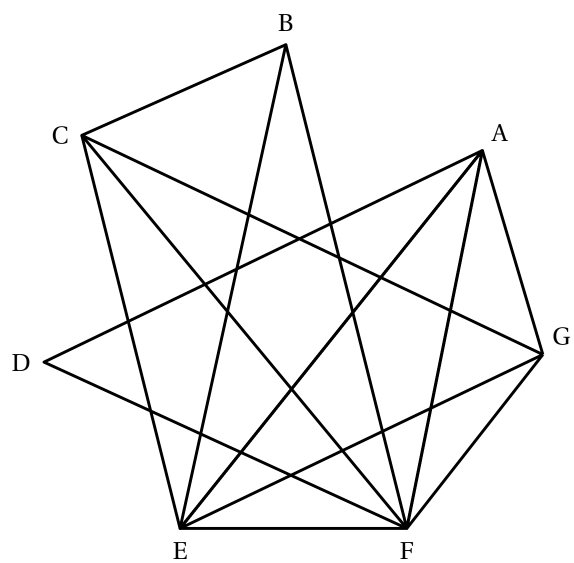
3. Le candidat interrogé vient d'échouer. Quelle est la probabilité qu'il ait travaillé très sérieusement ?

4. À la sortie de l'épreuve, on interroge au hasard et de façon indépendante 3 candidats (on suppose que ce choix peut être assimilé à un tirage successif avec remise).
Calculer la probabilité p_3 d'interroger au moins une personne ayant échoué à l'épreuve.

5. On interroge désormais au hasard et de façon indépendante n candidats.
Quelle est la probabilité p_n d'interroger au moins une personne ayant échoué à l'épreuve ?

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un concert de solidarité est organisé dans une grande salle de spectacle. À ce concert sont conviés sept artistes de renommée internationale Luther Allunison (A), John Biaise (B), Phil Colline (C), Bob Ditlâne (D), Jimi Endisque (E), Robert Fripe (F) et Rory Garaguerre (G). Les différents musiciens invités refusant de jouer avec certains autres, l'organisateur du concert doit prévoir plusieurs parties de spectacle. Les arêtes du graphe Γ ci-dessous indiquent quels sont les musiciens qui refusent de jouer entre eux.



Graphe Γ

1. Déterminer la matrice associée au graphe Γ (les sommets de Γ étant classés dans l'ordre alphabétique).

2. Quelle est la nature du sous-graphe de Γ' constitué des sommets A, E, F et G ?
Que peut-on en déduire pour le nombre chromatique $\chi(\Gamma)$ du graphe Γ ?

3. Quel est le sommet de plus haut degré de Γ ?
En déduire un encadrement de $\chi(\Gamma)$.

4. Après avoir classé l'ensemble des sommets de Γ par ordre de degré décroissant, colorier le graphe Γ figurant en annexe.

5. Combien de parties l'organisateur du concert doit-il prévoir ?
Proposer une répartition des musiciens pour chacune de ces parties.

PROBLÈME **11 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[0\,;\,50]$ par

$$g(x) = (x-15)^2\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}.$$

1. On note g' la fonction dérivée de g sur $[0\,;\,50]$.

a. Montrer que $g'(x) = \dfrac{1}{3}(x-15)(21-x)\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}$.

b. Étudier le signe de g' sur $[0\,;\,50]$.

c. Dresser le tableau de variations de g sur $[0\,;\,50]$.

2. Soit G la fonction définie pour tout x de $[0\,;\,50]$ par

$$G(x) = 3(-x^2+24x-153)\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}.$$

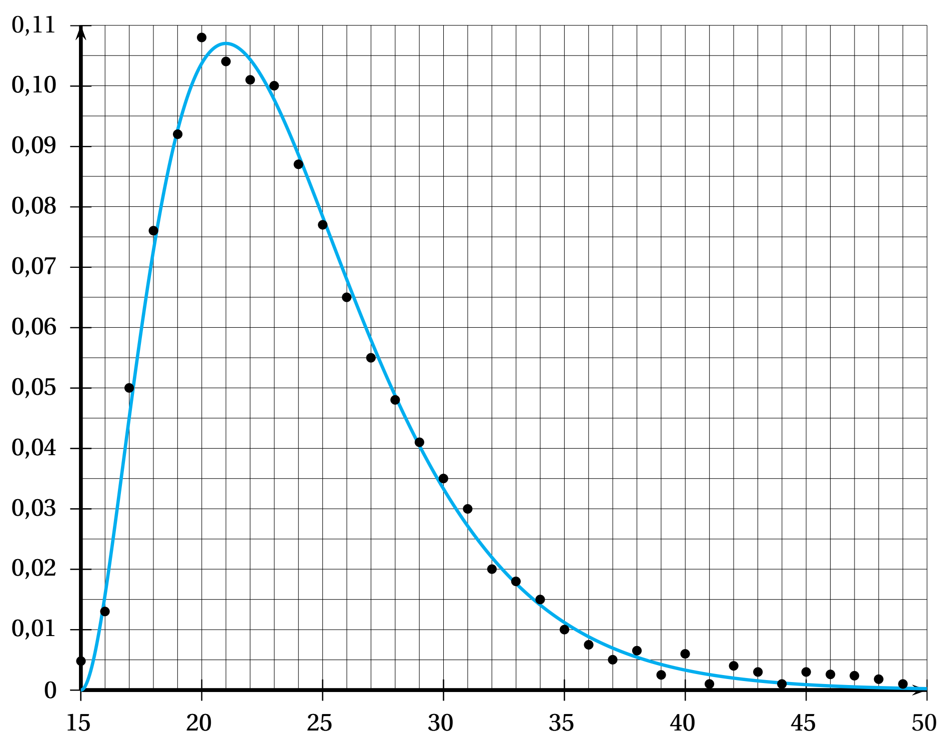
Montrer que G est une primitive de g sur $[0\,;\,50]$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[15\,;\,49]$ par $f(x) = \dfrac{107\mathrm{e}^7}{36000}g(x)$.

1. Justifier que f admet les mêmes variations que g sur l'intervalle $[15\,;\,49]$.

2. La représentation graphique de f dans un repère orthogonal $\mathscr{R}$ est donnée ci-dessous.



Calculer l'aire $\mathcal{A}$, exprimée en unités d'aire, du domaine plan délimité par $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 15$ et $x = 49$ (on utilisera le résultat de la **question A. 2)**).
On donnera la valeur exacte de $\mathcal{A}$, puis sa valeur arrondie à 10^{-1}.

Partie C

Dans une population et pour une génération donnée, le taux de fécondité $t(k)$ à l'âge k où k est un entier compris entre 15 et 49, est le rapport entre le nombre de naissances chez les mères d'âge k et le nombre de femmes d'âge k de cette génération.
Le nuage de points représentant le taux de fécondité d'une population pour une génération donnée (l'âge étant représenté en abscisse et le taux de fécondité en ordonnée) est représenté dans le repère $\mathcal{R}$.
On appelle descendance finale la somme des taux de fécondité par âge $t(k)$; elle est donc égale à $\sum_{k=15}^{49} t(k)$. On suppose qu'elle peut être modélisée par l'aire délimitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 15$ et $x = 49$.

1. Utiliser les résultats de la **partie B** afin d'estimer la descendance finale de cette génération (on donnera un résultat arrondi à 10^{-1}).
2. Une valeur arrondie à 10^{-2}de la somme des taux de fécondité par âge est 1,20.
   Comparer ce résultat avec celui obtenu à la question précédente.
   Le modèle choisi paraît-il adapté ?
3. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[15 ; 49]$. Peut-on affirmer que la descendance finale est égale à cette valeur moyenne ?
   Justifier votre réponse.

~ Baccalauréat ES La Réunion juin 2003 ~

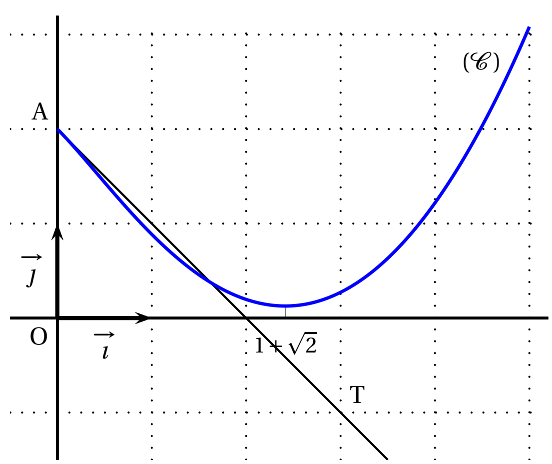
EXERCICE 1
Commun à tous les candidats

Les membres d'un club sportif se présentent à l'accueil soit pour jouer au golf soit pour profiter de la salle de musculation (une activité excluant l'autre).
La probabilité qu'il ne pleuve pas, en automne, dans cette région est égale à $0,8$. En automne un membre se présente.
S'il pleut, il joue au golf dans 30 % des cas.
S'il ne pleut pas, il s'enferme dans la salle de musculation dans 20 % des cas.
On note B l'évènement « il pleut »,
G l'évènement « le membre du club joue au golf ».

1. **a.** Traduire la situation ci-dessus à l'aide d'un arbre pondéré.
   b. Démontrer que la probabilité de l'évènement G est égale à $0,7$.
   c. Déterminer la probabilité qu'il pleuve sachant que le membre du club se présentant à l'accueil ne joue pas au golf.
2. Trois membres se présentent successivement et indépendamment le uns des autres. On suppose que, pour chacun des trois, la probabilité qu'il joue au golf est $0,7$.
   On s'intéresse au nombre de golfeurs parmi ces trois personnes.
   a. En utilisant un arbre pondéré, montrer que la probabilité p_2 que deux membres exactement jouent au golf est de $0,441$.
   b. Établir la loi de probabilité associée à cette situation.
   c. Déterminer l'espérance mathématique et interpréter le résultat obtenu.
   d. Déterminer la probabilité qu'au moins un des trois membres ne joue pas au golf.

EXERCICE 2
Enseignement obligatoire

La courbe $(\mathscr{C})$, donnée ci-après, est la courbe représentative d'une fonction h définie sur $[0\,;\,5]$. Le point A a pour coordonnées $(0\,;\,2)$.
La droite (T) est tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A.



1. Préciser $h(0)$.
   Déterminer à l'aide d'une lecture graphique le nombre dérivé $h'(0)$. (Justifier la réponse).

2. La fonction h, définie sur $[0\,;\,5]$ est de la forme :

$$h(x) = ax^2 + bx + c + 2\ln(x+1)$$

où a, b et c sont des nombres réels.
On note h' la dérivée de la fonction h.
Exprimer $h'(x)$ en fonction de a et b.

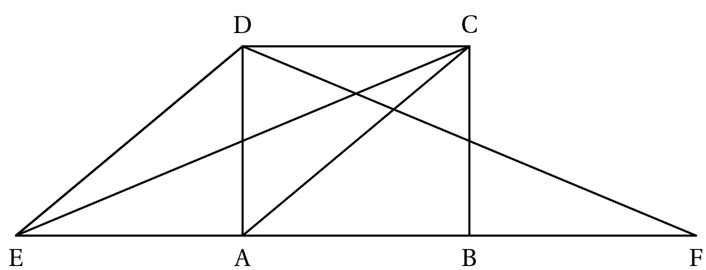
3. On note $h'(3) = \dfrac{1}{2}$.
En utilisant ce résultat et les résultats de la question **1.**, déterminer chacune des valeurs a, b et c.

4. En utilisant la représentation graphique de la fonction h, donner, en justifiant, le signe de $h'(x)$.

5. Soit g la fonction définie sur $[0\,;\,5]$ par : $g(x) = \dfrac{1}{h(x)}$.
Déterminer le sens de variation de la fonction g.

EXERCICE 2
Enseignement de spécialité

Une grande surface est conçue de telle façon que six secteurs (alimentation, hi-fi, etc.) notés A, B, C, D, E, F sont reliés par des allées selon le graphe ci-dessous.



1. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant :

Secteur	A	B	C	D	E	F
Degré						

b. Le graphe $\mathcal{G}$ est connexe. Pourquoi ?

2. Un visiteur désire parcourir l'ensemble des allées en ne passant par celles-ci qu'une seule fois.

a. Démontrer que son souhait est réalisable.

b. Donner un exemple d'un tel parcours.

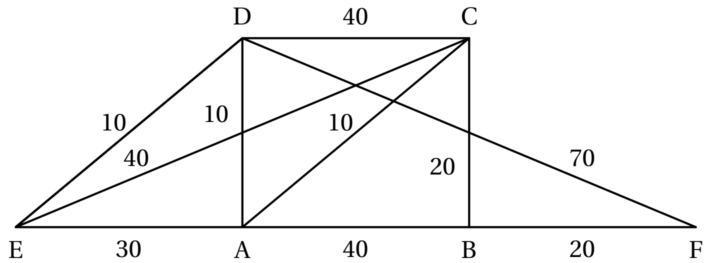
3. Le directeur désire associer chaque secteur à une couleur de sorte que deux secteurs (sommets) ne portent pas la même couleur.

a. Démontrer que le nombre chromatique n du graphe vérifie $n \geqslant 4$.

b. Expliquer pourquoi $n \leqslant 5$.

c. Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique.

4. Une famille se trouve dans le secteur E et doit se rendre dans le secteur F. Cela étant, les parents connaissent suffisamment les allées pour savoir que, pour chacune d'elles, les enfants ne résistant pas, il leur faudra débourser une somme (en euros) précisée dans le graphe ci-dessous.



(AB = 40 ; AC = 10 ; AD = 10 ; AE = 30 ; BC = 20 ; BF = 20 ; CD = 40 ; CE = 40 ; DE = 10 ; DF = 70)

Indiquer une chaîne qui minimise la dépense de cette famille.

PROBLÈME

Partie A - Étude d'une fonction f

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 15(0,4 - x)\mathrm{e}^{-x}$$

et soit $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité 2 cm).

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
2. Soit f' la fonction dérivée de f.
   a. Vérifier que, pour tout x réel, on a $f'(x) = 15(x - 1,4)\mathrm{e}^{-x}$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$.
   c. Établir le tableau de variations de f.
3. Représenter ta portion de la courbe $(\mathscr{C})$ pour x compris entre 0 et 7.
   a. Montrer que l'équation $f(x) = 4,5$, admet, entre 0 et 7, deux solutions α et β (on notera α la plus petite des deux solutions).
   b. Donner la valeur arrondie de α à 10^{-2} près, en présentant brièvement la méthode utilisée.
   c. Donner la valeur arrondie de β à 10^{-2} près.
   d. Quel est l'ensemble des solutions, dans l'intervalle $[0 ; 7]$, de l'inéquation $f(x) \leqslant 4,5$?

Partie B - Application

La fonction f est la fonction coût marginal $\mathrm{C_M}$ de fabrication d'un produit. x est exprimé en tonnes (x compris entre 0 et 7), et le coût est exprimé en milliers d'euros.

1. **a.** Pour quelle production le coût marginal est-il minimum et quel est ce prix ?
   b. Pour quelles productions le coût marginal est-il inférieur à 4,5 ? (on donnera chacune des bornes de l'intervalle à 10^{-2} près)
2. La fonction coût total $\mathrm{C_T}$ est une primitive de la fonction coût marginal.
   a. Soit g et h les fonctions définies sur $[0 ; 7]$ par :

   $$g(x) = 15(0,4 - x)\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad h(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-x}.$$

   h' étant la fonction dérivée de h, calculer $h'(x)$ et déterminer a et b pour que h soit une primitive de g.
   b. En déduire que $\mathrm{C_T}(x) = (15x + 9)\mathrm{e}^{-x} + 6x + k$.
   c. Déterminer k sachant que les frais fixes s'élèvent à 2 000 euros (c'est-à-dire que $\mathrm{C_T}(0) = 2$).

Baccalauréat ES Liban juin 2003

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Aucun détail des calculs statistiques effectués à la calculatrice n'est demandé dans cet exercice.

Partie A

Le tableau suivant donne l'évolution de la production annuelle de turbots dans une ferme aquacole.

Année	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Production y_i	650	760	1 190	1 620	2 600	5 050

1. Construire le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i ; y_i\right)$ dans un repère orthogonal R : sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour une année, sur l'axe des ordonnées, on placera 600 à l'origine et on choisira 1 cm pour 200 turbots.
2. D'après l'allure du nuage quel type d'ajustement peut-on envisager ?

Partie B

Les résultats des questions **1, 2 et 3** seront arrondis à 10^{-3}.

1. On pose $z_i = \ln(y_i)$.
   Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant :

Année	1997	1998	1199	2000	2001	2002
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
z_i						

   Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points associé à la série $(x_i ; z_i)$.
2. **a.** En utilisant la calculatrice, déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x.

   b. Exprimer y en fonction de x.
   En utilisant la question précédente, répondre aux deux questions suivantes :
   Quelle production peut-on prévoir en 2005 ?
   À partir de quelle année peut-on prévoir que la production annuelle dépassera 30 000 turbots ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un théâtre propose deux types d'abonnements pour une année : un abonnement A donnant droit à six spectacles ou un abonnement B donnant droit à trois spectacles.
On considère un groupe de 2 500 personnes qui s'abonnent tous les ans. n étant un entier naturel, on note :
a_n la probabilité qu'une personne ait choisi un abonnement A l'année n ;
b_n la probabilité qu'une personne ait choisi un abonnement B l'année n ;
P_n la matrice $[a_n\ b_n]$ traduisant l'état probabiliste à l'année n.
Tous les ans 85 % des personnes qui ont choisi l'abonnement A et 55 % des personnes qui ont choisi l'abonnement B conservent ce type d'abonnement l'année suivante. Les autres personnes changent d'abonnement.

1. On suppose que, l'année zéro, 1 500 personnes ont choisi l'abonnement A et 1 000 l'abonnement B. Déterminer l'état initial $P_0 = [a_0 \quad b_0]$.
2. **a.** Tracer un graphe probabiliste traduisant les données de l'énoncé.

   b. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe.

   c. En déduire le nombre d'abonnés pour chaque type d'abonnement l'année un.
3. Soit $P = [x \quad y]$ l'état stable, où x et y sont deux nombres réels positifs tels que $x + y = 1$.
   Justifier que x et y vérifient l'équation $x = 0,85x + 0,45y$.
   Déterminer x et y.
   En déduire la limite de la suite (a_n) quand n tend vers plus l'infini.
   Interpréter le résultat précédent en terme de nombre d'abonnements de type A.

PROBLÈME **10 points**
Commun à tous les candidats

La commercialisation d'un article sur un marché suit une fonction d'offre notée f et une fonction demandée notée g.
Elle sont définies sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{8} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{120}{e^x + 15}$$

où x représente la quantité exprimée en milliers d'articles, $f(x)$ représente le prix de vente exprimé en euro pour une quantité x offerte, et $g(x)$ représente le prix de vente exprimé en euro pour une quantité x demandée.
Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).
On désigne respectivement par $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g dans ce repère.
La courbe $\mathscr{C}_f$ est donnée dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ sur l'annexe jointe au sujet.
L'annexe sera complétée et jointe à la copie.

Partie A Étude de la fonction demande
Détermination de la quantité échangée et du prix d'équilibre du marché

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.
   En déduire l'existence d'une asymptote que l'on précisera.
2. g' désigne la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
   Justifier que : $g'(x) = -\dfrac{120e^x}{(e^x + 15)^2}$.
3. Déterminer le sens de variation de la fonction g sur $[0 ; +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de g sur $[0 ; +\infty[$.
4. **a.** Reproduire sur la copie et compléter le tableau de valeurs (arrondir les résultats à 10^{-1}).

x	0	0,5	1	2	3	3,5	4	5	6	7
$g(x)$										

   b. Calculer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse 0.

   c. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ et la tangente T sur l'annexe jointe au sujet.
5. On admet que sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ l'équation $f(x) = g(x)$ a une solution unique n appelée quantité échangée. On note $p = f(q) = g(q)$ le prix d'équilibre correspondant.

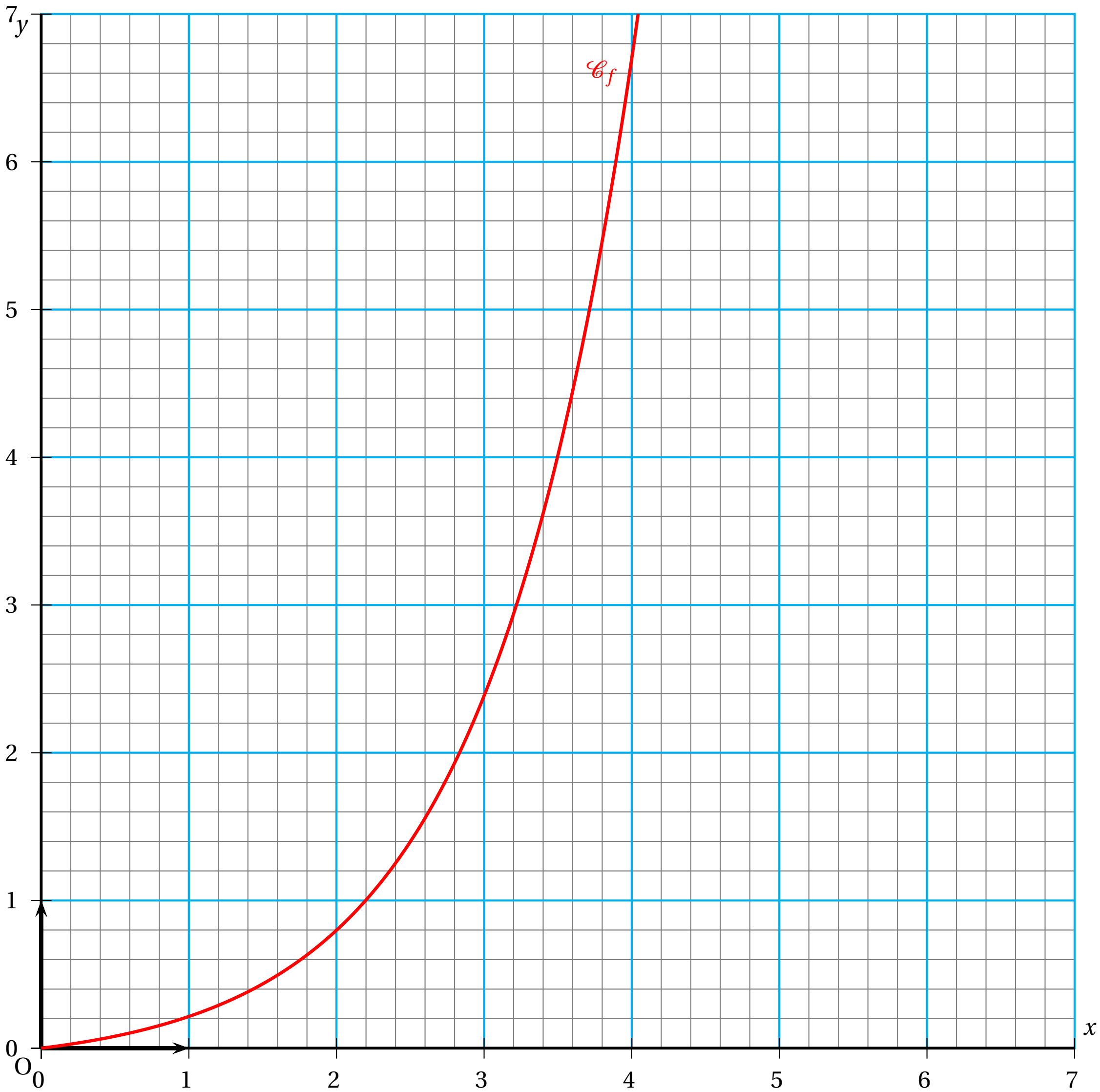
   a. Faire apparaître sur le graphique les valeurs p et q.

b. Vérifier que $q = \ln(25)$.
En déduire la valeur de p.

Partie B Calcul du « surplus du consommateur »

1. $\mathscr{D}$ est le domaine du plan défini par $\{M(x\ ;\ y) / 0 \leqslant x \leqslant q \quad \text{et} \quad p \leqslant y \leqslant g(x)\}$, où p et q sont les valeurs déterminées dans la partie **A. 5.**.
Hachurer ce domaine $\mathscr{D}$ sur l'annexe jointe au sujet.
2. Soit G la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :
$$G(x) = 8\left[x - \ln\left(\mathrm{e}^x + 15\right)\right]$$
Démontrer que G est une primitive de g sur $[0\ ;\ +\infty[$.
3. On appelle « surplus du consommateur » (en milliers d'euro) le nombre :
$$R = \int_0^q g(x)\,\mathrm{d}x - pq$$
Justifier que R représente, en unité d'aire, l'aire du domaine $\mathscr{D}$.
Calculer la valeur exacte de R.
Donner une valeur approchée de R à l'euro près.

Annexe à rendre avec la copie



Baccalauréat ES Polynésie juin 2003

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Évolution de l'indice IMVP

L'indice IMVP (international motor vehicle program) est un indicateur de référence élaboré par le Massachussets Institute of Technology qui mesure en heures le temps de montage moyen d'un véhicule.
Dans une entreprise de construction automobile, on a obtenu le tableau suivant :

année	rang de l'année x_i	temps en heures y_i
1995	5	26,2
1996	6	23,7
1997	7	21,4
1998	8	18,5
1999	9	16,8
2000	10	15,4
2001	11	14,6

(source Renault)

Partie A

Le nuage de points M_i associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un plan rapporté à un repère orthonormal est donné en annexe.
Les résultats seront arrondis si nécessaire au centième.

1. Calculer les coordonnées du point moyen et le placer sur le graphique.
2. Le nuage de points montre qu'un ajustement affine semble justifié. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.

   Représenter D sur le graphique.
3. En déduire graphiquement puis par le calcul les prévisions du temps de montage moyen pour l'année 2005 puis l'année 2007, en supposant que le modèle reste valable jusqu'en 2007.
4. Calculer la variation en pourcentage de ce temps de l'année 2000 à l'année 2001.

Partie B

On décide d'approcher ce nuage par un arc de parabole ; pour cela on pose $z = \sqrt{y}$.

1. Donner le tableau des valeurs $(x_i\ ;\ z_i)$. Les valeurs z_i seront arrondies au millième.

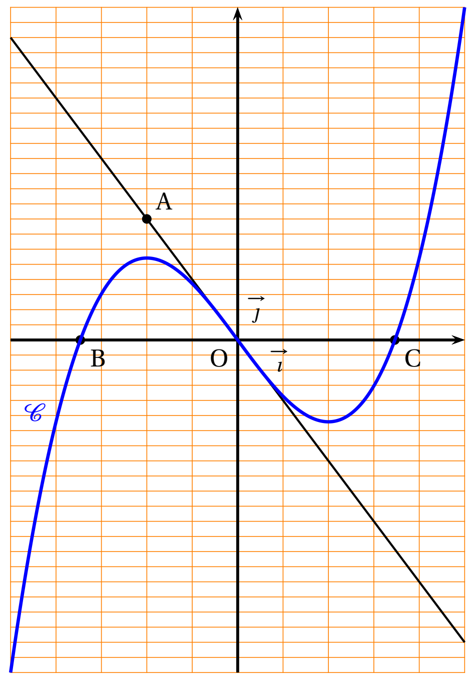
   On suppose qu'un ajustement affine de z en x est justifié.
2. Donner une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au millième).
3. En déduire l'expression de y en fonction de x, puis le temps de montage en 2005 et en 2007 arrondis au dixième.
4. Ces temps sont-ils plus plausibles que ceux obtenus dans la partie A ?

   Expliquer.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

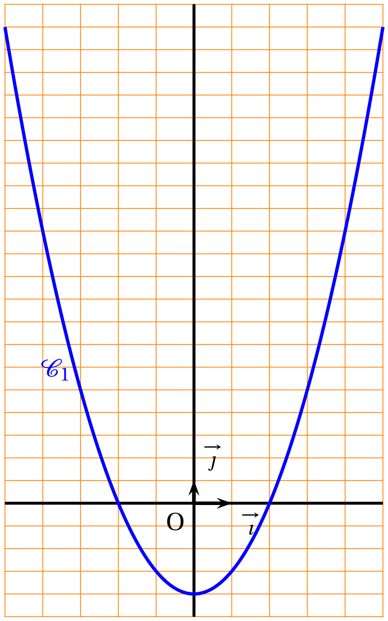
Chaque question comporte trois affirmations repérées par les lettres a, b, c.
Vous devez indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse sans justification.
Les réponses seront transcrites dans le tableau figurant en annexe.
Soit f une fonction impaire définie et dérivable sur $[-5\ ;\ 5]$; on désigne par F une primitive de f sur cet intervalle.
Sur les graphiques ci-dessous, le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ est un repère orthogonal.
La courbe $\mathscr{C}$ est la représentation graphique de la fonction f.
Le point A a pour coordonnées $(-2\ ;\ 8)$, le point B a pour coordonnées $\left(-2\sqrt{3}\ ;\ 0\right)$ et le point C a pour coordonnées $\left(2\sqrt{3}\ ;\ 0\right)$.
La droite (OA) est la tangente en O à $\mathscr{C}$.



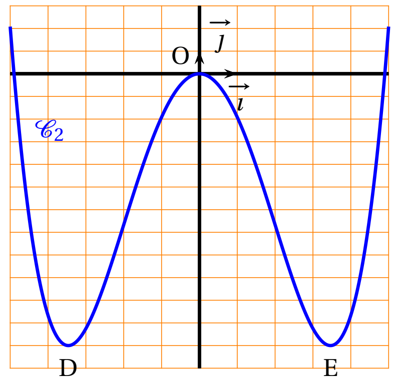
1. **a.** $\mathscr{C}$ est la courbe représentative de F'.
b. $f'(0) = -2$.
c. f est négative ou nulle sur $[-1\ ;\ 1]$.

2. **a.** Soit S l'aire , exprimée en unités d'aire, de la portion de plan délimitée pu $\mathscr{C}$, l'axe $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath}\right)$ et la droite d'équation $x = -2$.
On a : $0 \leqslant S \leqslant 2$.
b. $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\text{d}x = 0$.
c. $F(2) - F(0) < 0$.

3. Parmi les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ l'une représente f' et l'autre représente F.
a. Une équation de $\mathscr{C}_1$ est $y = x^2 - 2$.
b. $\mathscr{C}_2$ est la courbe représentative de f'.
c. $\displaystyle\int_{0}^{2\sqrt{3}} f(x)\,\text{d}x = -10$.



$\mathscr{C}_2$ est la représentation graphique d'une fonction dérivable.
Le point D a pour abscisse $-2\sqrt{3}$.
Le point E a pour abscisse $2\sqrt{3}$.

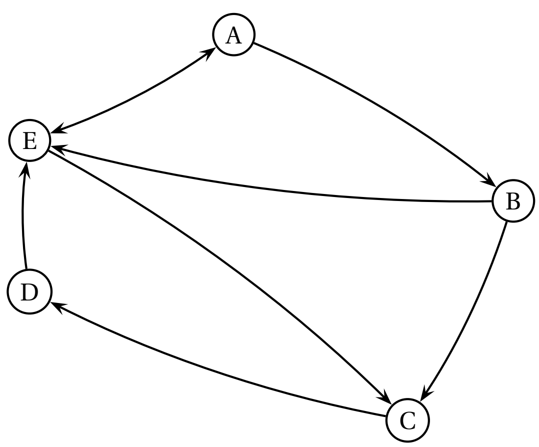


EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Chaque question comporte trois affirmations repérées par les lettres a, b, c.
Vous devez indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie oufausse sans justification.

Les réponses seront transcrites dans le tableau figurant en annexe.

Dans une ville la circulation réglementée par des sens uniques est représentée par le graphe G ci-dessous dont les sommets illustrent les carrefours existant entre les rues.



1. Les sommets étant classés dans l'ordre alphabétique,

a. la matrice associée au graphe G est : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

b. la matrice associée au graphe G est : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c. la matrice associée au graphe G est : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

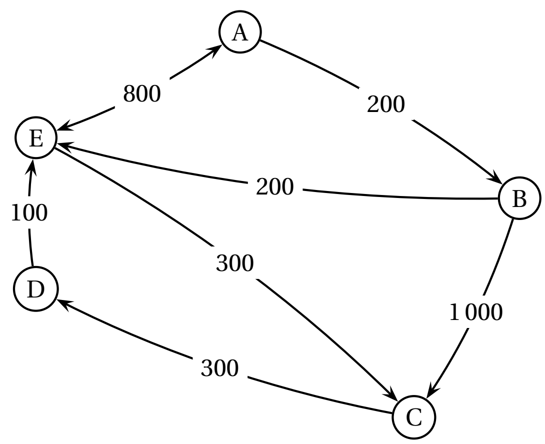
2. Le nombre de chaînes de longueur 3 qui vont du sommet A vers le sommet D du graphe G est :

a. 3

b. 2

c. 4

3. Le graphe G est pondéré par la distance exprimée en mètres entre deux carrefours comme suit :



Un automobiliste est au carrefour A et cherche à rejoindre le carrefour D.

Le poids (minimum) en mètres de la plus courte chaîne reliant le sommet A au sommet D est :

a. 1 400

b. 1 000

c. 900

4. En tenant compte du sens de circulation la plus grande distance parcourue est :

a. de A vers D.

b. de B vers D.

c. de C vers B.

PROBLÈME **10 points**

Commun à tous les candidats

Soient f et g les fonctions définies sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(t) = 2\ln(t+1)+1 \quad \text{et} \quad g(t) = \frac{4}{1+\mathrm{e}^{-t}}.$$

1. Étude de la fonction f

a. Étudier la limite de f en $+\infty$.

b. Étudier le sens de variation de f.
Dresser le tableau de variations de f.

2. Étude de la fonction g

a. Étudier la limite de g en $+\infty$.

b. Étudier le sens de variation de g.
Dresser le tableau de variations de g.

3. Étude graphique

Sur la feuille donnée en annexe, la courbe $\mathscr{C}$ est la représentation graphique de f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. On appelle Γ la courbe représentative de la fonction g dans ce repère.

a. Une des deux courbes admet une asymptote. Préciser laquelle et tracer cette asymptote dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

b. Tracer la courbe Γ.

c. À l'aide du graphique, donner une valeur approchée à 0,1 près de l'abscisse α du point d'intersection des courbes $\mathscr{C}$ et Γ, puis étudier graphiquement le signe de $g(t) - f(t)$ suivant les valeurs de t.

4. Calcul de primitives

a. Montrer que $g(t) = \dfrac{4\text{e}^t}{\text{e}^t + 1}$ pour tout t de $[0\ ;\ +\infty[$.
En déduire une primitive de g sur $[0\ ;\ +\infty[$.

b. Soit H la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$H(t) = (t+1)\ln(1+t) - t.$$

Déterminer la dérivée de H et en déduire une primitive de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

5. Application économique

Un plan de restructuration dans une industrie est établi sur cinq ans. On admet que $f(t)$ modélise le nombre d'emplois créés, en milliers d'emplois, et que $g(t)$ représente le nombre d'emplois supprimés, en milliers d'emplois, t représentant le temps en années.

On admet que, sur cinq ans, la variation du nombre d'emplois est donnée par :

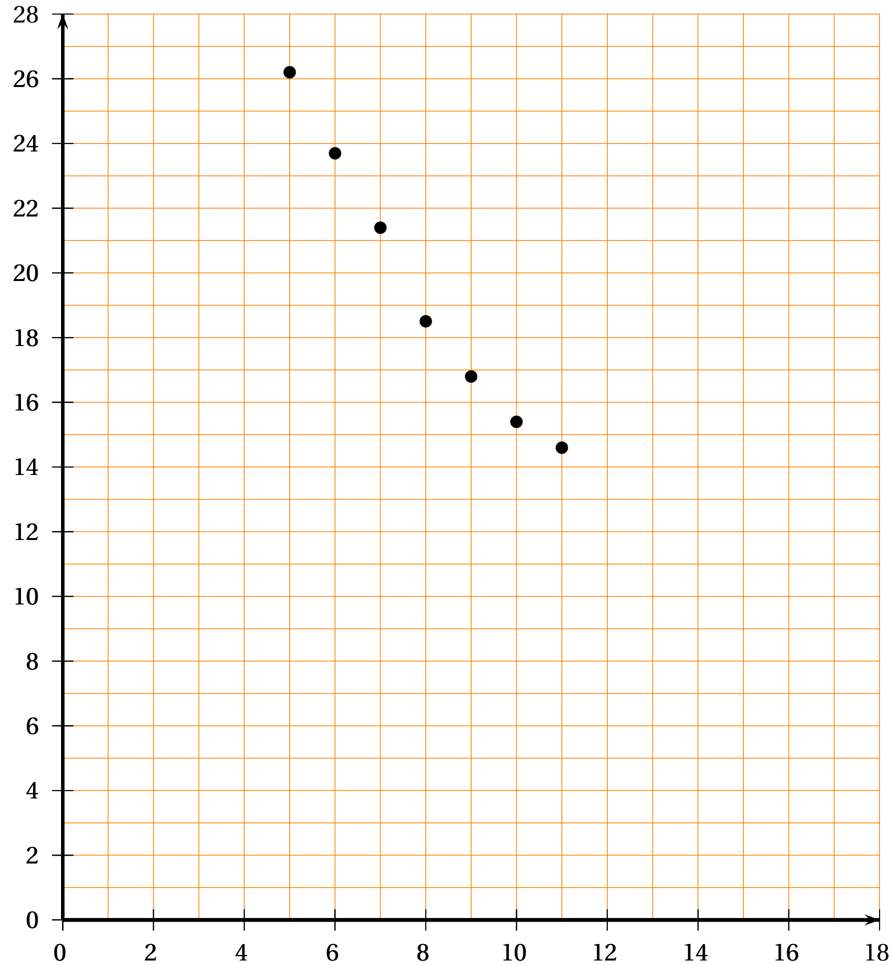
$$\text{I} = \int_0^5 [f(t) - g(t)]\,\text{d}t.$$

a. Calculer I et donner la variation du nombre d'emplois sur les cinq ans à la dizaine d'emplois près.
Interpréter ce résultat.

b. Déterminer, à l'aide de la **question 3**, le temps nécessaire, exprimé en mois, pour que le nombre d'emplois créés soit supérieur au nombre d'emplois supprimés.

Annexe à rendre avec la copie

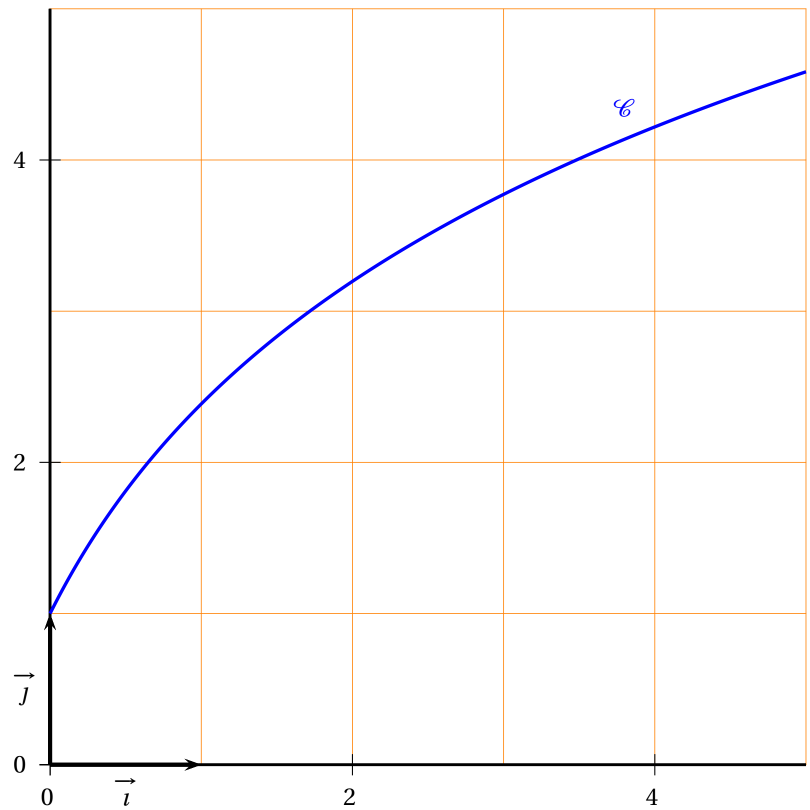
Exercice 1



Exercice 2

Question 1		Vrai ou Faux
	a	
	b	
	c	
Question 2		Vrai ou Faux
	a	
	b	
	c	
Question 3		Vrai ou Faux
	a	
	b	
	c	

Problème



Baccalauréat ES Antilles septembre 2003

Exercice 1 **9 points**

Commun à tous les candidats

Le but de cet exercice est l'étude d'une fonction définie partiellement par sa représentation graphique ; on considère la fonction f définie sur par :

$$f(x) = ax + bx\ln(x) - 1,$$

où a et b sont deux réels non nuls.
La courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; 2]$ est donnée en annexe (à rendre avec la copie).

Partie A

1. **a.** Déterminer graphiquement $f(1)$.
   b. En déduire que $a = 3$.
2. On sait que $f\left(\text{e}^{-\frac{3}{2}}\right) = -6\text{e}^{-\frac{3}{2}} - 1$.
   En déduire la valeur de b.
   Dans la suite du problème la fonction f est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 3x + 6x\ln(x) - 1.$$

Partie B

1. Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
   (On pourra utiliser le résultat suivant : $\lim\limits_{x \to 0} x\ln(x) = 0$.)
2. **a.** On admet que f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$; montrer que pour tout $x \in]0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = 9 + 6\ln(x)$.
   b. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
3. **a.** Déterminer l'équation de la tangente $\mathscr{D}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.
   b. Tracer en couleur la droite $\mathscr{D}$ sur la figure de l'annexe ainsi que la tangente au point d'abscisse $\text{e}^{-\frac{3}{2}}$.

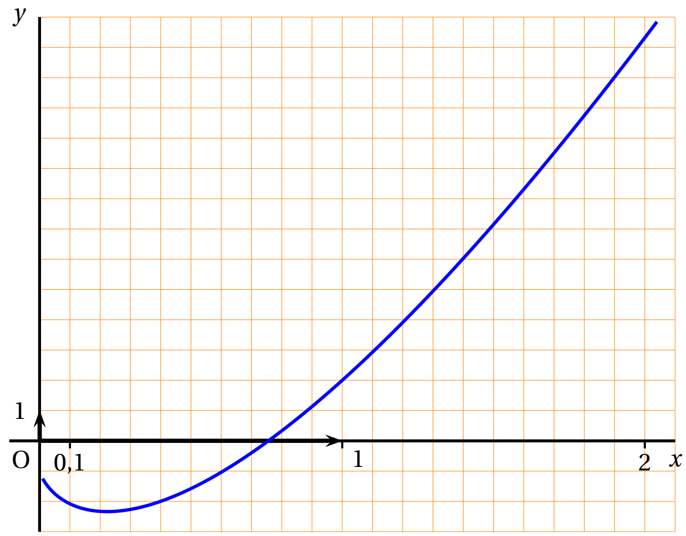
Partie C

Sur la figure de l'annexe, les graduations représentent 1 unité en ordonnée et 0,1 unité en abscisse.

1. Combien d'unités d'aire représente un carreau ?
   En vous appuyant sur la figure de l'annexe, donner un encadrement d'amplitude inférieure ou égale à 2 de l'intégrale $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\text{d}x$.
2. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = 3x^2\ln(x).$$

   a. On admet que g est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$; déterminer la dérivée g' de g.
   b. En déduire une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$ et calculer $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\text{d}x$.
   Donner une valeur approchée du résultat à 10^{-1} près.



EXERCICE 2 **6 points**

Dans une fête foraine, Julie décide de jouer à un jeu dont chaque partie se déroule de la façon suivante :

- Elle tire un jeton dans une urne contenant 7 jetons rouges et 2 bleus.
- S'il est bleu elle gagne, sinon, sans remettre le premier jeton tiré, elle en tire un deuxième.
- S'il est bleu elle gagne, sinon, sans remettre les deux précédents, elle en tire un troisième.
- S'il est bleu elle gagne, sinon elle a perdu la partie.

1. Pour les calculs suivants, on pourra s'aider d'un arbre pondéré.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

a. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- A : « Julie gagne en un tirage exactement » ;
- B : « Julie gagne en deux tirages exactement » ;
- C : « Julie gagne en trois tirages exactement ».

b. Calculer la probabilité de gagner à ce jeu.

2. On suppose dans la suite de l'exercice qu'à chaque partie la probabilité de gagner est $\dfrac{7}{12}$.

À chaque partie gagnée, Julie gagne 1 ticket. Elle a remarqué un joli petit ourson en peluche qu'elle peut obtenir avec au moins 3 tickets.
Elle décide donc d'effectuer quatre parties consécutives.
On suppose que les parties sont indépendantes.
On appelle k le nombre de tickets gagnés par Julie lors des quatre parties et on notera $P(A)$ la probabilité de l'évènement A.

a. Montrer que $P(k=2) \approx 0,354$ à 10^{-3} près.

b. On donne, à 10^{-3} près :
$P(k=0) \approx 0,030$;
$P(k=1) \approx 0,169$;
$P(k=3) \approx 0,331$;
$P(k=4) \approx 0,116$.
Déterminer la probabilité pour que Julie reparte avec l'ourson à l'issue des quatre parties.

3. La mise pour quatre parties est de 5 €.
Les gains sont des bibelots dont la valeur, en fonction du nombre de tickets gagnés, est donnée dans le tableau ci-dessous :

Nombre de tickets	0	1	2	3	4
Valeur du gain (en €)	0	0,75	0,75	6	10

On appelle G le gain de Julie, c'est-à-dire ce qu'elle gagne compte tenu de ses mises.

a. Quelles sont les différentes valeurs prises par G ?

b. Déterminer la loi de probabilité de G (on pourra utiliser les résultats donnés à la **question 2.**).

c. Calculer l'espérance mathématique de G et commenter le résultat obtenu.

EXERCICE 3 **5 points**
Enseignement obligatoire

La part des femmes élues maires de 1947 à 2001 est donnée en pourcentage par le tableau suivant :

Année	1947	1953	1959	1965	1971	1977	1983	1989	1995	2001
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Part y_i (%)	0,7	0,8	1	1,1	1,7	2,6	4	5,5	7,6	11,3

Pour tout l'exercice, les détails des calculs statistiques ne sont pas demandés.

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthonormé (unités : 1 cm).

2. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).
Tracer cette droite sur le graphique précédent.

3. En supposant que cet ajustement reste pertinent jusqu'en 2007, calculer une estimation de la part des femmes élues maires en 2007.

4. La forme du nuage de points laisse penser qu'un autre ajustement serait préférable. Pour cela, on pose $z = \ln y$, où ln est la fonction logarithme népérien.

a. Faire un tableau faisant apparaître les valeurs x et les valeurs $z = \ln y$, arrondies au centième.

b. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés, les coefficients étant arrondis au centième.

c. En déduire l'ajustement $y = 0,54\mathrm{e}^{0,32}x$.

d. En supposant que cet ajustement reste pertinent jusqu'en 2007, calculer une estimation de la part des femmes élues maires en 2007.

EXERCICE 3 **5 points**
Enseignement de spécialité

La figure donnée en annexe (à rendre avec la copie) représente une pyramide SABCD de sommet S.
On donne les coordonnées des points suivants dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$:
S(0 ; 0 ; 5) ; A(0 ; 2 ; 0) ; B(2 ; 0 ; 0) ; C(0 ; −2 ; 0) ; D(−2 ; 0 ; 0) ; M(0 ; 1 ; 0).

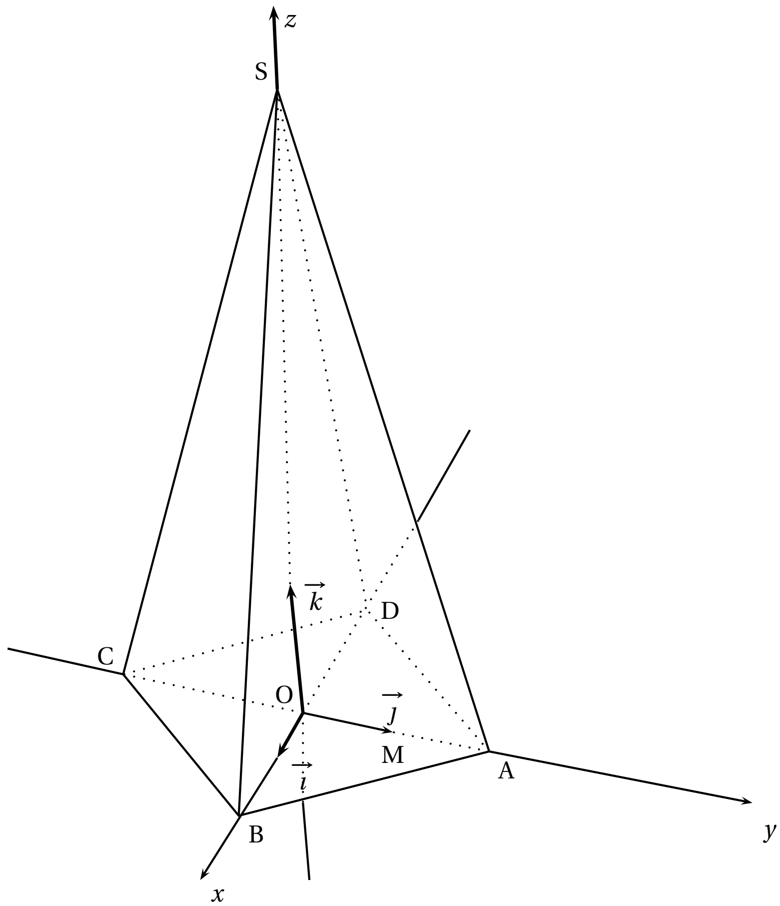
1. Démontrer que la base ABCD de la pyramide est un carré.
2. **a.** Sans aucun calcul, donner une équation du plan contenant les points A, B, C et D.

   b. Déterminer une équation du plan (ABS).
3. **a.** Vérifier que le plan (BCS) admet pour équation : $5x - 5y + 2z = 10$.

   b. Placer le point $\text{N}(1\ ;\ -1\ ;\ 1)$. Est-il dans le plan (BCS) ?
4. **a.** Déterminer une équation du plan $\mathscr{R}$ parallèle au plan (BCS) passant par le point M.

   b. Dessiner les traces du plan $\mathscr{R}$ sur les plans $(x\text{O}y)$, $(y\text{O}z)$ et $(x\text{O}z)$.

Annexe



z
S
$\overrightarrow{k}$
D
C
O
$\overrightarrow{j}$
M
A
$\overrightarrow{i}$
B
y
x

∽ Baccalauréat ES Métropole septembre 2003 ∾

Exercice 1 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Soit la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = x^2 + 4 - 8\ln x.$$

1. Étudier les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2. a. Déterminer la dérivée de f et en déduire le sens de variation de f sur $]0~;~+\infty[$.
   b. Dresser le tableau de variation de f. En déduire le signe de f sur $]0~;~+\infty[$.
3. a. Montrer que la fonction G définie sur $]0~;~+\infty[$ par

   $$G(x) = x\ln x - x$$

   est une primitive de la fonction $x \mapsto \ln x$ sur $]0~~+\infty[$.
   b. En déduire la primitive F de f sur $]0~;~+\infty[$ vérifiant $F(1) = 0$.

Partie B

Le cours d'une action cotée en bourse, exprimé en dizaines d'euros, est égal à $f(x)$, où x représente le nombre de mois écoulés à partir du 1er décembre 2001. On a $x \in [1~;~12]$.

1. Un investisseur décide d'acheter 2 500 actions de ce type. En quel mois de l'année 2002 est-il le plus judicieux pour lui d'acheter ? Calculer sa dépense arrondie à l'euro.
2. a. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[1~;~11]$; on en donnera un arrondi à 0,1.
   b. Quelle interprétation économique peut-on donner de ce résultat ?

Exercice 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans tout cet exercice les résultats seront arrondis à 10^{-2}.
Une étude statistique effectuée sur un produit a donné les résultats suivants où
x désigne le prix unitaire en euros,
y désigne la demande en milliers d'unités
z désigne l'offre en milliers d'unités.

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5	7	8,5
y	8,4	5,3	3,9	3,1	2,8	2,1	1,7
z	0,75	1,25	1,75	2,25	2,5	3,5	4,25

1. a. Vérifier que la quantité offerte z est proportionnelle au prix unitaire x.
   b. On appelle g la fonction offre ainsi définie sur $[1~;~10]$ par $z = g(x)$.
   Représenter g dans le repère orthonormal $\mathcal{R}$ (unité graphique 1 cm).
2. a. Représenter, dans le repère $\mathcal{R}$, le nuage de points associé à la série statistique $(x~;~y)$.
   b. Donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (aucun calcul n'est exigé sur la copie).
   Tracer D dans le repère $\mathcal{R}$.

c. À l'aide de cet ajustement, calculer le prix unitaire d'équilibre (c'est-à-dire celui pour lequel l'offre est égale à la demande). Vérifier graphiquement.

3. On se propose de determiner un autre type d'ajustement pour cette série.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

$X = \ln x$	0,41		1,25				
$Y = \ln y$	2,13						

b. On admet qu'il est justifié de considérer un ajustement affine de Y en X.
Donner une équation de la droite d'ajustement affine de Y en X. .

c. En déduire que l'on a $y = \mathrm{e}^{-0,92\ln x+2,51}$ et calculer le prix unitaire d'équilibre obtenu avec ce nouvel ajustement.

Exercice 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les questions 2 et 3 sont indépendantes.

Une entreprise fabrique deux produits E et F en quantités respectives x et y exprimées en tonnes, pour lesquelles le coût de production z est donné par

$$z = x^2 + 2y^2 - 6x - 4y + 13.$$

où z est exprimé en milliers d'euros avec $x \in [0; 7]$ et $y \in [0; 7]$.

1. La surface représentant ce coût est donnée dans le repère de l'espace situé sur la feuille fournie en annexe qui sera rendue avec la copie.

a. Placer sur cette surface le point A d'abscisse 4 et d'ordonnée 6.

b. Donner graphiquement un encadrement d'amplitude 10 de la cote du point A.

c. Vérifier par le calcul.

2. **a.** Montrer que l'on a $z = (x-3)^2 + 2(y-1)^2 + 2$.

b. En déduire la production pour laquelle ce coût est minimal. Quel est ce coût en euros ?

c. Placer le point B correspondant à cette production sur la surface.

3. L'entreprise doit fabriquer une quantité x du produit E et une quantité y du produit F avec la contrainte $x + y = 7$.

a. Vérifier que z peut s'écrire sous la forme $z = g(x)$ avec $x \in [0;7]$ et
$g(x) = 3x^2 - 30x + 83$.

b. Déterminer la valeur de x pour laquelle g admet un minimum. Quel est alors le coût de production en euros ?

c. Placer le point C correspondant à cette production sur la surface.

Problème **9 points**
Commun à tous les candidats

On appelle courbe de Lorenz la représentation graphique d'une fonction L vérifiant les conditions suivantes

- L est définie sur $[0; 1]$;
- L est croissante sur $[0; 1]$;
- $L(0) = 0$ et $L(1) = 1$;
- pour tout x de $[0; 1]$, $L(x) \leqslant x$.

Partie A : les parties I et II sont indépendantes.

Le but de la **partie A** est de vérifier que les fonctions f et g considérées satisfont aux conditions énoncées ci-dessus.

I. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par

$$f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{x+1} - 1.$$

1. Déterminer la dérivée de f et dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;\,1]$.
2. Déterminer le signe de $x - f(x)$ sur $[0\,;\,1]$.
3. Conclure.

II.

1. Soit g la fonction définie sur $[0\,;\,1]$ par

$$g(x) = \mathrm{e}^x - (\mathrm{e}-2)x - 1.$$

   a. Calculer $g'(x)$. En déduire le sens de variation de g sur $[0\,;\,1]$.

   b. Calculer $g(0)$ et $g(1)$.

2. Soit h la fonction définie sur $[0\,;\,1]$ par

$$h(x) = -\mathrm{e}^x + (\mathrm{e}-1)x + 1.$$

   a. Le tableau suivant donne le signe de la dérivée de h (que l'on ne demande pas de calculer).

x	0		$\ln(\mathrm{e}-1)$		1
Signe de $h'(x)$		$+$	0	$-$	

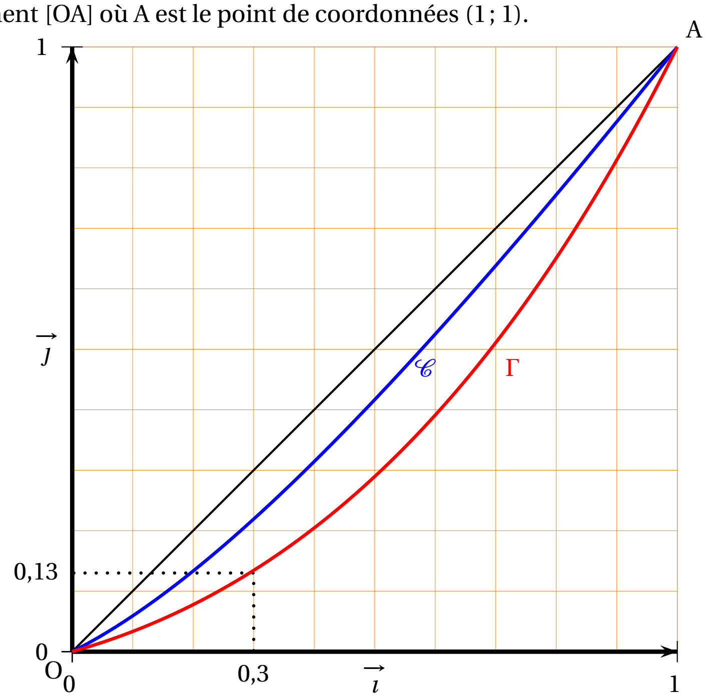
   Dresser le tableau de variations de h ; on précisera l'arrondi à 0,1 de $h[\ln(\mathrm{e}-1)]$.

   b. Vérifier que pour tout x de $[0\,;\,1]$, on a : $h(x) = x - g(x)$.
   À l'aide de **II. 2. a.**, montrer que pour tout x de $[0\,;\,1]$, on a : $g(x) \leqslant x$.

3. Conclure.

Partie B

Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes représentatives respectives $\mathscr{C}$ et Γ des fonctions f et g et le segment [OA] où A est le point de coordonnées $(1\,;\,1)$.



1. On suppose que la courbe de Lorenz Γ illustre la répartition des surfaces des exploitations agricoles d'un pays G.

   En abscisse, x représente le pourcentage du nombre des exploitations les plus petites par rapport au nombre total des exploitations du pays.

   En ordonnée, $g(x)$ représente le pourcentage total des superficies de ces exploitations.

   Par exemple, comme l'arrondi de $g(0,3)$ à 10^{-2} est 0,13 on dit que 30 % des exploitations les plus petites représentent au total 13 % de la superficie des exploitations du pays G.

   Donner la valeur arrondie à $0,01$ de $g(0,5)$. Interpréter ce résultat.

2. On appelle coefficient de Gini pour le pays G, le nombre $2\mathcal{A}$ où $\mathcal{A}$ est l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par le segment [OA] et la courbe Γ. On le note γ_G.

   a. Exprimer cette aire $\mathcal{A}$ à l'aide d'une intégrale. Déterminer la valeur exacte de cette aire.

   b. Donner la valeur arrondie à 0,01 de γ_G.

3. La représentation graphique $\mathcal{C}$ de f est la courbe de Lorenz pour un pays F.

   Calculer γ_F le coefficient de Gini pour le pays F.

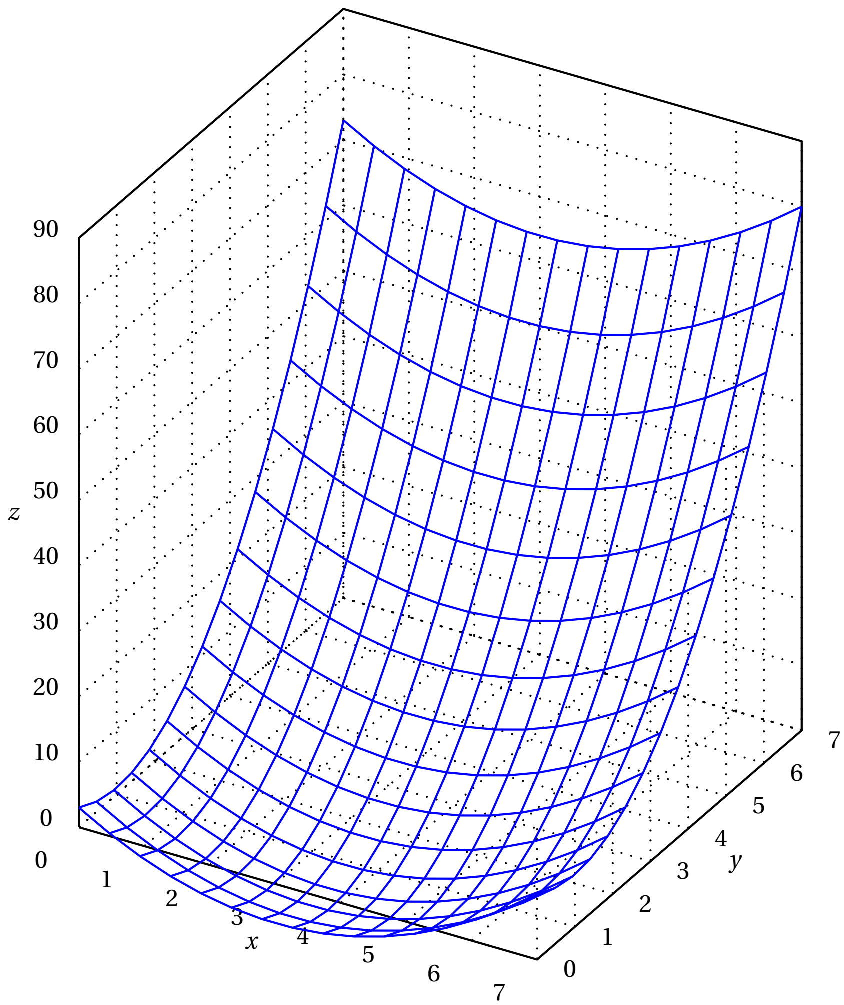
   En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie à 0,01.

4. Plus le coefficient de Gini est petit, plus la répartition des exploitations est égalitaire.

   a. Quel est le pays pour lequel la répartition est la plus égalitaire ?

   b. Le graphique permettait-il de prévoir ce résultat ? Pourquoi ?

Annexe à rendre avec la copie
Enseignement de spécialité



Baccalauréat ES (obligatoire) Polynésie septembre 2003

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Le tableau suivant donne le taux de prélèvement obligatoire en France exprimé en points de PIB (produit intérieur brut).

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Taux t_i	42,7	42,9	43,4	43,7	44,8	44,9	44,9	45,7	44,7	44,2

Source : budget

Le nuage de points associe à la série $(x_i\ ;\ t_i)$ présentant des écarts à peu près réguliers de part et d'autre de la droite d'ajustement, on effectue un lissage par la méthode des moyennes mobiles d'ordre 3 en remplaçant le taux t_i par la moyenne $z_i = \dfrac{t_{i-1} + t_i + t_{i+1}}{3}$. Par exemple : $z_1 = \dfrac{z_0 + z_1 + z_2}{3} = 43$.

1. Compléter après l'avoir reproduit le tableau suivant (les valeurs seront arrondies à 0,1) et compléter le nuage de points sur la figure donnée en annexe.

Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Moyenne z_i	43	43,3		44,5			45,1	44,9

2. Écrire une équation de la droite d'ajustement affine D de z en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 0,01). Tracer D sur la figure fournie en annexe.

Partie B

L'allure du nuage permet d'envisager un autre ajustement correspondant à la parabole $\mathscr{P}$ d'équation

$$y = -0,065x^2 + 0,91x + 42.$$

1. Tracer la parabole $\mathscr{P}$ sur la figure fournie en annexe en utilisant le tableau suivant. On prendra 45,2 comme valeur approchée de l'ordonnée du sommet de $\mathscr{P}$.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	42,8	43,6	44,1	44,6	44,9	45,1	45,2	45,1

2. On se propose d'étudier pour lequel des deux modèles on obtient le meilleur ajustement. Pour cela, on calcule les sommes des carrés des écarts entre les valeurs z_i et les valeurs données par le modèle. On appelle $S_{\mathscr{P}}$ et S_D les sommes associées respectivement à la parabole $\mathscr{P}$ et à la droite D.
   a. Compléter après l'avoir reproduit le tableau suivant. Les valeurs sont données à 0,01 près.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\left(z_i - y_i\right)^2$	0,04	0,09		0,01			0,01	0,04

   b. Calculer $S_{\mathscr{P}} = \displaystyle\sum_{i=1}^{8} \left(z_i - y_i\right)^2$.
   c. Pour le modèle correspondant à la droite D on donne $S_D = 0,8$. Quel est le modèle qui donne le meilleur ajustement ?
3. En utilisant le modèle associé à la parabole $\mathscr{P}$:

a. Calculer y_9 (valeur arrondie à 10^{-2}).

b. Cette valeur étant une estimation de la moyenne mobile z_9, en déduire une estimation t_{10} du taux de prélèvement obligatoire en 2002.

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La D.G. XXIV de la Commission Européenne, dans son rapport du 8 juillet 1999, détaille ainsi l'évaluation du test W pour le diagnostic de I'ESB (Encéphalopathie Spongiforme Bovine) :
• la proportion des réactions POSITIVES au test effectué sur des tissus nerveux provenant d'animaux infectés est égale à 70 % ;
• la proportion des réactions NÉGATIVES au test effectué sur des tissus nerveux provenant d'animaux non infectés est égale à 90 %.
On envisage un dépistage dans un cheptel bovin. On choisit dans le cheptel un animal au hasard.
On désigne par M l'évènement « l'animal est malade » et par T l'évènement « le test est positif ».

Partie A

On estime à 0,07 la fréquence d'animaux malades dans le cheptel.

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation et donner les valeurs manquantes.
2. En utilisant cet arbre, calculer $P(M \cap T)$ puis $P(T)$.
3. En déduire la probabilité que l'animal soit malade sachant que le test est positif. On donnera la valeur arrondie à 10^{-3}.

Partie B

On estime maintenant à x la fréquence d'animaux malades dans le cheptel.

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation.
2. En utilisant cet arbre, calculer $P(M \cap T)$ puis $P(T)$.
3. On note $P_T(M)$ la probabilité que l'animal soit malade sachant que le test est positif.
   Montrer que $P_T(M) = \dfrac{7x}{6x+1}$.
4. Soit f la fonction numérique de la variable x définie sur $[0\,;\,1]$ par
   $f(x) = \dfrac{7x}{6x+1}$.
   Résoudre sur $[0\,;\,1]$ l'inéquation $f(x) \geqslant 0,9$. Interpréter le résultat.

PROBLÈME — 10 points

Commun à tous les candidats

Partie A

Le tableau de variations donné ci-dessous est celui de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 2\mathrm{e}^x - x - 2.$$

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de g	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 2 - 1$	$\nearrow$	$+\infty$

1. **a.** Calculer $g(0)$.
   b. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une autre solution α appartenant à l'intervalle $[-2~;~-1]$.

   Dans la suite, on prendra $-1,6$ comme valeur arrondie de α.
2. Déterminer le signe de g sur $\mathbb{R}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \text{e}^{2x} - x\text{e}^{x} - \text{e}^{x}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra mettre e^{2x} en facteur dans l'expression $f(x)$).
2. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que f' et g ont le même signe.
   b. En déduire le sens de variations de f.
   c. Dresser le tableau de variations de f.
3. Tracer la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f dans un repère orthogonal (unités graphiques : 5 cm sur l'axe des abscisses et 3 cm sur l'axe des ordonnées).

Partie C

1. Soit H la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$H(x) = \text{e}^{x}(x-1).$$

   Montrer que H est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction h définie par $h(x) = x\text{e}^{x}$.
2. En déduire une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f.
3. Calculer l'aire du domaine limité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. On donnera la valeur exacte en unités d'aire, puis la valeur arrondie à 10^{-2} en cm^2.

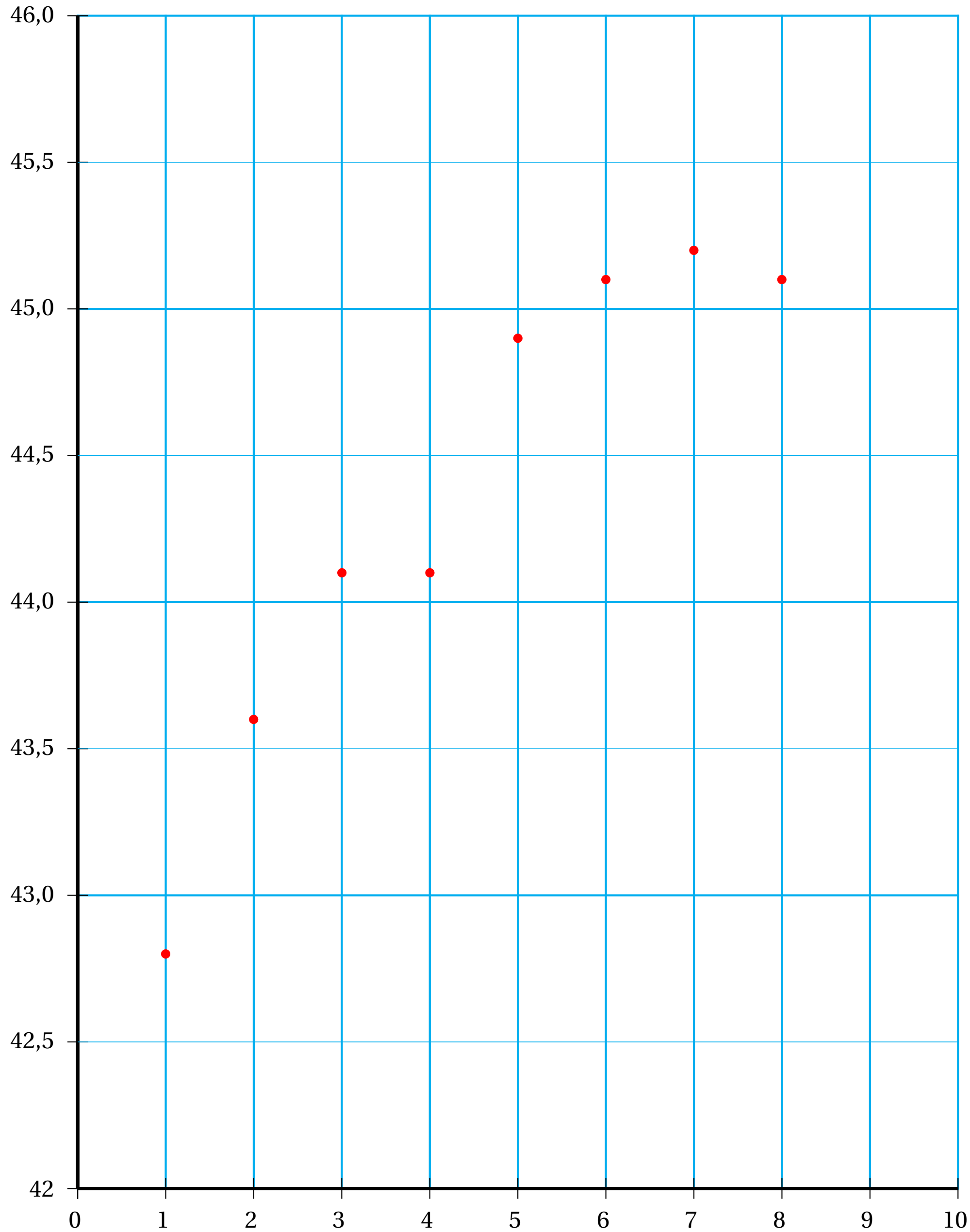
Partie D

Dans une entreprise, le coût de fabrication, en centaines d'euros, de x dizaines d'objets est modélisé par la fonction C définie sur $[0~;~+\infty[$ par $C(x) = f(x)$.

1. Calculer le coût de fabrication de 10 objets au centime d'euro près.
2. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $C(x) = 6$.
   Donner une valeur approchée à 10^{-1} près par défaut du résultat.
   b. En déduire le nombre maximal d'objets qu'on peut fabriquer pour un coût de 600 € ?

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 1

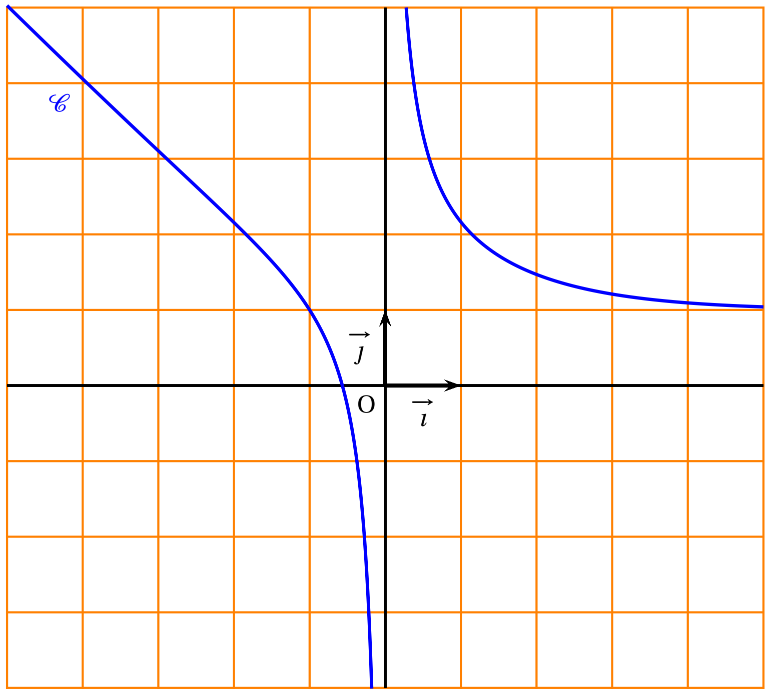


Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2003

EXERCICE 1 **5 points**

Partie A

Lecture graphique



La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessus est une représentation graphique, dans le plan muni du repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$.
L'axe des ordonnées et la droite d'équation $y = 1$ sont deux asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$.

1. Lire les limites de la fonction f aux bornes de l'ensemble de définition.
2. Résoudre graphiquement :
   a. $f(x) = 1$;
   b. $f(x) > 1$.

Partie B

On admet que la fonction f représentée par la courbe précédente est définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par :

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x + x}{\mathrm{e}^x - 1}.$$

1. a. Vérifier que l'on a : $f(x) = \dfrac{1 + \frac{x}{\mathrm{e}^x}}{1 - \frac{1}{\mathrm{e}^x}}$.
   b. Retrouver alors, en justifiant, $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
2. a. Étudier, suivant les valeurs de x, le signe de $(\mathrm{e}^x - 1)$.
   b. Résoudre l'inéquation $\dfrac{\mathrm{e}^x + x}{\mathrm{e}^x - 1} > 1$.
3. a. Démontrer que : $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \left[f(x) + x\right] = 0$.

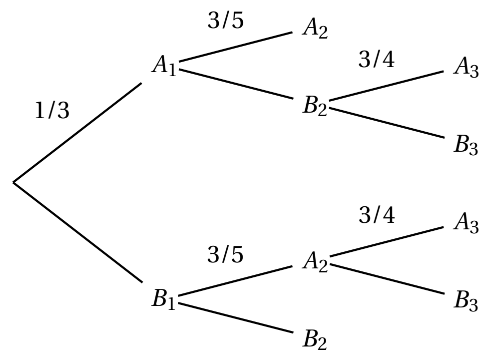
b. Que peut-on en déduire ?

4. Étudier la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la droite d'équation $y = -x$.

EXERCICE 2 **5 points**

Alain et Benjamin pratiquent assidûment le tennis. Lorsqu'ils disputent un match l'un contre l'autre, est déclaré vainqueur le premier qui remporte deux manches.

Alain et Benjamin décident de faire un match.
On considère les évènements :
A_i : « Alain remporte la i-ième manche » ;
B_i : « Benjamin remporte la i-ième manche ».
On donne ci-contre l'arbre pondéré présentant toutes les issues possibles de cette rencontre.



1. Quelle est la probabilité qu'Alain remporte ce match en trois manches ?

2. Démontrer que la probabilité qu'Alain gagne cette rencontre est 0, 6.

3. Ils décident de jouer trois matchs dans l'année (les résultats des matchs sont indépendants les uns des autres) et de faire une cagnotte pour s'offrir un repas en fin d'année. À la fin de chaque match, le perdant versera 20 €.
Benjamin s'interroge sur sa dépense éventuelle en fin d'année.

a. Quelles sont les dépenses possibles de Benjamin ?

b. Démontrer que la probabilité que Benjamin dépense 40 € est 0,432.

c. Quelle est la loi de probabilité associée à la dépense possible de Benjamin ?

d. Calculer l'espérance de dépense en fin d'année pour Benjamin.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Monsieur X a placé 2 000 € le 31 décembre 2002 sur son livret bancaire, à intérêts composés au taux annuel de 3,5 % (ce qui signifie que, chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital et produisent à leur tour des intérêts). À partir de l'année suivante, il prévoit de placer, chaque 31 décembre, 700 € supplémentaires sur ce livret.
On désigne par C_n le capital, exprimé en euros, disponible le 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $(2003 + n)$, où n est un entier naturel. Ainsi, on a :

$$\mathrm{C}_0 = 2\,000.$$

1. **a.** Calculer le capital disponible le 1$^{\text{er}}$ janvier 2004.

b. Établir, pour tout entier naturel n, une relation entre C_{n+1} et C_n.

2. Pour tout entier naturel n, on pose :

$$u_n = C_n + 20\,000.$$

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

b. Exprimer u_n en fonction de n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a :

$$C_n = 22\,000 \times (1,035)^n - 22\,000.$$

d. Calculer le capital disponible le 1er janvier 2008 (on arrondira le résultat à l'euro près).

3. Le premier janvier 2008, Monsieur X retirera alors le capital disponible de la banque pour financer un voyage dont le coût (supposé fixe) est de 6 000 €. Il paiera cette somme en 4 mensualités qui seront 4 termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 800 €.
Calculer le montant de chacune de ces 4 mensualités.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $]1~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \ln\left(x^3 - x^2\right).$$

1. Justifier que, pour tout x de l'intervalle $]1~;~+\infty[$, $f(x)$ est définie.

2. Déterminer $\displaystyle\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$, puis $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3. On note f' la fonction dérivée de f. Vérifier que, pour tout x dans l'intervalle $]1~;~+\infty[$

$$f'(x) = \frac{3x-2}{x(x-1)}.$$

Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]1~;~+\infty[$.

4. **a.** Démontrer que l'équation :

$$f(x) = 0$$

admet sur $]1~;~+\infty[$ une solution unique α. Donner la valeur arrondie de α à 10^{-1} près.

b. Démontrer que $f(x)$ est strictement positif sur $]\alpha~;~+\infty[$.

5. Dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, tracer la courbe Γ représentative de la fonction f sur l'intervalle $]1~;~+\infty[$.

6. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]1~;~+\infty[$ par :

$$h(x) = 2x\ln x + (x-1)\ln(x-1).$$

On note h' sa fonction dérivée.
Pour tout x de $]1~;~+\infty[$, calculer $h'(x)$.
En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]1~;~+\infty[$

Partie B

Interprétation économique

On considère une machine produisant un composé chimique liquide.
Pour qu'elle soit rentable, cette machine doit produire au moins 2 hectolitres.
De plus, le liquide produit est dangereux et impose une fabrication maximale de 9 hectolitres avant révision de la machine.
Pour tout x de $[2~;~9]$, la valeur du coût marginal $c(x)$, exprimé en milliers d'euros, est donnée par :

$$c(x) = \ln\left(x^3 - x^2\right),$$

et $C_T(x)$ est le coût total de fabrication de x hectolitres de liquide. On rappelle que :

$$C'_T(x) = c(x).$$

où C'_T désigne la fonction dérivée de C_T.
Le coût total des deux premiers hectolitres (mise en route de la machine et fabrication) est 10 milliers d'euros, ce qui se traduit par $C_T(2) = 10$.

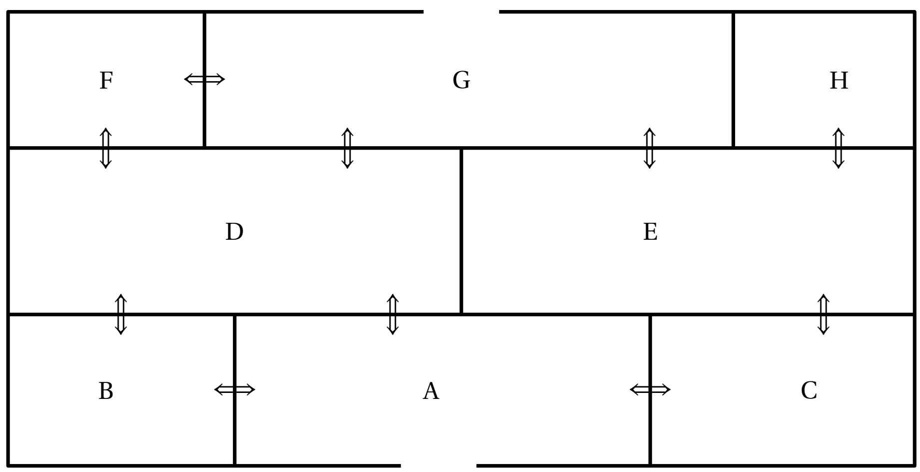
1. Déterminer le coût total $C_T(x)$ en fonction de x.
2. **a.** Calculer $C_T(9) - C_T(2)$. On donnera d'abord la valeur exacte, puis une valeur approchée à l'euro près.

   b. Donner une interprétation graphique de la question **2. a.**.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2003

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Jimmy s'entraîne à un jeu électronique.
Il arrive à l'entrée A d'un labyrinthe virtuel, schématisé par le dessin ci-dessous, où les doubles flèches représentent des portes s'ouvrant dans les deux sens :



Son parcours est régi par les règles suivantes :
• Il passe au hasard d'une salle à une autre, chaque porte possible étant équiprobable.
• Dès qu'il franchit une porte, elle se referme derrière lui, l'empêchant ainsi de la franchir à nouveau.
• La sortie est G. Il gagne la partie dès qu'il arrive en G.
• S'il franchit trois portes, l'entrée en A et la sortie en G non comprises, toutes les portes se ferment et la partie est terminée.

1. Jimmy décide de jouer une partie.
   a. Construire l'arbre pondéré des différents trajets possibles.
   b. Montrer que la probabilité du trajet ABDF est de $\dfrac{1}{9}$.
   c. Montrer que la probabilité que Jimmy gagne est de $\dfrac{1}{2}$.
2. Jimmy joue trois fois de suite. Les trois parties successives sont indépendantes.
   a. Calculer la probabilité qu'il gagne une partie et une seule.
   b. Calculer la probabilité qu'il gagne au moins une partie.

EXERCICE 2 **4 points**
Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

La courbe donnée ci-dessous représente une fonction F définie sur $]0\ ;\ +\infty[$. On note F' la fonction dérivée de F.

1. a. Par lecture graphique, donner les valeurs de : $F(1)$, $F'(1)$, $F(4)$.
   b. La tangente à la courbe au point $A(4\ ;4\ln 4-4)$ passe par le point $B(0\ ;\ -4)$.
   Déterminer par lecture graphique la valeur de son coefficient directeur. En déduire $F'(4)$.
   c. On note f la fonction dont F est une primitive. Donner la valeur de : $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

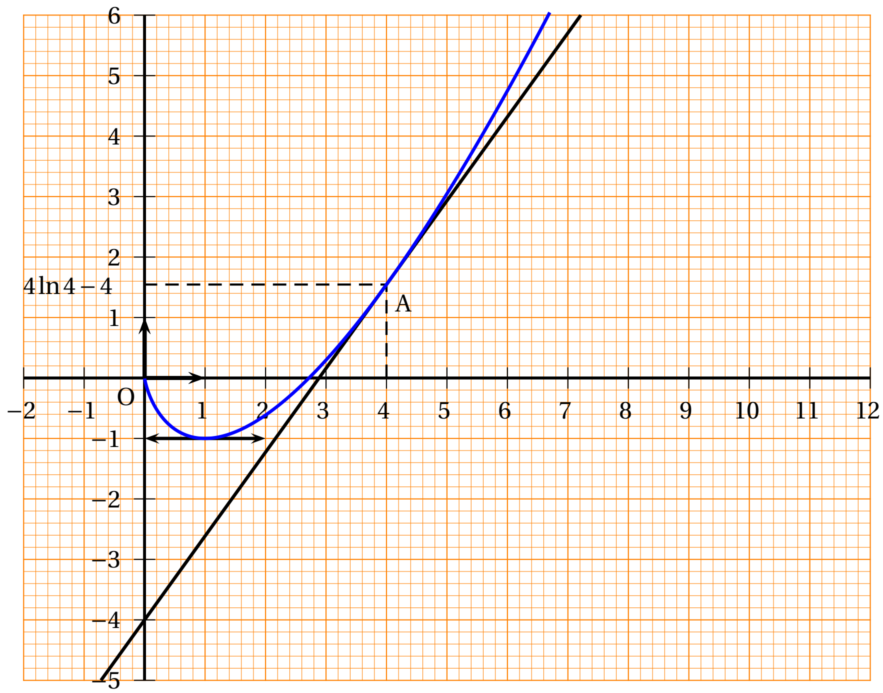
2. On donne : $F(x) = x\ln(x) - x$ pour $x > 0$. On appelle a le nombre strictement positif tel que $\int_1^a f(x)\,\mathrm{d}t = 1$.

   a. Exprimer $F(a)$ en fonction de a.

   b. Calculer la valeur exacte de a et une valeur approchée de a à 10^{-3} près.

   c. Calculer l'expression de $F'(x)$ pour $x > 0$.

   d. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentant F au point d'abscisse a.



EXERCICE 2 **4 points**

Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Un magasin de logiciels de jeux décide de lancer la commercialisation d'un nouveau produit.
Pour cela, il planifie sur trois ans ses objectifs trimestriels de prix de vente en se basant sur la loi de l'offre et de la demande.
n étant un entier naturel, on désigne par v_n l'indice du prix de vente lors du n-ième trimestre. L'indice de départ est noté v_0. On a : $v_0 = 100$ et $v_{n+1} = \frac{4}{5}v_n + 28$.

1. On pose : $u_n = v_n - 140$.

   a. Montrer que (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{4}{5}$ de premier terme (-40).

   b. Exprimer u_n en fonction de n, puis v_n en fonction de n.

2. On désigne par d_n l'indice de la demande lors du n-ième trimestre.
   Sachant que : $d_n = \frac{750}{7} - \frac{5}{7}v_n$, calculer d_0 et exprimer d_n en fonction de n.

3. Calculer les valeurs des deux indices au bout des trois ans.

PROBLÈME **11 points**

Partie A : Fonction offre

Dans un magasin, pour le marché d'un produit audiovisuel, l'offre hebdomadaire, exprimée en dizaines d'articles de ce produit, est définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^{ax} - 1}{4}$$

où a est un nombre réel positif et où x représente le prix de vente unitaire de ce produit exprimé en centaines d'euros.

1. Sachant qu'un prix de vente unitaire de 400 € (qui se traduit par $x = 4$) correspond à une offre de 745 dizaines d'articles, déterminer la valeur exacte de a. Dans la suite du problème, on prendra : $a = 2$.
2. Étude de la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{e^{2x} - 1}{4}$.
   a. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   b. Calculer l'expression de $f'(x)$, où f' désigne la dérivée de f en déduire le sens de variations de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   c. Tracer la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de f (unités graphiques : 5 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées)

Partie B : Fonction demande

Dans ce même magasin pour le même article la demande hebdomadaire, exprimée en dizaines d'articles, est donnée en fonction du prix unitaire x, exprimé en centaines d'euros par une fonction g définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{12}{e^{2x} + 1}$$

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.
2. Calculer l'expression de $g'(x)$, où g' désigne la dérivée de g ; en déduire le sens de variations de g sur $[0\ ;\ +\infty[$.
3. Tracer la courbe $\mathcal{C}_g$, représentative de g sur le même graphique que $\mathcal{C}_f$.

Partie C : Prix d'équilibre

On note $(p\ ;\ q)$ les coordonnées du point d'intersection des deux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

1. Par lecture graphique, donner un encadrement de p à 10^{-1} près.
2. Par le calcul, on résolvant l'équation $f(p) = g(p)$, vérifier que : $p = \dfrac{\ln 7}{2}$.
3. Calculer la valeur exacte de q.
4. Le nombre p correspond, selon la loi de l'offre et de la demande, au prix d'équilibre. Donner ce prix d'équilibre en euro au centime près par excès ainsi que le nombre d'articles offerts assurant l'équilibre du marché.

Partie D : Équilibre, offre et demande

On considère $R_1 = pq - \displaystyle\int_0^p f(x)\,dx$ et $R_2 = \displaystyle\int_0^p g(x)\,dx - pq$.

1. Calculer la valeur exacte de R_1.
2. Soit la fonction G définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par : $G(x) = 6\left[2x - \ln\left(e^{2x} + 1\right)\right]$.
   a. Vérifier que G est une primitive de g sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. Calculer R_2, et vérifier que 1,898 en est une valeur approchée.
3. Interpréter économiquement les quantités pq, R_1 et R_2.

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2004 ∾

EXERCICE 1 **3 points**

x	$-\infty$		-2		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$		$+$	
variation de f	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1	↗	0	↗	$+\infty$

On a donné le tableau de variations d'une fonction f définie sur $]-\infty\ ;\ -2[\cup]-2\ ;\ +\infty[$, où α est le nombre réel strictement supérieur à 1 tel que $f(\alpha)=0$.
On appelle $\mathscr{C}$ la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
Dire pour chacune des cinq affirmations suivantes si elle est VRAIE ou si elle est FAUSSE ou si ON NE PEUT PAS CONCLURE. Aucune justification n'est demandée.
Le barème est le suivant :

— 0,5 point par réponse exacte ;
— 0,25 point par réponse fausse ;
— 0 point pour absence de réponse.

Cet exercice sera noté entre 0 et 3 ; il n'y aura pas de note globale négative.

1. La droite d'équation $y=-2$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
2. L'équation $f(x)=1$ admet exactement deux solutions.
3. $f(x)\leqslant 0$ pour tout $x\in]-5\ ;\ -2[$.
4. Sachant que α appartient à l'intervalle $]1\ ;\ 2[$, on a $\displaystyle\int_{\alpha}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x<0$.
5. Les primitives de f sont croissantes sur l'intervalle $[1\ ;\ \alpha]$.
6. Si $-2<x<1$ et $\alpha<x'$ alors $f(x)<f(x')$.

EXERCICE 2 **4 points**

Pour chacune des questions suivantes, indépendantes les unes des autres, il est proposé quatre réponses dont une seule est exacte. Donnez la bonne réponse en justifiant votre choix.

1. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\ln\left(2+\frac{3}{x}\right)=L$

   A. $L=0$ **B.** $L=\ln 2$ **C.** $L=\ln 5$ **D.** $L=0,7$.

2. La courbe représentative de la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par
   $f(x)=x-2+\dfrac{3\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x-1}$ admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation :

   A. $y=x+1$ **B.** $y=x-2$ **C.** $y=x$ **D.** $y=3$.

3. $I = \int_0^1 e^{2x+1}\, dx$.

A. $I = \frac{1}{2}e^3 - \frac{1}{2}e$ **B.** $I = e^3 - 1$ **C.** $I = 0$ **D.** $I = 2e^3 - 2e$.

4. Dans un lycée 45 % des élèves de terminale sont des garçons. Les élèves de ce lycée étudient l'anglais, l'allemand ou l'espagnol en première langue vivante.
- 70 % des élèves étudient l'anglais,
- 20 % des garçons étudient l'allemand,
- 40 % des élèves qui étudient l'anglais sont des garçons,
- il y a autant de garçons que de filles qui étudient l'espagnol.

À l'aide d'un tableau ou d'un arbre, répondre aux questions suivantes :

a. Quel est le pourcentage des garçons qui étudient l'anglais ?

A. 42 % **B.** 28 % **C.** 18 % **D.** 52 %

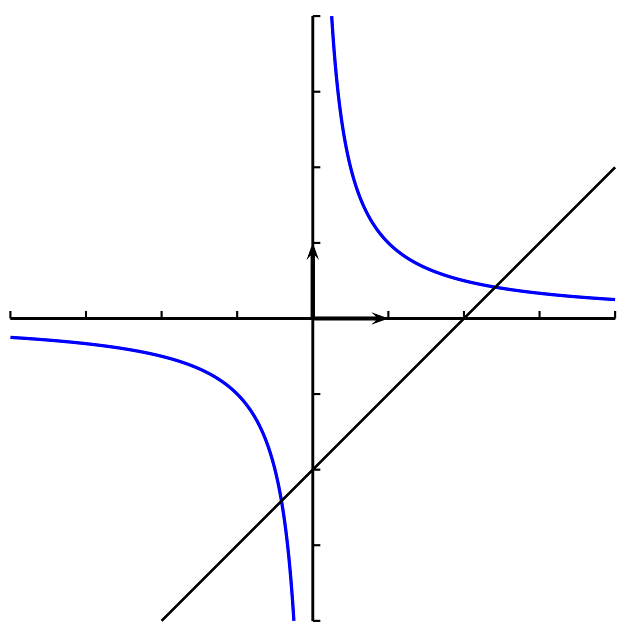
b. On choisit au hasard la fiche d'un élève parmi ceux qui ne pratiquent pas l'allemand. Quelle est la probabilité que ce soit une fille qui étudie l'espagnol ?

A. $\frac{2}{7}$ **B.** $\frac{4}{43}$ **C.** $\frac{8}{55}$ **D.** $\frac{5}{16}$.

EXERCICE 3 **5 points**
pour les candidats n'ayant pas suivi la spécialité

Soit l'équation (E) : $\frac{1}{x} = x - 2$ où l'inconnue est un réel de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

1. Un élève a représenté sur sa calculatrice l'hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$ et la droite d'équation $y = x - 2$.



Au vu du graphique ci-dessus obtenu à l'écran de sa calculatrice, combien l'équation (E) semble-t-elle admettre de solutions sur $]0\ ;\ +\infty[$?

2. Un second élève considère la fonction g définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = x - 2 - \frac{1}{x}.$$

   a. Déterminer les limites de g aux bornes de l'ensemble de définition.

   b. On note g' la fonction dérivée de g. Calculer $g'(x)$. Montrer que g est strictement croissante sur $]0~;~+\infty[$.

   c. En déduire le nombre de solutions de l'équation (E) et en donner, à l'aide de la calculatrice, un encadrement d'amplitude 10^{-2}.

3. Un troisième élève dit : « Je peux résoudre l'équation (E) algébriquement ». Justifier, en résolvant l'équation (E), que ce troisième élève a raison.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi la spécialité

Pour modéliser la production d'une entreprise les économistes utilisent des fonctions qui suivent le modèle dit de Cobb-Douglas : $z = Ax^{\alpha}y^{\beta}$ $(A,~\alpha,~\beta$ réels strictement positifs), où z désigne une quantité obtenue à partir de deux quantités variables x et y.

Partie A

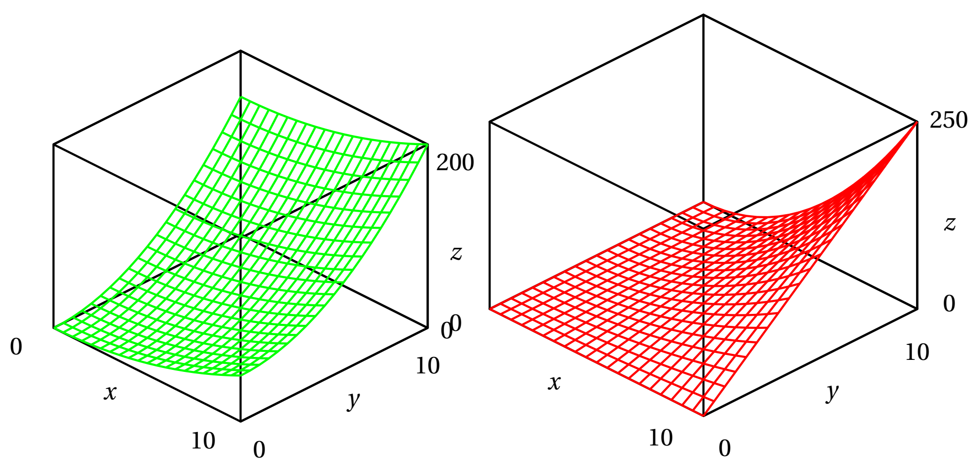
On considère les fonctions f et h définies pour $x \in [0~;~10]$ et $y \in [0~;~10]$ respectivement par

$$f(x~;~y) = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad h(x~;~y) = \frac{1}{4}x^2y.$$

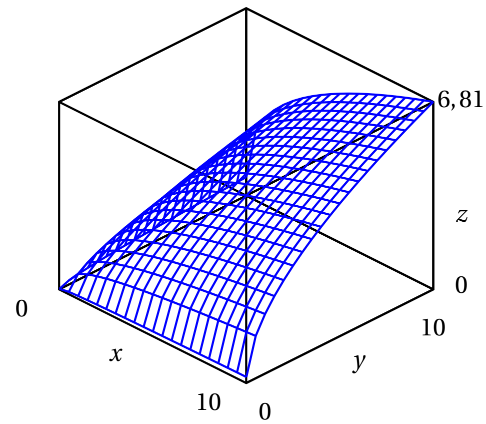
1. Vérifier que f et h sont deux fonctions de Cobb-Douglas en donnant pour chacune d'elles les valeurs $A,~\alpha,~\beta$.

2. Les représentations graphiques de f et h figurent parmi les trois représentations graphiques ci-dessous.

   Associer à chaque fonction sa représentation graphique. Les choix seront justifiés.



représentation 1 représentation 2

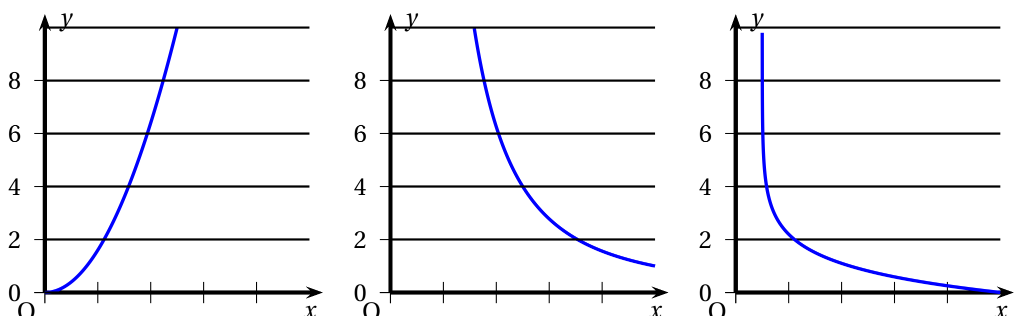


représentation 3

Partie B

La fabrication d'un produit dépend des durées de fonctionnement de deux machines M et M′. Les durées de fonctionnement des machines M et M′ exprimées en centaines d'heures sont respectivement égales à x et y. La quantité produite, exprimée en tonnes, est $z = h(x,\ y)$, où h est la fonction définie à la **partie A**.

1. Dans cette question la quantité produite est fixée à 25 tonnes.
Quelle est, parmi les trois représentations graphiques suivantes, celle de la section du plan d'équation $z = 25$ avec la surface d'équation $z = \frac{1}{4}x^2 y$?



2. Les horaires de travail font que la somme des durées de fonctionnement des deux machines M et M′ est de huit centaines d'heures.

a. Montrer que $z = 2x^2 - \frac{1}{4}x^3$.

b. Soit la fonction g définie par $g(x) = 2x^2 - \frac{1}{4}x^3$ pour $x \in [0\ ;\ 8]$.
Étudier les variations de g et en déduire les durées de fonctionnement x et y qui assurent une production maximum.

EXERCICE 4 **8 points**

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x\mathrm{e}^x - 1.$$

1. **a.** On admet que la limite de g en $-\infty$ est -1. Le tableau ci-dessous est le tableau de variations de g. Justifier toutes les affirmations qui sont notées dans ce tableau :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	$\searrow$	$-\dfrac{1}{\mathrm{e}}-1$	$\nearrow$	$+\infty$

b. On admet que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

2. On note f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x - \ln x.$$

a. Étudier la limite de f en 0.

b. Vérifier que, pour $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$, où f' est la fonction dérivée de f.

c. Dresser le tableau de variations de f, en admettant que la limite de f en $+\infty$ est $+\infty$.

3. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal. Prendre 4 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.
Tracer $\mathscr{C}$, en prenant 0,6 comme valeur approchée de α.

4. On note $\mathscr{D}$ l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ du plan muni du repère ci-dessus tels que : $\dfrac{1}{2} \leqslant x \leqslant 1$ et $0 \leqslant y \leqslant f(x)$.

a. Hachurer l'ensemble $\mathscr{D}$.

b. Vérifier que la fonction U définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $U(x) = x\ln x - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien.

c. En déduire une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

d. Calculer l'aire de $\mathscr{D}$ en unités d'aire. Puis en donner une valeur approchée en cm^2 à 10^{-2} près.

∽ Baccalauréat ES 2004 ∽

L'intégrale de mars à novembre 2004

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat ES Pondichéry avril 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Chaque question comporte trois affirmations repérées par les lettres a, b *et* c.
Le candidat doit indiquer pour chacune d'elles si elle et vraie ou fausse sans justification.
À chaque question est affecté un certain nombre de points. Pour chaque question, une réponse exacte rapporte le nombre de points affecté, une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de points affecté.
Le candidat peut décider de ne pas répondre à certaines de ces questions ; elles ne rapportent aucun point et n'en enlèvent aucun.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.
Les réponses seront transcrites dans le tableau fourni en annexe.

1. Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 2\ln x - 3x + 5$.
Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

a. $y = -x + 1$

b. $y = 2x - 3$

c. $y = -x + 3$

2. On considère une fonction g dont le tableau de variations est donné ci-dessous. On pose $h = \ln g$.

x	5	7
Variation de g	-3	1

a. h n'est pas définie sur $[5\,;\,7]$

b. h est strictement décroissante sur $[5\,;\,7]$

c. h est strictement croissante sur $[5\,;\,7]$

3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $x\ln(0,3) - 1 \leqslant 0$ est :

a. $\left]-\infty\ ;\ \dfrac{1}{\ln(0,3)}\right]$

b. $\left[\dfrac{1}{\ln(0,3)}\ ;\ +\infty\right[$

c. $\left]0\ ;\ \dfrac{1}{\ln(0,3)}\right[$

4. u est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = \dfrac{x+1}{x^2+2x+3}$.
Une primitive U de u sur $\mathbb{R}$ est définie par :

a. $U(x) = \ln\left(x^2 + 2x + 3\right)$

b. $U(x) = 2\ln\left(x^2 + 2x + 3\right)$

c. $U(x) = \dfrac{1}{2}\ln\left(x^2 + 2x + 3\right) + 4$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans une académie, les élèves candidats au baccalauréat série ES se répartissent en 2003 selon les trois enseignements de spécialité : mathématiques, sciences économiques et sociales et langue vivante.

Nous savons de plus que :

37 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques ;

25 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécalité langue vivante ;

21 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques et ont obtenu le baccalauréat ;

32,5 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales et ont obtenu le baccalauréat.

De plus, parmi les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité langue vivante, 72,5 % ont obtenu le baccalauréat.

On interroge un candidat pris au hasard.

On note :

M l'évènement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques » ;

S l'évènement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales » ;

L l'évènement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité langue vivante » ;

R l'évènement « le candidat a obtenu le baccalauréat ».

On pourra faire un arbre pour faciliter la réponse aux questions. Les résultats demandés seront arrondis au millième près.

1. Traduire en termes de probabilités et en utilisant les notations indiquées les informations numériques données ci-dessus.
2. **a.** Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales.

   b. Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait réussi aux épreuves du baccalauréat.
3. Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait échoué au baccalauréat ?
4. Ce candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques.

   Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas obtenu le baccalauréat ?
5. Montrer que le pourcentage de réussite au baccalauréat pour les candidats de ES dans cette académie est $71,6$ %.
6. On interroge successivement au hasard et de façon indépendante trois candidats.

   Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux soit reçu ?

EXERCICE 3 **7 points**

Commun à tous les candidats

1. On considère la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}} + 3$$

   où a et b sont deux réels que l'on se propose de déterminer.

   On sait que f admet un maximum au point d'abscisse 4 et que le point A$(0~;~2)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 2 cm en abscisses et 5 cm en ordonnées.

   a. Soit f' la fonction dérivée de f. Déterminer $f'(x)$ pour x appartenant à $[0~;~+\infty[$.

b. Montrer que $a = 1$ et $b = -1$.

2. Étude de la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = (x-1)\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}} + 3.$$

a. Déterminer la limite de f en $+\infty$. En déduire l'existence d'une asymptote Δ à la courbe $\mathscr{C}$ en $+\infty$. Étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à Δ.

b. Étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variations.

3. a. Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$									

On arrondira les valeurs au centième.

b. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la droite Δ.

4. *Étude économique*

Les dépenses de téléphone, en milliers d'euros, de la société TOUPACHER sont consignées dans le tableau suivant : x_i désigne le rang de l'année et y_i désigne la dépense.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	1,97	3,02	3,49	3,71	3,80	3,76	3,65	3,55	3,50

On recherche une fonction qui rende compte relativement correctement du phénomène.

On dira qu'une fonction f est acceptable si pour chaque valeur x, on a :

$$\left|f(x_i) - y_i\right| \leqslant 10^{-1}.$$

a. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i,~y_i\right)$ dans le repère précédent.

b. Montrer que la fonction f est acceptable.

c. Le responsable financier affirme que « si l'évolution des dépenses se poursuit selon ce modèle, on pourrait espérer retrouver une facture de téléphone inférieure à 3 000 euros ».

Êtes-vous d'accord avec cette affirmation ? Justifier.

EXERCICE 4 — 4 points

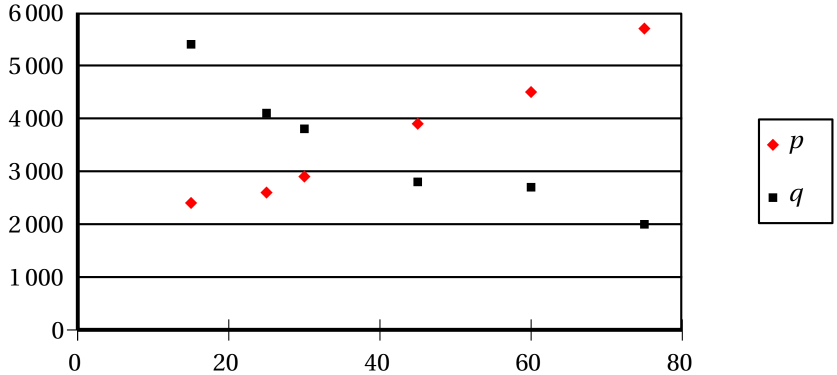
Commun à tous les candidats

Un éditeur spécialisé en ouvrages d'art diffuse sur une année 22 000 livres dont les prix varient de 15 à 75 euros.

On désigne par x le prix d'un livre, par p le nombre de livres **disponibles** et par q le nombre de livres **demandés**. Les résultats figurent dans le tableau ci-dessous :

x	15	25	30	45	60	75
p	2 400	2 600	2 900	3 900	4 500	5 700
q	5 400	4 100	3 800	2 800	2 700	2 000

On a tracé ci-dessous les nuages de points $\left(x_i~;~p_i\right)$ et $\left(x_i~;~q_i\right)$ dans un repère orthogonal du plan :



1. On pose $y = \ln p$.

a. Recopier et compléter le tableau : les résultats seront arrondis au millième.

x	15	25	30	45	60	75
p	2 400	2 600	2 900	3 900	4 500	5 700
$y = \ln p$						

b. *Dans cette question, le détail des calculs statistiques n'est pas demandé.*
À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite $\mathcal{D}$ d'ajustement affine de y en x.

Les coefficients seront arrondis au centième.

c. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre de livres disponibles pour un prix unitaire de 40 euros (*résultat arrondi à la centaine*).

2. On pose $z = \ln q$ et on admet l'égalité suivante $z = -0,02x + 8,73$.
En utilisant cette relation, donner une estimation du prix correspondant à une demande de 2 800 livres (*résultat arrondi à l'unité*).

3. Le prix pour lequel l'offre est égale à la demande s'appelle le prix d'équilibre ; il est noté x_0.

a. Déterminer par le calcul le prix d'équilibre, arrondi à l'unité.

b. Les calculs précédents permettaient-ils de prévoir le résultat ?

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Amérique du Nord mai 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Des éléments de formulaire sont joints au sujet.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes.
À la rentrée scolaire, on fait une enquête dans une classe de sixième comprenant 25 élèves.

Partie A :

On sait que, dans cette classe, 48 % des élèves ont 11 ans, $\frac{1}{5}$ ont 13 ans et les autres ont 12 ans. Ces élèves utilisent deux types de sacs de cours : le sac à dos ou le cartable classique. 15 élèves, dont les $\frac{2}{3}$ ont 11 ans, ont acheté un cartable classique ; les autres, dont la moitié ont 12 ans, ont acheté un sac à dos.

1. Recopier le tableau suivant sur votre copie et le compléter à l'aide des données de l'énoncé :

	Sac à dos	Cartable	Total
11 ans			
12 ans			
13 ans			
Total			25

2. On interroge au hasard un élève de cette classe.
   On note :
   S l'évènement : « l'élève a un sac à dos ».
   C l'évènement : « l'élève a un cartable ».
   T l'évènement : « l'élève a treize ans ».

   a. Montrer que $P(S) = 0,4$.

   b. Calculer $P(C \cap T)$.

3. On interroge successivement et de manière indépendante trois élèves de cette classe ; quelle est la probabilité qu'exactement deux d'entre eux aient un sac à dos ?

Partie B :

À leur inscription, ces élèves doivent souscrire une assurance scolaire ; deux types de contrats annuels sont proposés. D'après des études statistiques, le contrat A dont le coût est de 20 € est choisi avec une probabilité de 0,7 et le contrat B dont le coût est de 30 € est choisi avec une probabilité de 0,3.
De plus, le collège propose une adhésion facultative au foyer coopératif, d'un montant de 15 €.
Indépendamment du contrat d'assurance choisi, 40 % des élèves prennent une carte d'adhérent du foyer.
On note :
A l'évènement : « l'élève a choisi le contrat A »
B l'évènement : « l'élève a choisi le contrat B » -
F l'évènement : « l'élève est adhérent du foyer ».

1. Construire l'arbre des probabilités associé à la situation décrite ci-dessus.
2. Quelle est la probabilité qu'un élève ait pris le contrat B et soit adhérent du foyer ?
3. À chaque élève pris au hasard, on associe le coût X de son inscription (assurance scolaire plus adhésion éventuelle au foyer) ;
   a. Quelles sont les valeurs possibles de ce coût ?
   b. Établir la loi de probabilité de ce coût et présenter le résultat dans un tableau.
   c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une grande entreprise publie chaque année son chiffre d'affaires, en millions d'euros.
Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires des années 1995 à 2001.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i en millions d'euros	20,4	24,2	33,8	38,6	49	53,9	59,29

Le nuage des points M_i, associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un plan rapporté à un repère orthogonal est donné en **annexe**.

1. Répondre sans justification par Vrai ou Faux aux quatre affirmations suivantes :
   Les pourcentages sont arrondis au dixième.
   a. Entre 1997 et 1998, le chiffre d'affaires a augmenté de 14,2 % ;
   b. Entre 2000 et 2001, l'augmentation en pourcentage du chiffre d'affaires a été la même qu'entre 1999 et 2000 ;
   c. Entre 1995 et 2001, l'augmentation annuelle moyenne, en pourcentage, du chiffre d'affaires a été d'environ 31,8 %
   d. On considère le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Les coordonnées du point moyen de ce nuage sont (3 ; 38,6).

   On cherche maintenant à faire des prévisions sur le chiffre d'affaires pour l'année 2004 en utilisant plusieurs méthodes.
2. **a.** Expliquer pourquoi le nuage de points donné en annexe montre qu'un ajustement affine peut être envisagé.
   b. Tracer la droite d_1 passant par M_0 et M_6 ; par lecture graphique, déterminer une prévision n_1 du chiffre d'affaires pour l'année 2004.
   c. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d_2, droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au centième le plus proche. En déduire une prévision n_2 du chiffre d'affaires pour l'année 2004.
3. On remarque que les valeurs du chiffre d'affaires correspondant aux années 1999, 2000 et 2001 forment une suite géométrique ; on pose donc $u_0 = 49$,
   $u_1 = 53,9$ et $u_2 = 59,29$.
   a. Calculer la raison de cette suite.
   b. Calculer la valeur de u_5 pour cette suite géométrique. Comment peut-on l'interpréter ?

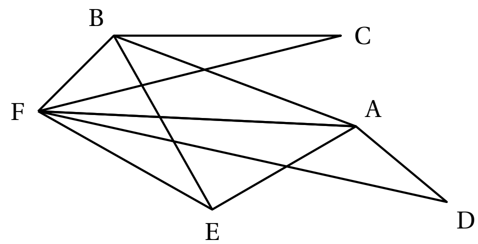
EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On considère le graphe G_1 ci-dessous :



1. Justifier les affirmations suivantes :

   A_1. Le graphe G_1 admet au moins une chaîne eulérienne.

   A_2. La chaîne DABCFBEFAE n'est pas une chaîne eulérienne de G_1.
2. Déterminer un sous-graphe complet de G_1, ayant le plus grand ordre possible. En déduire un minorant du nombre chromatique γ de ce graphe.
3. Déterminer un majorant de ce nombre chromatique. (On justifiera la réponse).
4. En proposant une coloration du graphe G_1, déterminer son nombre chromatique.

Partie B

Soit la matrice M d'un graphe orienté G_2 dont les sommets A, B, C, D et E sont pris dans l'ordre alphabétique.

On donne $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $M^3 = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 4 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 5 & 3 & 6 \\ 5 & 7 & 4 & 3 & 6 \\ 3 & 5 & 3 & 3 & 3 \\ 6 & 6 & 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

1. Construire le graphe G_2.
2. Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 reliant B à D. Les citer toutes.

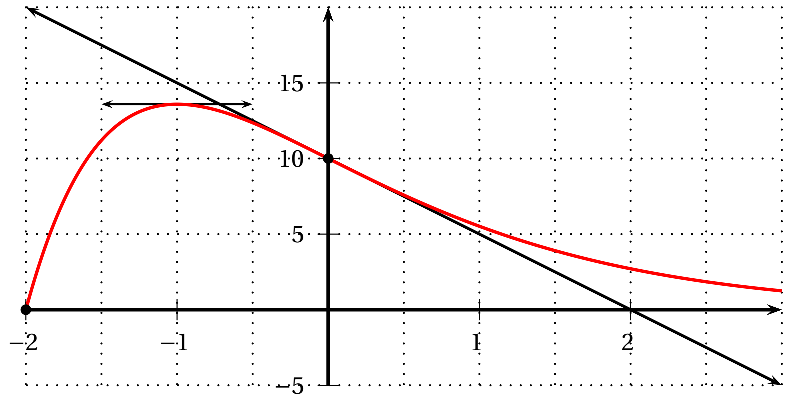
EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

La représentation graphique $(\mathscr{C})$ ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $[-2 ; 3]$ dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On note f' la fonction dérivée de f.

La courbe $(\mathscr{C})$ vérifie les propriétés suivantes :

Les points ainsi marqués • sont à coordonnées entières et appartiennent à la courbe tracée, la tangente au point d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses, la tangente au point d'abscisse 0 coupe l'axe des abscisses en $x = 2$.



1. Donner une équation de la tangente au point d'abscisse 0.
2. Donner les variations de f
3. Une des quatre courbes ci-dessous représente graphiquement la fonction f'.
   Déterminer celle qui la représente, en justifiant l'élimination de chacune des trois autres courbes.

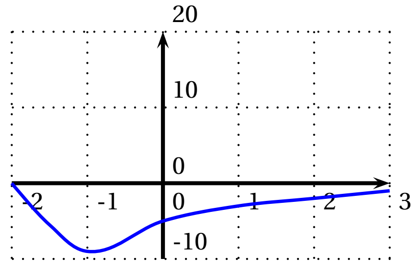


Figure 1

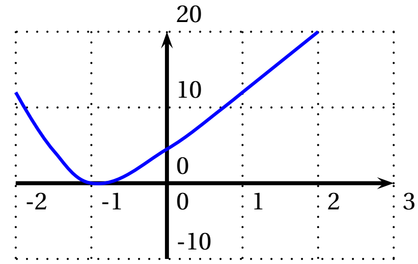


Figure 2

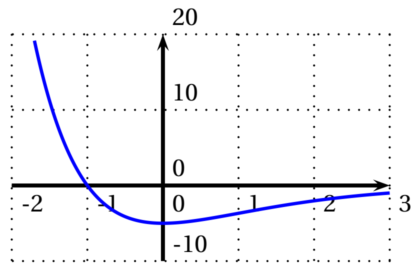


Figure 3

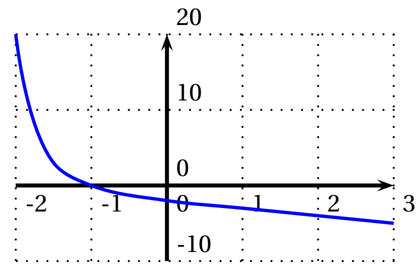


Figure 4

4. On admet que la fonction f est définie par une expression de la forme $f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{kx}$ où $a,\ b$ et k sont des nombres réels.
   a. Déterminer f' en fonction de $a,\ b$ et k.
   b. En utilisant la question précédente et les propriétés de la courbe $(\mathscr{C})$ données au début de l'exercice, calculer $a,\ b$ et k.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2(1+\ln x)}{x}.$$

1. **a.** Résoudre dans I l'équation $f(x) = 0$; (Calculer la valeur exacte de la solution, puis en donner une valeur arrondie à 10^{-3}).
   b. Résoudre dans I l'inéquation $f(x) > 0$.

2. On donne ci-dessous le tableau de variations de f sur l'intervalle I.

Justifier tous les éléments contenus dans ce tableau (variations, limites, valeurs numériques).

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

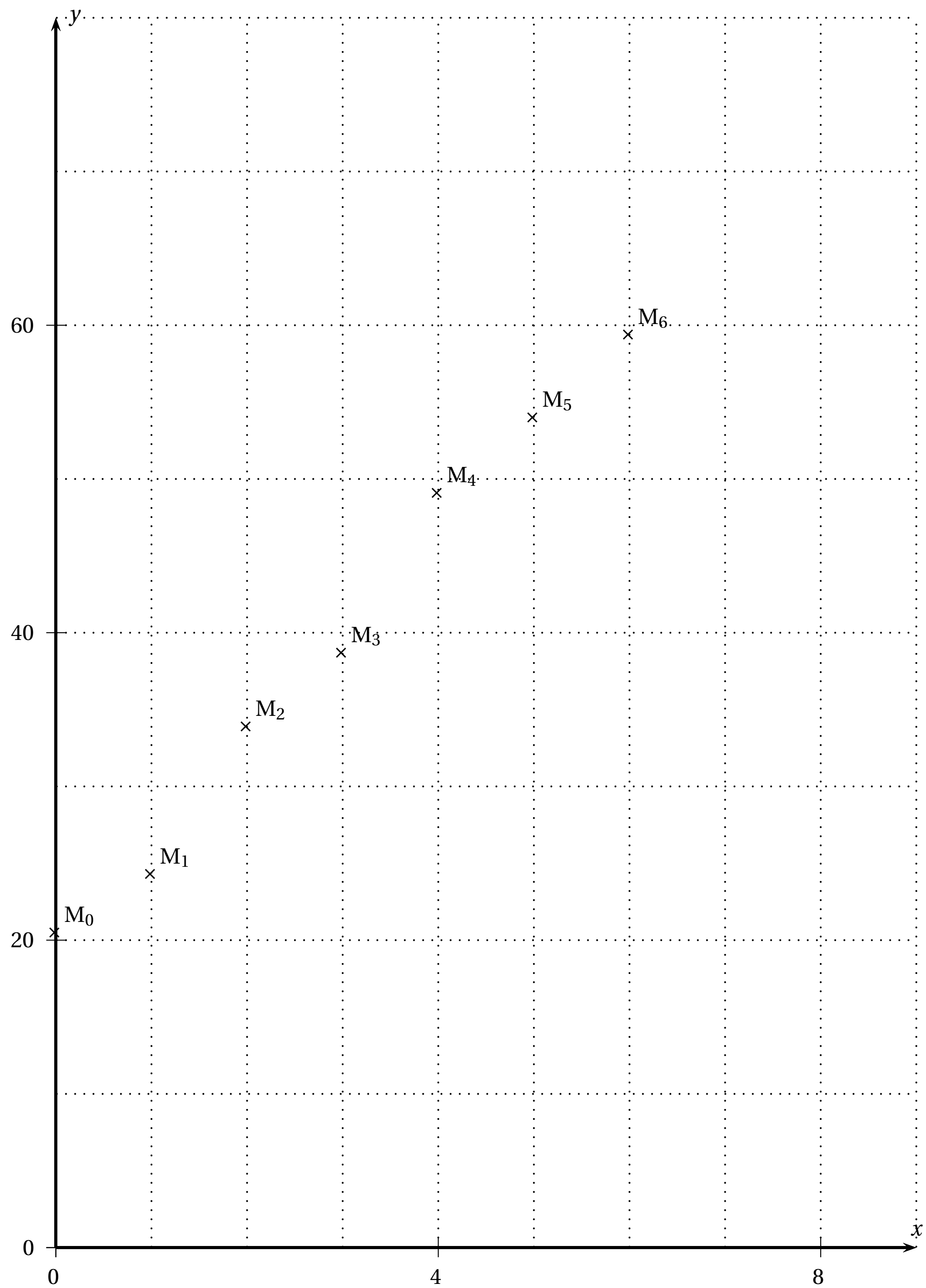
3. Dans une entreprise, on a modélisé par la fonction f sur l'intervalle $[0,2\ ;\ +\infty[$ le « bénéfice » mensuel (éventuellement négatif) réalisé en vendant x milliers d'objets fabriqués. Ce bénéfice est exprimé en milliers d'euros.

En utilisant les résultats des questions précédentes, répondre aux questions suivantes :

a. Quel nombre minimal d'objets l'entreprise doit-elle vendre mensuellement pour que le bénéfice soit positif ?

b. Combien faut-il vendre d'objets pour réaliser le bénéfice maximal ? Quel est le montant de ce bénéfice maximal ?

ANNEXE À L'EXERCICE 2 (non spécialistes)
À rendre avec la copie



MATHÉMATIQUES – SÉRIE ES

Eléments de formulaire

Probabilités

Probabilité conditionnelle de B sachant A

$P_A(B)$ est définie par $P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)$.

Cas où A **et** B **sont indépendants :** $P(A \cap B) = P(A) \times\ P(B)$.

Formule des probabilités totales

Si les évènements $B_1, B_2, \ldots, B_n$ forment une partition de Ω alors

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) \ldots + P(A \cap B_n).$$

Espérance mathématique

Une loi de probabilités étant donnée, son espérance mathématique est

$$\mathrm{E} = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i.$$

Analyse

Limites

$$\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

Dérivées et primitives

Les hypothèses permettant d'utiliser les formules doivent être vérifiées par le candidat.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Baccalauréat ES Antilles juin 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Chaque question contient trois propositions repérées par les lettres A, B et C.
Le candidat doit indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse sans justification.
À chaque question est affecté un certain nombre de points. Pour chaque question, une réponse exacte rapporte le nombre de points affecté, une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de points affecté.
Le candidat peut décider de ne pas répondre à certaines de ces questions ; elles ne rapportent aucun point et n'en enlèvent aucun.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.
Les réponses seront transcrites dans le tableau fourni en annexe.

1. La figure 1. donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et la figure 2 celle d'une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

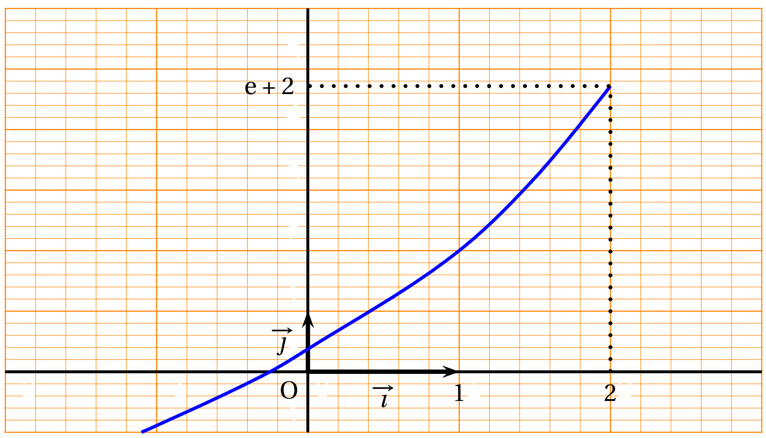


Figure 1

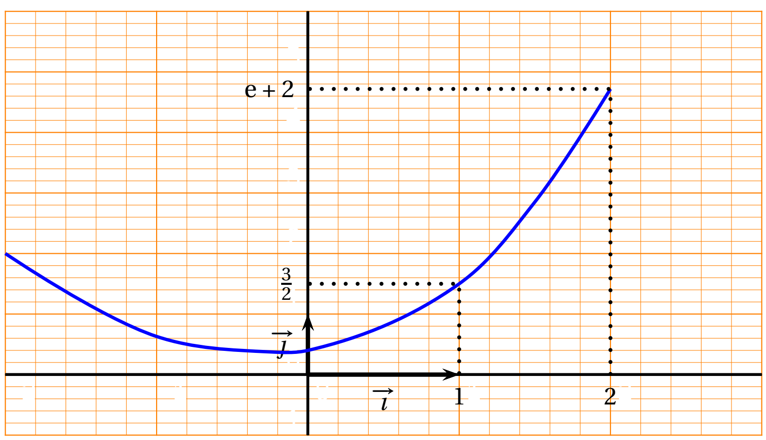


Figure 2

Quelle est l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan limitée par la représentation graphique de la fonction f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$?

Proposition A : $e + \dfrac{3}{4}$ **Proposition B :** $e + \dfrac{1}{2}$ **Proposition C :** 1

2. La fonction k définie et strictement positive sur $\mathbb{R}^+$ est connue par son tableau de variations.

x	0		1		3		$+\infty$
$k(x)$		↗		↘		↗	$+\infty$

Quel est le tableau de variations de la fonction g définie sur $\mathbb{R}^+$ par $g(x) = \dfrac{1}{k(x)}$?

x	0		1		3		$+\infty$
$g(x)$		↘		↗		↘	0

x	0		1		3		$+\infty$
$g(x)$		↘		↗		↘	$-\infty$

x	0		1		3		$+\infty$
$g(x)$		↗		↘		↗	0

3. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \mathrm{e}^x - x + 1$.

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de h dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Proposition A : La droite d'équation $y = 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$.

Proposition B : La droite d'équation $x = 0$ est asymptote à $\mathscr{C}$.

Proposition C : La droite d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$.

4. En économie, le coût marginal est le coût occasionné par la production d'une unité supplémentaire, et on considère que le coût marginal est assimilé à la dérivée du coût total.

Dans une entreprise, une étude a montré que le coût marginal $C_m(q)$ exprimé en milliers d'euro en fonction du nombre q d'articles fabriqués est donné par la relation :

$$C_m(q) = 3q^2 - 10q + \frac{2}{q} + 20.$$

Quel est le coût total C_T exprimé en milliers d'euros sachant qu'il est de 10 000 euros pour $q = 1$?

Proposition A : $C_r(q) = q^3 - 5q^2 + 2\ln q + 20q + 9984.$

Proposition B : $C_r(q) = q^3 - 5q^2 + 2\ln q + 20q - 6.$

Proposition C : $C_r(q) = 6q - 10 - \dfrac{2}{q^2}.$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère les épreuves de courses du 100 m, 200 m ou 400 m lors des meetings internationaux d'athlétisme. On s'intéresse au nombre de faux départs survenant lors de ces épreuves.
On rappelle qu'un faux départ est le démarrage d'un coureur avant le signal de départ donné par le starter, à la suite de quoi on doit donner un nouveau signal de départ.
Les statistiques des années précédentes ont permis d'établir les données suivantes :

- la probabilité qu'il y ait un faux départ au premier signal est de 0,2 ;
- quand il y a eu un faux départ au premier signal, la probabilité qu'il y ait de nouveau un faux départ au deuxième signal est de 0,05 ;
- il n'y a jamais de faux départ au troisième signal.

On admet que les départs sont indépendants les uns des autres.

1. Représenter ces données par un arbre de probabilités.
   On notera
   F_1 : l'évènement : « il y a un faux départ au premier signal » ;
   F_2 : l'évènement : « il y a un faux départ au deuxième signal ».
2. Montrer que la probabilité qu'il y a ait exactement un faux départ est de $0,19$.
3. Déterminer la loi de probabilités du nombre de faux départs donnés lors d'une épreuve quelconque.
   Justifier l'affirmation suivante : « dans 20 % des épreuves, il y au moins un faux départ ».
4. Lors d'un quart de finale au 200 m, on fait courir les athlètes en quatre séries indépendantes, soit quatre épreuves.
   Calculer la probabilité qu'il y ait exactement trois séries sans faux départ au premier signal lors de ce quart de finale.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On s'intéresse aux performances réalisées par des étudiants courant le 200 mètres dans les compétitions universitaires. Lors d'une compétition, le **score** d'un(e) étudiant(e) est son meilleur temps en secondes obtenu aux 200 m. Une enquête a permis d'établir le comportement général suivant, qu'on supposera valable pour les filles et les garçons dans toute la suite :

- Lors de la première compétition, le score d'un(e) étudiant(e) est toujours supérieur ou égal à 25 secondes.
- Si, lors de la n-ième compétition, l'étudiant(e) a réalisé un score strictement inférieur à 25 secondes, la probabilité qu'il (elle) réalise encore un score strictement inférieur à 25 secondes lors de la $n+1$-ième compétition est de $\dfrac{2}{5}$.
- Si, lors de la n-ième compétition, l'étudiant(e) a réalisé un score supérieur ou égal à 25 secondes, la probabilité qu'il (elle) réalise encore un score strictement inférieur à 25 secondes est $\dfrac{1}{5}$.

On représente les données précédentes par un graphe probabiliste G à deux états.
On note A tout score strictement inférieur à 25 secondes et B tout score supérieur ou égal à 25 secondes.
On note a_n la probabilité d'obtenir un score A lors de la compétition n et b_n la probabilité d'obtenir un score B lors de la compétition n.
L'état probabiliste lors de la compétition n est donc représenté par la matrice ligne $(a_n \ \ b_n)$.

1. Représenter G et donner sa matrice.

2. Jamalia, jeune étudiante, se présente à sa première compétition universitaire.

  a. Calculer la probabilité qu'elle réalise un score strictement inférieur à 25 secondes aux 200 mètres lors de cette compétition.

  b. Calculer la probabilité qu'elle réalise un score strictement inférieur à 25 secondes aux 200 mètres lors de sa troisième compétition.

3. Déterminer l'état stable du graphe G.

4. Julien a déjà de nombreuses compétitions universitaires dans les jambes.
Montrer que, pour sa prochaine compétition, il a environ une chance sur quatre de réaliser un score strictement inférieur à 25 secondes aux 200 mètres.

EXERCICE 3 **6 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\text{I} = [0\,;\,5]$ par

$$f(x) = 9x - 15 - \text{e}^{2-0,2x}.$$

1. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur I. calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur I.
Dresser le tableau de variations de f sur I.

2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur I une solution unique notée α.
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3. La valeur moyenne d'une fonction f sur un intervalle $[a\,;\,b]$ est donnée par : $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(t)\,\text{d}t$.
Calculer la valeur moyenne exacte de f sur I.

Partie B

Dans une entreprise, un économiste est chargé de modéliser le coût de production exprimé en **milliers d'euro de *x* centaines d'objets** fabriqués.
Il obtient une fonction C définie par

$$C(x) = 9x + 15 + \text{e}^{2-0,2x}.$$

Chaque appareil est vendu 200 € mais seulement 90 % de la production est effectivement vendue.

1. Sachant que l'entreprise ne peut pas fabriquer plus de 500 appareils, à quel intervalle J doit appartenir x?

2. **a.** Vérifier que la recette R en milliers d'euro, pour une production de x centaines d'objets, est donnée par : $R(x) = 18x$.

  b. Montrer que le bénéfice, en milliers d'euro, obtenu lors de la production de x centaines d'objets est modélisé par la fonction B définie sur J par : $B(x) = 9x - 15 - \text{e}^{2-0,2x}$.

3. Déduire de la **partie A** :

  a. le nombre minimum d'appareils que l'usine doit fabriquer pour faire un bénéfice ;

b. la valeur moyenne du bénéfice, en milliers d'euro, réalisé pour les 500 premiers appareils fabriqués (donner un résultat arrondi à l'euro).

EXERCICE 4 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un promoteur a construit en 1980 une résidence formée de plusieurs petites maisons de vacances dont le prix de vente cette année là était de 170 000 francs par maison. En 1985 le prix de revente était de 240 000 francs, en 1992 de 320 000 francs, en 2000 de 60 980 euros, et en 2003 de 69 000 euros.
On rappelle : 1 euro = 6,559 57 francs.

1. Donner le tableau de valeurs x_i et y_i, correspondant respectivement à l'année et au prix de vente d'une maison en euros (valeurs arrondies à l'euro si nécessaire).
2. Déterminer, à la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement linéaire obtenue par la méthode des moindres carrés, donnée sous la forme $y = ax+b$, a et b étant arrondis au centième ; le détail des calculs n'est pas demandé.

   En déduire, par le calcul, une valeur approchée à l'euro près du prix de revente en 2005.
3. Soit $t\,\%$ le taux annuel moyen d'augmentation du prix de vente entre les années 1980 et 1985.

   Exprimer le prix de revente en francs de la maison en 1985 en fonction de t.

   En déduire que t est égal à $100\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{5}\ln\left(\frac{24}{17}\right)}-1\right)$.
4. On admet qu'une valeur approchée de t obtenue à partir de la question précédente est 7,14.

   Si l'on suppose que le taux moyen annuel d'augmentation est, à partir de 1985, de 7,14 %, calculer, en euro, le prix de revente en 2005.

   Comparer avec le résultat trouvé à la question **2.**

   Que pouvez-vous en déduire ?

∽ Baccalauréat ES Asie juin 2004 ∽

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le 1er janvier 2003, la population d'un pays s'élevait à 30 millions d'habitants.
On estime que l'augmentation de la population pour les 15 années à venir sera de 2 % par an.

1. Calculer la population au 1er janvier 2004, puis au 1er janvier 2010.
Les résultats seront donnés en millions et arrondis à 10^{-3}.
2. Quelle est l'augmentation en pourcentage, entre la population au 1er janvier 2003 et la population au 1er janvier 2010 ? Le résultat sera arrondi à 0,1 %.
3. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, l'inéquation :
$$1,02^x \geqslant 1,2.$$
4. Déterminer l'année à partir de laquelle la population dépassera 36 millions d'habitants.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires en millions d'euro au 31 décembre de chaque année d'une entreprise depuis sa création en 1996. L'année 1996 a le rang 0.

Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7
Chiffre d'affaires y_i	0,7	1,6	2	2,4	2,5	2,8	3	3

Par exemple, en 1999 le chiffre d'affaires a été de 2,4 millions d'euros.

1. Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ du plan (unités graphiques : 1 cm pour une année en abscisse et 2 cm pour un million d'euros en ordonnée).
2. La forme du nuage de points suggère un ajustement de la forme $y = \ln(ax + b)$, où a et b sont deux réels à déterminer.
   a. On pose $z_i = \text{e}^{y_i}$.
   Compléter le tableau suivant (les valeurs de z_i seront arrondies à 10^{-3}.)

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	0,7	1,6	2	2,4	2,5	2,8	3	3
$z_i = \text{e}^{y_i}$	2,014							

   b. Donner l'équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les calculs seront faits à la calculatrice et les résultats donnés à 10^{-2} près.
   On ne demande aucune justification.
   c. En déduire l'expression de y en fonction de x.
   d. À l'aide de valeurs fournies par la calculatrice, tracer dans le même repère que précédemment (défini à la **question 1.**) la courbe d'équation $y = \ln(2,74x + 2,17)$, pour $0 \leqslant x \leqslant 14$.
3. On suppose que l'évolution du chiffre d'affaires se poursuivra durant la prochaine décennie selon le modèle précédent. Déterminer par le calcul le chiffre d'affaires attendu pour l'année 2004 arrondi à 10^{-1} millions d'euros.

Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit f la fonction définie pour tout réel x élément de $[0\,;\,10]$ et pour tout réel y élément de $[0\,;\,12]$ par :

$$f(x\,;\,y) = 2x(y+1).$$

On donne ci-après la représentation graphique de la surface $z = f(x,\ y)$ dans un repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.

Pour financer un projet humanitaire, les adhérents d'une association décident de fabriquer des cartes de voeux.

Pour produire une quantité z de paquets de cartes, ils utilisent x décilitres d'encre A et y décilitres d'encre B. On admet que $x,\ y$ et z sont liés par la relation

$$z = 2x(y+1),$$

où x est un nombre entier compris entre 0 et 10, et y un nombre entier compris entre 0 et 12.

Dans tout l'exercice, les quantités d'encre seront exprimées en décilitres.

Partie A

1. **a.** Combien de paquets de cartes peut-on fabriquer avec 7 décilitres d'encre A et 8 décilitres d'encre B ?

   b. Donner la quantité d'encre A, la quantité d'encre B, et le nombre de paquets de cartes associés respectivement aux points M, P et R à coordonnées entières, de la surface donnée ci-dessous.

2. Quelle est la nature de la section de la surface par le plan d'équation $x = 4$, parallèle au plan $\left(\text{O},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$? Justifier la réponse.

Partie B

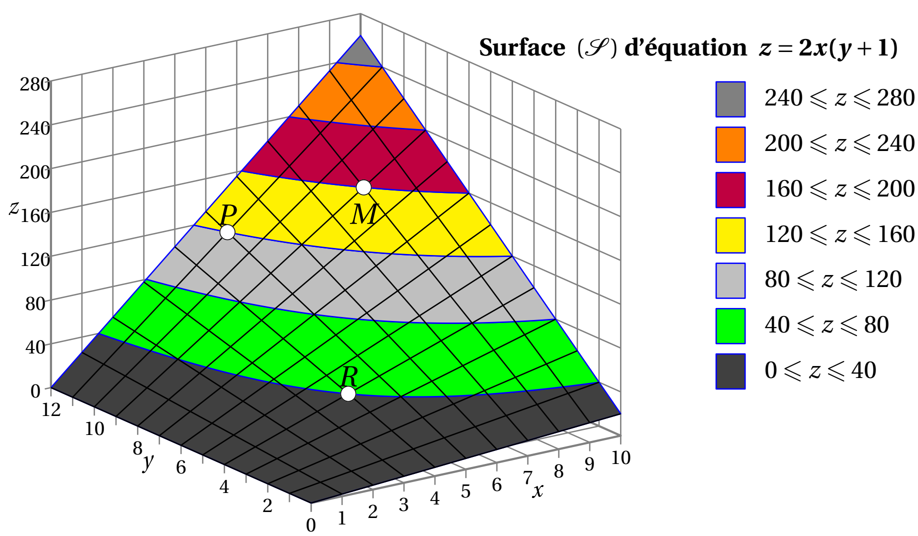
Le prix d'un décilitre d'encre A est 6 € et celui d'un décilitre d'encre B est 2 €.

L'association décide d'investir 46 € dans l'achat des encres.

1. Donner la relation entre les quantités x et y d'encres A et B achetées pour un montant de 46 €.
2. Montrer alors que $z = -6x^2 + 48x$.
3. **a.** Quelle quantité d'encre A l'association achètera-t-elle pour fabriquer le maximum de paquets de cartes ?

   b. Combien de paquets de cartes seront alors fabriqués ?

   c. Quelle quantité d'encre B sera alors utilisée ?



EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans un lycée, on compte 150 élèves de terminale ES dont un tiers de garçons.

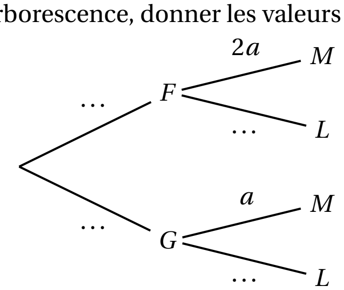
- Chaque élève suit l'un des deux enseignements de spécialité : Maths ou LV1.
- 60 % des élèves suivent l'enseignement de spécialité Maths.
- La proportion de filles qui suivent l'enseignement de spécialité Maths est le double de la proportion de garçons qui suivent l'enseignement de spécialité Maths.

On note a la proportion de garçons qui suivent l'enseignement de spécialité Maths.
Dans cet exercice, les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. On interroge au hasard un élève de terminale ES. Chaque élève a donc la même probabilité d'être interrogé. On note :

- F l'évènement : « l'élève interrogé est une fille »
- G l'évènement : « l'élève interrogé est un garçon »
- M l'évènement : « l'élève interrogé suit l'enseignement de spécialité Maths »
- L l'évènement : « l'élève interrogé suit l'enseignement de spécialité LV1 ».

a. On note $P_G(M)$ la probabilité de M sachant G. On a alors $P_G(M) = a$.
L'arbre ci-dessous décrit la situation probabiliste de l'énoncé. Le compléter.
Pour le deuxième niveau d'arborescence, donner les valeurs en fonction de a.



b. Montrer que $a = \dfrac{9}{25}$.

c. Les évènements M et G sont-ils indépendants ? Justifier.

2. On interroge au hasard, de façon indépendante, trois élèves de terminale ES.
On admet que cette expérience peut être assimilée à un tirage avec remise, et que chaque élève a la même probabilité d'être interrogé.
Quelle est la probabilité qu'au moins un des trois élèves interrogés suive l'enseignement de spécialité Maths ?

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

La courbe Γ ci-dessous est la représentation partielle donnée par la calculatrice de la fonction définie pour tout x élément de $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(1 - x^2\right)\text{e}^{-x}$$

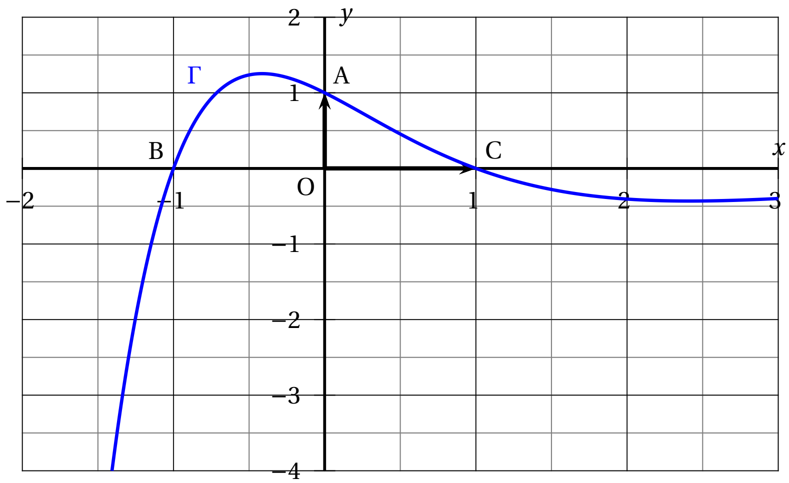
dans un repère orthogonal du plan $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. La courbe Γ coupe l'axe des ordonnées au point A et l'axe des abscisses respectivement en B et C.

Les quatre questions sont indépendantes.

1. On cherche à retrouver les unités.

a. Calculer les coordonnées des points A, B et C.

b. Placer $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ sur la figure ci-dessous.



2. Étude des limites

a. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Justifier la réponse.

b. On sait que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2}{e^x} = 0$. Développer $f(x)$ et en déduire sa limite en $+\infty$.
Interpréter graphiquement le résultat.

3. Étude des variations
On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note f' sa fonction dérivée.

a. Montrer que pour tout x réel :

$$f'(x) = \left(x^2 - 2x - 1\right)e^{-x}.$$

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f'(x) = 0$.
(Les solutions seront arrondies à 10^{-2}.)
Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

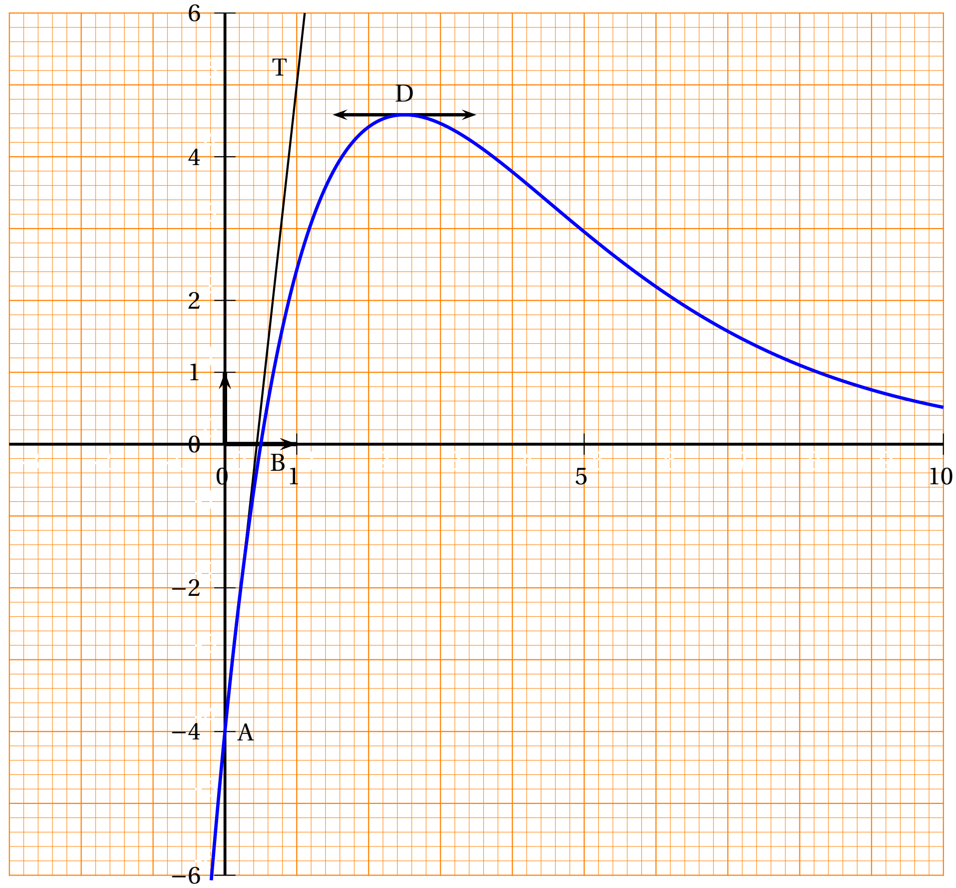
c. En déduire le sens de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Faire apparaître, sur le graphique, le ou les points de la courbe Γ en lesquels celle-ci admet une tangente horizontale.

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2004

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathcal{C})$ donnée ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

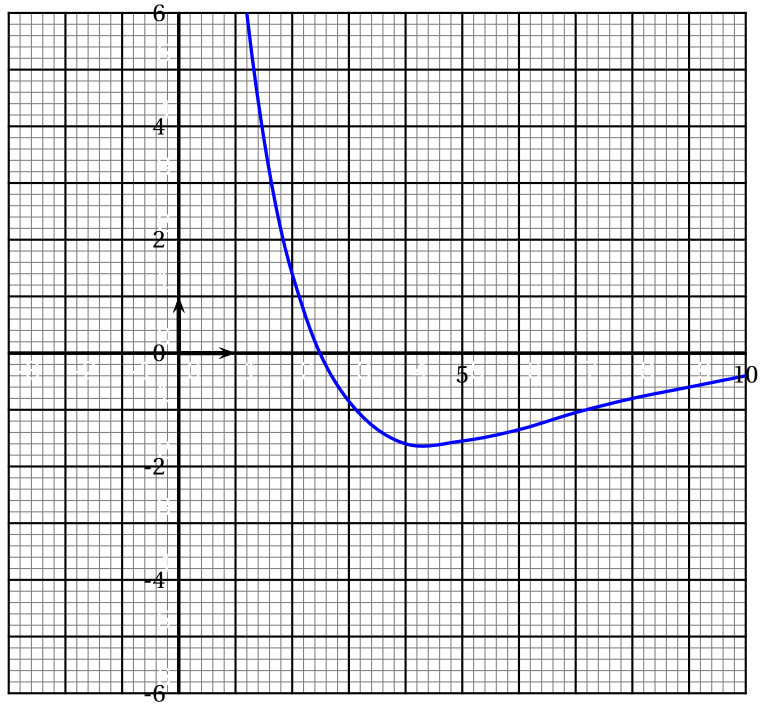


Les points A, B et D appartiennent à $(\mathcal{C})$: A$(0\,;\,-4)$; B$(0,5\,;\,0)$; D$\left(2,5\,;\,16\mathrm{e}^{-\frac{5}{4}}\right)$.
La courbe $(\mathcal{C})$ admet en D une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
On donne le point T de coordonnées$(1\,;\,5)$; la droite (AT) est tangente à $(\mathcal{C})$ en A.

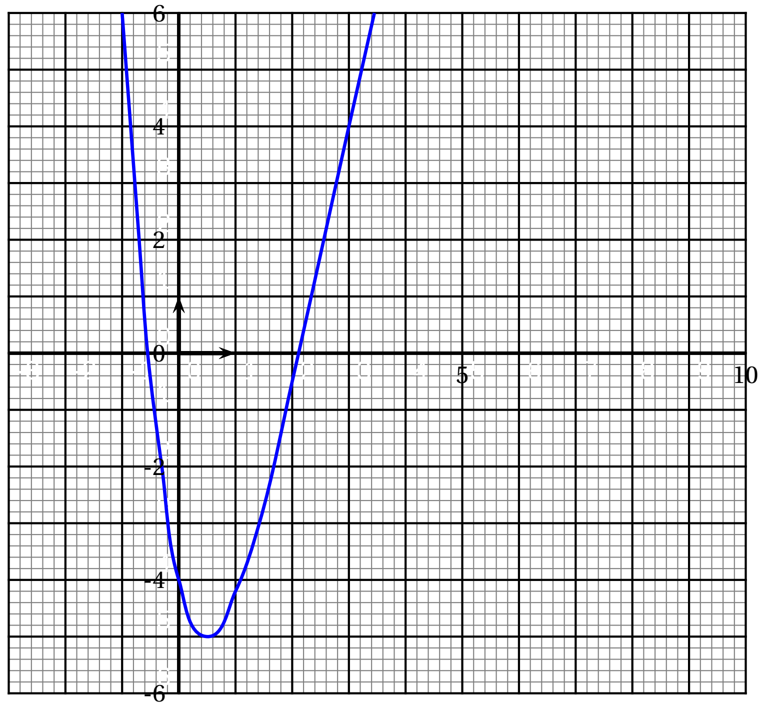
1. Par lecture graphique et sans justifier :
   - **a.** Donner les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(2,5)$.
   - **b.** Donner les solutions dans $[0\,;\,10]$ de l'inéquation $f(x) < 0$.
   - **c.** Donner les solutions dans $[0\,;\,10]$ de l'inéquation $f'(x) < 0$.
2. Pour chacune des affirmations ci-dessous indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier votre réponse :
   - **a.** $f'(5) > 0$.
   - **b.** L'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique dans l'intervalle $[5\,;\,7]$.
   - **c.** $1 < \displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x < 2$.
   - **d.** Toute primitive de f s'annule pour 0,5.

e. Toute primitive de f est décroissante sur $[0\,;\,2{,}5]$.

3. Parmi les courbes $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ données ci-dessous, l'une est la représentation graphique d'une primitive de f sur $\mathbb{R}$. Indiquer laquelle en précisant les raisons de votre choix.



Courbe $(\mathscr{C}_1)$



Courbe $(\mathscr{C}_2)$

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice on pourra s'aider d'un arbre pondéré.
Une agence de voyage propose deux durées de séjours – le week-end ou la semaine – et deux types de destinations – France ou Étranger–.
Parmi les dossiers de l'agence ou constate que :

- 60 % des séjours ont lieu en France ;
- 45 % des séjours en France durent une semaine ;
- 75 % des séjours à l'étranger durent une semaine.

On choisit un dossier au hasard et on note :

- F l'évènement : « Le séjour a lieu en France » ;
- S l'évènement : « Le séjour dure une semaine » ;
- E l'évènement contraire de F

1. En utilisant les données de l'énoncé, trouver les probabilités des trois évènements F, S sachant F et S sachant E.
2. Quelle est la probabilité qu'un séjour dure une semaine et ait lieu en France ?
3. Montrer que la probabilité qu'un séjour dure une semaine est de 0,57.
4. En déduire la probabilité qu'un séjour d'une semaine ait lieu en France.
   On donnera le résultat exact sous la forme d'une fraction irréductible.
5. On choisit quatre dossiers au hasard et indépendamment les uns des autres et on s'intéresse au séjour choisi On admettra que le nombre de dossiers est suffisamment grand pour que le choix d'un dossier soit assimilé à un tirage avec remise.
   Quelle est la probabilité qu'aucun des séjours ne dure une semaine ?
   On donnera la valeur décimale arrondie à 10^{-3}.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Toutes les réponses à cet exercice seront données sur la feuille annexe ; aucune justification n'est nécessaire. La feuille annexe sera rendue avec la copie.
De 1994 à 2001, une entreprise a établi la statistique de sa production annuelle.
Les années sont numérotées de 0 à 7.
On choisit la base 100 en 1994 pour établir les indices de production.

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
x	1		2	3	4	5	6	7
Production P (à l'unité près)	175 255	189 275	217 315	…	287 415	329 475	…	45 565
Indice y (à l'unité près)	100	108	124	140	164	188	224	260
$Y = 0,5 \times \ln y$	…	…	…	…	…	…	…	…

1. Déterminer les valeurs manquantes. **On les recopiera sur le tableau donné sur la feuille annexe.**
   On appelle Δ la droite d'ajustement affine de Y en x par la méthode des moindres carrés et on note $Y = ax + b$ son équation.
2. Pour chacune des huit affirmations suivantes une seule des trois réponses A, B ou C est exacte ; les résultats respectent les règles d'arrondis du tableau ci-dessus. **On reportera les réponses A, B ou C sur la feuille annexe.**

N°	Affirmation	A	B	C
1	La médiane de la série des indices est	152	140	163
2	Le pourcentage d'augmentation de la production entre 1994 et 200 est	24 %	76 %	124 %
3	Le pourcentage d'augmentation des indices entre 1998 et 2000 est	60 %	36,59 %	48 %
4	L'écart type de la série des indices arrondie au dixième près est	57,1	120,4	53,4
5	La longueur de l'intervalle interquartile de la série des indices est	90	64	116
6	L'équation de la droite Δ est	$Y = 0,07x+2,28$	$Y = 0,7x+2,28$	$Y = 0,07x+0,3$
7	L'expression de y en fonction de x, a et b est	$y = 2\text{e}^{ax+b}$	$y = 0,5\ln(ax+b)$	$y = \left(\text{e}^{ax+b}\right)^2$
8	Si la tendance se poursuivait l'indice de production en 2004 serait égal à	388	403	383

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un jardinier possède un terrain bien ensoleillé avec une partie plus ombragée.
Il décide d'y organiser des parcelles où il plantera 8 variétés de légumes :
de l'ail (A), des courges (Co) des choux (Ch), des poireaux (Px), des pois (Po), des pommes de terre (Pt), des radis (R) et des tomates (T).
Il consulte un almanach où figurent des incompatibilités de plantes, données par les deux tableaux :

Expositions incompatibles de plantes	
Plantes d'ombre partielle	Plantes de plein soleil
pois radis	choux tomates courges
Par exemple : les pois sont incompatibles avec les choux, les tomates et les courges	

Associations incompatibles de plantes dans une même parcelle	
pois	ail, poireaux
pommes de terre	courges, radis et tomates
choux	tomates, ail poireaux et courges
courges	tomates
Par exemple : les pois sont incompatibles avec l'ail et les poireaux	

Pour tenir compte de ces incompatibilités le jardinier décide de modéliser la situation sous la forme d'un graphe de huit sommets, chaque sommet représentant un légume.

1. Sur la feuille annexe : compléter le graphe mettant en évidence les incompatibilités d'exposition ou les associations incompatibles indiquées dans les deux tableaux ci-dessus.
2. Calculer la somme des degrés des sommets du graphe, en déduire le nombre de ses arêtes.
3. Rechercher un sous-graphe complet d'ordre 4, qu'en déduit-on pour le nombre chromatique du graphe ?
4. Donner le nombre chromatique du graphe et l'interpréter en nombre minimum de parcelles que le jardinier devra créer.
5. Donner une répartition des plantes par parcelle de façon à ce que chaque parcelle contienne exactement deux types de plantes et que le nombre de parcelles soit minimum.

6. Donner une répartition des plantes de façon à ce qu'une parcelle contienne trois plantes et que le nombre de parcelles soit minimum.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

A : Préliminaires

Soient f et g deux fonctions définies sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 5(x+2)\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x+2}{5}\mathrm{e}^{x}.$$

1. Résoudre sur $[0\ ;\ +\infty[$ l'équation $f(x) = g(x)$.

2. Quelle est la dérivée de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x+3)\mathrm{e}^{-x}$?

3. En déduire une primitive F de f.

B : Application économique

On suppose que les fonctions f et g précédemment définies dans la partie A sont les fonctions demande et offre d'une entreprise de transport de marchandises. Plus précisément, pour une tonne de marchandises à transporter :
• $f(x)$ est le prix en euros aux 100 km accepté par les clients en fonction de la distance x parcourue en centaines de kilomètres.
• $g(x)$ est le prix en euros aux 100 km du service proposé par l'entreprise en fonction de la distance x parcourue en centaines de kilomètres.
Dans les questions suivantes les prix demandés seront arrondis au centime d'euro et les distances arrondies au kilomètre.

1. Quel prix p_1 en euros aux 100 km, est prêt à payer un client (se conformant à la fonction de demande f) et quel prix p_2, en euros aux 100 km, est prête à lui offrir l'entreprise (se conformant à la fonction d'offre g) pour un parcours de 120 km ?

2. Prix d'équilibre

Sur un marché en concurrence pure et parfaite le prix p_0 qui se forme sur le marché correspond à l'égalité entre la demande et l'offre : p_0 est le prix d'équilibre.

À quelle distance d_0, correspond-il ? En déduire la valeur p_0.

On donnera les valeurs exactes puis arrondies.

3. Surplus des consommateurs

Tous les consommateurs prêts à acheter le service à un prix supérieur au prix d'équilibre réalisent un gain fictif appelé surplus des consommateurs. On admet que ce gain, exprimé en euro aux 100 km est mesuré par

$$\mathrm{S} = \int_0^{d_0} f(x)\,\mathrm{d}x - p_0 \times d_0.$$

Calculer la valeur exacte de S puis en donner une valeur approchée.

C : Interprétation graphique

Sur la feuille annexe figurent les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g.
Elles sont tracées dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ avec pour unités graphiques : en abscisse une unité représente une distance parcourue égale à 100 km et en ordonnée une unité représente 1 euro.

1. Placer les noms des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
2. Placer le point I et ses coordonnées, où I est le point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
3. Placer $p_0,\ p_1,\ p_2$ et d_0.
4. Hachurer le domaine du plan d'aire S.

Feuille annexe à rendre avec la copie

Exercice 3
Question 1

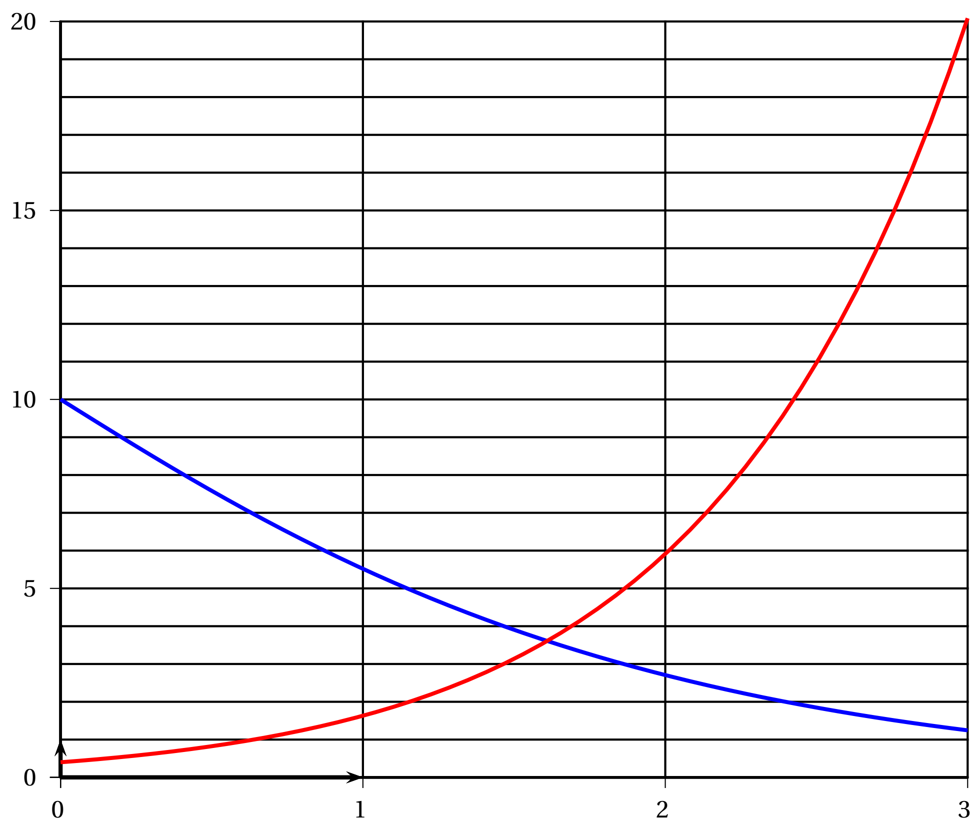
Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
x	1		2	3	4	5	6	7
Production P (à l'unité près)	17 525	18 927	21 731	...	28 741	32 947	...	45 565
Indice y (à l'unité près)	100	108	124	140	164	188	224	260
$Y = 0,5 \times \ln y$	...	...	...	...	...	...	...	...

Question 2 : répondre par A, B ou C

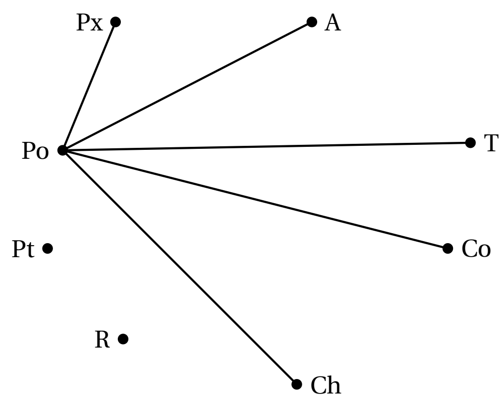
Barème : 0,5 point pour une bonne réponse, $-0,25$ pour une mauvaise réponse ; la note finale à cette question ne peut être inférieure à 0.

N°	1	2	3	4	5	6	7	8
Réponse								

Exercice 4



Feuille annexe à rendre avec la copie
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité
Exercice 3



∽ Baccalauréat ES Métropole juin 2004 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse sur la feuille. Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

QUESTIONS	**RÉPONSES** (à porter sur la feuille ANNEXE 1)
Pour les trois premières questions, A et B sont des évènements associés à une expérience aléatoire	
1. Si B est l'évènement contraire de A, alors	• $p(A) = 1 + p(B)$ • $p(A) = 1 - p(B)$ • $p(A) = p(B)$
2. Si A et B sont deux évènements indépendants et $p(A) \neq 0$, alors	• $A \cap B = \emptyset$ • $p(A \cup B) = p(A).p(B)$ • $p_A(B) = p(B)$
3. Si A et B sont deux évènements incompatibles alors	• $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ • $p(A) = 1 - p(B)$ • $p(A \cap B) = 1$
4. Soit a un nombre réel strictement positif $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(-ax + 5) =$	• $-\infty$ • 0 • $+\infty$
5. La représentation graphique de la fonction logarithme népérien admet	• une asymptote verticale • une asymptote horizontale • une tangente horizontale
6. $\mathrm{e}^{\ln x} = x$ pour tout x appartenant à	• $\mathbb{R}$ • $]0~;~+\infty[$ • $[0~;~+\infty[$
7. Soit un réel a. $\ln(\mathrm{e}^a) - 2\mathrm{e} + \ln(1) =$	• $\mathrm{e}^a - 2\mathrm{e} + \mathrm{e}$ • $\mathrm{e}^a - 2\mathrm{e}$ • $a - 2\mathrm{e}$
8. Soient a et b des réels strictement positifs, $\mathrm{e}^{\ln a} + \mathrm{e}^{-\ln b} =$	• $-ab$ • $a - b$ • $\dfrac{ab+1}{b}$
9. Une primitive de la fonction logarithme népérien sur $[0~;~+\infty[$	• $x \mapsto \dfrac{1}{\ln x}$ • $x \mapsto x \times \ln x - x + 3$ • $x \mapsto \ln\left(\dfrac{1}{x}\right) - 2$
10. Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1 - x) > 1$ est équivalent à :	• $x < 1$ • $x < 1 - \mathrm{e}$ • $x > \mathrm{e}$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soit f la fonction définie pour tout x élément de $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(x^2+1\right)\mathrm{e}^{-x+2}.$$

On note Γ la représentation graphique de f dans un repère orthogonal et D la droite d'équation $y = \dfrac{5}{2}x$.

On note $\mathscr{A}$ l'aire (en unités d'aire) du domaine délimité par la courbe Γ , la droite D et la droite d'équation $x = 0$.

On note O, P, Q et R les points de coordonnées O$(0\,;0)$, P$(0\,;5)$, Q$(2\,;5)$ et R$\left(0\,;\ \mathrm{e}^2\right)$. (Voir la représentation ci-dessous).

1. Détermination d'un encadrement de l'aire $\mathscr{A}$

a. Montrer par le calcul que le point Q appartient à la droite D et à la courbe Γ et que la courbe Γ coupe l'axe des ordonnées au point R.

b. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte des aires de chacun des triangles OPQ et OQR.

En déduire un encadrement de l'aire $\mathscr{A}$ en unités d'aire.

2. Calcul de la valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}$

a. Exprimer l'aire $\mathscr{A}$ à l'aide d'une expression faisant intervenir une intégrale.

b. Soit G la fonction définie pour tout x élément de $\mathbb{R}$ par

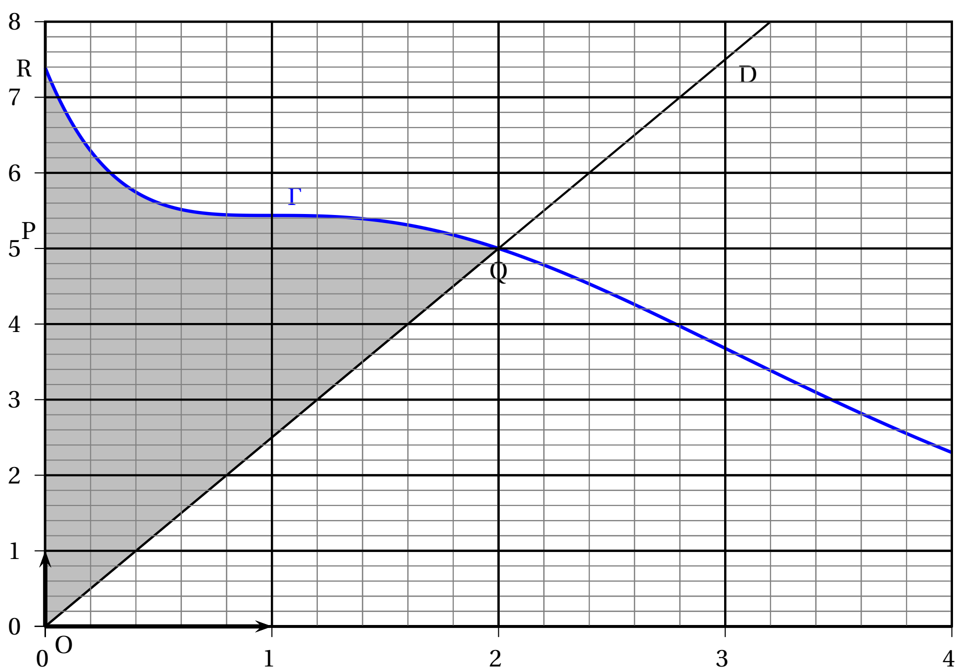
$$G(x) = \left(-x^2-2x-3\right)\mathrm{e}^{-x+2}.$$

On note G' la fonction dérivée de G sur $\mathbb{R}$.

Pour tout x élément de $\mathbb{R}$, calculer $G'(x)$ en donnant les détails du calcul.

En déduire une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

c. Déterminer la valeur exacte de $\mathscr{A}$. En donner une valeur approchée arrondie au centième.



FORMULAIRE

L'aire d'un triangle est donnée par : Aire = $\dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$

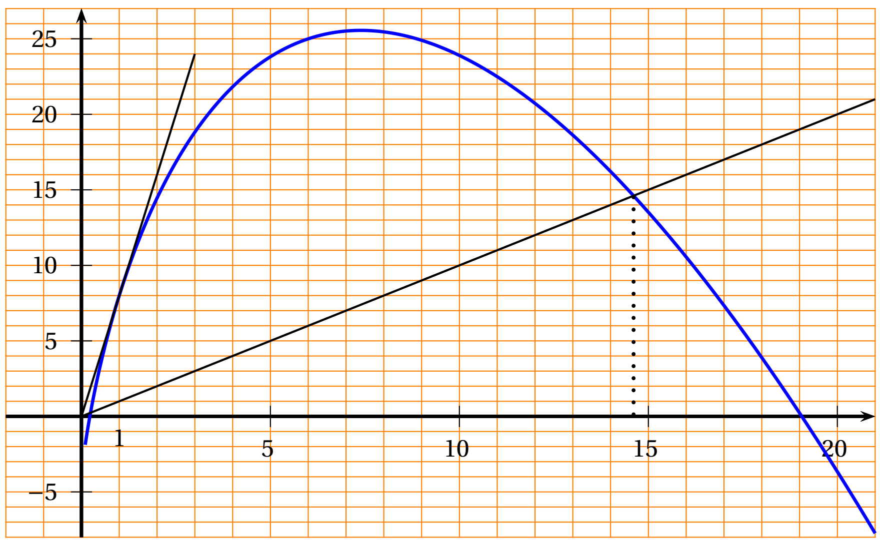
- La dérivée d'un produit de fonctions (sur des intervalles convenables) : $(uv)' = u'v + uv'$.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la courbe ci-dessous représentative d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0\,;21]$.

La courbe est à rendre avec la copie.



La droite tracée sur le graphique est tangente à la courbe au point d'abscisse 1 et passe par l'origine. On prendra 7,4 comme valeur approchée du réel de l'intervalle I pour lequel g atteint son maximum.

1. On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle I.
   Utiliser le graphique pour donner les valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$. (Aucune justification n'est demandée).
2. Résoudre graphiquement dans l'intervalle I les trois inéquations ci-dessous (les valeurs lues sur le graphique seront données à 10^{-1} près). Aucune justification n'est demandée, mais pour l'inéquation (3) les éléments graphiques utiles seront portés sur la courbe
   (1) : $g(x) \geqslant 0$
   (2) : $g'(x) \geqslant 0$
   (3) : $g(x) < x$.
3. On admet que pour tout x de l'intervalle I, $g(x) = -4 + ax(3 - b \cdot \ln x)$ où a et b sont deux nombres réels. On veut calculer a et b.
   a. Montrer que pour tout x élément de l'intervalle I : $g'(x) = a[3 - b(1 + \ln x)]$.
   Exposer le détail des calculs.
   b. À l'aide des valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$ obtenues à la question **1.**, calculer a et b.

Exercice 4 **5 points**

Enseignement obligatoire

La subvention accordée par une entreprise à son club sportif était de 3 000 € pour l'année 1998.
Depuis 1998, L'évolution de la subvention en pourcentage d'une année à l'autre est celle décrite dans le tableau ci-dessous :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Évolution en pourcentage	+ 17 %	+ 15 %	+ 10 %	+ 9 %	+6 %

Par exemple, le taux d'évolution de la subvention de 2000 à 2001 est de 10 %.

1. a. Calculer, pour chacune des années, le montant de la subvention attribuée (en euro). Les résultats seront arrondis à l'unité.

b. Le responsable sportif se plaint d'une diminution continuelle des subventions depuis l'année 1999. Quelle confusion fait-il ?

2. On admet que le montant de la subvention en 2003 est de 5 130 €.

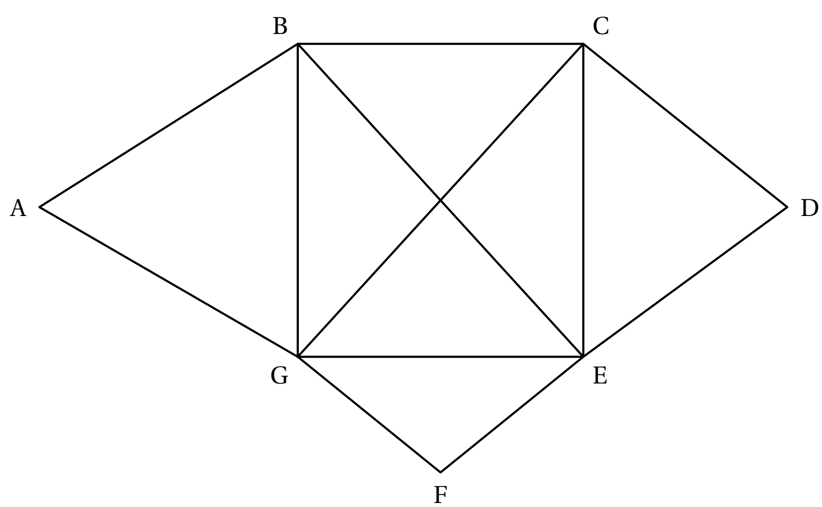
a. Calculer le pourcentage de diminution ou d'augmentation de la subvention de 1998 à 2003.

b. Si le taux d'évolution de la subvention d'une année à l'autre était fixe et égal à t %, quelle serait la valeur de t arrondie à 10^{-3} près qui donnerait la même augmentation de la subvention entre 1998 et 2003 ?

c. Avec ce même taux d'évolution t, quelle serait la subvention, arrondie à l'unité, en 2004 ?

EXERCICE 4 **5 points**
Enseignement de spécialité

Le graphe ci-dessous indique, sans respecter d'échelle, les parcours possibles entre les sept bâtiments d'une entreprise importante.



Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance. Ses temps de parcours en minutes entre deux bâtiments sont les suivants :
AB : 16 minutes AG : 12 minutes ; BC : 8 minutes ; BE : 12 minutes ; BG : 8 minutes ; CD : 7 minutes ; CE : 4 minutes ; CG : 10 minutes ; DE : 2 minutes ; EF : 8 minutes ; EG : 15 minutes ; FG : 8 minutes.
Sur chaque arête, les temps de parcours sont indépendants du sens de parcours.

1. En justifiant la réponse, montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins de cette usine. Donner un exemple de trajet.

2. L'agent de sécurité peut-il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins ? Justifier la réponse.

3. Tous les matins, l'agent de sécurité part du bâtiment A et se rend au bâtiment D.
En utilisant un algorithme que l'on explicitera, déterminer le chemin qu'il doit suivre pour que son temps de parcours soit le plus court possible, et donner ce temps de parcours.

Baccalauréat ES La Réunion juin 2004

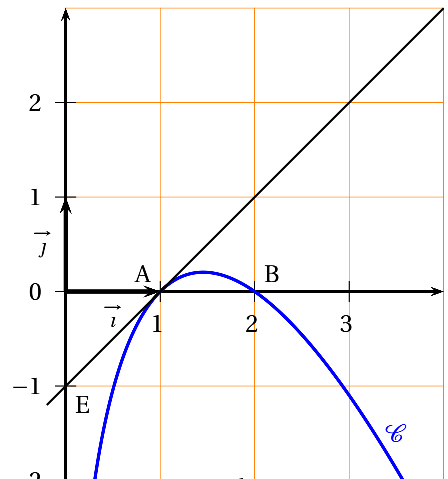
Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

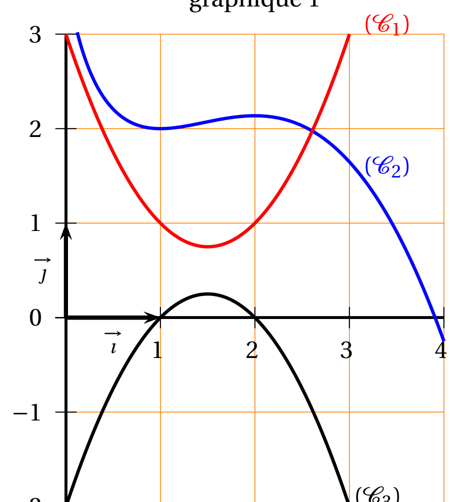
1. La fonction f représentée (graphique 1) par la courbe $(\mathscr{C})$ est définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = (ax+b)\ln x$$

où a et b sont deux constantes que l'on calculera dans la suite de cette question.
Sur le graphique 1 sont placés les points A(1 ; 0), B(2 ; 0) et E(0 ; −1).
Les points A et B appartiennent à la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (AE) est tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ en A.
a. Donner par lecture graphique $f(2)$ et $f'(1)$.
b. En déduire que a et b sont solutions du système $\left\{\begin{array}{l c l} a+b &=& 1\\ 2a+b &=& 0\end{array}\right.$
c. Déterminer a et b.



graphique 1



graphique 2

2. Soit G une primitive de la fonction f représentée par la courbe $(\mathscr{C})$ du graphique 1.
Parmi les trois courbes $(\mathscr{C}_1)$, $(\mathscr{C}_2)$, $(\mathscr{C}_3)$ proposées sur le graphique 2, quelle est la seule qui peut représenter G dans le repère $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$? Justifier votre réponse.

3. On admet à partir de maintenant que f est définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 2\ln x - x\ln x.$$

Le but de la question est de calculer une intégrale.
Soit F la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par

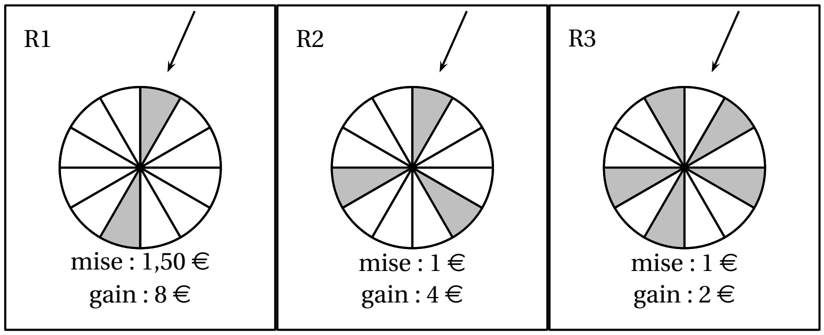
$$F(x) = \left(2x - \frac{1}{2}x^2\right)\ln x - 2x + \frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{4}.$$

a. Démontrer que la fonction F est la primitive de f qui prend la valeur 2 pour $x = 1$.

b. Calculer $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\text{d}x$. Donner une interprétation géométrique de cette intégrale.

EXERCICE 2 (pour les candidats n'ayant pas fait la spécialité **5 points**

Lors d'une kermesse, dans un stand sont disposées trois roues. Chaque roue est divisée en douze secteurs de même aire. Une roue étant lancée, elle s'arrête aléatoirement face à la flèche sur un seul secteur. On admettra que tous les secteurs ont la même probabilité d'être « tirés ».
Pour participer, un joueur choisit l'une des trois roues, acquitte la mise correspondant à la roue choisie, puis lance cette roue.
Si le secteur « tiré » est grisé, le joueur reçoit le gain correspondant à la roue choisie.

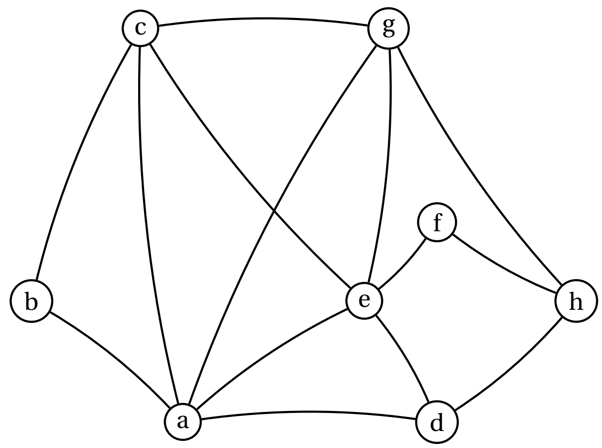


1. Le gain algébrique du joueur, noté g, est le gain de la loterie diminué de la mise.
   a. Pour un joueur qui a choisi la roue R1, calculer la probabilité de gagner 6,50 €, puis celle de perdre 1,50 €. En déduire le gain algébrique moyen espéré par tout joueur qui fait le choix de cette roue.
   b. Un joueur dit « avec la roue R2, le jeu est équitable ». Qu'en pensez-vous ?
2. Les organisateurs de la kermesse remarquent que $\frac{1}{6}$ des joueurs ont choisi la roue R1, $\frac{1}{3}$ la roue R2 et les autres la roue R3.
   On interroge au hasard une personne qui a participé au jeu.
   Soit les évènements :
   A : « La personne a choisi la roue R1 »,
   B : « La personne a choisi la roue R2 »,
   C : « La personne a choisi la roue R3 »,
   G : « La personne a gagné » (c'est-à-dire qu'un secteur grisé a été « tiré »).
   a. Donner la probabilité des évènements A et B. En déduire la probabilité de l'évènement C.
   b. Préciser les valeurs de : $p_A(G)$, $p_B(G)$ et $p(G)$.
   c. Calculer la probabilité de l'évènement : « La personne a choisi la roue R2 et elle a gagné » (on pourra traduire les données l'aide d'un arbre pondéré).
   d. Démontrer que la probabilité de l'évènement : « La personne a gagné » est égale à $\frac{23}{72}$.
   e. Sachant que la personne n'a pas gagné, quelle est la probabilité qu'elle ait joué avec la roue R3 ?

EXERCICE 2 (pour les candidats ayant fait la spécialité **5 points**

Partie A

On note G le graphe représenté ci-dessous et M sa matrice obtenue en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique. La matrice M^3 est également donnée.



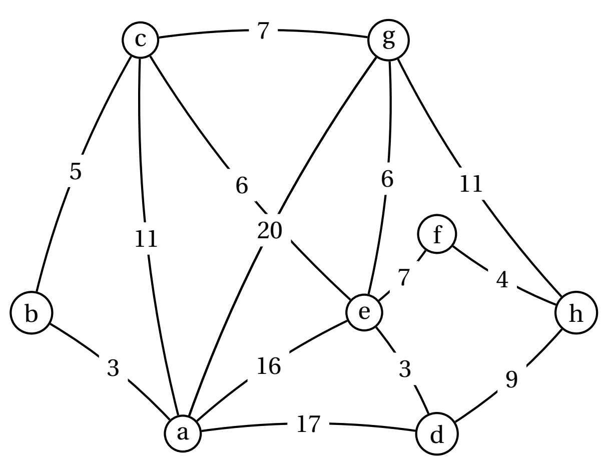
$$M^3 = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 11 & 10 & 12 & 5 & 13 & 4 \\ 8 & 2 & 7 & 3 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 11 & 7 & 8 & 6 & 12 & 3 & 10 & 5 \\ 10 & 3 & 6 & 2 & 11 & 1 & 4 & 8 \\ 12 & 5 & 12 & 11 & 8 & 8 & 13 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 8 & 0 & 2 & 6 \\ 13 & 4 & 10 & 4 & 13 & 2 & 6 & 9 \\ 4 & 3 & 5 & 8 & 3 & 6 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

Dire, en justifiant votre réponse, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

1. L'ordre du graphe est égal au plus grand des degrés des sommets.
2. Le graphe G contient un sous-graphe complet d'ordre 3.
3. Les sommets de G peuvent être coloriés avec trois couleurs sans que deux sommets adjacents soient de même couleur.
4. Il est possible de parcourir ce graphe en passant une fois et une seule par chaque arête.
5. Il existe au moins un chemin de longueur 3 qui relie chaque sommet à chacun des sept autres sommets du graphe.
6. il y a 72 chemins de longueur 3 qui relient le sommet e à chacun des huit sommets du graphe.

Partie B

Le graphe précédent représente un réseau de lignes d'autobus. Les sommets du graphe désignent les arrêts. Les poids des arêtes sont les durées de parcours, en minutes, entre deux arrêts (correspondances comprises).



Déterminer, à l'aide d'un algorithme, la durée minimum pour aller de l'arrêt a à l'arrêt h et donner ce trajet.

EXERCICE 3 COMMUN À TOUS LES CANDIDATS **4 points**

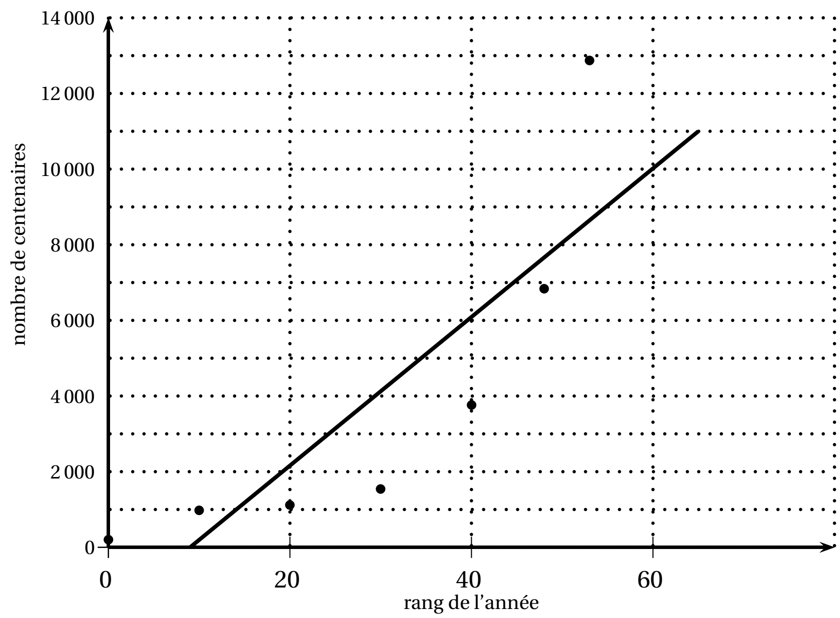
Le tableau suivant donne en France le nombre de centenaires au 1er janvier des années indiquées.

Année	1950	1960	1970	1980	1990	1998	2003
Rang x_i de l'année	0	10	20	30	40	48	53
Nombre y_i de centenaires	200	977	1 122	1 545	3 760	6 840	12 871

1. **a.** Quel est le pourcentage d'augmentation du nombre de centenaires entre le premier janvier 1950 et le premier janvier 1980 ?

   b. Peut-on affirmer que le nombre de centenaires a augmenté en moyenne de près de 10 % par an entre le premier janvier 1990 et le premier janvier 2003 ?

2. Le nuage de points de la série statistique $\left(x_i,\ y_i\right)$ est représenté ci-dessous, ainsi que la droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.



   En utilisant le graphique préciser le nombre de centenaires que l'on peut, avec cet ajustement, prévoir au premier janvier 2010. Ce nombre semble-t-il réaliste par rapport aux valeurs observées ?

3. L'allure du nuage de points invite à chercher un ajustement exponentiel. À cette fin, on pose $z = \ln\left(y_i\right)$.

   a. Recopier et compléter le tableau où les nombres seront arrondis à 10^{-4} près.

Rang x_i de l'année	0	10	20	30	40	48	53
$z_i = \ln(y_i)$							

   b. En utilisant la calculatrice, déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x (les coefficients seront arrondis à 10^{-4} près).

   c. En déduire une estimation du nombre de centenaires que l'on peut, avec cet ajustement exponentiel, prévoir au premier janvier 2010.

EXERCICE 4 COMMUN À TOUS LES CANDIDATS **6 points**

Une entreprise décide, pour la promotion de nouveaux produits, de mener une campagne publicitaire. Elle envisage la distribution d'un dépliant aux consommateurs.
Le but de l'exercice est de déterminer le nombre d'envois permettant à l'entreprise de réaliser un bénéfice maximal.

1. Soit la fonction R définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$R(x) = x\mathrm{e}^{-0,1x+0,1}.$$

 a. Justifier que $R'(x) = (1-0,1x)\mathrm{e}^{-0,1x+0,1}$, où R' désigne la fonction dérivée de R.

 b. Étudier les variations de R, puis dresser son tableau de variations.
 On admettra que $\lim\limits_{x\to+\infty} R(x) = 0$.

2. Une étude préalable a montré que le montant total, en milliers d'euros, des recettes attendues à l'issue de cette campagne peut être estimé par $R(x)$, pour $x \in [1 ; 15]$, où x représente le nombre d'envoi en milliers.

 a. Représenter R sur l'intervalle $[1 ; 15]$ (unités graphiques : 1 cm pour un millier d'envois sur l'axe des abscisses et 1 cm pour un millier d'euros sur l'axe des ordonnées).

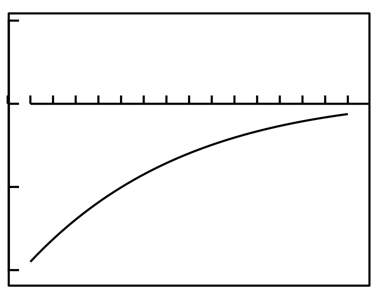
 b. Le coût total en milliers d'euros de cette campagne est $C(x) = 0,4+0,3x$ pour $x \in [1 ; 15]$.
 Représenter cette fonction dans le même repère que celui utilisé pour la fonction R.

3. Le bénéfice envisagé à l'issue de cette campagne publicitaire est donné par $B(x) = R(x)-C(x)$ pour tout réel x de $[1 ; 15]$.

 a. Donner, avec la seule précision que l'on peut obtenir par lecture graphique, les valeurs de x qui assurent un bénéfice positif.

 b. On nomme B' la fonction dérivée de la fonction B.
 Établir que $B'(x) = (1-0,1x)\mathrm{e}^{-0,1x+0,1} - 0,3$.

 c. Soit B'' la fonction dérivée de B'. Voici la courbe représentative de B'' telle qu'elle apparaît à l'écran d'une calculatrice graphique.
 L'axe des abscisses est gradué de 1 en 1 depuis 0 jusqu'à 15. L'axe des ordonnées est gradué de 0,1 en 0,1 de $-0,2$ à 0,1.



 Donner par lecture graphique le signe de B'' puis dresser le tableau de variations de B' sur $[1 ; 15]$.

 d. En déduire que l'équation $B'(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[1 ; 15]$, dont on donnera, à l'aide de la calculatrice, la valeur arrondie à 10^{-2}.

 e. Déterminer, sur $[1 ; 15]$, le signe de $B'(x)$.

4. Quel est le nombre d'envois, arrondi à la dizaine près, nécessaire pour obtenir un bénéfice maximal ? Que vaut alors ce bénéfice ?

Baccalauréat ES Liban juin 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Des éléments de formulaire sont joints au sujet.

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Sur le document réponse n° 1 ci-joint, la courbe $\mathscr{C}_1$ représente, dans le plan muni d'un repère orthogonal, une fonction f définie dans l'intervalle $[-1 ; 6]$.

On sait que la courbe $\mathscr{C}_1$:

- coupe l'axe des ordonnées en le point A, d'ordonnée 3, et l'axe des abscisses en le point B, d'abscisse b,
- admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 2,
- admet la droite T_A pour tangente au point A.

Partie A Étude graphique de la fonction *f*

Répondre sans justification aux questions **A. 1, A. 2, A. 3** et **A. 4** sur le document réponse n° 1.

Partie B Étude de la fonction $g = \ln f$

On étudie maintenant la fonction g qui à x associe $g(x) = \ln[f(x)]$, où ln désigne la fonction logarithme népérien.

Chacune des réponses devra être justifiée avec soin sur la copie.

B. 1 Préciser l'intervalle de définition I de la fonction g.

B. 2 Déterminer la limite de la fonction g quand x tend vers b.

B. 3 Étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle I. Dresser son tableau de variations.

B. 4 Calculer $g'(0)$ puis $g'(2)$;

B. 5 Résoudre, dans I, l'inéquation $g(x) \geqslant -\ln 2$.

On utilisera les résultats de la partie **A**.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les résultats approchés seront donnés sous forme décimale, arrondis à 10^{-3}.
Pour répondre aux questions on pourra s'aider d'arbres pondérés.

Un centre d'entraînement réputé se voit confier de très nombreux chevaux, juments et mâles, spécialisés en trotteurs ou en galopeurs selon leurs aptitudes. Ainsi le centre comprend 62 % de galopeurs, 30 % de juments dont 35 % font du galop.

On définit les évènements suivants :

- J : « Le cheval est une jument »,
- T : « Le cheval est un trotteur ».

Un lad, chargé des soins, choisit au hasard un cheval du centre.

1. Quelle est la probabilité que le cheval choisi soit un trotteur ?
2. **a.** Quelle est la probabilité que le cheval choisi soit une jument qui fasse du galop ?
   b. Quelle est la probabilité que le cheval choisi soit un mâle qui fasse du galop ?
3. Le lad a choisi un mâle. Quelle est la probabilité que ce ne soit pas un trotteur ?
   Tôt le matin, il faut transporter quatre chevaux, du centre d'entraînement à l'hippodrome. Pour cela, un apprenti choisit les chevaux au hasard et de manière indépendante ; on admet que le nombre de chevaux dans ce centre est suffisamment grand pour assimiler le choix dès quatre chevaux à des tirages successifs avec remise.

4. a. Calculer la probabilité qu'il y ait exactement deux trotteurs parmi les quatre chevaux choisis.
   b. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins un galopeur parmi les quatre chevaux choisis.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Lors d'une partie de fléchettes, un joueur envoie une à une des fléchettes vers une cible. La tentative est réussie quand la fléchette atteint la cible, elle échoue dans le cas contraire.
Pour la 1re fléchette, les chances de réussite ou d'échec sont égales.
Pour chaque lancer suivant, la probabilité qu'il réussisse dépend uniquement du résultat du lancer précédent :
- Elle est de $0,7$ quand le lancer précédent atteint la cible;
- Elle est de $0,4$ quand il a échoué.

On note :
- C_n l'évènement « La $n$upe fléchette atteint la cible »,
- E_n l'évènement « Le n^{e} lancer a échoué ».

1. La partie ne comporte que deux fléchettes. Traduire la situation à l'aide d'un arbre pondéré. En déduire la probabilité pour que la 2e fléchette atteigne la cible.
   Dans toute la suite de l'exercice, *n* désigne un entier supérieur ou égal à 1 et on considère que le jeu se déroule avec *n* fléchettes.
   On désigne par c_n la probabilité d'atteindre la cible lors du n^{e} lancer et par e_n la probabilité que ce lancer échoue.
   On note $P_n = [c_n \quad e_n]$ la matrice ligne qui traduit l'état probabiliste lors du n^{e} lancer.
   La matrice $\mathrm{P}_1 = [0,5 \quad 0,5]$ traduit donc l'état probabiliste initial lors du 1e lancer.
2. a. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste.
   b. Donner l'état P_2.
3. a. À l'aide de la relation $P_{n+1} = P_n \times \mathrm{A}$ où A est la matrice de transition $\begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$, exprimer la probabilité c_{n+1} d'atteindre la cible lors du $n+1^{\text{e}}$ lancer en fonction des probabilités c_n et e_n.
   b. Montrer que pour tout entier $n \geqslant 1$, on a $c_{n+1} = 0,3c_n + 0,4$.
4. Soit la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, par $u_n = c_n - \dfrac{4}{7}$.
   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,3.
   b. En déduire u_n puis c_n en fonction de n.
   c. Calculer la limite de c_n quand n tend vers l'infini. Interpréter cette limite.

EXERCICE 3 **10 points**
Commun à tous les candidats

Partie A Étude de propriétés de quelques fonctions

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;\,900]$ par :

$$f(x) = 7\,500\mathrm{e}^{0,002x} \qquad \text{et} \qquad g(x) = 15\mathrm{e}^{0,002x}.$$

1. Montrer que f est une primitive de la fonction g.
2. Soit la fonction h définie sur $[0\,;\,900]$ par $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.
   a. Calculer la limite de h en 0.

b. Calculer la dérivée de h et montrer que la fonction h admet un minimum, noté b, pour une valeur de x, notée a.

Dans le repère orthogonal ci-joint (document réponse n° 2) sont tracées les courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ représentatives des fonctions g et h dans l'intervalle $[0\,;\,900]$ ainsi que la droite (D) d'équation $y = 45$.

3. Montrer que les courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ représentatives des fonctions g et h se coupent au point $I(a\,;\,b)$.

4. a. Résoudre dans $[0\,;\,900]$ l'équation $g(x) = 45$. Soit x_0 la solution de cette équation.

b. Justifier, que l'équation $h(x) = 45$ possède exactement deux solutions x_1 et x_2 dans l'intervalle $]0\,;\,900]$ (x_1 désignera la plus petite des deux solutions, x_2 la plus grande).
Donner une valeur arrondie à l'unité de x_1 et x_2.

5. Montrer que $\displaystyle\int_0^{x_1} [45 - g(x)]\,\mathrm{d}x = f(0)$.

On note E le point d'intersection de la droite (D) avec $\mathscr{C}_g$, R et F les points d'intersection de cette droite (D) avec $\mathscr{C}_h$, tandis que B et L désignent les points d'intersection de l'axe des ordonnées avec respectivement la droite (D) et la courbe $\mathscr{C}_g$.

6. Placer sur l'axe des abscisses les nombres a, x_0, x_1 et x_2.

Partie B Étude de coûts

Rappels :
• Le coût marginal d'une production q assez grande est le coût de l'unité suivante, c'est à dire de la $(q+1)^{\text{e}}$ unité. La fonction « coût marginal » C_m est considérée comme la dérivée de la fonction « coût total » C_T.
• Le coût moyen unitaire d'une production q est le quotient $\dfrac{C_T(q)}{q}$.
Une entreprise peut produire jusqu'à 900 unités par jour.
Ses coûts fixes journaliers s'élèvent à 7 500 € ;
• Toute sa production journalière est vendue au prix unitaire de 45 € ;
• Pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,900]$, le coût marginal de x unités est modélisé par :
$C_m(x) = g(x)$, où g est la fonction définie dans la **partie A**.

1. a. Justifier que le coût total journalier de production est défini par la fonction f étudiée dans la **partie A**.

b. En utilisant le résultat de la question **A.5.**, en déduire le domaine du plan dont l'aire représente les coûts fixes journaliers. (On hachurera le domaine sur le document réponse).

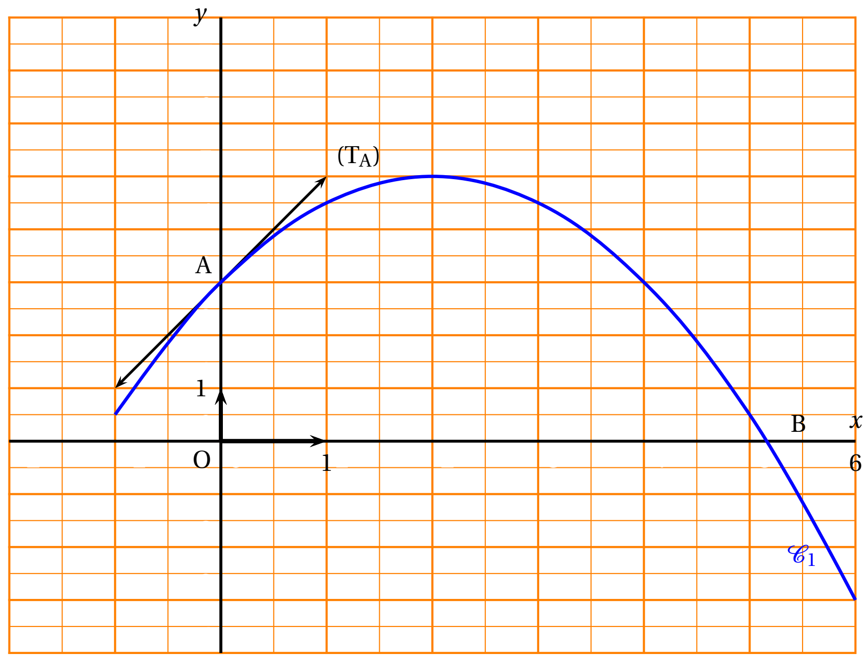
2. Que représente la valeur $h(x)$?

3. Justifier, à partir du graphique, que le bénéfice journalier de l'entreprise est positif lorsque la production est comprise entre x_1 et x_2.

4. a. Calculer, à 10^{-1} près, le bénéfice réalisé sur la fabrication de la 401$^{\text{e}}$ unité. On fera apparaître ce bénéfice sur le graphique.

b. En déduire ce que représente l'aire du domaine, délimité par la droite d'équation $x = x_1$ la droite d'équation $x = x_0$ et les courbes (D) et $\mathscr{C}_g$.

Document-réponse n° 1, à rendre avec la copie (exercice 1)



A.1. Lire graphiquement :

$f(-1) =$; $f(0) =$; $f(2) =$; $f(5) =$; $f(6) =$

A.2. Résoudre graphiquement sur $[-1 ; 6]$.

a. $f(x) = 0$ $\quad x = \cdots$

b. $f(x) \geqslant \dfrac{1}{2}$ $\quad x \in \cdots$

A.3. Déterminer graphiquement :

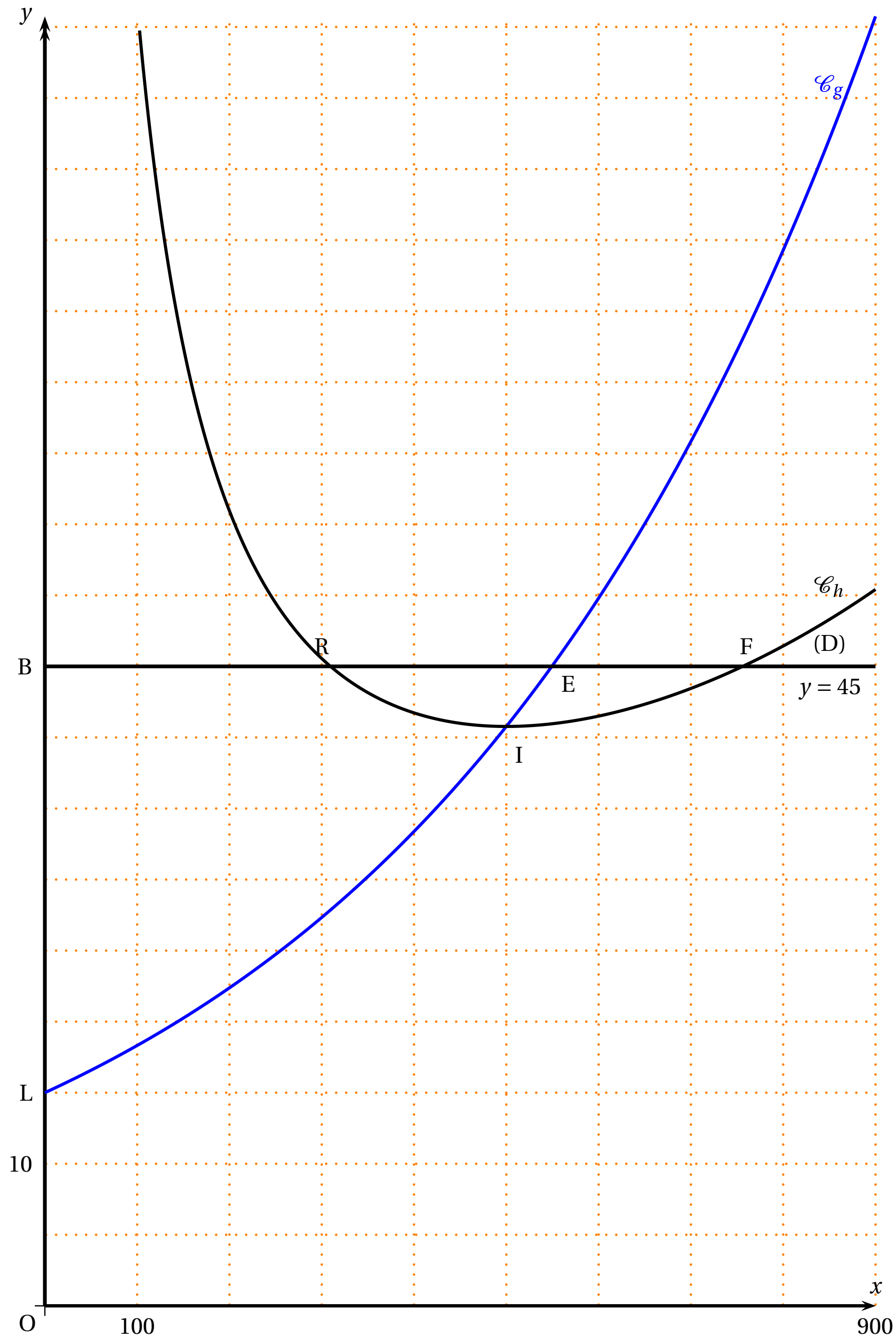
a. $f'(0) =$

b. $f'(2) =$

A.4. Résoudre graphiquement sur $[-1 ; 6]$:

$f'(x) > 0 \quad x \in$

Document-réponse n° 2, à rendre avec la copie (exercice 3)



Baccalauréat ES Polynésie juin 2004

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

L'INED (Institut National d'Études Démographiques) a publié les informations suivantes sur la population française entre 1992 et 2000.

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Population(*)	57,24	57,47	57,66	57,84	58,02	58,21	58,40	58,62	58,62
Nombre moyen d'enfants par femme	1,73	1,65	1,65	1,71	1,73	1,73	1,76	1,79	1,89
Espérance de vie à la naissance des hommes	73,2	73,3	73,7	73,9	74,2	74,6	74,6	74,9	75,2
Espérance de vie à la naissance des femmes	81,4	81,4	81,8	81,9	82	82,3	82,4	82,4	84,7

(*) en millions d'individus, arrondis à la dizaine de milliers.

Chaque question comporte trois propositions repérées par les lettres a, b et c. Pour chaque question, une seule proposition est exacte. Indiquez laquelle en justifiant votre réponse.

1. Le taux d'accroissement (arrondi au millième) de la population française entre 1992 et 2000 est-il de

a. 1,024 ? **b.** $2,4\,\%$? **c.** $0,24\,\%$?

2. En supposant un taux d'accroissement de 1 % tous les cinq ans, à partir de 2000, quel calcul permettrait d'obtenir exactement la population en 2020 ?

a. $58,62 \times 1,01^4$ **b.** $58,62 + 0,05$ **c.** $58,62 + 4 \times 0,5862$.

3. Le taux d'accroissement de l'espérance de vie des femmes, entre 1996 et 2000, est-il

a. plus du triple de celui des hommes ?

b. le triple de celui des hommes ?

c. moins du triple de celui des hommes ?

4. Supposons que l'on ait effectué un ajustement linéaire du nuage de points représentant la population française en fonction des années, selon la méthode des moindres carrés. D'après cet ajustement, l'estimation de la population française en 2004 à 1 million près est-elle

a. 59 ? **b.** 61 ? **c.** 62 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un jeu télévisé propose quatre questions à un candidat. Pour chacune des quatre questions l'animateur propose trois réponses possibles, une seule étant la réponse exacte.

Les questions posées lors du jeu sont indépendantes les unes des autres.

Un candidat retenu pour participer au jeu a une chance sur deux de connaître la réponse exacte à la question posée et, s'il ne connaît pas la réponse exacte, il répond au hasard.

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. L'animateur pose la première question au candidat.
   On considère les évènements :
   H : « le candidat choisit au hasard la réponse à la première question ».
   E : « le candidat répond correctement à la première question ».

   a. Déterminer $P(H)$.

   b. Sachant qu'un candidat répond au hasard à la première question, quelle est la probabilité qu'il réponde correctement ? En déduire $P(E \cap H)$.

   c. Calculer $P(E)$. On pourra s'aider d'un arbre de probabilité.

   d. Un candidat a répondu correctement à la première question. Quelle est la probabilité qu'il ait répondu au hasard à cette question ?

2. On admet que la probabilité qu'un candidat réponde correctement à une question est $\frac{2}{3}$.
   On note X le nombre de réponses exactes à l'issue des quatre questions.

   a. Préciser la nature de la loi de probabilité de X et donner ses paramètres.

   b. Quelle est la probabilité que le candidat réponde correctement aux quatre questions ?

   c. Quelle est la probabilité que le candidat donne au moins une bonne réponse ?

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Étude de l'évolution météorologique d'un jour à l'autre dans une localité.
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions rationnelles.

Partie A

• S'il fait sec aujourd'hui, alors il fera encore sec demain avec la probabilité $\frac{5}{6}$, donc il fera humide demain avec la probabilité $\frac{1}{6}$.

• S'il fait humide aujourd'hui, alors il fera encore humide demain avec la probabilité $\frac{2}{3}$.

Nous sommes dimanche et il fait sec. On s'intéresse à l'évolution météorologique des jours suivants.

1. Construire un arbre de probabilité représentant la situation de dimanche à mercredi.
2. En déduire la probabilité des évènements suivants :
   J : « il fera sec lundi, mardi et mercredi » ;
   K : « il fera sec mardi » ;
   L : « il fera humide mercredi ».

Partie B

1. Soit n un entier naturel, on note :
   s_n la probabilité pour que le jour n, il fasse sec ;
   h_n la probabilité pour que le jour n, il fasse humide ;
   P_n la matrice $(s_n,\ h_n)$ traduisant l'état probabiliste du temps le jour n. Déterminer une relation entre s_n et h_n.
2. **a.** Si le premier dimanche est le jour correspondant à $n = 0$, donner la matrice associée à l'état initial du temps.

   b. Décrire l'évolution de cet état à l'aide d'un graphe probabiliste.
3. La matrice M de ce graphe est $\begin{pmatrix} \frac{5}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

a. Déterminer M^2 (utiliser la calculatrice).

b. Expliquer comment retrouver à l'aide de la matrice M, la situation du mardi étudiée dans la partie A.

4. a. Déterminer l'état stable associé à l'évolution météorologique.

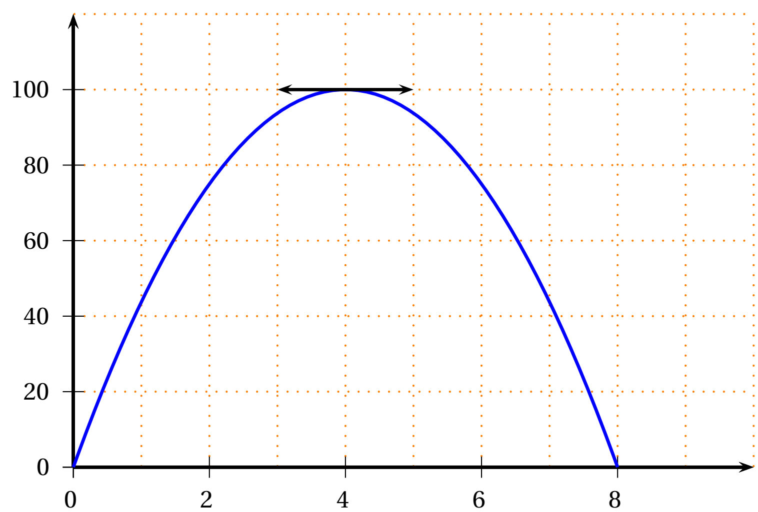
b. En déduire, qu'à long terme, la probabilité qu'il pleuve un certain jour est $\frac{1}{3}$.

EXERCICE 3 **9 points**
Commun à tous les candidats

Dans un cadre économique, on appelle fonction de satisfaction toute fonction f définie sur une partie de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans l'intervalle $[0\,;\,100]$.
On dit qu'il y a « saturation » lorsque la satisfaction est maximale, c'est-à-dire lorsque la fonction f prend la valeur 100.
On définit de plus la fonction « envie » v dérivée de la fonction f ; on a donc $v = f'$.
On dit qu'il y a « envie » lorsque v est positive sinon on dit qu'il y a « rejet ».
Chaque partie traite d'un modèle f différent. Les trois parties sont indépendantes.

Partie A

On donne ci-dessous l'allure de la courbe représentative d'une fonction de satisfaction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,8]$.



1. a. Pour quelle quantité x de produit y a-t-il saturation ?

b. Sur quel(s) intervalle(s) y a-t-il envie ? Y a-t-il rejet ?

2. a. Par lecture graphique, donner $v(4)$.

b. Exprimer $v(x)$ en fonction de x sachant que v est une fonction affine définie sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ vérifiant $v(0) = 50$.

Partie B

La fonction « envie » v pour un salaire dans une entreprise est modélisée, pour tout x de $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$v(x) = \frac{100}{(x+1)^2}$$

où x désigne le salaire annuel d'un employé en milliers d'euros.

1. On rappelle que f est une primitive de la fonction v sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   Sachant que $f(0) = 0$, montrer que $f(x) = \dfrac{100x}{x+1}$.

2. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

   b. Étudier le sens de variations de f sur $[0~;~+\infty[$. Dresser le tableau de variations de f.

   c. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm pour 1 000 euros en abscisse et 1 cm pour 10 en ordonnée.

   d. Interpréter les résultats obtenus (limite et variations de f) en termes de satisfaction.

Partie C

Une agence de voyages propose différents types de formule pour les vacances et décide d'étudier la satisfaction de ses clients concernant la durée en jours d'une croisière.
La fonction de satisfaction f est définie sur l'intervalle $[0\,;50]$ par

$$f(x) = 10x\text{e}^{-0,1x+1}.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0\,;~50]$.

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$.

   b. En déduire le sens de variations de f sur $[~0\,;50]$.

   c. Dresser le tableau de variations de f.

3. Quelle doit être la durée en jours de la croisière pour qu'il y ait saturation ?

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2004 ∾

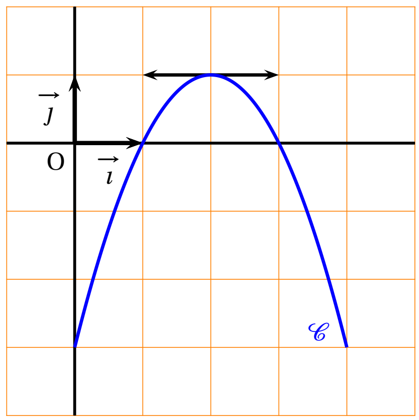
EXERCICE 1 **5 points**

Soit u une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$.
La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la représentation graphique de cette fonction dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. Elle passe par les points de coordonnées respectives $(0\ ;\ -3)$, $(1\ ;\ 0)$, $(2\ ;\ 1)$, $(3\ ;\ 0)$ et $(4\ ;\ -3)$.
Elle admet, au point d'abscisse 2, une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

1. Sans justification

a. Dresser le tableau de variations de la fonction u, en précisant le signe de sa dérivée.

b. Dresser le tableau donnant le signe de la fonction u sur $[0\,;4]$.



2. On considère la fonction $f = \ln \circ u$ (fonction composée de u suivie de ln).
On admet que f est dérivable en tout point où elle est définie.
En justifiant soigneusement votre choix, dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse

a. f est définie sur $]0\ ;\ 4[$.

b. f est positive ou nulle sur son ensemble de définition.

c. $f'(2) = 0$.

d. La droite d'équation $x = 1$ est une asymptote à la courbe représentative de f.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE **5 points**

Pour fabriquer un appareil on utilise successivement et dans cet ordre deux machines M_1 et M_2. La machine M_1 peut provoquer deux défauts d_1 et d_2. Un relevé statistique permet d'estimer que :

- 4 % des appareils présentent le défaut d_1 et lui seul ;
- 2 % des appareils présentent le défaut d_2, et lui seul ;
- 1 % des appareils présentent à la fois les défauts d_1 et d_2.

1. On prélève au hasard un appareil à la sortie de M_1. On note
A l'évènement « l'appareil présente le défaut d_1 » ;
B l'évènement « l'appareil présente le défaut d_2 » ;

a. Calculer les probabilités des évènements A et B notées respectivement $p(A)$ et $p(B)$.
Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

b. Soit D l'évènement « l'appareil présente au moins un défaut ».
Montrer que la probabilité de l'évènement D est égale à 0,07.

c. Quelle est la probabilité pour que l'appareil ne présente aucun défaut.
À la sortie de la machine M_1 les appareils en cours de fabrication passent par la machine M_2 qui peut provoquer un défaut d_3 dans les conditions suivantes :

- 60 % des appareils ayant au moins un défaut en sortant de M_1 présentent le défaut d_3 ;
- 3 % des appareils sans défaut à la sortie de M_1 présentent le défaut d_3.

2. On prélève au hasard un appareil après les passages successifs dans les machines M_1 et M_2.
On note C l'évènement « l'appareil présente le défaut d_3 ».

a. Traduire les informations précédentes à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Quelle est la probabilité qu'un appareil fabriqué soit sans défaut ?

EXERCICE 2 SPÉCIALITÉ 5 points

Lucien, fumeur impénitent, décide d'essayer de ne plus fumer.

S'il ne fume pas un jour donné, la probabilité qu'il ne fume pas le lendemain est 0,3.
Par contre, s'il fume un jour donné, la probabilité qu'il ne fume pas le lendemain est 0, 9.

On note F l'évènement « Lucien fume »et $\overline{F}$ l'évènement contraire.

1. Traduire ces informations à l'aide d'un graphe probabiliste dont les sommets seront notés F et $\overline{F}$.

On admet que la matrice M associée au graphe est $\begin{pmatrix} 0,1 & 0,9 \\ 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}$

2. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, l'état probabiliste le n-ième jour est défini par la matrice ligne $P_n = (a_n \quad b_n)$ où a_n désigne la probabilité que Lucien fume le n-ième jour et b_n la probabilité que Lucien ne fume pas le n-ième jour.

a. On suppose que le premier jour la probabilité que Lucien fume est 0,2.
Déterminer P_1.

b. Calculer M^2 et en déduire P_3.

c. Déterminer P_{n+1} en fonction de P_n et en déduire la probabilité que Lucien fume le $(n+1)$-ième jour en fonction de a_n et b_n.

d. On considère la matrice ligne $P = (a \quad b)$ où a et b sont deux réels tels que $a + b = 1$.
Déterminer a et b pour que $P = PM$.
En déduire la limite de a_n quand n tend vers $+\infty$.

EXERCICE 3 10 points

Une entreprise a lancé sur le marché un produit informatique en 1990.
Une étude statistique a permis d'établir les taux des ménages équipés entre 1993 et 2002.
Les résultats de cette étude sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Année	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Rang de l'année t_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Taux de ménages équipés y_i	0,20	0,22	0,32	0,34	0,35	0,43	0,48	0,49	0,53	0,60

Cette entreprise doit prévoir une reconversion dès que 90 % des ménages seront équipés, c'est-à-dire dès que le taux des ménages équipés sera égal à 0,9.
Pour faire cette étude prévisionnelle, elle envisage deux types d'ajustement.
Dans tout le problème, le plan est muni d'un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
(Unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses, 20 cm sur l'axe des ordonnées).
Les parties B *et* C *peuvent être traitées indépendamment de la partie* A.

Partie A - Ajustement affine

1. Représenter en couleur le nuage de points associé à la série statistique $\left(t_i,\ y_i\right)$ dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
2. Donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en t par la méthode des moindres carrés. On ne demande pas le détail des calculs et les valeurs seront arrondies à 10^{-3}.
3. Représenter D dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
4. Pourquoi cet ajustement ne permet-il pas d'effectuer des prévisions après l'année 2011 ?

Partie B - Ajustement logistique

On suppose que la situation est modélisée par la fonction f, définie et dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$, telle que

$$f(t) = \frac{1}{1+4\text{e}^{-0,2t}}.$$

Le nombre $f(t)$ donne en fonction du rang t de l'année le taux des menages équipés.
On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Calculer la limite de f en $+\infty$ et en déduire que $\mathcal{C}$ admet une asymptote notée Δ dont on donnera une équation.
2. Vérifier que, pour tout réel t de $]0\ ;\ +\infty[$, $f'(t) = \dfrac{0,8\text{e}^{-0,2t}}{\left(1+4\text{e}^{-0,2t}\right)^2}$.

   En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variations.
3. Tracer $\mathcal{C}$ et Δ dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
4. Résoudre algébriquement l'inéquation $f(t) \geqslant 0,9$.

Partie C - Application

Dans cette partie, les pourcentages seront arrondis à l'unité.
On suppose que $f(t)$ est une approximation satisfaisante, au moins jusqu'en 2013, du taux des ménages équipés de ce produit informatique.
À l'aide de cette approximation et des résultats de la **partie B**, déterminer :

1. Le pourcentage des ménages équipés de ce produit informatique en 2008.
2. L'année à partir de laquelle 90 % des ménages seront équipés.

∽ Baccalauréat ES Métropole–La Réunion septembre 2004 ∾

EXERCICE 1 **7 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie pour tout x élément de $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 30\mathrm{e}^{-5x}.$$

Soit g la fonction définie pour tout x élément de $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = \mathrm{e}^{5x} + 1.$$

On admet que f et g sont dérivables sur $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
2. Démontrer que la fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
3. Tracer sur la copie dans un même repère orthogonal les représentations graphiques des fonctions f et g sur l'intervalle $[0\,;0{,}5]$ (on prendra 20 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées).
4. Le but de cette question est de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$(\mathrm{E}) \quad : \quad f(x) = g(x).$$

   a. Montrer que (E) s'écrit aussi : $\left(\mathrm{e}^{5x}\right)^2 + \mathrm{e}^{5x} - 30 = 0$.

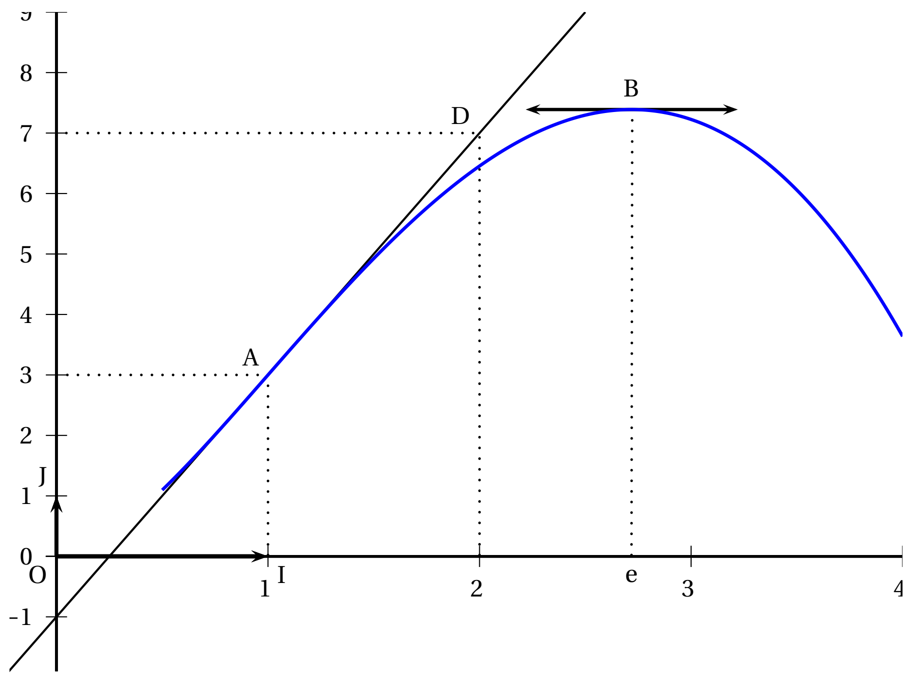
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $X^2 + X - 30 = 0$.

   c. En déduire que $\dfrac{\ln 5}{5}$ est l'unique solution de l'équation (E).

5. Dans cette question, on considère la partie du plan située au dessus de l'axe des abscisses.
   Hachurer sur le graphique de la **question 3.** le domaine situé à la fois sous la courbe de f et sous la courbe de g, et limité par les droites d'équation $x = 0$ et $x = 0{,}5$.
   Calculer, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ de ce domaine. Donner la valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}$ puis une valeur approchée à 10^{-1} près.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère une fonction f définie et dérivable sur $[0{,}5\,;\,4]$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal (0, I, J). La courbe $(\mathscr{C})$ est représentée ci-dessous.
La courbe $(\mathscr{C})$ passe par le point A et admet la droite (AD) pour tangente en A.
La courbe $(\mathscr{C})$ passe par le point B, d'abscisse e, et en B elle admet une tangente horizontale. On rappelle que e est le nombre réel tel que $\ln \mathrm{e} = 1$.



1. En utilisant les données graphiques, donner sans justification
   a. le nombre de solutions sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,4]$ de l'équation $f(x) = 6$, et une valeur approchée à 0,25 près des solutions éventuelles.
   b. Le signe de la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,4]$.
   c. Les valeurs de $f'(1)$ et $f'(\mathrm{e})$.
2. Justifier que : $3 \leqslant \displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 7$.
3. Soit h, g et j les fonctions définies pour tout réel x de l'intervalle $[0{,}5\,;\,4]$ respectivement par :

$$h(x) = (4x)(1 - \ln x) \qquad g(x) = \frac{\mathrm{e}}{x} - 1 \qquad j(x) = \frac{2}{\mathrm{e}-1}(x-\mathrm{e})(x-3).$$

   Parmi ces trois fonctions, deux ne peuvent pas être la dérivée de la fonction f. Lesquelles ? Pourquoi ?

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère une grande population d'acheteurs de yaourts.
On suppose que l'effectif de cette population est stable.

Une entreprise commercialise des yaourts sous la marque Y.
30 % des acheteurs de yaourts achètent la marque Y.
L'entreprise décide de faire une campagne publicitaire pour améliorer ses ventes.
Au bout d'une semaine, une enquête indique que :

- 20 % des acheteurs de yaourts qui achetaient la semaine précédente des yaourts des autres marques achètent maintenant des yaourts Y.
- 10 % des acheteurs de yaourts qui achetaient la semaine précédente des yaourts Y achètent maintenant des yaourts des autres marques.

L'entreprise continue sa campagne publicitaire. On fait l'hypothèse que l'évolution des résultats obtenus à l'issue de la première semaine de campagne publicitaire est la même les semaines suivantes.

1. Dessiner le graphe probabiliste correspondant à cette situation.

2. Soit $X_0 = \begin{pmatrix}0,3 & 0,7\end{pmatrix}$ la matrice ligne décrivant l'état initial de la population.

a. Donner la matrice de transition (notée A) associée au graphe précédent.

b. Déterminer la probabilité qu'un acheteur de yaourts choisi au hasard après deux semaines de campagne publicitaire, achète des yaourts de la marque Y.

3. On admet que pour tout entier naturel n on a : $A^n = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)0,7^n & \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)0,7^n \\ \frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3}\right)0,7^n & \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)0,7^n \end{pmatrix}$.

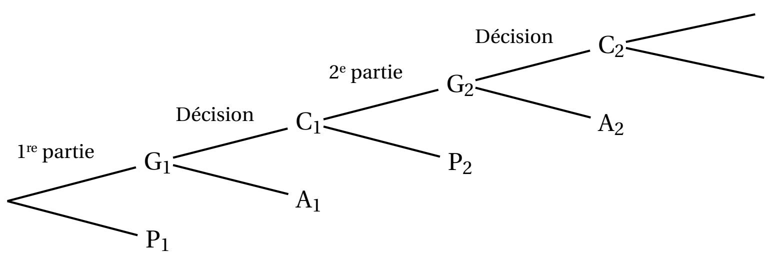
Avec l'hypothèse ci-dessus, l'entreprise peut-elle espérer atteindre une part de marché de 70 % ? Justifier.

EXERCICE 3 — 8 points

Commun à tous les candidats

Un jeu télévisé se déroule sur quatre semaines maximum, et est organisé de la manière suivante :
Un candidat se présente la première semaine et joue une partie.
S'il la gagne, il a la possibilité de poursuivre en deuxième semaine ou de s'arrêter.
S'il la perd, il est éliminé.
Le même processus s'applique en deuxième et troisième semaine.
À l'issue de la quatrième partie le jeu s'arrête, que le candidat ait gagné ou perdu.
Un candidat ayant joué et gagné les quatre parties est déclaré « grand gagnant ». On admet que pour un candidat donné, la probabilité de gagner une partie est la même chaque semaine et vaut $\frac{3}{5}$. On admet également, qu'un candidat ayant gagné une partie décide d'arrêter le jeu avec une probabilité de $\frac{1}{10}$.

1. On a dessiné le début d'un arbre modélisant le fonctionnement du jeu, pour un candidat donné. Compléter sur la feuille ANNEXE (à rendre avec la copie) l'arbre identique à celui-ci, et indiquer sur chaque branche les probabilités correspondantes.



G_1 désigne l'évènement : « le candidat gagne la première partie ».
P_1 désigne l'évènement : « le candidat perd la première partie ».
C_1 désigne l'évènement : « le candidat décide de continuer le jeu après la première partie ».
A_1 désigne l'évènement : « le candidat décide d'arrêter le jeu après la première partie ».
On définit de même les évènements G_2, G_3, G_4, P_2, P_3, P_4, A_2 et A_3.

2. Calculer la probabilité que le candidat gagne la première partie et arrête le jeu.

3. Montrer que la probabilité que le candidat arrête le jeu après avoir gagné la deuxième partie est 0,032 4.

4. Calculer la probabilité que le candidat soit « grand gagnant » (donner une valeur approchée à 10^{-1} près).

5. On attribue un gain de 100 € à un candidat qui gagne la première partie et décide d'arrêter le jeu. On attribue un gain de 1 000 € à un candidat qui a gagné les deux premières parties et décide d'arrêter le jeu. On attribue un gain de 10 000 € à un candidat qui a gagné les trois premières parties et décide d'arrêter le jeu. On attribue un gain de 100 000 € à un candidat « grand gagnant ».

Dans tous les autres cas, le candidat a perdu et ne gagne rien. On donne le tableau suivant dont une case n'a pas été remplie :

Gain	0 €	100 €	1 000 €	10 000 €	100 000 €
Probabilité (exacte ou arrondie)		0,06	0,032 4	0,017 5	0,094 5

a. Que vaut la probabilité manquante ? Justifier la réponse.

b. Donner une valeur approchée de l'espérance mathématique du gain à 1 € près.

c. Interpréter ce résultat.

Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Le tableau suivant donne les indices des prix à la consommation pour les années 1990 à 1997.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Indice y_i	100	103,2	105,7	107,9	109,7	111,6	113,8	115,2

Source Insee

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal (2 cm représente une année en abscisse et 1 cm représente un point d'indice en ordonnée ; faire débuter la graduation à 100 sur l'axe des ordonnées).

   Calculer les coordonnées du point moyen et placer ce point.

2. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine D par la méthode de moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-1} près). Représenter la droite D dans le repère précédent.

3. On envisage l'ajustement du nuage par une branche de parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$, et l 'on cherche les trois nombres a, b et c. Pour cela on pose $z_i = \sqrt{1198 - 10y_i}$.

   Une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés est alors : $z = -x + 14$.

   a. Vérifier que $y = -0,1x^2 + 2,8x + 100,2$.

   b. Dans le repère précédent, et sans étudier la fonction correspondante, tracer la branche de parabole d'équation $y = -0,1x^2 + 2,8x + 100,2$ pour x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,7]$.

   c. En choisissant ce dernier ajustement, quelle prévision de l'indice des prix à la consommation pouvait-on faire fin 1997 pour 1998 ?

   d. On sait aujourd'hui que l'indice des prix à la consommation en 1998 était de 116. Calculer le pourcentage de l'erreur commise en utilisant la prévision trouvée en **3. c.**.

Exercice 2 **5 points**
(pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Un magasin vend des salons de jardin.
Une enquête statistique a montré que :

— 10 % des personnes qui entrent dans le magasin achètent une table ;
— parmi les personnes qui achètent une table, 80 % achètent un lot de chaises ;
— parmi les personnes qui n'achètent pas de table, 10 % achètent un lot de chaises.

Une personne entre dans le magasin.
On note T l'évènement : « La personne achète une table »
On note C l'évènement : « La personne achète un lot de chaises »

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau la situation décrite ci-dessus.

2. **a.** Montrer que la probabilité que la personne achète un lot de chaises est égale à 0,17.

   b. Quelle est la probabilité que la personne n'achète pas de table sachant qu'elle a acheté un lot de chaises ?

3. À la fin de la journée, le directeur du magasin constate qu'il a réalisé en moyenne un bénéfice de 11,80 € par personne entrant dans le magasin.

   On sait que le directeur a fait un bénéfice de 50 € par table vendue.

   On appelle x le bénéfice exprimé en euros qu'il a réalisé par lot de chaises vendues. On se propose de calculer x.

a. Reproduire et compléter le tableau suivant définissant la loi de probabilité « montant du bénéfice réalisé par personne entrant dans le magasin ».

Montant du bénéfice	0	50	x	$50+x$
Probabilité				

b. Montrer que l'espérance mathématique de cette loi est égale à $5+0,17x$.

c. Conclure.

EXERCICE 2 **5 points**

(pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

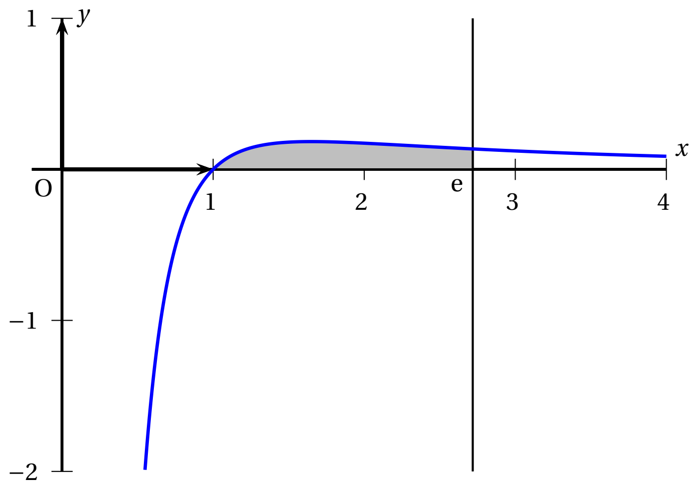
Au cours de la première semaine de l'année scolaire, un professeur propose aux élèves de sa classe le choix entre deux sorties pédagogiques une sortie A et une sortie B.
20 % des élèves de la classe sont favorables à la sortie A et tous les autres élèves sont favorables à la sortie B.
Les arguments des uns et des autres font évoluer cette répartition en cours d'année.
Ainsi 30 % des élèves favorables à la sortie A et 20 % des élèves favorables à la sortie B changent d'avis la semaine suivante.
On note :
a_n la probabilité qu'un élève soit favorable à la sortie A la semaine n;
b_n la probabilité qu'un élève soit favorable à la sortie B la semaine n;
P_n la matrice $(a_n\ ;\ b_n)$ traduisant l'état probabiliste la semaine n.

1. Déterminer l'état initial P_1.
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste.
3. En déduire que $P_{n+1} = P_n \times \text{M}$ où M est la matrice $\begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$
4. Déterminer l'état probabiliste P_3 et en déduire la probabilité qu'un élève soit favorable à la sortie A la troisième semaine.
5. Déterminer le réel x tel que $(x\ ;\ 1-x) \times \text{M} = (x\ ;\ 1-x)$.
   On admet que la suite (a_n) est croissante. La sortie A finira-t-elle par être préférée à la sortie B ?

EXERCICE 3 **6 points**

La figure ci-dessous représente la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$$

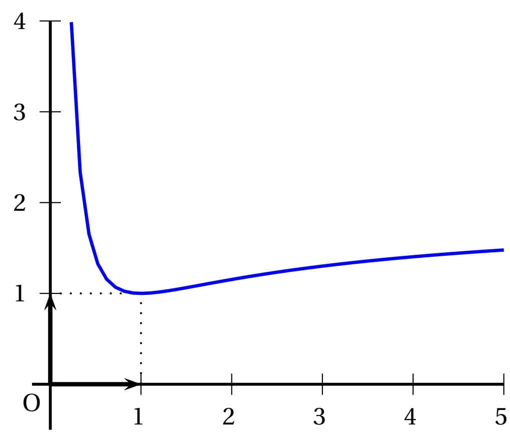


Graphique n° 1

1. **a.** Démontrer que la fonction présente un maximum en $x = \sqrt{\text{e}}$ et qu'il vaut $\dfrac{1}{2\text{e}}$.

   b. Donner le signe de $f(x)$ sur $]0\,;\,+\infty[$.

2. Une primitive F de la fonction f est représentée ci-dessous :



Graphique n° 2

Elle vérifie de plus $F(\text{e}) = \dfrac{2\text{e}-2}{\text{e}}$, $F\left(\sqrt{\text{e}}\right) = 2 - \dfrac{3}{2\sqrt{\text{e}}}$.

   a. Les variations de la fonction F semblent-elles cohérentes avec le résultat de la question **1. b.** ? Justifier votre réponse.

   b. Donner, en le justifiant le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentant F au point d'abscisse $\sqrt{\text{e}}$.

   c. Exprimer, en unités d'aire, l'aire de la partie grisée sur le graphique n° 1.

   d. La fonction G définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $G(x) = \dfrac{-1-\ln x}{x}$ est une primitive de la fonction f.

   Exprimer $F(x)$ en fonction de x, pour $x \in]0\,;\,+\infty[$.

EXERCICE 4 **4 points**

Soit f la fonction de la variable réelle définie sur $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = \frac{90}{2 + \mathrm{e}^{-x}}.$$

1. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[0\,;\,10]$.
2. Calculer $f(0)$ et $f(10)$.
3. Déduire des questions précédentes que l'équation $f(x) = 44$ admet exactement une solution dans l'intervalle $[0\,;\,10]$. Donner un encadrement de cette solution par deux entiers consécutifs.
4. **a.** Vérifier que $f(x) = 45\dfrac{2\mathrm{e}^x}{2\mathrm{e}^x + 1}$ et en déduire une primitive de f sur $[0\,;\,10]$.

   b. Montrer que $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 45\ln\left(\frac{2\mathrm{e}^2 + 1}{3}\right)$.
5. Soit g la fonction de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \dfrac{90}{2 + \mathrm{e}^{-x}}$.

   La fonction g peut modéliser l'évolution des exportations d'une entreprise, x étant le temps écoulé en années depuis le 01/01/2000 et $g(x)$ étant le montant des exportations en millions d'euros de l'année correspondante.

   a. Quel est le montant des exportations de l'entreprise au 01/01/2000 ?

   b. En quelle année les exportations dépasseront-elles 44 millions d'euros ?

   L'entreprise peut-elle espérer que ses exportations dépasseront 45 millions d'euros sur l'une des onze années 2000 à 2010 ?

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2004

EXERCICE 1 **3 points**

x	$-\infty$		-2		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0		$+$		
variation de f	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1	↗	0	↗	$+\infty$

On a donné le tableau de variations d'une fonction f définie sur $]-\infty\ ;\ -2[\cup]-2\ ;\ +\infty[$, où α est le nombre réel strictement supérieur à 1 tel que $f(\alpha)=0$.

On appelle $\mathscr{C}$ la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

Dire pour chacune des cinq affirmations suivantes si elle est VRAIE ou si elle est FAUSSE ou si ON NE PEUT PAS CONCLURE. Aucune justification n'est demandée.

Le barème est le suivant :

— 0,5 point par réponse exacte;
— 0,25 point par réponse fausse;
— 0 point pour absence de réponse.

Cet exercice sera noté entre 0 et 3; il n'y aura pas de note globale négative.

1. La droite d'équation $y=-2$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
2. L'équation $f(x)=1$ admet exactement deux solutions.
3. $f(x)\leqslant 0$ pour tout $x\in\ ]-5\ ;\ -2[$.
4. Sachant que α appartient à l'intervalle $]1\ ;\ 2[$, on a $\displaystyle\int_{\alpha}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x<0$.
5. Les primitives de f sont croissantes sur l'intervalle $[1\ ;\ \alpha]$.
6. Si $-2<x<1$ et $\alpha<x'$ alors $f(x)<f(x')$.

EXERCICE 2 **4 points**

Pour chacune des questions suivantes, indépendantes les unes des autres, il est proposé quatre réponses dont une seule est exacte. Donnez la bonne réponse en justifiant votre choix.

1. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\ln\left(2+\frac{3}{x}\right)=L$

   A. $L=0$ **B.** $L=\ln 2$ **C.** $L=\ln 5$ **D.** $L=0,7$.

2. La courbe représentative de la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x)=x-2+\dfrac{3\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x-1}$ admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation :

   A. $y=x+1$ **B.** $y=x-2$ **C.** $y=x$ **D.** $y=3$.

3. $I=\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x+1}\,\mathrm{d}x$.

   A. $I=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^3-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}$ **B.** $I=\mathrm{e}^3-1$ **C.** $I=0$ **D.** $I=2\mathrm{e}^3-2\mathrm{e}$.

4. Dans un lycée 45 % des élèves de terminale sont des garçons. Les élèves de ce lycée étudient l'anglais, l'allemand ou l'espagnol en première langue vivante.

- 70 % des élèves étudient l'anglais,
- 20 % des garçons étudient l'allemand,
- 40 % des élèves qui étudient l'anglais sont des garçons,
- il y a autant de garçons que de filles qui étudient l'espagnol.

À l'aide d'un tableau ou d'un arbre, répondre aux questions suivantes :

a. Quel est le pourcentage des garçons qui étudient l'anglais ?

A. 42 % **B.** 28 % **C.** 18 % **D.** 52 %

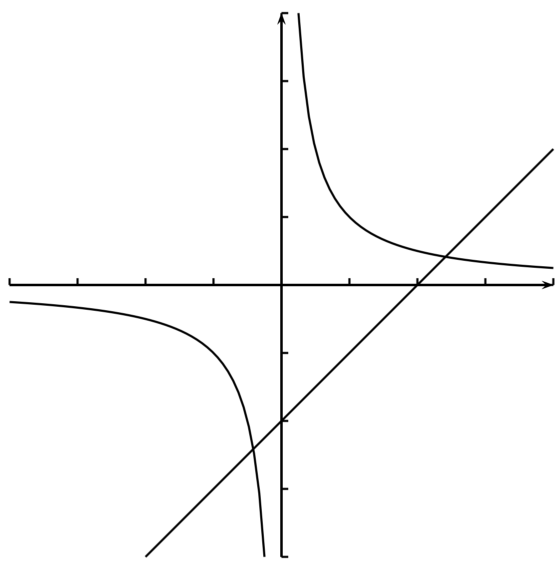
b. On choisit au hasard la fiche d'un élève parmi ceux qui ne pratiquent pas l'allemand. Quelle est la probabilité que ce soit une fille qui étudie l'espagnol ?

A. $\frac{2}{7}$ **B.** $\frac{4}{43}$ **C.** $\frac{8}{55}$ **D.** $\frac{5}{16}$.

EXERCICE 3 **5 points**
pour les candidats n'ayant pas suivi la spécialité

Soit l'équation (E) : $\frac{1}{x} = x - 2$ où l'inconnue est un réel de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

1. Un élève a représenté sur sa calculatrice l'hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$ et la droite d'équation $y = x - 2$.



Au vu du graphique ci-dessus obtenu à l'écran de sa calculatrice, combien l'équation (E) semble-t-elle admettre de solutions sur $]0\,;\,+\infty[$?

2. Un second élève considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = x - 2 - \frac{1}{x}.$$

a. Déterminer les limites de g aux bornes de l'ensemble de définition.

b. On note g' la fonction dérivée de g. Calculer $g'(x)$. Montrer que g est strictement croissante sur $]0\,;\,+\infty[$.

c. En déduire le nombre de solutions de l'équation (E) et en donner, à l'aide de la calculatrice, un encadrement d'amplitude 10^{-2}.

3. Un troisième élève dit : « Je peux résoudre l'équation (E) algébriquement ». Justifier, en résolvant l'équation (E), que ce troisième élève a raison.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi la spécialité

Pour modéliser la production d'une entreprise les économistes utilisent des fonctions qui suivent le modèle dit de Cobb-Douglas : $z = Ax^{\alpha}y^{\beta}$ (A, α, β réels strictement positifs), où z désigne une quantité obtenue à partir de deux quantités variables x et y.

Partie A

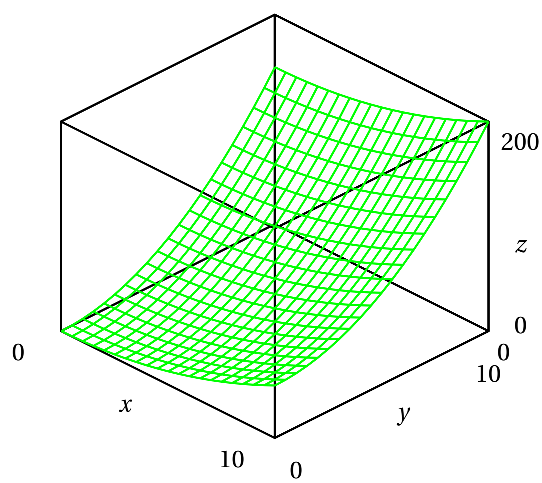
On considère les fonctions f et h définies pour $x \in [0 ; 10]$ et $y \in [0 ; 10]$ respectivement par

$$f(x\,;\,y) = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad h(x\,;\,y) = \frac{1}{4}x^2y.$$

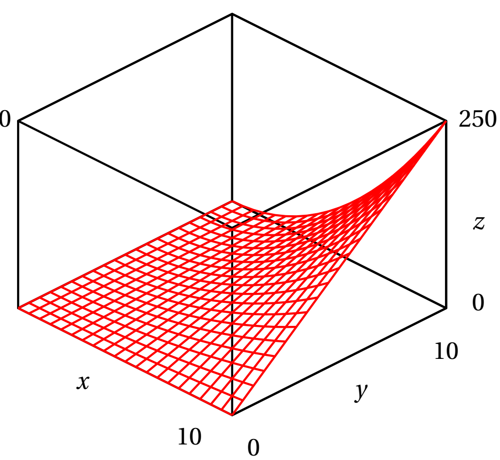
1. Vérifier que f et h sont deux fonctions de Cobb-Douglas en donnant pour chacune d'elles les valeurs A, α, β.

2. Les représentations graphiques de f et h figurent parmi les trois représentations graphiques ci-dessous.

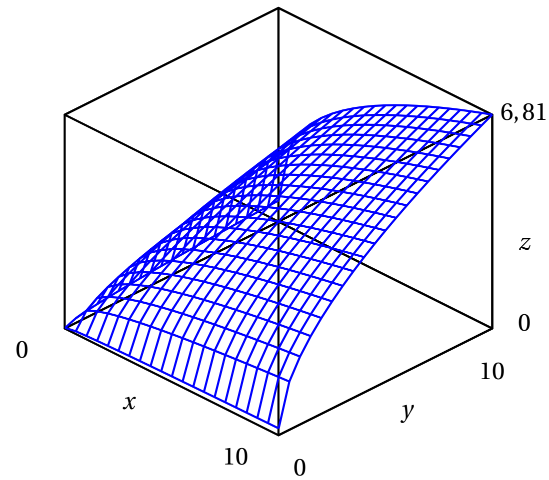
Associer à chaque fonction sa représentation graphique. Les choix seront justifiés.



représentation 1



représentation 2

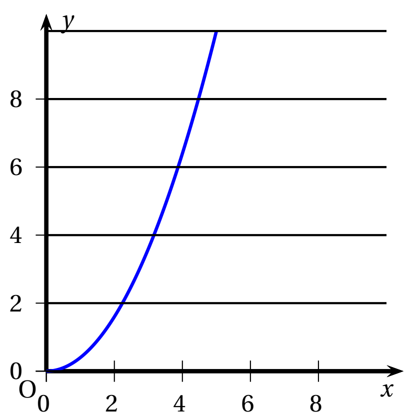


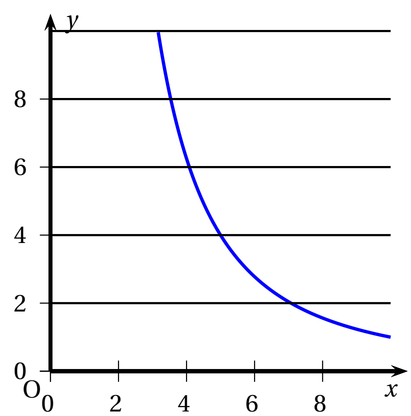
représentation 3

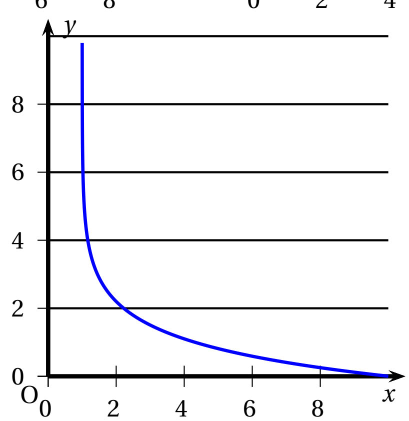
Partie B

La fabrication d'un produit dépend des durées de fonctionnement de deux machines M et M′. Les durées de fonctionnement des machines M et M′ exprimées en centaines d'heures sont respectivement égales à x et y. La quantité produite, exprimée en tonnes, est $z = h(x,\ y)$, où h est la fonction définie à la **partie A**.

1. Dans cette question la quantité produite est fixéeà 25 tonnes.
Quelle est, parmi les trois représentations graphiques suivantes, celle de la section du plan d'équation $z = 25$ avec la surface d'équation $z = \frac{1}{4}x^2 y$?







2. Les horaires de travail font que la somme des durées de fonctionnement des deux machines M et M′ est de huit centaines d'heures.

   a. Montrer que $z = 2x^2 - \dfrac{1}{4}x^3$.

   b. Soit la fonction g définie par $g(x) = 2x^2 - \dfrac{1}{4}x^3$ pour $x \in [0~;~8]$.

   Étudier les variations de g et en déduire les durées de fonctionnement x et$y$ qui assurent une production maximum.

EXERCICE 4 — 8 points

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x\mathrm{e}^x - 1.$$

1. **a.** On admet que la limite de g en $-\infty$ est -1. Le tableau ci-dessous est le tableau de variations de g. Justifier toutes les affirmations qui sont notées dans ce tableau :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	$\searrow$	$-\dfrac{1}{\mathrm{e}} - 1$	$\nearrow$	$+\infty$

   b. On admet que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

2. On note f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x - \ln x.$$

   a. Étudier la limite de f en 0.

   b. Vérifier que, pour $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$, où f' est la fonction dérivée de f.

   c. Dresser le tableau de variations de f, en admettant que la limite de f en $+\infty$ est $+\infty$.

3. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal. Prendre 4 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.

   Tracer $\mathscr{C}$, en prenant 0,6 comme valeur approchée de α.

4. On note $\mathscr{D}$ l'ensemble des points $M(x~;~y)$ du plan muni du repère ci-dessus tels que : $\dfrac{1}{2} \leqslant x \leqslant 1$ et $0 \leqslant y \leqslant f(x)$.

   a. Hachurer l'ensemble $\mathscr{D}$.

   b. Vérifier que la fonction U définie sur $]0~;~+\infty[$ par $U(x) = x\ln x - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien.

   c. En déduire une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.

   d. Calculer l'aire de $\mathscr{D}$ en unités d'aire. Puis en donner une valeur approchée en cm^2 à 10^{-2} près.

Baccalauréat ES 2005

L'intégrale de mars à novembre 2005

∾ Baccalauréat ES Pondichéry 31 mars 2005 ∾

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une résidence de vacances propose deux types d'appartements (studio et deux-pièces) à louer à la semaine. L'appartement doit être restitué parfaitement propre en fin de séjour.
Le locataire peut décider de le nettoyer lui-même ou peut choisir l'une des deux formules d'entretien suivantes : la formule Simple (nettoyage de l'appartement en fin de séjour par le personnel d'entretien) ou la formule Confort (nettoyage quotidien du logement durant la semaine et nettoyage complet en fin de séjour par le personnel d'entretien).
Le gestionnaire a constaté que :

- 60 % des locataires optent pour un studio et parmi ceux-ci 20 % ne souscrivent aucune formule d'entretien ;
- La formule Simple a beaucoup de succès : elle est choisie par 45 % des locataires de Studio et par 55 % des locataires de deux-pièces ;
- 18 % des locataires ne souscrivent aucune formule.

On rencontre un résident au hasard.
Soit S l'évènement « Le résident a loué un studio »
A l'évènement « Le résident a souscrit la formule Simple »
B l'évènement « Le résident a souscrit la formule Confort »
R l'évènement « Le résident n'a souscrit aucune formule d'entretien »

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. **a.** Quelle est la probabilité que le résident ait loué un deux-pièces ?
   b. Calculer $P_S(B)$.
3. **a.** Calculer $P(R \cap S)$; en déduire $P\left(R \cap \overline{S}\right)$.
   b. Le résident a loué un deux-pièces. Montrer que la probabilité qu'il assure lui-même le nettoyage de son appartement est 0,15.
4. Le gestionnaire affirme que près de la moitié des résidents choisit la formule Simple. Présenter les calculs qui justifient son affirmation.
5. La location d'un studio à la semaine coûte 350 euros, celle d'un deux-pièces 480 euros.
   La formule Simple coûte 20 euros et la formule Confort 40 euros.
   Soit L le coût de la semaine (loyer et entretien) ; il prend différentes valeurs L_i. On désigne par p_i, la probabilité que le coût de la semaine soit égal à L_i.
   a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

L_i	350	370	390	480	500	520
p_i	0,12		0,21			0,12

   b. Calculer l'espérance de L. En donner une interprétation.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des cinq questions, une et une seule affirmation est exacte.
Indiquez sur votre copie le numéro de la question et recopiez l'affirmation exacte sans justifier votre choix.

Barème : À chaque question est attribué 1 *point.*
Une réponse inexacte enlève 0,5 *point.*
Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

Soit f la fonction définie sur $]4\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = -2x + 1 - \frac{8}{x-4}$$

et Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormal du plan.

1. Une autre expression de $f(x)$ est
- $f(x) = -2x + 1 - \dfrac{2}{x-1}$
- $f(x) = \dfrac{2x^2 - 9x + 12}{4-x}$
- $f(x) = \dfrac{2x^2 + 9x - 2}{x-4}$

2. Soit f' la fonction dérivée de f sur $]4\ ;\ +\infty[$. Une expression de $f'(x)$ est
- $f'(x) = -2 - \dfrac{8}{(x-4)^2}$
- $f'(x) = \dfrac{(2-x)(x-6)}{(x-4)^2}$
- $f'(x) = \dfrac{-2x^2 + 16x - 24}{(x-4)^2}$

3. La courbe Γ admet pour asymptote
- la droite d'équation $y = 4$
- la droite d'équation $x = 4$
- la droite d'équation $y = 4x$

4. La droite d'équation $y = -2x + 1$ est
- asymptote à la courbe Γ
- située en dessous de la courbe Γ
- tangente à la courbe Γ.

5. La fonction $x \longmapsto F(x)$ donnée par
- $F(x) = -x^2 + x + 8(x-4)^2$
- $F(x) = -x^2 + x + 8\ln(x-4)$
- $F(x) = -x^2 + x - 8\ln(x-4)$

est une primitive de f sur $]4\ ;\ +\infty[$.

EXERCICE 3 — 4 points

Commun à tous les candidats

L'objet de cet exercice est de démontrer le résultat suivant : $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right) = 0$.

Partie A : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \ln x - \sqrt{x}$.

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que l'on a : $f'(x) = \dfrac{2-\sqrt{x}}{2x}$.
2. En déduire le tableau de variations de f sur $]0\ ;\ +\infty[$ (les limites aux bornes ne sont pas demandées).
3. Justifier alors que, pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$, on a : $\ln x < \sqrt{x}$.

Partie B : Utilisation des théorèmes de comparaisons

1. Démontrer que, pour tout réel x strictement supérieur à 1, on a :
   $0 < \dfrac{\ln x}{x} < \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.
2. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$. En déduire $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x}\right)$.

   On rappelle que la dérivée de la fonction $x \longmapsto \sqrt{x}$ *est* $x \longmapsto \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne la population d'une ville nouvelle entre les années 1970 et 2000.

Année	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Rang de l'année x	0	5	10	15	20	25	30
Population en milliers d'habitants y	18	21	25	30	36	42	50

Le nuage de points associé à ce tableau est représenté graphiquement sur l'annexe jointe le rang x de l'année est en abscisse et la population y en ordonnée.
Cette annexe sera complétée au fur et à mesure des questions et rendue avec la copie.

Partie A : Un ajustement affine

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).
   Tracer cette droite sur le graphique donné en annexe.
2. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2003, à un millier près.

Partie B : Un ajustement exponentiel

1. L'allure du nuage incite à chercher un ajustement par une fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = a\mathrm{e}^{bx}$ où a et b sont des réels.
   Déterminer a et b tels que $f(0) = 18$ et $f(30) = 50$. On donnera une valeur arrondie de b au millième.
2. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2003, à un millier près.
3. Tracer la courbe représentative de f sur le graphique donné en annexe.
4. La population en 2003 était de 55 milliers. Lequel des deux ajustements vous semble le plus pertinent ? Justifier votre choix.

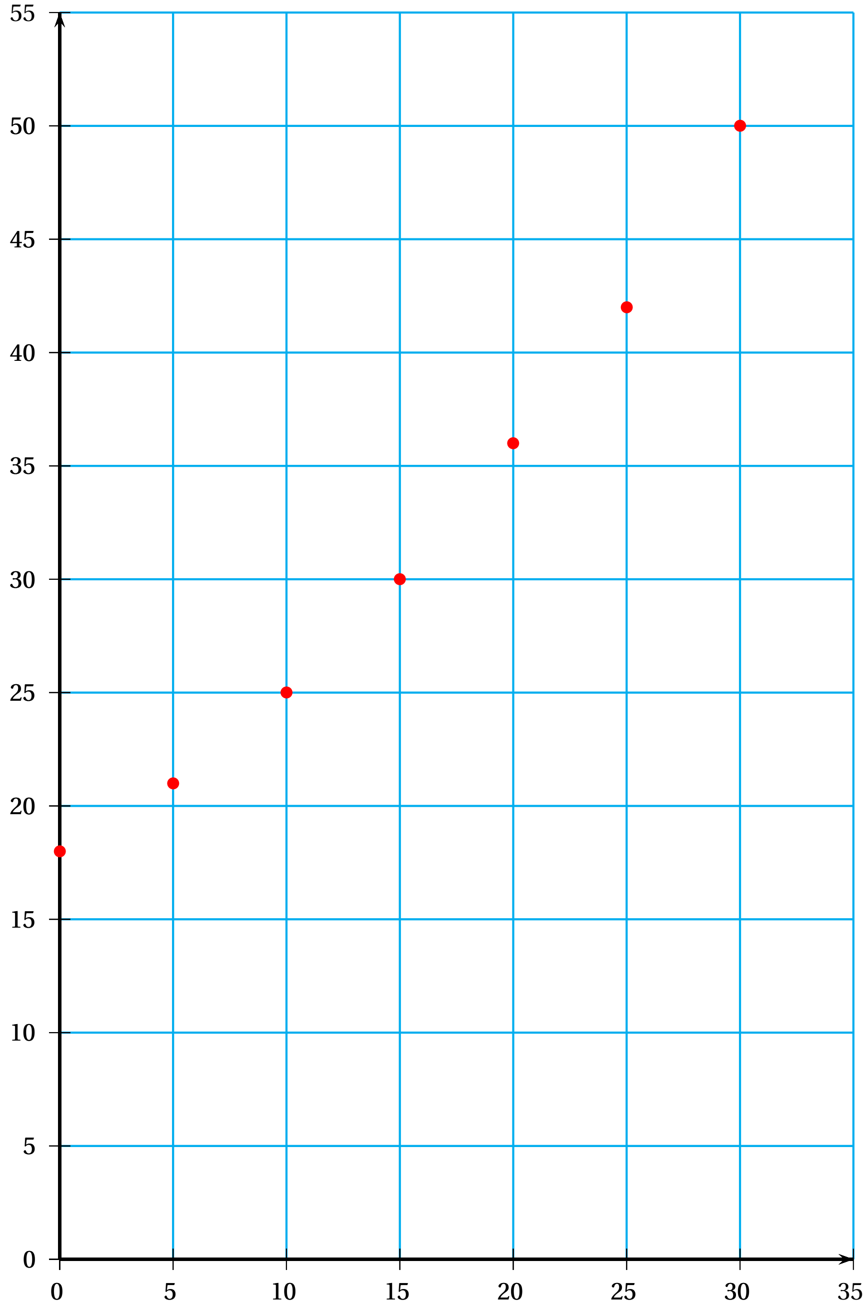
Partie C : Calcul d'une valeur moyenne

On considère maintenant que, pour une année, la population est donnée en fonction du rang x par $f(x) = 18\mathrm{e}^{0,034x}$.

1. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur $[0 ; 30]$; on donnera le résultat arrondi au dixième.
2. À l'aide d'une lecture graphique, déterminer l'année au cours de laquelle la population atteint cette valeur moyenne ?

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 4



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Amérique du Nord 1^er^ juin 2005

EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

Les deux questions sont indépendantes.
Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

Le gouvernement d'un pays envisage de baisser un impôt de 30 % en cinq ans.

1. On suppose que le pourcentage de baisse est le même chaque année.

Vérifier que ce pourcentage de baisse annuel est alors égal à environ 6,89 %.

2. La première année cet impôt baisse de 5 %, la deuxième année la baisse est de 1 % et la troisième année de 3 %.

a. Quelle est la baisse, en pourcentage, de cet impôt au terme de ces trois premières années ?

b. Pour atteindre son objectif quel pourcentage annuel de baisse doit décider ce gouvernement, en supposant que ce pourcentage est le même sur les deux dernières années ?

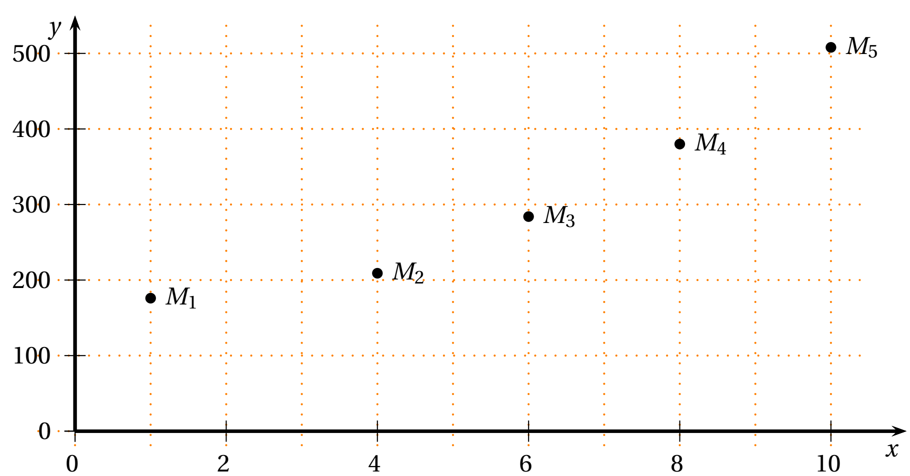
EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires (C. A.), en millions d'euros, sur la période 1994-2003.

Année	1994	1997	1999	2001	2003
Rang x_i	1	4	6	8	10
C. A. y_i	176	209	284	380	508

1. Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ est représenté ci-dessous dans un repère orthogonal. Un ajustement affine semble-t-il adapté ?



2. On pose $z_i = \ln y_i$.

a. Calculer, en arrondissant à 10^{-2} près, pour i variant de 1 à 5, les valeurs z_i, associées aux rangs x_i du tableau.

b. Construire le nuage de points $N_i(x_i\ ;\ z_i)$ dans le repère orthogonal suivant :
- sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter 1 année,
- sur l'axe des ordonnées, on placera 5 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter le nombre 0,1.

3. **a.** Déterminer avec la calculatrice une équation de la droite d d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-2} près) et tracer la droite d dans le repère précédent.

b. En déduire une relation entre y et x de la forme $y = A \times k^x$. (arrondir A à l'entier près et k à 10^{-2} près)

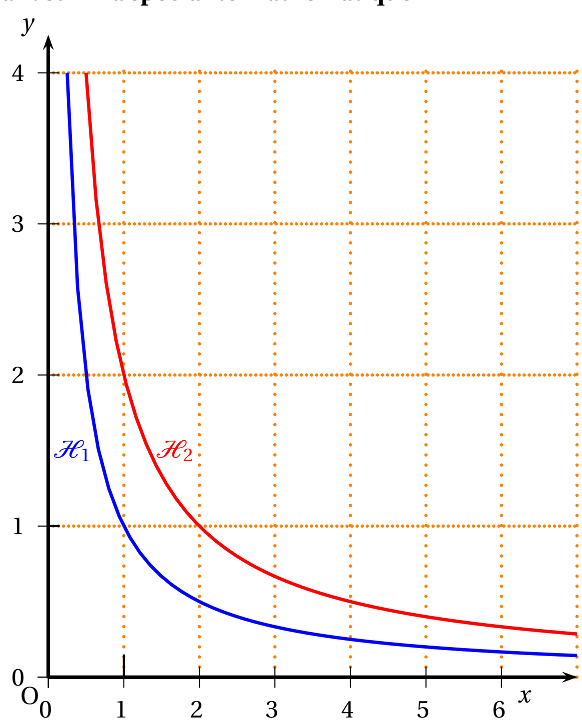
4. **a.** Tracer la droite d dans le même repère que celui du nuage de points (N_i).

b. Donner une estimation, arrondie au millier d'euros, du chiffre d'affaires en 2005.

c. À partir de quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires sera supérieur à 1 milliard d'euros ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi la spécialité mathématique



Les courbes $\mathscr{H}_1$ et $\mathscr{H}_2$ représentées dans le repère orthonormal ci-dessus ont respectivement pour équation

$$y = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad y = \frac{2}{x}.$$

On note $\mathscr{D}_2$ le domaine délimité par les courbes $\mathscr{H}_1$ et $\mathscr{H}_2$ et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.
On note $\mathscr{D}'_2$ le domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{H}_1$ et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.

1. Colorier les domaines $\mathscr{D}_2$ et $\mathscr{D}_2'$ d'une couleur différente et montrer qu'ils ont la même aire.
   Soit n un entier naturel strictement positif. On note u_n l'aire du domaine $\mathscr{D}_n$ délimité par les courbes $\mathscr{H}_1$ et $\mathscr{H}_2$ et les droites d'équation $x = n$ et $x = n+1$.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
   On pourra comparer les nombres $n(n+2)$ *et* $(n+1)^2$.
4. Étudier la convergence de la suite (u_n).
5. Déterminer la plus grande valeur de n telle que l'aire du domaine $\mathscr{D}_n$ reste supérieure à $\dfrac{1}{10}$ d'unité d'aire. Soit N cette valeur.
6. Calculer l'aire du domaine délimité par les courbes $\mathscr{H}_1$ et $\mathscr{H}_2$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = N$.

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte.
L'exercice consiste à cocher cette réponse exacte sans justification.
Barème : Une bonne réponse rapporte 1 point ; une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total de points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

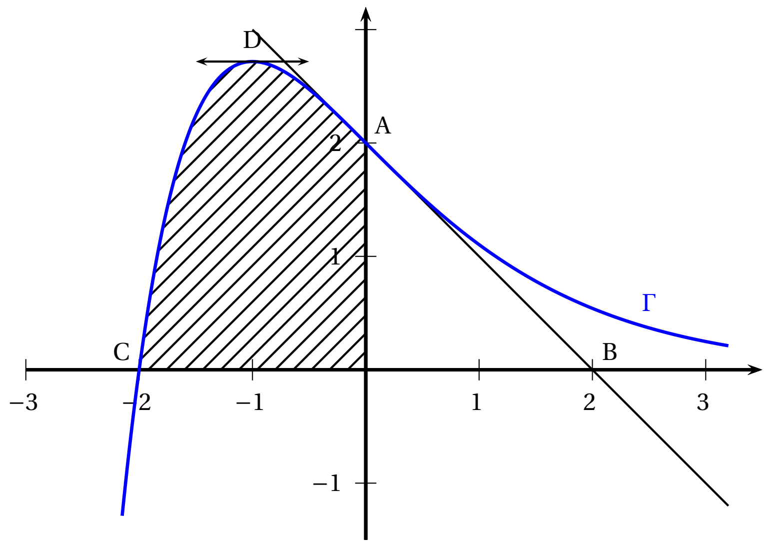
COMPLÉTER LE DOCUMENT RÉPONSE DONNÉ EN ANNEXE

QUESTIONS	RÉPONSES
1. Soit une série statistique à deux variables $(x\ ;\ y)$. Les valeurs de x sont 1, 2, 5, 7, 11, 13 et une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés est $y = 1,35x + 22,8$. Les coordonnées du point moyen sont :	☐ $(6{,}5\,;\,30{,}575)$ ☐ $(32,\ 575\,;\,6{,}5)$ ☐ $(6{,}5\,;\,31{,}575)$
2. (u_n) est une suite arithmétique de raison -5. Laquelle de ces affirmations est exacte ?	☐ Pour tout entier n, $u_{n+1} - u_n = 5$ ☐ $u_{10} = u_2 + 40$ ☐ $u_3 = u_7 + 20$
3. L'égalité $\ln\left(x^2 - 1\right) = \ln(x-1) + \ln(x+1)$ est vraie	☐ Pour tout x de $]-\infty\ ;\ -1[\cup]1\ ;\ +\infty[$ ☐ Pour tout x de $\mathbb{R} - \{-1\ ;\ 1\}$. ☐ Pour tout x de $]1\ ;\ +\infty[$
4. Pour tout réel x, le nombre $\dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x + 2}$ égal à :	☐ $-\dfrac{1}{2}$ ☐ $\dfrac{\mathrm{e}^{-x} - 1}{\mathrm{e}^{-x} + 2}$ ☐ $\dfrac{1 - \mathrm{e}^{-x}}{1 + 2\mathrm{e}^{-x}}$
5. On pose $\mathrm{I} = \displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} \dfrac{1}{\mathrm{e}^x - 1}\,\mathrm{d}x$ et $\mathrm{J} = \displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} \dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x - 1}\,\mathrm{d}x$ alors le nombre I − J est égal à	☐ $\ln\dfrac{2}{3}$ ☐ $\ln\dfrac{3}{2}$ ☐ $\dfrac{3}{2}$
6. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\left(1 - \dfrac{2}{100}\right)^x \leqslant 0,5$ est	☐ $\mathrm{S} = \left[\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)}\ ;\ +\infty\right[$ ☐ $\mathrm{S} = \left]-\infty\ ;\ \dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)}\right[$ ☐ $\mathrm{S} = \left[\ln\dfrac{0,5}{0,98}\ ;\ +\infty\right[$

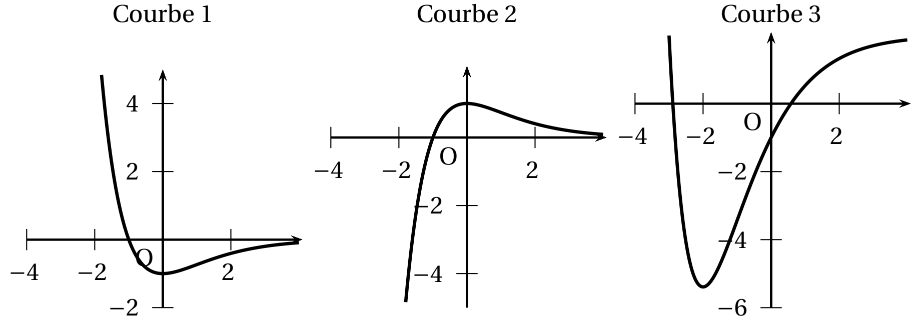
EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On a représenté ci-dessous la courbe représentative Γ, dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. La courbe Γ passe par les points A(0; 2) et C(−2 ; 0) et la droite (AB) est la tangente en A à Γ. La tangente à Γ en son point D d'abscisse −1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction dérivée f' de f et une autre représente une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.



Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F.
Vous expliquerez avec soin les raisons de votre choix

2. **a.** Déterminer, à l'aide des renseignements fournis par l'énoncé, les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.

   b. On suppose que $f(x)$ est de la forme $f(x) = (x+K)\mathrm{e}^{\alpha x}$ où K et α sont des constante réelles.
   Calculer $f'(x)$, puis traduire les renseignements trouvés à la question précédente par un système d'équations d'inconnues K et α.
   En déduire que f est définie par $f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-x}$.

3. **a.** Montrer que la fonction φ définie par $\varphi(x) = (-x-3)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f.

   b. En déduire la valeur de l'aire, exprimée en unités d'aire, de la surface hachurée.
   On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième du résultat.

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 2005 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

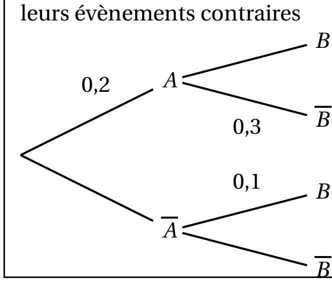
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples; pour chacune des cinq questions, une et une seule affirmation est exacte.

Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la bonne affirmation sans justifier votre choix.

Barème :

À chaque question et attribué un certain nombre de points. Une réponse inexacte enlève la moitié des points affectés. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, il est ramené à zéro.

<table>
<tr><td>Question 1
Ce tableau incomplet donne les résultats d'un sondage dans une population de 60 personnes.
<table>
<tr><td></td><td>Cadres</td><td>Employés</td></tr>
<tr><td>Hommes</td><td></td><td>25</td></tr>
<tr><td>Femmes</td><td>8</td><td>15</td></tr>
</table>
On interroge une personne au hasard; la probabilité que ce soit une femme sachant que c'est un cadre est :</td><td>$\frac{2}{15}$</td><td>$\frac{2}{5}$</td><td>$\frac{8}{23}$</td></tr>
<tr><td>Question 2
Une loi de probabilité d'espérance μ, de variance V et d'écart type σ est définie par le tableau ci-dessous.
<table>
<tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>p_i</td><td>0,2</td><td>0,4</td><td>0,1</td><td>0,3</td></tr>
</table>
On a alors :</td><td>$V = \frac{5}{4}$</td><td>$\mu = 2$</td><td>$\sigma = \frac{\sqrt{5}}{4}$</td></tr>
<tr><td>Question 3
Soient C et D deux évènements indépendants.
On donne $P(C) = \frac{1}{3}$ et $P(D) = \frac{1}{12}$.
On a alors :</td><td>$P(D \cap C) = \frac{5}{12}$</td><td>$P(C \cup D) = \frac{7}{18}$</td><td>$P_D(C) = \frac{1}{36}$</td></tr>
<tr><td>Question 4
On lance une pièce de monnaie équilibrée quatre fois de suite. La probabilité d'obtenir au moins une fois pile est :</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{15}{16}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td></tr>
<tr><td>Question 5
Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre ci-dessous où A et B sont deux évènements, $\overline{\text{A}}$ et $\overline{\text{B}}$ leurs évènements contraires


Alors on a :</td><td>$P(B) = 0,22$</td><td>$P\left(\overline{A} \cap B\right) = 0,8$</td><td>$P_B(A) = 0,7$</td></tr>
</table>

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soit f une fonction dont le tableau de variations, incomplet est le suivant ; on désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
Variations de f			-6		‖ $+\infty$				$\dots$
		↗		↘	‖	↘		↗	
	$-\infty$				$\dots$ ‖		2		

On admet que f est définie sur $]-\infty\,;\,-1[\,\cup\,]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$$

où $a,\ b$ et c sont des réels.

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de $a,\ b$ et c.
2. En vous aidant des informations contenues dans le tableau de variations ci-dessus, montrer que l'on a : $a = 1,\ b = -1,\ c = 4$.
3. Déterminer les limites manquantes dans le tableau de variations fourni.
4. Montrer que la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f admet comme asymptote la droite D d'équation $y = x - 1$ lorsque x tend vers $+\infty$ ou vers $-\infty$.
   Étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de son asymptote D.
5. Déterminer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^2 [f(x) - (x-1)]\,\mathrm{d}x$ et interpréter le résultat en terme d'aire.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une zone de marais on s'intéresse à la population des libellules.
On note P_0 la population initiale et P_n la population au bout de n années.
Des études ont permis de modéliser l'évolution de P_n par la relation :

$$\text{(R) Pour tout entier naturel } n \text{ on a : } P_{n+2} - P_{n+1} = \frac{1}{2}\left(P_{n+1} - P_n\right).$$

On suppose que $P_0 = 40\,000$ et $P_1 = 60\,000$.
On définit l'accroissement de la population pendant la n-ième année par la différence $P_n - P_{n-1}$.

1. Calculer l'accroissement de la population pendant la première année, la deuxième année, la troisième année, puis en déduire P_2 et P_3.
2. On considère les suites (U_n) et (V_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$U_n = P_{n+1} - P_n \quad \text{et} \quad V_n = P_{n+1} - \frac{1}{2}P_n.$$

   a. Prouver que la suite (U_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.
   Exprimer U_n en fonction de n.

b. En utilisant la relation (R), calculer $V_{n+1} - V_n$.
En déduire que, pour tout n, on a : $V_n = P_1 - \dfrac{1}{2}P_0$.
Calculer V_n.

c. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a $P_n = 2\left(V_n - U_n\right)$.
En déduire une expression de P_n en fonction de n.

d. Montrer que la suite (P_n) converge et calculer sa limite.
Que peut-on en déduire en ce qui concerne l'évolution de cette population au bout d'un nombre d'années suffisamment grand ?

EXERCICE 3 **10 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise a noté les valeurs du coût total de production $C(x)$ d'un engrais en fonction de la masse x produite.
Le tableau ci-dessous donne les valeurs x_i de masse d'engrais produite et celles $y_i = C(x_i)$ des coûts totaux de production correspondants pour i entier variant de 1 à 5.

x_i en tonnes	10	12	14	16	18
y_i en centaines d'euros	100	110	145	196	308

Partie A

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 0,5 cm pour une tonne sur l'axe des abscisses et 0,05 cm pour une centaine d'euros sur l'axe des ordonnées.)
2. On recherche une fonction définie sur l'intervalle [10 ; 18] dont la courbe représentative « ajuste » de façon acceptable le nuage de points.
Une fonction f est dite « acceptée » si, pour les cinq valeurs x_i du tableau, on a :

$$-10 \leqslant f(x_i) - C(x_i) \leqslant 10.$$

a. Soit f la fonction définie sur [10 ; 18] par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{0,3x} + 80.$$

Recopier et compléter le tableau ci-dessous (les valeurs sont arrondies à 10^{-2}).
La fonction f est-elle « acceptée » ?

x_i	10	12	14	16	18
$f(x_i)$					
$f(x_i) - C(x_i)$					

b. Étudier les variations de f sur [10 ; 18] et tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère précédent.

Partie B : étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur l'intervalle [10 ; 18] par

$$g(x) = (0,3x - 1)\mathrm{e}^{0,3x} - 80.$$

1. On désigne par g' la fonction dérivée de g.
   Montrer que, pour tout x de $[10\,;\,18]$, on a : $g'(x) = 0,09x\text{e}^{0,3x}$.
   En déduire le sens de variations de g sur $[10\,;\,18]$.
2. Établir le tableau de variations de g sur l'intervalle $[10\,;\,18]$.
3. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[10\,;\,18]$ et donner un encadrement de α à 10^{-1}.
   En déduire le signe de $g(x)$ sur $[10\,;\,18]$.

Partie C

Le coût moyen de production d'une tonne en fonction de la masse x produite est exprimé en centaines d'euros par :

$$C_m(x) = \frac{f(x)}{x}$$

où f est la fonction étudiée dans la **partie A** et $x \in [10\,;\,18]$.

1. On désigne par C'_m la fonction dérivée de la fonction C_m.
   Calculer $C'_m(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[10\,;\,18]$.
2. Déduire à l'aide de la **partie B** le sens de variations de la fonction C_m sur l'intervalle $[10\,;\,18]$.
3. Pour quelle production, en tonnes, a-t-on un coût moyen minimal ?
   Quel est ce coût à un euro près par défaut ?

Baccalauréat ES Asie juin 2005

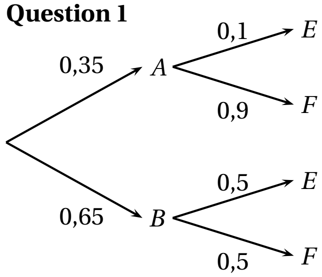
EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule réponse $\boxed{\textbf{a}}$, $\boxed{\textbf{b}}$, $\boxed{\textbf{c}}$, *ou* $\boxed{\textbf{d}}$, *est exacte.*
Indiquer sur la copie la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 1 *point. Une mauvaise réponse enlève* $0,5$ *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève, aucun point.*
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

Les trois arbres donnés ci-dessous représentent des situations probabilistes. Les nombres indiqués sur les différentes flèches sont des probabilités, et, en deuxième niveau, des probabilités conditionnelles. Ainsi pour l'arbre donné dans la question 1 : $0,35 = P(A)$ et $0,1 = P_{\text{A}}(E)$.

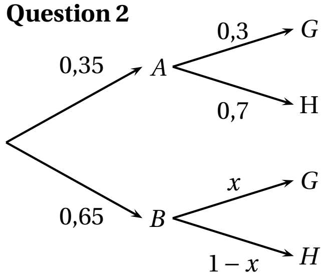
Question 1



La probabilité de l'évènement E est égale à :

$\boxed{\textbf{a}}$ 0,5 $\boxed{\textbf{b}}$ 0,1 $\boxed{\textbf{c}}$ 0,6 $\boxed{\textbf{d}}$ 0,36

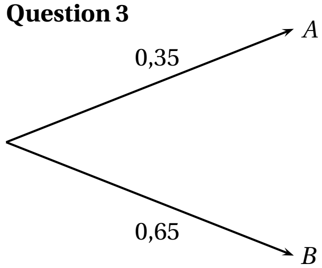
Question 2



Les évènements A et G étant supposés indépendants, x est égal à :

$\boxed{\textbf{a}}$ 0,35 $\boxed{\textbf{b}}$ 0,1 $\boxed{\textbf{c}}$ 0,3 $\boxed{\textbf{d}}$ 0,36

Question 3



Ici la situation probabiliste est associée à une expérience aléatoire schématisée par l'arbre ci-contre.
Cette expérience aléatoire est répétée quatre fois de façon indépendante.
La probabilité d'obtenir au moins une fois l'évènement A est égale à :

$\boxed{\textbf{a}}$ 0,35 $\boxed{\textbf{b}}$ 0,821 493 75

$\boxed{\textbf{c}}$ 0,178 506 25 $\boxed{\textbf{d}}$ 0,015 006 25

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

PARTIE A

Soit la fonction f définie pour tout x élément de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{20}{1+15\mathrm{e}^{-0,4x}}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur cet intervalle.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
   Interpréter graphiquement le résultat.
2. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

PARTIE B

La fonction f modélise sur l'intervalle $[0;\,14]$ la fonction coût total de production, en euro, d'un produit. Sa représentation graphique sur cet intervalle, notée Γ, est donnée en **ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)**.

Pour une quantité de produit q, exprimée en tonnes et comprise entre 0 et 14, on pose donc :

$$f(q) = \frac{20}{1+15\mathrm{e}^{-0,4q}}.$$

Pour tout q dans l'intervalle $[0;\,14]$, le quotient $\dfrac{f(q)}{q}$ est appelé coût moyen de production de q tonnes de produit.

1. Pour q dans l'intervalle $[0;\,14]$, soit Q le point d'abscisse q de la représentation graphique (Γ) de la fonction f.
   Montrer que le coefficient directeur de la droite $(\mathrm{O}Q)$ est égal au coût moyen $\dfrac{f(q)}{q}$.
2. L'entreprise cherche à minimiser le coût moyen de production.
   Par lecture graphique indiquer la valeur de q qui réalise ce minimum et la valeur de ce minimum.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour fabriquer un alliage une usine utilise deux métaux A et B en quantités x et y exprimées en tonnes. Le coût de production qui en résulte, exprimé en milliers d'euros, est donné par la formule :

$$C(x, y) = 2x + 0,5y^2 + 4.$$

L'ANNEXE 1 (à rendre avec la copie) comporte deux figures.

— La figure 1 représente la surface d'équation $z = C(x\,;\,y)$ pour $0 \leqslant x \leqslant 20$ et $0 \leqslant y \leqslant 12$.

— La figure 2 représente les courbes de niveau de cette surface pour z variant de 20 en 20.

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1

Cette partie est un questionnaire choix multiples constitué de deux questions, chacune comportant quatre propositions de réponse dont une seule est exacte.
Une bonne réponse rapportera 0,5 *point.*
Une mauvaise réponse sera pénalisée de 0,25 *point.*
Si le total des points de cette partie est négatif, la note attribuée sera 0.
Les réponses seront indiquées sur la copie. Aucune justification n'est demandée.

1. Lequel des points donnés ci-dessous est un point de la surface d'équation $z = C(x\,;\,y)$?

   a M(13 ; 9 ; 60) **b** N(12 ; 4 ; 40) **c** R(12 ; 8 ; 60) **d** S(15 ; 4 ; 40)

2. La courbe de niveau $z = 20$ est :

   a une parabole **b** une droite **c** une hyperbole **d** autre réponse

Partie 2

Les métaux A et B sont achetés respectivement 0,5 et 1 millier d'euros la tonne. L'entreprise affecte 11 milliers d'euros à l'achat des métaux.

1. Un exemple :
   Si l'entreprise achète 4 tonnes de métal A, combien de tonnes de métal B achète-t-elle ?
2. Cas général
   Soit x la quantité de métal A et y la quantité de métal achetées.
   Montrer que x et y sont liés par la relation $x + 2y = 22$.
3. **a.** Tracer sur la figure 2 de l'ANNEXE 1 l'ensemble des points dont l'équation est

   $$x + 2y = 22.$$

   b. En déduire, graphiquement le coût minimum de production des alliages pour un investissement de 11 milliers d'euros, et les quantités correspondantes de métaux A et B achetées.

EXERCICE 3 **3 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

La courbe $\mathscr{C}_f$ est représentée sur la **feuille ANNEXE 2**.

Soit A le point du plan de coordonnées $(-1 ; 0)$ et B le point du plan de coordonnées $(1 ; 5)$. Le point B appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.

La droite (AB) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B.

1. Déterminer $f'(1)$, où f' est la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
2. L'une des trois courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, et $\mathscr{C}_3$ représentées sur les figures 1, 2 et 3 de la **feuille ANNEXE 2** représente la fonction f'. Laquelle ?

   Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 **9 points**

Commun à tous les candidats

Le but de cet exercice est d'étudier l'évolution du prix d'une matière première.
On ne fera qu'un seul graphique qui sera complété tout au long des questions.

Partie A

Le tableau suivant donne le prix d'une tonne de matière première en milliers d'euros au 1er janvier de chaque année :

Année	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3
Prix d'une tonne en milliers d'euro y_i	6,48	5,74	5,19	5,01

1. Sur la copie, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$, le plan étant rapporté a un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 2 cm pour un millier d'euros sur l'axe des ordonnées).
2. Dans cette question, on envisage un ajustement affine pour modéliser l'évolution du prix de cette matière première.
   a. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, et la tracer sur le graphique précédent (les calculs seront effectués à la calculatrice et les résultats seront donnés à 10^{-3} près).
   b. En supposant que cet ajustement affine reste valable pour les années suivantes, quel serait le prix d'une tonne de matière première au 1er janvier 2005 ?

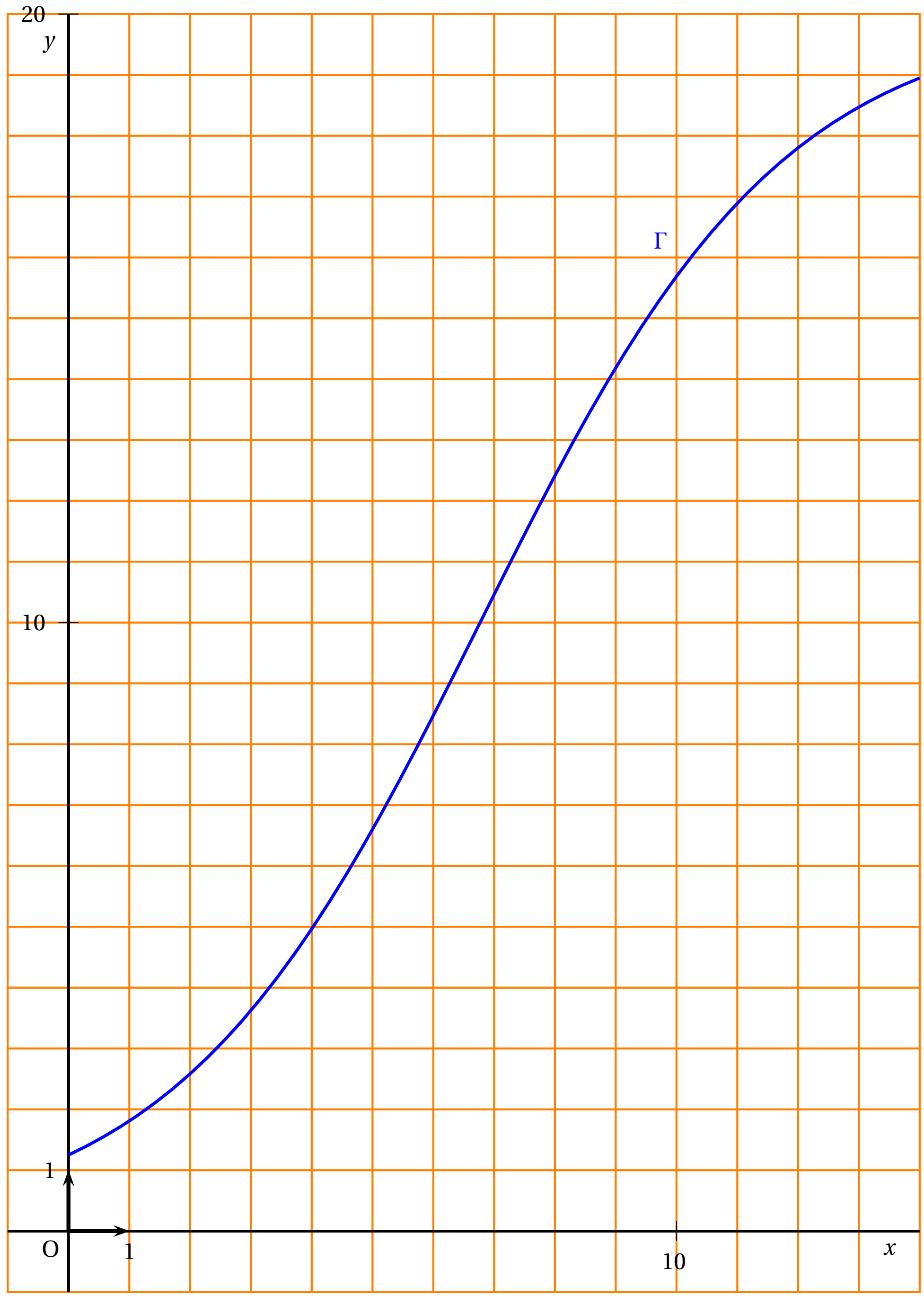
Partie B

En fait, à partir de l'année 2001, le prix d'une tonne de cette matière première commence à remonter, comme le montre le tableau suivant :

Année	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x_i	3	4	5	6
Prix d'une tonne en milliers d'euro y_i	5,01	5,10	5,20	5,52

1. Placer sur le graphique de la **partie A** les points associés à ce 2e tableau.
2. On désire trouver une fonction qui modélise l'évolution de ce prix sur la période 1998–2008. Pour cela, on considère la fonction f définie pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,11]$ par
$$f(x) = x + 10 - 5\ln(x+2).$$
   On admet que la fonction f est dérivable sur cet intervalle, et on notera f' sa fonction dérivée.
   a. Donner un tableau de valeurs de la fonction f pour les valeurs de x entières comprises entre 0 et 11. Les valeurs de la fonction seront arrondies à 10^{-2}.
   b. Calculer $f'(x)$, puis étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,11]$. Dresser son tableau de variations. Les valeurs des extremums seront données à 10^{-2} près.
   c. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de la fonction f sur le graphique de la **partie 4.**
3. On admet que la fonction f modélise l'évolution du prix de cette matière première sur la période 1998–2008.
   a. Selon ce modèle, quel serait le prix d'une tonne de matière première au er janvier 2005 ?
   b. Déterminer en quelle année le prix d'une tonne de matière première retrouvera sa valeur de 1998.

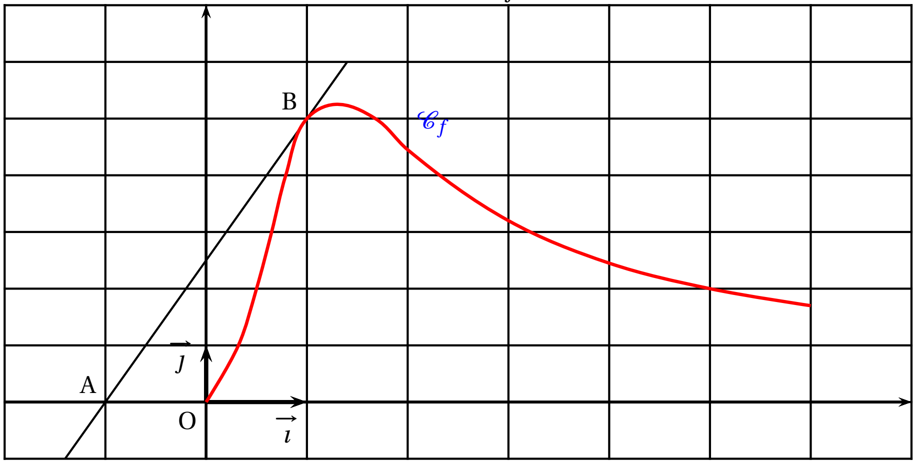
ANNEXE 1
Exercice 2
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité
À rendre avec la copie
Courbe Γ



ANNEXE 2

Exercice 3

Courbe de f :



Propositions pour la courbe de f' :

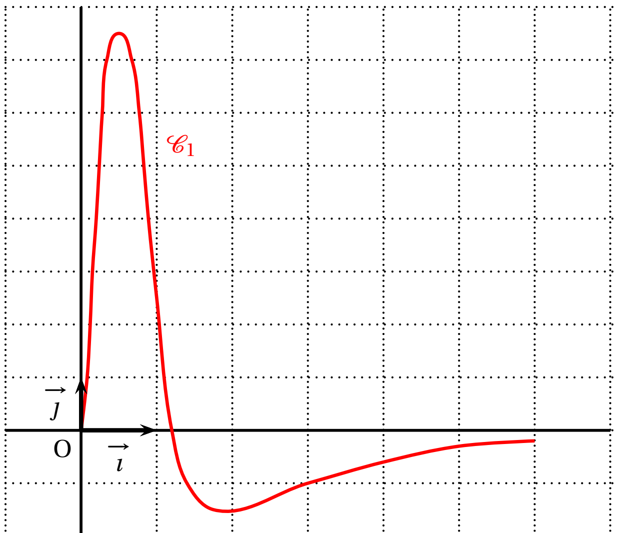


Figure 1

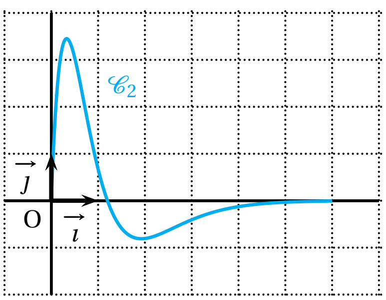


Figure 2

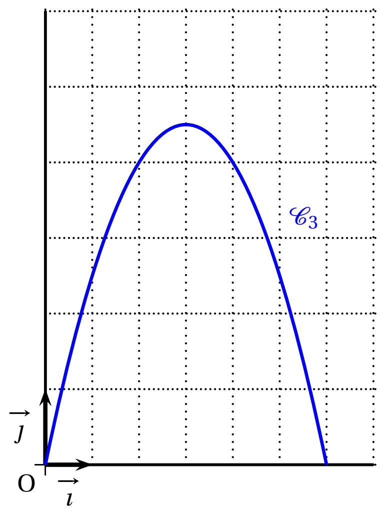


Figure 3

ANNEXE 1
Exercice 2
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité
À rendre avec la copie

Figure 1 : surface d'équation $z = C(x\ ;\ y)$

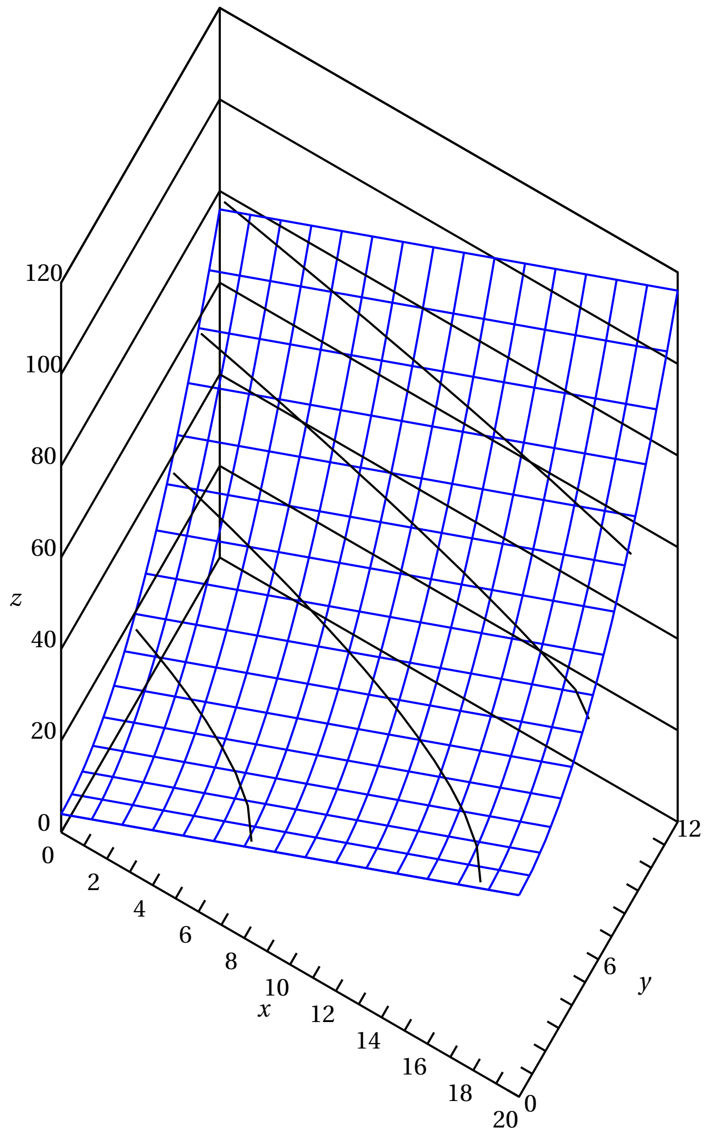
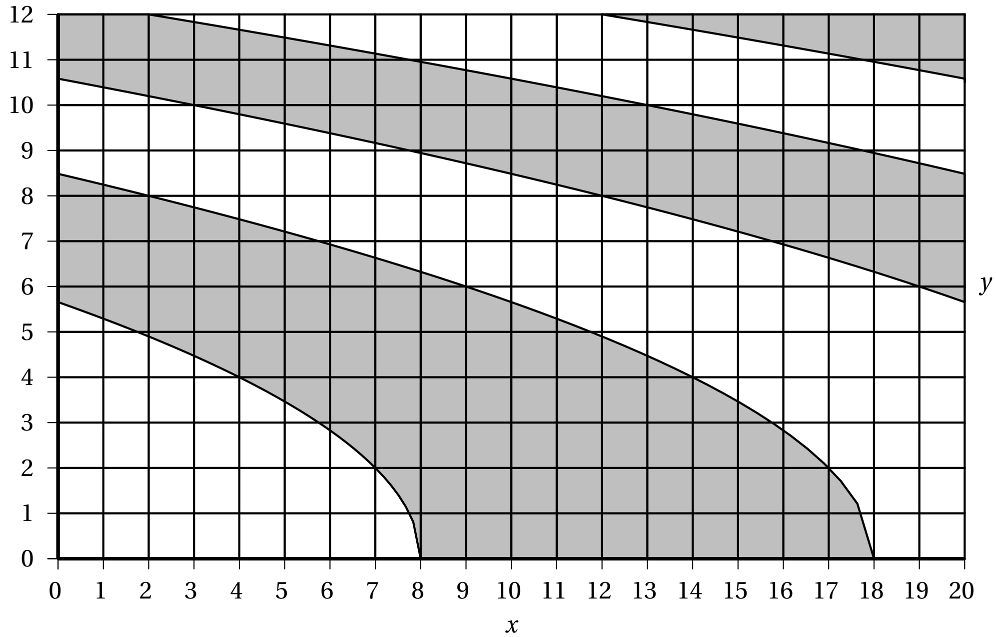


Figure 2 : courbes de niveau



Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2005

EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte.
L'exercice consiste à cocher cette réponse exacte sans explication.
Barème : Une bonne réponse rapporte 0,5 point; une mauvaise réponse enlève 0,25 point.
L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total de points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

	QUESTIONS	RÉPONSES CHOISIES
1.	La fonction : $x \longmapsto \text{e}x + \ln 2$ a pour dérivée	☐ $x \longmapsto \text{e}x$ ☐ $x \longmapsto \text{e}x + \dfrac{1}{2}$ ☐ $x \longmapsto \text{e}$
2.	La fonction $x \longmapsto \ln(3x) + \ln 3$ a pour dérivée	☐ $x \longmapsto \dfrac{1}{3x} + \dfrac{1}{3}$ ☐ $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ ☐ $x \longmapsto \dfrac{1}{3x}$
3.	Sur $\mathbb{R}$, une primitive de la fonction $x \longmapsto \text{e}^{-2x+3}$ est	☐ $x \longmapsto -2\text{e}^{-2x+3}$ ☐ $x \longmapsto \text{e}^{-2x+3}$ ☐ $x \longmapsto -\dfrac{1}{2}\text{e}^{-2x+3}$
4.	Dans $\mathbb{R}$, l'équation : $\text{e}^{2x} + \text{e}^{x} - 6 = 0$ possède	☐ 2 solutions ☐ 1 solution ☐ 0 solution
5.	Dans $]0~;~+\infty[$, l'équation : $(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$ possède	☐ 2 solutions ☐ 1 solution ☐ 0 solution
6.	Dans $\mathbb{R}$ l'équation : $1,1^x = 2,2$ a pour solution le nombre	☐ 2 ☐ $\ln 2$ ☐ $\dfrac{\ln 2,2}{\ln 1,1}$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

(*Les probabilités demandées seront exprimées sous forme de fractions irréductibles*)
Une boîte de jeu est constituée de questions portant sur les deux thèmes « Cinéma » ou « Musique ».
Cette boîte contient un tiers de questions portant sur le thème « Cinéma », les autres portant sur le thème « Musique ».
Le candidat à ce jeu s'appelle Pierre.

PREMIÈRE PARTIE : Dans cette partie, on pose à Pierre une question choisie au hasard dans la boîte et on sait que :

— La probabilité que Pierre réponde correctement à une question du thème « Cinéma » est égale à $\dfrac{1}{2}$.

— La probabilité que Pierre réponde correctement une question du thème « Musique » est égale à $\dfrac{3}{4}$.

On considère les évènements suivants :
C : la question porte sur le thème « Cinéma »,
M : la question porte sur le thème « Musique »,
E : Pierre répond correctement à la question posée.

1. Déterminer la probabilité de l'évènement :
   « La question porte sur le thème « Musique » et Pierre y a répondu correctement ».
2. Montrer que la probabilité de l'évènement E est égale à $\dfrac{2}{3}$.
3. On suppose que Pierre n'a pas répondu correctement à la question posée ; quelle est la probabilité pour que la question ait porté sur le thème « Cinéma » ?
   (*Certaines de ces réponses pourront être justifiées à l'aide d'un arbre de probabilités*)

DEUXIÈME PARTIE : En fait le jeu se déroule de la façon suivante :

On pose à Pierre une première question (selon les modalités décrites dans la première partie) et il marque 5 points s'il répond correctement et le jeu s'arrête.
Sinon, on lui pose une deuxième question choisie, indépendamment de la première et il marque 2 points s'il répond correctement et le jeu s'arrête.
Sinon, on lui pose une troisième question (choisie indépendamment des deux précédentes) et il marque 1 point s'il répond correctement.
Sinon le jeu s'arrête et il ne marque aucun point.
À chaque fois qu'une question est tirée, on remet dans la boîte une question portant sur le même thème.

1. Traduire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
2. Définir la loi de probabilité du nombre de points marqués par Pierre.
3. Calculer l'espérance mathématique du nombre de points marqués par Pierre.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On a divisé une population en deux catégories : « fumeurs » et « non-fumeurs ».
Une étude statistique a permis de constater que, d'une génération à l'autre,
• 60 % des descendants de fumeurs sont des fumeurs,
• 10 % des descendants de non-fumeurs sont des fumeurs.
On suppose que le taux de fécondité des fumeurs est le même que celui des non-fumeurs.
On désigne par :
• f_n le pourcentage de fumeurs à la génération de rang n,
• $g_n = 1 - f_n$ le pourcentage de non-fumeurs à la génération de rang n, où n est un entier naturel.
On considère qu'à la génération 0, il y a autant de fumeurs que de non-fumeurs.
On a donc $f_0 = g_0 = 0,5$.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste.

2. Justifier l'égalité matricielle :

$$\begin{pmatrix} f_{n+1} & g_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_n & g_n \end{pmatrix} \times A \text{ où } A \text{ désigne la matrice : } \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$$

3. Déterminer le pourcentage de fumeurs à la génération de rang 2.

4. Déterminer l'état probabiliste stable et l'interpréter.

5. Montrer que : pour tout entier naturel n, $f_{n+1} = 0,5 f_n + 0,1$.

6. On pose, pour tout entier naturel n, $u_n = f_n - 0,2$.

a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b. Donner l'expression de u_n en fonction de n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $f_n = 0,3 \times 0,5^n + 0,2$.

d. Déterminer la limite de la suite (f_n) lorsque n tend vers $+\infty$ et l'interpréter.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Sur la figure ci-dessous on donne les représentations graphiques $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de deux fonctions f_1 et f_2 définies et dérivables sur $[0\,;\,3]$.

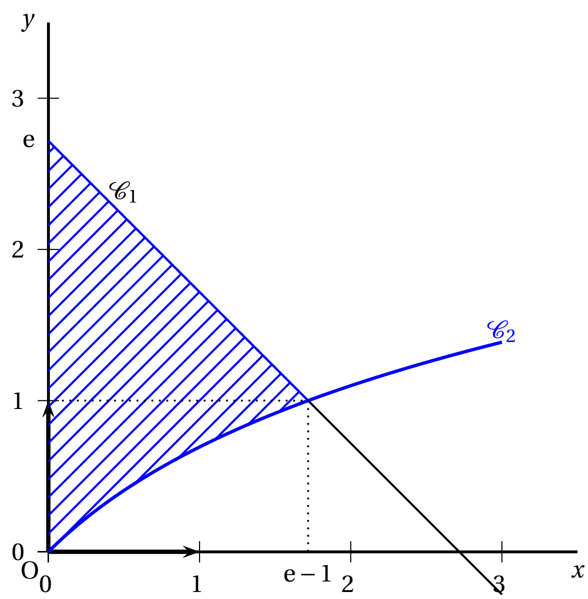


Figure 1

1. L'une des deux courbes représentées ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0\,;\,3]$ par $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$.

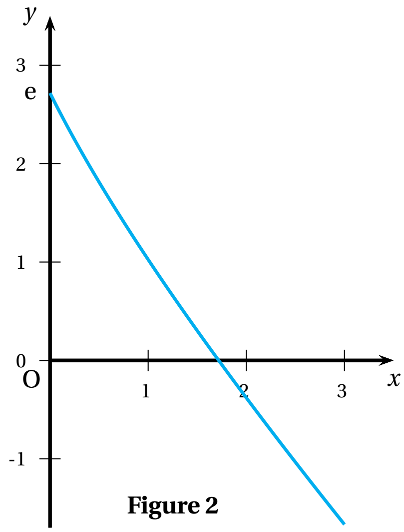


Figure 2

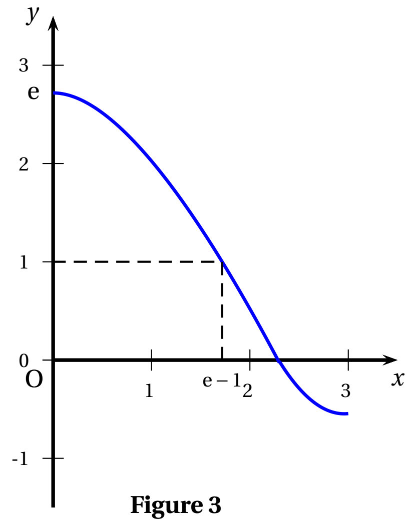


Figure 3

Laquelle de ces deux courbes ne peut pas convenir ?

2. **a.** Donner le tableau de signes de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$.

b. Donner le tableau de signes de la fonction f' dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$.

3. On note F une primitive de f sur $[0\,;\,3]$. Indiquer les variations de F sur l'intervalle $[0\,;\,3]$.

4. L'une des trois fonctions représentées ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction F.

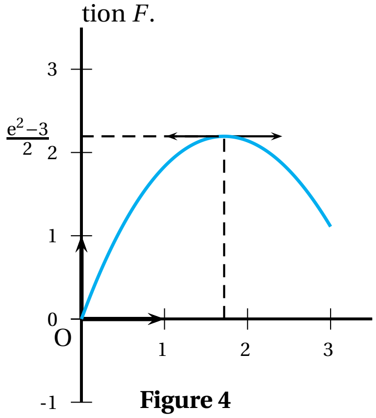


Figure 4

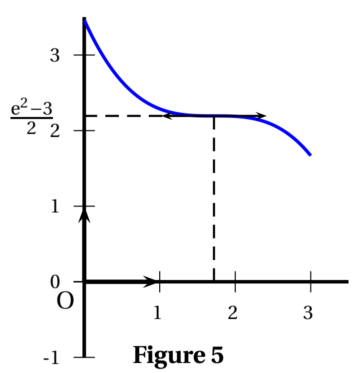


Figure 5

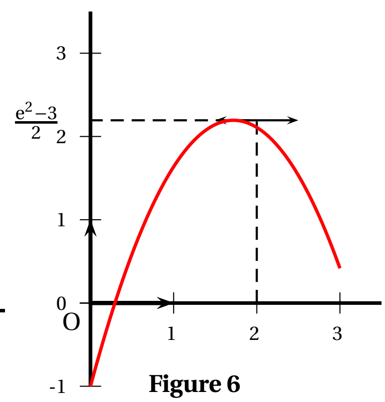


Figure 6

Justifier que les courbes représentées sur les figures 5 et 6 ne peuvent pas convenir.

5. Donner la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^{e-1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

6. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine hachuré sur la figure 1.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous tes candidats

Un club sportif a été créé en 1998 ; à l'origine le nombre d'adhérents était égal à 600.

Première partie Étude du nombre d'adhérents de 1998 à 2004

On donne, dans le tableau ci-dessous, le nombre d'adhérents de 1998, à 2003 :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003
rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
nombre d'adhérents y_i	600	690	794	913	1 045	1 207

On pose $Y_i = \ln\left(y_i\right)$ et on réalise un ajustement affine par la méthode des moindres carrés du nuage de points $(x_i\ ;\ Y_i)$.
Une équation de la droite d'ajustement de Y par rapport à x est $Y = 0,14x + 6,397$.
En utilisant cet ajustement,

1. Déterminer une prévision du nombre d'adhérents en 2004.

2. Justifier les affirmations suivantes :

a. $y_i = 600 \times 1,15^{x_i}$; 600 a été arrondi à l'unité, 1,15 a été arrondi au centième.

b. De 1998 à 2004, on peut considérer que le nombre d'adhérents a augmenté de 15 % par an.

Deuxième partie : Étude du nombre d'adhérents à partir de l'année 2004

En fait le club a compté 2 400 adhérents lors de l'année 2004.
On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3600}{1+0,5\mathrm{e}^{-x}}.$$

On suppose que le nombre d'adhérents en (2004 $+n$) est égal à $f(n)$, où n est un entier naturel.

1. Déterminer la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$ et l'interpréter.

2. On se propose de calculer le nombre moyen d'adhérents M de 2005 à 2009

a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

Année	2005	2006	2007	2008	2009
n	1	2	3	4	5
$f(n)$	3 040				
Les valeurs de $f(n)$ seront arrondies à l'unité					

b. Calculer la valeur de M, moyenne du nombre prévisionnel d'adhérents entre 2005 et 2009 (le résultat sera arrondi à l'unité).

3. On considère la fonction F définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$F(x) = 3600\ln\left(\mathrm{e}^{x} + 0,5\right).$$

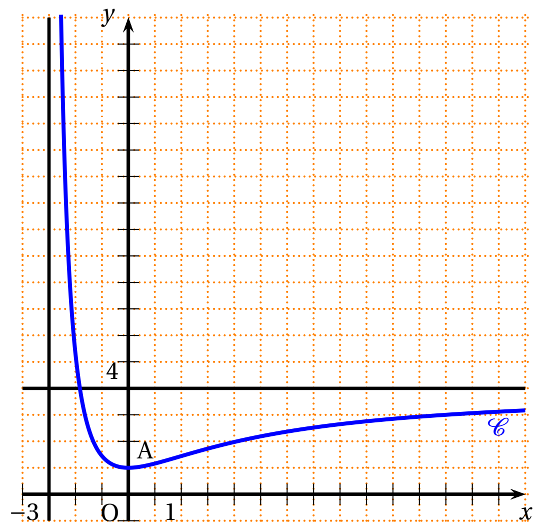
a. Montrer que F est une primitive de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

b. Calculer la valeur moyenne μ de f sur l'intervalle [0,5 ; 5,5].
On pourra constater que les valeurs M et μ sont proches.

∽ Baccalauréat ES Métropole juin 2005 ∾

Exercice 1 **3 points**

Commun à tous les candidats



La courbe ($\mathscr{C}$) donnée ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]-3\,;\,+\infty[$.
On sait que le point A de coordonnées $(0\,;1)$ appartient à la courbe ($\mathscr{C}$) et que la fonction f admet un minimum pour $x = 0$. En outre, les droites d'équations respectives $y = 4$ et $x = -3$ sont asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$.

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles.
Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse *sur la feuille réponse fournie en* **ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)**.
Une réponse exacte rapporte $0,5$ *point. Une réponse inexacte enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0.

1. La limite de la fonction f en $+\infty$ est :	• $+\infty$ • -3 • 4
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]-3\,;\,+\infty[$	• $f'(0) = 1$ • $f'(1) = 0$ • $f'(0) = 0$
3. L'équation de la tangente à la courbe ($\mathscr{C}$) au point A est :	• $y = 1$ • $y = x$ • $y = 0$
4. Sur l'intervalle $]-3\,;\,+\infty[$, l'équation $f(x) = x$	• n'admet aucune solution • admet comme solution unique : $x = 0$ • admet une solution unique appartenant à l'intervalle $]1\,;2[$

Dans les deux questions suivantes, on considère la fonction g définie sur l'intervalle $]-3\,;\,+\infty[$ par $g = \ln \circ f$, où ln désigne la fonction logarithme népérien.

5. Si $x = 0$, alors	• on ne peut pas calculer $g(x)$ • $g(x) = 1$ • $g(x) = 0$
6. On peut affirmer que sur l'intervalle $]-3\ ;\ +\infty[$	• g a les mêmes variations que la fonction ln • g a les mêmes variations que la fonction f • g a les variations inverses de celles de la fonction f

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

En 2004, une caisse de retraite propose à ses adhérents un barème de rachat d'un trimestre de cotisation des années antérieures selon le tableau suivant :

Âge de l'adhérent en années	54	55	56	57	58
Rang x_i	0	1	2	3	4
Montant y_i du rachat d'un trimestre de cotisation en euros	2 229	2 285	2 340	2 394	2 449

(Source : *CARMF* mai 2004)

1. Calculer l'augmentation en pourcentage du montant du rachat d'un trimestre entre un salarié de 54 ans et un salarié de 58 ans. On donnera le résultat arrondi à l'unité.
2. Sur votre copie, représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal :
   - sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour une unité ;
   - sur l'axe des ordonnées, on placera 2 200 à l'origine et on choisira 1 cm pour 20 euros.
3. *Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.*

   Le nuage de points permet de penser qu'un ajustement affine est justifié.

   Donner une équation de la droite de régression (D) de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.

   Représenter la droite (D) dans le repère précédent.
4. Quel serait avec cet ajustement affine le montant du rachat d'un trimestre pour un salarié âgé de 60 ans ?
5. En fait le montant du rachat d'un trimestre pour un salarié âgé de 60 ans est de 2 555 euros et le montant du rachat d'un trimestre après 60 ans est calculé de la façon suivante : à partir de 60 ans, le montant du rachat baisse de 3 % par an.

   Calculer le montant du rachat d'un trimestre pour un salarié ayant 65 ans.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Au 1er janvier 2005, une ville en pleine expansion avait une population de 100 000 habitants.
Un bureau d'étude fait l'hypothèse qu'à partir du 1er janvier 2005 :
• le nombre d'habitants de la ville augmente chaque année de 5 % du fait des naissances et des décès ;
• du fait des mouvements migratoires, 4 000 personnes supplémentaires viennent s'installer chaque année dans cette ville.

Partie A : étude théorique

Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants de cette ville au 1er janvier de l'année 2005+n.
Ainsi, $u_0 = 100\,000$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,05u_n + 4\,000$.
3. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n + 80\,000$.
   a. Calculer v_0.
   b. Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   c. Exprimer v_n en fonction de n.
   En déduire que $u_n = 180\,000 \times (1,05)^n - 80\,000$.
   d. Calculer la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Partie B

Le but de cette partie est de prévoir l'évolution de la population jusqu'en 2020, en utilisant le modèle théorique étudié à la **partie A**.

1. Quel sera le nombre d'habitants de la ville au 1er janvier 2020 ?
2. À partir de quelle année la population de cette ville dépassera-t-elle 200 000 habitants ?

FORMULAIRE POUR L'EXERCICE 2
SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES

Suite arithmétique de premier terme $u_0 \in \mathbb{R}$ et de raison $a \in \mathbb{R}$:
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\quad u_{n+1} = u_n + a, \quad u_n = u_0 + na.$

Suite géométrique de premier terme $u_0 \in \mathbb{R}$ et de raison $b \in \mathbb{R}$:
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\quad u_{n+1} = bu_n, \quad u_n = u_0 b^n.$
Somme de termes : • $1 + 2 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$
• Si $b \neq 1$ alors $1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

EXERCICE 3 **7 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 2 + 10\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal et (D) la droite d'équation $y = x - 2$. La courbe $(\mathscr{C})$ est partiellement représentée en **ANNEXE 2**.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. On pose $\alpha = 2\ln 5$.
   a. Montrer que $f(\alpha) = \alpha$.

b. Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de α.

3. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ et on note f' la fonction dérivée de f sur cet intervalle.

   a. Calculer $f'(x)$,pour tout x élément de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, et dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur cet intervalle.

4. Justifier que $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)] = 0$ et que, pour tout x de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$,

$$f(x)-(x-2) > 0.$$

   Donner l'interprétation graphique de ces résultats.

5. Sur le graphique donné en **ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)** :

   a. placer le point de la courbe $(\mathscr{C})$ d'abscisse α ;

   b. tracer la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse α ;

   c. tracer la droite (D).

6. On note $\mathscr{A}$ l'aire (en unités d'aire) du domaine E délimité par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 6$.

   a. Hachurer sur le graphique, donné en **ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)**, le domaine E, puis exprimer l'aire $\mathscr{A}$ à l'aide d'une expression faisant intervenir une intégrale.

   b. Déterminer la valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}$, puis en donner la valeur arrondie au centième.

EXERCICE 4 — 5 points

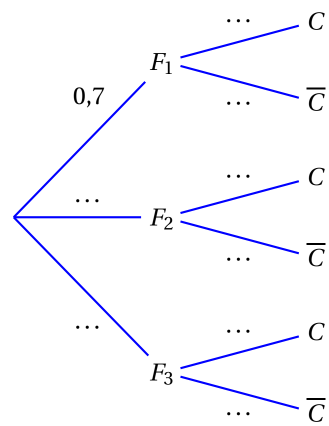
Commun à tous les candidats

Une usine d'emballage de pommes est approvisionnée par trois producteurs. Le premier producteur fournit 70 % de l'approvisionnement de cette usine, le reste étant également partagé entre le deuxième producteur et le troisième.
Avant d'être emballées, les pommes sont calibrées par une machine pour les trier selon leur diamètre. Les pommes dont le diamètre est conforme aux normes en vigueur sont emballées, les autres, dites « hors calibre », sont rejetées.
Il a été constaté que 20 % des pommes fournies par le premier producteur sont hors calibre, 5 % des pommes fournies par le second producteur sont hors calibre et 4 % des pommes fournies par le troisième producteur sont hors calibre.
Chaque jour les pommes livrées par les différents producteurs sont entreposées dans le même hangar. Pour l'étude du problème qui suit, on convient qu'elles sont bien mélangées.
Un contrôle de qualité sur les pommes est effectué de la manière suivante : un contrôleur choisit de manière aléatoire une pomme dans ce hangar, puis mesure son diamètre pour déterminer si elle est de « bon calibre » ou « hors calibre ».
Un mercredi matin, un contrôle de qualité est effectué par le contrôleur de la manière décrite ci-dessus.
On appellera F_1 l'évènement : « la pomme prélevée provient du premier producteur »
F_2 l'évènement : « la pomme prélevée provient du deuxième producteur »
F_3 l'évènement : « la pomme prélevée provient du troisième producteur »
C l'évènement : « la pomme prélevée a un bon calibre »
$\overline{C}$ l'évènement : « la pomme prélevée est hors calibre ».

Tous les résultats de cet exercice seront donnés à 10^{-4} près.

1. Déterminer les probabilités des évènements F_2 et F_3.

2. Recopier sur votre copie et compléter l'arbre suivant :



3. Justifier que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre et provienne du troisième producteur est 0,144 0.
4. Montrer que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre est : 0,846 5.
5. La pomme mesurée est hors calibre. Le contrôleur affirme :

   « Cette pomme provient très probablement du premier producteur ».

   Quel calcul permet de justifier cette affirmation ?
   Faire ce calcul et conclure.

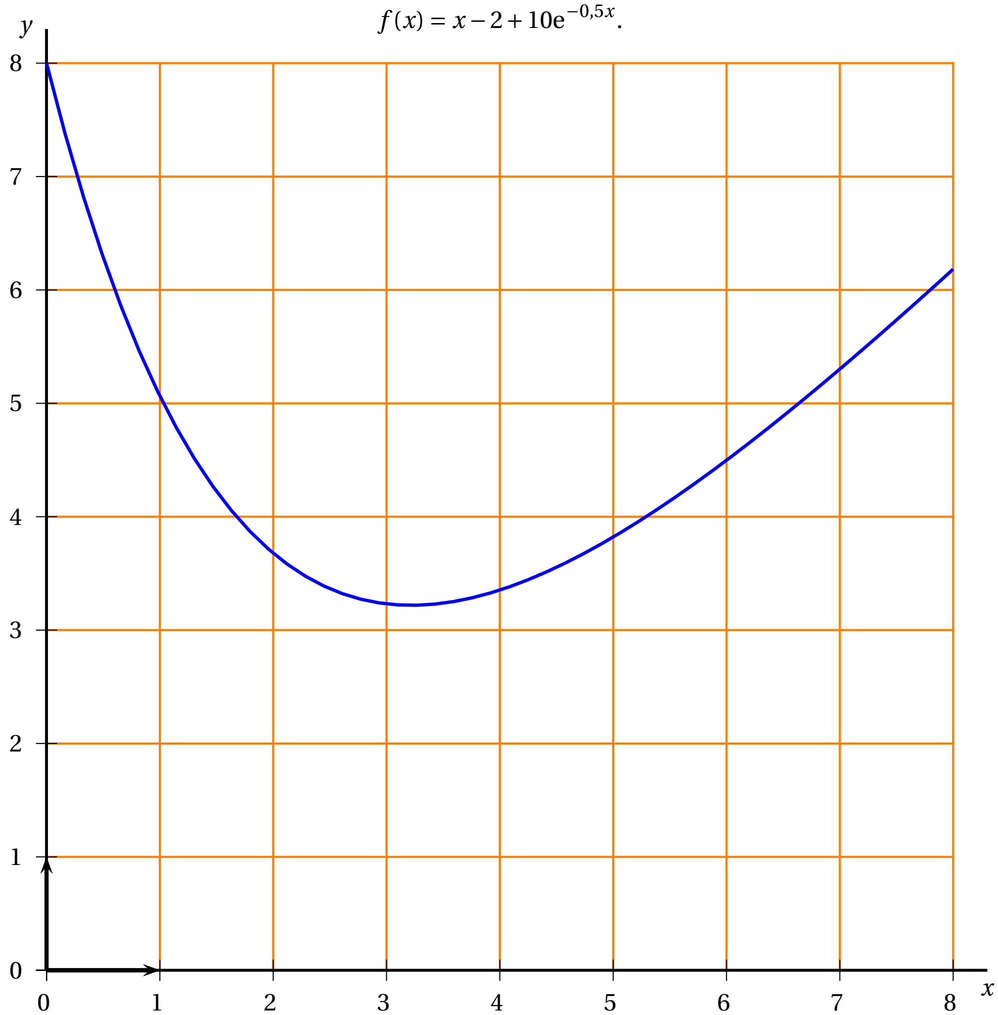
ANNEXE 2

Exercice 2

À rendre avec la copie

Courbe représentative ($\mathscr{C}$) sur l'intervalle $[0 ; 8]$ de la fonction f définie par :

$$f(x) = x - 2 + 10\mathrm{e}^{-0,5x}.$$



∽ Baccalauréat ES La Réunion juin 2005 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun tous les candidats

Au rayon « image et son » d'un grand magasin, un téléviseur et un lecteur de DVD sont en promotion pendant une semaine. Une personne se présente :

- la probabilité qu'elle achète le téléviseur est $\dfrac{3}{5}$;
- la probabilité qu'elle achète le lecteur de DVD si elle achète le téléviseur est $\dfrac{7}{10}$;
- la probabilité qu'elle achète le lecteur de DVD si elle n'achète pas le téléviseur est $\dfrac{1}{10}$.

On désigne par T l'évènement : « la personne achète le téléviseur » et par L l'évènement : « la personne achète le lecteur de DVD ».
On notera $\overline{T}$ et $\overline{L}$ les évènements contraires respectifs de T et de L.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer les probabilités des évènements suivants (les résultats seront donnés sous forme de fractions) :
   a. « la personne achète les deux appareils »
   b. « la personne achète le lecteur de DVD »
   c. « la personne n'achète aucun des deux appareils ».
3. Montrer que, si la personne achète le lecteur de DVD, la probabilité qu'elle achète aussi le téléviseur est $\dfrac{21}{23}$.
4. Avant la promotion, le téléviseur coûtait 500 € et le lecteur de DVD 200 €. Pendant cette semaine, le magasin fait une remise de 15 % pour l'achat d'un seul des deux appareils et de 25 % pour l'achat des deux appareils. On désigne par D la dépense effective (en €) de la personne.
   a. Déterminer les valeurs possibles de D.
   b. Déterminer la loi de probabilité de D.
   c. Calculer l'espérance mathématique de D.
   d. Le responsable du rayon « image et son » prévoit qu'il se présentera dans la semaine 80 personnes intéressées par ces deux appareils. Quel chiffre d'affaires peut-il espérer effectuer sur la vente de ces deux appareils ?

EXERCICE 2 **4 points**
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Une seule-réponse par question est acceptée et aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note totale attribuée à l'exercice est* 0.

1. La population d'une commune rurale diminue de 2 % par an.

Sa population aura diminué de moitié dans :

A : 15 ans **B** : 20 ans **C** : 35 ans **D** : 50ans

2. Le prix d'un article augmente d'un certain pourcentage puis baisse immédiatement du même pourcentage. Finalement le prix de cet article :

A : a augmenté **B** : a baissé **C** : n'a pas varié **D** : on ne peut pas savoir

3. La population mondiale a doublé entre 1960 et 2000.

Le taux d'accroissement moyen annuel a été de :

A : 3 % **B** : 2,75 % **C** : 2,5 % **D** :1,75 %

4. Pour tout réel x, $(\mathrm{e}^x)^2 \times \mathrm{e}^{3x-1}$ est égal à :

A : e^{x^2+3x-1} **B** : $\mathrm{e}^{2x(3x-1)}$ **C** : $\dfrac{\mathrm{e}^{5x}}{\mathrm{e}}$ **D** : $\dfrac{\mathrm{e}^{(x^2)}}{\mathrm{e}^{1-3x}}$

5. Le nombre -2 est solution de l'équation :

A : $\mathrm{e}^x = -2$ **B** : $\mathrm{e}^{\ln x} = -2$ **C** : $\ln x = -\ln 2$ **D** : $\ln \mathrm{e}^x = -2$

6. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln(x+3) < \ln 6$ est :

A : $S =]-\infty\ ;\ 3[$ **B** : $S =]-3\ ;\ 3[$ **C** : $S =]0\ ;\ 3[$ **D** : $S =]3\ ;\ +\infty[$

7. $\displaystyle\int_1^4 x^2\,\mathrm{d}x =$

A : 6 **B** : 15 **C** : 21 **D** : 63

8. La valeur moyenne sur l'intervalle $[1\,;3]$ de la fonction qui à x associe $\dfrac{1}{x}$ est :

A : $\dfrac{1}{2}$ **B** : $\dfrac{2}{3}$ **C** : $\ln\sqrt{3}$ **D** : $\ln 2$

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Sur un parcours donné, la consommation y d'une voiture est donnée en fonction de sa vitesse moyenne x par le tableau suivant :

x (en km/heure)	80	90	100	110	120
y (en litres/100 km)	4	4,8	6,3	8	10

1. La consommation est-elle proportionnelle à la vitesse moyenne? Justifier la réponse.
2. **a.** Représenter le nuage de points correspondant à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra 2 cm pour 10 km/h sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 litre sur l'axe des ordonnées).

b. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

c. À l'aide de la calculatrice, donner une équation, sous la forme $y = ax+b$, de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés et tracer cette droite (on arrondira a au millième et b au centième).

d. En utilisant cet ajustement, estimer la consommation aux 100 km (arrondie au dixième) de la voiture pour une vitesse de 130 km/h.

3. La forme du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel. On pose : $z = \ln y$ et on admet que la droite d'ajustement obtenue pour les cinq points $(x\,;\,z)$ du nuage par la méthode des moindres carrés, a pour équation $z = 0{,}0234x - 0{,}5080$.

a. Écrire y sous la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$ $\left(\text{donner } A \text{ et } B \text{ arrondis à } 10^{-4}\right)$.

b. Tracer, sur le même graphique, la courbe d'équation $y = A\mathrm{e}^{Bx}$ pour x élément de l'intervalle $[80\,;\,120]$.

c. En utilisant cet ajustement, estimer la consommation aux 100 km (arrondie au dixième) de la voiture, pour une vitesse de 130 km/h.

4. Des deux valeurs obtenues dans les questions **2. d.** et **3. c.**, pour la consommation à une vitesse de 130 km/h, laquelle vous semble la plus proche de la consommation réelle ? Expliquer votre choix.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le 1er janvier 2005, une grande entreprise compte 1 500 employés. Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10 % de l'effectif du 1er janvier partira à la retraite au cours de l'année. Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année.
Pour tout entier naturel n, on appelle u_n le nombre d'employés de l'entreprise le 1er janvier de l'année $(2005 + n)$.

1. a. Calculer u_0, u_1 et u_2.
La suite u de terme général u_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier les réponses.

b. Expliquer ensuite pourquoi on a, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 100$.

2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 1000$.

a. Démontrer que la suite v de terme général v_n est géométrique. Préciser sa raison.

b. Exprimer v_n en fonction de n.
En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 500 \times 0{,}9^n + 1000$.

c. Déterminer la limite de la suite u.

3. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -50 \times 0{,}9^n$.
En déduire le sens de variation de la suite u.

4. Au 1er janvier 2005, l'entreprise compte un sur-effectif de 300 employés. À partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise ne sera -t-elle plus en sur-effectif ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f définie sur $]0\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{x\ln x}$$

et on nomme $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ du plan.

x	0		$\frac{1}{\text{e}}$		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	
$f(x)$	$\Vert\ -\infty$	$\nearrow$	$-\text{e}$	$\searrow$	$-\infty\ \Vert\ +\infty$	$\searrow$	0

1. Justifier les éléments suivants donnés par ce tableau de variations :
   signe de $f'(x)$, limites aux bornes de l'ensemble de définition, image de $\frac{1}{\text{e}}$ par f.
   On admet que : $\lim\limits_{x \to 0} x \ln x = 0$.
2. Combien la courbe $\mathscr{C}$ possède-t-elle d'asymptotes ? Donner une équation de chacune d'elles.
3. **a.** Donner une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en son point A d'abscisse $\frac{1}{\text{e}}$.
   b. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en son point B d'abscisse e.
4. Indiquer pour quelles valeurs du réel k l'équation $f(x) = k$.
   a. ne possède aucune solution ;
   b. possède une solution unique ;
   c. possède deux solutions distinctes.

(Aucune justification n'est attendue dans cette question, on pourra s'aider de la représentation graphique de la fonction f obtenue à l'aide de la calculatrice)

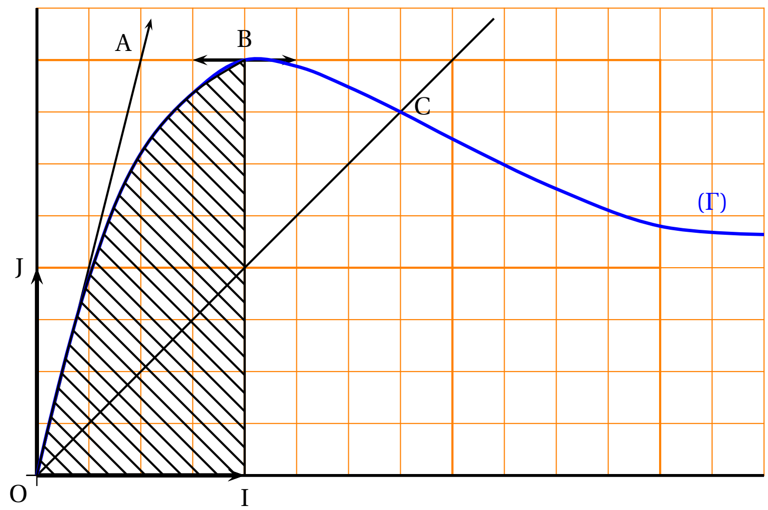
Baccalauréat ES Liban 6 juin 2005

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans un repère orthonormal du plan $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 2 cm, la courbe (Γ), tracée ci-dessous, est la représentation graphique d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;3{,}5]$.

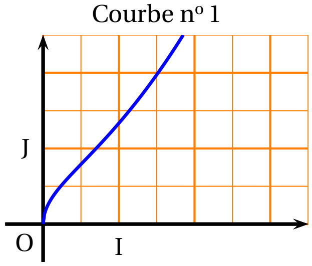
- I et J sont les points du plan tels que $\overrightarrow{OI} = \vec{\imath}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{\jmath}$;
- C est le point de (Γ) situé sur la bissectrice de $\widehat{IOJ}$;
- (OA) est la tangente en O à (Γ) ;
- $\mathscr{S}$ est la surface hachurée sur la figure ci-dessous :



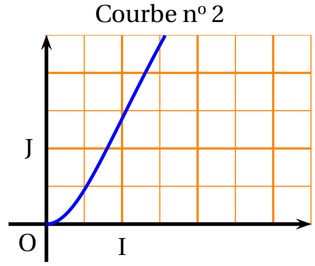
1. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
   a. Quel est le tableau de variations de g sur $[0\,;3{,}5]$?
   b. Quelles sont les valeurs de $g'(0)$ et de $g'(1)$?
   c. Quelles sont les coordonnées du point C ?
   d. Résoudre l'inéquation $g(x) \geqslant x$ sur $[0\,;3{,}5]$.
2. Définir la surface $\mathscr{S}$ par un système d'inéquations et déterminer graphiquement un encadrement de l'aire de $\mathscr{S}$ d'amplitude 2 cm^2.

   Rappel : l'aire d'un trapèze est donnée par la formule : $\mathscr{A} = \dfrac{(B+b)\times h}{2}$ *où B et b sont les bases du trapèze et h sa hauteur.*
3. On suppose que l'une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la primitive de la fonction g s'annulant en 0. En justifiant l'élimination de deux des courbes, indiquer celle qui est la représentation graphique de cette primitive.

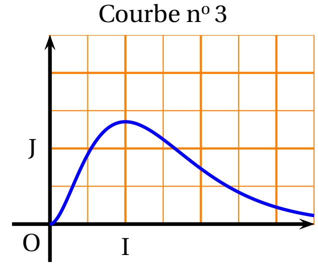
Courbe n^o 1



Courbe n^o 2



Courbe n^o 3

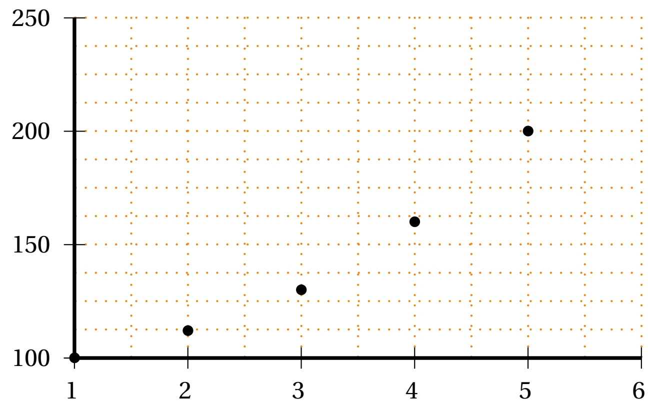


EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un fournisseur d'accès à internet, souhaite faire une prévision du nombre de ses abonnés pour l'année 2005, il établit un relevé du nombre des abonnés des années 2000 à 2004.
Il affecte l'indice 100 à l'année 2000 pour établir la statistique des abonnés et consigne les données sur le tableau et le graphique ci-dessous :

Année	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	1	2	3	4	5
Indice y_i	100	112	130	160	200



Partie A

1. Le nombre d'abonnés était de 2 040 pour l'année 2000, de combien est-il pour l'année 2004 ?
2. Quel est le pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnés entre 2003 et 2004 ?
3. Quelle est l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés ?
4. Quelles prévisions du nombre d'abonnés peut-on faire pour les années 2005 et 2010 ?
   On arrondira à l'entier le plus proche.

Partie B

Le fournisseur décide d'utiliser un changement de variable pour obtenir un autre ajustement, il crée un nouveau tableau en posant $Y = \ln(y)$.

1. Recopier et compléter le tableau. *On donnera des valeurs approchées à* 10^{-2}.

x_i	1	2	3	4	5
$Y_i = \ln y_i$					

2. Dans le plan muni d'un repère, construire le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ Y_i)$ et la droite de régression de Y en x donnée par l'équation : $Y = 0,17x + 4,39$.
3. Exprimer le nombre d'abonnés n_i en fonction du rang x_i de l'année.
4. En déduire une nouvelle prévision du nombre d'abonnés pour les années 2005 et 2010.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi la spécialité mathématique

Utiliser le DOCUMENT RÉPONSE DONNÉ EN ANNEXE

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on désigne par $\mathscr{S}$ l'ensemble des points $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ de l'espace tel que $z = 3xy$. On dit $\mathscr{S}$ est la surface d'équation $z = 3xy$.
Une courbe de niveau de cote z_0 est l'intersection d'un plan d'équation $z = z_0$, parallèle au plan (xOy) avec la surface $\mathscr{S}$. On définit de façon identique une courbe de niveau d'abscisse x_0 et une courbe de niveau d'ordonnée y_0.

1. Soient les courbes de niveau d'abscisse 1, d'abscisse $\dfrac{3}{2}$ et d'abscisse 2.

Tracer les projections orthogonales de ces courbes de niveau dans le plan (yOz) sur la figure 1 du document réponse.

2. **a.** Quelle est la nature des courbes de niveau d'abscisse constante ?

b. Montrer que les courbes de niveau de cote constante non nulle sont des hyperboles.

3. Sur la figure 2 sont représentées trois courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ représentant les projections orthogonales dans le plan (xOy) de trois courbes de niveau de cote constante k.
Préciser, en le justifiant, la valeur de k associée à chaque courbe.

4. Le point A$'$ représenté sur la courbe $\mathscr{C}_2$ de la figure 2 est la projection orthogonale dans le plan (xOy) d'un point $A(x\ ;\ y\ ;\ z)$, de la surface $\mathscr{S}$.

a. Déterminer les coordonnées du point A dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

b. Préciser les coordonnées du point A$''$, projeté orthogonal de A dans le plan (yOz), puis placer ce point A$''$ sur la figure 1.

5. Soit $\mathscr{P}$ le plan d'équation $3x + 6y - z - 6 = 0$.

a. Montrer que le point A appartient au plan $\mathscr{P}$.

b. Montrer que le plan $\mathscr{P}$ contient la courbe de niveau d'abscisse 2.

c. Démontrer que l'intersection de la surface $\mathscr{S}$ et du plan $\mathscr{P}$ est la réunion de deux droites : la courbe de niveau d'abscisse 2 et une autre droite que l'on déterminera par un système d'équations cartésiennes.
On pourra utiliser la factorisation $x + 2y - xy - 2 = (x - 2)(1 - y)$.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Tableau d'informations *n*° 1

x	$-\infty$	-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
Signe de $u(x)$	+	0	−	|	−	0	+	
Signe de $u'(x)$	−	|	−	0	+	|	+	

Le tableau d'informations n° 1 ci-dessus fournit des informations sur une fonction u définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Établir un tableau des variations de la fonction u.
   On considère maintenant les fonctions f et g définies par $f(x) = \ln[u(x)]$ et $g(x) = \mathrm{e}^{u(x)}$ où u désigne la fonction de la question précédente.
2. **a.** Une des deux affirmations suivantes est fausse, laquelle ? Justifier en précisant le bon ensemble de définition :
   Affirmation 1 : « La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ » ;
   Affirmation 2 : « La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ ».
   b. Donner les variations des fonctions f et g. Énoncer le(s) théorème(s) utilisé(s).
   c. Déterminer, en justifiant avec soin, $\displaystyle\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$
   d. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x) = 1$.
3. Voici d'autres informations relatives à la fonction u et à sa dérivée u'.

Tableau d'informations $\boldsymbol{n^{\text{o}}}$ **2.**

x	-2	0	$\frac{1}{2}$	2	3
$u(x)$	4	-2	$-\frac{9}{4}$	0	4
$u'(x)$	-5	1	0	3	5

Terminer chacune des deux phrases **a.** et **b.** par la réponse qui vous semble exacte, parmi celles proposées dans les cadres ci-dessous, en justifiant votre choix.

a. La tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 2 est parallèle :

• à l'axe des abscisses	• à la droite d'équation $y = x$	• à la droite d'équation $y = 3x$

b. Le nombre $f'(-2)$:

• n'existe pas	• vaut -20	• vaut $-\frac{4}{5}$	• vaut $-\frac{5}{4}$	• vaut $\frac{5}{4}$

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

On propose aux élèves, Quentin, Nicolas et Lucien de répondre à un Q.C.M. comportant quatre questions dont voici le barème et les instructions :
Pour chaque question, une seule des quatre propositions A, B, C ou D est exacte.
L'élève recopie sur sa feuille une grille de réponses présentée comme ci-dessous :

Question	Réponse : A, B, C, D
1	
2	
3	
4	

Une bonne réponse rapporte 1 point ; une mauvaise réponse enlève 0,5 point.
L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total de points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.
Les trois candidats répondent correctement à la première question.

1. Quentin choisit de ne pas répondre à la question n° 2 et de donner une réponse à chacune des deux dernières questions, en choisissant au hasard et de façon équiprobable, l'une des quatre réponses proposées.

   a. Quelles notes peut-il obtenir à ce Q.C.M. ?

   b. Combien de grilles différentes peut-il remplir ?

   c. Quelle probabilité a-t-il de ne faire aucune faute ?

   d. Quelle probabilité a-t-il de faire deux fautes ?

   e. Construire un tableau qui associe, à chaque total de points, sa probabilité. En déduire l'espérance mathématique de la note obtenue.

2. Nicolas adopte la stratégie de donner une réponse à chacune des trois dernières questions en choisissant au hasard et de façon équiprobable l'une des quatre réponses proposées.

   a. Quelles notes peut-il obtenir à ce Q.C.M. ?

   b. Combien de grilles différentes peut-il remplir ?

   c. Quelle probabilité a-t-il de ne faire aucune faute ?

   d. Quelle probabilité a-t-il de faire trois fautes ?

   e. Construire un tableau qui associe, à chaque total de points, sa probabilité. En déduire l'espérance mathématique de la note obtenue.

3. Lucien choisit de ne répondre à aucune des trois dernières questions.
Classer les stratégies de Quentin, Nicolas et Lucien.

ANNEXE

DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE
(Exercice 2 spécialité)

Figure 1

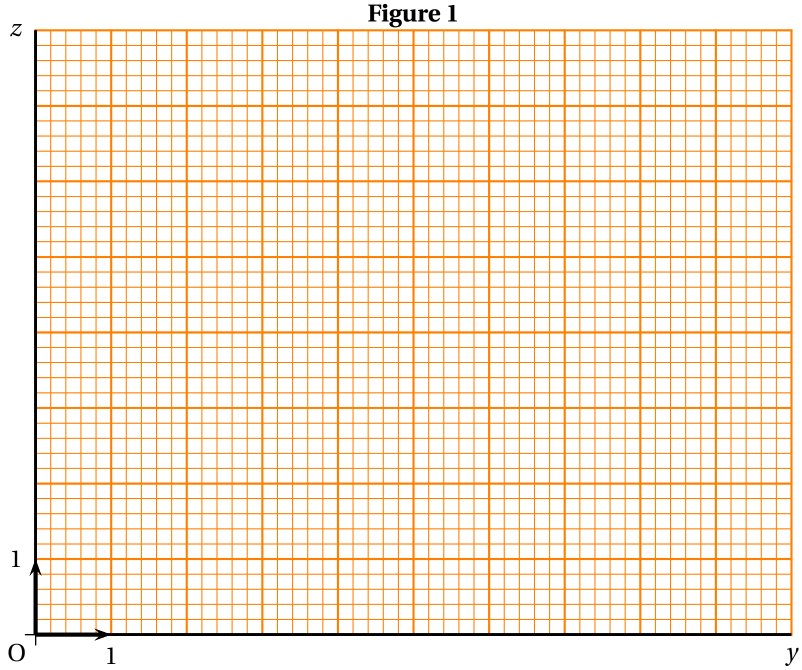
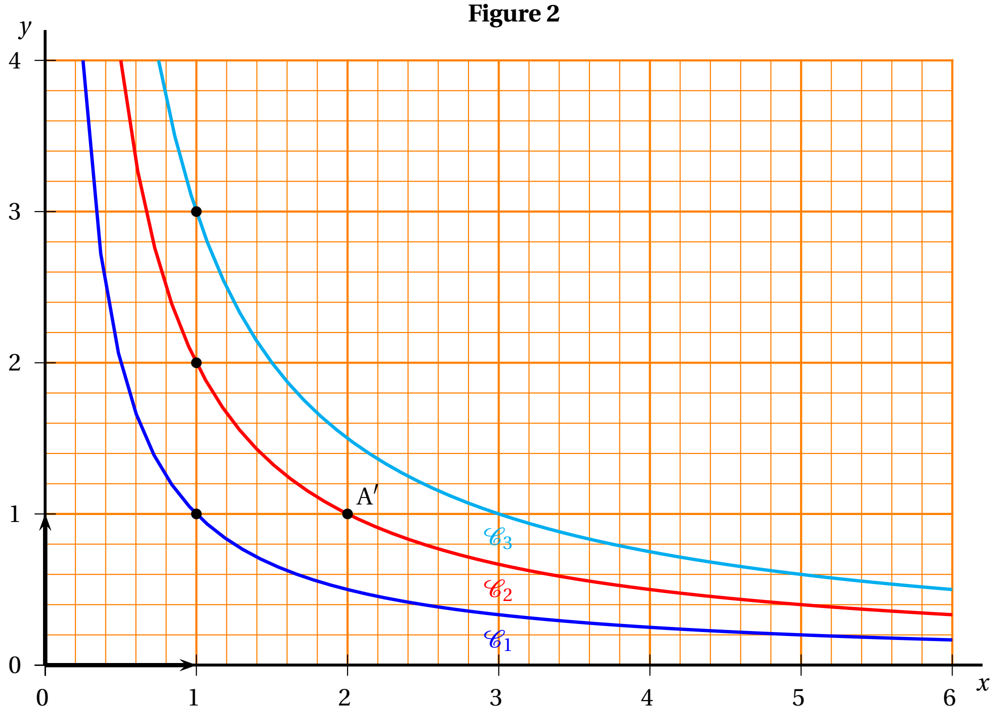


Figure 2



Baccalauréat ES Polynésie 9 juin 2005

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise étudie la progression de ses bénéfices ou pertes, évalués au premier janvier de chaque année, depuis le 1[er] janvier 1999. Chaque année est identifiée par son rang.
À l'année 1999 est attribué le rang 0 et à l'année $1999 + n$ le rang n ainsi 2001 a le rang 2.
Le tableau ci-dessous indique pour chaque rang x_i d'année le bénéfice ou perte réalisé, exprimé en milliers d'euros et noté y_i.

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	$-25,000$	$-3,111$	9,892	17,788	22,598	25,566

On cherche à approcher ces bénéfices par une fonction.
Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = -\mathrm{e}^{\left(-\frac{x}{2}+4\right)} + 30.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour 4 unités en ordonnées.

1. On considère que l'approximation des bénéfices par f est satisfaisante si la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées y_i et les valeurs approchées $f(x_i)$ est inférieure à $0,5$.
   L'approximation par f est-elle satisfaisante ? (Le résultat obtenu à l'aide de la calculatrice constituera une justification acceptable pour cette question.)
2. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   b. En déduire que $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote D dont on précisera l'équation.
   c. Étudier la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à D.
3. **a.** Étudier les variations de f sur $[0\,;\,+\infty[$ et dresser le tableau de variations.
   b. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
4. **a.** En utilisant le modèle que constitue la fonction f, en quelle année le bénéfice évalué au 1[er] janvier dépassera-t-il 29 800 euros ?
   b. Ce bénéfice atteindra-t-il 30 000 euros ? Justifier.
5. Construire $\mathcal{C}_f$, en faisant apparaître tous les éléments graphiques mis en évidence dans les questions précédentes.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une urne contient des jetons bleus, des jetons blancs et des jetons rouges.
10 % des jetons sont bleus et il y a trois fois plus de jetons blancs que de jetons bleus.
Un joueur tire un jeton au hasard.

S'il est rouge, il remporte le gain de base.
S'il est blanc, il remporte le carré du gain de base.
S'il est bleu, il perd le cube du gain de base.

1. On suppose que le gain de base est 2 euros.
   a. Déterminer la loi de probabilité sur l'ensemble des résultats possibles.

b. Calculer le gain moyen que l'on peut espérer réaliser sur un grand nombre de tirages.

2. On cherche à déterminer la valeur g_0 du gain de base, telle que le gain moyen réalisé sur un grand nombre de tirages soit maximal. Le résultat sera arrondi au centime d'euro.
Soit x le gain de base en euros.

a. Montrer que le problème posé revient à étudier les éventuels extremums de la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = -0,1x^3 + 0,3x^2 + 0,6x.$$

b. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. Déterminer $f'(x)$.

c. En déduire le sens de variation de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

d. Conclure sur le problème posé.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
La figure de l'annexe représente un pavé droit ; le point O est le milieu de [AD].
Soit P le milieu du segment [EF].

1. **a.** Quel ensemble de points de l'espace a pour équation $z = 2$?
   b. Déterminer une équation du plan (ABF).
   c. En déduire un système d'équations qui caractérise la droite (EF).
2. **a.** Quelles sont les coordonnées des points A, G et P ?
   b. Placer sur la figure le point Q de coordonnées (0 ; 0,5 ; 0).
   c. Déterminer une équation cartésienne du plan (APQ).
3. **a.** Construire sur la figure les segments [PQ] et [AG].
   b. Le point G appartient-il au plan (APQ) ? Justifier.
4. On construit la figure précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie, puis on demande au logiciel de représenter le point d'intersection des droites (AG) et (PQ). Quelle pourrait être la réponse de l'ordinateur ?

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des quatre questions, une et une seule affirmation est exacte.
Indiquez sur votre copie le numéro de la question et recopiez l'affirmation exacte ; aucune justification n'est demandée sauf pour la question 4.
Barème des trois premières questions :
À chaque question est attribué 1 *point.*
Une réponse inexacte enlève 0,5 *point.*
Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

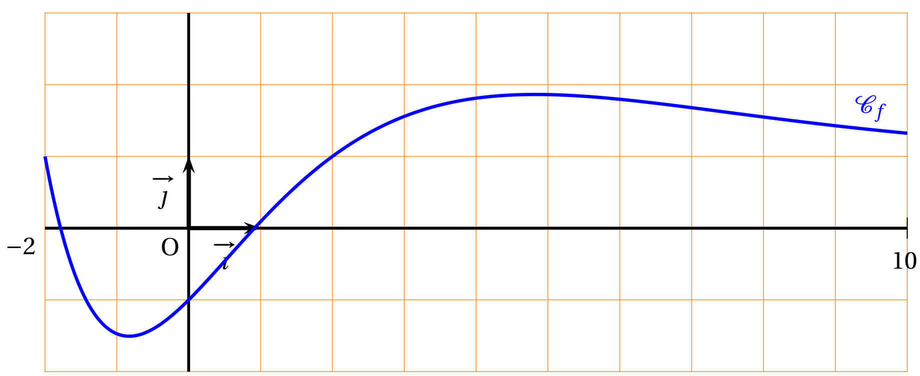
1. Soient A et B deux évènements. Il est possible que :
   - $p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,4$ et $p(A \cap B) = 0,1$.
   - $p(A) = 0,7$ et $p(B) = 0,5$ et $p(A \cap B) = 0,2$.
   - $p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,9$ et $p(A \cap B) = -0,1$.

2. Soient A et B deux évènements indépendants tels que $p(A) = 0,3$ et $p(B) = 0,2$. Alors :
   - $p(A \cap B) = 0,5$.
   - Les informations précédentes ne suffisent pas à calculer $p(A \cap B)$.
   - $p(A \cap B) = 0,06$.
3. Si A et B sont deux évènements incompatibles mais non impossibles, alors A et B sont indépendants.
   - Cette affirmation est vraie.
   - Cette affirmation est fausse.
   - On ne peut pas savoir.
4. On justifiera soigneusement la réponse à cette question.
   On répète quatre fois de manière indépendante une expérience aléatoire dont la probabilité de succès est 0,35. Alors la probabilité d'obtenir au moins un succès est :
   - environ 0,015.
   - environ 0,821.
   - environ 0,985.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

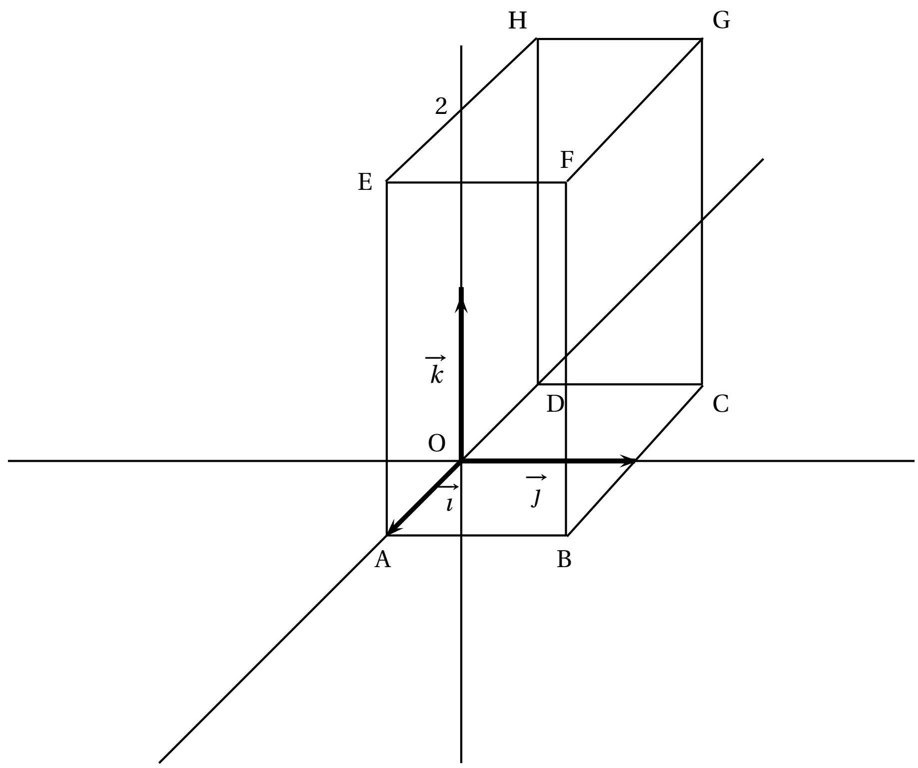
Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-2\ ;\ 10]$. La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal.
On précise que le point d'abscisse 4,83 de $\mathscr{C}_f$ a pour ordonnée 1,86 et que cette valeur est le maximum de la fonction f.
On note $\mathscr{C}_F$ la courbe représentative de la primitive F de f qui s'annule en 1. On précise que le point A(5 ; 5,43) appartient à $\mathscr{C}_F$.
On note $\mathscr{C}_{f'}$ la courbe représentative de la fonction dérivée f' de f.
Toutes les estimations graphiques seront données à $0,25$ *près. Les résultats des calculs numériques seront arrondis à* 10^{-2}.



1. **a.** Déterminer graphiquement sur quel(s) intervalle(s) $\mathscr{C}_{f'}$ est située en dessous de l'axe des abscisses.
   b. Déterminer, en justifiant, l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_F$ en A.
   c. Préciser, en justifiant, le sens de variation de F sur l'intervalle $[-2\ ;\ 10]$.
2. **a.** Déterminer $\displaystyle\int_1^5 f(t)\,\mathrm{d}t$.
   b. Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ et donner une interprétation de cette notion dans le cas où f est positive.
   c. Donner la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[1 ; 5]$.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2 (spécialité)

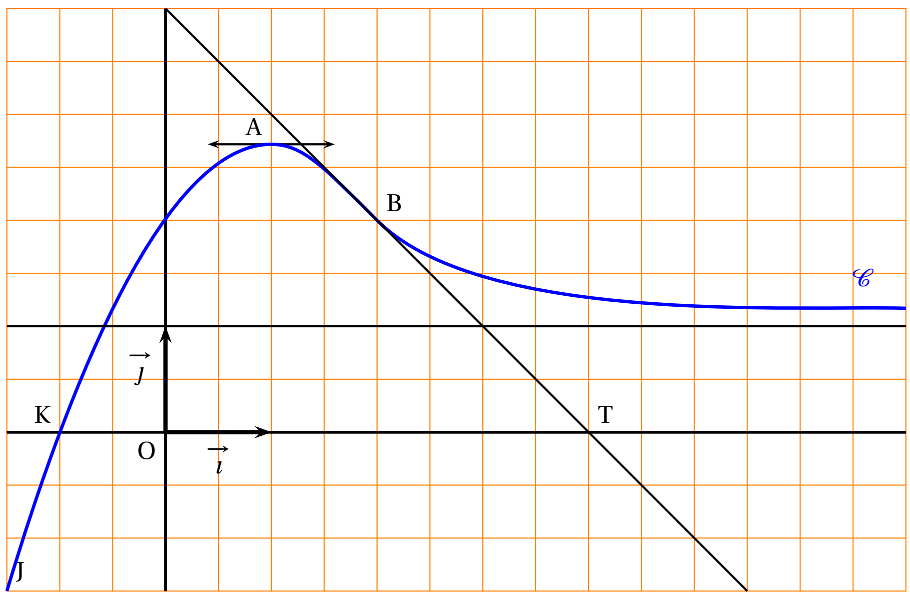


Baccalauréat ES Antilles-Guyane septembre 2005

EXERCICE 1 **5 points**

Sur la figure ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f dérivable sur $\left[-\dfrac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$.

- Les points $J\left(-\frac{3}{2}\,;\,-\frac{3}{2}\right)$, $K(-1\,;\,0)$, $A(1\,;\,e)$ et $B(2\,;\,2)$ sont des points de $\mathscr{C}$;
- La tangente à $\mathscr{C}$ en A est parallèle à l'axe des abscisses.
- La tangente à $\mathscr{C}$ en B passe par T(4 ; 0).
- La droite d'équation $y = 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.
- La fonction f est strictement croissante sur $\left[-\frac{3}{2}\,;\,1\right[$ et strictement décroissante sur $[1\,;\,+\infty[$.



1. **a.** Donner les valeurs de $f\left(-\frac{3}{2}\right)$, $f(-1)$, $f(1)$, $f(2)$ ainsi que la limite de f en $+\infty$.

   b. Donner, en justifiant vos réponses, les nombres $f'(1)$ et $f'(2)$.

2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$ et Γ sa représentation graphique.

   a. Déterminer l'intervalle I de définition de g. Calculer les limites de g en -1 et en $+\infty$.
   En déduire les asymptotes à la courbe Γ en précisant une équation pour chacune d'elles.

   b. Exprimer $g'(x)$ à l'aide de $f(x)$ et $f'(x)$. En déduire le tableau de variations de g.

   c. Déterminer $g(2)$ et $g'(2)$, puis une équation de la tangente à Γ au point B′ d'abscisse 2.

EXERCICE 2 **5 points**

Dans cet exercice, A et B étant des évènements, $\overline{A}$ désigne l'évènement contraire de l'évènement A, $P(A)$ la probabilité de A et $P_B(A)$ la probabilité de A sachant que B est réalisé.

Une entreprise fabrique des appareils en grand nombre. Une étude statistique a permis de constater que 10 % des appareils fabriqués sont défectueux.
L'entreprise décide de mettre en place un test de contrôle de ces appareils avant leur mise en vente. Ce contrôle détecte et élimine 80 % des appareils défectueux, mais il élimine également à tort 10 % des appareils non défectueux. Les appareils non éliminés sont alors mis en vente.
On prend au hasard un appareil fabriqué et on note D l'évènement « l'appareil est défectueux » et V l'évènement « l'appareil est mis en vente ».

1. Construire un arbre pondéré rendant compte de cette situation.
2. **a.** Calculer $P(V \cap D)$ et $P\left(V \cap \overline{D}\right)$.
   En déduire que la probabilité qu'un appareil fabriqué soit mis en vente après contrôle est 0,83.
   b. Calculer la probabilité qu'un appareil mis en vente après contrôle soit défectueux.
   c. Vérifier que $P_V(D) \approx 0,24 \times P(D)$.
   Rédiger une phrase comparant les probabilités pour un acheteur d'acquérir un appareil défectueux suivant que l'entreprise applique ou non le test de contrôle.
3. Une entreprise décide d'appliquer le contrôle, tout en continuant à fabriquer le même nombre d'appareils. Elle fabriquait et vendait une quantité q_0 d'appareils au prix p_0.
   Les pourcentages demandés seront arrondis à l'unité.
   a. Quelle est, en fonction de q_0 la nouvelle quantité q_1 d'appareils mis en vente après contrôle ?
   b. De quel pourcentage la quantité vendue a-t-elle diminué ?
   c. Quel doit être le nouveau prix p_1 (en fonction de p_0 pour que l'entreprise maintienne son chiffre d'affaires ?
   Quel est alors le pourcentage d'augmentation du prix de vente ?

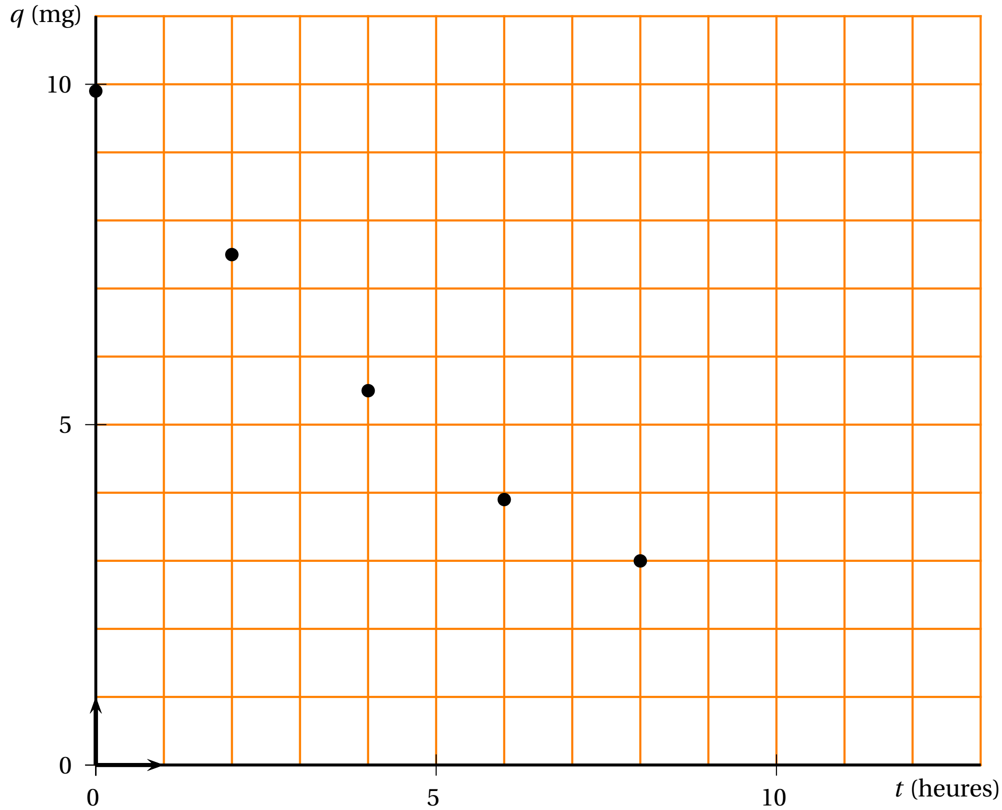
EXERCICE 3 **10 points**

Un médicament est injecté par voie intraveineuse. Dans les heures qui suivent, la substance est éliminée par les reins. La quantité q_i présente dans le sang (q_i en milligrammes) à l'instant t_i (t_i, en heures) a été mesurée par des prises de sang toutes les deux heures .

t_i (heures)	0	2	4	6	8
q_i (mg)	9,9	7,5	5,5	3,9	3

PARTIE A

Modélisation par une fonction affine
Le nuage de points associé à la série $\left(t_i\ ;\ q_i\right)$ est représenté dans le repère orthogonal ci-dessous.



1. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D d'ajustement affine de q en t par la méthode des moindres carrés $\left(\text{coefficients arrondis à } 10^{-2}\right)$; tracer la droite D sur la figure 1.
2. En supposant que ce modèle reste valable pendant 12 heures, quelle estimation obtient-on de la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures ? Qu'en pensez-vous ?

PARTIE B

Recherche d'un modèle mieux adapté

1. Représenter dans le repère semi-logarithmique ci-dessous le nuage de point associé à la série $\left(t_i\ ;\ q_i\right)$.
   Quel type d'ajustement l'allure de cette représentation permet-elle d'envisager ?
2. On pose $y_i = \ln q_i$. Recopier et compléter le tableau ci-dessous (valeurs arrondies au centième).

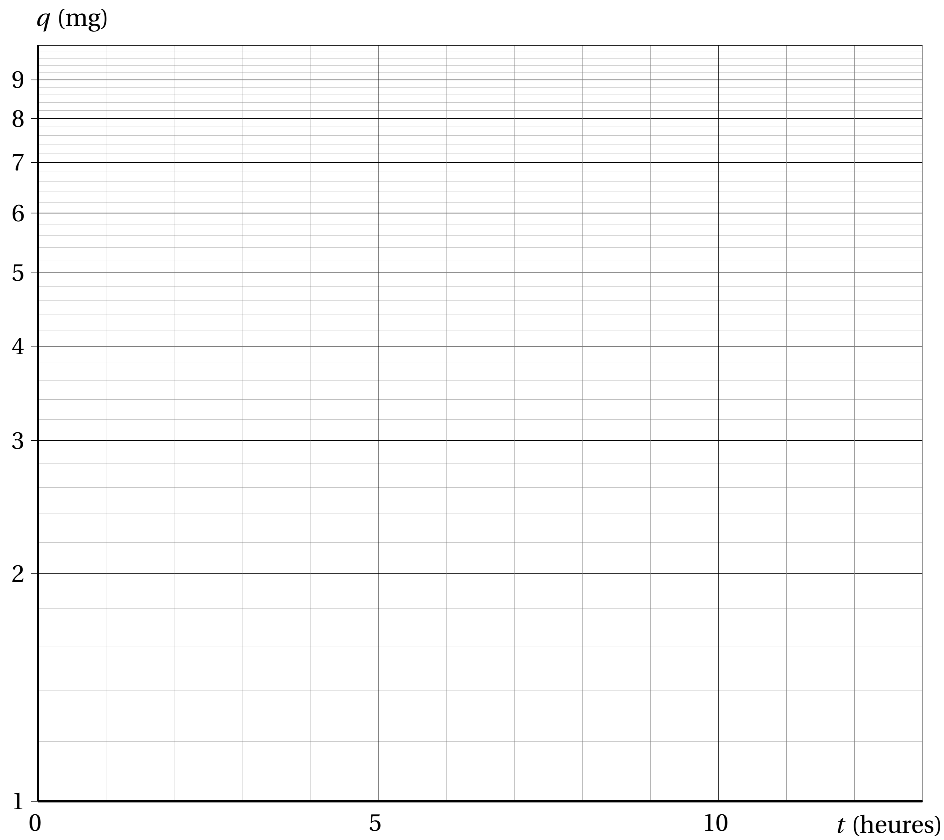
t_i (heures)	0	2	4	6	8
y_i (mg)					

3. Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite d'ajustement affine de y en t par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis au centième).
4. Montrer que l'expression de q en fonction de t obtenue à partir de cet ajustement est de la forme $q = a\mathrm{e}^{-bt}$ où a est arrondi à l'unité et b au centième.
5. Étudier le sens de variation de la fonction f définie sur $[0\,;\,15]$ par :

$$f(t) = 10\mathrm{e}^{-0,15t}.$$

   Tracer sa courbe représentative $\mathscr{C}$ sur la figure 1.

6. On suppose que ce nouveau modèle reste valable pendant 12 heures. Calculer à 10^{-1} près la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures. Placer le point correspondant sur le graphique.



PARTIE C

1. Calculer $\dfrac{f(t+1)-f(t)}{f(t)}$. Interpréter le résultat par une phrase concernant le pourcentage de variation de la quantité de médicament présente dans le sang.
2. Le médicament reste efficace tant que la quantité présente dans le sang reste supérieure à 2 mg.
   Déterminer graphiquement, à 1 heure près par défaut, la durée d'efficacité de l'injection.
3. Calculer, à un dixième de milligramme près, la quantité moyenne de médicament présente dans le sang pendant les 10 heures qui suivent l'injection.

EXERCICE 4 **5 points**
Enseignement de spécialité

Sur un marché où seul un produit A était présent, un nouveau produit B est mis en vente à partir de l'année 2003. Une enquête a montré que :

- la probabilité qu'un client de A, une année donnée, reste fidèle à A l'année suivante est $0,67$;
- la probabilité qu'un client de B, une année donnée, choisisse A l'année suivante est $0,27$.

On suppose que la clientèle totale pour les deux produits ne change pas. On prend un client au hasard l'année $(2002+n)$.
Notations :

— On appelle A l'état « acheter le produit A »;
— On appelle B l'état « acheter le produit B »;
— On note a_n la probabilité que ce client achète A pendant l'année $(2002+n)$.
— On note b_n la probabilité que ce client achète B pendant l'année $(2002+n)$.
— On a donc $a_0 = 1$ et $b_0 = 0$.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets A et B.
La matrice M de ce graphe probabiliste, en considérant les sommets du graphe dans l'ordre A puis B, est donc :

$$M = \begin{pmatrix} 0,67 & 0,33 \\ 0,27 & 0,73 \end{pmatrix}$$

2. On appelle $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice décrivant l'état probabiliste de la clientèle l'année $(2002+n)$

a. Donner la relation matricielle liant l'état P_1 à l'état P_0. Calculer P_1 et traduire ce résultat par une phrase.

b. Calculer et traduire de même l'état P_2.

3. a. Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n. En déduite que, pour tout entier n, on a :

$$a_{n+1} = 0,67a_n + 0,27b_n \quad \text{puis} \quad a_{n+1} = 0,4a_n + 0,27.$$

b. On définit la suite (u_n) par $u_n = a_n - 0,45$ pour tout entier n. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

c. Exprimer u_n puis a_n et b_n en fonction de n.

4. a. Quelles sont les limites respectives a et b des suites (a_n) et (b_n).
Exprimer ces résultats en termes de répartition sur le marché des produits A et B.

b. On pose $P = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$.
Vérifier que $P = P \times M$.
Que représente l'état P ? Dépend-il de l'état initial P_0 ?

Baccalauréat ES Métropole–La Réunion septembre 2005

EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

Une enquête menée pour le compte d'une entreprise a permis d'établir le nombre d'acheteurs d'un produit X selon le montant de son prix de vente. Les résultats de l'enquête sont résumés dans le tableau ci-dessous dans lequel :

- x_i désigne le prix de vente unitaire (en euros) du produit X ;
- y_i le nombre d'acheteurs en milliers.

x_i	1	1,50	2	3	4
y_i	3,75	2,8	2	1	0,5

1. Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ du plan (unités graphiques : 4 cm pour 1 euro en abscisse et 2 cm pour 1 000 acheteurs en ordonnée).
2. On recherche un ajustement affine de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
   a. Donner l'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Les calculs seront faits à la calculatrice et les valeurs cherchées seront arrondies au centième ; on ne demande aucune justification.
   b. Tracer cette droite dans le même repère que précédemment.
   c. Utiliser cet ajustement pour estimer le nombre d'acheteurs potentiels pour un produit vendu 2,50 euros.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Parmi les stands de jeux d'une fête de village, les organisateurs ont installé une machine qui lance automatiquement une bille d'acier lorsque le joueur actionne un bouton.
Cette bille roule sur un plan comportant une cible circulaire évidée en son centre. Lorsque la bille atteint la cible, soit elle est avalée, soit elle reste sur la cible.
Lorsque la bille n'atteint pas la cible elle revient à son point de départ.
Dans la suite de l'exercice, on notera :

- C l'évènement « la cible est atteinte » ;
- B l'évènement « la bille est avalée ».

Une étude préliminaire a démontré que :

— la probabilité d'atteindre la cible lors d'un lancer est égale à $0,3$;
— lorsque la cible a été atteinte, la probabilité que la bille soit avalée est égale à $0,2$.

1. Traduire la situation aléatoire ci-dessus par un arbre de probabilité.
2. On actionne le bouton.
   a. Calculer la probabilité P_1 que la bille soit avalée.
   b. Calculer la probabilité P_2 qu'elle reste sur la cible.

   Une partie se déroule selon la règle ci-dessous.
   Pour jouer, on paie $0,50$ euro et on actionne le bouton qui lance la bille :

   - si la bille est avalée, on gagne un lot d'une valeur de g euros ;

- si la bille reste sur la cible sans être avalée, on est remboursé ;
- si la bille rate la cible, on perd la mise.

3. Déterminer complètement la loi de probabilité de gain d'un joueur : on recopiera et on complétera le tableau ci-dessous ; aucune justification n'est demandée.

gain	$-0,50$	0	$g-0,50$
probabilité			

4. a. Montrer que l'espérance de gain d'un joueur en fonction de g est :

$$\mathrm{E} = 0,06g - 0,38.$$

b. On prévoit qu'un grand nombre de parties seront jouées. Pour quelles valeurs de g les organisateurs peuvent-ils espérer un bénéfice ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Mademoiselle Z travaille dans une société spécialisée dans la vente par téléphone. Chaque jour, elle doit appeler une liste de clients pour leur proposer un produit particulier. Après avoir observé un grand nombre d'appels de Mademoiselle Z, on peut faire l'hypothèse suivante :

— si un client contacté répond favorablement (situation A), cela donne de l'assurance à Mademoiselle Z et elle arrive à convaincre le client suivant une fois sur deux ;

— si le client contacté ne répond pas favorablement (situation B), Mademoiselle Z se décourage et n'arrive à convaincre le client suivant qu'une fois sur cinq.

1. a. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets A et B.

b. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

2. Ce lundi, Mademoiselle Z est en forme et elle a convaincu le premier client d'acheter le produit proposé. La matrice ligne décrivant l'état initial au premier appel est donc $P_0 = (1\ ;\ 0)$.
Donner la matrice ligne P_1 exprimant l'état probabiliste au deuxième appel.

3. On donne la matrice $M^5 = \begin{pmatrix} 0,28745 & 0,71255 \\ 0,28502 & 0,71498 \end{pmatrix}$

a. Calculer le produit P_0M^5. En déduire la probabilité que Mademoiselle Z convainque son sixième client ce lundi.

b. Quelle aurait été la probabilité que Mademoiselle Z convainque son sixième client si elle n'avait pas convaincu le premier ?

4. Déterminer l'état stable du système. Comment peut-on l'interpréter ?

EXERCICE 3 **8 points**
Commun à tous les candidats

PARTIE A

L'objet de cet exercice est l'étude de deux fonctions intervenant dans un modèle économique.
La courbe $(\mathscr{C}_f)$ donnée en **ANNEXE (à rendre avec la copie)** est la représentation graphique, dans un repère orthogonal du plan, de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-0,7x+2,1}.$$

De même, la courbe $\left(\mathcal{C}_g\right)$ est la représentation graphique de la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par :

$$g(x) = 0,5x + 0,7.$$

On admet que les fonctions f et g sont dérivables sur l'intervalle $[0\,;5]$.

1. On appelle h la fonction définie par $h(x) = f(x) - g(x)$.
   - **a.** Calculer $h'(x)$ où h' désigne la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle $[0\,;5]$.
   - **b.** Étudier le signe de $h'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0\,;5]$. En déduire que la fonction h est strictement monotone sur cet intervalle.
   - **c.** Justifier que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[0\,;5]$ et donner à l'aide d'une calculatrice une valeur approchée de α à 10^{-3} près (on ne demande pas de justification sur la méthode d'obtention de cette valeur).
   - **d.** Déduire de l'étude précédente les valeurs arrondies à 10^{-2} des coordonnées du point d'intersection F de $\left(\mathcal{C}_f\right)$ et $\left(\mathcal{C}_g\right)$.
2. Dans la suite du problème, on prendra $\alpha = 2,17$ et $f(\alpha) = g(\alpha) = 1,79$.
   - **a.** Soient les points $\text{C}(0\,;\,f(\alpha))$ et $\text{E}(\alpha\,;\,0)$. Donner une valeur arrondie à 10^{-2} de l'aire du rectangle OCFE exprimée en unités d'aire.
   - **b.** Interpréter graphiquement le nombre $\displaystyle\int_0^{\alpha} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   - **c.** Calculer $\displaystyle\int_0^{\alpha} f(x)\,\mathrm{d}x$ en fonction de α et en donner la valeur arrondie à 10^{-2}.

PARTIE B

La fonction f définie dans la **PARTIE A** représente la fonction de demande d'un produit ; elle met en correspondance le prix $f(x)$ exprimé en milliers d'euros et la quantité x, exprimée en tonnes, que sont prêts à acheter les consommateurs à ce prix.
La fonction g définie dans la **PARTIE A** est la fonction d'offre de ce produit ; elle met en correspondance le prix $g(x)$ exprimé en milliers d'euros et la quantité x, exprimée en tonnes, que sont prêts à vendre à ce prix les producteurs.
On appelle prix d'équilibre du marché le prix pour lequel la quantité demandée par les consommateurs est égale à celle offerte par les producteurs. On note p_0 le prix d'équilibre et q_0 la quantité échangée sur le marché à ce prix. Dans la situation étudiée on a donc : $f\left(q_0\right) = g\left(q_0\right)$.

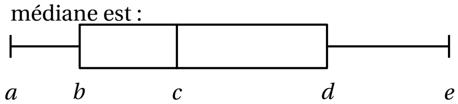
1. Déduire des résultats donnés dans la **PARTIE A** les valeurs de q_0 et de p_0.
2. Tous les consommateurs qui étaient prêts à payer plus cher (au-dessus du prix p_0) réalisent une économie. Le montant économisé par les consommateurs, appelé surplus des consommateurs, vaut par définition $\displaystyle\int_0^{q_0} f(x)\,\mathrm{d}x - p_0 \times q_0$. Il s'exprime ici en milliers d'euros.
   - **a.** Sur le graphique de la feuille **ANNEXE (à rendre avec la copie)** :
     — indiquer les valeurs q_0 et p_0 sur les axes de coordonnées ;
     — hachurer le domaine dont l'aire s'écrit :
     $$\int_0^{q_0} f(x)\,\mathrm{d}x - p_0 \times q_0.$$
   - **b.** Calculer, en milliers d'euros, le surplus des consommateurs.

EXERCICE 4 **À rendre avec la copie** **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule réponse est exacte. On demande de cocher cette réponse.

Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

QUESTIONS	RÉPONSES
1. La courbe représentative de la fonction logarithme népérien admet pour tangente au point d'abscisse 1, la droite d'équation :	☐ $y = x+1$ ☐ $y = x-1$ ☐ $y = x+\mathrm{e}$
2. La représentation graphique de la fonction exponentielle admet pour asymptote :	☐ la droite d'équation $y = x$ ☐ l'axe des abscisses ☐ l'axe des ordonnées
3. La fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{4}\mathrm{e}^{-2x} + \ln(2x+4)$ est une primitive sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$ de la fonction g définie sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$ par :	☐ $g(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} + \frac{2}{x+2}$ ☐ $g(x) = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} + \frac{1}{x+2}$ ☐ $g(x) = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} + \frac{1}{2x+4}$
4. L'intégrale $\int_{-1}^{1} x^3\,\mathrm{d}x$ est égale à :	☐ $-0,5$ ☐ 0 ☐ 0,5
5. La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par $f(x) = \frac{-2x^3+3x-1}{(2x-1)^3}$ est égale à :	☐ 1 ☐ -1 ☐ $-\frac{1}{4}$
6. Le diagramme en boîte ci-dessous résume une série statistique dont la médiane est :  	☐ $\frac{1}{2}(a+e)$ ☐ $\frac{1}{2}(b+d)$ ☐ c
7. La droite des moindres carrés associée à une série statistique à deux variables passe par le point moyen du nuage :	☐ jamais ☐ dans certains cas seulement ☐ toujours
8. Selon l'INSEE les prix à la consommation ont augmenté de 8,9 % du 1er janvier 1998 au 31 décembre 2003. Si le taux d'évolution des prix d'une année à la suivante était fixe de 1998 à 2003, et égal à t %, la valeur de t arrondie à 10^{-2} qui donnerait la même augmentation des prix à la fin de l'année 2003, serait égale à :	☐ 1,48 % ☐ 1,72 % ☐ 1,43 %

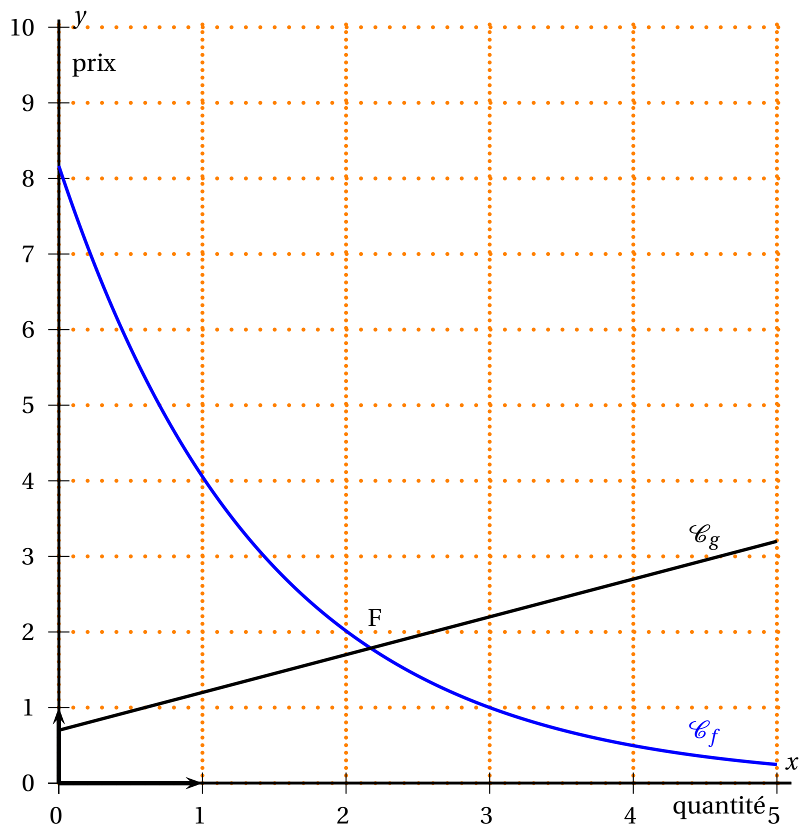
ANNEXE

Exercice 3

Commun à tous les candidats

À rendre avec la copie

Figure à compléter



Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2005

EXERCICE 1

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 3x - 2 - 2x\ln x.$$

1. On donne ci-dessous le tableau de variations de f. Recopier ce tableau sur la copie.

a. Justifier le signe de $f'(x)$ sur chacun des intervalles $\left]0\ ;\ \sqrt{\text{e}}\right[$ et $\left]\sqrt{\text{e}}\ ;\ +\infty\right[$.

b. Calculer la valeur exacte de $f\left(\sqrt{\text{e}}\right)$.

x	0		$\sqrt{\text{e}}$		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\Vert$ -2	$\nearrow$	$f\left(\sqrt{\text{e}}\right)$	$\searrow$	$-\infty$

2. À l'aide de ce tableau de variations, indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$. Si ces solutions existent, donner pour chacune d'elles la valeur décimale approchée arrondie au dixième (aucune justification n'est demandée).

3. Indiquer, en justifiant la réponse à l'aide du tableau de variations, si chacune des affirmations suivantes est **vraie** ou **fausse** :

a. La courbe représentative de f admet dans le plan muni d'un repère orthonormal, une asymptote verticale d'équation $x = 0$.

b. Toute primitive de f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]0\ ;\ \sqrt{\text{e}}\right[$.

EXERCICE 2 **5 points**

(pour les candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité)

Lors d'un examen, Julien doit répondre à un Q. C. M.

À chaque question trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

Pour chaque question, soit il connaît la réponse et répond de façon exacte, soit il ne la connaît pas et, dans ce cas, bien qu'il ait la possibilité de ne pas répondre, il préfère tenter sa chance et répond au hasard il a alors une chance sur trois que sa réponse soit exacte.

On suppose, de plus, que la probabilité que Julien connaisse la réponse à une question donnée est égale à $\dfrac{1}{2}$.

On note C l'évènement « Julien connaît la réponse »,

E l'évènement « la réponse est exacte ».

Rappel de notation : pour un évènement A donné, $p(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A et $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.

1. a. Julien répond à une question du Q. C. M.

Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

b. Démontrer que : $p(E) = \dfrac{2}{3}$.

c. Calculer la probabilité que Julien connaisse la réponse à la question sachant que sa réponse est exacte.

2. Le Q.C.M. est composé de trois questions indépendantes. Il est noté sur 3 points. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0. Soit X la note obtenue par Julien à ce Q. C. M.

a. Déterminer la loi de probabilité de X. On pourra s'aider d'un arbre. Les résultats seront donnés sous forme de fractions.

b. Quelle est la probabilité que Julien ait au moins 1,5 point à ce Q. C. M. ?

c. En supposant que tous les élèves se comportent comme Julien, quelle moyenne, arrondie au centième, peut-on attendre à ce Q. C. M. ?

EXERCICE 2 **5 points**
(pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité)

Au 1er janvier 2000, la population d'une ville se répartit également entre locataires et propriétaires. La population globale ne varie pas mais, chaque année, pour raisons familiales ou professionnelles, 10 % des propriétaires deviennent locataires tandis que 20 % des locataires deviennent propriétaires.

1. On désigne par p_n la probabilité qu'un habitant de la ville choisi au hasard, soit propriétaire au 1er janvier de l'année $2000+n$ (n entier supérieur ou égal à 0), et par l_n, la probabilité qu'il soit locataire.
La matrice $P_0 = (0,5\ \ 0,5)$ traduit l'état probabiliste initial et la matrice
$P_n = \begin{pmatrix} p_n & l_n \end{pmatrix}$ (avec, pour tout n de $\mathbb{N}$, $p_n + l_n = 1$) l'état probabiliste après n années.

a. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste et en déduire que ce graphe a pour matrice de transition $M = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$.

b. Calculer l'état probabiliste P_1.

c. Déterminer l'état stable du graphe. Que peut-on en conclure pour la population de cette ville ?

2. À l'aide de la relation $P_{n+1} = P_n \times \mathrm{M}$, démontrer que, pour tout entier naturel n,
$p_{n+1} = 0,7p_n + 0,2$.

3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = p_n - \dfrac{2}{3}$.

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,7.

b. Exprimer u_n en fonction de n et démontrer que $p_n = -\dfrac{1}{6} \times 0,7^n + \dfrac{2}{3}$.

c. Calculer la limite de la suite $\left(p_n\right)$ et retrouver le résultat de la question 1. c.

EXERCICE 3 **5 points**
(commun à tous les candidats)

La courbe $(\mathscr{C})$, donnée en annexe 1, est la représentation graphique, dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite (T) est la tangente à cette courbe au point de coordonnées $(0\,;2)$. On appelle α la valeur de la variable x pour laquelle f admet un maximum noté M : $M = f(\alpha)$ (la valeur de α n'est pas demandée).
On précise que $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$, $f'(0)$ sont des nombres entiers.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

1. f' désigne la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$. Déterminer graphiquement $f(0)$, $f'(0)$ et le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel x sur l'intervalle $[-6\,;\,2]$.
2. Soit g la fonction définie pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,2[$ par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$ et g' sa fonction dérivée.
   a. En utilisant notamment des résultats obtenus par lecture graphique de la courbe $(\mathcal{C})$, dresser le tableau de variations de g et déterminer la limite de g en 2.
   b. Déterminer $g'(0)$.

Partie B

Soit F une primitive de f sur $\mathbb{R}$, F' désigne la dérivée de F sur $\mathbb{R}$.

1. Déterminer à l'aide du graphique $F'(-1)$ et $F'(2)$.
2. On admet qu'il est possible de trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout réel x, $F(x) = \left(ax^2 + bx - 1\right)\mathrm{e}^x$.
   a. Exprimer $F'(x)$ en fonction de x et de a et b.
   b. En utilisant les résultats trouvés à la question 1 de la **partie B**, démontrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $F(x) = \left(-x^2 + 3x - 1\right)\mathrm{e}^x$.
   c. Calculer $F(2) - F(-1)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

EXERCICE 4 **5 points**
(commun à tous les candidats)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de personnes âgées de plus de 85 ans, en France métropolitaine, de 1950 à 2000.
On note X_i l'année. L'indice i varie de 1 â 11. Par commodité on pose $x_i = X_i - 1950$.
y_i désigne, en milliers, le nombre de personnes âgées de 85 ans ou plus, au 1er janvier de l'année X_i.

X_i	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
x_i	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	201	231	290	361	423	498	567	684	874	1 079	1 267

Source : Insee, bilan démographique. Champ : France métropolitaine.

1. Estimation à l'aide d'un graphique semi-logarithmique
   a. Compléter le nuage de points $M_i\left(x_i\,;\,y_i\right)$ associé à cette série statistique dans le repère semi-logarithmique fourni en annexe 2.
   b. Construire sur ce graphique la droite passant par les points $\mathrm{M}_1(0\,;\,201)$ et $\mathrm{M}_{11}(50\,;\,1\,267)$ et justifier que l'ajustement du nuage à l'aide de cette droite est satisfaisant.
   c. En supposant que cet ajustement affine reste pertinent, déterminer graphiquement à partir de quelle année le nombre de personnes âgées de plus de 85 ans dépassera 2 millions.
2. La forme du nuage obtenu avec la représentation logarithmique invite à chercher un ajustement exponentiel. On pose $z = \ln y$.
   a. Compléter la dernière ligne du tableau fourni en annexe. Arrondir les résultats au millième.

b. En utilisant la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de z en x. Les coefficients seront arrondis au millième.

c. En déduire une modélisation de y en fonction de x sous la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$. (Le réel A sera arrondi à l'unité et le réel B au millième)

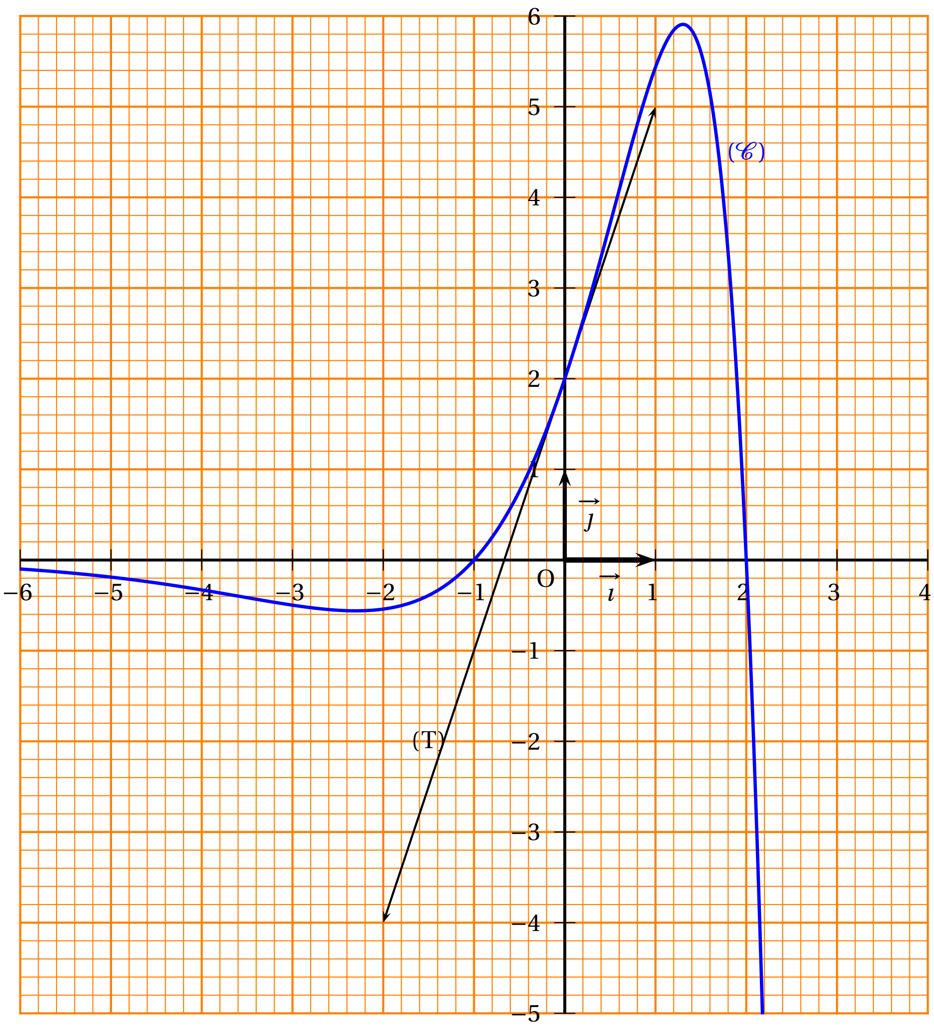
3. On admet que la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,70]$ par : $f(x) = 200\mathrm{e}^{0,037x}$ modélise de façon satisfaisante l'évolution de cette population.

a. Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 2\,000$ et interpréter ce résultat.

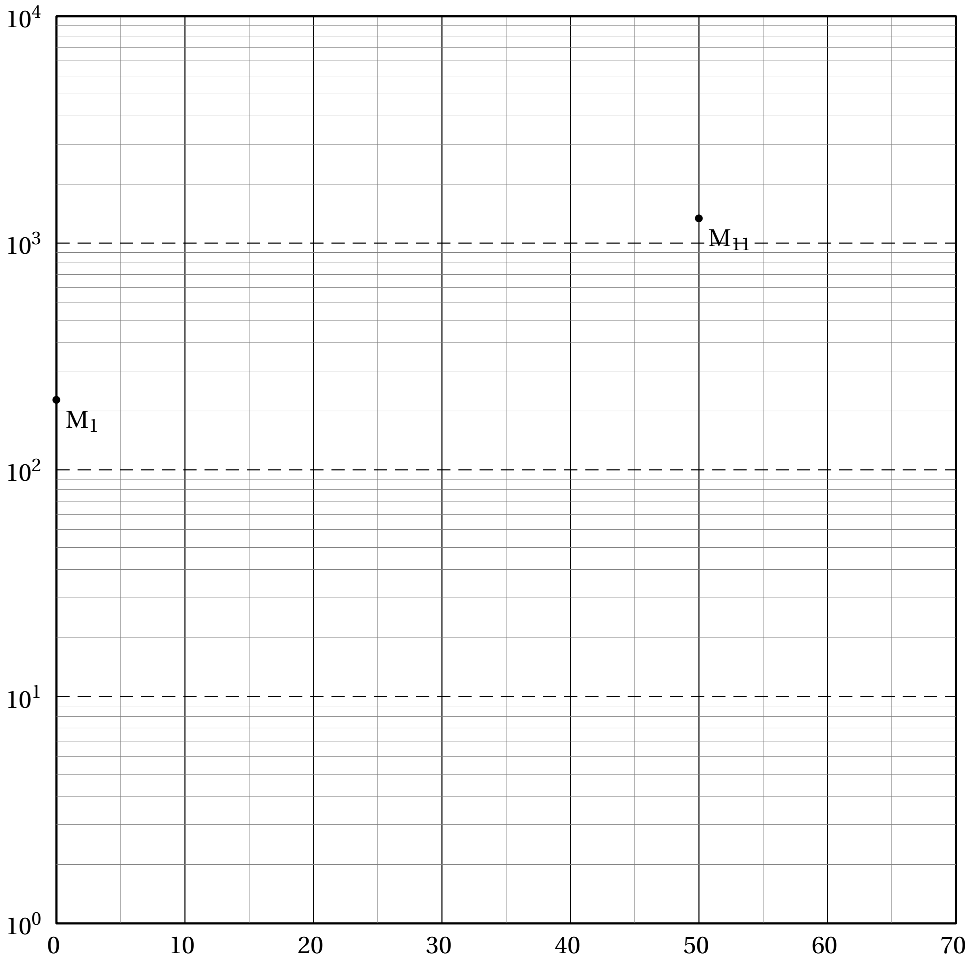
b. Calculer la valeur décimale approchée arrondie au millième de $\dfrac{1}{50}\displaystyle\int_0^{50} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Que représente ce résultat pour la population étudiée ?

Annexe 1 – Exercice 3 (à remettre avec la copie)



Annexe 2 – Exercice 4 (à remettre avec la copie)

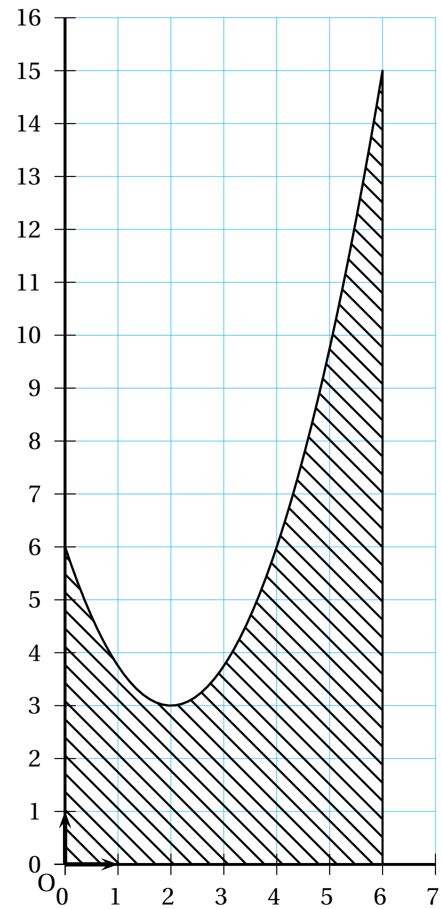


X_i	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
x_i	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	201	231	290	361	423	498	567	684	874	1 079	1 267
$z_i = \ln y_i$											

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2005

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats



On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 6] par :

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 6$$

La courbe $(\mathscr{C}_f)$ ci-contre est représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan d'origine O.

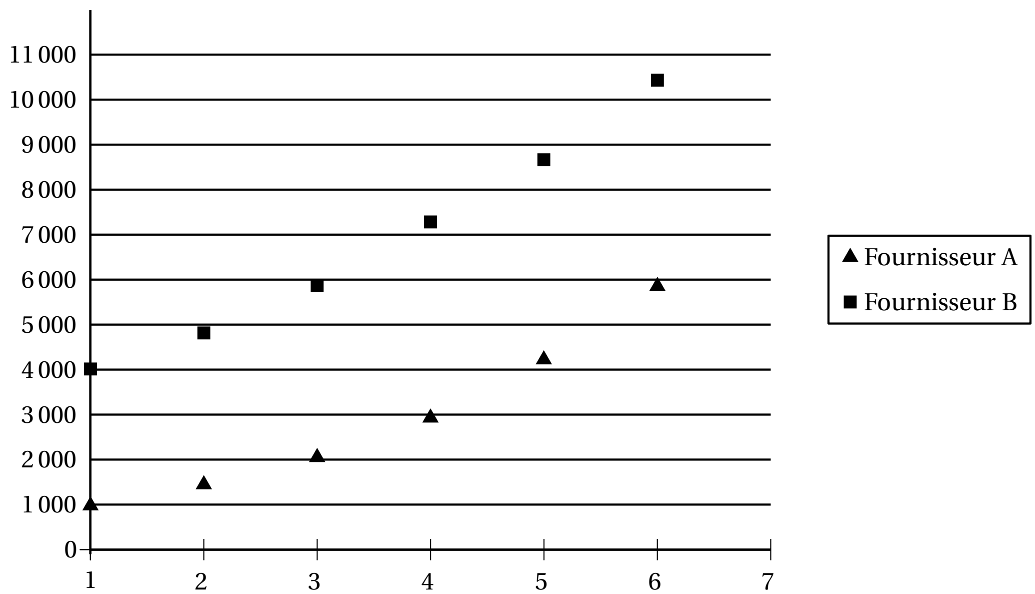
La partie hachurée ci-contre est limitée par la courbe $(\mathscr{C}_f)$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d' équation $x = 6$.

1. Calculer, en unités d'aire, l'aire S de la partie hachurée.
2. On considère un point M appartenant à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ d'abscisse x avec $x \in [0 ; 6]$.
   La parallèle à l'axe des ordonnées passant par M coupe l'axe des abscisses en un point H.
   La parallèle à l'axe des abscisses passant par M coupe l'axe des ordonnées en un point K.
   On appelle $R(x)$ l'aire, en unités d'aire, du rectangle OHMK.
   Prouver que, pour tout x appartenant à l'intervalle [0 ; 6], $R(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x$.
3. On se propose de rechercher toutes les valeurs possibles de x de l'intervalle [0 ; 6] telles que l'aire $R(x)$ du rectangle OHMK soit égale à l'aire hachurée S.
   a. Montrer que le problème précédent revient à résoudre l'équation $g(x) = 0$ où g est la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 6] par :
   $$g(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x - 36.$$
   b. Étudier les variations de g sur l'intervalle [0 ; 6] et dresser le tableau de variation de g. En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet sur l'intervalle [0 ; 6] une solution unique α.
   Donner une valeur approchée de α au centième.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Dans une ville, deux fournisseurs d'accès au réseau internet sont en concurrence.
Pour étudier l'évolution du nombre d'abonnés à ces deux fournisseurs A et B, on a reporté dans le tableau suivant, à la fin de chaque année, le nombre total d'abonnés déclaré par chacun des deux fournisseurs.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6
Nombre total y_i d'abonnés par le fournisseur A	975	1 443	2 049	2 930	4 220	5 850
Nombre total t_i d'abonnés par le fournisseur B	4 012	4 813	5 872	7 281	8 664	10 432



1. Recopier les deux dernières lignes du tableau suivant en les complétant.
   On détaillera chacun des quatre calculs et on arrondira les résultats à l'entier le plus proche.

	Augmentation du nombre d'abonnés entre 1999 et 2004	Pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnés entre 1999 et 2004	Pourcentage **annuel moyen** d'augmentation du nombre d'abonnés entre 1999 et 2004
Fournisseur A	…	500 %	… %
Fournisseur B	6 420	… %	… %

2. **a.** L'allure du nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ permet d'envisager un ajustement exponentiel. On pose $Y_i = \ln(y_i)$.
   Écrire une équation de la droite (d) d'ajustement de Y en x par la méthode des moindres carrés.
   Les calculs seront faits avec la calculatrice (sans justification) et les résultats finaux seront arrondis au millième.

b. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre d'abonnés au fournisseur A en 2006.

3. L'allure du nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ t_i)$ permet d'envisager un ajustement exponentiel.

En posant $T_i = \ln(t_i)$, on obtient, par la méthode des moindre carrés, une équation de la droite (Δ) d'ajustement de T en x sous la forme :

$T = 0,193x + 8,102$ (ce résultat est admis).

En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre d'abonnés au fournisseur B en 2006.

4. En supposant que les ajustements précédents restent pertinents, préciser l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés au fournisseur A dépassera le nombre d'abonnés au fournisseur B.

Justifier.

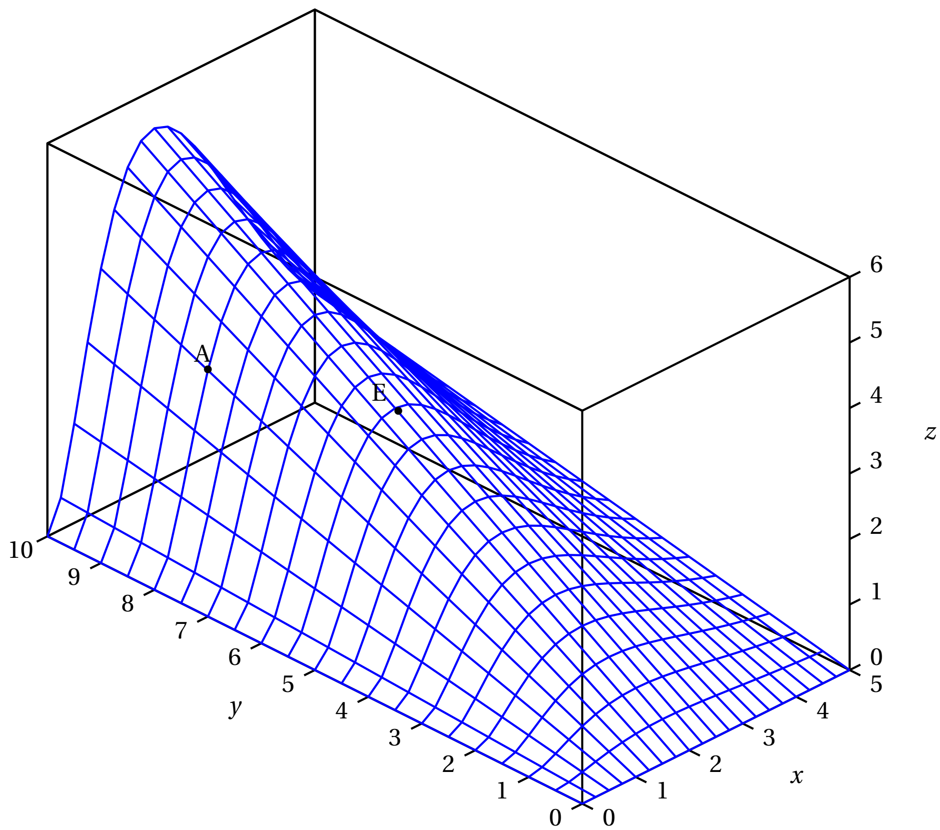
EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Le bénéfice B d'une entreprise dépend à la fois des investissements et de la production.
On appelle x le montant des investissements en millions d'euros et y la quantité produite en milliers d'unités. On admet que le bénéfice B de cette entreprise, exprimé en millions d'euros, est modélisé par la fonction B définie par

$$B(x\ ;\ y) = x^2 y\mathrm{e}^{-x}.$$

Voici une vue de la surface (S) d'équation $z = x^2 y\mathrm{e}^{-x}$, avec x élément de l'intervalle $[0\ ;\ 5]$ et y élément de l'intervalle $[0\ ;\ 10]$, dans un repère orthogonal de l'espace.



1. Déterminer par lecture graphique le montant des investissements et la valeur de la production qui permettent d'obtenir un bénéfice maximal quand x appartient à l'intervalle $[0~;~5]$ et y appartient à l'intervalle $[0~;~10]$. Calculer la valeur correspondante de ce bénéfice.
2. **a.** Sur la figure ci-dessus, on a placé le point A appartenant à la surface (S), ayant pour abscisse $x_A = 1$ et pour ordonnée $y_A = 8$. Calculer la troisième coordonnée z_A du point A.

   b. Sur la figure ci-dessus, on a placé le point E appartenant à la surface (S), ayant pour abscisse $x_E = 2$ et pour troisième coordonnée $z_E = z_A$. Calculer la valeur exacte y_E de l'ordonnée du point E.
3. Quelle est la nature de l'intersection de la surface (S) avec le plan d'équation $x = 1$? Justifier.
   Tracer cette intersection dans un plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm, y appartenant à l'intervalle $[0~;~10]$. Déterminer, à l'euro près, le montant en euros du bénéfice maximal réalisé par l'entreprise quand le montant des investissements est fixé à 1 million d'euros.
4. Déterminer une équation de la courbe d'intersection de la surface (S) avec le plan d'équation $y = 10$. Expliquer alors comment retrouver le résultat de la question 1.

EXERCICE 3 **9 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(2x-4).$$

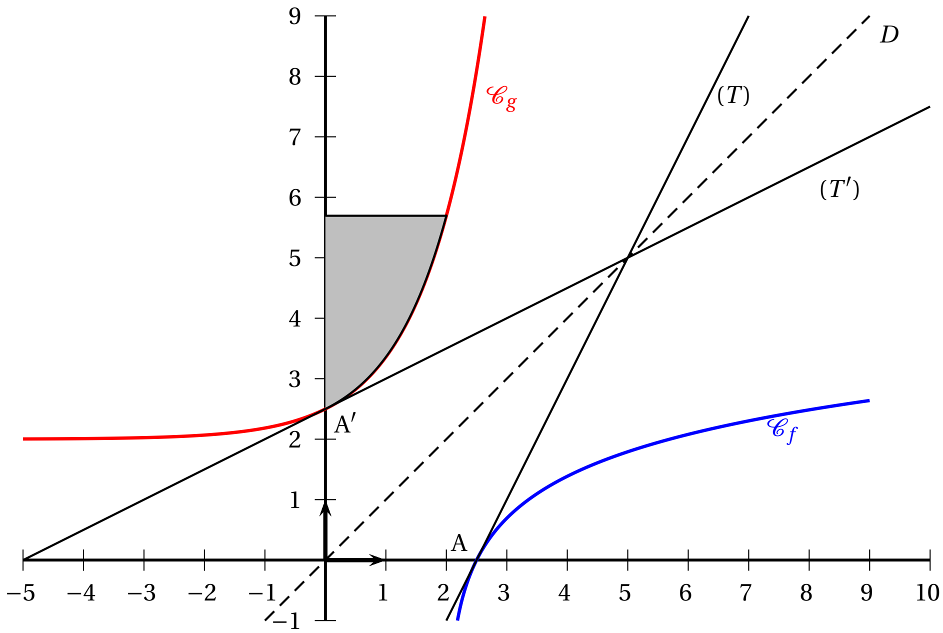
On appelle $(\mathscr{C}_f)$ la courbe tracée ci-dessous, représentative de f dans un repère orthonormal.

1. a. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\displaystyle\lim_{x\to 2} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C}_f)$?

b. Étudier le sens de variation de f sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$ et dresser son tableau de variations.

c. La courbe $(\mathscr{C}_f)$ coupe l'axe des abscisses au point A. Quelles sont les coordonnées exactes de A ?

d. Déterminer une équation de la droite (T) tangente en A à la courbe $(\mathscr{C}_f)$.



2. Sur la figure ci-dessus, on a tracé la courbe $(\mathscr{C}_f)$, le point A, la droite (T) et la droite (D) d' équation $y = x$. Par la symétrie axiale d'axe (D), la courbe $(\mathscr{C}_f)$ se transforme en une courbe $(\mathscr{C}_g)$ représentative d'une fonction g définie dans $\mathbb{R}$.

On admet que, pour tout x réel, $g(x)$ s'écrit sous la forme $g(x) = a + b\mathrm{e}^x$ où a et b sont deux nombres réels.

La courbe $(\mathscr{C}_g)$ ainsi construite passe par le point A' image de A par la symétrie d'axe (D). De plus, la courbe $(\mathscr{C}_g)$ admet au point A' une tangente (T') qui est l'image de la droite (T) par la symétrie d'axe (D).

a. Donner, sans justification, le coefficient directeur de la droite (T').

b. Calculer a et b en justifiant soigneusement les calculs.

c. Calculer l'ordonnée exacte du point E appartenant à $(\mathscr{C}_g)$ et ayant pour abscisse 2.

d. Quelles sont les coordonnées du point E' image de E par la symétrie d'axe (D) ?

3. a. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^2 \left(2 + \frac{1}{2}\mathrm{e}^x\right)\,\mathrm{d}x$.

b. En déduire l'aire $\mathscr{A}$, en unités d'aire, du domaine hachuré défini par la courbe $(\mathscr{C}_g)$, l'axe des ordonnées et la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par E. On demande la valeur exacte du résultat.

c. Expliquer comment on peut en déduire, sans faire de calculs, la valeur exacte de $\displaystyle\int_{\frac{5}{2}}^{2+\frac{1}{2}\mathrm{e}^2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

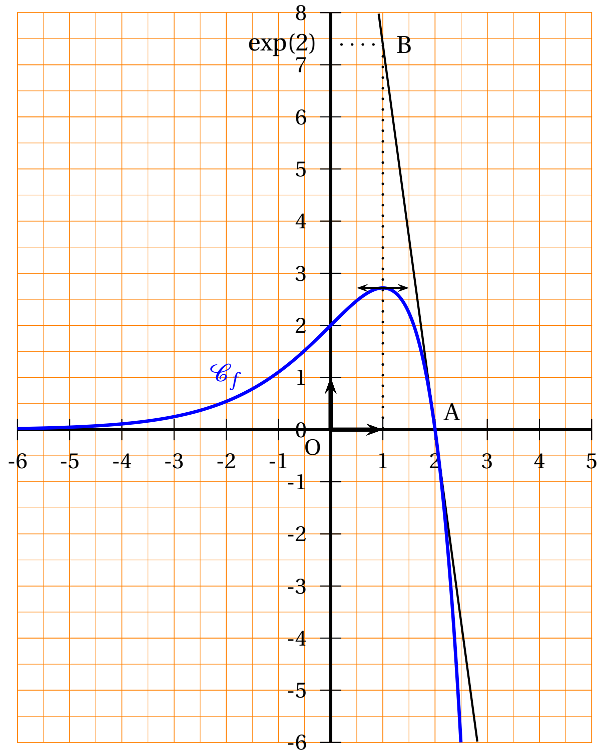
∾ Baccalauréat ES 2006 ∾

L'intégrale de mars 2006 à mars 2007

∽ Baccalauréat ES Pondichéry 3 avril 2006 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats



La courbe ci-contre $\mathscr{C}_f$ est la représentation graphique d'une fonction f définie, continue et dérivable sur $\left]-\infty\,;\,\frac{5}{2}\right]$.

On note f' sa fonction dérivée et F la primitive de f qui vérifie : $F(1) = 2\text{e}$.

On précise :

- $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ et pour tout $x < 0$, $f(x) > 0$.
- La tangente à la courbe au point A$(2\,;\,0)$ passe par le point B $\left(1\,;\,\text{e}^2\right)$.
- $F(-3) = \dfrac{6}{\text{e}^3}$.

Pour chacune des huit affirmations, précisez sur votre copie si elle est vraie ou fausse (aucune justification n'est demandée et il n'est pas nécessaire de recopier l'énoncé).

Barème : À chaque question est attribué 0,5 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif il est ramené à zéro.*

Affirmation 1 Pour tout $x \in]-\infty\,;\,2]$, $f'(x) \geqslant 0$.	**Affirmation 5** $\displaystyle\int_0^2 f'(x)\,\text{d}x = -2$
Affirmation 2 Le nombre dérivé en 2 de la fonction f est égal à e^2.	**Affirmation 6** La fonction $\dfrac{1}{f}$ est définie sur $]-\infty\,;\,2]$.
Affirmation 3 La fonction F présente un maximum en 2.	**Affirmation 7** La limite de la fonction $\dfrac{1}{f}$ en $-\infty$ est $+\infty$.
Affirmation 4 L'aire de la partie du plan comprise entre $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = -3$ et $x = 1$ est égale (en unité d'aire) à $\dfrac{2\text{e}^4 - 6}{\text{e}^3}$	**Affirmation 8** La courbe représentative de la fonction $\dfrac{1}{f}$ présente une asymptote d'équation $x = 2$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour passer le temps, Chloé et Margaux inventent un jeu avec leur paquet de 32 cartes à jouer et un paquet de bonbons.

On rappelle que, dans un jeu de 32 cartes, on trouve quatre couleurs (pique, trèfle, cour, carreau) et, dans chaque couleur, on a une série de 8 cartes (7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as).

Margaux propose la règle suivante :

- On tire une carte, on regarde si c'est un roi. Sans remettre la carte dans le paquet, on tire une seconde carte et on regarde si c'est un roi.
- Si, sur les deux cartes, on a tiré exactement un roi, on gagne 10 bonbons ; si on a tiré deux rois, on gagne 20 bonbons ; sinon, on a perdu !

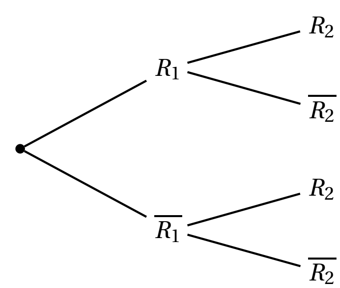
On note :

R_1 l'évènement « tirer un roi au premier tirage » et $\overline{R_1}$ son évènement contraire,
R_2 l'évènement « tirer un roi au deuxième tirage » et $\overline{R_2}$ son évènement contraire.

1. Justifier les valeurs des probabilités suivantes :

$$P(R_1) = \frac{1}{8} \qquad P_{R_1}(R_2) = \frac{3}{31} \qquad P_{\overline{R_1}}(R_2) = \frac{4}{31}.$$

2. On traduit le jeu par un arbre pondéré. Reproduire l'arbre ci-dessous en inscrivant les probabilités, en écriture fractionnaire sur chaque branche.



Dans ce qui suit, les probabilités seront données sous forme décimale arrondie au millième.

3. Calculer la probabilité des évènements :
A « tirer un roi au premier tirage et au deuxième tirage » ;
B « tirer un roi à un seul des deux tirages »

4. On s'intéresse au nombre X de bonbons gagnés après deux tirages.
Recopier et compléter le tableau suivant qui donne la loi de probabilité de X.

Nombre de bonbons x_i	0	10	20
$P(X = x_i)$		0,226	

5. Calculer l'espérance mathématique E de cette loi, arrondie au dixième.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pendant la saison estivale, deux sociétés de transport maritime ont l'exclusivité de l'acheminement des touristes entre deux îles du Pacifique. On admet que le nombre de touristes transportés pendant chaque saison est stable.
La société « Alizés » a établi une enquête statistique sur les années 2001 à 2005 afin de prévoir l'évolution de la capacité d'accueil de ses navires.
L'analyse des résultats a conduit au modèle suivant : d'une année sur l'autre, la société « Alizés », notée A, conserve 80 % de sa clientèle et récupère 15 % des clients de la société concurrente, notée B.

Pour tout entier naturel n, on note pour la saison $(2005 + n)$:

- a_n la probabilité qu'un touriste ait choisi la société Alizés (A),
- b_n la probabilité qu'un touriste ait choisi l'autre société de transport (B),
- $P_n = (a_n \quad b_n)$, la matrice traduisant l'état probabiliste, avec $a_n + b_n = 1$.

Les résultats pour les probabilités seront arrondies à 10^{-4}.

1. **a.** Modéliser le changement de situation par un graphe probabiliste de sommets nommés A et B.

b. On note M la matrice de transition de ce graphe. Recopier et compléter sur la copie la matrice suivante : $M = \begin{pmatrix} 0,8 & \dots \\ 0,15 & \dots \end{pmatrix}$

2. En 2005, la société « Alizés » a transporté 45 % des touristes. On a donc $a_0 = 0,45$.

a. Calculer la probabilité qu'un touriste choisisse la société « Alizés » en 2006.

b. Déterminer la matrice P_2 et interpréter ces résultats.

3. Soit $P = (a \quad b)$ avec a et b deux réels positifs tels que $a + b = 1$.

a. Déterminer a et b tels que $P = P \times M$.

b. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n$.

c. Interpréter ce résultat.

4. On admet qu'en 2015, la probabilité qu'un touriste choisisse la société A est $\dfrac{3}{7}$. On interroge quatre touristes choisis au hasard ; les choix des touristes sont indépendants les uns des autres. Déterminer la probabilité qu'au moins un des quatre touristes choisisse la société « Alizés » pour ses vacances en 2015.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

L'objectif de cet exercice est de démontrer la propriété algébrique fondamentale de la fonction logarithme népérien notée ln.

Propriété fondamentale :

Pour tous réels strictement positifs a et b, $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Rappels

On rappelle les résultats de cours suivants, auxquels le candidat fera clairement référence pour justifier chacune de ses affirmations au cours des étapes de la démonstration (on pourra en rappeler le numéro).

Théorème 1 : Sur un intervalle I, deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante.

Théorème 2 : Soit u une fonction définie, dérivable et strictement positive sur un intervalle I, la fonction composée définie par $x \mapsto \ln[u(x)]$ est dérivable sur I, de fonction dérivée $x \mapsto \dfrac{u'(x)}{u(x)}$.

Théorème 3 : La somme f de deux fonctions dérivables u et v sur un même intervalle I est dérivable sur I et $f' = u' + v'$.

Définition $\ln 1 = 0$.

Énoncé de l'exercice

Soit a un réel constant strictement positif.
On considère les fonctions f et g, de la variable x, définies sur $0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(ax) \quad \text{et} \quad g(x) = \ln a + \ln x.$$

Partie 1

Dans le cas où $a = 2$, donner les fonctions dérivées de $f\ :\ x \mapsto \ln(2x)$ et
$g\ :\ x \mapsto \ln 2 + \ln x$.

Partie 2 : démonstration de la propriété

1. Calculer et comparer les dérivées de f et de g dans le cas général où a est un réel constant strictement positif.
2. Pourquoi peut-on affirmer qu'il existe un réel k tel que, pour tout
   $x \in]0\,;\,+\infty[,\ f(x) = g(x) + k$?
3. En posant $x = 1$, déterminer la valeur de k.
4. Justifier la propriété fondamentale de la fonction ln énoncée en début d'exercice.

Exercice 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

Partie 1

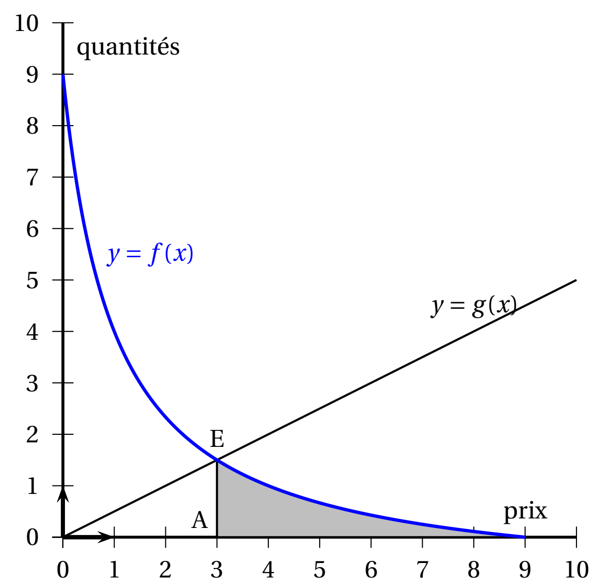
Soient les fonctions f et g définies sur $[0\,;\,9]$ par

$$f(x) = \frac{10}{1+x} - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x}{2}.$$

1. Résoudre algébriquement l'équation : $f(x) = g(x)$.
2. Calculer l'intégrale : $\mathrm{I} = \displaystyle\int_3^9 f(x)\,\mathrm{d}x$; on donnera la valeur exacte de I.

Partie 2

Un produit conditionné en boite est mis sur le marché. On désigne par x le prix d'une boîte de ce produit en dizaines d'euros.
On admet que la quantité achetée par les consommateurs, en fonction du prix x appliqué sur le marché, est donnée par $f(x)$ en centaines de boîtes.
On admet que la quantité proposée sur le marché par les producteurs, en fonction du prix de vente x auquel les producteurs sont disposés à vendre, est donnée par $g(x)$ en centaines de boîtes.
Sur le graphique ci-contre, sont tracées dans un repère orthonormal les courbes représentatives des fonctions f et g.



1. On pourra utiliser le graphique pour conjecturer les réponses aux questions suivantes, puis on les justifiera algébriquement.

a. Combien de boîtes seront achetées par les consommateurs si le prix de vente est de 40 euros la boite ?

b. Lorsque l'offre est égale à la demande, le marché a atteint son équilibre. Donner le prix d'équilibre, en euros, et le nombre de boîtes correspondant.

2. **a.** D'après le graphique, les producteurs étaient disposés à vendre les boîtes à un prix inférieur au prix d'équilibre. On appelle surplus des producteurs le gain réalisé en vendant les boîtes au prix d'équilibre. Ce gain est donné en milliers d'euros par l'aire du triangle OAE (1 unité d'aire = 1 millier d'euros). Calculer ce surplus en euros.

b. Le surplus des consommateurs est l'économie réalisée par les consommateurs qui étaient prêts à payer plus cher que le prix d'équilibre. Ce surplus est donné, en milliers d'euros, par l'aire de la partie grisée du plan sur le graphique ($3 \leqslant x \leqslant 9$). Préciser quelle intégrale permet de calculer ce surplus et en donner l'arrondi à l'euro.

Baccalauréat ES Amérique du Nord 31 mai 2006

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Questionnaire à choix multiples

Pour chaque question, une seule des trois réponses est exacte. On demande d'indiquer la réponse exacte en cochant sans justification la grille réponse jointe en annexe. Pour chaque question, une réponse exacte rapporte 0,5 *point; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point; l'absence de réponse donne* 0 *point. Si le total des points de l'exercice est négatif, la note est ramenée à* 0.

Questions		Réponses		
Q1	Si $a \in]0\ ;\ 1[$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x$ est égale à :	0	$+\infty$	$-\infty$
Q2	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto x\mathrm{e}^{x^2}$ est :	$x \mapsto \mathrm{e}^{x^2}$	$x \mapsto 2\mathrm{e}^{x^2}$	$x \mapsto \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$
Q3	La dérivée sur $]0\ ;\ +\infty[$ de la fonction $x \mapsto x\ln x$ est :	$x \mapsto \dfrac{1}{x}$	$x \mapsto \ln x$	$x \mapsto \ln x + 1$
Q4	$\mathrm{e}^{-2\ln 5}$ est égal à :	$\dfrac{1}{25}$	-25	$\dfrac{5}{2}$
Q5	L'équation $\mathrm{e}^x = \dfrac{16}{\mathrm{e}^x}$ admet sur $\mathbb{R}$	Aucune solution	Une solution	Deux solutions
Q6	L'ensemble des solutions de l'inéquation $x\ln(0,2) - 5 \geqslant 0$	$\left[\dfrac{5}{\ln 0,2}\ ;\ 0\right[$	$\left]-\infty\ ;\ \dfrac{5}{\ln 0,2}\right]$	$\left[\dfrac{5}{\ln 0,2}\ ;\ +\infty\right[$

Dans les questions 7, 8, 9 et 10, A et B sont deux évènements d'un univers tels que $P(\mathrm{A}) = 0,4$, $P(\mathrm{B}) = 0,3$ et $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0,2$.

Q7	$P(A \cup B) =$	0,1	0,5	0,7
Q8	$P\left(A \cap \overline{B}\right) =$	0,1	0,2	0,4
Q9	$P\left(\overline{A \cap B}\right) =$	0,3	0,5	0,8
Q10	$P_A(B) =$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{3}{4}$

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ne suivant pas l'enseignement de spécialité

Tous les résultats de cet exercice seront arrondis à 10^{-2} *près.*

Un site touristique dont le billet d'entrée coûte 4 € propose deux possibilités de visite, une visite à pied sans frais supplémentaire ou une visite en car avec frais supplémentaires de 3 € par personne.

Une buvette est installée sur le site. On y vend un seul type de boisson au prix de 2 € l'unité.
On suppose qu'à la buvette un touriste achète au plus une boisson.
Un touriste visite le site. On a établi que :

- la probabilité pour qu'il visite à pied est $0,3$;
- la probabilité qu'il visite à pied et achète une boisson est $0,18$;
- la probabilité qu'il achète une boisson sachant qu'il visite en car est $0,8$.

On note :

- C l'évènement : « le touriste visite en car » ;
- B l'évènement : « le touriste achète une boisson ».

1. Donner $p\left(\overline{C} \cap B\right)$ et $p\left(\overline{C}\right)$.

2. Le touriste visite à pied. Quelle est la probabilité qu'il achète une boisson ?

3. **a.** Montrer que $p(B) = 0,74$.

b. En déduire la recette moyenne prévisible de la buvette lors d'une journée où 1 000 touristes sont attendus sur le site.

4. On appelle d la dépense (entrée, transport éventuel, boisson éventuelle) associée à la visite du touriste.

a. Quelles sont les valeurs possibles de d ?

b. Établir la loi de probabilité de d. On présentera le résultat dans un tableau.

c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats suivant l'enseignement de spécialité

Dans une entreprise, lors d'un mouvement social, le personnel est amené à se prononcer chaque jour sur l'opportunité ou non du déclenchement d'une grève.
Le premier jour, 15 % du personnel souhaite le déclenchement d'une grève. À partir de ce jour-là :

- parmi ceux qui souhaitent le déclenchement d'une grève un certain jour, 35 % changent d'avis le lendemain.
- parmi ceux qui ne souhaitent pas le déclenchement d'une grève un certain jour, 33 % changent d'avis le lendemain.

On note :

- g_n la probabilité qu'un membre du personnel souhaite le déclenchement d'une grève le jour n,
- t_n la probabilité qu'un membre du personnel ne souhaite pas le déclenchement d'une grève le jour n,
- $P_n = \begin{pmatrix} g_n & t_n \end{pmatrix}$, la matrice qui traduit l'état probabiliste au n-ième jour.

1. Déterminer l'état initial P_1.

2. **a.** Tracer un graphe probabiliste traduisant les données de l'énoncé.

b. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe.

3. Calculer le pourcentage de personnes favorables à la grève le 3^e^ jour.

4. Soit $P = (x \quad y)$ l'état probabiliste stable (on rappelle que $x + y = 1$).

a. Montrer que x et y vérifient l'équation $x = 0,65x + 0,33y$.

b. Déterminer x et y (on arrondira les résultats à 10^{-3} près).

c. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Tous les résultats numériques seront arrondis à l'unité près sauf indication contraire.
Une machine est achetée 3 000 euros.
Le prix de revente y, exprimé en euros, est donné en fonction du nombre x d'années d'utilisation par le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	3 000	2 400	1 920	1 536	1 229	983

A. Ajustement affine

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal du plan. Les unités graphiques seront de 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et de 1 cm pour 200 euros sur l'axe des ordonnées.
2. Calculer le pourcentage de dépréciation du prix de revente après les trois premières années d'utilisation.
3. Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés. Donner une équation de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Représenter la droite dans le repère précédent.

B. Ajustement non affine

On pose $z = \ln(y)$ et on admet qu'une équation de la droite de régression de z en x est donnée par : $z = -0,22x + 8,01$.

1. Déterminer une expression de y en fonction de x de la forme $y = A^x \times B$ où A est un réel arrondi au centième près et B est un réel arrondi à l'unité près.
2. En admettant que $y = 0,80^x \times 3011$, déterminer après combien d'années d'utilisation le prix de revente devient inférieur ou égal à 500 euros.

C Comparaison des ajustements

Après 6 années d'utilisation le prix de revente d'une machine est de 780 euros. Des deux ajustements précédents, quel est celui qui semble le mieux estimer le prix de revente après 6 années d'utilisation ? On argumentera la réponse.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit une fonction r définie sur $[0\,;\,12]$ par

$$r(x) = (900x)\mathrm{e}^{-0,1(x-2)}.$$

A. Étude d'une fonction f

1. On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,12]$ par $f(x) = \ln[r(x)]$.
   Démontrer que $f(x) = \ln(900) + \ln x - 0,1(x-2)$.
2. On note f la fonction dérivée de f ; démontrer que $f'(x) = \dfrac{10-x}{10x}$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout x de $]0\,;\,12]$ puis dresser le tableau de variations de f sur $]0\,;\,12]$.
4. On désigne par r' la fonction dérivée de r ; exprimer f' en fonction de r' et de r puis justifier que $r'(x)$ et $f'(x)$ ont le même signe pour tout x de $]0\,;\,12]$.
5. En déduire les variations de r sur $]0\,;\,12]$.
6. Déterminer pour quelle valeur x_0 la fonction r atteint un maximum et calculer x_0 arrondi à l'unité près.

B. Calcul de la valeur moyenne

1. Démontrer que la fonction R définie par

$$R(x) = -9\,000(x+10)\mathrm{e}^{-0,1(x-2)}$$

   est une primitive de la fonction r sur $[0\,;\,12]$.
2. Calculer la valeur moyenne r_m de la fonction r sur $[0\,;\,12]$ définie par

$$r_m = \frac{1}{12}\int_0^{12} r(x)\,\mathrm{d}x.$$

   On donnera d'abord la valeur exacte et ensuite une valeur arrondie à 10^{-2} près.

Annexe- Document réponse à rendre avec la copie

Exercice 1 : questionnaire à choix multiples

Questions		Réponses		
Q1	Si $a \in]0~;~1[$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x$ est égale à :	0 ☐	$+\infty$ ☐	$-\infty$ ☐
Q2	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto x\text{e}^{x^2}$ est :	$x \mapsto \text{e}^{x^2}$ ☐	$x \mapsto 2\text{e}^{x^2}$ ☐	$x \mapsto \dfrac{1}{2}\text{e}^{x^2}$ ☐
Q3	La dérivée sur $]0~;~+\infty[$ de la fonction $x \mapsto x\ln x$ est :	$x \mapsto \dfrac{1}{x}$ ☐	$x \mapsto \ln x$ ☐	$x \mapsto \ln x + 1$ ☐
Q4	$\text{e}^{-2\ln 5}$ est égal à :	$\dfrac{1}{25}$ ☐	-25 ☐	$\dfrac{5}{2}$ ☐
Q5	L'équation $\text{e}^x = \dfrac{16}{\text{e}^x}$ admet sur $\mathbb{R}$	Aucune solution ☐	Une solution ☐	Deux solutions ☐
Q6	L'ensemble des solutions de l'inéquation $x\ln(0,2) - 5 \geqslant 0$ est :	$\left[\dfrac{5}{\ln 0,2}~;~0\right[$ ☐	$\left]-\infty~;~\dfrac{5}{\ln 0,2}\right]$ ☐	$\left[\dfrac{5}{\ln 0,2}~;~+\infty\right[$ ☐

Dans les questions 7, 8, 9 et 10, A et B sont deux évènements d'un univers tels que $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$ et $P(A \cap B) = 0,2$.

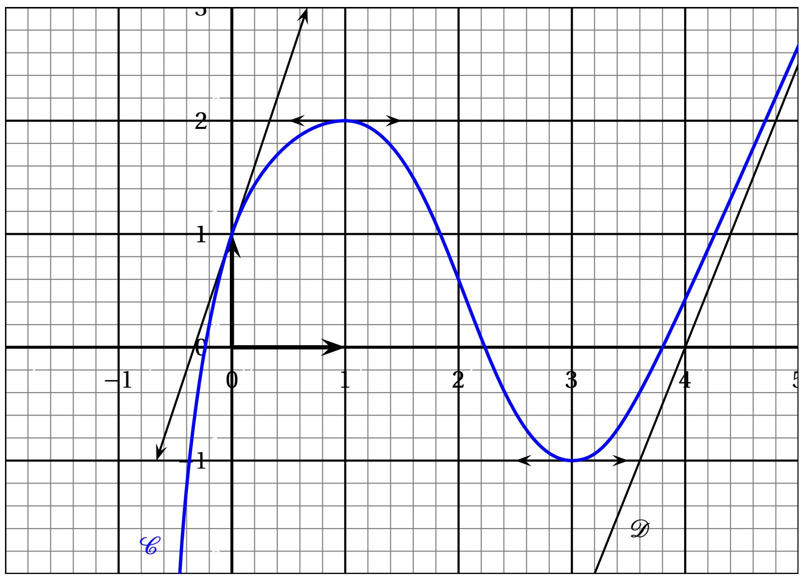
Q7	$P(A \cup B) =$	0,1 ☐	0,5 ☐	0,7 ☐
Q8	$P\left(A \cap \overline{B}\right) =$	0,1 ☐	0,2 ☐	0,4 ☐
Q9	$P\left(\overline{A \cap B}\right) =$	0,3 ☐	0,5 ☐	0,8 ☐
Q10	$P_A(B) =$	$\dfrac{2}{3}$ ☐	$\dfrac{1}{2}$ ☐	$\dfrac{3}{4}$ ☐

∽ Baccalauréat ES Liban mai 2006 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie et dérivable sur $]-1\ ;\ +\infty[$. On sait que la fonction f est croissante sur $]-1\ ;\ 1]$ et sur $[3\ ;\ +\infty[$ et que la droite $\mathscr{D}$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.



I. Étude graphique de la fonction *f*

Chaque question comporte trois affirmations, une seule des trois est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justifier votre choix. Une bonne réponse rapporte 0,5 *point; une mauvaise réponse retire* 0,25 *point; l'absence de réponse donne* 0 *point.*

1. Une asymptote à $\mathscr{C}$ est la droite d'équation :
   - $y = -1$
   - $x = 1$
   - $x = -1$
2. La droite $\mathscr{D}$ a pour équation :
   - $y = \dfrac{5}{2}x - 10$
   - $y = \dfrac{5}{2}x - 9$
   - $y = 3x - 10$
3. Le nombre dérivé de f en 0 est :
   - 1
   - 3
   - -3
4. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $]-1\ ;\ +\infty[$ est :
   - 2
   - 1
   - 3

II. Étude d'une fonction *g*

On note g la fonction définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \exp[f(x)]$.

1. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g(x)$, puis $\displaystyle\lim_{x\to-1} g(x)$.
2. Étudier les variations de g sur $]-1\ ;\ +\infty[$ et en dresser le tableau de variations.
3. Déterminer $g'(1)$ et $g'(0)$.

4. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, l'ensemble des solutions sur $]-1\,;\,+\infty[$ de l'inéquation $g(x) \leqslant \mathrm{e}^2$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ne suivant pas l'enseignement de spécialité

La question 6 peut être traitée indépendamment des 5 autres.

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} *près.*

Un pépiniériste conditionne un mélange de 400 bulbes de fleurs composé de trois variétés :

- 100 bulbes d'anémones
- 180 bulbes de bégonias
- 120 bulbes de crocus.

On conviendra qu'un bulbe germe s'il donne naissance à une plante qui fleurit.
Après avoir planté tous les bulbes et observé leur floraison, on constate que :
83 % des bulbes germent.
50 % des bulbes d'anémones germent.
90 % des bulbes de bégonias germent.
On note les évènements suivants :

— A : « le bulbe planté est un bulbe d'anémone. »

— B : « le bulbe planté est un bulbe de bégonias. »

— C : « le bulbe planté est un bulbe de crocus. »

— G : « le bulbe planté germe. »

1. Donner les probabilités conditionnelles $P_A(G)$, $P_B(G)$ et la probabilité $P(G)$.

2. Quelle est la probabilité qu'un bulbe planté soit un bulbe d'anémone qui germe ?

3. Quelle est la probabilité que le bulbe planté soit un bulbe qui germe ou soit un bulbe de bégonias ?

4. **a.** Calculer la probabilité conditionnelle $P_C(G)$.

b. Que peut-on en déduire ?

5. On considère un bulbe ayant germé. Quelle est la probabilité que ce soit un bulbe de crocus ?

6. On considère à présent que le pépiniériste dispose d'un très grand nombre de bulbes et que la probabilité qu'un bulbe germe est de $0,83$. Il prélève au hasard successivement trois bulbes de ce stock. Quelle est la probabilité qu'au moins un des trois bulbes choisis germe ?

Remarques :

1. On pourra s'aider d'un arbre de probabilité.

2. On rappelle la formule des probabilités totales : si A_1, A_2, $\ldots \mathrm{A}_n$, forment une partition de l'univers, alors la probabilité d'un évènement quelconque E est donnée par : $p(E) = p(A_1 \cap E) + p(A_2 \cap E) + \ldots + p(A_n \cap E)$.

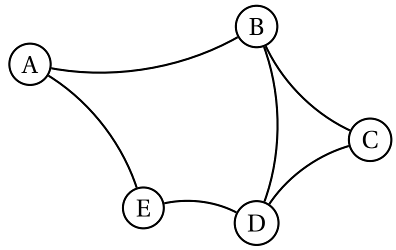
EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. Dans un parc, il y a cinq bancs reliés entre eux par des allées.

On modélise les bancs par les sommets A, B, C, D, E et les allées par les arêtes du graphe G ci-dessous :

Graphe G



a. On désire peindre les bancs de façon que deux bancs reliés par une allée soient toujours de couleurs différentes.

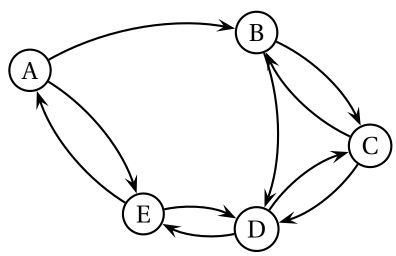
Donner un encadrement du nombre minimal de couleurs nécessaires et justifier.

Déterminer ce nombre.

b. Est-il possible de parcourir toutes les allées de ce parc sans passer deux fois par la même allée ?

2. Une exposition est organisée dans le parc. La fréquentation devenant trop importante, on décide d'instaurer un plan de circulation : certaines allées deviennent à sens unique, d'autres restent à double sens. Par exemple la circulation dans l'allée située entre les bancs B et C pourra se faire de B vers C et de C vers B, alors que la circulation dans l'allée située entre les bancs A et B ne pourra se faire que de A vers B. Le graphe G′ ci-dessous modélise cette nouvelle situation :

Graphe G′



a. Donner la matrice M associée au graphe G′. (On ordonnera les sommets par ordre alphabétique).

b. On donne $M^5 = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 & 6 & 10 \\ 4 & 5 & 7 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 6 & 11 & 5 \\ 1 & 5 & 10 & 6 & 10 \\ 6 & 5 & 5 & 14 & 2 \end{pmatrix}$

Combien y a-t-il de chemins de longueur 5 permettant de se rendre du sommet D au sommet B ?

Les donner tous.

c. Montrer qu'il existe un seul cycle de longueur 5 passant par le sommet A.

Quel est ce cycle ?

En est-il de même pour le sommet B ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Sauf indication contraire, on arrondira les résultats à 10^{-2} *près.*
Le taux de pénétration du téléphone mobile dans la population française indique le pourcentage de personnes équipées d'un téléphone mobile par rapport à la population totale.
Le tableau ci-dessous donne, entre 1998 et 2004, l'évolution de la population française et du taux de pénétration.

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7
Population française en millions	60,05	60,32	60,67	61,04	61,43	61,80	62,18
Taux de pénétration y_i	18,7	34,2	48,9	60,6	62,8	67,5	71,6

(*Source : site de l'INSEE*)

1. **a.** Calculer le nombre, en millions, de personnes équipées d'un téléphone mobile en 1999 et en 2004.

   b. Entre ces deux années quel est le pourcentage d'augmentation du taux de pénétration ?

2. Placer dans un repère orthogonal le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$: les unités graphiques sont de 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et de 1 cm pour 10 % sur l'axe des ordonnées.

3. L'allure du nuage suggère de chercher un ajustement de y en x de la forme : $y = a\ln(x) + b$ où a et b sont des réels. On pose pour cela $z = \ln(x)$.

   a. Recopier et compléter le tableau :

x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	0						
Taux de pénétration y_i	18,7	34,2	48,9	60,6	62,8	67,5	71,6

   b. En déterminant avec la calculatrice une équation de la droite de régression de y en z, obtenue par la méthode des moindres carrés, donner la valeur approchée décimale à 10^{-2} près par défaut des coefficients a et b.

4. En admettant que cet ajustement reste fiable à moyen terme :

   a. Déterminer le taux de pénétration en 2006 que l'on peut alors envisager.

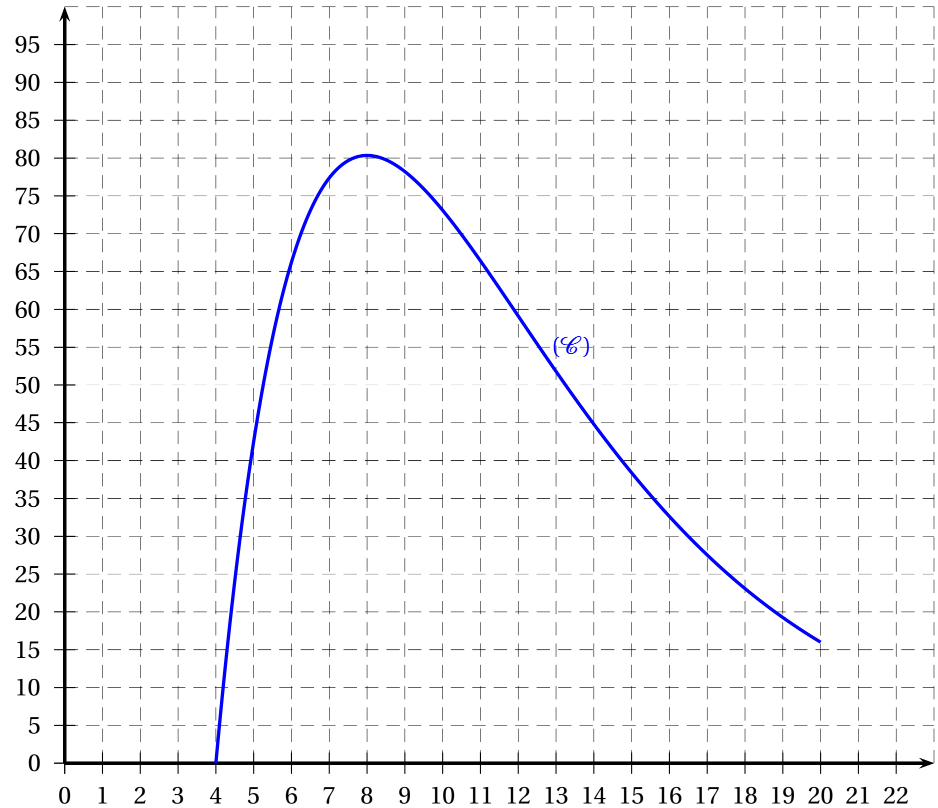
   b. À partir de quelle année peut-on penser que le taux de pénétration dépassera 85 % ?

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[4 ; 20]$ par

$$f(x) = (x-4)\mathrm{e}^{-0,25x+5}.$$

La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous représente cette fonction dans un repère orthogonal.



Partie A :

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[4\,;20]$, $f'(x) = (-0,25x+2)\text{e}^{-0,25x+5}$.
2. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[4\,;20]$.
3. **a.** Montrer que la fonction F définie par $F(x) = -4x\text{e}^{-0,25x+5}$ est une primitive de f sur l'intervalle $[4\,;20]$.

   b. Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_4^{20} f(x)\,\text{d}x$.

Partie B :

Une entreprise commercialise des centrales d'aspiration.
Le prix de revient d'une centrale est de 400 €.
On suppose que le nombre d'acheteurs d'une centrale est donné par $N = \text{e}^{-0,25x+5}$, où x est le prix de vente d'une centrale exprimé en centaines d'euros.

1. Montrer que la fonction f de la partie A donne le bénéfice réalisé par l'entreprise, en centaines d'euros.
2. À quel prix l'entreprise doit-elle vendre une centrale pour réaliser un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice maximal à l'euro près ? Donner un interprétation graphique de ces résultats.
3. Calculer le bénéfice moyen réalisé pour $x \in [4\ ;\ 20]$. On donnera le résultat à l'euro près.

☙ Baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 2006 ❧

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le conservatoire du littoral créé en 1976 acquiert des terrains sur le littoral français (métropole, Antilles-Guyane). Voici les superficies en milliers d'hectares du patrimoine cumulé depuis sa création :

Année	1976	1981	1986	1991	1996	2001
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Superficie y_i (en milliers d'hectares)	2	16	28	38	50	65

1. Calculer le pourcentage d'augmentation de la superficie possédée par le conservatoire du littoral entre 1991 et 2001. On donnera le résultat arrondi à l'unité.
2. Représenter le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal :
   - Sur l'axe des abscisses, on prendra 2 cm pour unité ;
   - Sur l'axe des ordonnées, on prendra 1 cm pour 5 milliers d'hectares.
3. *Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.*
   Le nuage de points permet de penser qu'un ajustement affine est justifié.
   a. Donner une équation de la droite de régression D de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au dixième)
   b. Représenter cette droite dans le repère précédent.
4. Avec cet ajustement, calculer l'estimation de la superficie du patrimoine possédé par le conservatoire du littoral en 2006 (en milliers d'hectares).
5. **a.** Le conservatoire du littoral a pour objectif de posséder une superficie de 200 milliers d'hectares. En quelle année ce chiffre sera-t-il atteint en utilisant cet ajustement ?
   b. Sachant que 200 milliers d'hectares représentent 22 % de bande côtière française, quelle est la superficie totale, en hectares de la bande côtière française.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Tous les résultats seront arrondis au millième si nécessaire

Dans une auto-école, il y a deux filières possibles : l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC) et la filière traditionnelle.
Afin d'inciter les candidats à préparer l'examen du permis de conduire avec la filière « apprentissage anticipé de la conduite » (AAC), une auto-école fournit les résultats suivants aux futurs candidats :

- Il y a 40 % des candidats qui choisissent la formule AAC ;
- Un candidat préparant son permis la filière AAC obtient son permis lors de la première présentation dans 79 % des cas ;
- Un candidat préparant son permis avec la filière traditionnelle obtient son permis lors de la première présentation dans 49 % des cas.

On interroge au hasard un candidat **après l'obtention du résultat** de sa première présentation.
On note A l'évènement : « le candidat a préparé son examen avec la filière AAC ».
On note S l'évènement : « le candidat a obtenu son permis de conduire ».

1. Traduire les données par un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement : « le candidat a obtenu le permis lors de la première présentation et il l'a préparé avec la filière AAC ».
   b. Calculer la probabilité d'obtenir le permis de conduire lors de la première présentation.
3. Le candidat interrogé a échoué lors de la première présentation. Quelle est la probabilité qu'il ait préparé l'examen avec la filière AAC ?
4. On interroge au hasard et de façon indépendante trois candidats après l'obtention du résultat de leur première présentation.
   Calculer la probabilité d'interroger au moins un candidat ayant échoué.
5. Cette auto-école pratique les tarifs suivants :
   — 1 200 € le forfait 20 heures avec la filière AAC ;
   — 1 050 € le forfait 20 heures avec la filière traditionnelle.

   Sachant que le nombre d'inscrits est de 200 candidats pour l'année, quel est le chiffre d'affaires annuel de cette auto-école pour l'année 2006 ?

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les élèves ayant suivi la spécialité mathématique

Un jardinier doit décorer un jardin privatif en répartissant 10 variétés de fleurs notées V_1 à V_{10} dans différents parterres. Certaines de ces variétés ne peuvent pas être plantées ensemble pour des raisons diverses (tailles, couleurs, conditions climatiques, ...) et ces incompatibilités sont résumées dans le tableau ci-dessous (une croix indique qu'il y a incompatibilité entre deux variétés).

Fleur	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}
V_1			×			×				×
V_2			×	×	×			×		
V_3	×	×		×		×				
V_4		×	×		×			×	×	
V_5		×		×			×	×		
V_6	×		×				×			
V_7					×	×				
V_8		×		×	×					
V_9				×						×
V_{10}	×								×	

1. Représenter par son graphe G la situation
2. **a.** Trouver un sous-graphe complet d'ordre 4 et le dessiner.
   b. Que peut-on en déduire pour la coloration du graphe G ?
   Quel est le nombre minimum de parterres que le jardinier doit décorer ?
3. **a.** Classer les sommets de G par ordre de degré décroissant.
   b. En déduire un encadrement de C, nombre chromatique de G.
4. **a.** Procéder à la coloration du graphe G.
   b. Que peut-on en déduire pour le nombre C ? Justifier avec soin.
   c. Proposer un ensemble de parterres avec une répartition adaptée des variétés de fleurs.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des huit questions, trois réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse que vous jugez convenir, sans justifier votre choix

Barème : Une réponse exacte rapporte $0,5$ *point. Une réponse inexacte enlève* $0,25$ *point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Question	Réponse
1. Parmi les propositions suivantes, quelle est celle qui permet d'affirmer que la fonction exponentielle admet pour asymptote la droite d'équation $y = 0$?	• $\lim\limits_{x \to +\infty} \text{e}^x = +\infty$ • $\lim\limits_{x \to -\infty} \text{e}^x = 0$ • $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x} = +\infty$
2. Parmi les propositions suivantes, quelle est celle qui permet d'affirmer que l'inéquation $\ln(2x+1) \geqslant \ln(x+3)$ admet l'intervalle $[2 ; +\infty[$ comme ensemble de solution ?	• la fonction ln est positive sur $[1 ; +\infty[$ • $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$ • la fonction ln est croissante sur $]0 ; +\infty[$
3. Parmi les propositions suivantes quelle est celle qui permet d'affirmer qu'une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto (x+1)\text{e}^x$ est la fonction $g : x \mapsto x\,\text{e}^x$?	• pour tout réel x, $f'(x) = g(x)$ • pour tout réel x, $g'(x) = f(x)$ • pour tout réel x, $g(x) = f'(x) + k$, k réel quelconque.
4. L'équation $2\text{e}^{2x} - 3\text{e}^x + 1 = 0$ admet pour ensemble solution	• $\left\{\dfrac{1}{2} ; 1\right\}$ • $\left\{0 ; \ln\dfrac{1}{2}\right\}$ • $\{0 ; \ln 2\}$
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}$,	• $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x^n} = 1$ • $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x^n} = +\infty$ • $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\text{e}^x}{x^n} = 0$
6. Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 2\ln x - 3x + 4$. Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :	• $y = -x + 2$ • $y = x + 2$ • $y = -x - 2$
7. La valeur moyenne sur $[1 ; 3]$ de la fonction f définie par : $f(x) = x^2 + 2x$ est :	• $\dfrac{50}{3}$ • $\dfrac{25}{3}$ • 6
8. $\exp(\ln x) = x$ pour tout x appartenant à	• $\mathbb{R}$ • $]0 ; +\infty[$ • $[0 ; +\infty[$

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Une nouvelle console de jeux est mise sur le marché. Soit x le prix unitaire en centaines d'euros de cette console. La fonction d'offre des fournisseurs (en milliers de console) est la fonction f définie sur $]0\,;\,6]$ par

$$f(x) = 0,7\mathrm{e}^{0,5x+2}$$

où $f(x)$ est la quantité proposée par les fournisseurs pour un prix unitaire de x.
La fonction de demande des consommateurs (en milliers de console) est la fonction g définie sur $]0\,;\,6]$ par

$$g(x) = 10\ln\left(\frac{20}{x}\right)$$

où $g(x)$ est la quantité demandée par les consommateurs pour un prix unitaire de x.

1. Les courbes représentatives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ des fonctions f et g sont tracées dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ orthogonal fourni en annexe.

  a. Identifier les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sur la feuille annexe. Expliquez votre choix.

  b. Que représente le point A d'un point de vue économique? Lire ses coordonnées $\left(x_0\ ;\ y_0\right)$ sur le graphique.

2. Pour déterminer les coordonnées de A de façon précise, on est amené à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
On pose, pour tout x appartenant à $]0\,;\,6]$, $h(x) = f(x) - g(x)$.

  a. Montrer que $h'(x) = 0,35\mathrm{e}^{0,5x+2} + \dfrac{10}{x}$.

  b. Étudier le signe de la dérivée h' et en déduire le sens de variations de h.

  c. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique x_0 sur l'intervalle $[2\ ;\ 3]$.
  Déterminer alors la valeur arrondie au dixième de x_0 à l'aide de la calculatrice.

  d. En déduire le prix unitaire d'équilibre de cette console en euros et le nombre de consoles disponibles à ce prix (arrondir à la centaine).

La question 3 *est indépendante de la question* 2.

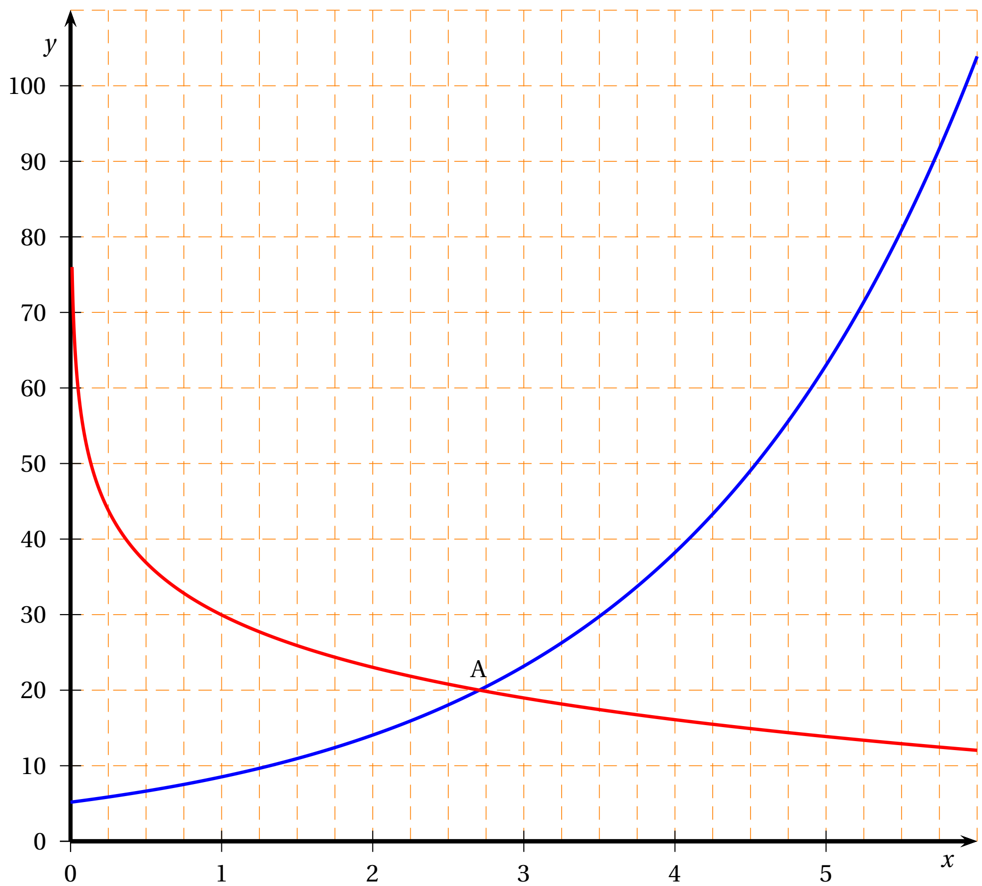
3. Surplus des fournisseurs
On prendra dans cette question $x_0 = 2,7$ et $y_0 = 20$.

  a. Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle $]0\,;\,6]$.

  b. On appelle surplus des fournisseurs le nombre $S = x_0 y_0 - \displaystyle\int_0^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x$.
  Ce nombre représente une aire.
  Représenter cette aire sur le graphique de la feuille annexe.
  Calculer S.

Annexe à agrafer avec la copie

Exercice 4



∽ Baccalauréat ES Asie juin 2006 ∾

Exercice 1 — 3 points

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-x} - 1$$

La courbe $(\mathscr{C})$ donnée est la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On note F la primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 0$.
Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte $0,5$ *point. Une mauvaise réponse enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*
Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0.

- **a.** $f(\ln(2)) = -3$.
- **b.** $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$.
- **c.** Pour tout nombre réel x, on a $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}$.
- **d.** $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x > 1$.
- **e.** La fonction F est croissante sur l'intervalle $[-1\ ;\ 0]$.
- **f.** Pour tout nombre réel x, on a $F(x) = 1 - \mathrm{e}^{-x} - x$.

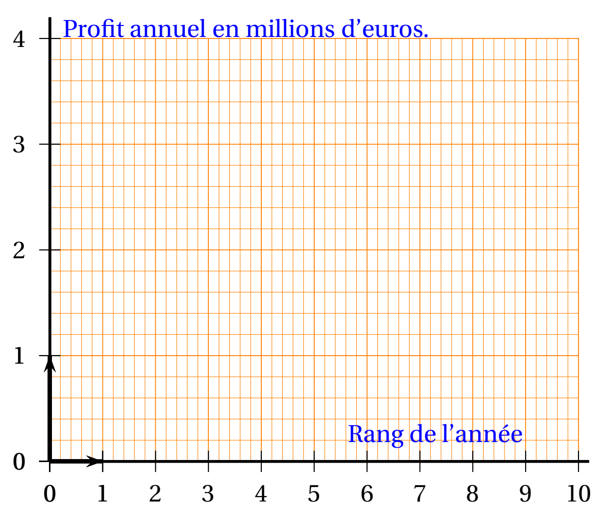
Exercice 2 — 5 points

(pour les candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité)

Le tableau suivant donne l'évolution du profit annuel d'une entreprise de l'année 1999 à l'année 2005.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Profit annuel en millions d'euros (y_i)	1,26	1,98	2,28	2,62	2,84	3,00	3,20

1. Construire le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le repère orthogonal représenté ci-dessous.



2. La forme du nuage suggère un ajustement logarithmique. On décide donc d'étudier la série $(x_i\ ;\ z_i)$, où $z_i = \mathrm{e}^{y_i}$.
Recopier et compléter le tableau ci-dessous par les valeurs décimales arrondies au centième.

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \mathrm{e}^{y_i}$	3,53			13,74	17,12	20,09	24,53

3. Donner l'équation de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les résultats obtenus à la calculatrice seront arrondis au centième (avec ces arrondis, on obtient une équation de la forme $z = ax$).

4. En déduire que la courbe d'équation $y = \ln(x) + 1{,}23$ approche le nuage de points.

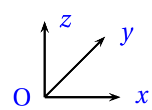
5. On suppose que l'évolution du profit annuel se poursuit suivant ce modèle.

- **a.** Calculer le profit annuel, exprimé en millions d'euros, attendu pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).
- **b.** Déterminer à partir de quelle année le profit annuel initial (c'est à dire celui de l'année 1999) aura au moins triplé.

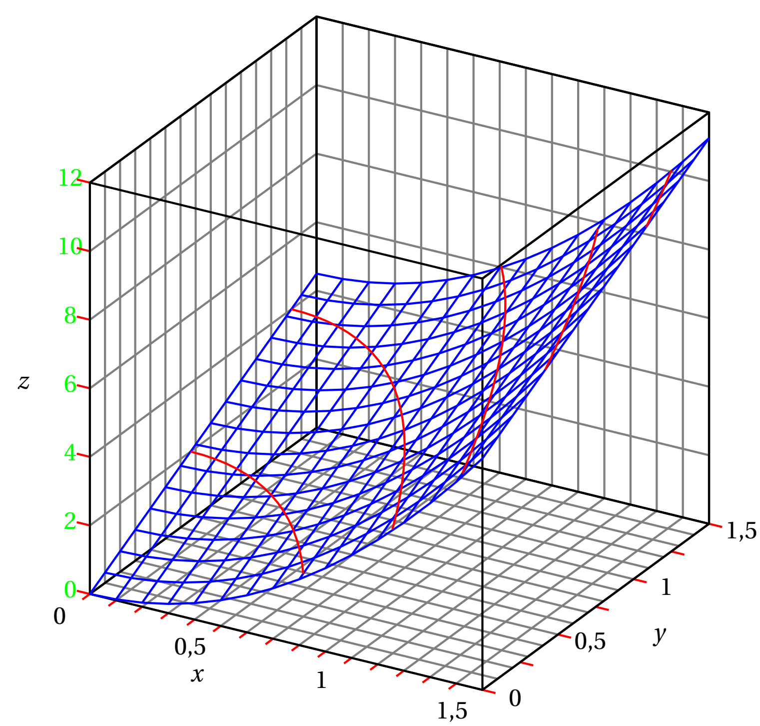
Exercice 2 **5 points**

(pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité)

L'espace est rapporté à un repère orthogonal.



On a représenté ci-dessous la surface (S) d'équation $z = 3(x^2 + y)$, avec x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 1{,}5]$, et y appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 1{,}5]$.



Partie A - Exploitation du graphique.

On considère le plan (P) d'équation $z = 6$.

1. Sur la figure donnée, placer le point A de coordonnées $(1\,;1\,;6)$.
2. Surligner en couleur la partie visible de l'intersection de la surface (S) et du plan (P) sur la figure donnée.

Partie B - Recherche d'un coût minimum.

Une entreprise fabrique des unités centrales pour ordinateurs dont les composants sont essentiellement des cartes mères et des microprocesseurs.
On appelle x le nombre (exprimé en milliers) de microprocesseurs produits chaque mois et y le nombre (exprimé en milliers) de cartes mères produites chaque mois.
Le coût mensuel de production, exprimé en milliers d'euros, est donné par :

$$C(x\,;\,y) = 3\left(x^2 + y\right)$$

On se propose de trouver les quantités de microprocesseurs et de cartes mères que l'entreprise doit produire par mois pour minimiser ce coût.

1. La production mensuelle totale est de deux milliers de composants. On a donc $x + y = 2$.
   Exprimer $C(x\,;\,y)$ en fonction de la seule variable x. On note f la fonction ainsi obtenue.
   Vérifier que $f(x) = 3x^2 - 3x + 6$.
2. Montrer que sur l'intervalle $[0\,;\,1,5]$, la fonction f admet un minimum atteint pour $x = 0,5$.
3. Quelles quantités de microprocesseurs et de cartes mères, l'entreprise doit-elle produire chaque mois pour minimiser le coût mensuel de production ? Quel est ce coût ?
4. Placer sur la figure donnée le point K correspondant au coût minimum.

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une roue de loterie comporte trois secteurs notés A, B et C.
On lance la roue, elle tourne puis s'arrête devant un repère fixe.
Le mécanisme est conçu de telle sorte que, à l'arrêt de la roue, le repère fixe se trouve toujours devant l'un des trois secteurs, qui est alors déclaré « secteurs repéré ».
On note p_1 la probabilité que le secteur A soit repéré. On donne $p_1 = 0,2$.
On note p_2 la probabilité que le secteur B soit repéré. On donne $p_2 = 0,3$.

1. Calculer la probabilité, notée p_3, que le secteur C soit repéré.

Une **partie** consiste à lancer la route deux fois successivement. On s'intéresse aux couples de secteurs repérés obtenus à la suite des deux lancers successifs.
On admet que les lancers de roues successifs sont indépendants.

2. Justifier que la probabilité d'obtenir le couple de secteurs repérés (A, B) est égale à 0,06.
3. Compléter le tableau suivant par les probabilités d'obtenir les différents couples de secteurs repérés possibles. Certaines probabilités sont déjà indiquées, ainsi la probabilité de tenir le couple (C, C) est égale à 0,25.

Secteur repéré au premier lancer	A	B	C
A	0,04		
B	0,06		
C			0,25

4. Montrer que la probabilité de tenir un couple de secteurs repérés ne comportant pas le secteur C est égale à $0,25$.

5. De l'argent est mis en jeu dans cette partie. Le gain dépend du nombre de secteurs C repérés :

- obtenir deux fois le secteur C fait gagner huit euros ;
- obtenir exactement une fois le secteur C fait gagner un euro ;
- d'obtenir aucun secteur C fait perdre dix euros.

a. Recopier sur la copie et compléter le tableau suivant :

Gain (en euros)	-10	1	8
Probabilité			0,25

b. Calculer le gain moyen que l'on peut espérer à ce jeu. Interpréter ce résultat.

Exercice 4 **7 points**

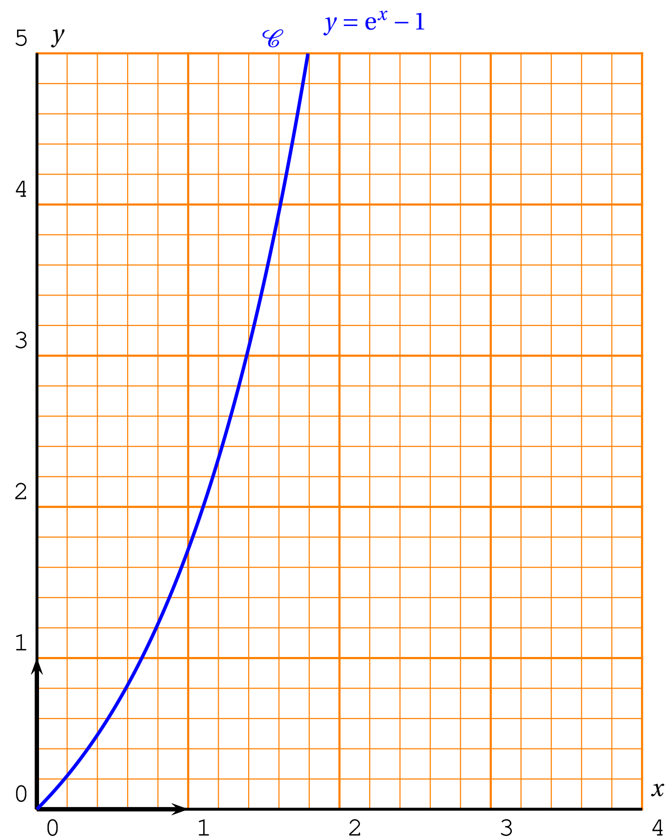
Commun à tous les candidats

On considère les fonctions f et g définition intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{3}{\mathrm{e}^x + 1}$$

Les fonctions f et g sont dérivables sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
Le plan est rapporté un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

1. La fonction f est représentée par la courbe $\mathscr{C}$ figurant ci-dessous.



a. Donner une équation de la tangente T cette courbe au point O origine du repère.

b. Tracer la droite T dans le repère donné

2. étude de la fonction g

a. Calculer $g(0)$.

b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$. En donner une interprétation graphique.

c. Étudier les variations de la fonction gestion sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et dresser son tableau de variations.

d. Tracer la représentation graphique de la fonction g dans le repère donné.

3. La lecture graphique montre que l'équation $f(x) = g(x)$ admet dans l'intervalle $[0~;~+\infty[$ unique solution, notée m.

a. Faire figurer sur le graphique le point de coordonnées $(m~;~f(m))$.

b. Prouver, par le calcul, que $m = \ln(2)$.

4. On considère le nombre suivant :

$$\mathscr{A} = \int_0^{\ln(2)} g(x)\,\mathrm{d}x$$

a. Sur le graphique précédent, hachurer le domaine dont l'aire, en en unités d'aires, est égale à $\mathscr{A}$.

b. Soit la fonction véritable G définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$G(x) = 3x - 3\ln\left(\mathrm{e}^x + 1\right)$$

Montrer que la fonction G est une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

c. Calculer $\mathscr{A}$.

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2006

EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

Questionnaire à choix multiples

Pour chaque question, une seule des trois réponses est exacte. On demanda d'indiquer la réponse exacte en cochant sans justification la grille réponse jointe en annexe à rendre avec la copie. Une bonne réponse rapporté 0,5 *point ; une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point ; l'absence de réponse donne* 0 *point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée est* 0.

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-5~;~+\infty[$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-5		-1		0		2		$+\infty$
$f(x)$			-3				4		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-5	$\nearrow$		$\searrow$	$-4,5$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f.

1. Sur l'intervalle $]-5~;~+\infty[$, l'équation $f(x) = -2$
- admet une seule solution
- admet deux solutions
- admet quatre solutions.

2. Sur l'intervalle $]-5~;~+\infty[$ la courbe $\mathscr{C}$:
- admet une seule asymptote la droite d'équation $x = -5$
- admet exactement deux asymptotes, les droites d'équations $x = -4,5$ et $y = -5$
- admet exactement deux asymptotes, les droites d'équations $y = -4,5$ et $x = -5$.

3. On sait que $f'(2) = 0$. L'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est :
- $y = 4$
- $y = 4(x-2)$
- $x = 4$.

4. On sait que l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point de coordonnées $(1~;~2)$ est $y = 3x - 1$. On a :
- $f(2) = 1$
- $f'(1) = -1$
- $f'(1) = 3$.

5. Sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$, la fonction g définie par $g(x) = \mathrm{e}^{-f(x)}$
- est croissante
- est décroissante
- n'est pas monotone.

6. On pose $h(x) = \ln\left[f(x) + 5\right]$. Alors la fonction h :
- est décroissante sur $]2~;~+\infty[$;
- est positive sur $]2~;~+\infty[$
- n'est pas définie sur $]2~;~+\infty[$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ne suivant pas l'enseignement de spécialité

Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

Un musée très fréquenté propose à la vente trois sortes de billets :

— au prix de 5 € un billet pour visiter uniquement le fonds permanent des collections;

— au prix de 3 € un billet pour visiter uniquement une exposition temporaire;

— au prix de 6 € un billet pour visiter le fonds permanent et l'exposition temporaire.

On sait que :

— 85 % des visiteurs visitent le fonds permanent

— 35 % des visiteurs visitent l'exposition temporaire.

Un visiteur se présente à l'entrée du musée et achète un billet On considère les évènements suivants :
F : « Le visiteur achète un billet à 5 € »
E : « Le visiteur achète un billet à 3 € »
M : « Le visiteur achète un billet à 6 € ».

1. **a.** Établir que $p(M) = 0,2$; $p(F) = 0,65$ et $p(E) = 0,15$.

b. Calculer le prix de vente moyen d'un billet.

Le musée propose à la vente un catalogue sur l'exposition temporaire.
On sait que :

— 35 % des personnes qui ne visitent que l'exposition temporaire achètent le catalogue.

— 25 % des personnes qui visitent le fonds permanent et l'exposition temporaire achètent le catalogue.

— 97 % des visiteurs du seul fonds permanent n'achètent pas le catalogue.

On considère l'évènement C : « Le visiteur achète le catalogue »

2. Démontrer que $p(C) = 0,122$ (on pourra s'aider d'un arbre).

3. Un visiteur a acheté le catalogue. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas visité l'exposition temporaire?

4. Quelle est la probabilité que, parmi trois visiteurs du musée venus indépendamment les uns des autres, au moins un n'ait pas acheté le catalogue?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats suivant l'enseignement de spécialité

Les questions 1. et 2. peuvent être traitées de façon indépendante.

1. Dans une région, on considère trois types de temps : beau, variable, pluvieux.
On sait que :

— S'il fait beau un jour donné, la probabilité qu'il fasse beau le lendemain est $\dfrac{1}{3}$ et la probabilité qu'il pleuve est $\dfrac{1}{6}$

— Si le temps est variable, la probabilité qu'il soit variable le lendemain est $\dfrac{1}{4}$ et la probabilité qu'il pleuve est $\dfrac{1}{2}$

— S'il pleut, la probabilité qu'il pleuve le lendemain est $\dfrac{1}{4}$ et la probabilité qu'il fasse beau est $\dfrac{1}{2}$

On note

— B : « le temps est beau » ;

— V : « le temps est variable » ;

— P : « le temps est pluvieux ».

a. Représenter la situation par un graphe probabiliste.

b. Donner la matrice de transition de ce graphe. Les sommets B, V, P seront rangés dans cet ordre.

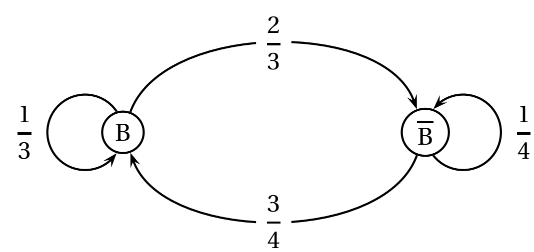
c. Pour tout entier naturel n, l'état probabiliste dans n jours est défini par la matrice ligne $P_n = \begin{pmatrix} b_n & v_n & p_n \end{pmatrix}$ où b_n désigne la probabilité qu'il fasse beau dans n jours, v_n la probabilité que le temps soit variable dans n jours et p_n la probabilité qu'il pleuve dans n jours.

Aujourd'hui il fait beau, on a donc $P_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ matrice ligne décrivant l'état initial.

Déterminer la probabilité de chaque type de temps dans 2 jours.

2. Dans une autre région, on note B : « il fait beau » $\overline{\text{B}}$: « il ne fait pas beau ».

Les variations du temps sont représentées par le graphe suivant :



a. Donner la matrice de transition T de ce graphe.

b. Soit $Q = (x\ y)$ avec $x + y = 1$.

Déterminer x et y tels que $Q = QT$ et interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

On désigne par f la fonction définie sur $[0\,;5]$ par

$$f(x) = 1 - x + 2\ln x.$$

La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous est la représentation graphique de f dans un repère orthogonal (unités : 2 cm sur l'axe des abscisses et 5 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Calculer la limite de f en 0.

2. Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f.

Dresser le tableau des variations de f.

3. **a.** Calculer $f(1)$.

b. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[3\,;4]$ une solution unique α puis donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de α.

c. En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

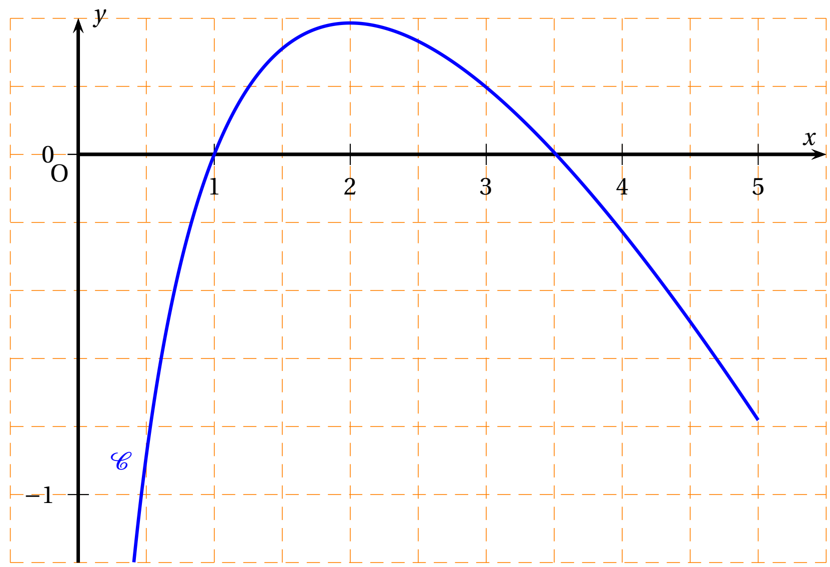
4. On appelle g la fonction définie sur $]0\,;\,5]$ par

$$g(x) = x\left(-\frac{1}{2}x + 2\ln x - 1\right).$$

   a. Montrer que g est une primitive de f sur $]0\,;\,5]$.

   b. Sur le graphique ci-dessous, on considère le domaine limité par l'axe des abscisses et la partie de la courbe $\mathscr{C}$ située au-dessus de cet axe. Montrer que l'aire de ce domaine est égale en unités d'aire, à $g(\alpha) - g(1)$.

   c. Calculer une valeur approchée de l'aire $\mathscr{A}$ exprimée en cm^2. *On utilisera la valeur approchée de α trouvée au* 3. b.



EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près
Le tableau ci-dessous donne le PIB de la Chine. en milliards de dollars, entre 1982 et 2002.

Année	1982	1986	1990	1994	1998	2002
Rang x_i de l'année	0	4	8	12	16	20
PIB y_i	280	300	384	546	945	1 232

(*Le Monde du* 26/01/2004

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal du plan. Les unités graphiques seront de 1 cm pour deux années sur l'axe des abscisses et de 1 cm pour 100 milliards de dollars sur l'axe des ordonnées.
2. **a.** Déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

   b. Tracer cette droite sur le graphique.

   c. Avec cet ajustement, estimer graphiquement et par le calcul le PIB de la Chine en 2004. Commenter le résultat obtenu.

3. On envisage dans cette question un ajustement exponentiel.
En posant $z = \ln y$ on obtient une droite d'ajustement de z en x d'équation
$z = 0,08x + 5,46$.

a. On se propose de déterminer alors y en fonction de x sous la forme
$y = \alpha e^{\beta x}$ où α et β sont deux réels.
Montrer que $y = 235,10e^{0,08x}$.

b. Tracer sur le graphique la courbe d'équation $y = 235,10e^{0,08x}$, pour
$x \in [0~;~24]$.

c. Avec cet ajustement, estimer graphiquement et par le calcul, le PIB de la Chine en 2004.

4. Le PIB de la Chine pour 2004 était de 1 650 milliards de dollars (Source internet).
Calculer en pourcentage par rapport à la valeur réelle, les erreurs commises en prenant comme PIB les estimations obtenues aux questions 2 et 3.

Annexe – Document réponse à rendre avec la copie

Exercice 1 - Commun à tous les candidats

Ne cocher qu'une seule réponse par question

1. Sur l'intervalle $]-5\ ;\ +\infty[$, l'équation $f(x) = -2$
   - ☐ admet une seule solution
   - ☐ admet deux solutions
   - ☐ admet quatre solutions.

2. Sur l'intervalle $]-5\ ;\ +\infty[$ la courbe $\mathscr{C}$:
   - ☐ admet une seule asymptote la droite d'équation $x = -5$
   - ☐ admet exactement deux asymptotes, les droites d'équations $x = -4,5$ et $y = -5$
   - ☐ admet exactement deux asymptotes, les droites d'équations $y = -4,5$ et $x = -5$.

3. On sait que $f'(2) = 0$. L'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est :
   - ☐ $y = 4$
   - ☐ $y = 4(x-2)$
   - ☐ $x = 4$.

4. On sait que l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point de coordonnées $(1\,;\,2)$ est $y = 3x-1$. On a :
   - ☐ $f(2) = 1$
   - ☐ $f'(1) = -1$
   - ☐ $f'(1) = 3$.

5. Sur l'intervalle $]2\ ;\ +\infty[$, la fonction g définie par $g(x) = \mathrm{e}^{-f(x)}$
   - ☐ est croissante
   - ☐ est décroissante
   - ☐ n'est pas monotone.

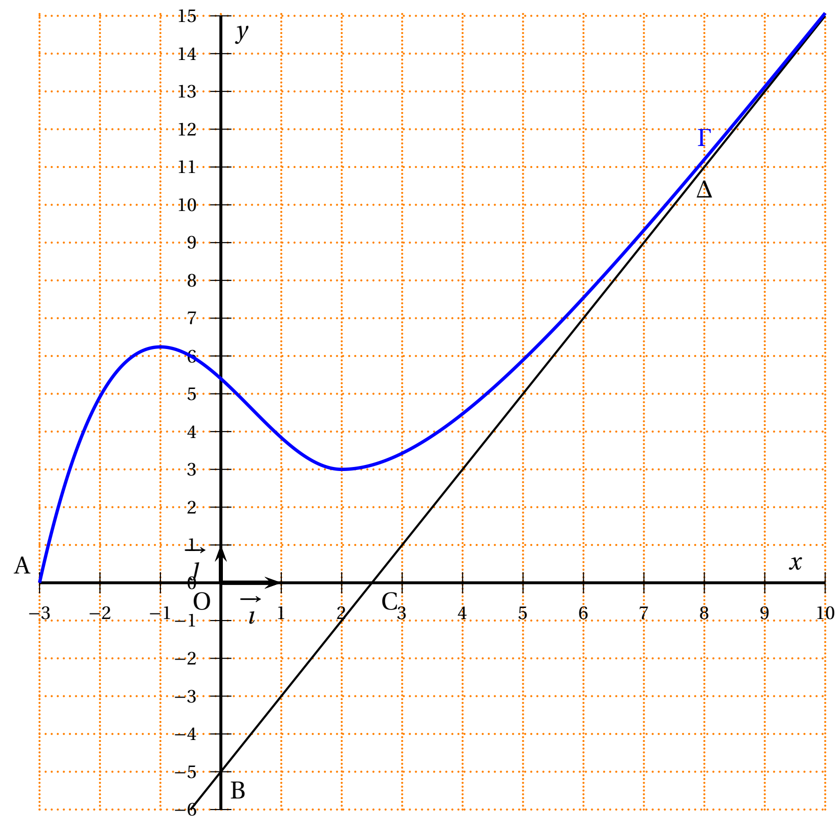
6. On pose $h(x) = \ln[f(x)+5]$. Alors la fonction h :
   - ☐ est décroissante sur $]2\ ;\ +\infty[$;
   - ☐ est positive sur $]2\ ;\ +\infty[$;
   - ☐ n'est pas définie sur $]2\ ;\ +\infty[$.

Baccalauréat ES Métropole 15 juin 2006

EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$, croissante sur les intervalles $[-3\,;\,-1]$ et $[2\,;\,+\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $[-1\,;\,2]$.
On note f' sa fonction dérivée sur l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$.
La courbe Γ représentative de la fonction f est tracée ci-dessous dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
Elle passe par le point $\text{A}(-3\,;\,0)$ et admet pour asymptote la droite Δ d'équation $y = 2x - 5$.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'ANNEXE, à rendre avec la copie.
Les réponses ne seront pas justifiées.

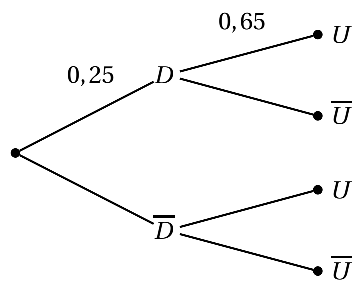
NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

a. L'équation $f(x) = 4$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$.
b. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
c. $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (2x - 5)] = +\infty$.
d. $f'(0) = -1$.
e. $f'(x) > 0$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2\,;\,1]$.

f. $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant 7$.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La médiathèque d'une université possède des DVD de deux provenances, les DVD reçus en dotation et les DVD achetés. Par ailleurs, on distingue les DVD qui sont de production européenne et les autres.
On choisit au hasard un de ces DVD. On note :
D l'évènement « le DVD a été reçu en dotation » et $\overline{D}$ l'évènement contraire,
U l'évènement « le DVD est de production européenne » et $\overline{U}$ l'évènement contraire.
On modélise cette situation aléatoire par l'arbre incomplet suivant dans lequel figurent quelques probabilités par exemple, la probabilité que le DVD ait été reçu en dotation est $p(D) = 0,25$.



On donne, de plus, la probabilité de l'évènement U : $p(U) = 0,7625$.

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

PARTIE A

1. **a.** Donner la probabilité de U sachant D.
   b. Calculer $p\left(\overline{D}\right)$.
2. **a.** Calculer la probabilité que le DVD choisi ait été reçu en dotation et soit de production européenne (donner la valeur exacte).
   b. Montrer que la probabilité que le DVD choisi ait été acheté et soit de production européenne est égale à 0,6.
3. Sachant que le DVD choisi a été acheté, calculer la probabilité qu'il soit de production européenne.

PARTIE B

On choisit trois DVD au hasard. On admet que le nombre de DVD est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à trois tirages successifs indépendants avec remise. On rappelle que la probabilité de choisir un DVD reçu en dotation est égale à 0,25.

Déterminer la probabilité de l'évènement : « exactement deux des trois DVD choisis ont été reçus en dotation ». (Donner la valeur décimale arrondie au millième).

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une région de France supposée démographiquement stable, on compte 190 milliers d'habitants qui se déplacent en voiture pour aller travailler : les uns se déplacent seuls dans leur voiture, les autres pratiquent le co-voiturage. On admet que :

— si une année un habitant pratique le co-voiturage, l'année suivante il se déplace seul dans sa voiture avec une probabilité égale à $0,6$;

— si une année un habitant se déplace seul dans sa voiture, l'année suivante il pratique le co-voiturage avec une probabilité égale à $0,35$.

Première partie

On note C l'état « pratiquer le co-voiturage » et V l'état « se déplacer seul dans sa voiture ».

1. Dessiner un graphe probabiliste de sommets C et V qui modélise la situation aléatoire décrite.
2. En considérant C et V dans cet ordre, en ligne, la matrice de transition associée à ce graphe est $M = \begin{pmatrix} 0,40 & 0,60 \\ 0,35 & 0,65 \end{pmatrix}$. Vérifier que l'état stable du système correspond à la matrice ligne $(70 \quad 120)$.
   En donner une interprétation.

Deuxième partie

En 2000, 60 milliers d'habitants pratiquaient le co-voiturage et 130 milliers d'habitants se déplaçaient seuls dans leur voiture.
On appelle X_n (n entier naturel) le nombre de milliers d'habitants qui pratiquent le co-voiturage durant l'année $2000 + n$. On a donc $X_0 = 60$.
On admet que pour tout entier naturel n, $X_{n+1} = 0,05X_n + 66,5$.
On considère la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$, définie pour tout entier naturel n par $U_n = X_n - 70$.

1. Prouver que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.
2. Montrer que pour tout entier naturel n, $X_n = 70 - 10 \times 0,05^n$.
   Est-il possible que, durant une année, le nombre d'habitants pratiquant le co-voiturage atteigne la moitié de la population de cette région ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes

Le tableau ci-dessous donne la consommation médicale (exprimée en milliards d'euros) de la population d'un pays :

Année	1990	1995	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année x_i	0	5	10	11	12	13
Consommation y_i	38	49,1	51,81	57	62,7	68,97

D'après INSEE

PARTIE A

Le but de cette partie est de mettre en œuvre deux modélisations de cette consommation médicale.

1. **Premier modèle**
   a. On utilise un ajustement affine. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite de régression de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au centième.
   b. En supposant que l'évolution se poursuive selon ce modèle, en déduire une estimation de la consommation médicale en milliards d'euros pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).

2. **Deuxième modèle**
   a. Calculer l'accroissement relatif de la consommation médicale de l'année 2000 à l'année 2001, puis de l'année 2001 à l'année 2002 (donner la valeur décimale arrondie au dixième).
   b. À partir de l'année 2000, on modélise la consommation médicale par :
   $y = 51,81 \times 1,1^n$ pour l'année $2000+n$ avec n entier naturel. En utilisant ce deuxième modèle, en déduire une estimation de la consommation médicale en milliards d'euros pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).

PARTIE B : Réduction des dépenses

Pour l'année 2005, la consommation médicale réelle s'est élevée à 83,44 milliards d'euros. Il a été décidé de réduire les dépenses et de les ramener en 2006 à 69,79 milliards d'euros.
De quel pourcentage (arrondi à 1 %) la consommation médicale doit-elle baisser pour atteindre cet objectif ?

Rappel de définitions

On désigne par a_1 et a_2 des nombres réels strictement positifs $a_2 > a_1$.
L'accroissement absolu de a_1 à a_2 est égal à $a_2 - a_1$.
L'accroissement relatif de a_1 à a_2 est égal $\dfrac{a_2 - a_1}{a_1}$.

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \text{e}^{x-3} - \frac{1}{x+4}$$

PARTIE A

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$, on note f' sa fonction dérivée.
   Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
2. En déduire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
3. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
4. **a.** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
   b. On admet qu'il existe un unique nombre réel positif α tel que $f(\alpha) = 0$.
   Donner le signe de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
5. **a.** Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant (donner les valeurs décimales arrondies au dix-millième)

x	$1,32$	$1,325$	$1,33$
$f(x)$			

   b. En déduire la valeur décimale, arrondie au centième, du nombre α tel que $f(\alpha) = 0$.

PARTIE B

1. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = \text{e}^{x-3} - \ln(x+4)$$

a. La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$. On note g' sa fonction dérivée. Calculer $g'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

b. Étudier le sens de variations de la fonction g sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ en utilisant les résultats de la PARTIE A.

2. Calculer l'intégrale $\text{I} = \displaystyle\int_0^3 f(x)\,\text{d}x$.

(Donner la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au centième).

ANNEXE

EXERCICE 1

Commun à tous les candidats

À rendre avec la copie

Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'ANNEXE, à rendre avec la copie.
Les réponses ne seront pas justifiées.

NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

AFFIRMATIONS	V	F
a. L'équation $f(x) = 4$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$.		
b. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.		
c. $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (2x-5)] = +\infty$.		
d. $f'(0) = -1$.		
e. $f'(x) > 0$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2\,;\,1]$.		
f. $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant 7$.		

∽ Baccalauréat ES La Réunion juin 2006 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution de la vente de pots de plantes vertes en milliers de pots en France, de 1999 à 2004.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de pots de plantes (en milliers de pots)	5 702	5 490	5 400	5 319	5 200	5 180

Pour ce nuage de points, un ajustement affine ne semble pas adapté. On cherche alors un ajustement exponentiel.

1. On pose $z_i = \ln y_i$.

a. Calculer les valeurs z_i, du tableau associées aux rangs x_i, en arrondissant au centième et pour i variant de 1 à 6. *On portera ces valeurs dans le tableau situé sur l'annexe* 1.

b. Construire, sur une feuille de papier millimétré, le nuage de points $N_i\left(x_i~;~z_i\right)$, dans le repère orthogonal défini de la manière suivante :

— sur l'axe des abscisses, on place O à l'origine et on prend 2 cm pour représenter 1 année

— sur l'axe des ordonnées, on place 8,50 à l'origine et on prend 1 cm pour représenter $0,01$.

2. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (*on ne demande pas le détail des calculs*). Les coefficients seront arrondis au centième.

b. Tracer la droite d dans le repère précédemment défini.

c. Déterminer la relation entre y et z, sous la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$, qui traduit l'équation de la droite d'ajustement d. Le nombre A est arrondi à l'unité et le nombre B arrondi au centième,

3. **a.** On suppose que l'évolution de la vente reste conforme à l'ajustement calculé à la question 2.

Donner alors une estimation du nombre de pots qu'on peut espérer vendre en 2006, exprimé en milliers de pots (résultat arrondi à l'unité).

b. Une étude concurrente donne une estimation pour 2006 de 5 085 milliers de pots vendus. Calculer la différence entre les deux estimations. Quel pourcentage cette différence représente-t-elle par rapport à la première estimation? (on donnera une valeur approchée arrondie au centième de ce résultat).

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcll} u_1 & = & 12 & \text{et} \\ u_{n+1} & = & \dfrac{1}{3}u_n + 5 & \text{pour tout entier naturel } n \geqslant 1 \end{array}\right.$$

1. Utiliser les droites d'équations $y = x$ et $y = \frac{1}{3}x + 5$ pour construire les quatre premiers termes de la suite (u_n).
   (*Cette construction est à faire sur le graphique de l'annexe* 3 - *exercice* 2 - *Spécialité*)
   Que peut-on conjecturer à propos de la limite de la suite (u_n) ?
2. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, par : $v_n = u_n - \frac{15}{2}$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.
   b. Exprimer alors v_n en fonction de n.
   c. Déterminer la limite de la suite (v_n) puis en déduire la limite de la suite (u_n).
3. Est-il possible de déterminer n de sorte que :
   a. $u_n - \frac{15}{2} \leqslant 10^{-6}$?
   b. $u_n - \frac{15}{2} \geqslant 10^{6}$?

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise de transports routiers dispose de 16 camions dont :

- 9 sont considérés comme « anciens »
- 4 sont considérés comme « récents »
- 3 sont considérés comme « neufs ».

Partie A

L'entreprise décide d'observer l'état des 16 camions pendant une période donnée. On sait de plus que, pendant cette période, la probabilité que :

- un camion « ancien » ait une panne, est égale à 0,08
- un camion « récent » ait une panne, est égale à 0,05
- un camion « neuf » ait une panne, est égale à 0,002 5.

On choisit au hasard un camion parmi les 16. On note les évènements suivants :
A : « le camion est ancien »
R : « le camion est récent »
N : « le camion est neuf »
D : « le camion a une panne ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant les éventualités associées au choix d'un camion.
2. Calculer la probabilité que le camion choisi soit récent et ait une panne (*on donnera, pour cette question et les deux suivantes, à chaque fois une valeur approchée du résultat arrondie à* 10^{-4} *près*)
3. Calculer la probabilité que le camion choisi ait une panne.
4. Calculer la probabilité que le camion soit neuf sachant qu'il n'a pas de panne.

Partie B

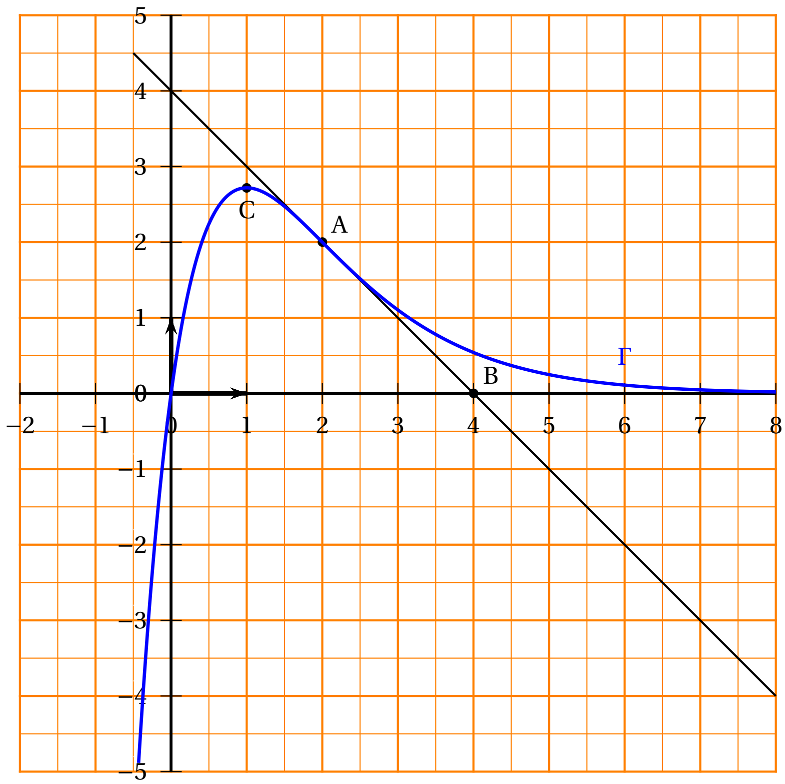
Dans cette partie, on s'intéresse seulement aux camions « neufs ».

(*on donnera, pour chacune des questions suivantes, une valeur approchée du résultat arrondie au millième*).
Un camion peut être indisponible pour des raisons de matériel ou de personnel. Chaque camion neuf a de façon indépendante une probabilité d'indisponibilité de 0,01.
Déterminer la probabilité pour qu'un jour donné :

1. tous les camions « neufs » soient indisponibles (évènement T)
2. un camion « neuf » au moins soit indisponible (évènement M)
3. deux camions « neufs » exactement soient disponibles (évènement S).

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormal, la courbe représentative Γ d'une fonction g définie et dérivable sur ℝ. La courbe Γ passe par les points O(0 ; 0) et A (2 ; 2).
La droite (AB) est la tangente en A à la courbe Γ. La tangente à Γ au point C d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Déterminer graphiquement les valeurs de $g(0)$, $g(2)$, $g'(1)$, $g'(2)$.
2. Une des représentations graphiques présentées sur l'annexe 2, représente la fonction dérivée g' de g et une autre représente une primitive G de g sur ℝ.
   Déterminer la courbe associée à la fonction g' et celle associée à G ; vous justifierez votre choix à l'aide d'arguments basés sur l'examen des représentations graphiques.
3. On suppose que la fonction g est de la forme : $g(x) = (x+a)\mathrm{e}^{bx+c}$ où a, b et c sont des nombres réels.
   a. Démontrer que $a = 0$ et que $c = -2b$.

b. Déterminer $g'(x)$ en fonction de b et de x.

c. Calculer alors les valeurs de b et de c.

4. Démontrer que la fonction G définie par $G(x) = -(x+1)\mathrm{e}^{2-x}$ est une primitive de g sur $\mathbb{R}$.

5. Calculer l'aire $\mathcal{K}$, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe Γ et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.

EXERCICE 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte. On portera la réponse dans le tableau prévu en annexe (Annexe 1).
Barème : une bonne réponse rapporte 0,5 *point ; une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève de point. Si le total de point est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

1. L'expression $f(x) = x\left(1+\mathrm{e}^{-x}\right)+1$ peut aussi s'exprimer ainsi :

a. $f(x) = \ln \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-x}\left(x + x\mathrm{e}^{x}\right)$

b. $f(x) = x\mathrm{e}^{-x}$

c. $f(x) = x\mathrm{e}^{-x} + 1 + \mathrm{e}^{x}$

2. Deux fonctions u et g sont connues par leurs tableaux de variations.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$u(x)$	4	↘	2	↘	-2	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

On a alors :

a. $g[u(-1)] = -1$

b. $g[u(-2)] = -2$

c. $g[u(-1)] = -2$

3. En considérant les fonctions u et g précédentes , on a :

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} g[u(x)] = 4$

b. $\lim\limits_{x\to+\infty} g[u(x)] = -\infty$

c. $\lim\limits_{x\to+\infty} g[u(x)] = +\infty$

4. En considérant la fonction g de la question 2, l'équation $g(x) = 3$ admet :

a. exactement une solution sur $[-4 ; 2]$

b. exactement une solution sur $[-3\,;\,+[$

c. exactement une solution sur $]-\infty\,;\,-2]$

5. Dire que la droite d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique en $+\infty$ à la courbe représentative d'une fonction f dans un repère du plan, revient à dire que :

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$

b. $\lim\limits_{x \to 0} [f(x) - (x-1)] = +\infty$

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$

6. La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{-x^2+1}$ est :

a. une primitive de la fonction qui à x associe : $-x\mathrm{e}^{-x^2+1}$

b. une primitive de la fonction qui à x associe : $-2x\mathrm{e}^{1-x^2}$

c. la dérivée de la fonction qui à x associe : $-2x\mathrm{e}^{1-x^2}$

7. Une fonction f est connue par son tableau de variations :

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$1+\mathrm{e}$	↘	1	↗	$+\infty$

Soit F une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On peut affirmer que :

a. F est croissante sur $]-\infty\,;\,3]$

b. F' est positive sur $\mathbb{R}$

c. F est croissante sur $[3\,;\,5]$

8. La fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{4\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 4}$ a pour représentation graphique la courbe $\mathscr{C}$, dans un repère donné. On peut dire alors que :

a. la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

b. la droite d'équation $x = -4$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$

c. la droite d'équation $x = 4$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

9. Pour toute fonction f continue et positive sur $[-1\,;\,1]$ si $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de f dans un repère donné du plan, alors $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

a. la valeur moyenne de f sur $[-1\,;\,1]$.

b. l'aire, en unités d'aire, du domaine sous la courbe $\mathscr{C}_f$, entre les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$.

c. égale à $f(1) - f(-1)$.

10. a et b étant deux nombres réels strictement positifs, $\ln(a + b)$ est égale à :

a. $(\ln a) \times (\ln b)$.

b. $\ln a + \ln\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right) + \ln b$.

c. $\ln a + \ln b$.

ANNEXE 1 à rendre avec la copie

Exercice 1 (question 1. a.)

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de pots de plantes	5 702	5 490	5 400	5 319	5 200	5 180
$z_i = \ln y_i$						

Exercice 4

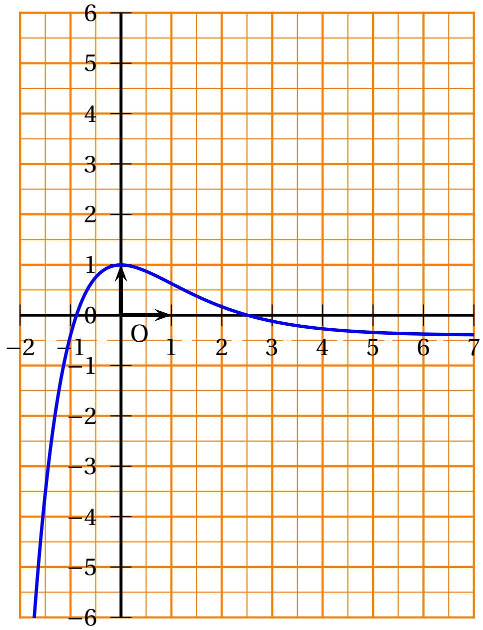
Pour chaque question du Q.C.M., cocher la case correspondant à la bonne réponse

Questions	Réponse a.	Réponse b.	Réponse c.
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

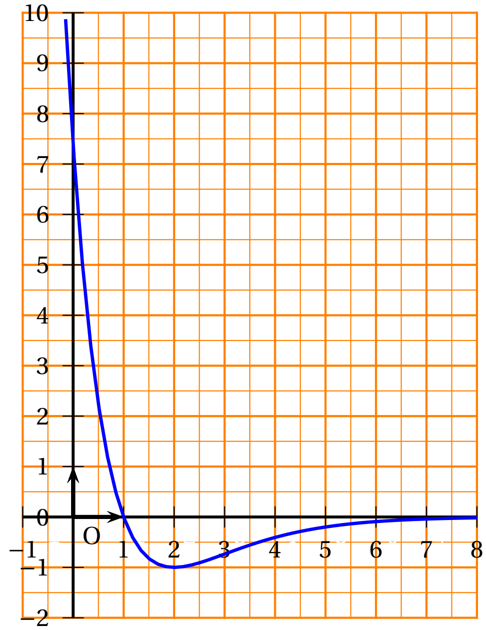
ANNEXE 2 : cette feuille n'est pas à rendre avec la copie

Courbes de l'exercice 3 - question 1

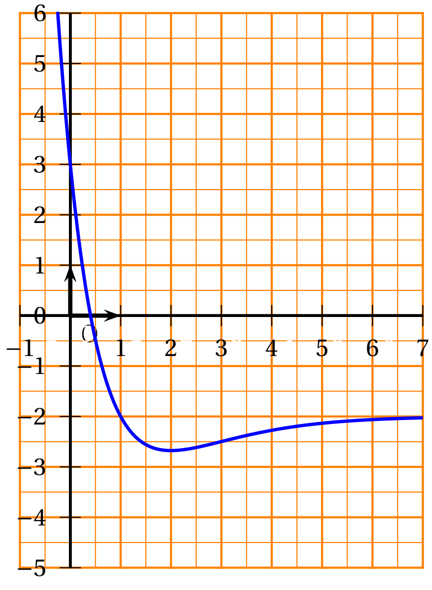
Courbe 1



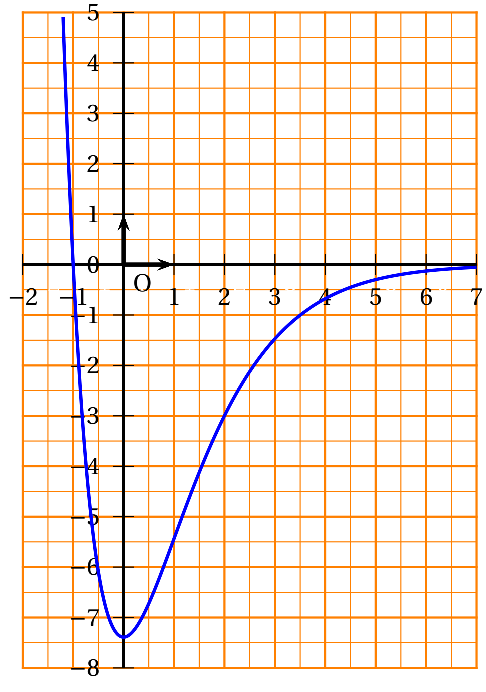
Courbe 2



Courbe 3

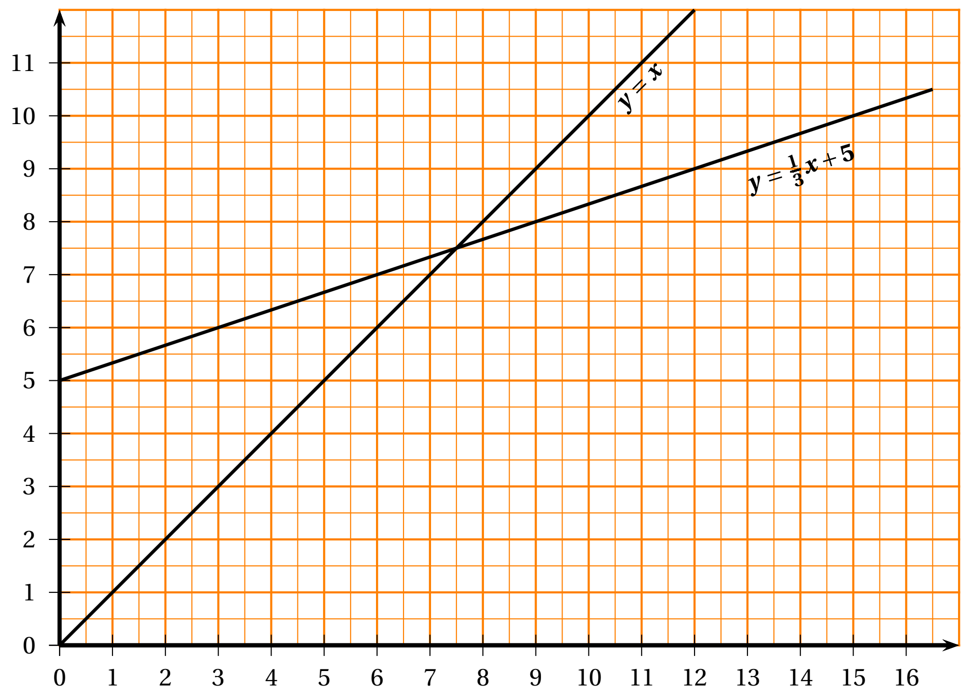


Courbe 4



ANNEXE 3 : Exercice 2 - Spécialité

À rendre avec la copie



Baccalauréat ES Polynésie juin 2006

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre questions de ce Q. C. M., une seule des trois propositions est exacte. Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de la question et la bonne affirmation. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.

1. Si la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet :

- Au moins une solution.
- Au plus une solution.
- Exactement une solution.

2. Si la fonction f est continue sur $[a~;~b]$ et si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, alors l'équation $f(x) = 0$ admet :

- Au moins une solution.
- Au plus une solution.
- Exactement une solution.

3. Si la fonction f est continue et positive sur $[a~;~b]$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal, alors l'aire, en unités d'aire $\mathscr{A}$ du domaine délimité par $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est donnée par la formule :

- $\mathscr{A} = \displaystyle\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x$.
- $\mathscr{A} = \displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.
- $\mathscr{A} = f(b) - f(a)$.

4. Un produit coûte initialement 500 euros. Son prix augmente de 20 %. Si l'on veut revenir au prix initial, il faut :

- Diminuer le prix de 20 %.
- Diminuer le prix de $\dfrac{1}{20}$ %.
- Diminuer le prix de 100 euros.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement obligatoire

On sait que la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction numérique f définie sur $]-2~;~+\infty[$, passe par les points $\mathrm{O}(0~;~0)$ et $\mathrm{A}(-1~;~0)$, que la tangente à $\mathscr{C}_f$ en O a pour coefficient directeur $\ln(2)$ et la tangente à $\mathscr{C}_f$ en A a pour équation $y = x + 1$.

1. **a.** À l'aide des données ci-dessus, donner la valeur de $f(0)$, de $f'(0)$, de $f(-1)$ et de $f'(-1)$.

b. Donner une équation de la tangente en O à $\mathscr{C}_f$.

2. On sait de plus qu'il existe des réels a, b et c tels que pour tout $x > -2$:

$$f(x) = \left(ax^2 + bx + c\right)\ln(x + 2).$$

a. Exprimer $f(0)$ à l'aide de a, b et c.

b. Exprimer $f'(x)$ à l'aide de a, b et c

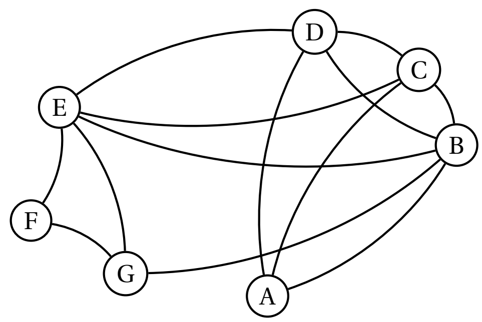
c. En déduire $f'(0)$ et $f'(-1)$ à l'aide de a, b et c.

d. En déduire les valeurs de a, b et c.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une compagnie aérienne propose des vols directs entre certaines villes, notées A, B, C, D, E, F et G. Cela conduit au graphe $\mathcal{G}$ suivant, dont les sommets sont les villes et les arêtes représentent les liaisons aériennes :



1. Le graphe $\mathcal{G}$ est-il complet ? Quel est l'ordre de $\mathcal{G}$?

2. **a.** Sur les cartes d'embarquement, la compagnie attribue à chaque aéroport une couleur, de sorte que deux aéroports liés par un vol direct aient des couleurs différentes.

Proposer un coloriage adapté à cette condition.

b. Que peut-on en déduire sur le nombre chromatique de $\mathcal{G}$?

3. **a.** Quelle est la nature du sous graphe formé par les sommets A, B, C et D ?

b. Quel est le nombre minimal de couleurs que la compagnie doit utiliser pour pouvoir attribuer une couleur à chaque aéroport en respectant les conditions du 2. ?

4. **a.** En considérant les sommets dans l'ordre alphabétique, construire la matrice M associée à $\mathcal{G}$.

b. On donne :

$$M^8 = \begin{pmatrix} 6945 & 9924 & 8764 & 8764 & 9358 & 3766 & 5786 \\ 9924 & 14345 & 12636 & 12636 & 13390 & 5486 & 8310 \\ 8764 & 12636 & 11178 & 11177 & 11807 & 4829 & 7369 \\ 8764 & 12636 & 11177 & 11178 & 11807 & 4829 & 7369 \\ 9358 & 13390 & 11807 & 11807 & 12634 & 5095 & 7807 \\ 3766 & 5486 & 4829 & 4829 & 5095 & 2116 & 3181 \\ 5786 & 8310 & 7369 & 7369 & 7807 & 3181 & 4890 \end{pmatrix}$$

Combien y a-t-il de chemins de longueurs 8 qui relient B à D ?

5. **a.** Pourquoi est-il impossible pour un voyageur de construire un itinéraire qui utilise chaque liaison aérienne une et une seule fois ?

b. Montrer qu'il est possible de construire un tel itinéraire en ajoutant une seule liaison qui n'existe pas déjà et que l'on précisera.

EXERCICE 3 **5 points**

Une enquête est réalisée auprès des clients d'une compagnie aérienne. Elle révèle que 40 % des clients utilisent la compagnie pour des raisons professionnelles, que 35 % des clients utilisent la compagnie pour des raisons touristiques et le reste pour diverses autres raisons.
Sur l'ensemble de la clientèle, 40 % choisissent de voyager en première classe et le reste en seconde classe.
En fait, 60 % des clients pour raisons professionnelles voyagent en première classe, alors que seulement 20 % des clients pour raisons touristiques voyagent en première classe.
On choisit au hasard un client de cette compagnie. On suppose que chaque client à la même probabilité d'être choisi. On note :

— A l'évènement « le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles »
— T l'évènement « le client interrogé voyage pour des raisons touristiques »
— D l'évènement « le client interrogé voyage pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques »
— V l'évènement « le client interrogé voyage en première classe ».

Si E et F sont deux évènements, on note $p(E)$ la probabilité que E soit réalisé, et $p_F(E)$ la probabilité que E soit réalisé sachant que F est réalisé. D'autre part, on notera $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Déterminer : $p(A)$, $p(T)$, $p(V)$, $p_A(V)$ et $p_T(V)$.

2. **a.** Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons professionnelles.

b. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons touristiques.

c. En déduire la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques.

3. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles sachant qu'il a choisi la première classe.

4. Soit un entier n supérieur ou égal à 2. On choisit n clients de cette compagnie aérienne d'une façon indépendante.

On note p_n la probabilité qu'au moins un de ces clients voyage en seconde classe.

a. Prouver que : $p_n = 1 - 0,4^n$.

b. Déterminer le plus petit entier n pour lequel $p_n > 0,9999$.

EXERCICE 4 **6 points**

On considère la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(x^2 + x + 1\right) \mathrm{e}^x.$$

Dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm sur chaque axe, on note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique et $\mathscr{C}_{\exp}$ la représentation graphique de la fonction exponentielle.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b. Donner les valeurs de $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2\mathrm{e}^x$ et de $\lim\limits_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^x$.

c. En déduire que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$. Que peut-on en déduire graphiquement ?

2. **a.** On note f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$, montrer que

$$f'(x) = (x+1)(x+2)\mathrm{e}^{x}.$$

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

c. En déduire le tableau de variations de la fonction f.

3. Déterminer le signe de f sur $\mathbb{R}$.

4. **a.** Préciser les positions relatives de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_{\text{exp}}$.

b. Construire ces deux courbes dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

5. Soit F la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par : $F(x) = \left(x^2 - x + 2\right)\mathrm{e}^{x}$.
Prouver que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

6. **a.** Déterminer la valeur exacte de l'aire en cm^2 du domaine $\mathscr{D}$ délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

b. Déterminer la valeur exacte de l'aire en cm^2 du domaine $\mathscr{D}'$ délimité par les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_{\text{exp}}$, et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane septembre 2006 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question ci-après comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse. Une réponse exacte rapporte 0,5 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point, L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0.

QUESTIONS	RÉPONSES
1. L'ensemble des solutions de l'équation $\ln\left(x^2\right) = 2$ est ...	☐ $\{\mathrm{e}\}$ ☐ $\{-2\ ;\ 2\}$ ☐ $\{-\mathrm{e}\ ;\ \mathrm{e}\}$
2. $\exp(2x-6)$ est égal à ...	☐ $\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^6$ ☐ $\dfrac{2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^6}$ ☐ $\left(\mathrm{e}^{x-3}\right)^2$
3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $-1 < \mathrm{e}^x < 9$ est ...	☐ $]0\ ;\ \ln 9[$ ☐ $]-\infty\ ;\ 2\ln 3[$ ☐ $]\mathrm{e}^{-1}\ ;\ \mathrm{e}^9[$
4. Si $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 1,9$ et $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = -0,9$, alors $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = \ldots$	☐ 1 ☐ $-2,8$ ☐ $2,8$
5. La valeur moyenne de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{(x+1)}$ sur $[0;\ 4]$ est égale à ...	☐ $\dfrac{1}{2}\ln 2$ ☐ $\dfrac{1}{4}\ln 5$ ☐ $\ln 4$
6. Laquelle de ces limites est exacte?	☐ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{2}{\mathrm{e}^x}\right) = -\infty$ ☐ $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^x = -\infty$ ☐ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\mathrm{e}^x} = 1$
7. Le coût marginal est assimilé à la dérivée du coût total. Si le coût marginal est $C_m(q) = \dfrac{6+6\ln q}{q}$ exprimé en milliers d'euros pour $q > 0$, alors le coût total exprimé en milliers d'euros est égal à	☐ $\mathrm{C_T}(q) = 3\ln q(2+\ln q)$ ☐ $\mathrm{C_T}(q) = \dfrac{-6\ln q}{q^2}$ ☐ $\mathrm{C_T}(q) = 6\ln q + 3\ln\left(q^2\right)$
8. Si f est la fonction définie sur $[1\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = 2\ln x - 3x + 5$, alors dans un repère du plan, une équation de la tangente à la courbe représentant f au point d'abscisse 1 est ...	☐ $y = -x+2$ ☐ $y = -x+3$ ☐ $y = -3x-2$

EXERCICE 2 **6 points**

PARTIE A : UTILISATION D'UN GRAPHIQUE

La courbe $\mathscr{C}_g$ donnée en annexe (à rendre avec la copie) représente, dans un repère du plan, une partie de la représentation graphique de la fonction g définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{a}{\mathrm{e}^{bx}+1}$ où a et b sont deux réels.
Soient A et B les points de coordonnées respectives A$(0\,;6)$ et B$(4\,;0)$.

1. Sachant que la droite (AB) est tangente à la courbe au point A, déterminer $g(0)$, puis $g'(0)$.
2. Exprimer en fonction de a et b la dérivée $g'(x)$.
3. À l'aide des résultats précédents prouver que $a = 12$ et $b = 0,5$.

PARTIE B : ÉTUDE DE FONCTIONS

1. On donne $f(x) = \mathrm{e}^{0,5x} - 1$ pour tout réel x dans $[0\,;\,+\infty[$
   - **a.** Calculer $f0)$, puis étudier la limite de f en $+\infty$.
   - **b.** Étudier le sens de variations de f, puis dresser son tableau de variations sur $[0\,;\,+\infty[$.
   - **c.** Tracer, sur le graphique en annexe, la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f.
2. On rappelle que $g(x) = \dfrac{12}{\mathrm{e}^{0,5x}+1}$ et on admet que l'équation $f(x) = g(x)$ admet une solution unique p sur $[0\,;\,+\infty[$.
   - **a.** Déterminer la valeur exacte de p. Contrôler graphiquement ce résultat.
   - **b.** En déduire la valeur exacte de $n = f(p)$.
   - **c.** Calculer $\displaystyle\int_0^{\ln 13} f(x)\,\mathrm{d}x$; que représente graphiquement cette intégrale ? Le préciser sur le graphique.

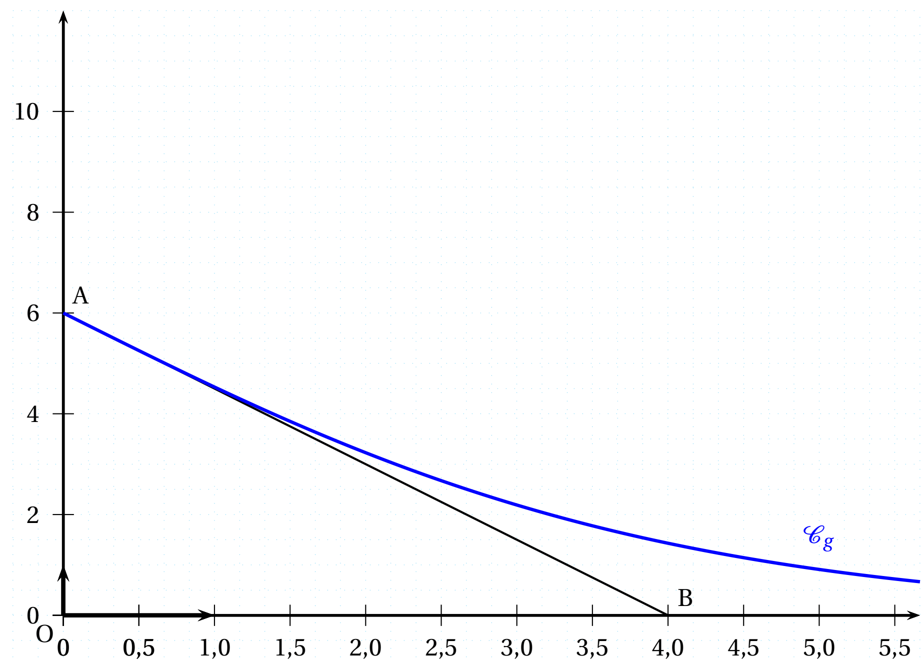
PARTIE C : INTERPRÉTATION ÉCONOMIQUE

Pour un prix de vente unitaire x, exprimé en centaines d'euros, $f(x)$ est le nombre d'objets, exprimé en centaines, proposés sur le marché et $g(x)$ est le nombre d'objets, exprimé en centaines, que les consommateurs sont prêts à acheter.
La fonction f est appelée fonction d'offre et la fonction g fonction de demande.
À l'aide des calculs réalisés dans la partie B, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le prix d'équilibre arrondi à 1 euro ?
2. On appelle rente du producteur le nombre R $= np - \displaystyle\int_0^p f(x)\,\mathrm{d}x$ (n et p étant définis en B 2).

   Calculer la valeur exacte de R, puis son approximation décimale arrondie à la centaine d'euros.

Annexe



EXERCICE 3 **5 points**

Une bibliothécaire a constaté que lorsqu'un étudiant choisit un livre, ce livre est une bande dessinée avec une probabilité égale à $0,3$ ou un roman une fois sur cinq ; sinon c'est un livre de cours.

Lorsque l'étudiant choisit un roman, il prend aussi un magazine une fois sur deux.

La probabilité qu'il emprunte à la fois une bande dessinée et un magazine est $0,24$.

Lorsqu'il prend un livre de cours, il n'emprunte pas de magazine.

1. Un étudiant entre dans la bibliothèque. On notera

B l'évènement « il emprunte une bande dessinée »,

R l'évènement « il emprunte un roman »,

C l'évènement « il emprunte un livre de cours »,

M l'évènement « il emprunte un magazine ».

- **a.** Construire un arbre de probabilités correspondant à cette situation.
- **b.** Calculer la probabilité qu'il choisisse un livre de cours.
- **c.** Calculer la probabilité qu'il emprunte un magazine sachant qu'il a déjà pris une bande dessinée.
- **d.** Calculer la probabilité qu'il reparte avec un magazine.
- **e.** Quelle est la probabilité qu'il emprunte un roman sachant qu'il a pris un magazine ? Le résultat sera arrondi au millième.

2. Trois étudiants sont entrés en même temps et choisissent, de manière indépendante, des ouvrages. On note X le nombre total de magazines qu'ils empruntent. On suppose dans cette question que $p(M) = 0,34$ où M est l'évènement défini dans la question 1.

a. Déterminer la probabilité que les trois étudiants empruntent un magazine chacun.

b. Quelles sont les valeurs possibles de X ?

c. Déterminer la loi de probabilité de X ; on présentera les résultats sous forme d'un tableau.

Les résultats seront arrondis au millième.

x_i	
$p(X = x_i)$	

d. Calculer l'espérance de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

EXERCICE 4 **5 points**

Une entreprise a créé un site internet et a noté sa fréquentation chaque mois pendant six mois.

x_i rang du mois	1	2	3	4	5	6
y_i nombre de visiteurs	15	32	60	125		491

1. Quel est le pourcentage d'augmentation de la fréquence de visite de ce site entre les mois 2 et 3 ?

2. Quel est le nombre de visiteurs le cinquième mois sachant qu'il y a eu une moyenne de 157 personnes sur les six premiers mois ?

3. Représenter le nuage de points associé à la série $\left(x_i ; y_i\right)$ dans un repère orthogonal du plan (unités graphiques : 2 cm pour un mois en abscisse et 2 cm pour 100 personnes en ordonnée).

4. On veut estimer le nombre de visiteurs au 10^{e} mois d'existence de ce site.

a. Un ajustement affine est-il indiqué ? Justifier votre réponse.

b. On note $z_i = \ln\left(\dfrac{y_i}{10}\right)$.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Les résultats seront arrondis au millième.

x_i	1	2	3	4	5	6
z_i					3,086	

c. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine de z en x obtenu, par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*),

d. En déduire l'expression de y en fonction de x sous la forme $y = k \times \text{e}^{px}$. Les réels k et p seront arrondis au centième

e. Combien de visiteurs peut-on espérer le 10^{e} mois en utilisant ce modèle ? Qu'en pensez-vous ?

EXERCICE 4 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Sur une population donnée, abonnée à deux opérateurs téléphoniques A et B, on considère que, chaque année, 40 % des abonnés à l'opérateur A le quitte pour l'opérateur B et 10 % des abonnés à l'opérateur B le quitte pour l'opérateur A. On néglige les nouveaux abonnés.

On suppose de plus qu'en 2005, 25 % de cette population est abonnée à l'opérateur A.

Partie A

1. Déterminer le graphe probabiliste correspondant à cette situation. En déduire la matrice de transition, notée M.
2. On note :
   - a_n la part des abonnés à l'opérateur A l'année $2005 + n$
   - b_n la part des abonnés à l'opérateur B l'année $2005 + n$
   - E_n la matrice $(a_n \quad b_n)$, correspondant à l'état probabiliste l'année $2005 + n$.

   a. Préciser E_0.

   b. Calculer E_1 en faisant apparaître vos calculs.

   c. Déterminer la répartition prévisible de cette population en 2013.
   On pourra utiliser la calculatrice et on donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième.

   d. Soit E la matrice $(a \quad b)$ où a et b sont deux réels positifs tels que $a + b = 1$.
   Déterminer a et b tels que $E = E \times M$. Interpréter ce résultat.

Partie B

1. Montrer que $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,1$.
2. On pose, pour tout entier naturel n, $u_n = a_n - 0,2$.

   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. En déduire l'expression de u_n puis de a_n en fonction de n.

   c. Déterminer la limite de la suite (a_n) lorsque n tend vers $+\infty$. Que retrouve-t-on ?

∽ Baccalauréat ES Métropole–La Réunion septembre 2006 ∾

EXERCICE 1 **3 points**
Commun à tous les candidats

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. Cocher cette réponse sur la feuille fournie en ANNEXE 1, à rendre avec la copie.
Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point.*
L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

1. Augmenter une quantité de 8 %, puis la diminuer de 8 % c'est :
   ☐ revenir à la quantité initiale
   ☐ augmenter la quantité initiale de 0,64 %
   ☐ diminuer la quantité initiale de 0,64 %
2. Le relevé des ventes de chaussures d'homme dans un magasin, en fonction des pointures, est le suivant :

Pointure	40	41	42	43	44	45	46
Nombre de paires vendues	10	12	15	13	5	5	1

   La médiane de cette série est égale à :
   ☐ 13
   ☐ 42
   ☐ 43
3. Pour tout nombre réel a strictement positif, le nombre $\ln\left(a^2+3a\right)$ est égal à
   ☐ $\ln\left(a^2\right)+3\ln(a)$
   ☐ $\ln(a)+\ln(a+3)$
   ☐ $2\ln(a)+\ln(3a)$

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On étudie l'évolution de la population d'une ville au cours du temps. Le tableau suivant donne le nombre d'habitants au 1er janvier de chaque année (exprimé en milliers).

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Nombre d'habitants	10,5	11,5	12,9	14,5	15,4	16,9

PARTIE A

1. Calculer l'accroissement relatif de la population du 1janvier 2000 au janvier 2005 (donner la valeur décimale arrondie au centième).
2. Si le taux d'augmentation de cette population d'une année à l'autre du 1janvier 2000 au 1er janvier 2005 avait été fixe et égal à 10 %, quel résultat aurait-on obtenu pour la population le 1er janvier 2005 à partir du nombre d'habitants au 1er janvier 2000 ? (donner la valeur décimale arrondie au dixième)

PARTIE B

On modélise de façon continue l'évolution de cette population (exprimée en milliers d'habitants) pour une période de 8 années en utilisant la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ par

$$f(x) = 10,5 \times (1,1)^x.$$

Le nombre réel x, exprimé en années, représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 2000 ; ainsi le nombre $f(0) = 10,5$ représente le nombre d'habitants (en milliers) au 1er janvier 2000 (c'est-à-dire la population initiale).

1. **a.** Calculer le nombre $f(6,5)$, c'est-à-dire le nombre d'habitants (en milliers), que l'on peut prévoir en utilisant ce modèle pour le 1er juillet 2006 (donner la valeur décimale arrondie au dixième).

   b. En utilisant ce modèle quel nombre d'habitants (en milliers) peut-on prévoir au 1er janvier 2007 (donner la valeur décimale arrondie au dixième) ?

2. Sur l'**ANNEXE 2, à rendre avec la copie**, on a tracé la représentation graphique (Γ) de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.

   Utiliser le graphique (laisser apparents les traits de construction) pour donner le nombre d'habitants (en milliers) au 1er octobre 2003.

3. On cherche à évaluer le temps minimum t écoulé depuis le 1erjanvier 2000, nécessaire pour que la population initiale double.

   a. À l'aide du graphique et en laissant apparents les traits de construction, donner une valeur approchée de t exprimée en années et en trimestres.

   b. Déterminer t par le calcul (donner la valeur décimale arrondie au dixième).

Rappel de définitions

On désigne par y_1 et y_2 des nombres réels strictement positifs $y_2 > y_1$.
L'accroissement absolu de y_1 à y_2 est égal à $y_2 - y_1$.
L'accroissement relatif de y_1 à y_2 est égal à $\dfrac{y_2 - y_1}{y_1}$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Lors de sa création au 1er janvier 2000, un club de sport a 300 adhérents.
À la fin de la première année, trois quarts des adhérents se réinscrivent et 120 nouveaux membres adhèrent.

Pour tout nombre entier naturel n, on appelle a_n le nombre d'adhérents du club, exprimé en centaines, n années après la création du club.
On a donc $a_0 = 3$. On suppose que le nombre d'adhérents au club évolue de la même façon les années suivantes. Ainsi, pour tout nombre entier naturel n,
$a_{n+1} = 0,75a_n + 1,2$.

PARTIE A : Étude graphique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Dans le repère donné en ANNEXE 2, à rendre avec la copie, on a représenté la droite D d'équation $y = 0,75x + 1,2$ et la droite Δ d'équation $y = x$ pour les abscisses comprises entre 0 et 6.

1. Placer a_0 sur l'axe des abscisses et, en utilisant les droites D et Δ, placer sur l'axe des abscisses les valeurs a_1, a_2, a_3, a_4 (laisser apparents les traits de construction).
2. Quelle semble être la limite de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

PARTIE B : Étude numérique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_n = a_n - 4,8$ pour tout nombre entier naturel n.

1. **a.** Calculer u_0.
   b. Démontrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison 0,75.
   c. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, $a_n = 4,8 - 1,8 \times (0,75)^n$.
   d. Déterminer $\lim\limits_{n to +\infty} a_n$.
2. Si l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit selon ce modèle, le club peut-il avoir 500 adhérents durant une année ? Pourquoi ?

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

On s'intéresse à une population de 135 000 personnes abonnées à un fournisseur d'accès à Internet. Il existe deux fournisseurs A et B. Toute personne est abonnée à un seul de ces fournisseurs. On sait qu'un tiers des personnes de cette population est abonné au fournisseur A. Par ailleurs, 60 % des personnes abonnées au fournisseur A accèdent à Internet par le haut débit, et 51 % des personnes abonnées au fournisseur B accèdent à Internet par le haut débit.
On choisit une personne au hasard dans cette population, et on admet que la probabilité d'un évènement est assimilée à la fréquence correspondante.
On note :
A, l'évènement : « la personne choisie est abonnée au fournisseur A »
B, l'évènement : « la personne choisie est abonnée au fournisseur B »
H, l'évènement : « la personne choisie accède à Internet par le haut débit »

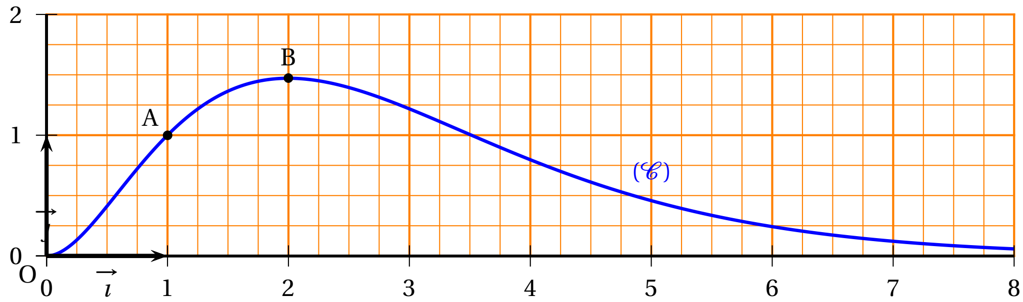
1. Décrire cette situation aléatoire par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité de l'évènement « la personne est abonnée au fournisseur A et accède à Internet par le haut débit » est égale à 0,20.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement H : « la personne accède à Internet par le haut débit » est égale à 0,54.
4. Calculer $p_H(\text{A})$, probabilité de A sachant H, puis en donner la valeur décimale arrondie au centième.
5. On choisit au hasard trois personnes dans cette population. On admet que le nombre de personnes est suffisamment grand pour assimiler le choix des trois personnes à des tirages successifs indépendants avec remise. Calculer la probabilité de l'évènement « exactement deux des personnes choisies accèdent à Internet par le haut débit ». On en donnera la valeur décimale arrondie au centième.

EXERCICE 4 **8 points**
Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathscr{C})$ donnée ci-dessous représente dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ à valeurs strictement positives sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
On note f' la fonction dérivée de f.
On sait que :

- La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; 2]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[2 ; +\infty[$.
- La courbe $(\mathscr{C})$ passe par les points O, A et B.

- Le point A a pour coordonnées (1 ; 1) ; la droite (OA) est tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A.
- Le point B a pour coordonnées $\left(2\ ;\ \dfrac{4}{\text{e}}\right)$. Au point B, la courbe $(\mathscr{C})$ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
- L'axe des abscisses est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.



PARTIE A

1. **a.** Donner $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, puis $f'(1)$ et $f'(2)$ (justifier les résultats).

   b. Montrer que, dans l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, l'équation $f(x) = 1$ admet exactement deux solutions dont l'une est le nombre 1 ; l'autre solution est notée α.
2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \ln[f(x)]$.
   Déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

PARTIE B

Dans cette partie, on admet que la fonction f représentée ci-dessus est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 \times \text{e}^{-x+1}.$$

1. On rappelle que la fonction g est définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par
   $g(x) = \ln[f(x)]$.

   a. Montrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$,
   $g(x) = -x + 1 + 2\ln x$.

   b. La fonction g est dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, on note g' sa fonction dérivée.
   Calculer $g'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
   Retrouver, par le calcul, le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
2. Soit la fonction dérivable h définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$h(x) = \left(x^2 + 2x + 2\right)\text{e}^{-x+1}.$$

   a. On note h' la fonction dérivée de h sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. Calculer $h'(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

   b. Vérifier que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$,
   $f(x) = -h'(x)$.
   En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

   c. Calculer, en unités d'aire, l'aire de la surface comprise entre la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 2$. Donner la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au dixième.

ANNEXE 1

EXERCICE 1

Commun à tous les candidats

À rendre avec la copie

Ne cocher qu'une seule réponse par question.

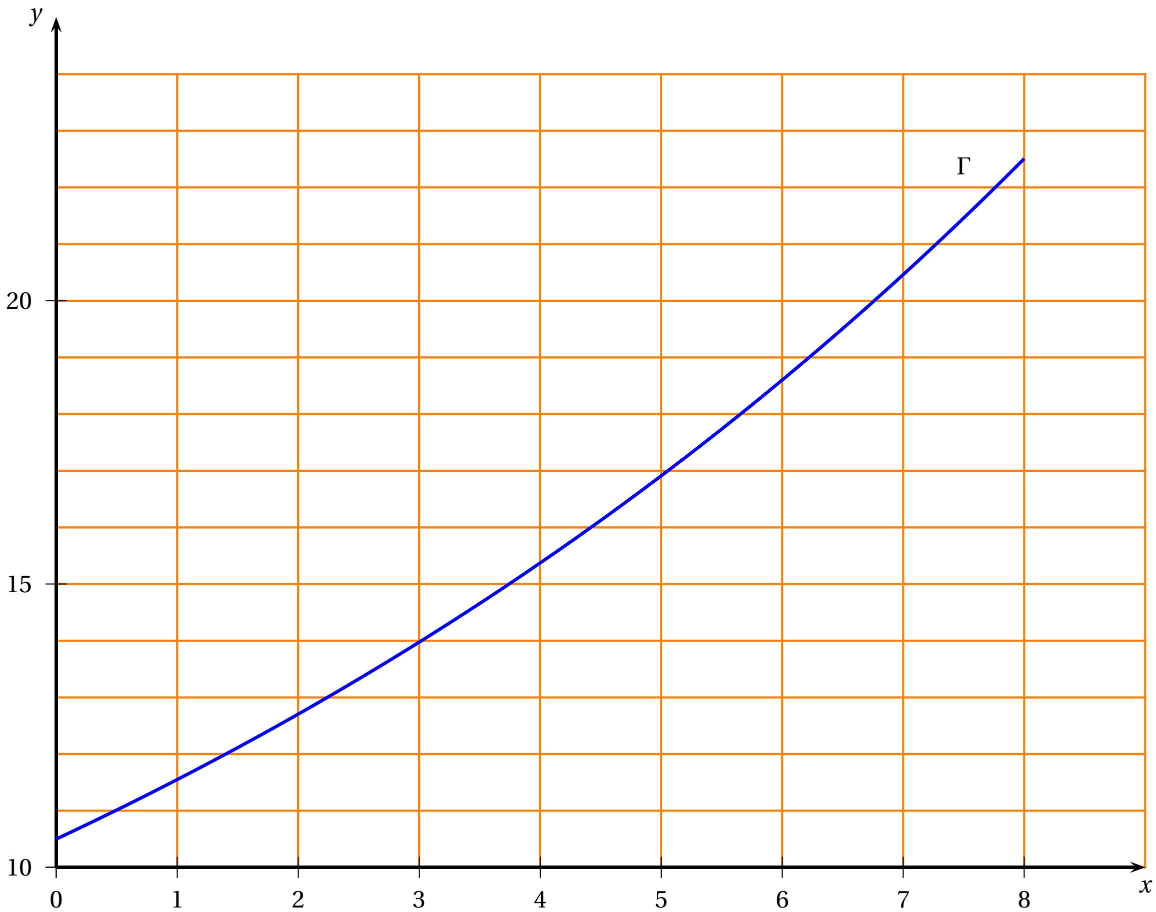
1. Augmenter une quantité de 8 %, puis la diminuer de 8 %, c'est :	☐ revenir à la quantité initiale ☐ augmenter la quantité initiale de 0,64 % ☐ diminuer la quantité initiale de 0,64 %
2. La médiane de la série est égale à :	☐ 13 ☐ 42 ☐ 43
3. Pour tout nombre réel a strictement positif, $\ln\left(a^2+3a\right) =$	☐ $\ln\left(a^2\right)+\ln(a)$ ☐ $\ln(a)+\ln(a+3)$ ☐ $2\ln(a)+\ln(3a)$

ANNEXE 2

EXERCICE 2

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

À rendre avec la copie

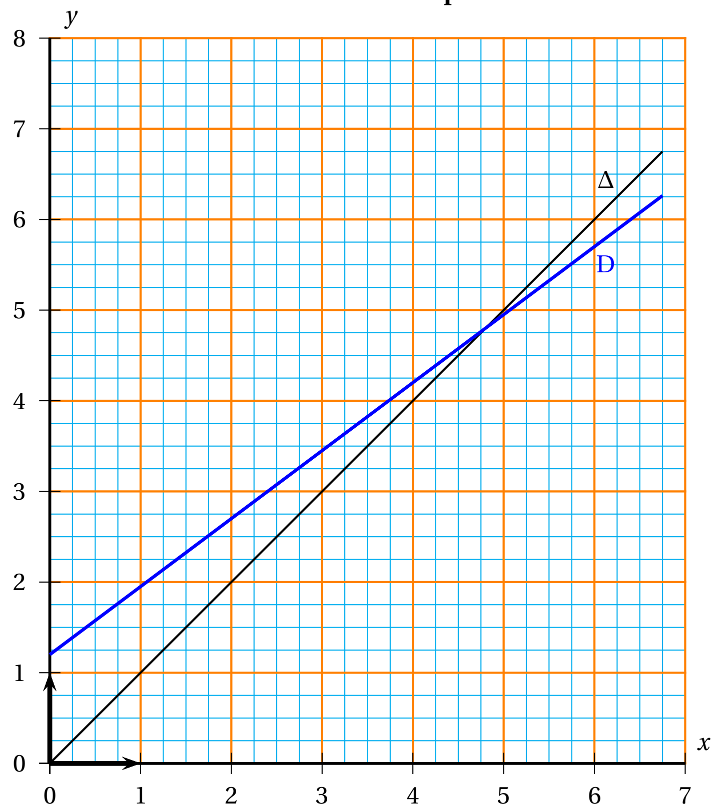


ANNEXE 2

EXERCICE 2

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

À rendre avec la copie



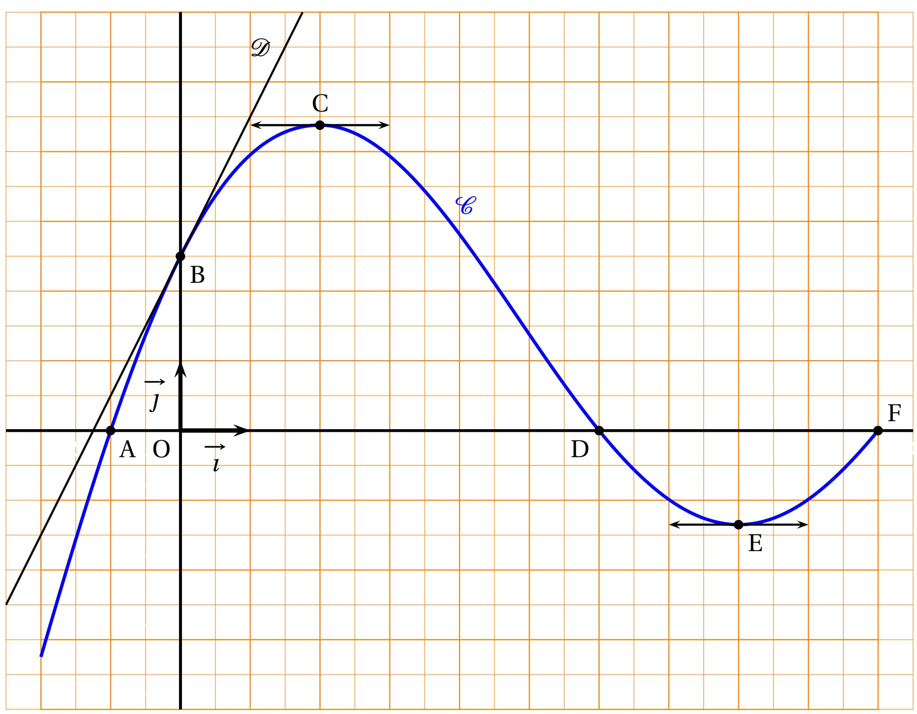
∽ Baccalauréat ES Polynésie septembre 2006 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des huit questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses est exacte.
Indiquez sur votre copie le numéro de la question et recopiez la réponse exacte sans justifier votre choix.
Barème : À chaque question est attribué un certain nombre de points.
Une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de points attribué.
Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2~;~10]$ et la fonction composée $g = \ln \circ f$.
Sur la figure ci-dessous, le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
La courbe $\mathscr{C}$ est la courbe représentative de f.
Les points A$(-1~;~0)$, B$(0 ; 2{,}5)$, C$(2 ; 4{,}38)$, D$(6 ; 0)$, E$(8~;~-1{,}35)$ et F$(10~;~0)$ sont des points de $\mathscr{C}$.
La droite $\mathscr{D}$ est la tangente à $\mathscr{C}$ au point B.
Les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points C et E sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. Quelle est la valeur de $f'(0)$ nombre dérivé de f en 0 ?

a. $f'(0) = 2{,}5$; **b.** $f'(0) = 2$; **c.** $f'(0) = 0{,}5$.

2. Quel est l'ensemble S des solutions de l'équation $f(x) = 0$?

a. $S = \varnothing$; **b.** $S = \{-1~;~6~;~10\}$; **c.** $S = \{2~;~8\}$.

3. À quel intervalle appartient le réel $I = \int_{-1}^{5} f(t)\,\mathrm{d}t$?

a. $I \in [-1\ ;\ 5]$; **b.** $I \in [0\ ;\ 4{,}38]$; **c.** $I \in [15\ ;\ 30]$.

4. Quel est l'ensemble de définition de la fonction g, noté D_g ?

a. $\mathrm{D}_g =]-1\ ;\ 6[$; **b.** $\mathrm{D}_g =]0\ ;\ 10[$; **c.** $\mathrm{D}_g =]-2\ ;\ 10[$.

5. Quelle est la valeur de $g(0)$?

a. $g(0) = 2{,}5$; **b.** $g(0) = 0$; **c.** $g(0) = \ln(2{,}5)$.

6. Quelle est la valeur du coefficient directeur m de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 0 ?

a. $m = 2$; **b.** $m = \frac{1}{2}$; **c.** $m = 0{,}8$.

7. Quel est l'ensemble S' des solutions de l'équation $g'(x) = 0$?

a. $S' = \emptyset$; **b.** $S' = \{-1\ ;\ 6\ ;\ 10\}$; **c.** $S' = \{2\}$.

8. Quelle est la limite de $g(x)$ quand x tend vers -1 ?

a. $\lim\limits_{x \to -1} g(x) = 0$; **b.** $\lim\limits_{x \to -1} g(x) = -\infty$; **c.** $\lim\limits_{x \to -1} g(x) = +\infty$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On suppose qu'un indice, calculé quotidiennement, n'évolue d'un jour à l'autre que de trois façons possibles soit il diminue de 10 %, soit il est stable, soit il augmente de 10 %.
On note $i_0 = 100$ l'indice de départ et i_n l'indice au bout de n jours.

1. **a.** Si pendant dix jours consécutifs il y avait trois jours de hausse, puis quatre jours de stabilité, puis trois jours de baisse, quel serait, arrondi au centième, l'indice final i_{10} ?
Quelle serait l'évolution en pourcentage par rapport à i_0 ?

b. On suppose que l'indice augmente tous les jours. Montrer que la suite (i_n) des indices est une suite géométrique, dont on précisera le terme initial et la raison.
Dans ce cas déterminer au bout de combien de jours cet indice dépassera la valeur 1 000.

2. Une étude a montré que, chaque jour, l'indice augmente de 10 % avec une probabilité égale à 0,3, diminue de 10 % avec une probabilité égale à 0,2 et reste stable avec une probabilité égale à 0,5.
L'évolution d'un jour à l'autre est indépendante de l'évolution des jours précédents.
On s'intéresse maintenant à l'évolution de cet indice sur deux jours. On note X la valeur de l'indice i_2 au bout de deux jours.

a. Construire un arbre de probabilités illustrant l'évolution de cet indice sur deux jours.

b. Recopier et compléter le tableau suivant, donnant la loi de probabilité de X où les x_i sont les valeurs possibles de X et p_i la probabilité que X soit égale à x_i.

x_i	81	90		100	110	121
p_i		0,2	0,12	0,25		

c. Calculer l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une commune possède deux clubs de sport que l'on note A et B.
Le club A est installé depuis 1990, le club B a ouvert ses portes au cours de l'année 2004. Au premier janvier 2005, on constate que 1 100 personnes sont abonnées au club A et 400 au club B.
Le prix de l'abonnement est moins coûteux au club A; les activités proposées sont plus nombreuses au club B. Aussi, chaque année, 14 % des abonnés au club A changent pour le club B et 6 % des abonnés au club B changent pour le club A. On suppose que la population totale des abonnés reste constante et qu'une personne ne s'abonne jamais aux deux clubs en même temps.

On note a_n le nombre d'abonnés au club A et b_n le nombre d'abonnés au club B au premier janvier de l'année $2005+n$.
E_n désigne la matrice ligne $(a_n \ \ b_n)$; ainsi $E_0 = (a_0 \ \ b_0) = 1\,100 \ \ 400)$.

1. Traduire les données par un graphe probabiliste.
2. **a.** Écrire la matrice de transition M telle que $E_{n+1} = E_n \times M$.
   En déduire E_n en fonction de E_0, M et n. On ne demande pas de démontrer le résultat.
   b. Calculer M^2 . En déduire le nombre d'abonnés aux deux clubs au premier janvier 2007.
3. **a.** Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a : $a_{n+1} = 0,8 \times a_n + 90$.
   b. Pour n entier naturel, on pose : $u_n = a_n - 450$. Démontrer que la suite (u_n) est géométrique.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $a_{n+1} = 650 \times 0,8^n + 450$.
   d. Déterminer la limite de a_n quand n tend vers $+\infty$. Interpréter ce résultat pour les deux clubs sportifs.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

La société INFOLOG a mis au point un nouveau logiciel de gestion destiné aux PME. Cette société a mené une enquête dans une région auprès de 300 entreprises équipées d'ordinateurs aptes à recevoir ce logiciel, ceci afin de déterminer à quel prix chacune de ces entreprises accepterait d'acquérir un exemplaire de ce nouveau logiciel. Elle a obtenu les résultats suivants :

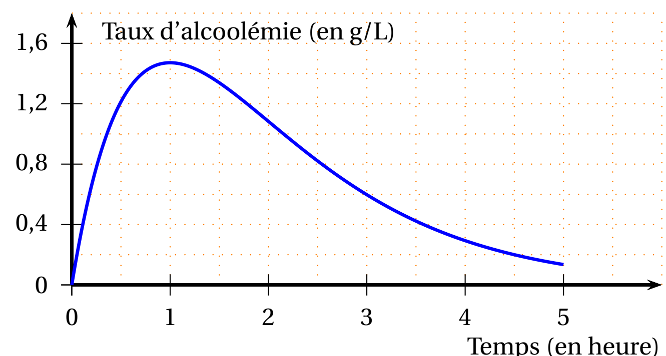
x prix proposé pour le nouveau logiciel en **centaines** d'euros	y nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix
30	90
25	120
20	170
15	200
10	260

1. Représenter graphiquement le nuage de points de la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 200 euros en abscisses et 5 cm pour 100 entreprises en ordonnées).
   Placer le point moyen G après avoir déterminé ses coordonnées.

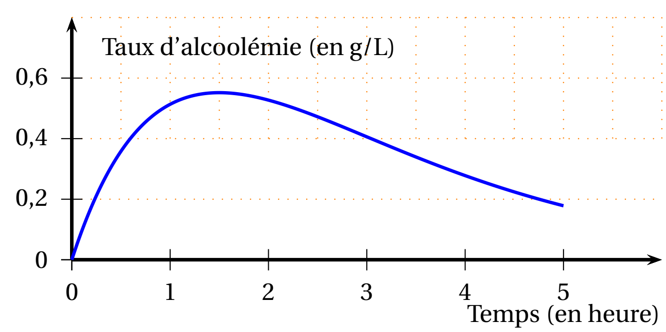
2. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite D d'ajustement affine de y en x sous la forme $y = ax + b$.
   Aucun détail des calculs n'est demandé, les résultats ne seront pas arrondis.
   Tracer D sur le graphique précédent.
3. En utilisant l'ajustement précédent, préciser pour quel prix de vente la société INFOLOG peut espérer que les 300 entreprises contactées acceptent d'acquérir ce logiciel.
4. On note $R(x)$ la recette, exprimée en centaines d'euros, dégagée par la vente de y logiciels au prix de x centaines d'euros.
   a. En utilisant la relation entre y et x obtenue à la question 2, donner l'expression de $R(x)$ pour x variant entre 5 et 30.
   b. Étudier les variations de la fonction R sur $[5\,;30]$ et en déduire le prix de vente du logiciel, exprimé en euros, pour que la recette $R(x)$ soit maximale. Déterminer alors le montant de cette recette ainsi que le nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous tes candidats

On a étudié l'évolution du taux d'alcoolémie dans le sang d'une certaine personne (exprimé en grammes d'alcool par litre de sang) pendant les cinq heures suivant l'absorption d'une certaine quantité d'alcool. On donne ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}_1$ représentant le taux d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé à jeun (graphique n° 1) et la courbe $\mathscr{C}_2$ représentant le taux d'alcoolémie lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments (graphique n° 2).



Graphique n° 1 : courbe $\mathscr{C}_1$



Graphique n° 2 : courbe $\mathscr{C}_2$

Partie A : Observation graphique

À l'aide des deux graphiques précédents, répondre aux questions suivantes :

1. Dans chacun des deux cas, donner une approximation du taux d'alcoolémie maximal et du temps au bout duquel il est atteint.
2. Depuis le 15 septembre 1995, le taux maximum d'alcoolémie autorisé au volant est 0,5 g/L. Dans chacun des deux cas, indiquer si la personne aura respecté la législation en prenant le volant au bout de trois heures.

Partie B : Modélisation

On suppose que le taux d'alcoolémie (exprimé en g/L) pendant les cinq heures suivant l'absorption est modélisé en fonction du temps (exprimé en heures) :

— par une fonction f_1 lorsque l'alcool est absorbé à jeun,

— par une fonction f_2 lorsque l'alcool est absorbé après ingestion d'aliments,

On admet que :

— les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de la première partie sont les représentations graphiques respectives des fonctions f_1 et f_2 ;

— la fonction f_1 est définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par $f_1(t) = 4t\mathrm{e}^{-t}$.

— la fonction f_2 est définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par $f_2(t) = at\mathrm{e}^{bt}$ où a et b désignent des nombres réels non nuls.

1. On désigne par f_2' la fonction dérivée de f_2 sur l'intervalle $[0\,;5]$.
   Déterminer $f_2'(t)$.
   On admet que $f_2'\left(\dfrac{3}{2}\right) = 0$. En déduire le réel b.
2. En utilisant le taux d'alcoolémie au bout de trois heures, déterminer une valeur approchée de a et en donner la valeur décimale arrondie à 0,1.
3. Résoudre l'équation $f_1(t) = t\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}t}$. Interpréter le résultat.

∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2006 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un hôpital est composé de trois services : service de soins A, service de soins B, service de soins C. On s'intéresse aux prises de sang effectuées dans cet hôpital.

Partie A Dans le service de soins A

Dans le tableau suivant figure le nombre de prises de sang effectuées dans le service de soins A lors des premiers mois de l'année 2006.

mois	janvier	février	mars	avril	mai
rang du mois x_i	1	2	3	4	5
nombre de prises de sang effectuées y_i	51	49	48	46	44

1. En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.
2. Avec cet ajustement, quel nombre de prises de sang peut-on prévoir pour le mois de décembre 2006 ? (arrondir à l'unité).

Partie B Dans l'ensemble des trois services de soins

On a constaté après l'observation d'une assez longue période que :

- 40 % des prises de sang sont effectuées dans le service de soins A,
- un tiers le sont dans le service de soins B,
- les autres dans le service de soins C.

Les aiguilles utilisées pour effectuer les prises de sang sont fournies soit par le laboratoire GLOBULEX, soit par le laboratoire HÉMATIS ;

- dans le service de soins A, 60 % des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX ;
- dans le service de soins B, $\frac{4}{5}$ des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire HÉMATIS ;
- dans le service de soins C, il y a autant de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX que de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire HÉMATIS.

On choisit au hasard un patient qui a subi une prise de sang dans l'hôpital.
On considère les évènements suivants :

— A : « La prise de sang a été effectuée dans le service de soins A. »
— B : « La prise de sang a été effectuée dans le service de soins B. »
— C : « La prise de sang a été effectuée clans le service de soins C. »
— G : « L'aiguille utilisée a été fournie par le laboratoire GLOBULEX. »
— H : « L'aiguille utilisée a été fournie par le laboratoire HÉMATIS. »

Pour toutes les questions, en donnera les valeurs exactes des probabilités demandées

1. Représenter la situation par un arbre en complétant cet arbre autant qu'il est possible.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement « Le patient a subi une prise de sang dans le service de soins B avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS ».
3. Calculer la probabilité de l'évènement H.
4. Le patient a subi une prise de sang avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS. Déterminer la probabilité que cette prise de sang ait été effectuée dans le service de soins B.

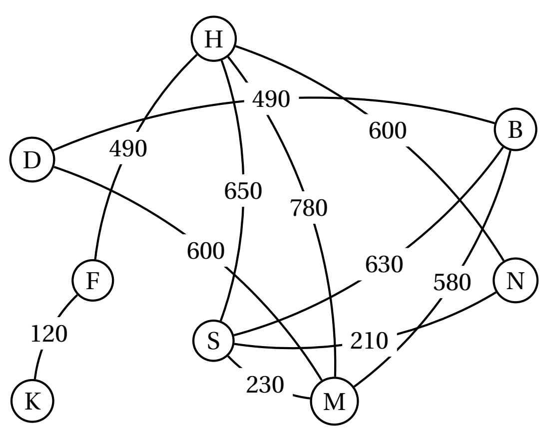
EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse en **justifiant** la réponse fournie.

1. La fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $f(x) = 2^x$ a pour dérivée la fonction f' telle que pour tout réel x, $f'(x) = x\,2^{x-1}$.
2. L'équation $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(3x+5)$ a une autre solution réelle que le nombre 1.
3. En 20 ans, la population d'une commune rurale a augmenté de 40 %. Le taux d'accroissement moyen annuel, arrondi à 10^{-2}, est de 1,70 %.
4. La valeur moyenne sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ de la fonction qui à x associe e^{-x} est $\dfrac{1-\mathrm{e}^{-4}}{4}$.
5. Une étude statistique sur des séances de « tir au but » a montré que 75 % des tirs au but étaient réussis. Au cours d'un match de football, 4 tirs au but, que l'on suppose être des épreuves aléatoires indépendantes, ont été effectués.
   Affirmation : « La probabilité qu'au moins un des quatre tirs au but échoue est $0,25^4$. »

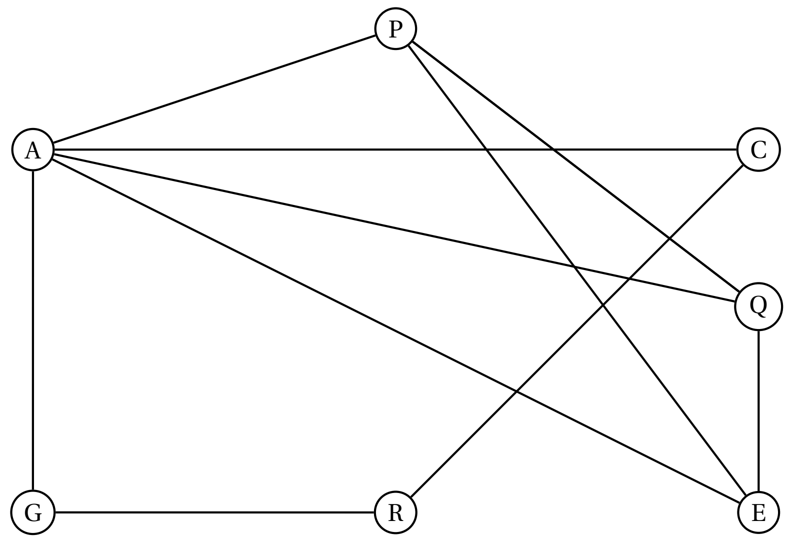
EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. À l'occasion de la coupe du monde de football 2006 en Allemagne, une agence touristique organise des voyages en car à travers les différentes villes où se joueront les matchs d'une équipe nationale.
   Les routes empruntées par les cars sont représentées par le graphe ci-dessous. Le long de chaque arête figure la distance en kilomètres séparant les villes.
   Les lettres B, D, F, H, K, M, N et S représentent les villes Berlin, Dortmund, Francfort, Hambourg, Kaiserslautern, Munich, Nuremberg et Stuttgart.



En précisant la méthode utilisée, déterminer le plus court chemin possible pour aller de Kaiserslautern à Berlin en utilisant les cars de cette agence.

2. Pour des raisons de sécurité, les supporters de certaines équipes nationales participant à la coupe du monde de football en 2006 ne peuvent être logés dans le même hôtel.
L'objectif de cette question consiste à rechercher une répartition des supporters afin d'utiliser le minimum d'hôtels.
On donne ci-dessous le graphe d'incompatibilité entre les supporters de différentes équipes : par exemple, un supporter de l'équipe A ne peut être logé avec un supporter de l'équipe B.
Ce même graphe figure sur la feuille annexe qui peut être rendue avec la copie.



a. Déterminer le nombre chromatique de ce graphe en justifiant la valeur trouvée.

b. Proposer une répartition des supporters par hôtel en utilisant un nombre minimum d'hôtels.

EXERCICE 3 **7 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

1. Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, l'équation :

$$2X^2 - 15X + 18 = 0.$$

2. En déduire

a. les solutions de l'équation : $2\mathrm{e}^{2x} - 15\mathrm{e}^{x} + 18 = 0$;

b. le signe de $2\mathrm{e}^{2x} - 15\mathrm{e}^{x} + 18$ selon les valeurs de x.

Partie B

Soit f la fonction définie par :

$$\text{pour tout nombre réel } x \text{ de l'intervalle }]\ln 3\,;\,+\infty[,\ f(x) = 2x - 2 + \frac{3}{\mathrm{e}^x - 3}.$$

On note $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représentative de la fonction f relativement à un repère orthonormal (unité graphique 2 cm).

1. Déterminer la limite de la fonction f en $\ln 3$. Que peut-on en déduire pour $\left(\mathcal{C}_f\right)$?
2. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à la courbe $\left(\mathcal{C}_f\right)$ en $+\infty$. Quelle est la limite de la fonction f en $+\infty$?
3. Étudier la position relative de $\left(\mathcal{C}_f\right)$ et (D).
4. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $]\ln 3\ ;\ +\infty[$; on note f' sa dérivée. Montrer que :

   $$\text{pour tout nombre réel } x \text{ de l'intervalle }]\ln 3\ ;\ +\infty[,\ f'(x) = \frac{2\mathrm{e}^{2x} - 15\mathrm{e}^{x} + 18}{(\mathrm{e}^{x} - 3)^2}.$$

   En déduire, à l'aide de la partie A, le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations de f.
5. Tracer la courbe $\left(\mathcal{C}_f\right)$ ainsi que ses asymptotes. (Si la fonction présente un minimum ou un maximum, le mettre en évidence.)
6. **a.** Montrer que :

   $$\text{pour tout réel } x \text{ de l'intervalle }]\ln 3\ ;\ +\infty[,\ f(x) = 2x - 3 + \frac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x} - 3}.$$

   b. Soit g la fonction définie par :

   $$\text{pour tout réel } x \text{ de l'intervalle }]\ln 3\ ;\ +\infty[,\ g(x) = \frac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x} - 3}.$$

   Déterminer une primitive de la fonction g sur l'intervalle $]\ln 3\ ;\ +\infty[$.

   c. En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]\ln 3\ ;\ +\infty[$.

EXERCICE 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

Pour cet exercice, il est conseillé aux candidats d'expliquer leurs recherches sur leur copie car toute démarche correcte, y compris avec la calculatrice, sera valorisée même si elle ne permet pas d'aboutir au résultat demandé.

Bruno a occupé un emploi saisonnier du 1er juin 2005 au 30 septembre 2005 en tant que commercial pour une entreprise de produits surgelés. Pour ses besoins professionnels, il a utilisé un téléphone portable et l'opérateur téléphonique lui a proposé la formule suivante :

— au 1er juin, il disposait d'un forfait de 420 minutes de communication ;

— au 1er juillet, il lui restait 300 minutes sur son forfait et l'opérateur lui a offert une durée supplémentaire de communication égale à $t\,\%$ de la durée restante sur son forfait avec $5 < t < 20$;

— en juillet, il a consommé 120 minutes, et au 1er août, l'opérateur lui a à nouveau offert une durée supplémentaire de communication égale à $t\,\%$ de la durée restante sur son forfait ;

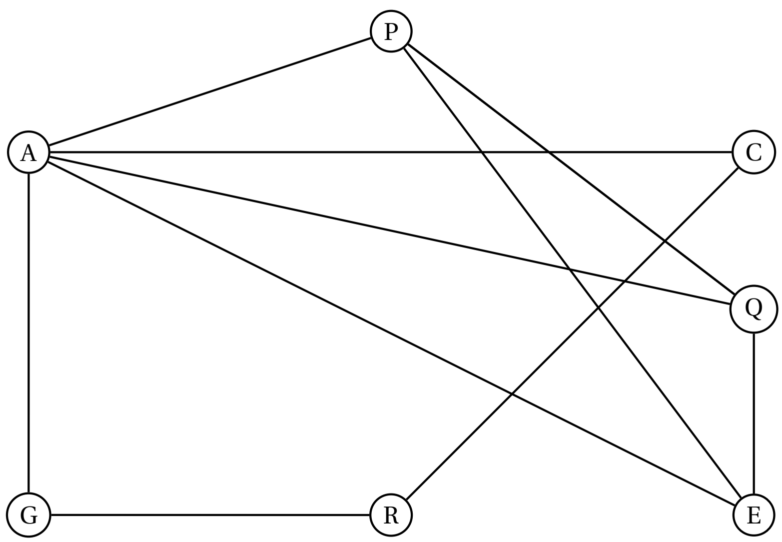
— en août, il a consommé 120 minutes, et au 1er septembre, l'opérateur lui a encore offert une durée supplémentaire de communication égale à $t\,\%$ de la durée restante sur son forfait ;

— en septembre, il a consommé 120 minutes, et au 1er octobre il a rendu son téléphone en ayant tout consommé.

Déterminer une approximation à 10^{-2} près de la valeur de t.

Annexe

(peut être utilisée pour l'exercice 2, enseignement de spécialité, et rendue avec la copie)



∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2006 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathscr{C}_f)$ de la figure 1 est une partie de la courbe représentative, relativement à un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4~;~+\infty[$.

On donne les renseignements suivants :

- les points $A(-3~;~0)$, $B(-2~;~e^2)$ et $C(0;3)$ sont des points de la courbe $(\mathscr{C}_f)$;
- l'axe des abscisses est asymptote à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ en $+\infty$.
- la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-2~;~+\infty[$;
- la droite tangente à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ en son point C passe par le point $D(2~;~-1)$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse à l'aide des renseignements ci-dessus ou du graphique.

1. La limite de la fonction f en $+\infty$ est 1.
2. $f'(0) = -\dfrac{-1}{2}$.
3. Pour tout x élément de l'intervalle $[-2~;~+\infty[$, on a : $f'(x) \leqslant 0$.
4. Si la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-4~;~+\infty[$, alors la fonction F est décroissante sur l'intervalle $[-2~;~+\infty[$.
5. $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x < 15$.

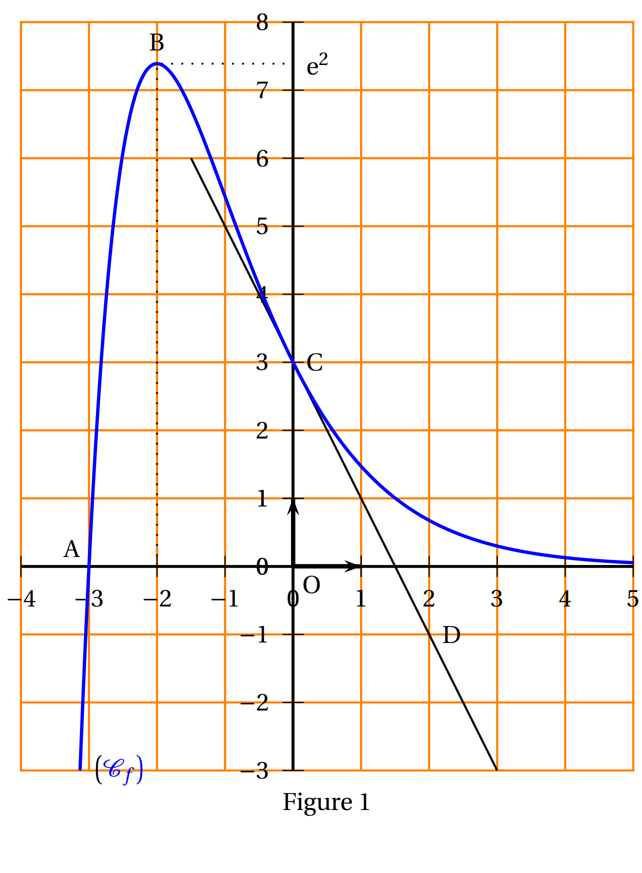


Figure 1

EXERCICE 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un appareil de très haute technologie est installé dans un laboratoire d'analyse médicale. L'installateur assure une maintenance à l'issue de chaque semaine d'utilisation. Pour cette maintenance, soit il doit se déplacer (intervention directe sur l'appareil), soit une assistance téléphonique suffit.
À l'issue d'une semaine de fonctionnement, trois situations sont possibles :

- Situation A : l'appareil a fonctionné normalement ;
- Situation B : l'appareil a eu des arrêts épisodiques ;
- Situation C : l'appareil a eu des arrêts très fréquents.

Dans la situation A, l'installateur doit se déplacer 1 fois sur 2.
Dans la situation B, l'installateur doit se déplacer 7 fois sur 10.
L'installateur sait par expérience que, à l'issue de chaque semaine de fonctionnement,

- la probabilité d'être dans la situation A est $0,6$;
- la probabilité d'être dans la situation B est $0,3$;
- la probabilité qu'il doive se déplacer est $0,6$.

Partie A : L'appareil a été utilisé pendant une semaine.
On considère les évènements suivants :
A : « On se trouve dans la situation A »
B : « On se trouve dans la situation B »
C : « On se trouve dans la situation C »
S : « L'installateur se déplace »
T : « L'installateur effectue une assistance téléphonique ».
On pourra construire un arbre pondéré que l'on complétera au fur et à mesure.

1. Calculer la probabilité de l'événement T.
2. Démontrer que, lorsqu'on se trouve dans la situation C, la probabilité que l'installateur se déplace est $0,9$.
3. On sait que l'installateur s'est déplacé. Déterminer la probabilité que l'on ait été dans la situation B.

Partie B : L'installateur devra effectuer la maintenance trois semaines de suite
On admet que les évènements qui surviendront au cours de chacune de ces trois semaines sont indépendants.

1. Quelle est la probabilité que l'installateur ait à effectuer exactement deux déplacements sur les trois semaines ?
2. **a.** Donner la loi de probabilité associée au nombre de déplacements à effectuer sur les trois semaines.

   b. Montrer que l'espérance mathématique de cette loi vaut $1,8$.

   c. Pour l'installateur, un déplacement revient à 300 € (l'assistance téléphonique ne lui coûte rien). L'installateur décide de proposer à son client un forfait pour trois semaines de maintenance.

   Déterminer le montant minimum de ce forfait afin que l'installateur puisse espérer rentrer dans ses frais.

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La société MERCURE vend des machines agricoles. Suite à une restructuration en 1998 elle a pu relancer sa production et ses bénéfices annuels ont évolué comme indiqué dans le tableau suivant :

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Bénéfice en k€ : y_i	64	75	100	113	125	127

1. **a.** Construire le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal.
   Les unités graphiques seront : 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.
   b. Donner les coordonnées du point moyen G du nuage (arrondir au dixième). Placer le point G dans le repère.
2. En première approximation, on envisage de représenter le bénéfice y comme une fonction affine du rang x de l'année.
   a. Donner une équation de la droite d'ajustement (D) obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).
   b. Tracer cette droite (D) dans le repère.
   c. Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec cette approximation ?
3. En observant le nuage de points, on envisage un deuxième modèle d'ajustement donné par $y = f(x)$ avec $f(x) = -2x^2 + 23x + 63$.
   a. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
   b. Tracer la courbe représentative $(\mathscr{C}_f)$ de la fonction f dans le repère de la question 1.
   c. Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec ce deuxième modèle d'ajustement ?
4. En réalité, le bénéfice en 2005 est en hausse de 0,9 % par rapport à celui de 2004. Des deux ajustements envisagés dans les questions précédentes, quel est celui qui donnait la meilleure prévision pour le bénéfice en 2005 ?

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une association sportive propose à ses adhérents de pratiquer au choix soit le karaté, soit le judo ; chaque adhérent pratique un et un seul de ces deux sports.
Chaque année les adhérents renouvellent tous leur adhésion. L'association n'accueille pas de nouveaux adhérents. Elle compte 800 adhérents.
Pour le renouvellement des adhésions, les données des années précédentes permettent d'envisager le modèle suivant :

— 70 % des adhérents qui étaient inscrits au karaté se réinscrivent au karaté,
— 20 % des adhérents qui étaient inscrits au judo s'inscrivent au karaté.

En 2003, 200 adhérents étaient inscrits dans la section karaté et 600 adhérents étaient inscrits dans la section judo.
On appelle $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice traduisant la répartition des adhérents selon le sport pratiqué l'année $2003 + n$:

- a_n représente la proportion des adhérents inscrits au karaté l'année $2003 + n$
- b_n représente la proportion des adhérents inscrits au judo l'année $2003 + n$
- $a_n + b_n = 1$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.

2. Déterminer l'état initial $P_0 = \begin{pmatrix} a_0 & b_0 \end{pmatrix}$.

3. **a.** Déterminer la matrice de transition M associée au graphe. (Rappel M est la matrice telle que : $P_{n+1} = P_n \times M$.)

b. En admettant que, en 2005, 36,25 % des adhérents sont inscrits au karaté et 63,75 % des adhérents sont inscrits au judo, déterminer la répartition que le modèle envisagé permet de prévoir pour 2006. (Exprimer les résultats sous forme de pourcentages, puis donner les nombres d'adhérents correspondants.)

4. Soit $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ la matrice correspondant à l'état stable, c'est à dire telle que $P \times M = P$. (Rappel : x et y sont des nombres réels tels que $x + y = 1$)

a. Déterminer les nombres x et y.

b. En déduire la limite de a_n quand n tend vers l'infini.
Interpréter ce résultat.

5. Dans la même ville, un club de judo accepte de nouveaux adhérents : chaque année le nombre de ses adhérents augmente de 10 %.
Le club comptait 405 adhérents en 2003. En utilisant une calculatrice, trouver en quelle année l'effectif de ce club sera pour la première fois supérieur à l'effectif de la section judo de l'association étudiée dans les questions précédentes ?

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A : Étude préliminaire

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $]-3\,;\,+\infty[$

x	3		-2		$+\infty$
$g(x)$	$\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	2

/smallskip

1. On note f la fonction définie sur l'intervalle $]-2\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = \ln[g(x)]$.

a. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]-2\,;\,+\infty[$.

b. Déterminer la limite de f en (-2) et la limite de f en $+\infty$, puis donner le tableau de variations de f.

2. Soit G la primitive de la fonction g sur l'intervalle $]-3\,;\,+\infty[$ qui est telle que : $G(-2) = 0$.
Démontrer que la fonction G admet un minimum en (-2).

Partie B

Dans cette partie, la fonction g est la fonction définie sur l'intervalle $]-3~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = 2 - \frac{2}{x+3}.$$

1. En utilisant cette définition de la fonction g retrouver tous les renseignements donnés dans le tableau de variation de la partie A.
2. Comme dans la première question de la partie A, on définit la fonction f par :

$$\text{pour tout } x \text{ élément de l'intervalle }]-2~;~+\infty[,\ f(x) = \ln\left(2 - \frac{2}{x+3}\right)$$

   Soit $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représentative de cette fonction f relativement à un repère orthogonal. La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ est représentée sur la figure fournie en annexe.

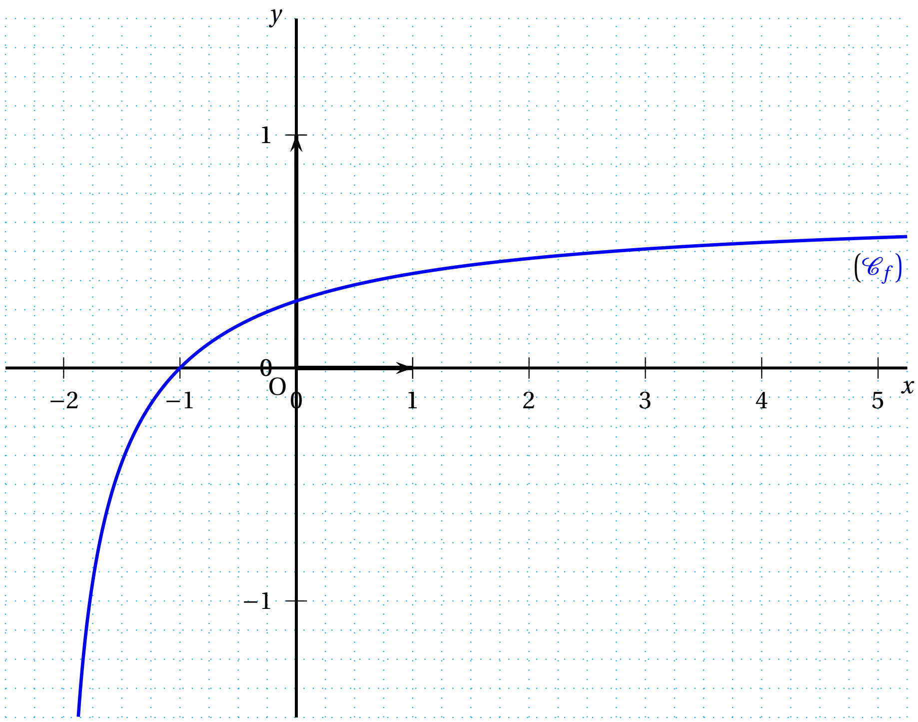
   a. La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ admet-elle des asymptotes ? Justifier.
   Si oui, en donner des équations et les tracer sur la figure fournie en annexe.

   b. La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ coupe l'axe des abscisses en un point A. En utilisant l'expression de $f(x)$, déterminer les coordonnées du point A et placer ce point sur la figure fournie en annexe.

   c. Déterminer une équation de la droite (T) tangente à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en son point d'abscisse (-1). Tracer la droite (T) sur la figure fournie en annexe.
3. Comme dans la deuxième question de la partie A, on définit la fonction G par : G est la primitive sur l'intervalle $]-3~;~+\infty[$ de la fonction $g : x \mapsto 2 - \dfrac{2}{x+3}$ et $G(-2) = 0$.
   Calculer $G(x)$ pour x réel de l'intervalle $]-3~;~+\infty[$.

ANNEXE : à compléter et à rendre avec la copie

Figure fournie pour l'exercice 4



∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie mars 2007 ∾

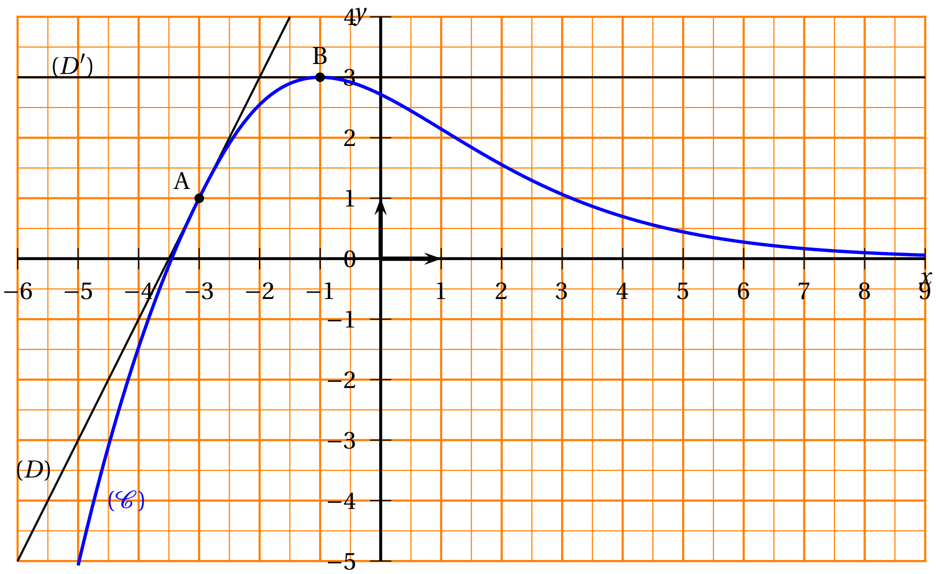
EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}$. On donne son tableau de variations :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$			3		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	0

La courbe $(\mathscr{C})$ donnée ci-après représente la fonction f dans un repère orthonormal du plan. Cette courbe passe par les points A$(-3\ ;\ 1)$ et B$(-1\ ;\ 3)$. Les droites (D) et (D') sont les tangentes à la courbe respectivement en A et en B.



1. Déterminer graphiquement $f'(-3)$ et $f'(-1)$.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$.
   On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$.
   a. Justifier que f et g ont les mêmes variations.
   b. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} g(x)$ et $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} g(x)$ (on justifiera les résultats).
   c. Calculer $g'(-3)$.
3. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]-3,1\ ;\ +\infty[$ par $h(x) = \ln\left[f(x)\right]$.
   On admet que h est dérivable sur l'intervalle $]-3,1\ ;\ +\infty[$.
   a. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} h(x)$ (on justifiera le résultat).
   b. Calculer $h'(-3)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Deux joueurs A et B, amateurs de tennis, décident de jouer une partie toutes les semaines.

- La probabilité que A gagne la partie de la première semaine est $0,7$.
- Si A gagne la partie de la semaine n, il garde la même stratégie de jeu la semaine suivante, et la probabilité qu'il gagne alors la partie de la semaine $(n+1)$ est seulement de $0,4$.
- Si A perd la partie de la semaine n, il change de stratégie de jeu pour la semaine suivante, et alors, la probabilité qu'il gagne la partie de la semaine $(n+1)$ est de $0,9$.

Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on désigne par A_n l'évènement : « A gagne la partie de la n-ième semaine », par B_n l'évènement : « B gagne la partie de la n-ième semaine », et on note $a_n = p(\mathrm{A}_n)$.
Le but de cet exercice est de rechercher la limite de la suite (a_n), en utilisant deux méthodes différentes.

Première méthode : graphe probabiliste

Pour tout entier naturel n non nul, on désigne par $P_n = (a_n \quad 1 - a_n)$ la matrice des probabilités associée à la n^{e} semaine.

1. Décrire cette situation à l'aide d'un graphe probabiliste, et donner la matrice M de transition associée à ce graphe.

2. On donne $M^2 = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,45 & 0,55 \end{pmatrix}$ et $M^3 = \begin{pmatrix} 0,55 & 0,45 \\ 0,675 & 0,325 \end{pmatrix}$.
Quelle est la probabilité pour que A gagne la partie de la 4^{e} semaine ?

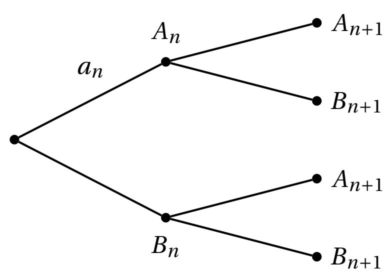
3. Déterminer la matrice ligne $P = (x \quad 1 - x)$ telle que $P \times M = P$.

4. En déduire la limite de la suite (a_n) et interpréter le résultat obtenu.

Deuxième méthode : probabilité et suites

Dans cette deuxième partie, on ne tient pas compte de résultats démontrés dans la partie précédente.

1. **a.** Recopier sur votre copie l'arbre ci-dessous, et compléter l'arbre avec les 5 probabilités manquantes.



b. Justifier que $a_{n+1} = 0,9 - 0,5a_n$ pour tout entier n supérieur ou égal à 1.

2. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n supérieur ou égal à 1 par : $u_n = a_n - 0,6$.

a. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique de raison $(-0,5)$.

b. En déduire l'expression de a_n en fonction de n, puis la limite de la suite (a_n).

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Une machine produit des pièces, dont certaines sont défectueuses à cause de deux défauts possibles, le défaut $\mathrm{D_A}$ et le défaut $\mathrm{D_B}$, à l'exclusion de tout autre défaut.

1. On a constaté que, parmi les pièces produites par la machine, 28 % ont le défaut D_A, 37 % ont le défaut D_B, et 10 % ont les deux défauts.

   On choisit au hasard une des pièces produites par la machine. Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce défectueuse ?

2. **Dans la suite du problème on s'intéresse aux pièces défectueuses qui n'ont qu'un seul défaut.**

   On admet que 40 % de ces pièces ont seulement le défaut D_A, et que 60 % de ces pièces ont seulement le défaut D_B. On a constaté que 40 % des pièces qui ont le défaut D_A sont réparables, et que 30 % des pièces qui ont le défaut D_B sont réparables.

   On choisit une pièce au hasard.

   On note :

   A l'évènement : « La pièce a le défaut D_A »,

   B l'évènement : « La pièce a le défaut D_B »,

   R l'évènement : « La pièce est réparable ».

   a. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement : « La pièce choisie a le défaut D_A et est réparable ».

   c. Calculer la probabilité de l'évènement : « La pièce choisie est réparable ».

   d. Sachant que la pièce choisie est réparable, déterminer la probabilité qu'elle ait le défaut D_A (le résultat sera donné sous la forme d'une fraction irréductible).

   e. À trois moments différents, on choisit au hasard une pièce parmi les pièces défectueuses qui ont un seul défaut. On suppose que ces tirages s'effectuent dans des conditions identiques et de manière indépendante.

   Calculer la probabilité pour que, sur les 3 pièces choisies, exactement 2 pièces aient le défaut D_A.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Lors d'une émission télévisée, les téléspectateurs sont appelés à envoyer des messages téléphoniques par SMS, pendant une durée de 5 minutes.
Pendant ces 5 minutes, les appels arrivent de façon continue, avec un débit variable en fonction du temps. Si x est le temps exprimé en minutes, le débit, exprimé en milliers d'appels par minute, est donné par la fonction f telle que :

- $f(x) = -4x^2 + 8x$ pour $x \in [0\,;\,1]$.
- $f(x) = \ln x - x + 5$ pour $x \in [1\,;\,5]$.

La courbe $(\mathscr{C})$, représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan, est donnée ci-après à titre indicatif.
On veut calculer le nombre total d'appels reçus pendant ces 5 minutes, et on admet que ce nombre d'appels est donné par $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

1. Démontrer que f est croissante sur $[0\,;\,1]$, et décroissante sur $[1\,;\,5]$.

2. **a.** Donner une primitive de la fonction f sur $[0\,;\,1]$.

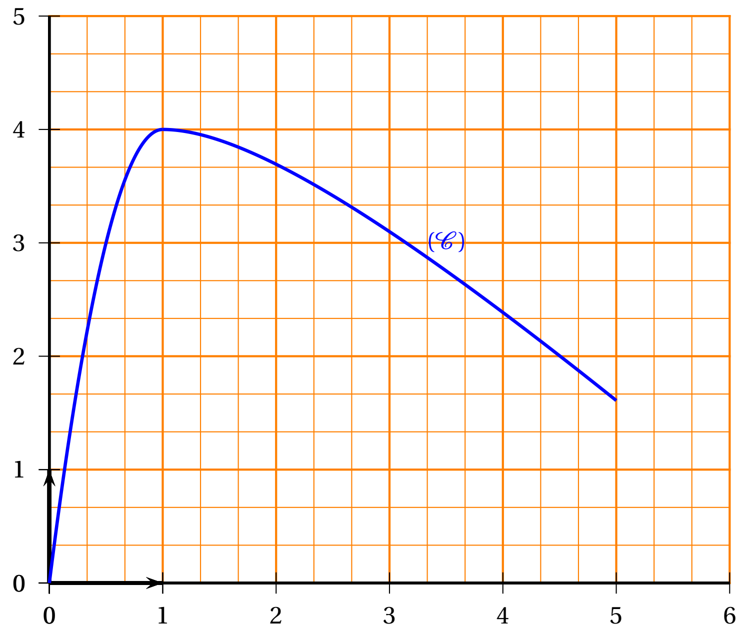
   b. Calculer l'aire exprimée en unités d'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

3. **a.** Soient g et G les fonctions définie sur $[1\,;\,5]$ par $g(x) = \ln x$ et $G(x) = x\ln x - x$.

   Montrer que G est une primitive de g sur $[1\,;\,5]$.

b. Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 5$.

4. Donner le nombre total d'appels reçus pendant ces 5 minutes.



ᔕ Baccalauréat ES 2007 ᔓ

L'intégrale d'avril à novembre 2007

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat ES Pondichéry 12 avril 2007 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, on ne demande aucune justification.
Barème : Une réponse exacte rapporte 0,5 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. Une question sans réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Partie A

Dans cette partie, pour chaque question, indiquer sur votre copie le numéro de la question et préciser en toutes lettres, sans justifier votre choix, VRAI ou FAUX ou ON NE PEUT PAS RÉPONDRE.
On connaît le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur
$\mathscr{D}_f =]-\infty\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$:

x	$-\infty$		1			3		$+\infty$
$f(x)$	-2	↗	$+\infty$ ‖	$-\infty$	↗	5	↘	1

1. La droite d'équation $x = -2$ est asymptote à la représentation graphique de f.
2. L'équation $f(x) = 2$ admet exactement deux solutions dans $\mathscr{D}_f$.
3. Pour tout x appartenant à $]1\,;\,3\,[$, $f'(x) > 0$ (f' désigne la fonction dérivée de f sur $\mathscr{D}_f$).
4. Toute primitive de f sur $[3\,;\,8]$ est décroissante.
5. La fonction $x \mapsto \dfrac{1}{f(x)}$ est décroissante sur $[3\,;\,+\infty[$

Partie B

Dans cette partie, pour chaque question, trois propositions sont formulées. Une seule d'entre elles convient. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la proposition qui vous semble exacte, sans justifier votre choix.

Soit la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x - 1}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. L'ensemble de définition D_g de g est égal à :

   a. $]0\,;\,+\infty[$ **b.** $\mathbb{R} - \{0\}$ **c.** $\mathbb{R} - \{1\}$

2. L'équation $g(x) = 3$ admet pour solution

   a. e^3 **b.** $\ln 3$ **c.** Aucune solution

3. La limite de g en $+\infty$ est

   a. -1 **b.** $+\infty$ **c.** 2

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années.
Le rang $x_1 = 1$ est donné pour l'année 1998. La consommation est exprimée en milliers d'euros.

Année	1998	2000	2001	2002	2004
Rang de l'année x_i	1	3	4	5	7
Consommation en milliers d'euros y_i	28,5	35	52	70,5	100,5

1. Représenter le nuage de points $P_i(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1 cm comme unité en abscisses et 1 cm pour 10 000 € en ordonnées).
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
3. On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite D d'équation
   $y = 12,5x + b$ qui passe par le point G.
   a. Déterminer la valeur de b.
   b. Tracer la droite D dans le repère précédent.
4. Déterminer, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2005.
5. En réalité, un relevé récent a permis de constater qu'en 2005 la consommation réelle des ménages de cette ville était de $y_8 = 140\,000$ €.
   Déterminer, en pourcentage, l'erreur commise par l'estimation précédente par rapport à la valeur exacte (on donnera un résultat à l'aide d'un nombre entier en effectuant un arrondi).
6. Un nouvel ajustement de type exponentiel semble alors plus adapté.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant sachant que $z = \ln y$. Les résultats seront arrondis au centième.

x_i	1	3	4	5	7	8
$z_i = \ln y_i$	3,35	...	...	...	...	4,94

   b. Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ; cette équation est de la forme $z = cx + d$; on donnera les arrondis des coefficients c et d à 10^{-2}.
   c. En déduire que : $y = 20,49\mathrm{e}^{0,23x}$.
   d. Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en 2007 à 100 € près.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Madame Boulard fait un très grand élevage de chats de races. Elle possède des Siamois, des Birmans et des Abyssins. Le printemps dernier, pratiquement toutes ses femelles ont eu des bébés et Madame Boulard a mis une annonce pour signaler qu'elle avait une très grande quantité de petits chatons à vendre.
On sait que :

- 32 % des chatons sont des Siamois, 54 % des chatons sont des Abyssins et le reste est constitué de Birmans.
- Parmi les Siamois, 54 % sont des mâles.
- 66 % des Abyssins sont des femelles.

- Il y a au total 40,96 % de chatons mâles.

Un petit garçon, Pierre, vient acheter un chaton avec sa mère. Comme ils sont tous adorables et qu'il n'arrive pas à choisir, Pierre décide de le prendre au hasard.
On désigne par S, B, A, M et F les évènements suivants :
S : « Pierre achète un chaton Siamois » ;
B : « Pierre achète un chaton Birman » ;
A : « Pierre achète un chaton Abyssin » ;
M : « Pierre achète un chaton mâle » ;
F : « Pierre achète un chaton femelle » ;

1. **a.** Traduire les données de l'énoncé en langage de probabilités.
   b. Construire un arbre illustrant la situation, en indiquant sur chaque branche les probabilités données dans l'énoncé. Les probabilités manquantes seront calculées dans les questions ultérieures.
2. **a.** Déterminer la probabilité que Pierre achète un chaton mâle Siamois,
   b. Calculer $p(M \cap A)$ et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.
   c. En déduire que la probabilité que Pierre achète un chaton mâle Birman est égale à 0,053 2.
   d. Le chaton acheté par Pierre est un Birman. Quelle est la probabilité que ce soit un mâle ?
3. Finalement, Pierre est tellement séduit par ces chatons qu'il décide d'en acheter trois toujours au hasard. On assimilera ces achats à des tirages successifs avec remise. Quelle est la probabilité qu'il y ait, parmi ces trois chatons, exactement deux mâles Birmans (*le résultat sera arrondi à* 10^{-3}) ?

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 5\frac{\ln x}{x} + 3.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0 ; en donner une interprétation graphique.
   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$; en donner une interprétation graphique.
2. **a.** Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f, puis étudier son signe.
   b. En déduire le tableau de variation de la fonction f. On y indiquera les limites aux bornes de l'intervalle de définition de f ainsi que la valeur exacte de $f(\text{e})$.
3. **a.** Déterminer une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.
   On pourra remarquer que $f(x) = 5u'(x) \times u(x) + 3$ avec $u(x)$ à préciser.
   b. En déduire la valeur exacte de $\text{I} = \displaystyle\int_2^4 f(t)\,\text{d}t$ sous la forme $a(\ln 2)^2 + b$ avec a et b deux réels à déterminer.
4. **a.** Préciser le signe de f sur l'intervalle $[2~;~4]$.
   b. Donner une interprétation graphique de I.
5. On admet que le bénéfice, en milliers d'euros, que réalise une entreprise lorsqu'elle fabrique x milliers de pièces est égal à $f(x)$.
   En utilisant les résultats précédents, déterminer la valeur moyenne du bénéfice lorsque la production varie entre 2 000 et 4 000 pièces. On donnera une valeur approchée de ce bénéfice à 100 euros près.

Baccalauréat ES Amérique du Nord 31 mai 2007

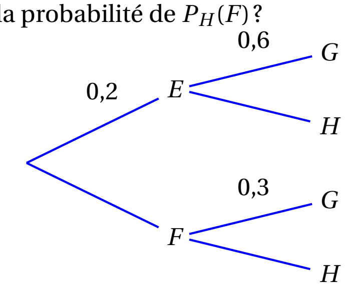
EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à cocher la réponse exacte sans justification.
Une bonne réponse apporte 1 *point, une mauvaise enlève* 0,5 *point.*
L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points de l'exercice est négatif, il est ramené à 0.

COMPLÉTER LE DOCUMENT RÉPONSE EN ANNEXE

Rappel : La notation $P_A(B)$ désigne la probabilité de l'évènement B sachant que l'évènement A est réalisé.

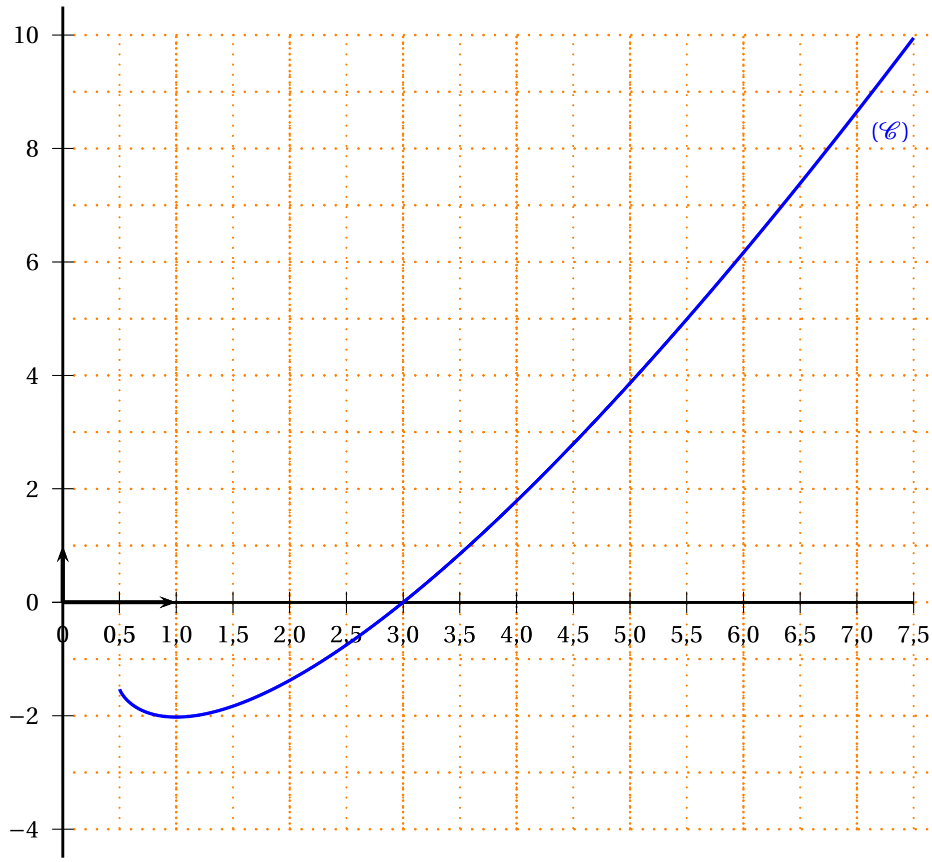
Questions	
1. A et B sont deux évènements indépendants tels que $p(A) = 0,7$ et $p(B) = 0,2$.	☐ $p(A \cap B) = 0,14$
	☐ $p(A \cup B) = 0,9$
	☐ $p_A(B) = 0,5$
2. Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir le côté face est égale à $\frac{1}{3}$. On lance 4 fois de suite cette pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le côté face ?	☐ $\frac{18}{81}$
	☐ $\frac{72}{81}$
	☐ $\frac{65}{81}$
3. On considère l'arbre pondéré ci-dessous. Quelle est la probabilité de $P_H(F)$? 	☐ $P_H(F) = 0,7$
	☐ $P_H(F) = 0,56$
	☐ $P_H(F) = 0,875$
4. Une urne contient 5 boules blanches et 5 boules noires. On tire, avec remise, une boule au hasard, n fois de suite (avec $n > 1$). Quelle est la probabilité d'obtenir des boules qui ne soient pas toutes de la même couleur ?	☐ $1 - \frac{1}{2^n}$
	☐ $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$
	☐ $1 - \frac{1}{2^{2n}}$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous représente une fonction F définie et dérivable sur l'intervalle $\text{J} = \left]\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$.
On sait que $(\mathscr{C})$ coupe l'axe des abscisses au point $(3;\ 0)$ et a une tangente horizontale au point $(1\ ;\ -2)$.

On note f la fonction dérivée de F.



1. **a.** À l'aide du graphique, donner les variations de F et en déduire le signe de f.

b. Donner $f(1)$, $F(1)$ et $F(3)$. Préciser le signe de $f(3)$.

c. Calculer $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

2. Trois fonctions f_1 , f_2 et f_3 sont définies sur l'intervalle J par :

$$f_1(x) = (x^2 - x + 1)\mathrm{e}^{2x-1},\ f_2(x) = \ln(2x-1) \text{ et } f_3(x) = -1 + \frac{1}{2x-1}.$$

Une de ces trois fonctions est la fonction f.

a. Étudier le signe de f_1 sur l'intervalle J.

b. Résoudre l'équation $f_2(x) = 0$ sur l'intervalle J.

c. Calculer $f_3(1)$.

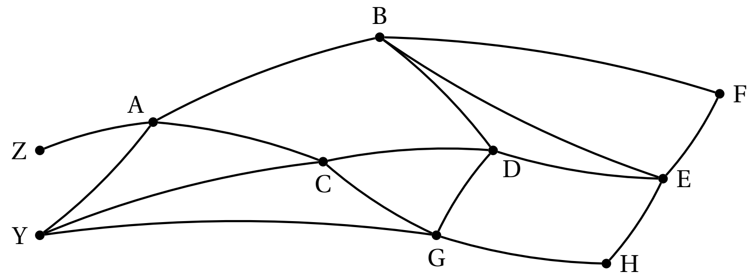
d. Calculer $\int_1^3 f_3(x)\,\mathrm{d}x$.

e. En déduire la fonction f

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

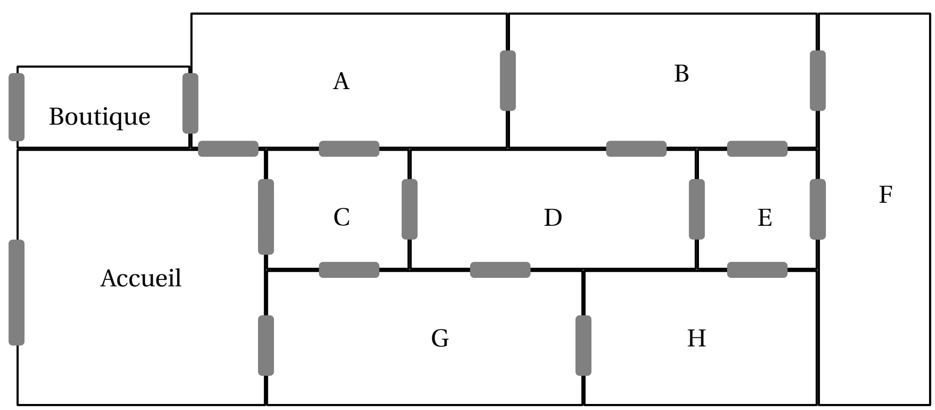
Première Partie : Étude d'un graphe



On considère le graphe ci-dessus.

1. **a.** Ce graphe est-il connexe ?
   b. Déterminer le degré de chacun des sommets.
   On pourra donner le résultat sous forme de tableau.
   c. Justifier l'existence d'une chaîne eulérienne.
2. **a.** Déterminer un encadrement du nombre chromatique de ce graphe.
   b. Montrer que ce nombre chromatique est égal à 3.

Deuxième Partie : Visite d'un musée



Voici le plan d'un musée : les parties grisées matérialisent les portes et les visiteurs partent de l'accueil, visitent le musée et doivent terminer leur visite la la boutique.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe en précisant ce que représentent arêtes et sommets.
2. **a.** Pourquoi est-il possible de trouver un circuit où les visiteurs passent une fois et une seule par toutes les portes ?
   b. Donner un exemple d'un tel circuit.
3. Comment colorier les salles y compris l'accueil et la boutique, en utilisant un minimum de couleurs, pour que deux salles qui communiquent par une porte aient des couleurs différentes ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Dans tout l'exercice, le détail des calculs statistiques n'est pas demandé.
Les résultats seront arrondis à 10^{-3}.
On rappelle que l'image d'un réel x *par la fonction exponentielle peut être notée* $\exp(x) = \text{e}^x$.

On veut étudier l'évolution des records de l'épreuve d'athlétisme du 100 mètres masculin. Pour cela, on cherche un ajustement des records pour en prévoir l'évolution.
On donne dans le tableau suivant certains records, établis depuis 1900.

Année	1900	1912	1921	1930	1964	1983	1991	1999
Rang de l'année, x_i	0	12	21	30	64	83	91	99
Temps en secondes, y_i	10,80	10,60	10,40	10,30	10,06	9,93	9,86	9,79

1. **Étude d'un modèle affine**
   a. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, avec i compris entre 1 et 8, associé à cette série statistique double. On prendra comme unité graphique 1 cm pour dix ans en abscisse et 1 cm pour un dixième de seconde en ordonnées. On commencera les graduations au point de coordonnées $(0\,;9)$.
   b. Peut-on envisager un ajustement affine à court terme ? Cet ajustement permet-il des prévisions pertinentes à long terme sur les records futurs ?
2. **Étude d'un modèle exponentiel**
   Après étude, on choisit de modéliser la situation par une autre courbe. On effectue les changements de variables suivants :

$$X = \mathrm{e}^{-0,00924x} \quad \text{et} \quad Y = \ln y.$$

On obtient le tableau suivant :

$X_i = \mathrm{e}^{-0,00924x_i}$	1	0,895	0,824	0,758	0,554	0,464	0,431	0,401
$Y_i = \ln y_i$	2,380	2,361	2,342	2,332	2,309	2,296	2,288	2,281

   a. Donner une équation de la droite de régression de Y en X obtenue par la méthode des moindres carrés.
   b. En déduire que l'on peut modéliser une expression de y en fonction de x sous la forme suivante : $y = \exp(a\mathrm{e}^{-0,00924x} + b)$ où a et b sont deux réels à déterminer.
   c. À l'aide de cet ajustement, quel record du 100 mètres peut-on prévoir en 2010 ?
   d. Calculer la limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression suivante :

$$f(t) = \exp\left(0,154\mathrm{e}^{-0,00924x} + 2,221\right).$$

   e. Que peut-on en conclure, en utilisant ce modèle, quant aux records du cent mètres masculin, àa très long terme ?

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Première partie

On considère une fonction g définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par :

$$g(x) = -x^2 + ax - \ln(2x + b), \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

Calculer a et b pour que la courbe représentative de g dans un plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ passe par l'origine du repère et admette une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$.

Deuxième partie

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par :

$$f(x) = -x^2 + 2x - \ln(2x+1).$$

On admet que f est dérivable et on note f' sa dérivée.
Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

x	$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
signe de $f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
variations de f	‖ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{3}{4} + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$	$\searrow$	$-\infty$

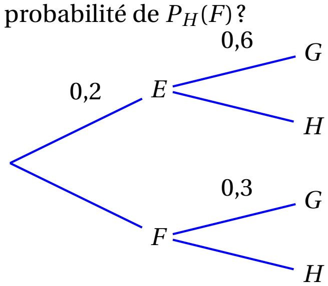
1. Justifier tous les éléments contenus dans ce tableau.

2. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\ ;\ 1\right]$.

b. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3. Déterminer le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$.

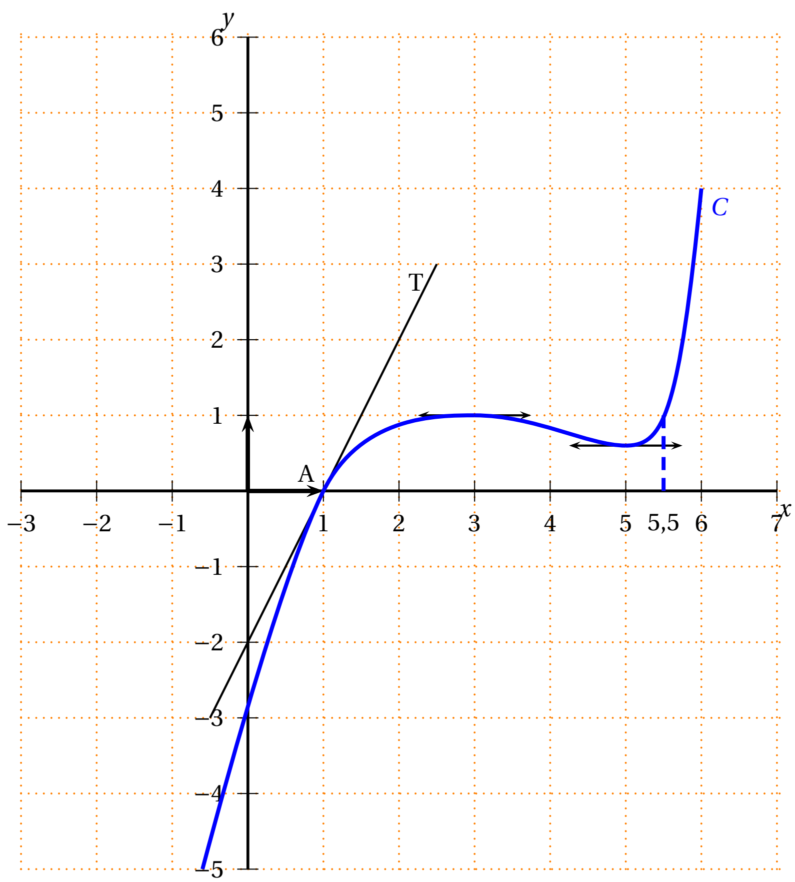
ANNEXE **À RENDRE AVEC LA COPIE**

Questions	
1. A et B sont deux évènements indépendants tels que $p(A) = 0,7$ et $p(B) = 0,2$.	☐ $p(A \cap B) = 0,14$
	☐ $p(A \cup B) = 0,9$
	☐ $p_A(B) = 0,5$
2. Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir le côté face est égale à $\frac{1}{3}$. On lance 4 fois de suite cette pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le côté face ?	☐ $\frac{18}{81}$
	☐ $\frac{72}{81}$
	☐ $\frac{65}{81}$
3. On considère l'arbre pondéré ci-dessous. Quelle est la probabilité de $P_H(F)$? 	☐ $P_H(F) = 0,7$
	☐ $P_H(F) = 0,56$
	☐ $P_H(F) = 0,875$
4. Une urne contient 5 boules blanches et 5 boules noires. On tire, avec remise, une boule au hasard, n fois de suite (avec $n > 1$). Quelle est la probabilité d'obtenir des boules qui ne soient pas toutes de la même couleur ?	☐ $1 - \frac{1}{2^n}$
	☐ $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$
	☐ $1 - \frac{1}{2^{2n}}$

∽ Baccalauréat S Liban mai 2007 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats



On considère la représentation graphique C de la fonction f définie et dérivable sur $]-\infty\,;\,6]$. La fonction dérivée de f est notée f'. La droite T est la tangente à C au point d'abscisse 1. On admet que la courbe C est située sous cette tangente T sur $]-\infty\,;\,6]$.

On répondra au QCM ci-après en s'appuyant sur les informations données par le graphique.

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à cocher la réponse exacte sans justification. Une bonne réponse apporte $0,5$ *point, une mauvaise enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, il est ramené à* 0.

COMPLÉTER LE DOCUMENT RÉPONSE EN ANNEXE.

Partie A

Questions	
1. L'équation réduite de la tangente T à C au point A d'abscisse 1 est	☐ $y = x - 1$
	☐ $y = x - 2$
	☐ $y = 2(x - 1)$
2. L'équation $f'(x) = 0$ admet	☐ 1 solution
	☐ 2 solutions
	☐ 0 solution
3. La limite de $f(x)$ en $-\infty$ est	☐ $-\infty$
	☐ -5
	☐ 6
4. La fonction $\ln f$ est définie sur	☐ $[-\infty ; 6]$
	☐ $]0 ; 6]$
	☐ $]1 ; 6]$
5. La fonction $\ln f$ s'annule exactement	☐ 1 fois
	☐ 2 fois
	☐ 0 fois

Partie B

Dans cette partie du QCM, on appelle g la fonction définie sur $]-\infty ; 6]$ par son expression $g(x) = \exp[f(x)]$.

Questions	
6. La fonction g est strictement croissante sur	☐ $]-\infty ; 3]$
	☐ $]1 ; 6]$
	☐ $]-\infty ; 6]$
7. $g'(1)$ est égal à	☐ 2
	☐ 0
	☐ 2e
8. La fonction g s'annule exactement	☐ 1 fois
	☐ 2 fois
	☐ 0 fois

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Les places d'une salle de cinéma sont toutes occupées. Le film proposé est une rediffusion d'une comédie à grand succès. Dans cette salle, les hommes représentent 25 % des spectateurs, les femmes $\frac{2}{5}$ des spectateurs et les autres spectateurs sont des enfants.

$\frac{1}{5}$ des hommes et 30 % des femmes ont déjà vu ce film au moins une fois. À la fin de la projection, on interroge au hasard une personne sortant de la salle.

On appelle :

H l'évènement : « la personne interrogée est un homme »

F l'évènement : « la personne interrogée est une femme »

E l'évènement : « la personne interrogée est un enfant »

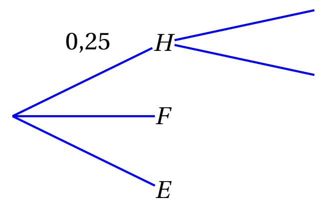
V l'évènement : « la personne interrogée avait déjà vu le film avant cette projection »

$\overline{V}$ l'évènement : « la personne interrogée n'avait jamais vu le film avant cette projection ».

La notation $p(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A.
La notation $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que B est réalisé.

Partie A

1. À l'aide des notations ci-dessus, traduire la situation décrite en recopiant et en complétant l'arbre pondéré dont le départ est proposé ci-dessous. On prendra soin de le compléter au fur et à mesure.



2. **a.** Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement $H \cap V$.
   b. Donner $p_H(\text{V})$ et en déduire $p(H \cap V)$.
3. La probabilité que l'évènement V soit réalisé est égale à $0,345$.
   a. Déterminer $p\left(\overline{V}\right)$.
   b. Déterminer la probabilité que si l'on interroge un enfant, il ait déjà vu ce film au moins une fois avant cette projection.
4. On interroge au hasard et successivement quatre personnes sortant de la salle. On suppose que le nombre de spectateurs est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard d'un spectateur à un tirage avec remise. Quelle est la probabilité arrondie à 10^{-3} près, qu'au moins une personne ait déjà vu le film avant cette projection ?

Partie B

À la fin de l'année, une étude nationale a été réalisée sur le nombre de fois qu'un spectateur sortant de la salle est allé voir ce film. Le tableau ci-dessous, pour lequel il manque une valeur notée q représente la loi de probabilité du nombre de fois que le spectateur est allé voir ce film.

Nombre de fois	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,55	0,15	0,15	0,05	q	0,05

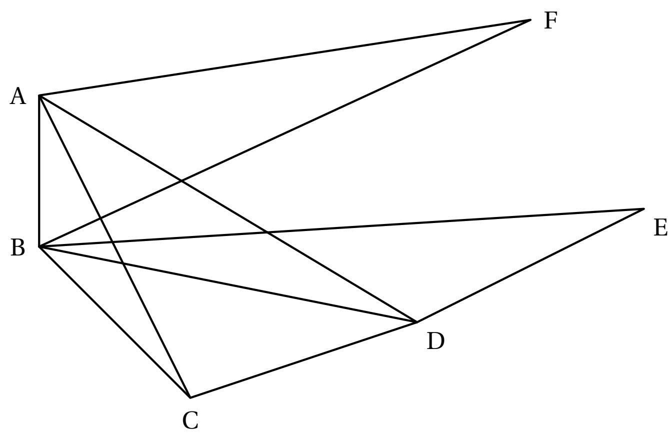
1. Déterminer q.
2. En déduire l'espérance mathématique, arrondie à l'unité de cette loi de probabilité et interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une grande ville a créé un jardin pédagogique sur le thème de l'écologie, jardin qui doit être visité par la suite par la majorité des classes de cette ville.
Ce jardin comporte six zones distinctes correspondant aux thèmes :

A. Eau	B. économie d'énergies	C. Plantations et cultures locales
D. Développement durable	E. Biotechnologies	F. Contes d'ici (et d'ailleurs)

Ces zones sont reliées par des passages (portes) où sont proposés des questionnaires.
Le jardin et les portes sont représentés par le graphe ci-dessous (chaque porte et donc chaque questionnaire est représenté par une arête).



Question préliminaire :
Si un visiteur répond à tous les questionnaires, à combien de questionnaires aura-t-il répondu ?

Partie A :

1. Donner la matrice G associée à ce graphe.
2. Le graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier.
3. Peut-on parcourir le jardin en répondant à tous les questionnaires et sans repasser deux fois devant le même questionnaire :
   a. en commençant la visite par n'importe quelle zone ?
   b. en commençant la visite par la zone C (plantations et cultures) ? Dans ce cas, si la réponse est positive, quelle sera la dernière zone visitée.
   (Dans les deux cas, **a** et **b**, justifiez votre réponse.)

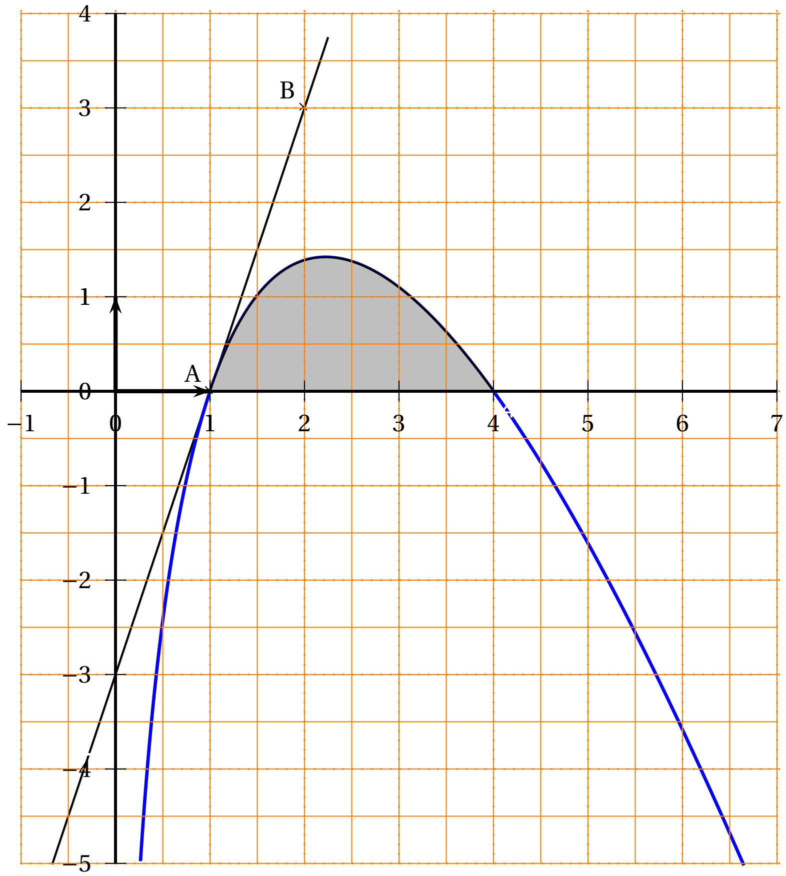
Partie B :

Pour illustrer chaque zone et présenter légendes et commentaires, les enfants ont décidé d'utiliser des supports de couleurs différentes. Pour limiter le nombre de couleurs, on utilise des couleurs différentes seulement si les zones sont limitrophes (avec un passage entre les deux).

1. Donner et justifier un encadrement du nombre chromatique de ce graphe.
2. Déterminer alors en utilisant un algorithme adapté le nombre chromatique de ce graphe et proposer une répartition des couleurs.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats



On considère la fonction f dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ est représentée ci-dessus dans le plan muni d'un repère orthonormal.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A(1 ; 0) et admet la droite (AB) pour tangente à la courbe $\mathscr{C}$.

Partie A

Pour tout réel x de $]0\,;\,+\infty[$, $f(x) = (ax+b)\ln x$ où a et b sont deux réels.

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b.
2. Sans justifier et par lecture graphique, donner $f(4)$ et $f'(1)$.
3. Justifier que a et b sont solutions du système d'équations suivant : $\left\{\begin{array}{rcl} 4a+b & = & 0 \\ a+b & = & 3 \end{array}\right.$. Déterminer a et b.

Partie B

On admet que la fonction précédente est définie pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = (4-x)\ln x.$$

On appelle S l'aire hachurée sous la courbe $\mathscr{C}$.

1. Soit F la fonction définie et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$F(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} - 8x\ln x + 8x\right).$$

Montrer que F est une primitive de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

2. En déduire la valeur exacte de $\mathrm{I} = \int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

3. Donner une valeur arrondie à 10^{-1} de S exprimée en unités d'aire. Justifier.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de ménages (en milliers) équipés d'un ordinateur entre les années 1986 et 1996.

Année	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de ménages y_i	160	235	345	510	760	1 160	1 780	2 600	3 850	5 400	7 300

Partie A

1. Calculer le pourcentage d'évolution du nombre de ménages équipés d'un ordinateur entre les années 1986 et 1987.

2. Si ce pourcentage était resté le même d'année en année jusqu'en 1996, quel aurait été le nombre de ménages équipés en 1996 ? (on arrondira en millier).

3. On pose $z = \ln y$.

a. Compléter le tableau donné en ANNEXE 2 (arrondir les valeurs au centième).

b. Construire le nuage de points $M_i\,(x_i\ ;\ z_i)$ pour i allant de 0 à 10 dans le repère donnée en ANNEXE 2.

c. Donner une équation de la droite d d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).

Tracer cette droite dans le repère précédent.

d. Déduire de ce qui précède que l'on peut modéliser l'expression de y en fonction de x sous la forme $y = a\mathrm{e}^{bx}$, a étant un réel arrondi à l'entier le plus proche et b un réel arrondi au centième.

En déduire dans ce cas, une estimation arrondie au millier du nombre des ménages qui auraient dû être équipés en 2000.

Partie B

En fait le nombre de ménages équipés en 2000 est de 15 400 000.
On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(t) = \frac{20}{1 + 2\,000\mathrm{e}^{-0,44t}}$$

On estime alors que sur la période de 1980 à 2015 l'équipement des ménages en ordinateur peut être modélisé par la fonction f définie ci-dessus. Ainsi, le nombre de ménages équipés en $1980 + n$, exprimé en millions, est donné par $f(n)$.

1. Déterminer une estimation arrondie au millier du nombre des ménages équipés en 2002 puis en 2003.

2. Prouver que la fonction f est strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.

   a. En quelle année le nombre de ménages équipés a-t-il atteint 18 millions selon l'estimation ?

   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter le résultat obtenu.

ANNEXE 1 à RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 1
Commun à tous les candidats

Partie A

Questions	
1. L'équation réduite de la tangente T à C au point A d'abscisse 1 est	☐ $y = x - 1$
	☐ $y = x - 2$
	☐ $y = 2(x - 1)$
2. L'équation $f'(x) = 0$ admet	☐ 1 solution
	☐ 2 solutions
	☐ 0 solution
3. La limite de $f(x)$ en $-\infty$ est	☐ $-\infty$
	☐ -5
	☐ 6
4. La fonction $\ln f$ est définie sur	☐ $[-\infty ; 6]$
	☐ $]0 ; 6]$
	☐ $]1 ; 6]$
5. La fonction $\ln f$ s'annule exactement	☐ 1 fois
	☐ 2 fois
	☐ 0 fois

Partie B

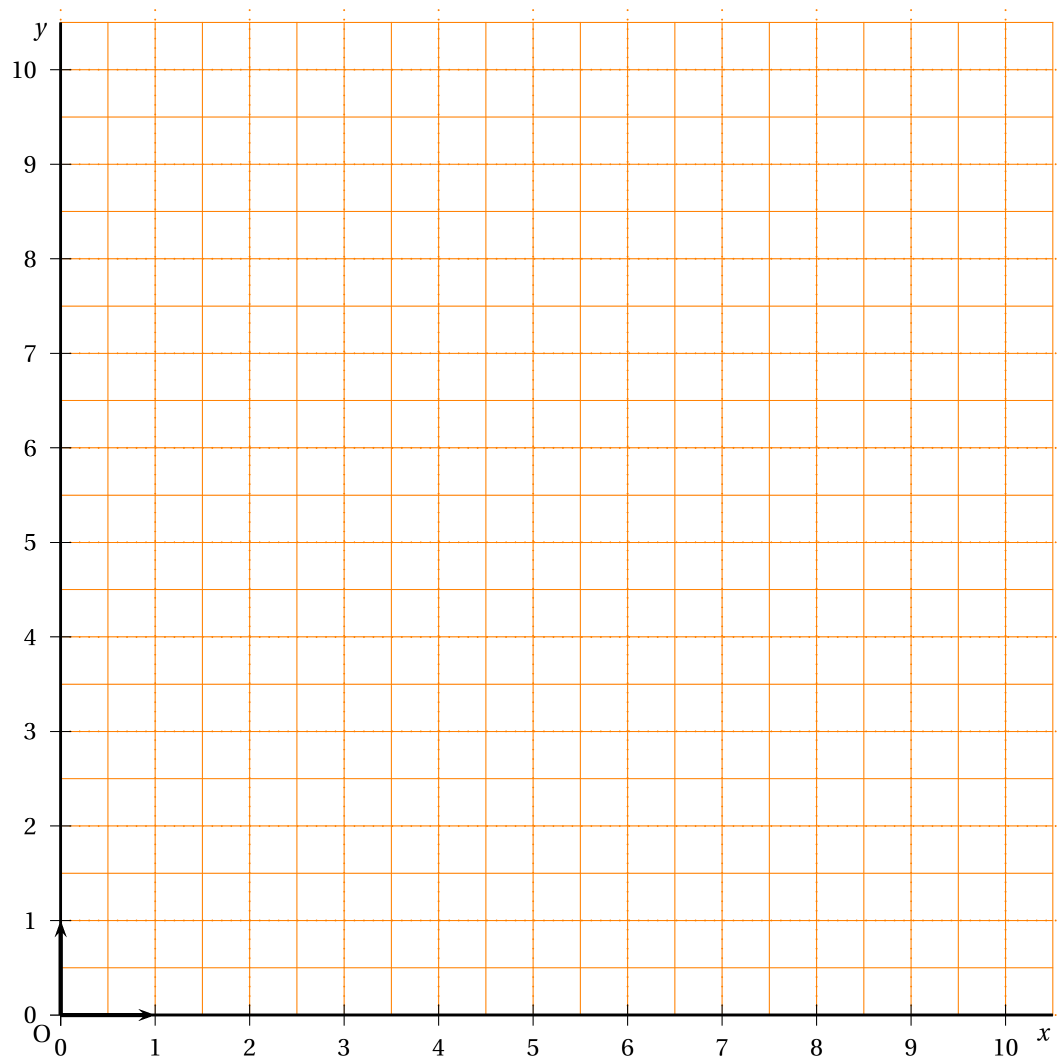
Dans cette partie du QCM, on appelle g la fonction définie sur $]-\infty ; 6]$ par son expression $g(x) = \exp[f(x)]$.

Questions	
6. La fonction g est strictement croissante sur	☐ $]-\infty ; 3]$
	☐ $]1 ; 6]$
	☐ $]-\infty ; 6]$
7. $g'(1)$ est égal à	☐ 2
	☐ 0
	☐ 2e
8. La fonction g s'annule exactement	☐ 1 fois
	☐ 2 fois
	☐ 0 fois

ANNEXE 2 à RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 4
Commun à tous les candidats

Année	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de ménages $z_i = \ln y_i$											



Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 2007

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un commerçant vendant des produits biologiques propose quotidiennement des paniers légumes frais contenant 2 kg de légumes ou des paniers contenant 5 kg de légumes.
35 % des clients qui achètent ces paniers ont au moins un enfant.
Parmi ceux qui n'ont pas d'enfant, 40 % choisissent les paniers de 5 kg de légumes et les autres choisissent les paniers de 2 kg de légumes.

On interroge au hasard un client qui achète un panier de légumes.

On note E l'évènement « le client interrogé a au moins un enfant » ; on note C l'évènement « le client interrogé a choisi un panier de 5 kg de légumes ».

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire.

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie au millième.

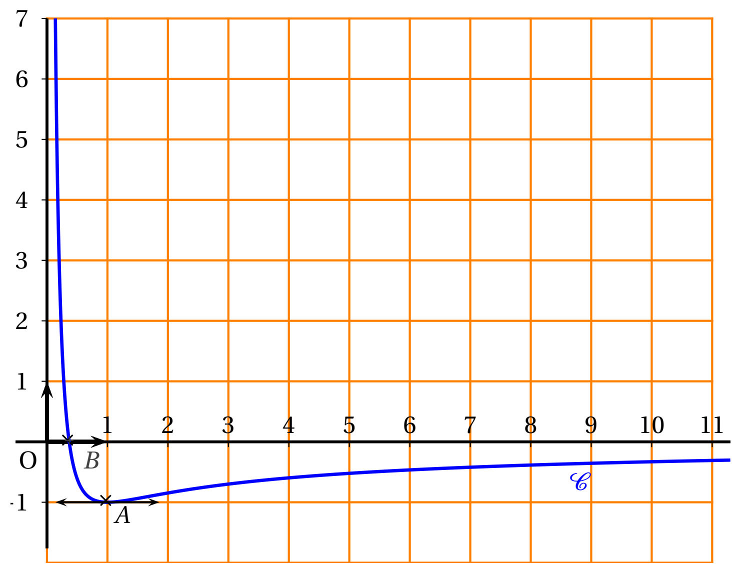
1. Quelle est la probabilité que le client interrogé n'ait pas d'enfant ?
2. Sachant que le client interrogé n'a pas d'enfant, quelle est la probabilité qu'il ait choisi un panier contenant 5 kg de légumes ?
3. Décrire l'évènement $\overline{E} \cap C$, et montrer que $p\left(\overline{E} \cap C\right) = 0,26$.
4. On sait de plus que 30 % des clients qui achètent des paniers choisissent des paniers de 5 kg.
   a. Calculer $p(E \cap C)$.
   b. En déduire la probabilité conditionnelle de C sachant que E est réalisé.

EXERCICE 2 **5 points**

Réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $I =]0 ; +\infty[$. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle I.
Les axes (Ox) et (Oy) sont asymptotes à $\mathscr{C}$.

La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points $A(1 ; -1)$ et $B\left(\dfrac{1}{\text{e}} ; 0\right)$ et admet une tangente parallèle à (Ox) au point A.



1. En utilisant les données ci-dessus, déterminer sans justification :
   a. $f(1)$ et $f'(1)$.
   b. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
   c. les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ et les solutions de l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$.
2. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle I, $f(x) = \dfrac{a + b\ln x}{x}$ où a et b sont deux nombres réels.
   a. Exprimer $f'(x)$ en fonction des réels a et b.
   b. Utiliser les résultats de la question 1a. pour montrer que $a = -1$ et $b = -1$.
   c. Retrouver les résultats de la question 1c par le calcul.

EXERCICE 2 **5 points**
Réservé aux candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans un pays, un organisme étudie l'évolution de la population. Compte tenu des naissances et des décès, on a constaté que la population a un taux d'accroissement naturel et annuel de 14 pour mille. De plus, chaque année, 12 000 personnes arrivent dans ce pays et 5 000 personnes le quittent.
En 2005, la population de ce pays était de 75 millions d'habitants. On suppose que l'évolution ultérieure obéit au modèle ci-dessus.
On note P_n la population de l'année $2005 + n$ exprimée en milliers d'habitants.

1. Déterminer P_0, P_1 et P_2. La suite de terme général P_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier la réponse.
2. Expliquer pourquoi on obtient, pour tout entier naturel n, $P_{n+1} = 1{,}014P_n + 7$.
3. Démontrer que la suite (U_n) définie par $U_n = P_n + 500$ pour tout entier naturel n est une suite géométrique. Déterminer sa raison et son premier terme.
4. Exprimer U_n puis P_n en fonction de n.
5. **a.** Combien d'habitants peut-on prévoir en 2010 ?
   b. Au bout de combien d'années la population aura-t-elle doublé par rapport à l'année 2005 ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne une estimation du montant des achats en ligne des ménages français, en millions d'euros, de 1998 à 2004.

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Montant en millions d'euros y_i	75	260	820	1650	2300	4000	5300

1. Calculer l'augmentation relative entre 2001 et 2002 du montant des achats.
2. Représenter par un nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 1 000 millions d'euros sur l'axe des ordonnées).
3. *Dans cette question, les calculs, effectués à la machine, ne seront pas justifiés et seront arrondis à l'unité.*
   Donner une équation des la droite d'ajustement affine D de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Représenter cette droite dans le repère précédent.

4. On propose un deuxième ajustement de cette série statistique par la fonction f définie, pour tout réel positif x, par : $f(x) = 130x^2 + 100x + 68$.
Recopier et compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$							

Construire la courbe représentative de la fonction f dans le repère précédent.

5. Le montant des achats en ligne en 2005 a été de 7 700 millions d'euros. Lequel de ces deux ajustements vous paraît-il le plus conforme à la réalité ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\mathrm{e}^x - 1$.
Le tableau suivant est le tableau de variations de la fonction g.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de g	-1	↘	$-\dfrac{1}{\mathrm{e}-1}$	↗	$+\infty$

1. On admet que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution a strictement positive. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
2. On note f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \mathrm{e}^x - \ln x$.
   a. Étudier la limite de f en 0. Donner une interprétation graphique du résultat.
   b. Vérifier que, pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ où f' est la fonction dérivée de f.
   c. Étudier les variations de f puis établir son tableau de variations en admettant que la limite de f en $+\infty$ est $+\infty$.
3. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Tracer la courbe $\mathscr{C}$ en prenant 0,57 comme valeur approchée de a.
(*Prendre* 4 *cm pour unité sur l'axe des abscisses et* 2 *cm sur l'axe des ordonnées*).
4. On note $\mathscr{D}$ l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ du plan muni du repère ci-dessus tels que :

$$1 \leqslant x \leqslant 2 \quad \text{et} \quad 0 \leqslant y \leqslant f(x).$$

   a. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$.
   b. Vérifier que la fonction H définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $H(x) = x\ln x - x$ est une primitive de la fonction h définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = \ln x$.
   c. En déduire une primitive F de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
   d. Calculer l'aire du domaine $\mathscr{D}$, en unités d'aire, puis donner une valeur en cm², arrondie au dixième.

∽ Baccalauréat Asie ES juin 2007 ∾

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

QCM

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 1 *point, une réponse fausse enlève* $0,25$ *point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, de dérivée f'. Son tableau de variations est donné ci-dessous. On nomme $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	e	↘	0

1. On peut affirmer que :
   Réponse **A** : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.
   Réponse **B** : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.
   Réponse **C** : $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$.
2. La courbe $(\mathscr{C})$ admet :
   Réponse **A** : la droite d'équation $x = 0$ pour asymptote.
   Réponse **B** : la droite d'équation $x = 2$ pour asymptote.
   Réponse **C** : la droite d'équation $y = 0$ pour asymptote.
3. Dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$ admet :
   Réponse **A** : une unique solution
   Réponse **B** : deux solutions distinctes.
   Réponse **C** : trois solutions distinctes.
4. Dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) > 3$
   Réponse **A** : n'a pas de solution.
   Réponse **B** : a toutes ses solutions positives.
   Réponse **C** : a toutes ses solutions négatives.

Exercice 2 **5 points**

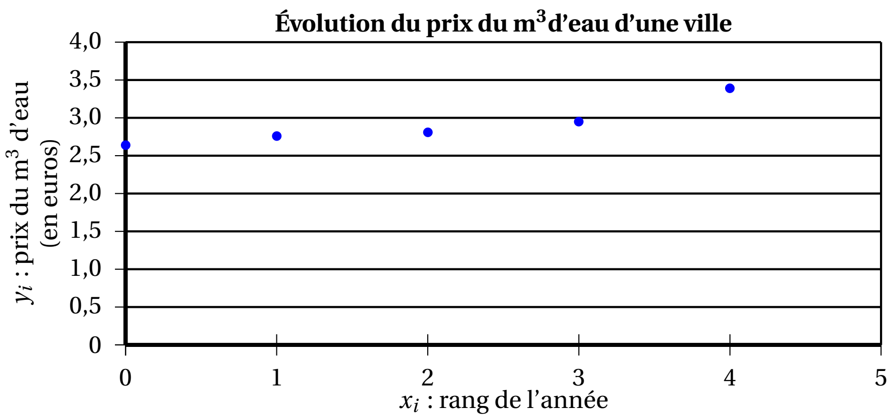
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous rend compte de l'évolution du prix (en euros) du m^3 d'eau, dans une ville, entre 2002 et 2006.

Années	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Prix en euros du m^3 d'eau y_i	2,64	2,76	2,81	2,95	3,39

I. Calculer le pourcentage d'augmentation du prix entre 2002 et 2006. Donner le résultat arrondi à 0,1 %.

II. Le nuage de points associé à cette série statistique est représenté ci-dessous :



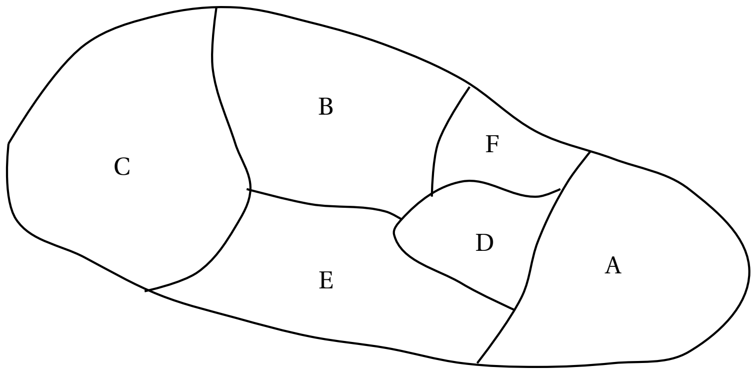
L'allure du nuage suggère deux types d'ajustement :

1. **Ajustement affine**
   a. Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, les coefficients étant arrondis au centième.
   b. Quelle estimation du prix en euros (arrondie au centième d'euro) du m^3 d'eau peut-on en déduire pour 2010 ?
2. **Ajustement exponentiel**
   On pose $z_i = \ln y_i$.
   On prend $z = 0,06x + 0,95$ pour équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés, avec $z = \ln y$.
   a. En déduire qu'une relation entre y et x s'écrit alors sous la forme $y = \text{e}^{0,95} \cdot \text{e}^{0,06x}$.
   b. Quelle estimation du prix en euros (arrondie au centième d'euro) du m^3 d'eau peut-on en déduire pour 2010 ?

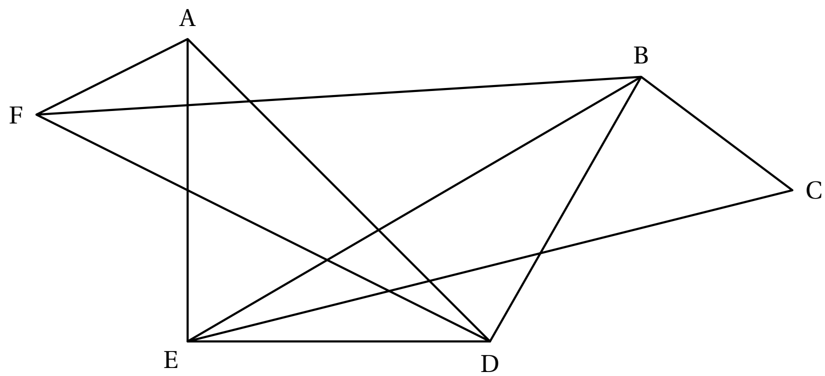
Exercice 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une île imaginaire dont la carte est représentée ci-dessous ; est composée de six provinces, notées A, B, C, D, E et F.



On s'intéresse aux frontières séparant ces provinces. On traduit cette situation par un graphe dont les sommets sont les provinces et où chaque arête représente une frontière entre deux provinces.
On admet que le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous représente cette situation :



1. **a.** Donner l'ordre du graphe $\mathcal{G}$, puis le degré de chacun de ses sommets
   b. Peut-on visiter cette île en franchissant une et une seule fois chacune des dix frontières? Justifier Si oui, proposer un parcours possible.
2. **a.** Le graphe $\mathcal{G}$ possède-t-il un sous-graphe complet d'ordre 3? Si oui, en citer un.
   Préciser, sans justification, si le graphe $\mathcal{G}$ possède un sous graphe complet d'ordre 4.
   Quelle conséquence cela a-t-il sur le nombre chromatique c du graphe $\mathcal{G}$?
   b. Proposer une coloration de la carte (ou du graphe) avec le minimum de couleurs afin que deux provinces qui ont une frontière commune aient des couleurs différentes (on peut remplacer les couleurs par différents hachurages).

Exercice 3 — 4 points

Commun à tous les candidats

Partie A

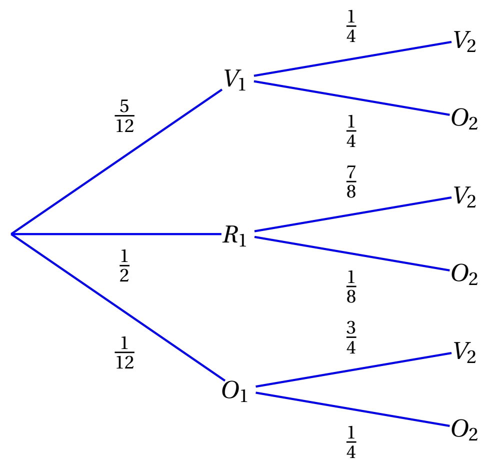
Sur son trajet habituel pour aller travailler, un automobiliste rencontre deux feux tricolores successifs dont les fonctionnements sont supposés indépendants.
Ces feux sont réglés de telle sorte que la probabilité pour un automobiliste de rencontrer le feu au vert est $\dfrac{5}{12}$ à l'orange $\dfrac{1}{12}$ et au rouge $\dfrac{1}{2}$.
On note :
R_1 l'évènement : le premier feu rencontré est au rouge

V_1 l'évènement : le premier feu rencontré est au vert
O_1 l'évènement : le premier feu rencontré est à l'orange
et on définit de même R_2, V_2, O_2 pour le deuxième feu rencontré.

1. Quelle est la probabilité que l'automobiliste rencontre les deux feux au vert ?
2. Calculer la probabilité pour qu'au moins l'un des deux feux rencontrés ne soit pas au vert

Partie B

On règle le deuxième feu afin de rendre la circulation des véhicules plus fluide.
L'arbre suivant modélise la nouvelle situation dans laquelle les fonctionnements des deux feux ne sont plus indépendants.



1. Quelle est la probabilité que l'automobiliste rencontre les deux feux au vert ?
2. Quelle est la probabilité que le deuxième feu rencontré par l'automobiliste soit au vert ?

Exercice 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise produit et vend un modèle de pièces pour hélicoptères. Pour des raisons techniques et de stockage, sa production mensuelle est comprise entre 100 et 600 pièces. Elle vend tout ce qui est produit.
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 6]$ par

$$f(x) = -x^2 + 10x - 9 - 8\ln(x).$$

$f(x)$ représente le bénéfice mensuel, exprimé en dizaines de milliers d'euros, obtenu pour la vente de x centaines de pièces.
La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 6]$. On note f' sa fonction dérivée.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. **a.** Montrer que pour tout nombre reel x appartenant à l'intervalle $[1 ; 6]$,
$f'(x) = \dfrac{-2(x-1)(x-4)}{x}$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 6]$.
   c. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 6]$.

d. Quelle est la quantité de pièces à produire pour obtenir un bénéfice mensuel maximal ? Calculer ce bénéfice arrondi à l'euro près.

2. a. Prouver que la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = x\ln(x) - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

b. En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,6]$.

c. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ (donner la valeur décimale arrondie au dixième).

Rappel : Soit f une fonction et $[a\,;\,b]$ un intervalle sur lequel f est définie et dérivable.
La valeur moyenne m de f sur un l'intervalle $[a\,;\,b]$, est le nombre m tel que :

$$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2007

EXERCICE 1 **5 points**

Questionnaire à choix multiples

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à cocher la réponse exacte sans justification Une bonne réponse apporte 0,5 *point, une mauvaise enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, il est ramené à* 0.

COMPLÉTER LE DOCUMENT RÉPONSE EN ANNEXE

Partie A

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\mathrm{e}^{-x^2+3}\right)$ est égale à :	☐ $+\infty$
	☐ 0
	☐ e^3
2. $\mathrm{e}^{\ln(2)} + \mathrm{e} - 4$ est égal à :	☐ $\mathrm{e} - 2$
	☐ $\ln(2) + \mathrm{e} - 4$
	☐ -2
3. $\ln(1 - x) \geqslant 1$ est équivalente à :	☐ $x \leqslant 1 - \mathrm{e}$
	☐ $x < 0$
	☐ $x > -\mathrm{e}$
4. La fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \ln(x) + 2$ a pour primitive la fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :	☐ $F(x) = x\ln(x)$
	☐ $F(x) = x\ln(x) - x$
	☐ $F(x) = x\ln(x) + x$

Partie B

Soient a et b deux réels strictement positifs. A et B sont deux évènements associés à une expérience aléatoire. On sait que $P(A) = a^2$, $P(B) = b^2$ et $P(A \cap B) = 2ab$. Alors,

5. $P\left(\overline{A}\right)$ est égale à :	☐ $(1 - a)(1 + a)$
	☐ $a^2 - 1$
	☐ $b^2 - a^2$
6. $P(A \cup B)$ est égale à :	☐ $(a + b)^2$
	☐ $(a - b)^2$
	☐ $a^2 + b^2$
7. $P_B(A)$ est égale à :	☐ $\dfrac{a}{2b}$
	☐ $\dfrac{2b}{a}$
	☐ $\dfrac{2a}{b}$

Partie C

Soit $(U_n)_{n\geqslant 0}$, la suite géométrique de premier terme $U_0 = 2$ et de raison $\dfrac{1}{2}$. Alors,

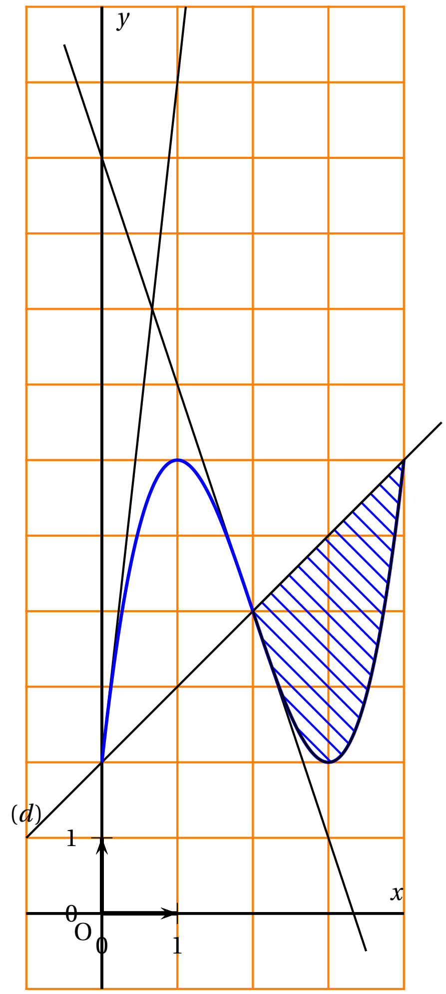
8. U_{n+1} est égale à :	☐ $U_n + \dfrac{1}{2}$
	☐ $\dfrac{1}{2}U_n$
	☐ $(U_n)^{\frac{1}{2}}$
9. U_n est égale à :	☐ $2 + \dfrac{1}{2}n$
	☐ $2^{(1-n)}$
	☐ $2^{(n+1)}$
10. $U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4$ est égale à :	☐ $\dfrac{31}{8}$
	☐ 15
	☐ $\dfrac{15}{8}$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère une fonction f définie et dérivable sur $\text{I} = [0\,;\,4]$; sa courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère orthogonal . On note f' la fonction dérivée de f.

Sont également tracées les tangentes à la courbe aux points d'abscisse 0 et 2 , ainsi que la droite (d) d'équation $y = x + 2$. Aux points d'abscisses 1 et 3 les tangentes à la courbe sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. Par lecture graphique, déterminer :
   a. $f(0)$ et $f'(0)$.
   b. $f(1)$ et $f'(1)$.
   c. $f(2)$ et $f'(2)$.
   d. l'ensemble des réels x tels que $f(x) \leqslant x+2$.
2. **a.** Par lecture graphique, dresser le tableau de variations de f sur I; on indiquera le signe de $f'(x)$.
   b. En déduire le tableau de variations de la fonction g définie sur $[0\,;4]$ par $g(x) = \ln[f(x)]$

.

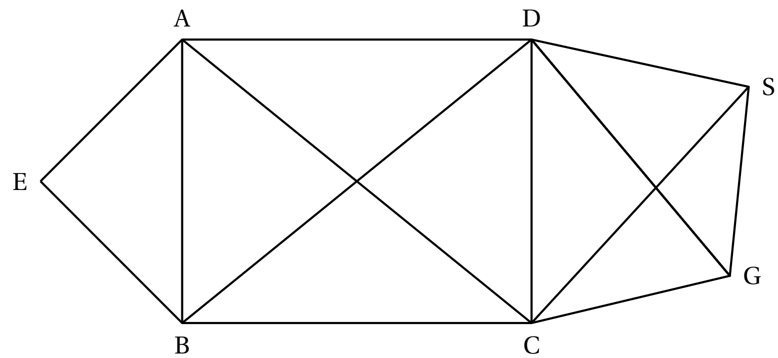
3. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire du domaine hachuré exprimée en unités d'aire. Parmi les trois propositions suivantes, déterminer celle qui est exacte, en la justifiant par des arguments géométriques
   a. $0 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 1$
   b. $1 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 6$
   c. $6 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 8$
3. On suppose que $f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$, où $m,\ n,\ p$ et q sont des réels.
   a. En utilisant les résultats de la question 1 a, déterminer p et q.
   b. En utilisant les résultats de la question 1 b, déterminer m et n.
4. On admet que $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.
   a. Démontrer que les tangentes à la courbe aux points d'abscisses 0 et 4 sont parallèles.
   b. Calculer, en unités d'aire, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine hachuré.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

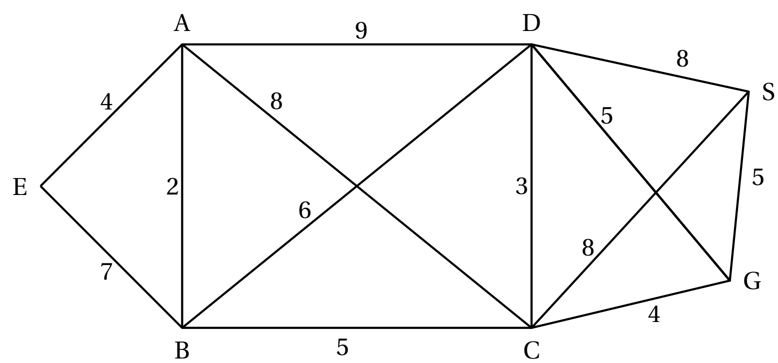
L'objet d'étude est le réseau des égouts d'une ville. Ce réseau est modélisé par le graphe ci-dessous : les sommets représentent les stations et les arêtes, les canalisations.



Partie A

1. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ?
2. Justifier que le nombre chromatique de ce graphe est compris entre 4 et 6.

Partie B



Le graphe pondéré ci-dessus donne, en minutes, les durées des trajets existant entre les différentes stations du réseau des égouts.

1. Un ouvrier doit se rendre par ce réseau de la station E à la station S. Déterminer, en utilisant un algorithme, le trajet le plus rapide pour aller de E à S et préciser sa durée.
2. Ayant choisi le trajet le plus rapide, l'ouvrier arrivant en C, apprend que les canalisations CG et CS sont fermées pour cause de travaux et qu'il ne peut les utiliser.
   a. Comment peut-il terminer, au plus vite, son trajet jusqu'à S ? Combien de temps le trajet entre E et S prendra-t-il dans ce cas ?
   b. S'il avait su dès le départ que les canalisations CG et CS étaient impraticables, quel trajet aurait choisi l'ouvrier pour se rendre, au plus vite de E à S ? Combien de temps ce trajet aurait-il pris ?

EXERCICE 3 **3 points**

Commun à tous les candidats

On suppose que, pour tous les jours de septembre, la probabilité qu'il pleuve est $\frac{1}{4}$.

S'il pleut, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{1}{3}$.

S'il ne pleut pas, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{5}{6}$.

1. Représenter par un arbre de probabilité la situation ci-dessus.
2. Quelle est la probabilité qu'un jour de septembre donné, il pleuve et que Monsieur X arrive à l'heure à son travail?
3. Montrer que la probabilité qu'un jour de septembre donné, Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{17}{24}$.
4. Un jour de septembre donné, Monsieur X arrive à l'heure à son travail.
   Quelle est la probabilité qu'il ait plu ce jour là?
5. Sur une période de 4 jours de septembre, quelle est la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure au moins une fois? *On arrondira le résultat à* 10^{-3} *près.*

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

On s'intéresse à la production mensuelle d'une certaine catégories d'articles par une entreprise E. On sait que le nombre d'articles produits par mois est compris entre 0 et 500. On suppose que le coût marginal, exprimé en milliers d'euros, peut être modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par

$$C(x) = 4x + (1-2x)\mathrm{e}^{-2x+3}$$

où x représente le nombre de centaines d'articles fabriqués.

1. On sait que la fonction coût total, notée C_T, est la primitive de la fonction C sur $[0 ; 5]$ qui s'annule pour $x = 0$.
   Justifier que $C_T(x) = 2x^2 + x\mathrm{e}^{-2x+3}$.
2. La fonction coût moyen, notée C_M est la fonction définie sur $]0 ; 5]$ par :
   $$C_M(x) = \frac{C_T(x)}{x}.$$
   Donner une expression de $C_M(x)$, en fonction de x.
3. **a.** Déterminer $C'_M(x)$ où C'_M désigne la fonction dérivée de C_M.
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $1 - \mathrm{e}^{-2x+3} = 0$.
   c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $1 - \mathrm{e}^{-2x+3} > 0$.
   d. En déduire le sens de variations de C_M sur $]0 ; 5]$.
4. Pour quelle production l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal et quel est ce coût en euros?
5. Chaque centaine d'articles est vendue 7 000 €. La recette totale pour x centaines d'articles est donnée, en admettant que toute la production soit vendue, par $R_T(x) = 7x$ en milliers d'euros.
   Le bénéfice est donc défini par $B(x) = R_T(x) - C_T(x)$.

a. En **annexe 2** sont représentées les fonctions C_T et R_T.
Par lecture graphique déterminer :

— le coût moyen minimal,

— l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour qu'il y ait un bénéfice positif de l'entreprise E,

— la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.

On fera apparaître les constructions nécessaires.

b. Avec l'aide de votre calculatrice, affiner l'intervalle (à un article près) dans lequel doit se situer la production x pour qu'il y ait un bénéfice positif de l'entreprise E.

Annexe 1 **à rendre avec la copie**

Exercice 1 : commun à tous les candidats

Partie A

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\mathrm{e}^{-x^2+3}\right)$ est égale à :	☐ $+\infty$
	☐ 0
	☐ e^3
2. $\mathrm{e}^{\ln(2)} + \mathrm{e} - 4$ est égal à :	☐ $\mathrm{e} - 2$
	☐ $\ln(2) + \mathrm{e} - 4$
	☐ -2
3. $\ln(1-x) \geqslant 1$ est équivalente à :	☐ $x \leqslant 1 - \mathrm{e}$
	☐ $x < 0$
	☐ $x > -\mathrm{e}$
4. La fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x) + 2$ a pour primitive la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par :	☐ $F(x) = x\ln(x)$
	☐ $F(x) = x\ln(x) - x$
	☐ $F(x) = x\ln(x) + x$

Partie B

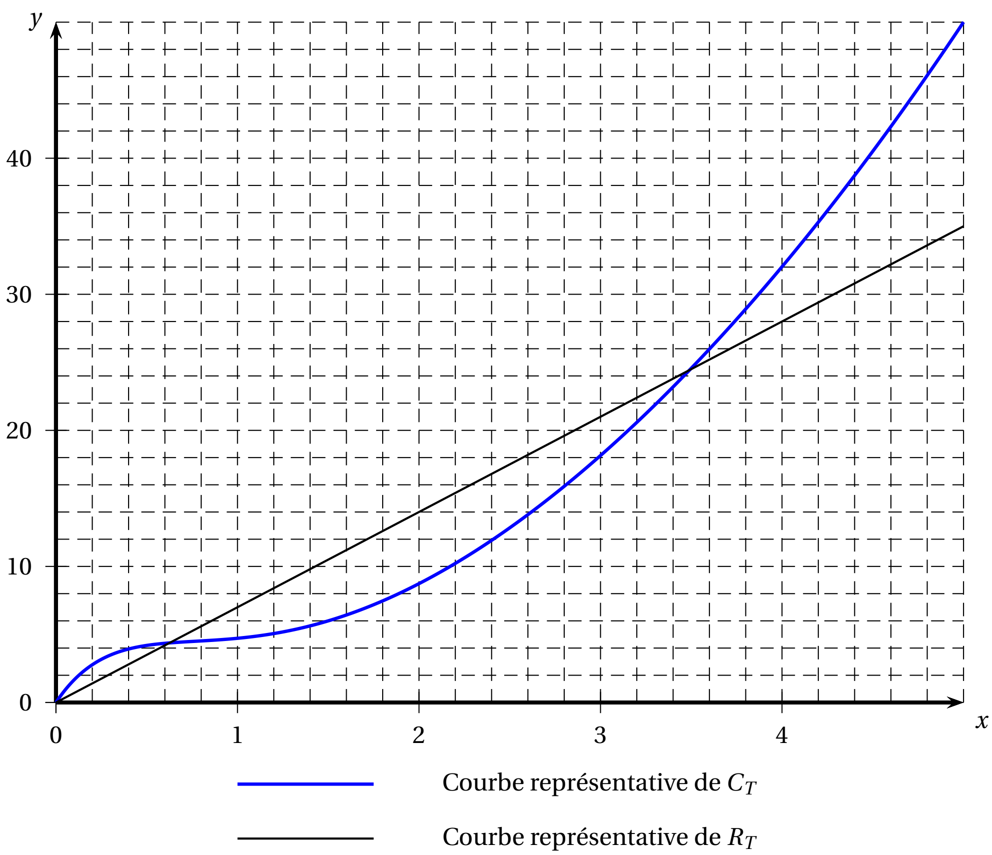
5. $P\left(\overline{A}\right)$ est égale à :	☐ $(1-a)(1+a)$
	☐ $a^2 - 1$
	☐ $b^2 - a^2$
6. $P(A \cup B)$ est égale à :	☐ $(a+b)^2$
	☐ $(a-b)^2$
	☐ $a^2 + b^2$
7. $P_B(A)$ est égale à :	☐ $\dfrac{a}{2b}$
	☐ $\dfrac{2b}{a}$
	☐ $\dfrac{2a}{b}$

Partie C

8. U_{n+1} est égale à :	☐ $U_n + \dfrac{1}{2}$
	☐ $\dfrac{1}{2}U_n$
	☐ $(U_n)^{\frac{1}{2}}$
9. U_n est égale à :	☐ $2 + \dfrac{1}{2}n$
	☐ $2^{(1-n)}$
	☐ $2^{(n+1)}$
10. $U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4$ est égale à :	☐ $\dfrac{31}{8}$
	☐ 15
	☐ $\dfrac{15}{8}$

Annexe 2 **à rendre avec la copie**

Exercice 4 : commun à tous les candidats



Baccalauréat ES Métropole 14 juin 2007

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

QCM

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
NOTATION : une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,25 *point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

1. Pour tout nombre réel a et pour tout nombre réel b, on peut affirmer que $\dfrac{\mathrm{e}^a}{\mathrm{e}^b}$ est égal à :

   Réponse **A** : $\mathrm{e}^{\left(\frac{a}{b}\right)}$ Réponse **B** : $\mathrm{e}^{(a-b)}$ Réponse **C** : $\mathrm{e}^a - \mathrm{e}^b$

2. On considère trois fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ telles que, pour tout nombre réel x, $f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x)$.
   Si l'on sait que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ alors on peut en déduire que :

   Réponse **A** : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ Réponse **B** : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ Réponse **C** : $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

3. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, de dérivée f'. On donne ci-dessous son tableau de variations.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	e	↘	$\sqrt{2}$	↗	$+\infty$

   a. L'équation $f(x) = 1$ admet dans $\mathbb{R}$:

   Réponse **A** :trois solutions Réponse **B** : deux solutions Réponse **C** : une solution

   b. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 peut avoir pour équation :

   Réponse **A** : $y = -3x + 2$ Réponse **B** : $y = 3x + 2$ Réponse **C** : $y = -4$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Dans un pays européen, le montant des recettes touristiques, exprimé en millions d'euros, est donné dans le tableau ci-dessous :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Montant des recettes touristiques y_i en millions d'euros	24 495	26 500	29 401	33 299	33 675	34 190

1. On utilise un ajustement affine. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Les coefficients, obtenus à l'aide de la calculatrice, seront arrondis au centième.
2. En supposant que cet ajustement est valable jusqu'en 2007, calculer le montant que l'on peut prévoir pour les recettes touristiques de l'année 2007, arrondi au million d'euros.

Partie B

On considère la fonction f définie pour tout nombre entier n par

$$f(n) = \mathrm{e}^{10,13+0,07n}.$$

On utilise cette fonction pour modéliser l'évolution des recettes touristiques de ce pays européen. Ainsi $f(n)$ représente le montant des recettes touristiques (exprimé en millions d'euros) de ce pays européen pour l'année $2000+n$.

1. Selon ce modèle, calculer le montant des recettes touristiques que l'on peut prévoir pour l'année 2007. Arrondir le résultat au million d'euros.
2. **a.** Déterminer le nombre entier n à partir duquel $f(n) > 45\,000$.
   b. En déduire l'année à partir de laquelle, selon ce modèle, le montant des recettes touristiques dépasserait 45 000 millions d'euros.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

La production journalière d'une entreprise dépend de deux facteurs : le travail de la main d'œuvre et l'utilisation des machines. On désigne :

— par x la durée journalière de travail de la main d'œuvre, exprimée en heure ; x appartient à l'intervalle $]0\,;\,10]$

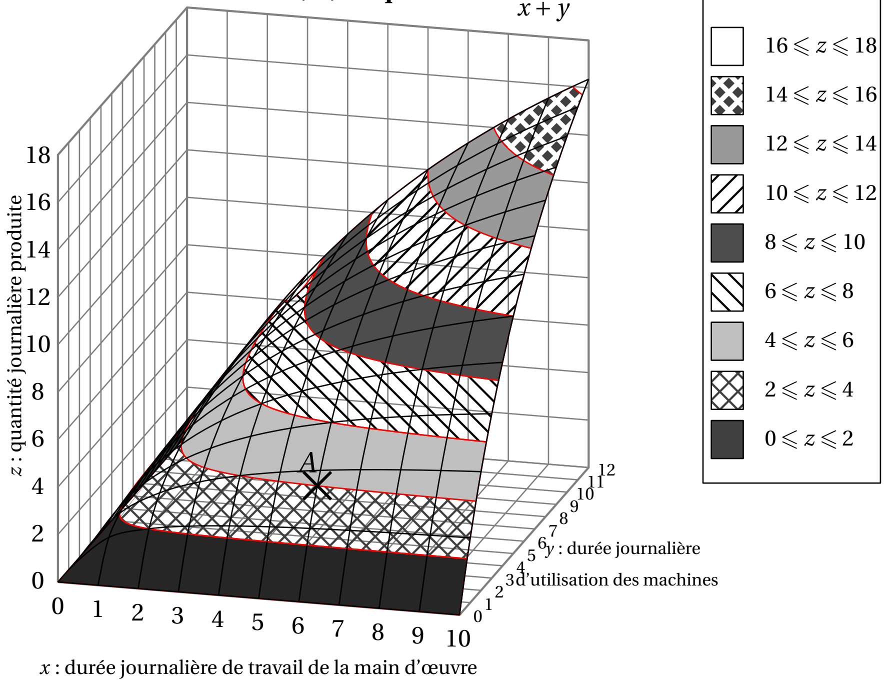
— par y la durée journalière d'utilisation des machines, exprimée en heures ; y appartient à l'intervalle $]0\,;\,12]$.

La quantité journalière produite (en tonnes) est donnée par la relation :

$$f(x\,;\,y) = \frac{3xy}{x+y} \text{ avec } 0 < x \leqslant 10 \text{ et } 0 < y \leqslant 12.$$

La figure ci-dessous représente la surface $(\mathscr{S})$ d'équation : $z = f(x\,;\,y)$ pour $0 < x \leqslant 10$ et $0 < y \leqslant 12$.

surface ($\mathscr{S}$) d'équation $z = \dfrac{3xy}{x+y}$



Partie 1 : Le point A représenté par une croix est un point de la surface ($\mathscr{S}$).

1. Déterminer graphiquement l'abscisse et la cote du point A. Calculer son ordonnée (arrondie au dixième).
2. Interpréter les résultats obtenus en référence à la production journalière de l'entreprise.

Partie 2 : Pour chaque heure, le coût total du travail s'élève à 4 milliers d'euros, et le coût d'utilisation des machines s'élève à 1 millier d'euros.
L'entreprise décide de dépenser 36 milliers d'euros par jour et cherche à maximiser sa production journalière sous cette contrainte. On a alors $4x + y = 36$.
La quantité journalière produite (en tonnes) sous cette contrainte de coût peut donc être modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~10]$ par $g(x) = \dfrac{4x^2 - 36x}{x - 12}$.

1. On note g' la fonction dérivée de g sur l'intervalle $]0~;~10]$.
   a. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0~;~10]$, calculer $g'(x)$ et montrer que $g'(x) = \dfrac{4(x-6)(x-18)}{(x-12)^2}$.
   b. Étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0~;~10]$.
2. **a.** En déduire la durée journalière de travail et la durée journalière d'utilisation des machines permettant d'obtenir une production journalière maximale pour un coût total de 36 milliers d'euros.
   b. Préciser la quantité journalière maximale produite en tonnes.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Amateur de sudoku (jeu consistant à compléter une grille de nombres), Pierre s'entraîne sur un site internet.
40 % des grilles de sudoku qui y sont proposées sont de niveau facile, 30 % sont de niveau moyen et 30 % de niveau difficile.

Pierre sait qu'il réussit les grilles de sudoku de niveau facile dans 95 % des cas, les grilles de sudoku de niveau moyen dans 60 % des cas et les grilles de sudoku de niveau difficile dans 40 % des cas.
Une grille de sudoku lui est proposée de façon aléatoire.
On considère les évènements suivants :

F : « la grille est de niveau facile »

M : « la grille est de niveau moyen »

D : « la grille est de niveau difficile »

R : « Pierre réussit la grille » et $\overline{R}$ son évènement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité que la grille proposée soit difficile et que Pierre la réussisse.
   b. Calculer la probabilité que la grille proposée soit facile et que Pierre ne la réussisse pas.
   c. Montrer que la probabilité que Pierre réussisse la grille proposée est égale à $0,68$.
3. Sachant que Pierre n'a pas réussi la grille proposée, quelle est la probabilité que ce soit une grille de niveau moyen ?
4. Pierre a réussi la grille proposée. Sa petite sœur affirme : « Je pense que ta grille était facile ».
   Dans quelle mesure a-t-elle raison ? Justifier la réponse à l'aide d'un calcul.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Un laboratoire pharmaceutique produit et commercialise un médicament en poudre. Sa production hebdomadaire, exprimée en kilogrammes, est limitée à 10 kilogrammes.

Partie I : étude des coûts hebdomadaires de production

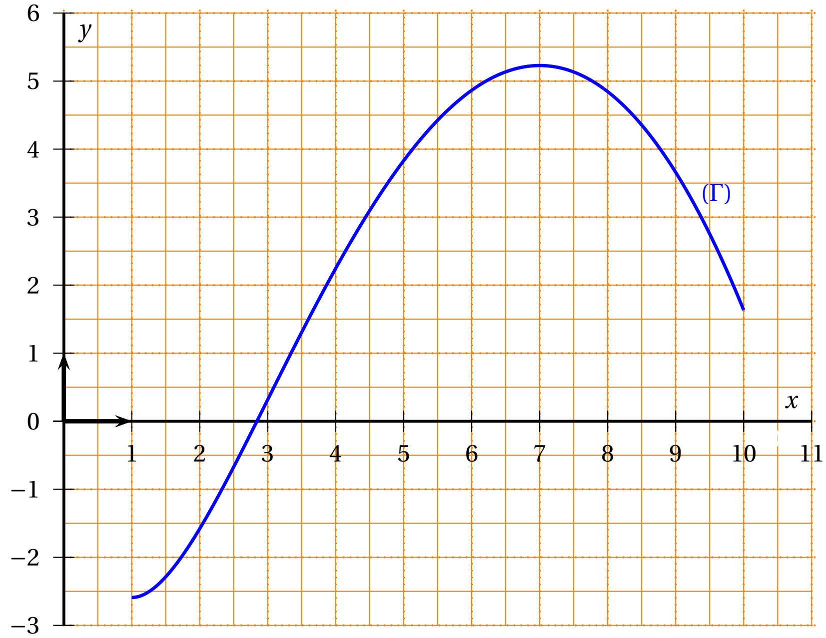
1. Le coût marginal de production est fonction de la quantité x de médicament produit. Une étude a montré que, pour cette entreprise, l'évolution du coût marginal de production est modélisée par la fonction C_m définie pour les nombres réels x de l'intervalle $[0\,;\,10]$ par :
   $$C_m(x) = x + \frac{16}{x+1}.$$
   ($C_m(x)$ est exprimé en centaines d'euros, x en kilogrammes). Étudier les variations de la fonction C_m, puis dresser le tableau de variations de la fonction C_m sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
2. En économie, le coût marginal de production correspond à la dérivée du coût total de production. Ainsi le coût total de production hebdomadaire est modélisé par une primitive de la fonction C_m.
   Déterminer la fonction C, primitive de la fonction C_m sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ qui modélise ce coût total, pour une production de médicaments comprise entre 0 et 10 kilogrammes, sachant que $C(0) = 0$.

Partie II : étude du bénéfice hebdomadaire.

On admet que le laboratoire produit une quantité hebdomadaire d'au moins 1 kg et que tout ce qui est produit est vendu. Le bénéfice hebdomadaire (exprimé en centaines d'euros) dépend de la masse x (exprimée en kilogrammes) de médicament produit. Il peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ par :

$$B(x) = 9x - 0,5x^2 - 16\ln(x+1).$$

La représentation graphique de la fonction B dans le plan muni d'un repère orthogonal est la courbe (Γ) donnée ci-dessous.



1. **a.** On admet que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle $[1\,;\,7]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[7\,;\,10]$.

   En déduire la quantité de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour que son bénéfice hebdomadaire (en centaines d'euros) soit maximal.

   b. Calculer ce bénéfice hebdomadaire maximal en centaines d'euros (arrondir à l'euro).

2. **a.** Utiliser la courbe (Γ) pour déterminer un encadrement d'amplitude 0,5 de la plus petite quantité x_0 de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour ne pas perdre d'argent.

   b. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur décimale de x_0 approchée au centième.

∽ Baccalauréat ES La Réunion juin 2007 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-5~;~2]$ et $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative relativement à un repère orthogonal.

Partie A

Un logiciel fournit le graphique qui figure en annexe page 6.
En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes. Expliquer les procédés utilisés et, lorsque c'est nécessaire, compléter le graphique.

1. Donner une estimation de $f'(0)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.
2. a. Donner un encadrement d'amplitude 1 de $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   b. Donner une valeur approchée à 0,5 près de la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

Partie B

Dans cette partie on sait que la fonction f est définie par :

$$\text{Pour tout élément } x \text{ de } [-5~;~2],\ f(x) = (2-x)\mathrm{e}^x$$

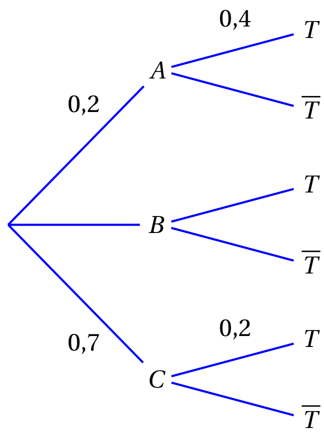
1. a. On nomme f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$ pour x élément de $[-5~;~2]$.
   b. Justifier l'affirmation : « Sur l'intervalle $[-5~;~2]$, la fonction f admet un maximum pour $x = 1$ et ce maximum est égal à e. »
2. Donner une équation de la droite (T) tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ en son point d'abscisse 0.
3. Soit g la fonction définie par : pour x élément de $[-5~;~2]$, $g(x) = (3-x)\mathrm{e}^x$.
   a. Calculer $g'(x)$ où g' est la fonction dérivée de la fonction g.
   b. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ (en donner la valeur exacte).

EXERCICE 2 **5 points**

Les deux parties sont totalement indépendantes.

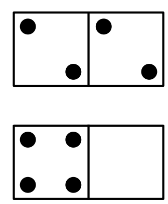
Partie A

Soient A, B, C et T quatre évènements associés à une épreuve aléatoire. On note $\overline{T}$ l'évènement contraire de l'évènement T.
On donne l'arbre de probabilités suivant.



1. Donner la probabilité $p_A(T)$ de l'évènement « T sachant que A est réalisé ».
2. Calculer :
   a. la probabilité $p(B)$ de l'évènement B ;
   b. la probabilité $p_A\left(\overline{T}\right)$ de l'évènement « non T sachant que A est réalisé » ;
   c. la probabilité $p(A \cap T)$ de l'évènement « A et T ».
3. On sait que la probabilité $p(T)$ de l'évènement T est : $p(T) = 0,3$.
   a. Calculer la probabilité $p_T(A)$.
   b. Calculer la probabilité $p_B(T)$.

Partie B



Un domino est une petite plaque partagée en deux parties.
Sur chacune des parties figure une série de points.
Il peut y avoir de zéro à six points dans une série.
Un jeu de dominos comporte 28 dominos, tous différents.

Lors d'une fête, on propose le jeu suivant :

— le joueur tire au hasard un domino parmi les 28 dominos du jeu,

— il gagne, en euros, la somme des points figurant sur le domino tiré.

On suppose que tous les dominos du jeu ont la même probabilité d'être tirés.

1. Établir la loi de probabilité des gains possibles.
2. Le joueur doit miser 7 € avant de tirer un domino. En se fondant sur le calcul des probabilités, peut-ii espérer récupérer ses mises à l'issue d'un grand nombre de parties ?

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq questions suivantes numérotées de 1 à 5, une et une seule des trois propositions a, b, c est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la proposition exacte.
Aucune justification n'est attendue.

Pour chaque question, une réponse correcte rapporte 1 *point, une réponse incorrecte enlève* 0,25 *point, une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note pour cet exercice est ramenée à* 0.

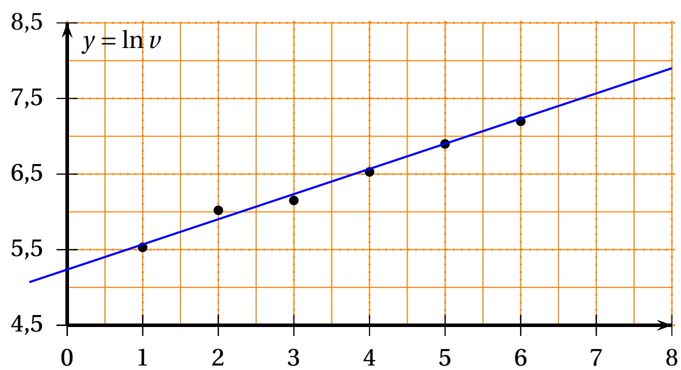
1. Le nombre d'habitants d'une ville était : 157 500 en 2002 et 139 860 en 2006.
   Le taux d'évolution du nombre d'habitants de cette ville de 2002 à 2006 est :

   a. : 11,2 %. **b.** : $-12,6$ %. **c.** : $-11,2$ %.

2. Effectuer une augmentation de 15 % suivie d'une baisse de 15 % revient à
   a. : ne procéder à aucune modification.
   b. : effectuer une augmentation de 2,25 %.
   c. : effectuer une diminution de 2,25 %.
3. On admet que le chiffre d'affaire d'une entreprise augmentera régulièrement de 3,2 % par an. Sur une période de 10 ans, il augmentera, à une unité près, de :

   a. : 32 % **b.** : 29 % **c.** : 37 %

4. La suite (u_n) est définie par : pour tout entier naturel n, $u_n = \text{e}^{-n\ln 2}$.
   a. : (u_n) est une suite géométrique de raison $-\ln 2$.
   b. : (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.
   c. : (u_n) n'est pas une suite géométrique.
5. On a représenté un nuage de points $M_i\,(x_i\ ;\ \ln v_i)$ et effectué un ajustement affine :



   Selon cet ajustement, lorsque x prendra la valeur 7, y vaudra environ :

   a. : 1,8 **b.** : 6,1 **c.** : 445

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq questions suivantes numérotées de 1 à 5, une et une seule des trois propositions a, b, c est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la proposition exacte. Aucune justification n'est attendue.
Pour chaque question, une réponse correcte rapporte 1 *point, une réponse incorrecte enlève* 0,25 *point, une absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note pour cet exercice est ramenée à* 0.

1. La suite (u_n) est définie par : pour tout entier naturel n, $u_n = 1 - \dfrac{6}{n - 10,5}$.

a. : La suite (u_n) est croissante.

b. : La suite (u_n) est décroissante.

c. : La suite (u_n) n'est pas monotone.

2. La suite (u_n) est définie par : $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -0,1u_n$.

a. : La suite (u_n) est arithmétique.

b. : La suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

c. : La suite (u_n) est géométrique.

3. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :

— le plan (P) d'équation $x + y + z - 2 = 0$,

— la droite (D) d'équations cartésiennes $y = 1$ et $z = 1 - x$.

a. : La droite (D) est sécante au plan (P).

b. : La droite (D) est incluse dans le plan (P).

c. : La droite (D) est strictement parallèle au plan (P).

4. La matrice d'un graphe non orienté G, de sommets A, B, C, D, E est :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a. : Le graphe G comporte 12 arêtes.

b. : Le graphe G admet une chaîne eulérienne.

c. : Le graphe G est complet.

5. Les ventes d'un nouveau roman ont régulièrement progressé de 2 % chaque semaine depuis sa parution. Au cours de la première semaine il s'en était vendu dix mille exemplaires.
Le nombre d'exemplaires vendus au cours des 45 semaines écoulées depuis sa parution est :

a. : 23 900 **b.** : 718 927 **c.** : 743 306

EXERCICE 4 — 5 points

Partie A

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[1 ; 50]$ par :

$$f(x) = x^2 + 72\ln(10x + 1) \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{f(x)}{x}.$$

1. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[1 ; 50]$.

2. La fonction h est définie sur l'intervalle $[1 ; 50]$ par :

$$h(x) = x^2 + \frac{720x}{10x + 1} - 72\ln(10x + 1).$$

a. On admet que la dérivée de la fonction h est la fonction h' définie par : pour tout x élément de l'intervalle $[1\,;50]$, $h'(x) = \dfrac{2x(10x-59)(10x+61)}{(10x+1)^2}$.
Résoudre l'équation $h'(x) = 0$ sur l'intervalle $[1\,;50]$.
Étudier le signe de $h'(x)$ sur l'intervalle $[1\,;50]$.

b. Dresser le tableau des variations de la fonction h.

c. On admet que, dans l'intervalle $[1\,;50]$, l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α.
À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à 10^{-2} près de α.

d. Expliquer pourquoi :

— pour tout x élément de l'intervalle $[1\,;\,\alpha]$, $h(x) \leqslant 0$,

— pour tout x élément de l'intervalle $[\alpha\,;\,50]$, $h(x) \geqslant 0$.

3. **a.** Démontrer que pour tout x élément de l'intervalle $[1\,;50]$, $g'(x) = \dfrac{h(x)}{x^2}$.

b. Démontrer que la fonction g admet un minimum pour $x = \alpha$.

c. En utilisant le fait que $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$, exprimer $g'(x)$ en fonction de $f'(x)$ puis déduire de la question précédente que $g(\alpha) = f'(\alpha)$.

Partie B : application

Une entreprise a conduit une étude statistique sur les coûts de production de l'un de ses produits. Pour une production comprise entre 1 tonne et 50 tonnes et des coûts exprimés en milliers d'euros, cette étude conduit à adopter le modèle mathématique suivant :

— le coût total de production C_T est donné par $C_T = f(x)$, où x est la quantité produite exprimée en tonnes,

— pour une production de x tonnes, le coût moyen C_M de production d'une tonne est donné par $C_M = g(x)$ et le coût marginal C de production est donné par $C = f'(x)$.

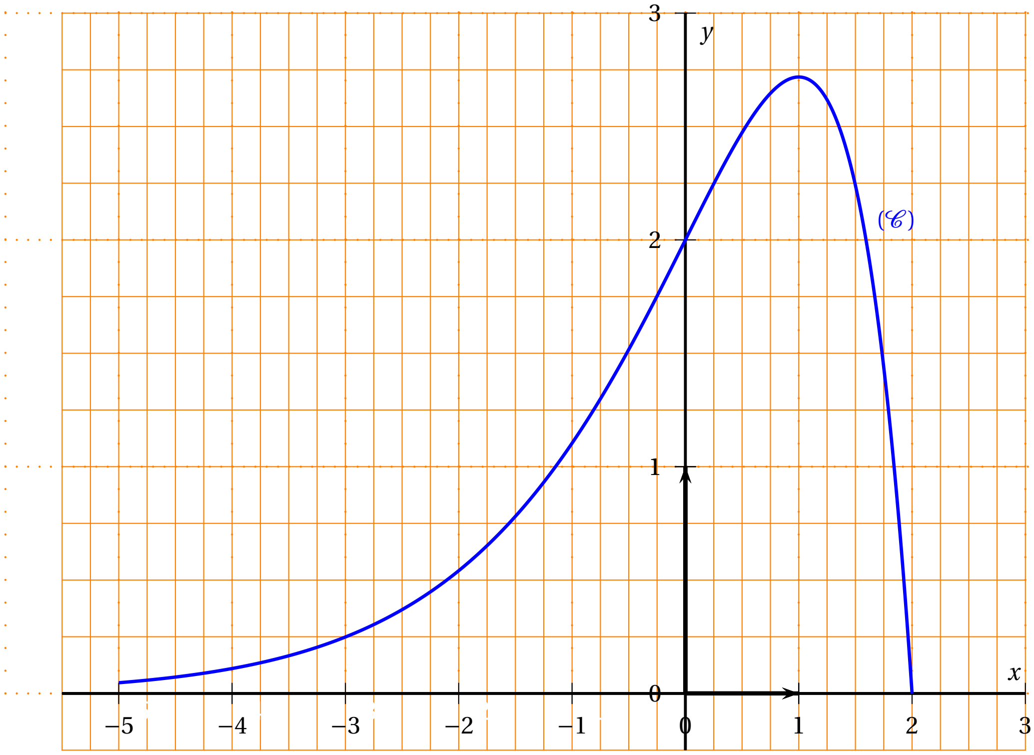
(*Des graphiques obtenus à l'aide d'un logiciel sont fournis en annexe* 2. *Ils peuvent être complétés et rendus avec la copie.*)

1. Expliquer pourquoi, quelle que soit la quantité produite, l'entreprise ne peut espérer faire un bénéfice si elle vend sa production moins de 38 000 € la tonne.

2. Quelle que soit sa production, l'entreprise pense pouvoir la vendre en totalité au prix de 45 000 euros la tonne. Donner une estimation des productions qui pourront permettre de réaliser un bénéfice.

Annexe 1

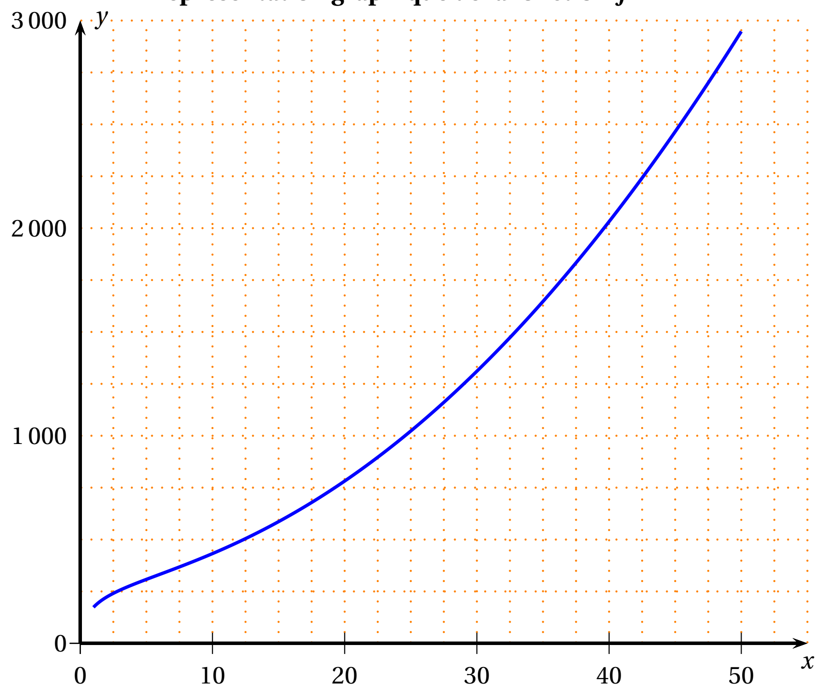
à utiliser pour l'exercice 1 et à rendre avec la copie



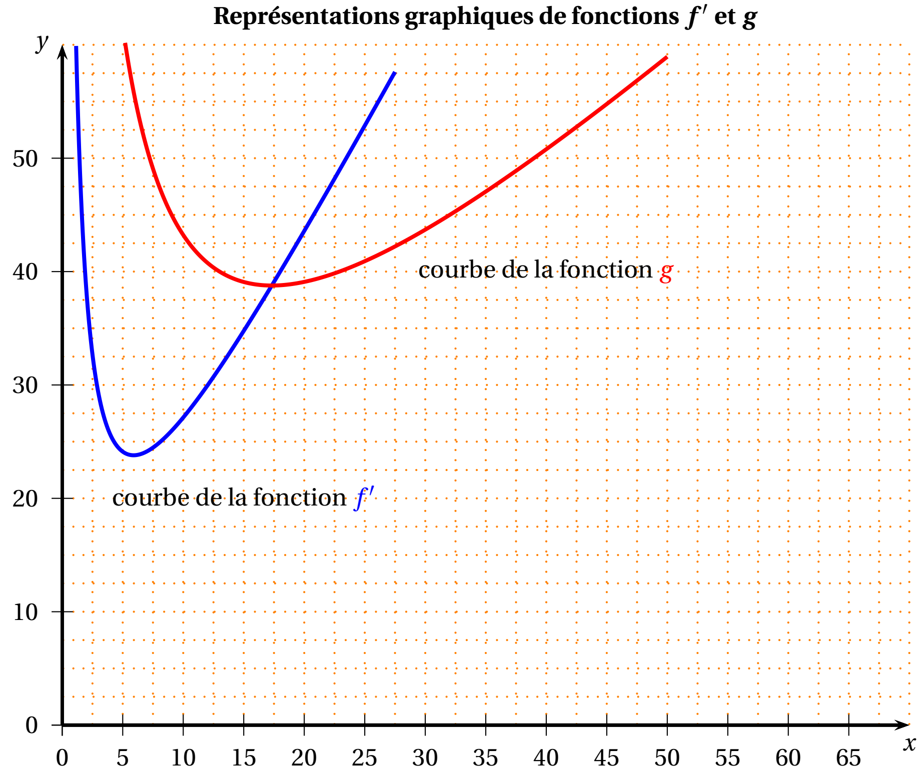
Annexe 2

à utiliser pour l'exercice 4, partie B et à rendre avec la copie

Représentation graphique de la fonction f



Représentations graphiques de fonctions f' et g



Baccalauréat ES Polynésie juin 2007

EXERCICE 1 **3 points**

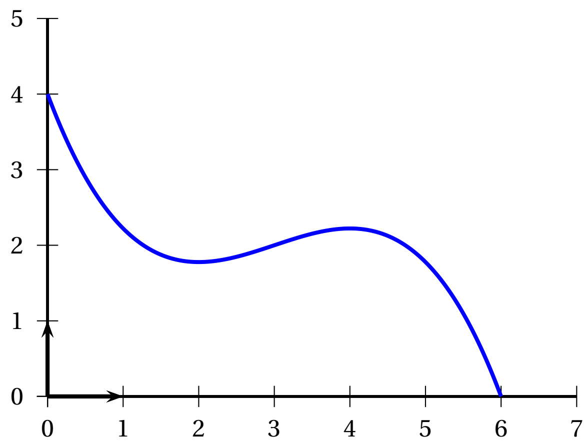
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des trois questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse que vous jugez convenir, sans justifier votre choix.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte ou une question sans réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.*

1. Voici la courbe représentative d'une fonction f sur l'intervalle $[0\,;6[$.



Sur l'intervalle $[0\,;6[$, la fonction composée $x \longmapsto \ln[f(x)]$:

- est strictement croissante.
- a les mêmes variations que f.
- a les variations contraires de celles de f.

2. Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = 4x - 2\ln x$.

Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

- $y = 2x + 2$.
- $y = 4x - 2$.
- $y = 2x + 6$.

3. L'ensemble des solutions de l'équation $2\ln x = \ln(2x+3)$ est :

- l'ensemble vide.
- $\{-1\,;\,3\}$.
- $\{3\}$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans un village de vacances, trois stages sont proposés aux adultes et aux enfants. Ils ont lieu dans la même plage horaire ; leurs thèmes sont : la magie, le théâtre et la photo numérique.

150 personnes dont 90 adultes se sont inscrites à l'un de ces stages. Parmi les 150 personnes inscrites, on relève que :

- la magie a été choisie par la moitié des enfants et 20 % des adultes
- 27 adultes ont opté pour la photo numérique ainsi que 10 % des enfants.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Magie	Théâtre	Photo numérique	Total
Adultes				
Enfants				
Total				150

On appelle au hasard une personne qui s'est inscrite à un stage. On pourra utiliser les notations suivantes :

- A l'évènement « la personne appelée est un adulte » ;
- M l'évènement « la personne appelée a choisi la magie » ;
- T l'évènement « la personne appelée a choisi le théâtre » ;
- N l'évènement « la personne appelée a choisi la photo numérique ».

2. **a.** Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un enfant ?

b. Quelle est la probabilité que la personne appelée ait choisi la photo sachant que c'est un adulte ?

c. Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un adulte ayant choisi le théâtre

3. Montrer que la probabilité que la personne appelée ait choisi la magie est $0,32$.

4. Le directeur du village désigne une personne ayant choisi la magie. Il dit qu'il y a deux chances sur trois pour que ce soit un enfant. A-t-il raison ? Justifier votre réponse.

5. On choisit, parmi les personnes qui désirent suivre un stage, trois personnes au hasard. On assimile ce choix à un tirage avec remise.

Quelle est la probabilité qu'une seule personne ait choisi la magie (*on donnera une valeur arrondie au centième*) ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise fabrique des savons et des bougies parfumées en quantités respectives x et y exprimées en tonnes.
Le coût total de production z, exprimé en milliers d'euros, est donné par la relation

$$z = 2x^2 - 8x + y^2 - 6y + 18 \text{ avec } x \in [0 ; 6] \text{ et } y \in [0 ; 8].$$

1. La surface $\mathcal{S}$ représentant le coût en fonction de x et y dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ est donnée sur la feuille annexe 1, figure 1.

L'annexe* 1 *sera rendue complétée avec la copie.

a. Le point A(3 ; 2 ; 3) appartient-il à la surface $\mathcal{S}$? Justifier.

b. Placer sur la figure 1 le point B d'abscisse 5 et d'ordonnée 2 qui appartient à $\mathcal{S}$.

c. Soit $y = 2$. Exprimer alors z sous la forme $z = f(x)$ puis donner la nature de la section de la surface $\mathcal{S}$ par le plan d'équation $y = 2$ en justifiant.

2. La fabrication de x tonnes de savons et de y tonnes des bougies parfumées engendre la contrainte $x+y=5$.

a. Quelle est la nature de l'ensemble des points de l'espace dont les coordonnées vérifient $x+y=5$?

b. Vérifier que, sous la contrainte $x+y=5$, z peut s'écrire sous la forme $z=g(x)$ avec $g(x)=3x^2-12x+13$.

c. Déterminer la valeur de x pour laquelle g admet un minimum puis la valeur de y et le coût de production z qui correspondent. On note C le point de la surface $\mathcal{S}$ qui correspond à ce coût minimum.

d. On donne, sur la feuille annexe 1, figure 2, la projection orthogonale de la surface $\mathcal{S}$ sur le plan $(x\text{O}y)$ (« vue de dessus de la surface $\mathcal{S}$ »).
Construire sur cette figure 2 la projection orthogonale sur le plan $(x\text{O}y)$ des points dont les coordonnées vérifient $x+y=5$.
Placer sur cette figure 2 le point C_1, projeté orthogonal du point C sur le plan $(x\text{O}y)$.

ANNEXE 1 : Exercice 2 (spécialité)

À rendre avec la copie

Figure 1

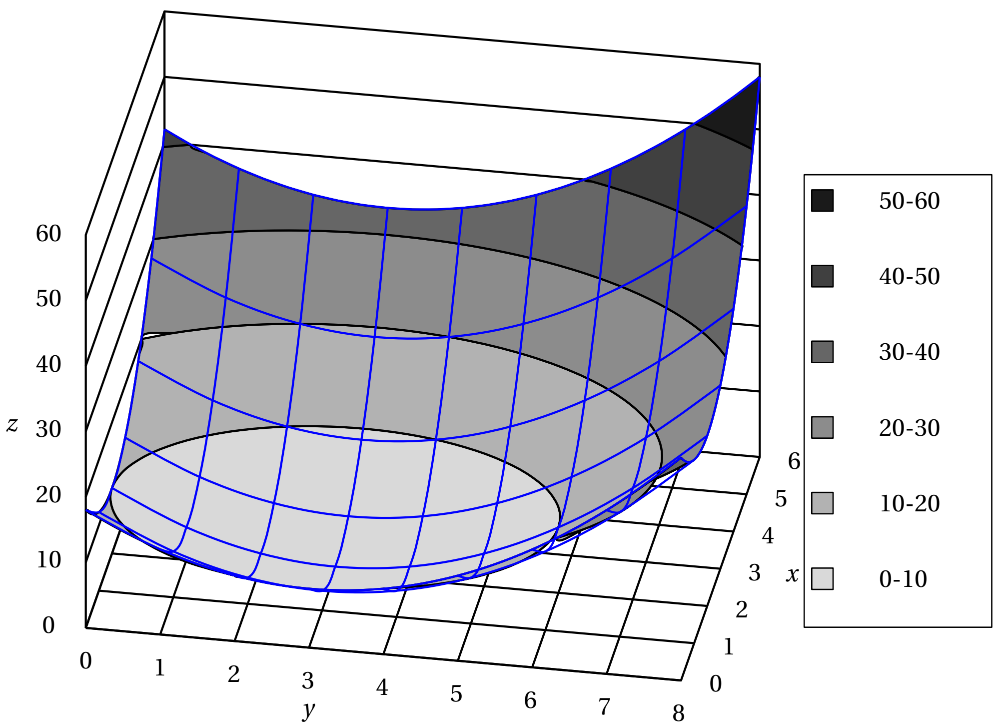
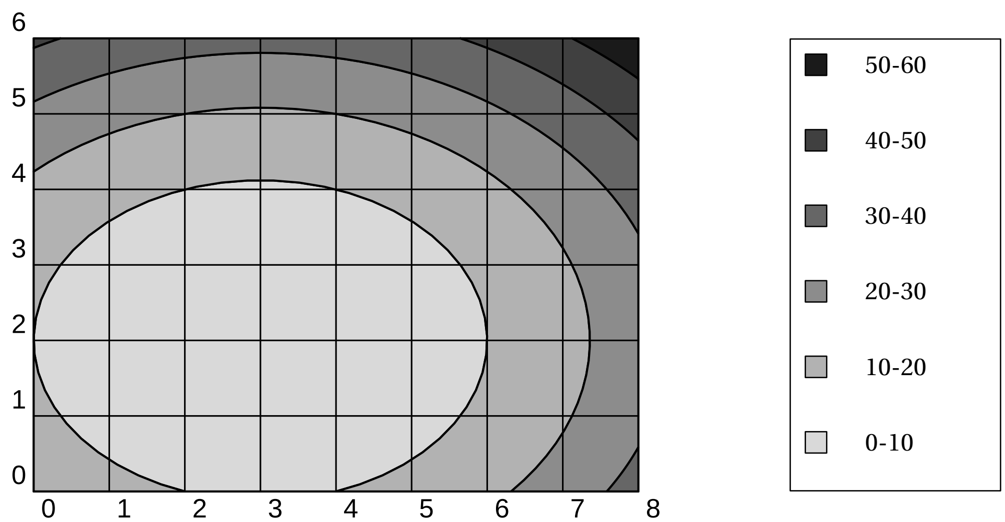


Figure 2



EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du montant des ventes d'appareils photos numériques en France, en milliers d'euros, entre 1999 et 2004.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Montant des ventes y_i	179	332	584	1 092	2 675	4 164

1. Calculer l'augmentation, en pourcentage, du montant des ventes entre 1999 et 2000 puis entre 2000 et 2001. On exprimera ces pourcentages par un nombre entier en effectuant un arrondi. Peut-on additionner ces augmentations successives pour obtenir le pourcentage d'augmentation entre 1999 et 2001 ? Justifier.

2. La rapidité de la croissance suggère un ajustement de type exponentiel. On pose : $z_i = \ln\left(y_i\right)$.

a. Présenter la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$ dans un tableau en arrondissant les valeurs de z_i au centième.

b. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés, les coefficients seront arrondis au centième.

c. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du montant des ventes pour l'année 2008, arrondie au millier d'euros.

3. Du fait de l'apparition des téléphones mobiles avec appareil photo intégré, on a observé un ralentissement dans la progression des ventes, avec un montant de 5 027 milliers d'euros en 2005 puis une diminution de 10 % en 2006.

a. Calculer le montant des ventes, arrondi au millier d'euros, pour 2006.

b. En supposant qu'après 2006 le montant des ventes continuera de baisser de 10 % par an, quelle prévision peut-on faire pour 2008 ? (On arrondira le montant au millier d 'euros)

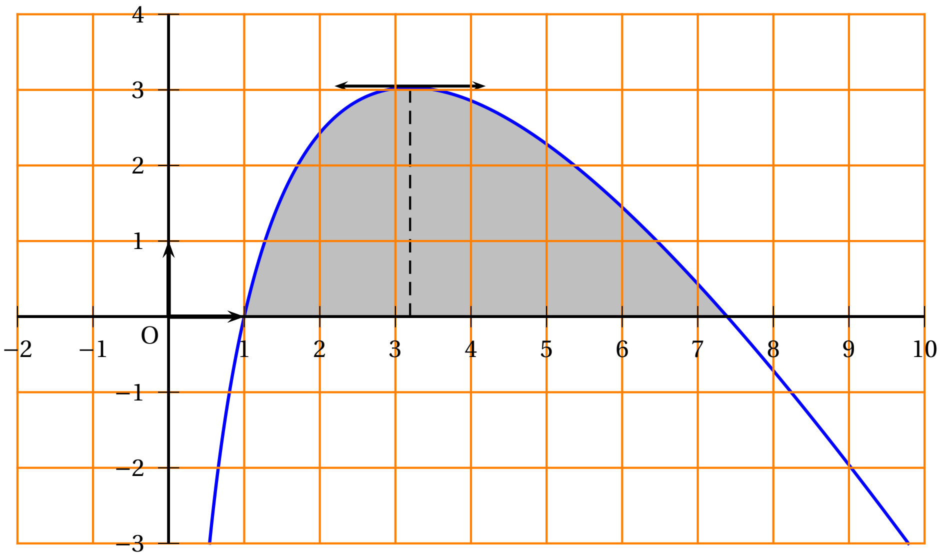
EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

Dans une entreprise, on a modélisé le bénéfice réalisé, en milliers d'euros, pour la vente de x centaines d'appareils par la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = -2x + \left(\mathrm{e}^2 - 1\right)\ln x + 2.$$

La courbe de la fonction f est donnée sur la figure ci-dessous :

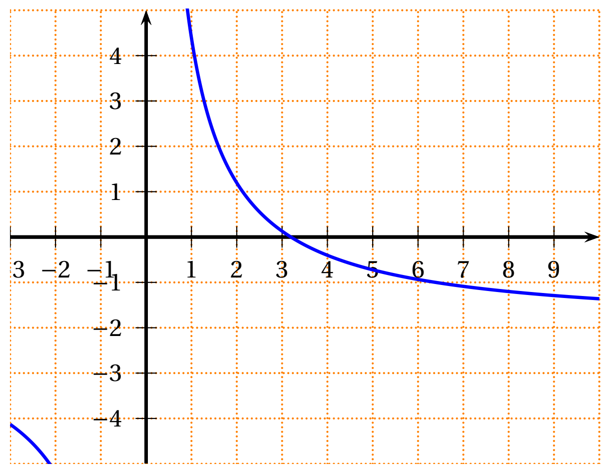


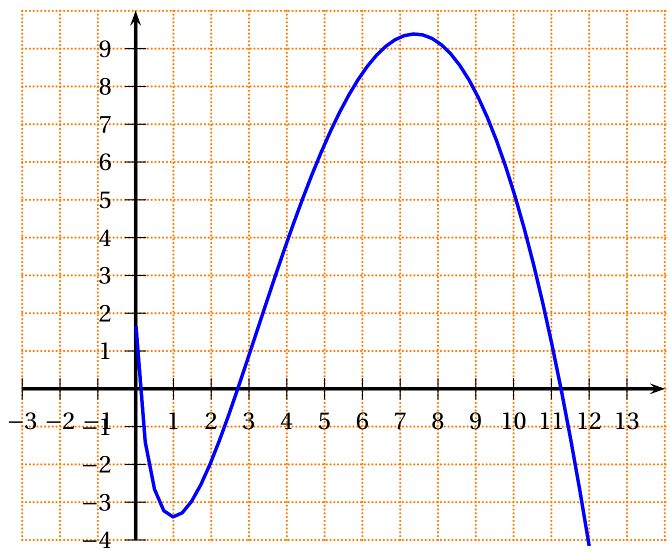
1. Vérifier par le calcul que $f(1) = 0$ et $f\left(\mathrm{e}^2\right) = 0$.
2. À l'aide du graphique, déterminer approximativement :
   a. le nombre d'appareils que l'entreprise doit fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal et le montant de ce bénéfice ;
   b. les valeurs de x pour lesquelles le bénéfice réalisé est positif ou nul,
3. **a.** Déterminer la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f.
   c. En déduire le nombre d'appareils vendus par cette entreprise quand elle réalise le bénéfice maximal (le résultat sera arrondi à l'unité).
4. Parmi les courbes données en annexe, une seule correspond à celle d'une primitive de f. Déterminer la courbe qui convient, en expliquant votre choix (on pourra s'appuyer sur le signe de $f(x)$).
5. En utilisant le résultat de la question précédente, en déduire, par une lecture graphique, une valeur approchée (en unité d'aire) de l'aire du domaine hachuré dans la figure ci-dessus.
6. **a.** Démontrer que la fonction F définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$F(x) = -x^2 + \left(3 - \mathrm{e}^2\right)x + \left(\mathrm{e}^2 - 1\right)x \ln x \text{ est une primitive de } f.$$

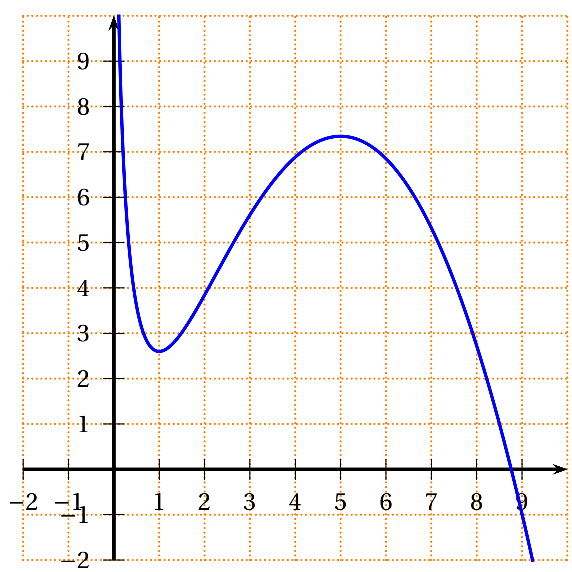
   b. Déterminer la valeur moyenne du bénéfice de l'entreprise sur l'intervalle où ce bénéfice est positif ou nul.

ANNEXE : exercice 4





Courbe de F_2



Courbe de F_3

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2007

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations suivantes, recopier la proposition qui vous semble exacte sur votre copie. Aucune justification n'est demandée.
Barème : *Une réponse exacte rapporte* 1 *point. Une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.*

1. La fonction $F : x \longmapsto \ln(2x+4)$ est une primitive sur $[0~;~+\infty[$ de la fonction f définie par :

- $f(x) = \dfrac{1}{x+4}$
- $f(x) = \dfrac{1}{2x+4}$
- $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$

2. L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 3x\text{e}^{x^2}\,\text{d}x$ est égale à :

- $6(\text{e}-1)$
- $\dfrac{3}{2}(\text{e}-1)$
- $\dfrac{3}{2}\text{e}$

3. Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{1}{x} - \ln x + 1$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.
La tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 passe par le point de coordonnées :

- $(2~;~0)$
- $(1~;~-1)$
- $\left(2~;~\dfrac{3}{2}-\ln 2\right)$

4. Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par : $f(x) = 2x + \ln\left(\dfrac{x+1}{2x}\right)$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.
La courbe $\mathcal{C}$ admet pour asymptote la droite d'équation :

- $y = 0$
- $y = 2x - \ln 2$
- $y = 2x$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On donne ci-dessous la proportion, en pourcentage, du nombre d'enfants nés hors mariage en France métropolitaine.

Année a_i	1980	1985	1990	1995	2000	2003
Proportion y_i	11,4	19,6	30,1	37,6	42,6	45,2

On souhaite effectuer un ajustement de cette série statistique de la proportion en fonction de l'année.

1. a. Construire le nuage de points de coordonnées $(a_i,~y_i)$ dans le plan muni du repère orthogonal suivant

— sur l'axe des abscisses, on placera 1980 à l'origine et on prendra comme unité 0,5 cm,

— sur l'axe des ordonnées, on placera 10 à l'origine et on prendra comme unité 0,5 cm.

b. Un ajustement affine semble-t-il adapté ?

2. On note a l'année et y la proportion, on pose $x = a - 1950$ et $t = \ln x$.

a. Compléter sur la feuille annexe le tableau suivant :

Année a_i	1980	1985	1990	1995	2000	2003
$x_i = a_i - 1950$	30					
$t_i = \ln x_i$	3,401					
y_i	11,4					

On donnera pour t des valeurs arrondies au millième.

b. Exprimer y en fonction de t par une régression linéaire en utilisant la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au dixième.

c. En déduire la relation : $y = 61,3 \ln x - 197$.

d. Quel pourcentage du nombre d'enfants nés hors mariage (arrondi à 1 %), peut-on prévoir en 2010 en utilisant cet ajustement?

e. À partir de quelle année peut-on prévoir que la proportion du nombre d'enfants nés hors mariage sera-t-elle supérieure à 60 %?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise désire construire dans son hall d'entrée un aquarium ayant la forme d'un pavé droit de hauteur 5 dm (décimètres).
Ses deux autres dimensions, exprimées en dm, sont des entiers naturels x et y tels que

$$x \in]0\,;\,20[\quad \text{et} \quad y \in]0\,;\,20[.$$

La structure de cette construction est un bâti métallique correspondant aux 12 arêtes du pavé droit et nécessitant des réglettes d'aluminium dont le prix de revient est de 0,8 euro le dm.
Les quatre parois verticales et le fond de cet aquarium sont construits en verre.

PARTIE A :

On décide d'investir exactement 80 euros pour la construction du bâti métallique.

1. Montrer que, pour cet investissement, les dimensions x et y sont liées par la contrainte $x + y = 20$.

2. **a.** Déterminer en fonction de x et y le volume V, exprimé en dm^3, de cet aquarium.

b. En déduire le volume V en fonction de x sous la contrainte précédente.

3. On définit la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,20[$ par $f(x) = V$.

a. Montrer que la fonction f admet un maximum sur $]0\,;\,20[$.

b. En déduire les dimensions de l'aquarium peur que son volume soit maximal ainsi que la valeur de ce volume maximal.

PARTIE B :

Soit g la fonction définie pour tout $x \in]0\,;\,20[$ et tout $y \in]0\,;\,20[$ par :

$$g(x\,;\,y) = xy + 10(x + y).$$

On donne en annexe la représentation graphique de la surface d'équation $z = g(x,\ y)$ dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

1. Quelle est la nature de la section de cette surface par le plan d'équation $x = 12$, parallèle au plan $\left(\text{O}\,;\,\vec{\jmath}, \vec{k}\right)$? Justifier la réponse.

2. Montrer que $g(x\ ;\ y)$ représente en fonction des dimensions x et y l'aire S, exprimée en dm^2, de la surface vitrée de l'aquarium.

3. On suppose pour cette question que $x = 12$.

a. Calculer l'aire de la surface vitrée de l'aquarium dans le cas où la contrainte de la partie A est respectée.

b. Déterminer, à l'aide du graphique, les valeurs de y pour lesquelles l'aire est comprise entre 400 et 500 dm^2.

c. Vérifier le résultat précédent en utilisant le résultat de la question 1.

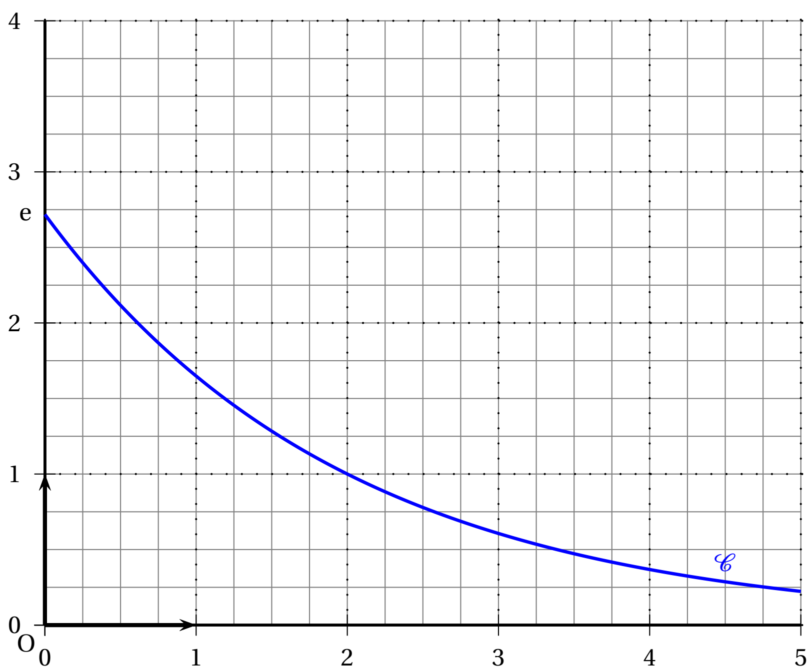
EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x+1}$$

dans un repère orthonormé du plan $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité 2 cm.



1. Démontrer que l'équation réduite de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est $y = -\dfrac{1}{2}x + 2$. Tracer T sur le graphique de la feuille annexe.

2. On définit la fonction g sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = f(x) + \frac{1}{2}x - 2.$$

a. Démontrer que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $[0 ; 2]$ et croissante sur l'intervalle $[2\ ;\ +\infty[$.

b. Calculer $g(2)$. En déduire le signe de g sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$. Interpréter graphiquement le résultat.

3. **a.** Hachurer sur le graphique de la feuille annexe le domaine $\mathcal{D}$ délimité par la courbe $\mathcal{C}$, la droite T, la droite d'équation $x = 2$ et l'axe des ordonnées.

b. Calculer l'aire du domaine $\mathcal{D}$ en cm^2. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-2}.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Sur son trajet quotidien qui le conduit de son domicile à son lieu de travail, un automobiliste rencontre deux feux tricolores. Si, lorsqu'il parvient à leur niveau, le signal est vert, il passe, si le signal est orange ou rouge, il s'arrête.
On note :

— A_1 l'évènement : « l'automobiliste s'arrête au premier feu ».

— A_2 l'évènement : « l'automobiliste s'arrête au deuxième feu ».

On note $\overline{A_1}$ et $\overline{A_2}$ les évènements contraires des évènements A_1 et A_2.

1. Lorsque l'automobiliste se présente au premier feu, la probabilité que le signal soit orange est $\dfrac{1}{6}$, la probabilité qu'il soit rouge est $\dfrac{1}{3}$.

a. Quelle est la probabilité que l'automobiliste s'arrête au premier feu ?

b. Quelle est la probabilité qu'il passe sans s'arrêter au premier feu ?

2. Si l'automobiliste s'est arrêté au premier feu, la probabilité qu'il s'arrête également au deuxième feu est $\dfrac{1}{2}$; s'il ne s'est pas arrêté au premier feu, la probabilité qu'il s'arrête au deuxième feu est $\dfrac{1}{3}$.

a. Illustrer cette situation par un arbre pondéré.

b. Démontrer que la probabilité que l'automobiliste ne s'arrête pas sur son trajet est $\dfrac{1}{3}$.

c. Calculer $P\left(A_1 \cap A_2\right)$ et $P\left(\overline{A_1} \cap A_2\right)$; en déduire $P\left(A_2\right)$.

d. L'automobiliste s'est arrêté au deuxième feu. Quelle est la probabilité qu'il se soit également arrêté au premier feu ?

3. Si l'automobiliste effectue le trajet sans s'arrêter, celui-ci dure neuf minutes, s'il s'arrête une fois, douze minutes, et s'il s'arrête deux fois, quinze minutes.

a. Déterminer la loi de probabilité de la durée du trajet.

b. Déterminer la durée moyenne du trajet.

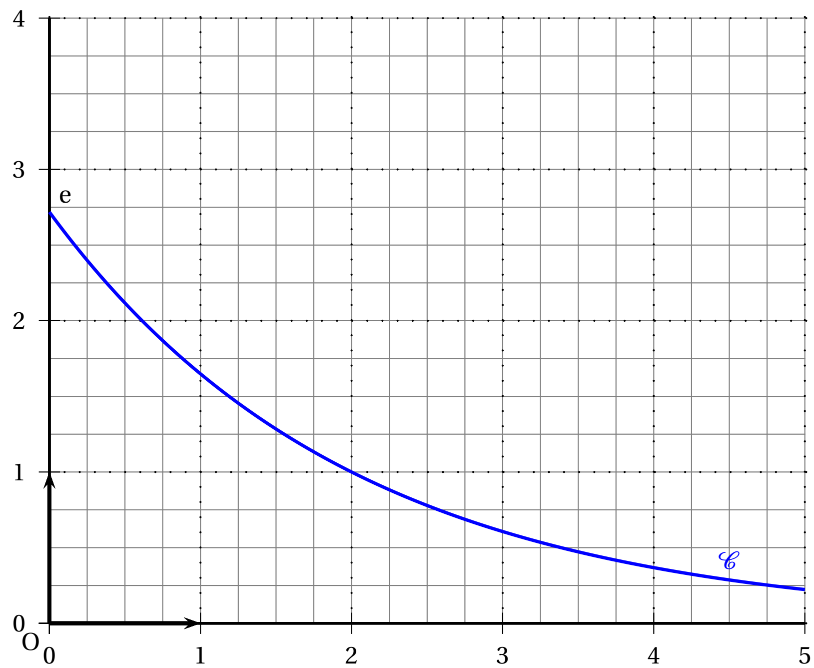
Annexes à rendre avec la copie

Enseignement obligatoire

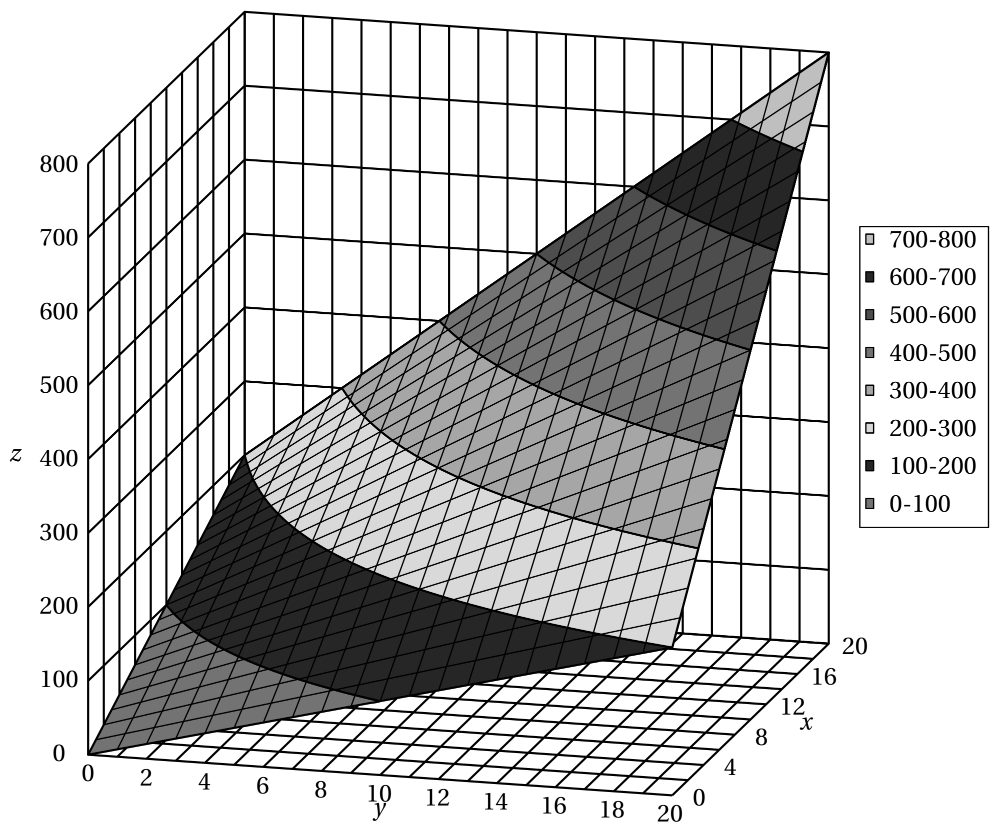
Exercice 2

Année a_i	1980	1985	1990	1995	2000	2003
$x_i = a_i - 1950$	30					
$t_i = \ln x_i$	3,401					
y_i	11,4					

Exercice 3



Spécialité ES Antilles Guyane Septembre 2007



Baccalauréat ES Métropole–La Réunion septembre 2007

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse fausse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.*

Une fonction f est définie et dérivable sur l'ensemble $]-6\,;\,-3[\cup]-3\,;\,+\infty[$. Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

x	-6		-4	$-3,5$	-3		2		$+\infty$
Variations de f	7	$\nearrow$	8	$\searrow$ 0 $\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5

1. On peut affirmer que :

   Réponse **A** : $\lim\limits_{x \to 5} f(x) = +\infty$. Réponse **B** : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 5$

   Réponse **C** : $\lim\limits_{x \to -6} f(x) = -\infty$. Réponse **D** : $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ x < -3}} f(x) = 0$.

2. La courbe représentative de f admet pour asymptotes les droites d'équation :

   Réponse **A** : $x = 5$ et $y = -3$ Réponse **B** : $x = -3$ et $y = 5$.

   Réponse **C** : $y = 8$ et $y = 3$ Réponse **D** : $x = -6$ et $y = 5$.

3. Dans l'ensemble $]-6\,;\,-3[\cup]-3\,;\,+\infty[$ l'équation $f(x) = 4$ admet

   Réponse **A** : 0 solution Réponse **B** : 1 solution

   Réponse **C** : 2 solutions Réponse **D** : 3 solutions

4. On considère le nombre réel $I = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$. On peut affirmer que :

   Réponse **A** : $0 \leqslant I \leqslant 3$ Réponse **B** : $6 \leqslant I \leqslant 10$

   Réponse **C** : $3 \leqslant I \leqslant 6$ Réponse **D** : $I \geqslant 10$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne, en milliers, le nombre de Pactes civils de solidarité (PACS) signés chaque année en France :

Années	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année, x_i	0	1	2	3	4
Nombres de PACS en milliers, y_i	22,1	19,4	25	31,1	39,6

Source INSEE.

1. Calculer, à 0,1 près, le pourcentage d'augmentation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité entre 2000 et 2004.

2. **On envisage un ajustement affine**
   a. À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$. Par la suite, on pose $f(x) = ax + b$.
   b. En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2007, donner une estimation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.
3. **On envisage un autre type d'ajustement**
   On modélise le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés durant l'année $2000 + x$ (x entier) à l'aide de la fonction g définie par

$$g(x) = 1,6x^2 - 1,8x + 21,4.$$

   a. En utilisant ce second modèle, calculer le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.
   b. On suppose que l'évolution se poursuit selon ce modèlejusqu'en 2015. Le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2010 sera-t-il supérieur à 100 000 ? Justifier.
4. **Comparaison des deux ajustements**
   Pour chacun des deux modèles, on calcule ci-dessous le tableau des carrés des écarts entre les valeurs réelles et les valeurs calculées à l'aide de chacun des deux ajustements.

x_i	0	1	2	3	4
$\left[(y_i - f(x_i)\right]^2$	16	11,36	5,95	1,02	7,95

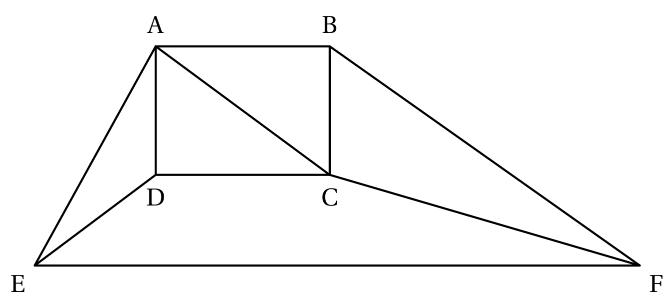
x_i	0	1	2	3	4
$\left[(y_i - g(x_i)\right]^2$	0,49				

   a. Recopier et compléter le deuxième tableau, les valeurs étant arrondies au centième.
   b. Lequel de ces deux ajustements semble le plus proche de la réalité ? Justifier.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie I

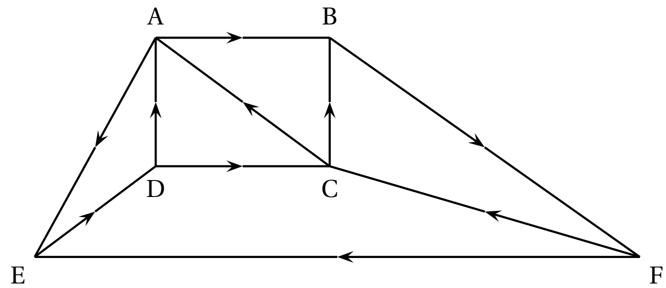
Le graphe suivant représente le plan d'une ville. Les arêtes du graphe représentent ses avenues commerçantes et les sommets du graphe les carrefours de ces avenues.



1. Donner l'ordre de ce graphe, puis le degré de chacun de ses sommets.
2. Un piéton peut-il parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue ? Justifier votre réponse.

Partie II

Dans le graphe suivant, on a indiqué le sens de circulation dans les différentes avenues.



1. Écrire la matrice M associée à ce graphe.
   (On rangera les sommets dans l'ordre alphabétique).
2. **a.** Quel est le nombre de trajets de longueur 2 reliant D à B ?
   b. Comment pourrait-on obtenir ce résultat uniquement par le calcul à partir de la matrice M ?

EXERCICE 3 **7 points**
Commun à tous les candidats

La courbe ($\mathscr{C}$) donnée en ANNEXE, est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie et dérivable sur R. On note f' sa fonction dérivée.
Les points A (3 ; e) et B (4 ; 2) appartiennent à cette courbe.
La tangente à la courbe en A est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente (T) à la courbe en B coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 6.

PARTIE I : lecture graphique

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, sans justifier.

1. Pour quelles valeurs du nombre réel x de l'intervalle [3 ; 10] a-t-on $f(x) \leqslant 2$?
2. Déterminer $f'(3)$ et $f'(4)$.

PARTIE II étude de la fonction

La fonction f représentée dans l'ANNEXE, est la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = (x-2)\mathrm{e}^{(-x+4)}$$

/smallskip

1. **a.** Calculer $f(0)$. Donner la valeur décimale arrondie à l'unité.
   b. On donne $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$. Donner une interprétation graphique de ce résultat.
2. **a.** Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = (3-x)\mathrm{e}^{(-x+4)}$.
   b. Sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. On admet que la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = (1-x)\mathrm{e}^{(-x+4)}$$

   est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

En déduire la valeur moyenne m de f sur l'intervalle $[2\,;\,10]$. On donnera la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au millième.

Rappel : Soit f une fonction et $[a\,;\,b]$ un intervalle sur lequel f est définie et dérivable.

La valeur moyenne m de f sur un l'intervalle $[a\,;\,b]$ est le nombre m tel que :

$$m = \frac{1}{b-a} \times \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

PARTIE III : étude d'un bénéfice

Une entreprise vend x centaines de litres de parfum par jour $1,8 \leqslant x \leqslant 4,5$.
Le bénéfice en milliers d'euros réalisé, par jour, par l'entreprise lorsqu'elle vend x centaines de litres est donné par $f(x)$ pour $x \in [1,8\,;\,4,5]$. On suppose donc que pour des raisons techniques et commerciales l'entreprise vend au moins 180 litres et au plus 450 litres.

1. Calculer le bénéfice en euros réalisé sur la vente de 400 litres (soit 4 centaines de litres).
2. Déterminer la quantité de litres à vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal.
   Quel est ce bénéfice maximal en euros ? (Donner la réponse arrondie à 1 €).
3. À partir de quelle quantité journalière l'entreprise ne vend-elle pas à perte ?

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

Jean s'amuse régulièrement sur un terrain de football avec le gardien de but. Chaque partie consiste à tirer successivement deux tirs au but.
Au vu des résultats obtenus au cours de l'année, on admet que :

— la probabilité que Jean réussisse le premier tir au but est égal à $0,8$;

— s'il réussit le premier, alors la probabilité de réussir le second est $0,7$;

— s'il manque le premier, alors la probabilité de réussir le second est $0,5$.

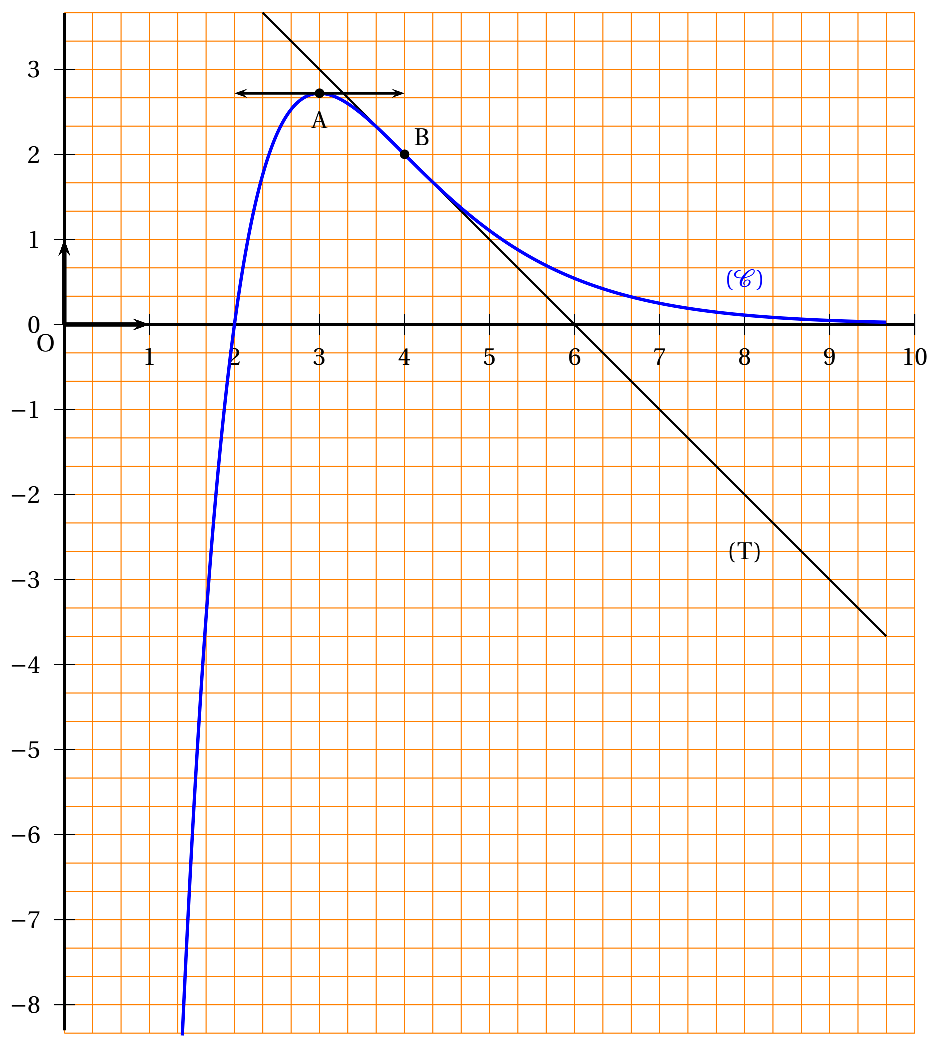
On note R_1 l'évènement : « le premier tir au but est réussi » et $\overline{R_1}$ son évènement contraire,
R_2 l'évènement : « le second tir au but est réussi » et $\overline{R_2}$ son évènement contraire.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que les deux tirs au but soient réussis.
3. **a.** Calculer la probabilité que le second tir au but soit réussi.
   b. Les évènements R_1 et R_2 sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
4. On note A l'évènement : « Jean a réussi exactement un tir au but ».
   Montrer que $p(A) = 0,34$.

ANNEXE

EXERCICE 3

Commun à tous les candidats



∽ Baccalauréat ES Polynésie septembre 2007 ∾

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une buvette, située en bordure de plage, est ouverte de 12 heures à 18 heures. Elle propose des crêpes salées et des crêpes sucrées.
Chaque client achète une seule crêpe.
60 % des clients se présentent à l'heure du déjeuner (entre 12 heures et 14 heures).
Parmi les clients achetant une crêpe l'après-midi (à partir de 14 heures), 80 % choisissent une crêpe sucrée.
On appelle :
D l'évènement : « le client est venu à l'heure du déjeuner ».
A l'évènement : « le client achète une crêpe salée ».
On sait que la probabilité qu'un client achète une crêpe salée est égale à $0,62$.
On pourra représenter les différentes situations par des arbres pondérés.
Les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. Déterminer les probabilités des évènements D et $\overline{D}$.
2. **a.** Un client est venu l'après-midi. Quelle est la probabilité qu'il ait acheté une crêpe salée ?
   b. Calculer $P\left(A \cap \overline{D}\right)$.
   c. En utilisant la formule des probabilités totales, calculer $P(A \cap D)$.
   d. Un client vient à l'heure du déjeuner ; montrer que la probabilité qu'il achète une crêpe salée est égale à $0,9$.
3. Un client a acheté une crêpe salée ; quelle est la probabilité, à $0,01$ près, qu'il soit venu l'après-midi ?
4. On vend 3 euros une crêpe salée et 2 euros une crêpe sucrée. La buvette reçoit 250 clients par jour. Quelle est l'espérance de la recette quotidienne due à la vente de crêpes ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq propositions ci-dessous, indiquer si la proposition est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

1. La fonction $x \longmapsto \mathrm{e} + \dfrac{1}{5}$ est la fonction dérivée de la fonction $x \longmapsto \mathrm{e}x + \ln 5$.
2. L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $(\mathrm{e}^x - 1)(\mathrm{e}^x + 4) = 0$ est : $S = \{0\}$.
3. Si $\left(1 - \dfrac{1}{100}\right)^n \leqslant 0,7$ alors $n \geqslant \dfrac{\ln 0,7}{\ln 0,99}$.
4. L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $\ln\left(x^2 + 4x + 3\right) = \ln(5x + 9)$ est $S = \{-2~;~3\}$.
5. La limite quand x tend vers 1, $x < 1$, de la fonction $x \longmapsto \ln\left(\dfrac{\sqrt{1-x}}{2}\right)$ est 0.

EXERCICE 3 **9 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-x}$ où a et b sont deux réels.
On désigne par f' la fonction dérivée de f sur $[0\ ;\ +\infty[$ et on note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1. On sait que $(\mathscr{C})$ passe par le point E(0 ; 1) et qu'elle admet au point d'abscisse 0 une tangente horizontale. En déduire $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Vérifier que $f'(x) = (-ax+a-b)\mathrm{e}^{-x}$
3. En utilisant les résultats précédents, déterminer a et b.

Partie B

Pour la suite, on admet que la fonction f est définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. **a.** Vérifier que pour tout x de $[0\ ;\ +\infty[$, $f(x) = \dfrac{x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^x}$.
   b. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
   c. En déduire que $(\mathscr{C})$ possède une asymptote dont on précisera une équation.
2. **a.** Calculer $f'(x)$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$ puis dresser le tableau de variations complet de f.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0,5$ possède une unique solution α dans l'intervalle $[0 ; 4]$.
   b. Déterminer un encadrement de α à 10^{-3} près.
4. On considère la fonction g définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = -(x+2)\mathrm{e}^{-x}$.
   Montrer que g est une primitive de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
5. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0 ; 4]$. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au millième du résultat.
   (Rappel : la valeur moyenne d'une fonction f sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ est égale à $\left.\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x\right)$.

Partie C

Une entreprise produit q milliers de pièces par jour, q étant un réel de $[0 ; 4]$.
Le prix de revient d'une pièce, exprimé en euros, dépend de q et est donné par l'expression :

$$f(q) = (q+1)\mathrm{e}^{-q}.$$

1. Combien coûte, en moyenne, à l'euro près, la production de 4 000 pièces ?
2. À partir de quelle quantité de pièces produites le prix de revient d'une pièce est-il inférieur à 0,5 euro ?

Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2007

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

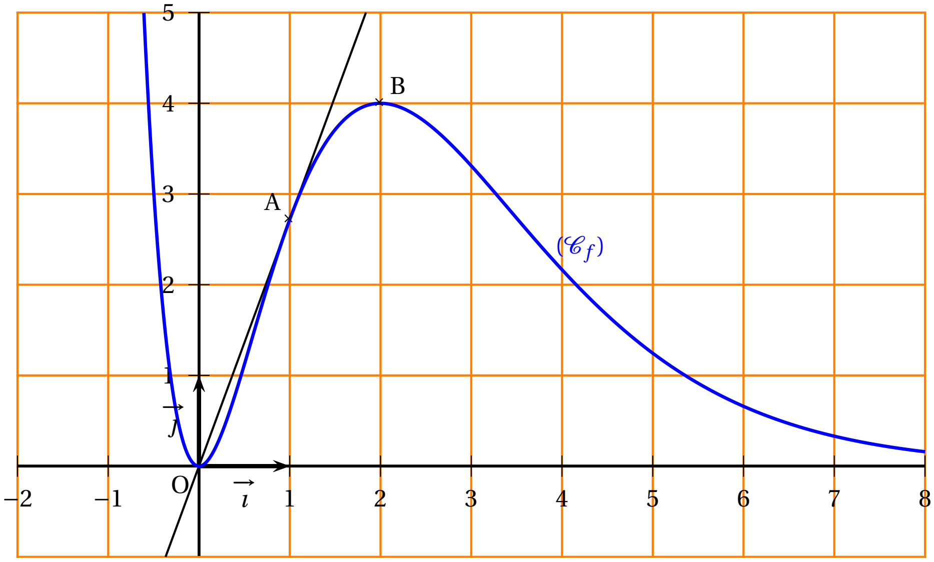
On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

La figure ci-dessous montre une partie de sa courbe représentative $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

On dispose des renseignements suivants sur la fonction f et la courbe $(\mathscr{C}_f)$:

- la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; 2]$, elle est strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$ et sur l'intervalle $[2 ; +\infty[$;
- la courbe $(\mathscr{C}_f)$ passe par l'origine du repère et par les points A$(1 ; \text{e})$ et B$(2 ; 4)$;
- la droite (OA) est tangente en A à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ et l'axe des abscisses est asymptote à $(\mathscr{C}_f)$ en $+\infty$.

On note f' la fonction dérivée de f et on appelle F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 0$.



Pour chacune des affirmations suivantes, en utilisant les informations données par l'énoncé, cocher la cas V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'annexe 1 *à rendre avec votre copie. Il n'est pas demandé de justifier les réponses. Une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point ; l'absence de réponse n'enlève aucun point et n'en rapporte aucun. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est* 0.

1. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.
2. L'équation $f(x) = 0,1$ admet exactement deux solutions dans $\mathbb{R}$.
3. $f'(1) = f(1)$.
4. $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\text{d}x < 5$.
5. $\displaystyle\int_1^3 f'(x)\,\text{d}x < 1$.
6. La fonction F est croissante sur $\mathbb{R}$.
7. $F(5) > F(6)$.

8. La fonction f' est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidat n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Une revue professionnelle est proposée en deux versions : une édition papier et une édition électronique consultable via internet. Il est possible de s'abonner à une seule des deux éditions ou de s'abonner à l'édition papier et à l'édition électronique.

L'éditeur de la revue a chargé un centre d'appel de démarcher les personnes figurant sur une liste de lecteurs potentiels.

On admet que lorsqu'un lecteur potentiel est contacté par un employé du centre d'appel, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition papier est égale à $0,2$; s'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à $0,4$; s'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à $0,1$.

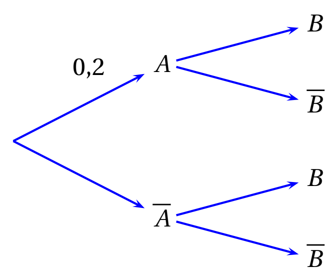
Partie I

Une personne figurant sur la liste de lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d'appel.

On note :

- A l'évènement « la personne s'abonne à l'édition papier »,
- B l'évènement « la personne s'abonne à l'édition électronique »,
- $\overline{A}$ l'évènement contraire de A, $\overline{B}$ l'évènement contraire de B.

1. **a.** Reproduire et compléter l'arbre suivant :



b. Donner la probabilité de $\overline{B}$ sachant A et la probabilité de $\overline{B}$ sachant $\overline{A}$.

2. **a.** Calculer la probabilité que la personne contactée s'abonne à l'édition papier et à l'édition électronique.

b. Justifier que la probabilité de l'évènement B est égale à $0,16$.

c. Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

3. On suppose que la personne contactée s'est abonnée à l'édition électronique. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit aussi abonnée à l'édition papier ?

Partie II

Pour chacune des personnes contactée, le centre d'appel reçoit de l'éditeur de la revue

- 2 € si la personne ne s'abonne à aucune des deux éditions ;
- 10 € si la personne s'abonne uniquement à l'édition électronique ;
- 15 € si la personne s'abonne uniquement à l'édition papier ;
- 20 € si la personne s'abonne aux deux éditions.

1. Reproduire et compléter, sans donner de justification, le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la somme reçue par le centre d'appel pour une personne contactée.

Somme reçue en €	2	10	15	20
Probabilité				

2. Proposer, en expliquant votre démarche, une estimation de la somme que le centre d'appel recevra de l'éditeur s'il parvient à contacter 5 000 lecteurs potentiels.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidat ayant choisi l'enseignement de spécialité

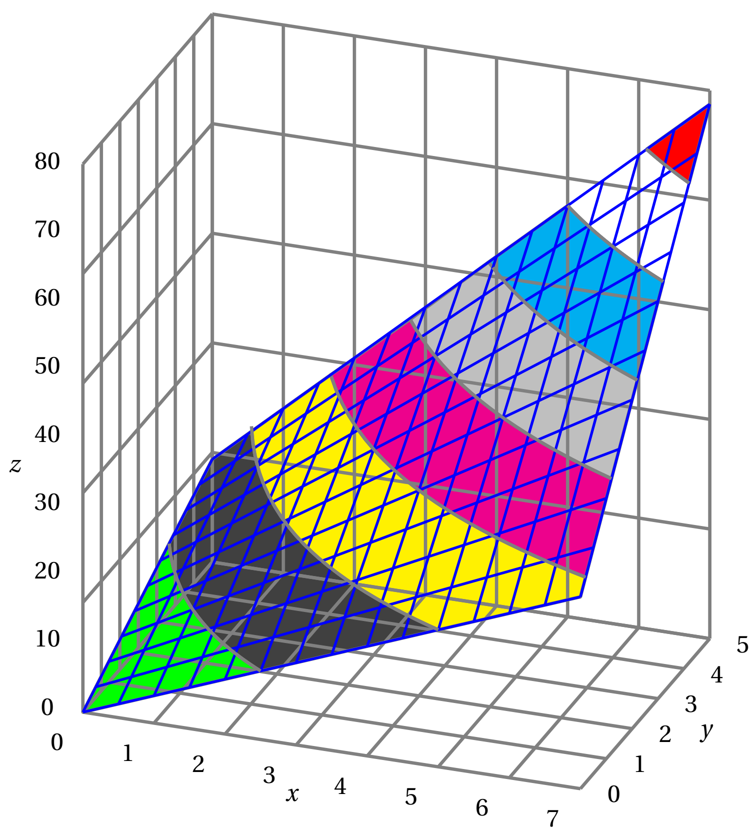
On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,7]$ et tout réel y de l'intervalle $[0\,;\,5]$ par :

$$f(x\,;\,y) = 4x + 3y + xy.$$

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

On appelle $\mathscr{S}$ la surface représentant la fonction f dans un repère orthogonal de l'espace.
La figure ci-après, à rendre avec la copie, donne une vue de la surface $\mathscr{S}$.



1. A est le point de $\mathscr{S}$ d'abscisse 3 et d'ordonnée 4, B est le point de $\mathscr{S}$ d'ordonnée 2 et de cote 40.

a. Placer les points A et B sur la figure.

b. Déterminer la valeur exacte de la cote du point A et la valeur exacte de l'abscisse du point B.

2. On appelle $\mathscr{L}$ l'intersection de la surface $\mathscr{S}$ et du plan d'équation $y = 4$.
Déterminer la nature de l'ensemble $\mathscr{L}$ et surligner en couleur cet ensemble sur la figure.

Partie B

Les activités d'une grosse entreprise sont réparties entre deux secteurs : le secteur P (production) et le secteur C (commercialisation).
Cette entreprise envisage d'investir au cours de l'année 2008 jusqu'à 7 millions d'euros dans le secteur P et jusqu'à 5 millions d'euros dans le secteur C.
Le service chargé d'évaluer l'effet de ces investissements sur le chiffre d'affaire 2009 de l'entreprise, propose le modèle suivant :
Pour $0 \leqslant x \leqslant 7$ et $0 \leqslant y \leqslant 5$, si l'entreprise investit au cours de l'année 2008, x millions d'euros dans le secteur P et y millions d'euros dans le secteur C, cela entraînera en 2009 une hausse du chiffre d'affaire égale à $f(x\,;\,y)$ millions d'euros.

1. Déterminer la hausse du chiffre d'affaire 2009 prévue par ce modèle dans chacun des cas suivants :

a. $x = 3$ et $y = 5$,

b. $x = 7$ et $y = 1$.

2. On suppose que l'entreprise décide de fixer à 8 millions d'euros le montant total des investissements prévus au cours de l'année 2008.

a. Montrer que, sous cette contrainte, on peut exprimer $f(x\,;\,y)$ en fonction de x seulement. On note $g(x)$ l'expression ainsi obtenue. Vérifier que :

$$g(x) = -x^2 + 9x + 24.$$

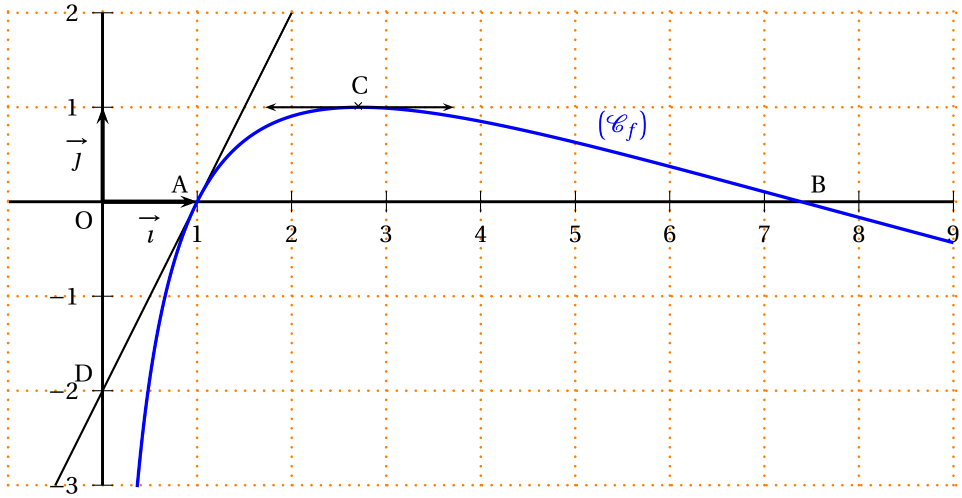
b. Selon le modèle proposé, comment faudra-t-il répartir entre les secteurs P et C les 8 millions euros à investir au cours de l'année 2008 pour obtenir une hausse maximale du chiffre d'affaire de l'année 2009 ?

EXERCICE 4 **6 points**

On admettra que les fonctions considérées dans cet exercice sont dérivables sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = (2 - \ln x)\ln x.$$

La figure ci-dessous donne la courbe représentative $\left(\mathscr{C}_f\right)$ de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ coupe l'axe des abscisses en A(1 ; 0) et en B.
La tangente en C à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente en A à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ coupe l'axe des ordonnées en D.



1. Déterminer l'abscisse du point B (la valeur exacte est demandée).

2. Calculer la limite de f en 0 et la limite de f en $+\infty$.

3. On note f' la fonction dérivée de f sur $]0~;~+\infty[$.

a. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$,

$$f'(x) = \frac{2(1 - \ln x)}{x}$$

b. Déterminer les coordonnées du point C et l'ordonnée du point D (les valeurs exactes sont demandées).

4. **a.** Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = x[f(x) + 2\ln x - 4].$$

Démontrer que g est une primitive de f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

b. Calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}^2} f(x)\,\mathrm{d}x$ et donner une interprétation géométrique de cette intégrale.

Annexe 1 (à rendre avec sa copie)

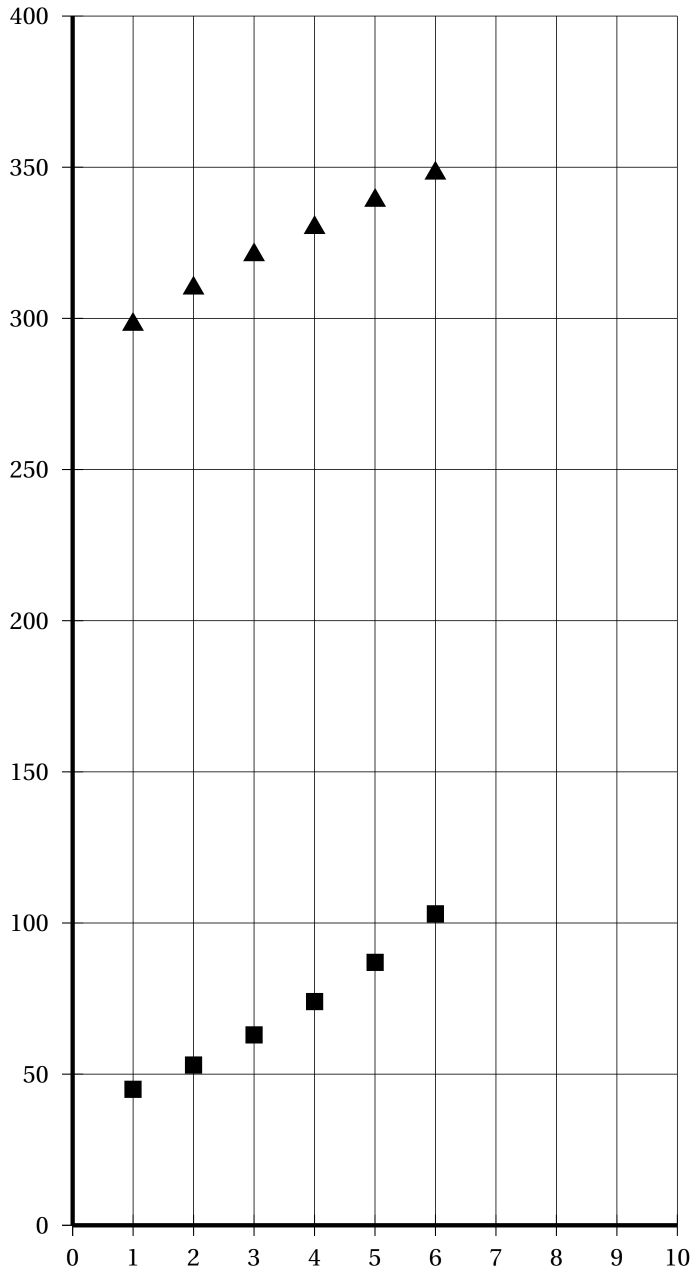
Exercice 1

Affirmations	V	F
a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.		
b. L'équation $f(x) = 0,1$ admet exactement deux solutions dans $\mathbb{R}$.		
c. $f'(1) = f(1)$.		
d. $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x < 5$.		
e. $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x < 1$.		
f. La fonction F est croissante sur $\mathbb{R}$.		
g. $F(5) > F(6)$.		
h. La fonction f' est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.		

Annexe 2

Exercice 3

Représentation graphique des séries statistiques $(x_i\ ;\ y_i)$ et $(x_i\ ;\ q_i)$



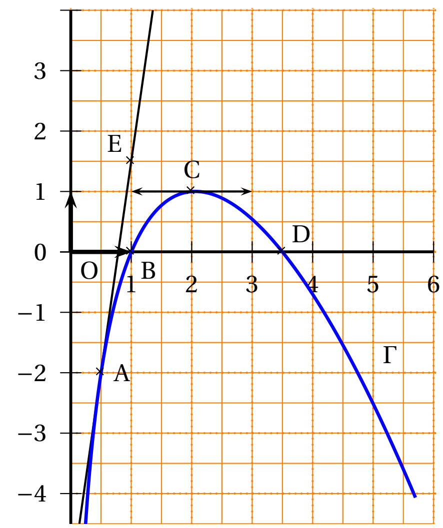
∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2007 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, strictement croissante sur l'intervalle $]0\,;2]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[2\,;\,+\infty[$.
On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

La courbe Γ représentative de la fonction f dans un repère orthonormé est tracée ci-dessous.
Elle passe par les points $A\left(\dfrac{1}{2}\,;\,-2\right)$, $B(1\,;\,0)$, $C(2\,;\,1)$ et $D\left(\dfrac{7}{2}\,;\,0\right)$.
E est le point de coordonnées $\left(1\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$.
La courbe Γ admet au point C une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
La droite (AE) est tangente à la courbe Γ au point A.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'annexe, à rendre avec la copie.
Les réponses ne seront pas justifiées.
NOTATION : *une réponse exacte rapporte* 0,5 *point ; une réponse inexacte retire* 0,25 *point ; l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

1. L'équation $f(x) = -1$ admet exactement deux solutions sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$
2. Le coefficient directeur de la droite (AE) est égal à $\dfrac{1}{7}$.
3. Les fonctions f et f' ont le même signe sur l'intervalle $[1\,;2]$.
4. Les primitives de la fonction f sont croissantes sur l'intervalle $\left[1\,;\,\dfrac{7}{2}\right]$.
5. On peut calculer $\ln[f(x)]$ pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
6. La fonction g définie sur l'intervalle $[2\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$ est croissante sur cet intervalle.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un club sportif a été créé au début de l'année 2000 et, au cours de cette année-là, 140 adhérents s'y sont inscrits.
Le tableau cl-dessous donne le nombre d'adhérents de 2000 à 2005.

année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
nombre d'adhérents y_i	140	165	220	240	260	310

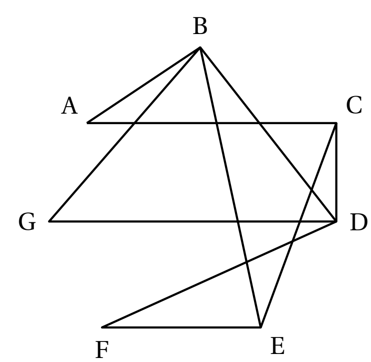
Le détail des calculs statistiques à effectuer à la calculatrice n'est pas demandé.

1. Représenter dans un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique.
   On prendra comme unités graphiques 2 cm pour 1 année en abscisse et 1 cm pour 10 adhérents en ordonnées. Sur l'axe des ordonnées, on commencera la graduation à 120.
2. Un premier ajustement du nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$
   a. On désigne par G_1, le point moyen des trois points M_1, M_2 et M_3 du nuage et par G_2 le point moyen des trois points M_4, M_5 et M_6 du nuage. Calculer les coordonnées respectives de G_1 et de G_2 dans le repère
   $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   b. Déterminer l'équation réduite $y = Ax + B$ de la droite (G_1G_2) dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   Les coefficients A et B seront donnés sous la forme de fractions irréductibles.
   Tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique.
   c. En utilisant la droite (G_1G_2) comme droite d'ajustement du nuage, calculer le nombre d'adhérents au club sportif que l'on peut prévoir pour l'année 2007.
3. Dans cette question, on utilise la droite des moindres carrés,
   a. Soit Δ la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite Δ dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   b. En utilisant la droite Δ, calculer le nombre d'adhérents au club sportif que l'on peut prévoir pour l'année 2007.
4. **a.** Si le taux d'augmentation du nombre d'adhérents d'une année à l'autre était fixe et égal à $t\,\%$, quelle serait la valeur de t arrondie au centième qui donnerait la même augmentation du nombre d'adhérents entre 2000 et 2005 ?
   b. Avec ce même taux d'augmentation t, quel serait le nombre d'adhérents, arrondi à l'unité, pour l'année 2007 ?

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Sur le graphe ci-contre, les sept sommets A, B, C, D, E, F et G correspondent à sept villes. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une liaison entre les deux villes correspondantes.



Les questions 1, 2 *et* 3 *sont indépendantes.*

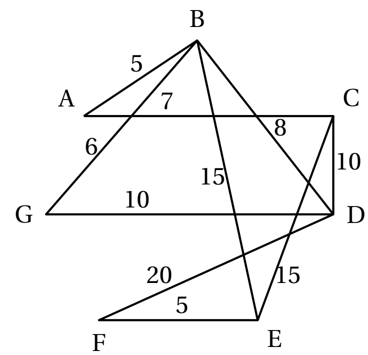
1. Est-il possible de trouver un trajet, utilisant les liaisons existantes, qui part d'une des sept villes et y revient en passant une fois et une seule fois par toutes les autres villes ?
2. On note M la matrice associée au graphe ci-dessus. Les sommets sont rangés suivant l'ordre alphabétique.

On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 6 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 1 & 10 & 9 & 1 & 5 \\ 6 & 1 & 0 & 9 & 8 & 0 & 3 \\ 1 & 10 & 9 & 2 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 9 & 8 & 1 & 0 & 6 & 3 \\ 4 & 1 & 0 & 7 & 6 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Donner le nombre de chemins de longueur 3 qui relient le sommet A au sommet F.

Les citer tous. Aucune justification n'est demandée.

3. On donne ci-dessous et sur le graphe ci-contre les distances exprimées en centaines de kilomètres entre deux villes pour lesquelles il existe une liaison :
AB : 5; AC : 7;
BD : 8; BE : 15;
BG : 6;CD : 10;
CE : 15; DF : 20;
DG : 10; EF : 5;
Un représentant de commerce souhaite aller de la ville A à la ville F.



En expliquant la méthode utilisée, déterminer le trajet qu'il doit suivre pour que la distance parcourue soit la plus courte possible et donner cette distance.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une étude réalisée auprès des élèves d'un lycée a permis d'établir que 55 % des élèves possèdent un ordinateur. Parmi les élèves qui ont un ordinateur, 98 % possèdent un téléphone portable.
De plus, parmi ceux qui possèdent un téléphone portable, 60 % possèdent un ordinateur.
Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats au centième donc les pourcentages à l'unité.
Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : on choisit au hasard un élève de ce lycée.
On note :

— M l'évènement : « L'élève possède un ordinateur » ;
— T l'évènement : « L'élève possède un téléphone portable » ;
— $\overline{M}$ l'évènement contraire de M ;
— $\overline{T}$ l'évènement contraire de T.

1. **a.** Calculer la probabilité que l'élève possède un ordinateur et un téléphone portable.
b. En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable.

2. **a.** On prend 0,90 comme valeur de la probabilité de l'évènement T. Calculer la probabilité que l'élève ne possède pas d'ordinateur mais possède un téléphone portable.
b. En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable sachant qu'il ne possède pas d'ordinateur.

Partie B : on choisit trois élèves au hasard, indépendamment les uns des autres.
On note E l'évènement : « Exactement deux des trois lycéens choisis possèdent un ordinateur ».

Calculer la probabilité de l'évènement E.

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction h définie et dérivable sur R par

$$h(x) = \mathrm{e}^{2x} - 7\mathrm{e}^{x} + 6.$$

On note h' sa fonction dérivée.

1. **a.** Calculer la limite de la fonction h en $-\infty$.
   b. Calculer la limite de la fonction h en $+\infty$; on pourra utiliser l'égalité vraie pour tout réel x : $h(x) = \mathrm{e}^{x}\left(\mathrm{e}^{x} - 7 + 6\mathrm{e}^{-x}\right)$.
2. Calculer $h\left[\ln\left(\frac{7}{2}\right)\right]$, $h(0)$ puis $h(\ln 6)$.
3. Déterminer par le calcul l'image $h'(x)$ d'un réel x par la fonction h' et étudier les variations de la fonction h.
   Dresser le tableau de variations de la fonction h et faire figurer les résultats des questions précédentes dans ce tableau.
4. En déduire le tableau des signes de la fonction h.

Partie B

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 6 - 6\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = \mathrm{e}^{x} - 1.$$

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère du plan d'unités graphiques : 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.
Les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont données en annexe.

1. Démontrer que le point de coordonnées $(\ln 6\ ;\ 5)$ est un point d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
2. **a.** Démontrer que, pour tout réel x, $f(x) - g(x) = \dfrac{-h(x)}{\mathrm{e}^{x}}$.
   b. Déterminer, par le calcul, la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
3. On note $\mathscr{D}$ le domaine du plan limité par les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \ln 6$.
   a. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ sur le graphique donné en annexe.
   b. Calculer la valeur exacte de l'aire du domaine $\mathscr{D}$ en cm^2 puis en donner une valeur approchée arrondie au centième.

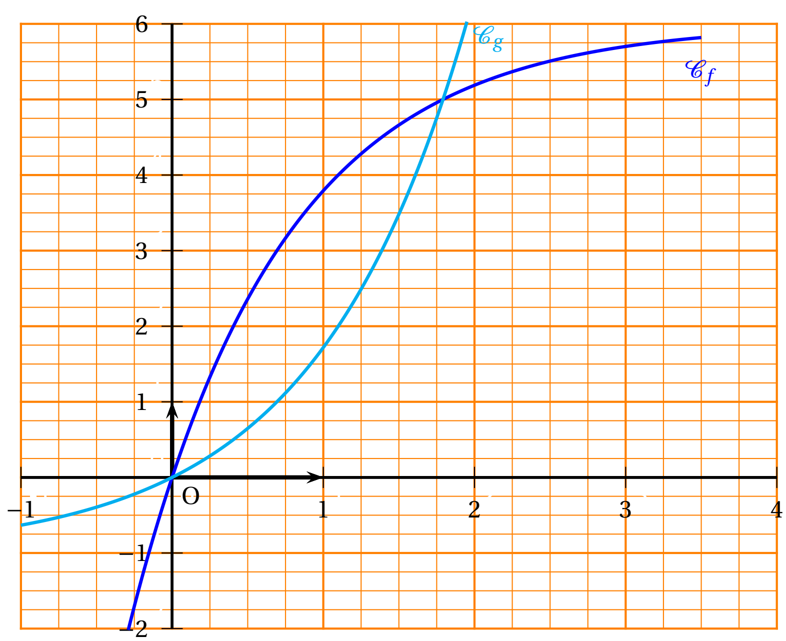
ANNEXE

À compléter et à rendre avec la copie

Exercice 1

Affirmation	V	F
1. L'équation $f(x) = -1$ admet exactement deux solutions sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.		
2. Le coefficient directeur de la droite (AE) est égal à $\frac{1}{7}$.		
3. Les fonctions f et f' ont le même signe sur l'intervalle $[1 ; 2]$.		
4. Les primitives de la fonction f sont croissantes sur l'intervalle $\left[1 ; \frac{7}{2}\right]$.		
5. On peut calculer $\ln[f(x)]$ pour tout réel x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$.		
6. La fonction g définie sur l'intervalle $[2 ; +\infty[$ par $g(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$ est croissante sur cet intervalle.		

Exercice 4



∾ Baccalauréat ES 2008 ∾

L'intégrale d'avril 2008 à mars 2009

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat ES Pondichéry 16 avril 2008 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une bonne réponse rapporte 1 *point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

1. Le prix d'un produit dérivé du pétrole a augmenté de 60 % durant l'année 2005. Pour revenir à sa valeur initiale, ce prix doit baisser de
   - 70 %.
   - 60 %.
   - 40 %.
   - 37,5 %.
2. Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux évènements indépendants A et B qui vérifient $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,5$. On a alors :
   - $P(A \cup B) = 0,65$.
   - $P(A \cup B) = 0,8$.
   - $P(A \cup B) = 0,15$.
   - Les données ne permettent pas de calculer $P(A \cup B)$.
3. f est la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{x}$.

   La courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan admet pour asymptote la droite d'équation :
   - $y = 0$.
   - $y = 2x - 1$.
   - $x = 2$
   - $y = -x + 1$.
4. Le nombre $\text{A} = 2\ln\left(\dfrac{\text{e}}{4}\right) + 5\ln 2 + \ln\left(\dfrac{8}{\text{e}}\right)$ est égal à :
   - $1 + 4\ln 2$.
   - $4\ln 2 + 3$.
   - $2\ln 5 + 1$.
   - $8\ln 2$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une agence de voyages propose exclusivement trois destinations : la destination A, la destination G et la destination M.

50 % des clients choisissent la destination A;

30 % des clients choisissent la destination G;

20 % des clients choisissent la destination M.

Au retour de leur voyage, tous les clients de l'agence répondent à une enquête de satisfaction.

Le dépouillement des réponses à ce questionnaire permet de dire que 90 % des clients ayant choisi la destination M sont satisfaits, de même que 80 % des clients ayant choisi la destination G.

On prélève au hasard un questionnaire dans la pile des questionnaires recueillis.

On note les évènements :

- A : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination A » ;
- G : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination G » ;
- M : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination M » ;
- S : « le questionnaire est celui d'un client satisfait » ;
- $\overline{S}$ « le questionnaire est celui d'un client insatisfait ».

1. Traduire les données de l'énoncé sur un arbre de probabilité.

2. **a.** Traduire par une phrase les évènements $G \cap S$ et $M \cap S$ puis calculer les probabilités $P(G \cap S)$ et $P(M \cap S)$.

b. L'enquête montre que 72 % des clients de l'agence sont satisfaits. En utilisant la formule des probabilités totales, calculer $P(A \cap S)$.

c. En déduire $P_A(S)$, probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement A est réalisé.

3. Le questionnaire prélevé est celui d'un client qui est satisfait.
Le client a omis de préciser quelle destination il avait choisie.
Déterminer la probabilité qu'il ait choisi la destination G (*on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible*).

4. On prélève successivement au hasard trois questionnaires dans la pile d'enquêtes. On suppose que le nombre de questionnaires est suffisamment élevé pour considérer que les tirages successifs sont indépendants.
Calculer la probabilité de l'évènement : « les trois questionnaires sont ceux de clients insatisfaits » (*on donnera le résultat arrondi au millième*).

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un centre d'appel comptait en 2001 soixante-six employés. Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'employés en fonction du rang de l'année.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'employés y_i	66	104	130	207	290	345	428

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'employés en fonction du rang x de l'année.
Une étude graphique montre qu'un ajustement affine ne convient pas.

On pose alors $z = \sqrt{y} - 3$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (*on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis au centième*)

Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	5,12						

2. Représenter le nuage de points $M_i\,(x_i\ ;\ z_i)$ associé à cette série statistique, dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.
Un ajustement affine vous paraît-il approprié ? Justifier la réponse.

3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés (*on donnera les coefficients sous forme décimale, arrondis au centième*).
Tracer cette droite sur le graphique précédent.

4. En utilisant cet ajustement, à partir de quelle année peut-on prévoir que l'effectif de ce centre d'appel dépassera 900 employés ?

Exercice 4 **7 points**

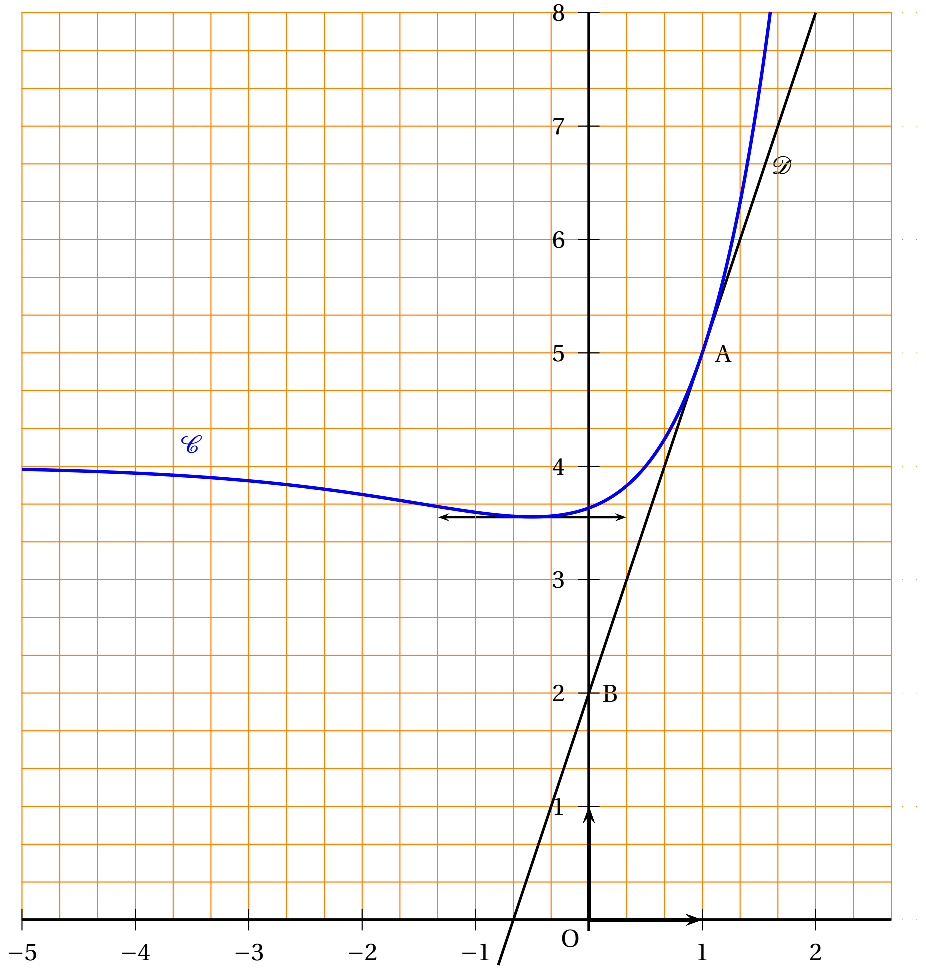
Commun à tous les candidats

Les trois parties sont indépendantes

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{x-1} + c,$$

où a, b et c sont trois réels que l'on se propose de déterminer dans la partie A.
On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\mathscr{C}$ représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal est représentée ci-dessous.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point A(1 ; 5), elle admet la droite $\mathscr{D}$ comme tangente en ce point.
Le point B(0 ; 2) appartient à la droite $\mathscr{D}$.
La courbe $\mathscr{C}$ admet également une tangente horizontale au point d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$.



Partie A

1. **a.** Préciser les valeurs de $f(1)$ et $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$.

b. Déterminer le coefficient directeur de la droite $\mathcal{D}$. En déduire $f'(1)$.

2. Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = (ax + a + b)\text{e}^{x-1}$.

3. Montrer que a, b et c vérifient le système : $\left\{\begin{array}{lcl} a+b+c & = & 5\\ a+2b & = & 0\\ 2a+b & = & 3\end{array}\right.$.

Déterminer les valeurs de a, b et c.

Partie B

On admet pour la suite de l'exercice que, pour tout réel x, $f(x) = (2x-1)\text{e}^{x-1} + 4$.

1. a. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

b. Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{2}{\text{e}}x\text{e}^x - \dfrac{1}{\text{e}}\text{e}^x + 4$.

En déduire $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x)$ (on rappelle que $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} x\text{e}^x = 0$).

Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$?

2. a. Donner, pour tout réel x, l'expression de $f'(x)$.

b. Établir le tableau de variations de f.

Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout réel x.

c. Montrer que l'équation $f(x) = 6$ admet une unique solution réelle α sur l'intervalle $[1 ; 2]$.

On donnera un encadrement de α d'amplitude 0,1.

Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Partie C

1. On considère la fonction F définie pour tout réel x par

$$F(x) = (2x-3)\text{e}^{x-1} + 4x$$

Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2. Soit Δ la partie du plan située entre la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Calculer l'aire de la partie Δ exprimée en unités d'aire ; on donnera la valeur exacte et la valeur décimale arrondie au dixième.

∽ Baccalauréat ES Amérique du Nord 4 juin 2008 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

f est une fonction définie sur $]-2\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 3 + \frac{1}{x+2}.$$

On note f' sa fonction dérivée et $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en cochant la bonne réponse sur l'annexe 1 à remettre avec la copie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

COMPLÉTER LE DOCUMENT RÉPONSE EN ANNEXE

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour faire connaître l'ouverture d'un nouveau magasin vendant des salons, le directeur fait distribuer des bons publicitaires permettant de recevoir un cadeau gratuit sans obligation d'achat.
Une enquête statistique préalable a montré que, parmi les personnes qui entrent dans le magasin :

— 90 % entrent dans le magasin avec ce bon publicitaire. Parmi elles, 10 % achètent un salon.
— Parmi les personnes qui entrent sans bon publicitaire, 80 % achètent un salon.

Une personne entre dans le magasin.
On note :

B l'évènement « la personne a un bon publicitaire ».
$\overline{B}$ l'évènement « la personne n'a pas de bon publicitaire ».
S l'évènement « la personne achète un salon ».
$\overline{S}$ l'évènement contraire de S.

Partie I

1. Dessiner un arbre pondéré représentant la situation.
2. À l'aide de B, $\overline{B}$, S, $\overline{S}$, traduire les évènements suivants et calculer leur probabilité à 10^{-2} près :
   a. la personne n'achète pas de salon sachant qu'elle est venue avec un bon publicitaire ;
   b. la personne achète un salon ;
   c. la personne est venue avec un bon publicitaire sachant qu'elle a acheté un salon.

Partie II

Le bon publicitaire et le cadeau associé coûtent 15 € au magasin. Un salon vendu rapporte 500 € au magasin s'il est vendu sans bon publicitaire.

1. Compléter le tableau en **annexe I** qui donne la loi de probabilité du bénéfice réalisé par le magasin selon la situation de la personne entrant.

Situation de la personne entrant	La personne a un bon publicitaire et achète un salon	La personne a un bon publicitaire et n'achète pas un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et achète un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et n'achète pas un salon
Bénéfice réalisé par le magasin en euros	485	-15	500	0
Probabilité				

2. Calculer le bénéfice moyen du magasin réalisé par personne entrant.

3. Le directeur pense changer la valeur du cadeau offert. Soit x le prix de revient, en euros, du nouveau bon publicitaire. Calculer, dans ce cas, l'espérance E de la loi de probabilité du bénéfice du magasin en fonction de x.

4. Le directeur souhaite réaliser 76 € de bénéfice moyen par personne entrant.
Quel doit être le prix de revient x du nouveau bon publicitaire ?

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I (calculs exacts demandés)

Sur une route, deux intersections successives, "a" et "b" sont munies de feux tricolores. On suppose que ces feux ne sont pas synchronisés et fonctionnent de manière indépendante On admet que :

— La probabilité que le feu de "a" soit vert est égale à $\frac{3}{4}$;

— La probabilité que le feu de "b" soit vert est égale à $\frac{1}{2}$.

On note A l'évènement : « le feu de "a" est vert », B l'évènement « le feu de "b" est vert ».
Un automobiliste passe successivement aux deux intersections "a" et "b".

1. Calculer la probabilité qu'à son passage, les deux feux soient verts.

2. Calculer la probabilité qu'à son passage, il rencontre au moins un feu vert.

Partie II (résultats demandés à 10^{-2} près)

Pour se rendre à son travail, Mathurin rencontre une succession d'intersections de feux tricolores dont le fonctionnement est décrit ci-dessous :
À chaque intersection :

— Si le feu est vert, il le sera à l'intersection suivante avec la probabilité $0,9$ ou sera rouge avec la probabilité $0,05$.

— Si le feu est orange, il le sera à l'intersection suivante avec la probabilité $0,1$ ou sera vert avec la probabilité $0,8$.

— Si le feu est rouge, il le sera à l'intersection suivante avec la probabilité $0,5$ ou sera orange avec la probabilité $0,05$.

n étant un entier naturel non nul, on note :

— V_n la probabilité que Mathurin rencontre un feu vert à la n-ième intersection,

— O_n la probabilité que Mathurin rencontre un feu orange a la n-ième intersection,

— R_n la probabilité que Mathurin rencontre un feu rouge à la n-ième intersection,

— $P_n = \begin{pmatrix} V_n & O_n & R_n \end{pmatrix}$ la matrice traduisant l'état probabiliste du n-ième feu tricolore.

1. a. Construire un graphe probabiliste pour décrire cette situation.

b. Donner la matrice de transition M complétée de ce graphe :

$$M = \begin{pmatrix} \dots & 0,05 & 0,05 \\ 0,8 & \dots & 0,1 \\ 0,45 & \dots & 0,5 \end{pmatrix}$$

2. **a.** Si le premier feu rencontré est vert, donner la matrice P_1 de l'état initial puis calculer P_2.

b. On donne $P_3 = [0,87 \quad 0,05 \quad 0,08]$. Quelle est la probabilité que le quatrième feu soit vert ?

3. Si le premier feu rencontré est rouge, donner la matrice P_1 de l'état initial puis calculer P_2.

4. On remarque que, quelle que soit la couleur du premier feu rencontré, on obtient à partir d'un certain rang n : $P_n = [0,85 \quad 0,05 \quad 0,10]$.
Donner une interprétation concrète de ce résultat.

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Historiquement, on avait décidé de numéroter les planètes du système solaire suivant leur distance moyenne au Soleil. Ainsi, on notait :

Mercure	=	1
Venus	=	2
Terre	=	3
Mars	=	4
Céres	=	5
Jupiter	=	6
Saturne	=	7
Uranus	=	8

On considère la série statistique double $(i\ ;\ d_i)_{1 \leqslant i \leqslant 8}$, où i représente le numéro d'ordre de la planète et d_i sa distance au soleil (en millions de km) :
(1 ; 57,94), (2 ; 108,27), (3 ; 149,60), (4 ; 228,06), (5 ; 396,44), (6 ; 778,73), (7 ; 1 427,7), (8 ; 2 872,4).

1. Indiquer, à l'aide d'une phrase, la signification du couple (3 ;149,60).

Dans la suite de l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

2. Compléter, dans l'annexe 1, le tableau suivant :

i	1	2	3	4	5	6	7	8
d_i	57,94	108,27	149,60	228,06	396,44	778,73	1 427,7	2 872,4
$d_i - d_1$	0			170,12				
$y_i = \ln(d_i - d_1)$	×			5,137				

3. **a.** Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement (D), de la série $(i\ ;\ y_i)$, avec i compris entre 2 et 8.

b. Construire le nuage de points $(i\ ;\ y_i)$, avec i compris entre 2 et 8, et la droite (D) dans un repère orthonormal, unités : 2 cm

4. **a.** Déduire de ce qui précède que l'on peut modéliser l'expression de d_i, en fonction de i, avec i compris entre 2 et 8, sous la forme
$d_i = 57,94 + 12,16 \times 1,966^i$.

b. Calculer la distance moyenne probable au soleil d'une planète numérotée 9.

(*Ce résultat est connu sous le nom de loi de Titius-Bode du nom dc deux astronomes allemands qui permirent la découverte de Neptune n*° 9 *en* 1848. *La loi tomba ensuite en désuétude mais l'ajustement étudié demeure excellent si l'on inclut « Pluton »... La planète naine en n*° 10).

EXERCICE 4 **6 points**

Commun a tous les candidats

Rappel : Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I alors la fonction e^u *est dérivable sur I et* $\left(\text{e}^u\right)' = u'\text{e}^u$.

Un transporteur, s'occupant de voyages organisés, achète en l'an 2000 (instant initial $t = 0$), un autocar nécessitant un investissement initial de 200 milliers d'euros.

Partie A

Cet investissement se déprécie. Sa dépréciation cumulée, en milliers d'euros, a l'instant t, mesurée en années, est notée $D(t)$.
On pose

$$D(t) = 200\left(1 - \text{e}^{-0,086t}\right) \quad \text{pour tout réel } t \text{ de l'intervalle } \text{I} = [0\,;\,13].$$

L'annexe 2 donne la courbe représentative de D dans le plan rapporté à un repère $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.
Déterminer graphiquement au cours de quelle année l'investissement aura perdu 60 % de sa valeur (faire apparaître sur le graphique les tracés qui permettent d'obtenir la réponse).

Partie B

Le transporteur veut revendre l'autocar. On note $V(t)$ la valeur de l'autocar l'année t, $0 \leqslant t \leqslant 13$.

1. Vérifier que $V(t) = 200 \times \text{e}^{-0,086t}$.
2. Étudier le sens de variation de V sur $[0\,;\,13]$.
3. Combien peut-on espérer revendre l'autocar au bout de 13 ans de service ? (au millier d'euros près).
4. Au cours de quelle année l'autocar a-t-il perdu la moitié de sa valeur ?

Partie C

On estime que les recettes nettes (en milliers d'euros) procurées par l'exploitation de cet autocar, hors dépréciation du véhicule, sont données à l'instant t réel de l'intervalle $[0\,;\,13]$ par :

$$R(t) = 110\left(5 + t - 5\text{e}^{0,1t}\right).$$

1. **a.** Calculer la dérivée R' de la fonction R ; étudier son signe sur $[0\,;\,13]$ et construire le tableau de variations de R.
   b. En déduire, que les recettes nettes sont maximales pour une valeur t_0 de t dont on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie à l'unité près.
   c. Construire la courbe représentative de la fonction R, dans le même repère que celle de D après avoir complété le tableau de valeurs de **l'annexe 2** où l'on arrondira $R(t)$ à l'entier le plus proche.
2. À tout instant, la différence $R(t) - D(t)$ représente l'exploitation $E(t)$ de l'autocar.
   Compléter le tableau de **l'annexe 2**, utiliser le graphique ou les tableaux de valeurs de D, R et E pour répondre aux questions suivantes :
   a. Au cours de quelle année l'exploitation de cet autocar est-elle la plus profitable ?
   b. À partir de quelle année l'exploitation de-cet autocar conduit-elle à un déficit ?

ANNEXE I
(À remettre avec la copie)

EXERCICE 1

$f(x) = \dfrac{3x+6}{x+2}$	☐ VRAI	☐ FAUX
La courbe $(\mathscr{C})$ coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée $3,5$.	☐ VRAI	☐ FAUX
$\displaystyle\lim_{\substack{x \to -2 \\ x > -2}} f(x) = 3$	☐ VRAI	☐ FAUX
$\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 6\ln 2$.	☐ VRAI	☐ FAUX
La droite d'équation $y = 3$ est asymptote à $(\mathscr{C})$	☐ VRAI	☐ FAUX
$f(x) > 3$ pour tout x de $]-2\ ;\ +\infty[$.	☐ VRAI	☐ FAUX
$f'(-1) = -1$.	☐ VRAI	☐ FAUX
La fonction g définie sur $]-2\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \ln[f(x)]$ est décroissante.	☐ VRAI	☐ FAUX

EXERCICE 2

Situation de la personne entrant	La personne a un bon publicitaire et achète un salon	La personne a un bon publicitaire et n'achète pas un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et achète un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et n'achète pas un salon
Bénéfice réalisé par le magasin en euros	485	-15	500	0
Probabilité				

EXERCICE 3

i	1	2	3	4	5	6	7	8
d_i	57,94	108,27	149,60	228,06	396,44	778,73	1 427,7	2 872,4
$d_i - d_1$	0			170,12				
$Y_i = \ln(d_i - d_1)$	×			5,137				

ANNEXE 2
(À remettre avec la copie)

EXERCICE 4

Représentation graphique

Tableau de valeurs :

t	0	1	2	4	6	8	10	11	13
$D(t)$	0	16	32	58	81	99	115	122	135
$R(t)$	0	52	98		208				-38
$E(t)$	0				127				

Baccalauréat ES Liban mai 2008

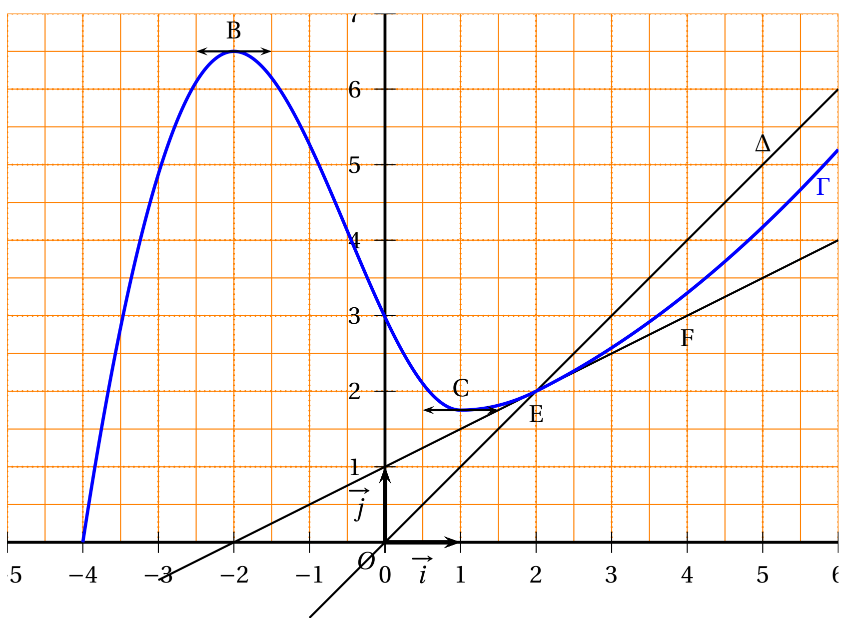
Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-4 ; 6]$. On note f' sa fonction dérivée.
La courbe Γ représentative de la fonction f dans un repère orthonormal est tracée ci-dessous ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$. La courbe Γ et la droite Δ se coupent au point E d'abscisse 2. On sait par ailleurs que :

— la courbe Γ admet des tangentes parallèles à l'axe des abscisses aux points B$(-2 ; 6,5)$ et C$(1 ; 1,75)$,

— la droite (EF) est la tangente à la courbe Γ au point E ; F est le point de coordonnées $(4 ; 3)$



1. Dans cette question, déterminer par lecture graphique et sans justification :
   a. les valeurs de $f'(-2)$ et $f'(2)$;
   b. les valeurs de x dans l'intervalle $[-4 ; 6]$ vérifiant $f'(x) \geqslant 0$;
   c. les valeurs de x dans l'intervalle $[-4 ; 6]$ vérifiant $f(x) \leqslant x$.
2. Soit g la fonction définie sur $]-4 ; 6]$ par $g(x) = \ln[f(x)]$. Déterminer par lecture graphique et avec justification :
   a. les variations de g ;
   b. la limite de la fonction g quand x tend vers -4.
3. **Encadrement d'une intégrale**
   Dans cette question, toute trace de recherche. même incomplète, ou d'initiative non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.
   a. Soit l'intégrale $I = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$. Interpréter graphiquement I.
   b. Proposer un encadrement de l'intégrale I par deux nombres entiers consécutifs. Justifier.

Exercice 2 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un club de remise en forme propose, outre l'accès aux salles de musculation, des cours collectifs pour lesquels un supplément est demandé lors de l'inscription. Une fiche identifie chaque membre et son type d'abonnement : avec ou sans cours collectif.
Une étude sur les profils des membres de ce club a montré que :
40 % des membres sont des hommes.
65 % des membres sont inscrits aux cours collectifs.
Parmi les femmes, membres de ce club, seulement 5 % ne sont pas inscrites aux cours collectifs.
On choisit une fiche au hasard et on considère les évènements suivants :

— H : « la fiche est celle d'un homme »,
— F : « la fiche est celle d'une femme »,
— C : « la fiche est celle d'un membre inscrit à des cours collectifs ».

Rappel de notation : Si A et B sont deux évènements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité de A et $p_B(A)$ désigne la probabilité conditionnelle de A sachant B.

1. Donner les probabilités suivantes : $p(H)$, $p_F\left(\overline{C}\right)$, $p_F(C)$ et les reporter sur un arbre pondéré modélisant la situation qui sera complété au cours de la résolution de l'exercice.

2. **a.** Déterminer $p(F \cap C)$.

b. Montrer que $p(H \cap C) = 0,08$.

c. On tire la fiche d'un homme, quelle est la probabilité que celui-ci soit inscrit aux cours collectifs ?

d. Compléter l'arbre pondéré de la question 1.

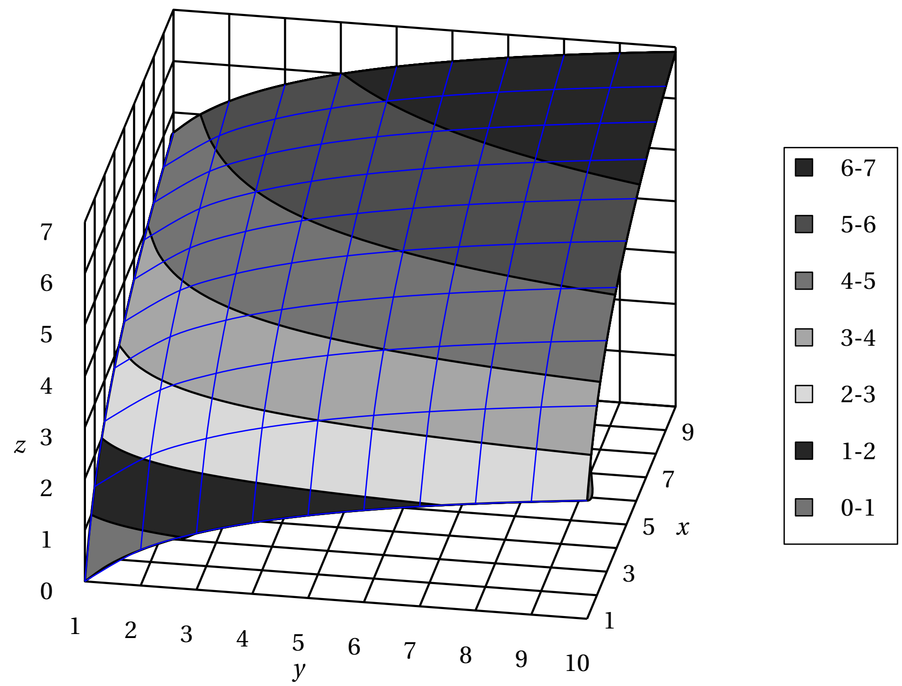
3. On choisit au hasard une fiche d'un membre non inscrit aux cours collectifs. Quelle est la probabilité que ce soit celle d'un homme ? (donner la valeur décimale arrondie au centième).

4. Pour vérifier la bonne tenue de son fichier, la personne chargée de la gestion de ce club prélève une fiche au hasard et la remet après consultation. Elle procède ainsi trois fois de suite. Quelle est la probabilité qu'au moins une des fiches soit celle d'un membre non inscrit aux cours collectifs ?

Exercice 2 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une consommatrice apprécie deux types de fruits $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$. En un mois, elle achète x kilos de fruits $\mathscr{A}$ et y kilos de fruits $\mathscr{B}$; x et y appartiennent à l'intervalle $[1 ; 10]$.
Son niveau de satisfaction est modélisé par la relation $f(x ; y) = \ln y + 2\ln x$.
La figure ci-dessous représente, dans un repère orthogonal, la surface d'équation $z = f(x ; y)$ pour $1 \leqslant x \leqslant 10$ et $1 \leqslant y \leqslant 10$.



1. Le point N, d'ordonnée 5 et de cote $\ln 30$, appartient à la surface. Calculer la valeur exacte de son abscisse.
2. On peut estimer que le kilo de fruits $\mathscr{A}$ coûte 3 euros et que celui de fruits $\mathscr{B}$ coûte 2 euros. La consommatrice décide de ne pas dépenser plus de 36 euros par mois pour ces fruits.
   a. Donner la relation entre les quantités x et y de fruits $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$ achetées pour un montant de 36 euros.
   b. Montrer qu'alors le niveau de satisfaction de la consommatrice est égal à $\ln(18-1,5x)+2\ln x$.
   c. Démontrer que, sur l'intervalle $[1\,;\,10]$, la fonction g définie par
   $g(x)=\ln(18-1,5x)+2\ln x$ admet un maximum pour une valeur x_0 que l'on précisera.
   d. Quelles quantités de fruits $\mathscr{A}$ et de fruits $\mathscr{B}$ la consommatrice doit-elle acheter dans le mois si elle veut optimiser son niveau de satisfaction tout en respectant sa contrainte de budget ?

Exercice 3 — 7 points

Commun à tous les candidats
Partie A : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x)=(x+8)\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

On note f' sa fonction dérivée et on admet que, pour tout x de $[0\,;\,+\infty[$, on a : $f'(x)=(-0,5x-3)\mathrm{e}^{-0,5x}$.

1. Étudier le sens de variation de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$.
2. Démontrer que la fonction F définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $F(x)=(-2x-20)\mathrm{e}^{-0,5x}$ est une primitive de f sur ce même intervalle.

3. Calculer l'intégrale $I = \int_2^4 f(x)\mathrm{d}x$; on donnera la valeur arrondie à 0,01 près.

Partie B : Applications économiques

La fonction de demande d'un produit informatique est modélisée par la fonction f étudiée dans la partie A.
Le nombre $f(x)$ représente la quantité demandée, exprimée en milliers d'objets, lorsque le prix unitaire est égal à x centaines d'euros.

1. Calculer le nombre d'objets demandés, à l'unité près, lorsque le prix unitaire est fixé à 200 euros.
2. En utilisant les résultats de la partie A, déterminer la demande moyenne à 10 objets près, lorsque le prix unitaire est compris entre 200 et 400 euros.
3. L'élasticité $E(x)$ de la demande par rapport au prix x est le pourcentage de variation de la demande pour une augmentation de 1 % de x.
   On admet qu'une bonne approximation de $E(x)$ est donnée par :
   $E(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)} \times x$.
   a. Démontrer que $E(x) = \dfrac{-0,5x^2 - 3x}{x+8}$.
   b. Déterminer le signe de $E(x)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$ et interpréter ce résultat.
   c. Calculer le prix pour lequel l'élasticité est égale à $-3,5$.
   Comment évolue la demande lorsque le prix passe de 800 à 808 euros ?

Exercice 4 — 4 points

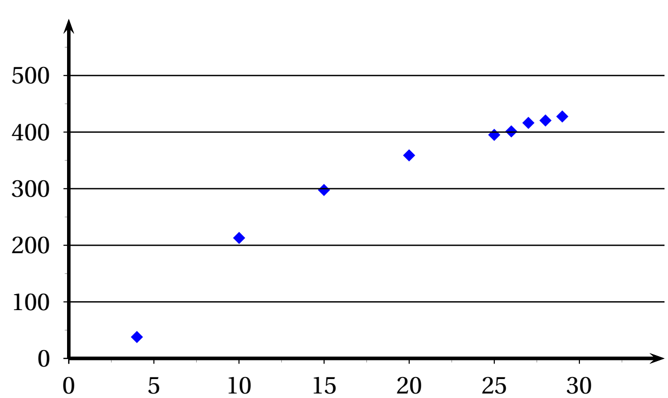
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne la production d'électricité d'origine nucléaire en France, exprimée en milliards de kWh, entre 1979 et 2004. Les rangs des années sont calculés par rapport à l'année 1975.

Année	1979	1985	1990	1995	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année x_i	4	10	15	20	25	26	27	28	29
Production y_i	37,9	213,1	297,9	358,8	395,2	401,3	416,5	420,7	427,7

Source : site Internet ministère de l'industrie

Ces données sont représentées par le nuage de points ci-dessous :



A - Recherche d'un ajustement affine

1. Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au dixième).
2. **a.** D'après cet ajustement, quelle serait la production d'électricité nucléaire en France en 2005 ?

   b. En réalité, en 2005, la production d'électricité nucléaire a été de 430 milliards de kWh. Calculer le pourcentage de l'erreur commise par rapport à la valeur réelle, arrondi à 0, 1 % près, lorsqu'on utilise la valeur fournie par l'ajustement affine.

B - Un autre modèle

Compte tenu de l'allure du nuage de points, on choisit un ajustement logarithmique et on modélise la production d'électricité nucléaire par la fonction f définie pour tout x de $[4\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 197 \ln x - 237.$$

1. Calculer la production d'électricité nucléaire prévisible avec ce modèle pour l'année 2005. Quelle conclusion peut-on en tirer ?
2. **a.** Résoudre dans $[4\,;\,+\infty[$ l'inéquation $f(x) \geqslant 460$.

   b. Avec ce modèle, en quelle année peut-on prévoir que la production d'énergie nucléaire dépassera 460 milliards de kWh ?

∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 2008 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

1. La valeur moyenne sur l'intervalle $[-1 ; 2]$ de la fonction f définie par $f(x) = 6x^2 + 3$ est :
   - -8
   - 0
   - 9
2. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = \ln\left(\dfrac{2}{x}\right)$.

   La limite de la fonction g en $+\infty$ est égale à :
   - $-\infty$
   - 0
   - 1
3. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\ln(3 - x) \leqslant 0$ est l'intervalle :
   - $[3 ; +\infty[$
   - $[2 ; 3[$
   - $[2 ; +\infty[$
4. Pour tous réels a et b, strictement positifs, $\ln(ab) - \ln\left(a^2\right)$ est égal à :
   - $\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)$
   - $\ln(b - a)$
   - $\dfrac{\ln b}{\ln a}$

EXERCICE 2 **6 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une ville ne dispose que d'un cinéma de quartier dans le centre et d'un cinéma multiplexe en périphérie. Des films français et des films étrangers sont projetés dans les deux cinémas.

On sait que, parmi les personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville :

- 75 % préfèrent le cinéma multiplexe.
- 60 % des personnes qui préfèrent le cinéma de quartier vont voir de préférence les films français.

On choisit au hasard un spectateur parmi les personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville.

On note respectivement M, Q, F et E les évènements suivants :

M : « le spectateur préfère le cinéma multiplexe » ;

Q : « le spectateur préfère le cinéma de quartier » ;

F : « le spectateur préfère les films français » ;

E : « le spectateur préfère les films étrangers ».

Les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondis au centième.

On pourra utiliser un arbre de probabilité ou un tableau.

1. Montrer que la probabilité que le spectateur choisi préfère le cinéma de quartier et préfère les films étrangers est 0,1.

2. 70 % des personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville préfèrent les films étrangers.

   Quelle est la probabilité que le spectateur choisi préfère le cinéma multiplexe et préfère les films étrangers ?

3. Le spectateur choisi préfère les films étrangers. Quelle est la probabilité qu'il préfère le cinéma de quartier ?

4. On choisit au hasard et de façon indépendante trois spectateurs parmi les personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville. Quelle est la probabilité qu'au moins un d'entre eux préfère les films étrangers ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un ciné-club qui projette des films français et étrangers dispose de deux salles. Les abonnés au ciné-club assistent systématiquement à une projection chaque lundi soir.

- La probabilité qu'un spectateur ayant vu un film français à une séance retourne voir un film français à la séance suivante est égale à $0,6$.
- La probabilité qu'un spectateur ayant vu un film étranger à une séance aille voir un film français à la séance suivante est égale à $0,75$.

Un lundi soir, un film français est projeté dans chacune des deux salles. Puis les semaines suivantes, le ciné-club propose dans une salle un film français et dans l'autre un film étranger.
On cherche à étudier l'évolution de la répartition des spectateurs entre les deux salles au cours des semaines suivantes, à partir de ce lundi.

1. On note A l'état : « le spectateur voit un film français ».
   On note B l'état : « le spectateur voit un film étranger ».

   a. Représenter la situation ci-dessus par un graphe probabiliste.

   b. On note M la matrice de transition de ce graphe en considérant les états dans l'ordre alphabétique. Justifier que $M = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,75 & 0,25 \end{pmatrix}$

2. Soient A_n l'évènement : « Le spectateur voit un film français à la n-ième séance » et B_n l'évènement : « Le spectateur voit un film étranger à la n-ième séance ».

   L'état probabiliste de la répartition des abonnés dans les deux salles lors de la n-ième séance est donné par la matrice ligne $T_n = (a_n \quad b_n)$ ou $a_n = P(\text{A}_n)$, $b_n = P(\text{B}_n)$ et $a_n + b_n = 1$.

   L'état probabiliste initial est donc donné par $T_1 = (1 \quad 0)$.

   Déterminer les matrices T_2 et T_3. En donner une interprétation en termes de répartition des abonnés dans les deux salles.

3. Déterminer la valeur arrondie au centième des réels x et y définissant l'état limite $T = (x \quad y)$ vers lequel converge la suite (T_n). Interpréter le résultat.

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre d'adhérents d'un club de rugby de 2001 à 2006.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'adhérents y_i	70	90	115	140	170	220

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'adhérents en fonction du rang x de l'année.

Partie A : un ajustement affine.

1. Dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 20 adhérents sur l'axe des ordonnées, représenter le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés et la tracer sur le graphique précédent *(aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients seront arrondis à l'unité).*
3. En supposant que cet ajustement reste valable pour les années suivantes, donner une estimation du nombre d'adhérents en 2007.

Partie B : un ajustement exponentiel.

On pose $z = \ln y$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z_i au millième.

x_i	1	2	3	4	5	6
z_i	4,248					

2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés *(aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients seront arrondis au millième).*
3. En déduire une approximation du nombre d'adhérents y en fonction du rang x de l'année.
4. En prenant l'approximation $y \simeq 57{,}1\mathrm{e}^{0{,}224x}$ et en supposant qu'elle reste valable pour les années suivantes, donner une estimation du nombre d'adhérents en 2007.

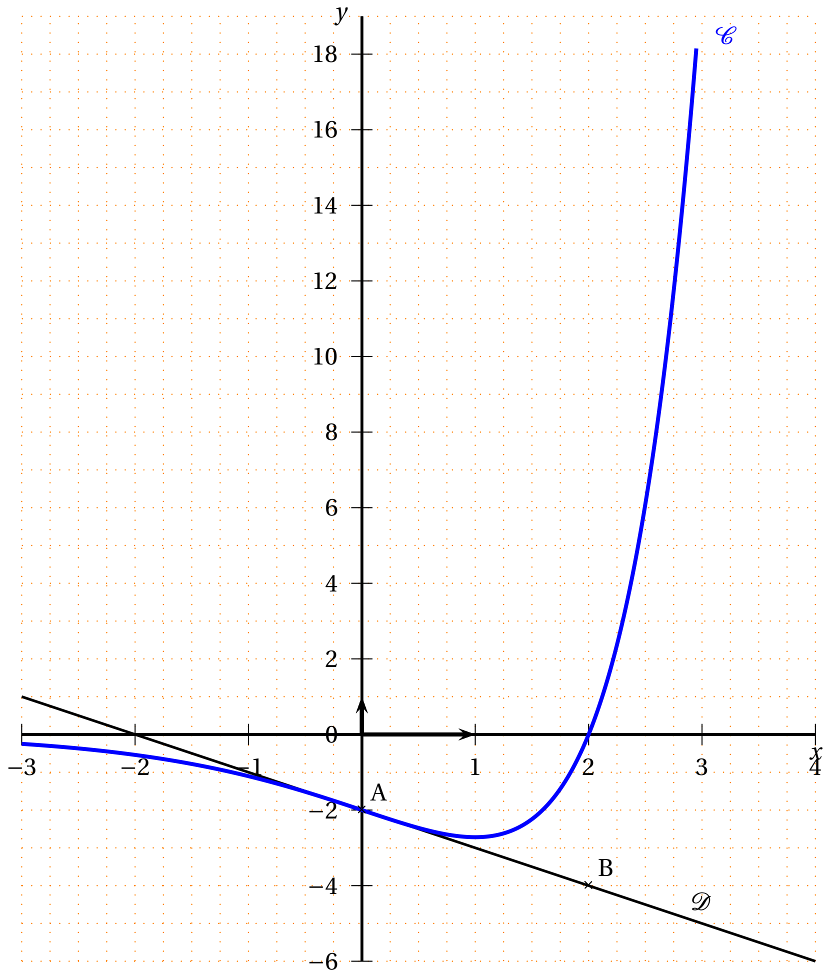
Partie C : comparaison des ajustements.

En 2007, il y a eu 280 adhérents. Lequel des deux ajustements semble le plus pertinent ?
Justifier la réponse.
Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
La tangente $\mathscr{D}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point A(0 ; −2) passe par le point B(2 ; −4).



On désigne par f' la fonction dérivée de f.

1. **a.** Donner la valeur de $f(0)$.
   b. Justifier que : $f'(0) = -1$.
2. **a.** On admet qu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout réel x,
   $f(x) = (x + a)\mathrm{e}^{bx}$.
   Vérifier que pour tout réel x, $f'(x) = (bx + ab + 1)\mathrm{e}^{bx}$.
   b. Utiliser les résultats précédents pour déterminer les valeurs exactes des réels a et b.

Partie B

On considère maintenant la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = (x - 2)\mathrm{e}^{x}.$$

1. Donner l'expression de $f'(x)$ pour tout réel x; en déduire le sens de variation de la fonction f sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.
2. **a.** Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
   b. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.(on rappelle que $\lim\limits_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^{x} = 0$.)
   Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3. **a.** Montrer que la fonction g définie par $g(x) = (x-3)\mathrm{e}^{x}$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b. Calculer $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

c. Préciser le signe de $f(x)$ pour tout x de l'intervalle $[2\,;\,3]$.

Déterminer la valeur, en unités d'aire, de l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.

Donner le résultat sous forme décimale, arrondi au dixième.

Baccalauréat Asie ES juin 2008

Exercice 1 — 5 points

Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.*

1. Une baisse de 25 % est compensée par une hausse, arrondie à l'unité, de :

   a. 20 % **b.** 25 % **c.** 33 %

2. La population d'une ville a augmenté de 7 % en 2004, de 5 % en 2005 et de 6 % en 2006. L'augmentation de la population de cette ville sur la période 2004-2006 est, arrondie à l'unité près, égale à :

   a. 17 % **b.** 18 % **c.** 19 %

   Les élèves de deux classes de terminale ES (désignées par TE1 et TE2) sont répartis selon leur spécialité (qui sont abrégées en SES, LV, Math.) de la façon suivante :

		TE1	TE2	Total
Spécialité	SES	16	8	24
	LV	12	14	26
	Math	6	10	16
Total		34	32	66

   On interroge un élève au hasard. Lea données précédentes sont à utiliser pour les trois questions suivantes :

3. La probabilité que l'élève interrogé appartienne à la TE1 est égale à :

   a. $\dfrac{1}{66}$ **b.** $\dfrac{1}{34}$ **c.** $\dfrac{17}{33}$

4. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math. ou appartienne à la TE1 est égale à :

   a. $\dfrac{2}{3}$ **b.** $\dfrac{25}{33}$ **c.** $\dfrac{1}{11}$

5. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math. sachant qu'il appartient à la TE1 est égale à :

   a. $\dfrac{1}{34}$ **b.** $\dfrac{1}{11}$ **c.** $\dfrac{3}{17}$

Exercice 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

On considère la fonction u définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par

$$u(x) = \frac{10-x}{x}$$

1. Calculer les limites de u en 0 et en $+\infty$.
2. Étudier les variations de u.

   On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{u(x)}.$$

3. Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. Quelles conséquences graphiques peut-on en déduire ?
4. Établir, en justifiant, le tableau de variations de f.
5. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 1$.
6. L'équation $f(x) = -x$ admet-elle une solution ? Pourquoi ?
   Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sein valorisée.

Exercice 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du SMIC horaire brut en euros depuis 2001.

Date	1/07/2001	1/07/2002	1/07/2003	1/07/2004	1/07/2005	1/07/2006	1/07/2007
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Valeur en euros y_i	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27	8,44

1. Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal (1 cm représente 1 rang en abscisse et 5 cm représentent 1 € en ordonnée faire débuter la graduation à 6 sur l'axe des ordonnées).
2. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-2} près).
   Tracer cette droite dans le repère précédent.
3. La forme du nuage suggère une modification de l'évolution du SMIC horaire brut à partir de juillet 2004. Pour $x \geqslant 4$, on choisit d'ajuster le nuage de points par une courbe $\mathcal{C}$ d'équation

   $$y = a\ln(x-3) + b$$

   où a, et b sont deux réels. Déterminer les réels a et b tels que la courbe $\mathcal{C}$ passe par les points de coordonnées $(4\,;\,7{,}61)$ et $(7\,;\,8{,}44)$ (arrondir les réels a et b à 10^{-2}).
   Tracer la courbe $\mathcal{C}$ dans le repère précédent.
4. Arthur est un jeune salarié, rémunéré au SMIC. Il souhaite estimer la valeur du SMIC au 1er juillet 2009. Quel est, parmi les modèles utilisés aux questions **2** et **3**, celui qui lui sera le plus favorable ?

Exercice 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère la surface S d'équation

$$z = y \times \ln(x),$$

où x appartient à l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$ et y appartient l'intervalle $[-3\,;\,5]$. Cette surface S est représentée sur l'annexe correspondant à cet exercice qui est à rendre avec la copie.
Les cinq questions sont indépendantes l'une de l'autre.

1. On note P le plan d'équation $z = 3,5$. Quelle est la nature de l'intersection de la surface S et du plan P ?
2. On désigne par $\mathcal{C}_2$ l'intersection de la surface S avec le plan d'équation $y = 2$. Représenter la courbe $\mathcal{C}_2$ dans un repère orthonormal d'unité 2 cm.
3. Placer sur la surface S le point A d'abscisse 2 et d'ordonnée 4. Calculer sa côte.

4. Lire les coordonnées du point B situé sur la surface S.
5. On considère la section C de la surface S par le plan d'équation $z = 1$.
   a. Calculer l'ordonnée du point D d'abscisse 4 situé sur la section C. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-1} près. Placer le point D sur la surface S.
   b. Arthur pense que la nature de la section C est un morceau de parabole. A-t-il raison ? Pourquoi ?

Exercice 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

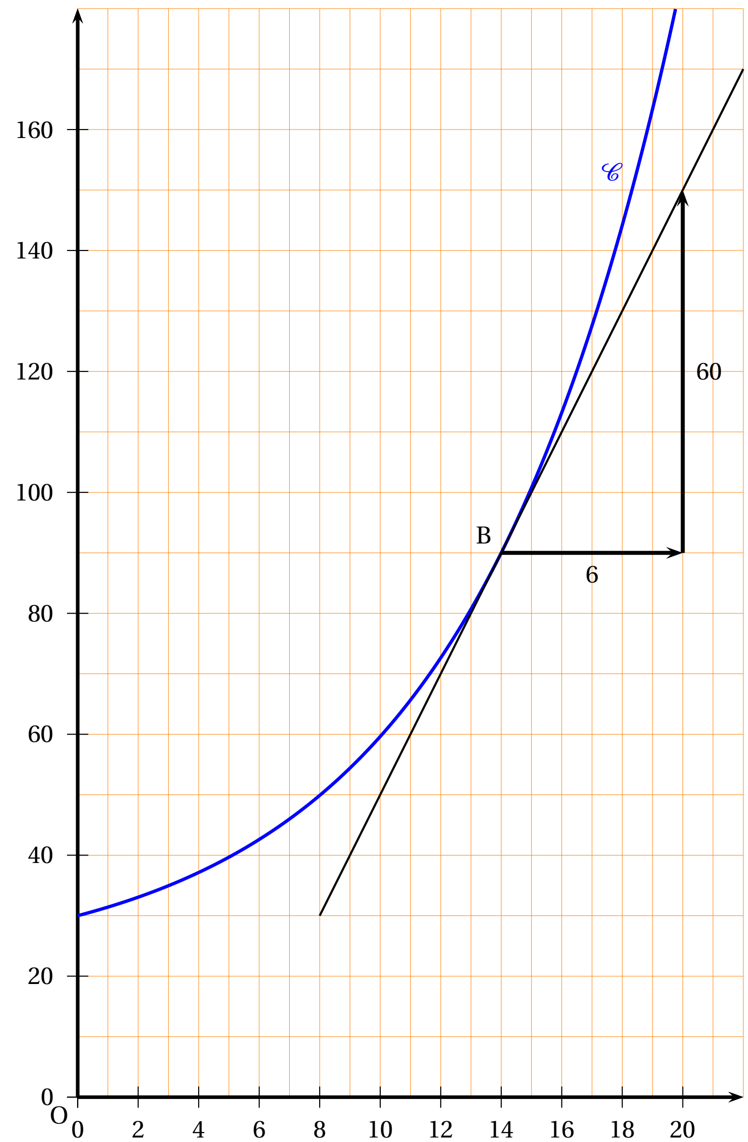
Une entreprise fabrique une quantité x, comprise entre 0 et 20, d'un certain objet.
Le coût total de production f, exprimé en euros, est représenté par la courbe $\mathscr{C}$ dans un repère d'origine O du graphique 1 fourni .en annexe (à rendre avec la copie). La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point E d'abscisse 14 est tracée sur le même graphique.

1. **a.** Quel est le coût total de production dc 10 objets ?
   b. Quelle quantité maximale d'objets est-il possible de produire pour un coût total inférieur à 150 € ?
2. Le coût marginal g est donné sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par la dérivée du coût total de production $g(x) = f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,20]$.
   a. En utilisant le graphique 1 de l'annexe, déterminer la valeur du coût marginal pour $x = 14$. Comparer $g(14)$ et $g(19)$.
   b. Quelle est, parmi les trois courbes proposées sur le graphique 2, celle qui représente le coût marginal ? Justifier la réponse,
3. Le coût moyen h est donné sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.
   a. Estimer $h(5)$.
   b. Sur le graphique 1 de l'annexe, placer le point Q d'abscisse 5 situé sur la courbe $\mathscr{C}$, puis tracer la droite (OQ).

   Une expression du coefficient directeur de la droite (OQ) est $\dfrac{f(5)}{5}$. Justifier cette expression,
   c. Placer le point A sur la courbe $\mathscr{C}$ tel que la droite (OA) soit tangente à $\mathscr{C}$. On appelle a l'abscisse du point A.
   d. Conjecturer les variations de h sur l'intervalle $]0\,;\,20]$.
   Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.

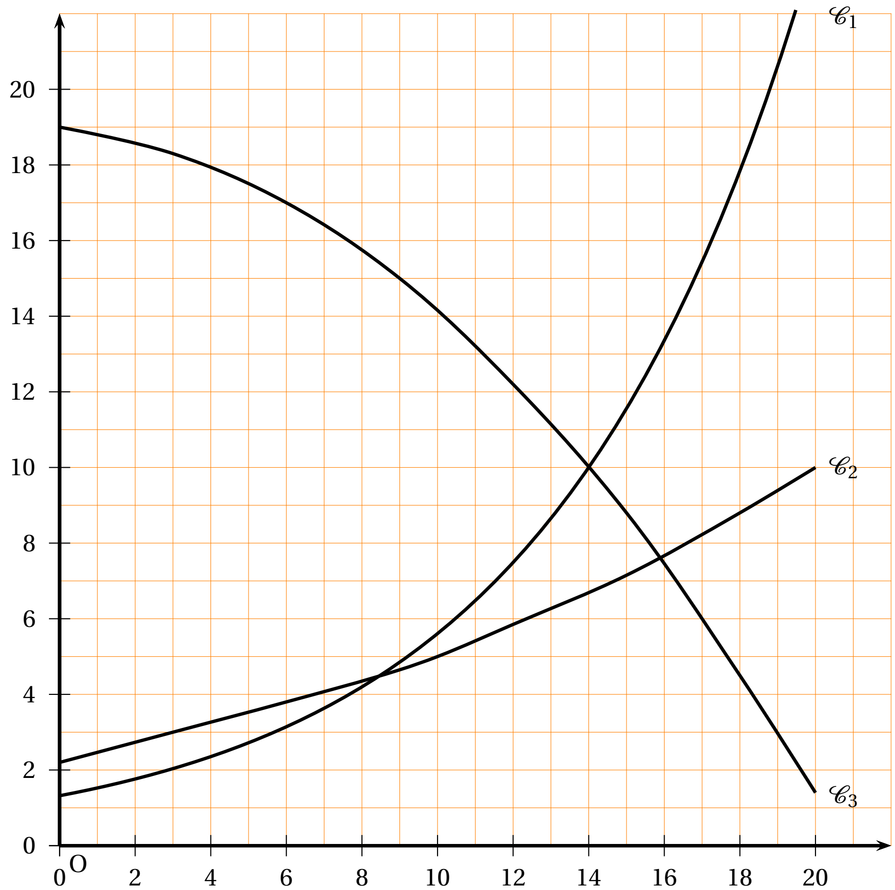
Annexe à rendre avec la copie

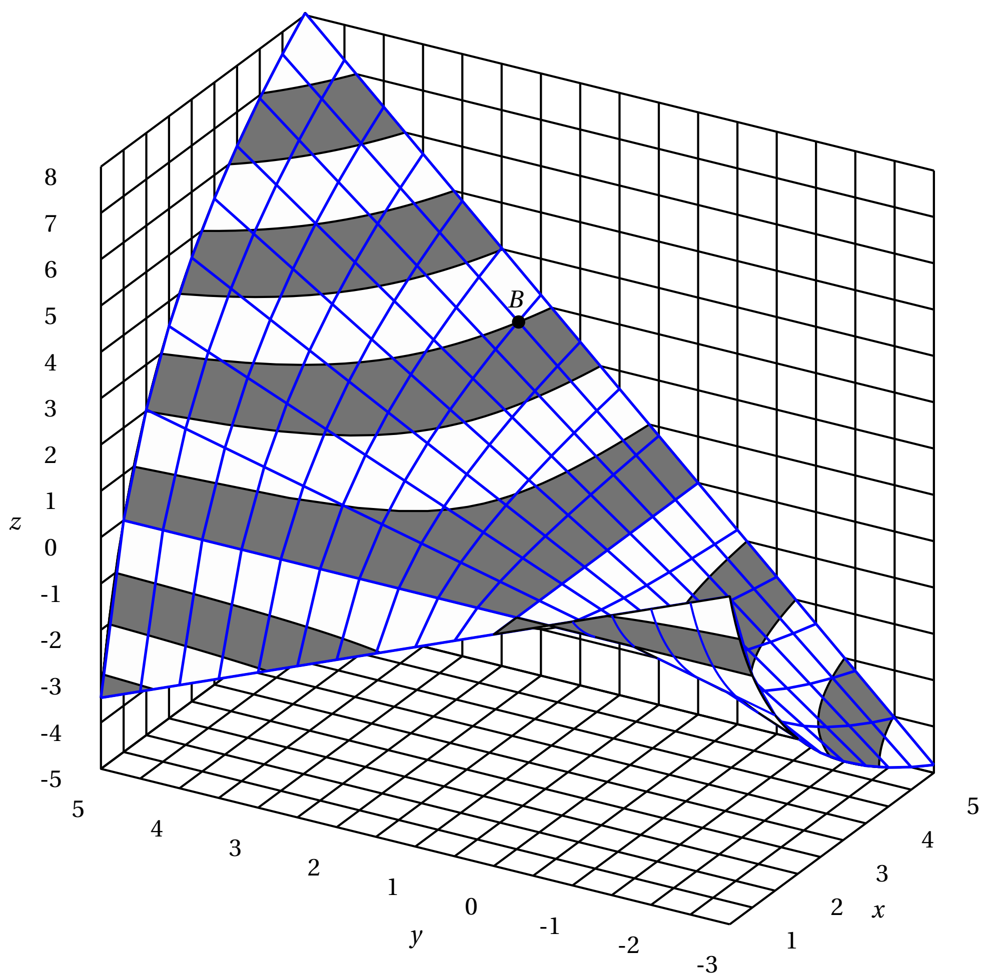
Graphique 1



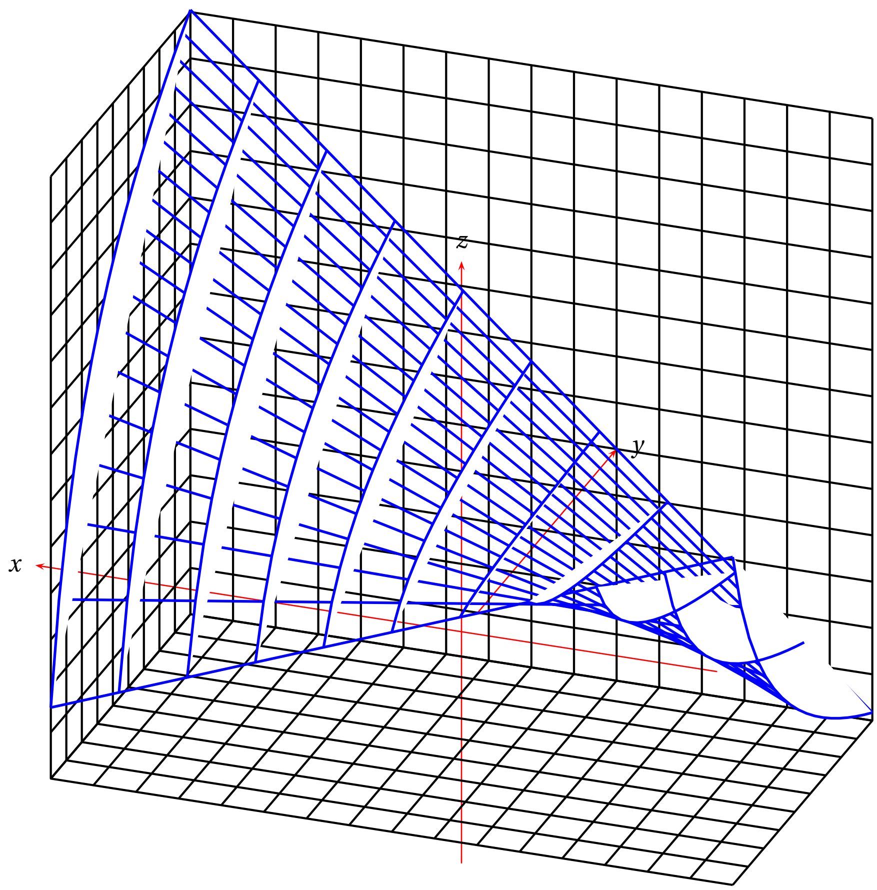
Annexe à rendre avec la copie

Graphique 2





8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
z
B
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
y
5
4
3
2
1
x



z
y
x

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers 17 juin 2008 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

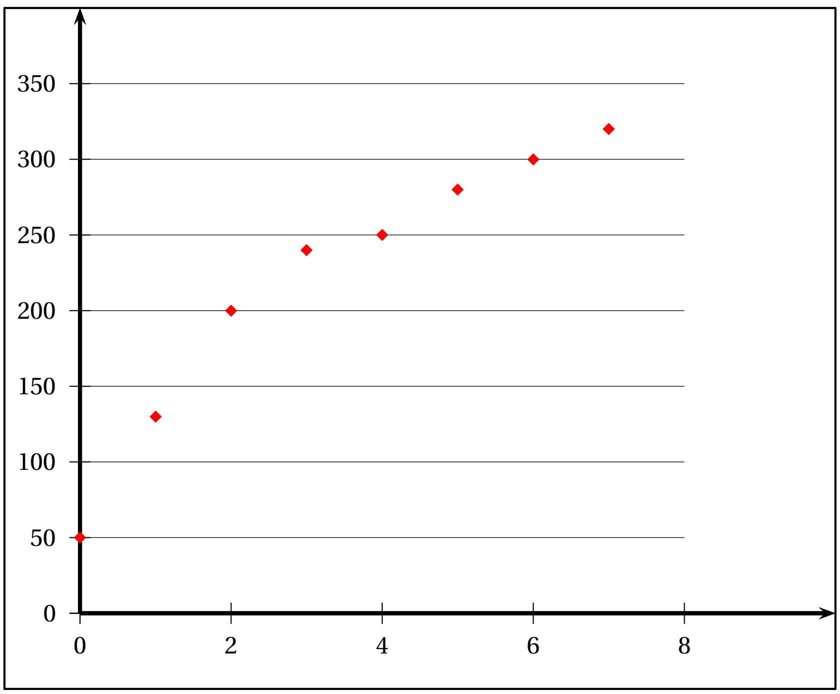
Une association organise chaque année un séjour qui s'adresse à des adultes handicapés. À sa création en 1997, dix adultes handicapés sont partis durant cinq jours. Ainsi, on dira qu'en 1997 le nombre de « journées participant » est de 5×10 soit 50.

Le tableau suivant donne le nombre de « journées participant » de 1997 à 2004. L'année 1997 a le rang 0.

Années	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de « journées participant » : y_i	50	130	200	240	250	280	300	320

1. Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de « journées participant » de 1997 à 2000, puis celui de 2000 à 2001

2. Ces données sont représentées par le nuage de points ci-joint.



On considère qu'un ajustement affine n'est pas pertinent. L'allure du nuage suggère de chercher un ajustement de y en x de la forme $y = k\ln(ax+b)$ où k, a et b sont trois nombres réels. Pour cela on pose : $z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{100}}$.

Dans cette question les calcul. seront effectués à la calculatrice. Aucune justification n'est demandée. Les résultats seront arrondis au centième.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de « journées participant » : y_i	50	130	200	240	250	280	300	320
$z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{100}}$	1,65							

b. Représenter le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ z_i)$ dans un repère orthononnal (unités : 1 cm)

c. Donner les coordonnées du point moyen et placer ce point sur le graphique précédent.

d. Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés. Représenter la droite (D) sur le graphique précédent

e. Sachant que $z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{100}}$ déterminer l'expression de y en fonction de x.

3. On suppose que l'évolution du nombre de « journées participant » se poursuit dans un futur proche selon le modèle précédent.

a. Estimer, à l'unité près, quel serait le nombre de « journées participant » prévu pour l'année 2007.

b. En réalité, le nombre de « journées participant » en 2007 a été de 390. Si l'écart en valeur absolue entre la valeur estimée et la valeur réelle est inférieure à 10 % de la valeur réelle, on considère que le modèle est pertinent. Est-ce le cas ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n 'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un magasin de sport propose à la location des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée. Son matériel est constitué de 50 % de skis de piste, le reste étant également réparti entre les snowboards et les skis de randonnée.
Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé.
Il a été constaté que la moitié des skis de piste, deux tiers des snowboards et le quart des skis de randonnée nécessitent une réparation.

Chaque paire de ski et chaque snowboard est répertorié sur une fiche qui précise son suivi. On tire au hasard une fiche. On considère les évènements suivants :

Sp : « La fiche est celle d'une paire de skis de piste » ;
Sn : « La fiche est celle d'un snowboard » ;
Sr : « La fiche est celle d'une paire de skis de randonnée » ;
R : « Le matériel nécessite une réparation » ; $\overline{R}$ est son évènement contraire.

Tous les résultats des quatre premières questions seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Traduire toutes les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré (on ne demande aucune explication).
2. Calculer la probabilité que la fiche tirée concerne une paire de skis de piste ne nécessitant pas une réparation.
3. Calculer la probabilité que la fiche tirée concerne du matériel ne nécessitant pas une réparation.
4. La fiche tirée concerne du matériel ayant nécessité une réparation.
   Quelle est la probabilité que cette fiche concerne un snowboard ?
5. Les paires de skis de piste, de randonnée, ainsi que les snowboards sont loués 30 € pour la journée.
   Quelle est l'espérance de gain sur le matériel loué sachant que chaque réparation coûte 20 € au loueur ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans un village, l'association de gymnastique volontaire possédait 50 adhérents en 2000.
Depuis cette date, la trésorière a remarqué que chaque année elle reçoit 18 nouvelles adhésions et que 85 % des anciens inscrits renouvellent leur adhésion.
On note a_n le nombre d'adhérents pour l'année $2000+n$;
on a donc $a_0 = 50$ et $a_{n+1} = 0,85a_n + 18$ pour tout entier naturel n.

1. Soit la suite (u_n) définie par $u_n = a_n - 120$ pour tout $n \geqslant 0$.

a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $a_n = 120 - 70 \times 0,85^n$.

c. Déterminer la limite de la suite (a_n) quand n tend vers l'infini. Interpréter ce résultat.

2. Chaque semaine, 60 % des adhérents s'inscrivent pour une heure de gymnastique et 40 % pour deux heures de gymnastique.

a. Exprimer en fonction de n le nombre d'heures de gymnastique à prevoir par semaine pour l'an $2000+n$.

b. Une séance de gymnastique dure une heure et est limitée à 20 personnes. On veut déterminer à partir de quelle année l'association devra prévoir plus de 8 séances par semaine.
Démontrer qu'alors n doit vérifier l'inéquation $98 \times 0,85^n < 8$.
Résoudre cette inéquation et conclure.
Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un Q. C. M. (Questionnaire à Choix Multiples).
Chaque question admet une seule réponse exacte : a, b ou c. Pour chacune des questions indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Barème : une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

	QUESTIONS	RÉPONSES
Q1	D'une année sur l'autre, un produit perd 10 % de sa valeur. Le produit a perdu au moins 70 % de sa valeur initiale au bout de :	**a.** 7 années **b.** 11 années **c.** 12 années
Q2	Dans une expérience aléatoire, la probabilité d'un évènement A est égale à 0,4. On répète huit fois cette expérience de façon indépendante. La probabilité que l'évènement A se réalise au moins une fois est égale à :	**a.** $(0,4)^8$ **b.** $(0,6)^8$ **c.** $1-(0,6)^8$
Q3	F est la primitive qui s'annule en 1 de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2+1$. On a	**a.** $F(0) = 1$ **b.** $F(0) = -\dfrac{4}{3}$ **c.** $F(0) = \dfrac{4}{3}$
Q4	f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$. On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère. La tangente $(\mathscr{T})$ à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A d'abscisse 0 a pour coefficient directeur :	**a.** 0 **b.** 1 **c.** 3

Pour toutes les questions suivantes, on donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur $]-\infty\ ;\ -3[$. On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère.

x	$-\infty$	-3	-2	2	3
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0 ↘	-2 ↗	0 ↗	$+\infty$

	QUESTIONS	RÉPONSES
Q5	On peut affirmer que :	**a.** $f(0) < 0$ **b.** $f(0) = 0$ **c.** $f(0) > 0$
Q6	La courbe $(\mathscr{C})$ admet pour asymptote la droite d'équation :	**a.** $x = 0$ **b.** $x = 3$ **c.** $y = 3$
Q7	g est la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$ sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ -3[$. La limite de g en $-\infty$:	**a.** est $-\infty$ **b.** est $+\infty$ **c.** n'existe pas
Q8	F désigne une primitive de f sur $]-\infty\ ;\ 3[$. F est :	**a.** strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ 3[$ **b.** strictement décroissante sur $]-3\ ;\ 2[$ **c.** strictement croissante sur $]-2\ ;\ 3[$

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = -3x + 4 + 8\ln(x+1).$$

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. **a.** Calculer la limite de f en -1. Donner l'interprétation graphique du résultat obtenu.

   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra utiliser $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 0$).

2. **a.** On note f' la dérivée de f sur $]-1\ ;\ +\infty[$. Démontrer que $f'(x) = \dfrac{5-3x}{x+1}$.

   b. Étudier le signe de f' et dresser le tableau de variations de f. On donnera une valeur arrondie au dixième du maximum de f sur $]-1\ ;\ +\infty[$.

3. On se place dans l'intervalle $\left[\dfrac{5}{3}\ ;\ +\infty\right[$. Démontrer que dans cet intervalle, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique notée x_0. Donner une valeur approchée de x_0 à 10^{-2} près.

4. **a.** Vérifier que la fonction F définie par

   $$F(x) = -\frac{3}{2}x^2 - 4x + 8(x+1)\ln(x+1)$$

   est une primitive de f sur $]-1\ ;\ +\infty[$.

   b. Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 5$ (on donnera la valeur exacte de cette aire et une valeur approchée au dixième près).

∽ Baccalauréat ES Métropole 19 juin 2008 ∾

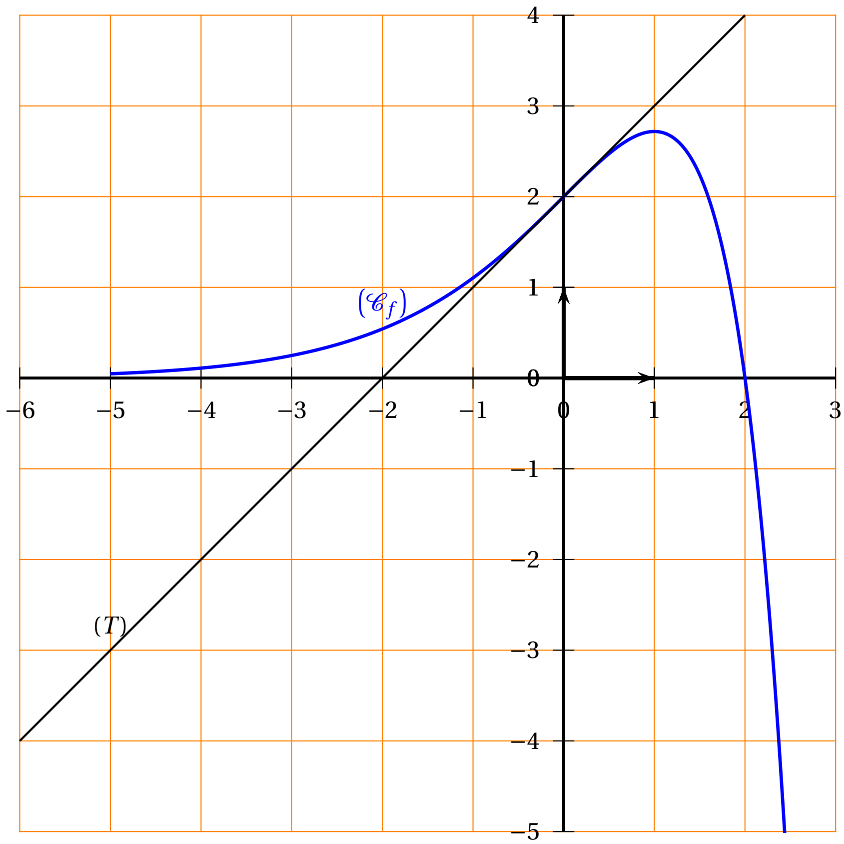
EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-5\,;\,\frac{5}{2}\right]$. Le plan est muni d'un repère orthonormal.

- La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ représentée ci-dessous est celle de la fonction f.
- Les points A$(0\,;\,2)$, B $(1\,;\,\mathrm{e})$ et C $(2\,;\,0)$ appartiennent à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$.
- Le point de la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ d'abscisse (-5) a une ordonnée strictement positive.
- La tangente (T) en A à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ passe par le point D$(-2\,;\,0)$.
- La tangente en B à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ est parallèle à l'axe des abscisses.



Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Partie A : aucune justification n'est demandée

Une réponse exacte rapporte $0,5$ *point.*
Une réponse fausse enlève $0,25$ *point.*
L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points de la partie A est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.

1. On note $f'(0)$ le nombre dérivé de la fonction f en 0. Quelle est sa valeur ?
   a. $f'(0) = 1$ **b.** $f'(0) = 2$ **c.** $f'(0) = 0$

   On note ln la fonction logarithme népérien et g la fonction composée $\ln(f)$.
2. Quel est l'ensemble de définition de la fonction g, noté D_g ?
   a. $\left]0\,;\,\frac{5}{2}\right[$ **b.** $[-5\,;\,2]$ **c.** $[-5\,;\,2[$
3. Quelle est la valeur de $g(0)$?
   a. $g(0) = 2$ **b.** $g(0) = 0$ **c.** $g(0) = \ln(2)$
4. On note g' la fonction dérivée de la fonction g. Quelle est la valeur de $g'(1)$?
   a. $g'(1) = \mathrm{e}$ **b.** $g'(1) = 0$ **c.** $g'(1) = -\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$
5. Quelle est la limite de $g(x)$ quand x tend vers 2 ?
   a. $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = -\infty$ **b.** $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = 0$ **c.** $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = +\infty$

Partie B : chaque réponse doit être justifiée

Dans cette partie, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

1. À quel intervalle appartient le réel $I = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$?
   a. $[0\,;3]$ **b.** $[3\,;6]$ **c.** $[6\,;9]$
2. Parmi les trois courbes jointes en annexe, l'une est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f. Laquelle ?
   a. La courbe $(\mathscr{C}_1)$ **b.** La courbe $(\mathscr{C}_2)$ **c.** La courbe $(\mathscr{C}_3)$
3. Parmi les trois courbes jointes en annexe, l'une est la représentation graphique d'une primitive F de la fonction f, F étant définie sur l'intervalle $\left[-5\,;\,\frac{5}{2}\right]$. Laquelle ?
   a. La courbe $(\mathscr{C}_1)$ **b.** La courbe $(\mathscr{C}_2)$ **c.** La courbe $(\mathscr{C}_3)$

EXERCICE 2 — 6 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le parc informatique d'un lycée est composé de 200 ordinateurs dont :
- 30 sont considérés comme neufs ;
- 90 sont considérés comme récents ;
- les autres sont considérés comme anciens.

Une étude statistique indique que :
- 5 % des ordinateurs neufs sont défaillants ;
- 10 % des ordinateurs récents sont défaillants ;
- 20 % des ordinateurs anciens sont défaillants.

On choisit au hasard un ordinateur de ce parc.
On note les évènements suivants

N : « L'ordinateur est neuf »

R : « L'ordinateur est récent »
A : « L'ordinateur est ancien »
D : « L'ordinateur est défaillant »
$\overline{D}$ l'évènement contraire de D.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'ordinateur choisi soit neuf et défaillant.
3. Démontrer que la probabilité que l'ordinateur choisi soit défaillant est égale à 0,132 5.
4. Déterminer la probabilité que l'ordinateur soit ancien sachant qu'il est défaillant. Donner le résultat sous forme décimale arrondie au centième.
5. Pour équiper le centre de ressources de l'établissement, on choisit au hasard 3 ordinateurs dans le parc. On admet que le parc est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ces choix à des tirages successifs indépendants avec remise.

   Déterminer la probabilité qu'exactement un des ordinateurs choisis soit défaillant. Donner le résultat sous forme décimale arrondie au centième.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Deux fabricants de parfum lancent simultanément leur nouveau produit qu'ils nomment respectivement Aurore et Boréale.
Afin de promouvoir celui-ci, chacun organise une campagne de publicité.
L'un d'eux contrôle l'efficacité de sa campagne par des sondages hebdomadaires.
Chaque semaine, il interroge les mêmes personnes qui toutes se prononcent en faveur de l'un de ces deux produits.

Au début de la campagne, 20 % des personnes interrogées préfèrent Aurore et les autres préfèrent Boréale. Les arguments publicitaires font évoluer cette répartition : 10 % des personnes préférant Aurore et 15 % des personnes préférant Boréale changent d'avis d'une semaine sur l'autre.

La semaine du début de la campagne est notée semaine 0.
Pour tout entier naturel n, l'état probabiliste de la semaine n est défini par la matrice ligne $P_n = (a_n \quad b_n)$, où a_n désigne la probabilité qu'une personne interrogée au hasard préfère Aurore la semaine n et b_n la probabilité que cette personne préfère Boréale la semaine n.

1. Déterminer la matrice ligne P_0 de l'état probabiliste initial.
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B, A pour Aurore et B pour Boréale.
3. **a.** Écrire la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

   b. Montrer que la matrice ligne P_1 est égale à $(0,3 \quad 0,7)$.
4. **a.** Exprimer, pour tout entier naturel n, P_n en fonction de P_0 et de n.

   b. En déduire la matrice ligne P_3. Interpréter ce résultat.

   Dans la question suivante, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.
5. Soit $P = (a \quad b)$ la matrice ligne de l'état probabiliste stable.

   a. Déterminer a et b.

   b. Le parfum Aurore finira-t-il par être préféré au parfum Boréale ? Justifier.

EXERCICE 3 **9 points**

Commun à tous les candidats

On se propose d'étudier l'évolution des ventes d'un modèle de voiture de gamme moyenne depuis sa création en 1999.

Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie I

Le tableau suivant dorme le nombre annuel, exprimé en milliers, de véhicules vendus les cinq premières années de commercialisation :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4
Nombre annuel de véhicules vendus en milliers : y_i	81,3	92,3	109,7	128,5	131,2

1. Dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers de véhicules vendus sur l'axe des ordonnées, représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y\right)$ pour i entier variant de 0 à 4.
2. L'allure du nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.
   a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
   b. Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   c. Placer le point G et tracer la droite (D) sur le graphique précédent.
   d. En utilisant l'ajustement affine du **b.**, donner une estimation du nombre de véhicules vendus en 2007.
3. Le tableau suivant donne le nombre annuel de véhicules vendus, exprimé en milliers, de 2003 à 2007 :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	4	5	6	7	8
Nombre annuel de véhicules vendus en milliers : y_i	131,2	110,8	101,4	86,3	76,1

   a. Compléter le nuage de points précédent à l'aide de ces valeurs.
   b. L'ajustement précédent est-il encore adapté ? Justifier la réponse.
   c. On décide d'ajuster le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y\right)$, pour i entier variant de 4 à 8, par une courbe qui admet une équation de la forme $y = \text{e}^{cx+d}$.
   Déterminer les réels c et d pour que cette courbe passe par les points A(4 ; 131,2) et B(8 ; 76,1).
   On donnera la valeur exacte, puis l'arrondi au millième de chacun de ces nombres réels.

Partie II

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[4\ ;\ 10]$ par :

$$f(x) = \text{e}^{-0,136x+5,421}.$$

On suppose que f modélise en milliers l'évolution du nombre annuel de véhicules vendus à partir de l'année 2003.

1. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[4\ ;\ 10]$.

2. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de la fonction f dans le même repère que le nuage de points.

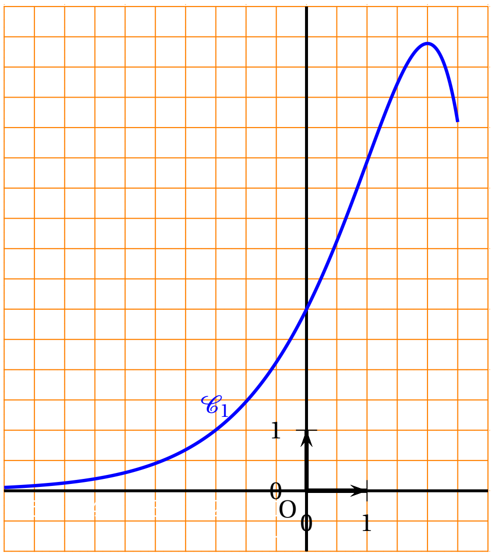
3. L'entreprise décide d'arrêter la fabrication du modèle l'année où le nombre annuel de véhicules vendus devient inférieur à 65 000.

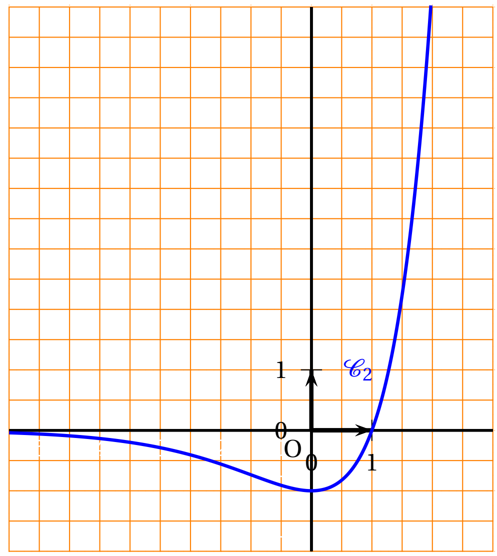
a. Résoudre algébriquement dans l'intervalle $[4\,;\,10]$ l'inéquation $f(x) \leqslant 65$.
En quelle armée l'entreprise doit-elle prévoir cet arrêt ?

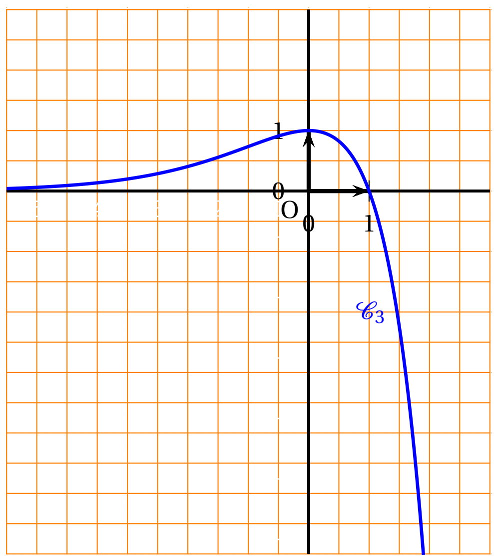
b. Retrouver graphiquement le résultat précédent en laissant apparents les traits de construction nécessaires.

Annexe

Exercice 1, partie B







Baccalauréat ES La Réunion juin 2008

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre propositions de ce QCM, une et une seule des affirmations est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'enlève et ne rapporte aucun point. Si le total est négatif la note de l'exercice est ramenée à* 0.

Chacune des quatre propositions concerne une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5~;~6]$, qui admet des primitives sur cet intervalle et dont on donne ci-dessous le tableau de variations :

x	-5		-3		2		4		6
$f(x)$	3	↘	1	↗	4	↘	-2	↗	0

1. Si a et b sont deux réels tels que $2 < a < b < 4$, alors :

a. $f(a) > f(b)$

b. $f(a) < f(b)$

c. on ne peut pas comparer $f(a)$ et $f(b)$.

2. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ est :

a. 1

b. 2

c. 3

3. **a.** $\displaystyle\int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x < 0$

b. $\displaystyle\int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x < 0$

c. avec les données, on ne peut pas connaître le signe de $\displaystyle\int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x$

4. Si g est la fonction définie sur $[-5~;~6]$ par $g(x) = \dfrac{1}{2}x - 1$, alors :

a. l'équation $f(x) = g(x)$ n'a pas de solution

b. l'équation $f(x) = g(x)$ a une unique solution

c. on ne peut pas se prononcer sur le nombre de solutions de l'équation $f(x) = g(x)$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

On a relevé lors de six années consécutives le chiffre d'affaire d'une entreprise de prêt-à-porter de luxe créée en 2000. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire y_i (en euros)	160 000	220 000	290 000	390 000	540 000	730 000

1. Pour $i = 1, 2, \ldots, 5$ on pose $z_i = \ln y_i$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant (donner une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près de chacun des résultats) :

x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$						

b. Représenter sur du papier millimétré le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ z_i)$ dans un repère orthonormal du plan (unité 2 cm en commençant à la graduation 10 sur l'axe des ordonnées).

c. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés (on obtiendra une équation de la forme $z = ax+b$ où les coefficients a et b seront arrondis à 10^{-2} près).

d. Déduire de ce qui précède une expression de y en fonction de x sous la forme $y = k\mathrm{e}^{ax}$, où k est un réel à déterminer et a le coefficient trouvé à la question précédente (le coefficient k sera arrondi à l'unité).

2. On note C la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ \infty[$ par :

$$C(x) = 120\,000\mathrm{e}^{0,3x}.$$

a. Résoudre par le calcul l'inéquation $C(x) \geqslant 2\,000\,000$.

b. On admet que $C(x)$ représente le chiffre d'affaire de l'entreprise pour l'année de rang x_i.

Quel chiffre d'affaire peut-on prévoir pour l'année 2008 (on arrondira le résultat au millier d'euros près) ?

À partir de quelle année le chiffre d'affaire dépassera-t-il 2 millions d'euros ?

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Les joueurs d'un club de football sont partagés en deux équipes : une équipe A et une équipe B. L'entraîneur change la composition de ces équipes après chacun des matchs, suivant les performances des joueurs.

Une étude statistique menée au cours des saisons précédentes permet d'estimer que :

— si un joueur fait partie de l'équipe A, la probabilité qu'il reste dans cette équipe pour le match suivant est $0,6$;

— si un joueur fait partie de l'équipe B, la probabilité qu'il change d'équipe le match suivant est $0,2$.

1. Représenter les données précédentes par un graphe probabiliste G de sommets A et B et donner sa matrice de transition.

2. Pour un entier naturel n donné, on note $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice ligne décrivant l'état probabiliste lors du match n.

Paul vient d'arriver dans le club et la probabilité a_0 qu'il joue dans l'équipe A pour le match de préparation (match 0) est $0,1$.

L'état probabiliste initial est donc $P_0 = (0,1 \quad 0,9)$.

a. Vérifier que $P_1 = (0,24 \quad 0,76)$ et calculer P_2.

b. Quelle est la probabilité que Paul joue dans l'équipe A lors du deuxième match de championnat (match 2) ? (on donnera la valeur approchée du résultat arrondie à 10^{-2} près)

3. On admet que, pour tout entier naturel n : $a_{n+1} = 0,4a_n + 0,2$. On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = a_n - \dfrac{1}{3}$.

   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,4$ et de premier terme $v_0 = \dfrac{-7}{30}$.

   b. Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que, pour tout entier naturel n :
   $a_n = \dfrac{1}{3}\left(1 - 0,7 \times 0,4^n\right)$

   c. Déduire de ce qui précède la limite de la suite (a_n). Quel est l'état stable du graphe G ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les membres d'un jeune groupe de musique présentent une chanson lors d'une audition. Dans le morceau qu'ils jouent, il y a un passage délicat sur lequel ils ne sont pas tout à fait au point.

En effet :

— le guitariste joue parfaitement ce morceau trois fois sur quatre,

— la chanteuse échoue dans 50 % des cas si le guitariste se trompe et, sinon, elle commet des erreurs une fois sur cinq.

Les autres musiciens maîtrisent parfaitement leur partition.

On appelle G l'évènement « le guitariste joue parfaitement le morceau ».
On appelle C l'évènement « la chanteuse interprète le morceau sans faire d'erreur ».

1. Dessiner un arbre de probabilités qui modélise la situation décrite précédemment.
2. **a.** Déterminer la probabilité $P(G \cap C)$ que le groupe interprète la chanson sans erreur.

   b. Calculer la probabilité qu'un, et un seul, des membres du groupe se trompe.

   c. Déterminer la probabilité que la chanteuse interprète sans erreur le morceau.
3. Calculer $P_C(G)$ (on arrondira le résultat à 10^{-3} près) et interpréter concrètement ce résultat.
4. On admet que la probabilité qu'aucun des membres du groupe ne commette d'erreur est $0,6$. Le groupe participe avec sa chanson à trois concours, les trois prestations était indépendantes les unes des autres. Quelle est la probabilité qu'ils jouent parfaitement à au moins l'un des trois concours ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 1\,000]$ par

$$f(x) = 89,5 - 8,9\ln(x + 0,3)$$

et dont on donne la courbe représentative dans un repère orthogonal du plan (voir Annexe figure I).

1. Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0 ; 1\,000]$.
2. Montrer que résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 45$ revient à résoudre l'inéquation $\ln(x + 0,3) \geqslant 5$. Résoudre cette inéquation.
3. **a.** Démontrer que la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 1\,000]$ par :

$$g(x) = 98,4x - 8,9(x + 0,3)\ln(x + 0,3)$$

   est une primitive de f sur l'intervalle $[0 ; 1\,000]$.

b. On rappelle que la valeur moyenne m de f sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ (a et b étant deux éléments distincts de l'ensemble de définition de f, est donnée par : $m = \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Déterminer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[200\,;\,800]$ (on donnera une valeur approchée de ce résultat arrondi à l'unité).

Partie B

Une éolienne doit être installée à proximité d'un village dont les habitants s'inquiètent de la nuisance sonore occasionnée. L'entreprise chargée de la fabrication de l'éolienne transmet donc les renseignements suivants :

— au centre de l'éolienne (centre du rotor), le niveau sonore est d'environ 100 décibels (dB).

— lorsqu'on s'éloigne de x mètres du centre de l'éolienne, le niveau sonore est donné, en dB, par $f(x)$ (défini à la partie A).

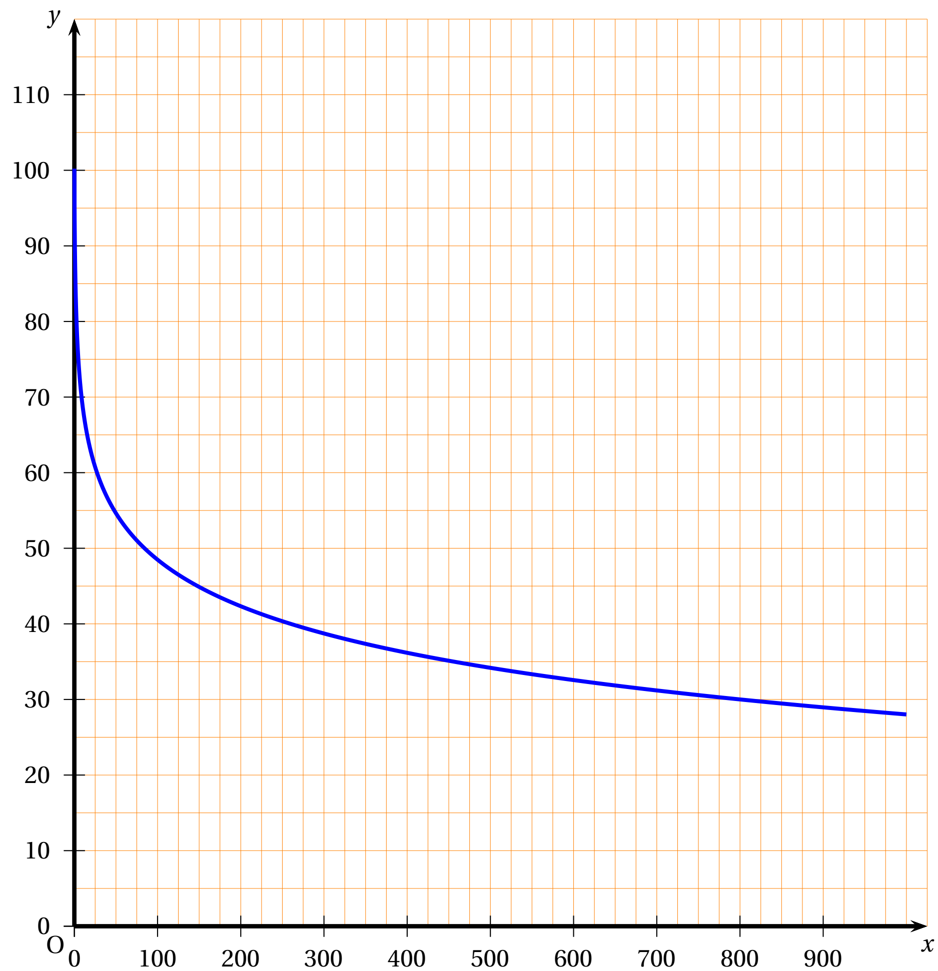
1. En utilisant le graphique donné en annexe, déterminer à quelle distance du centre de l'éolienne on doit être situé pour percevoir un niveau sonore inférieur à 40 dB.
2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

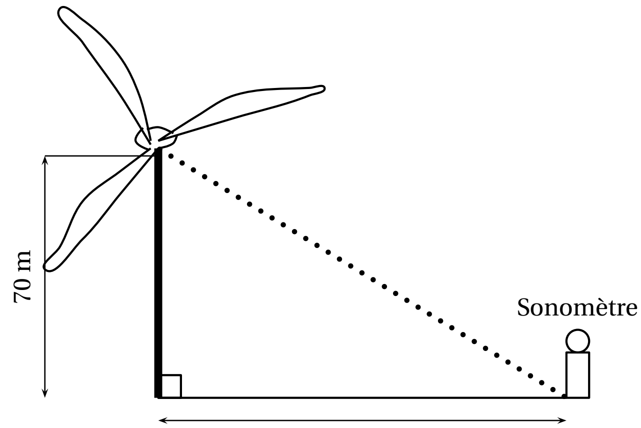
   Le centre du rotor de l'éolienne est situé à 70 m de hauteur (voir le schéma donné en annexe).

   Un sonomètre (qui mesure le volume sonore) est posé sur le sol à une certaine distance du pied de l'éolienne. À quelle distance du pied de l'éolienne doit-t-on le placer pour que le niveau sonore enregistré soit égal à 45 dB (le résultat sera arrondi à l'unité) ? Expliquer la démarche suivie.

Annexe 1 - Exercice 4

Courbe représentative de f

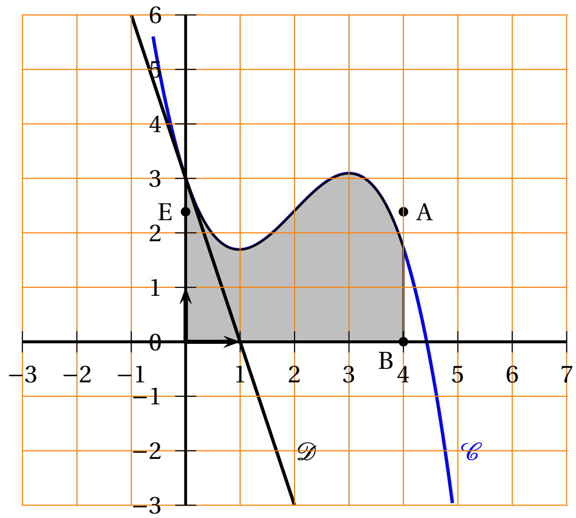



70 m
Sonomètre

∽ Baccalauréat ES Polynésie juin 2008 ∾

Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats.



Le plan est muni d'un repère orthonormal. Soient f une fonction définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels et $\mathscr{C}$ sa courbe tracée ci-contre. La droite $\mathscr{D}$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
On appelle B, A et E les points de coordonnées respectives $(4~;~0)$, $\left(4~;~\dfrac{179}{75}\right)$ et $\left(0~;~\dfrac{179}{75}\right)$.
Ces trois points n'appartiennent pas à la courbe $\mathscr{C}$.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

1. L'ordonnée à l'origine de la droite $\mathscr{D}$ est égale à :
   - 0
   - 1
   - 2
2. Le nombre dérivé $f'(0)$ est égal à :
   - $\dfrac{-1}{3}$
   - 5
   - -3
3. Sachant que l'aire grisée sur la figure est égale à l'aire du rectangle OBAE, la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~4]$ est :
   - $\dfrac{179}{75}$
   - $\dfrac{716}{75}$
   - $-\dfrac{179}{75}$.
4. Sur l'intervalle $[0~;~4]$, l'équation $f'(x) = 0$
   - possède deux solutions distinctes
   - ne possède pas de solution.
   - possède une unique solution.

Exercice 2 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

Un site Internet offre la possibilité à des particuliers de vendre des objets aux enchères.Pour chaque objet, la durée des enchères dure une semaine. Si une annonce reçoit une enchère, alors la vente de l'objet est obligatoire à 1a fin des enchères et ce, même si le vendeur juge le prix de vente trop peu élevé.
Sur ce site une étude statistique a montré que :

- $\frac{3}{5}$ des annonces reçoivent une première enchère le lendemain de leur parution ; dans ce cas, 75 % des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final ;
- $\frac{1}{3}$ des annonces reçoit une première enchère au bout de trois jours et, dans ce cas, 57 % des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final de leur objet ;
- les autres annonces ne reçoivent aucune enchère et le vendeur retire alors son objet de la vente.

On choisit au hasard une annonce mise en ligne sur le site. On note :

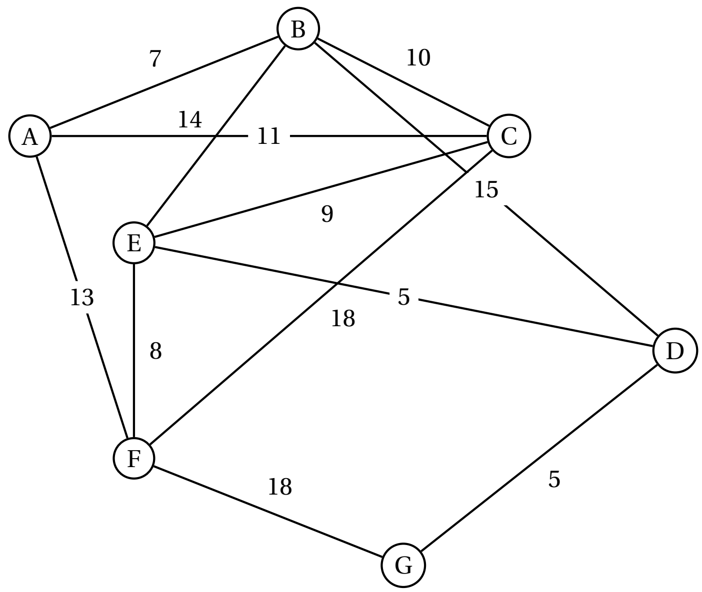
- L : l'évènement « l'annonce reçoit une première enchère le lendemain de sa parution » ;
- T : l'évènement « l'annonce reçoit une première enchère au bout de trois jours » ;
- A : l'évènement « l'annonce ne reçoit aucune enchère » ;
- S : l'évènement « le vendeur est satisfait du prix de vente final de son objet » et $\overline{S}$ son évènement contraire.

1. Traduire la situation par un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité que l'annonce ait reçu une première enchère le lendemain de sa parution et que le vendeur soit satisfait du prix de vente final.
3. Démontrer que la probabilité que le vendeur soit satisfait du prix de vente de son objet est 0,64.
4. Un objet est vendu à un prix qui satisfait son vendeur. Quelle est la probabilité que cet objet ait reçu une première enchère dès le lendemain de la parution de l'annonce (le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au centième) ?
5. Marc a mis en vente le même jour trois jeux vidéo identiques sur ce site. On suppose que les déroulements des enchères sont indépendants les uns des autres.
   Calculer la probabilité qu'à la fin des enchères, Marc soit satisfait du prix de vente d'au moins deux de ces jeux vidéo (*le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au centième*).

Exercice 2 5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une grande ville a mis en place un système de location de bicyclettes en libre service. Un abonné peut ainsi louer une bicyclette dans une station puis la déposer dans n'importe quelle station de son choix. la ville comporte sept stations de location nommées A, B, C, D, E, F et G.
Les stations sont reliées entre elles par une piste cyclable et les temps de parcours en minutes sont indiqués sur le graphe ci-contre.



1. Philippe, cycliste très prudent, décide de visiter cette ville en n'empruntant que des pistes cyclables.

A-t-il la possibilité d'effectuer un parcours empruntant une fois et une seule toutes les pistes cyclables. Justifier la réponse.

À la fin de ce parcours, pourra-t-il rendre sa bicyclette dans la station de départ ? Justifier la réponse.

2. On appelle M la matrice associée à ce graphe. on donne deux matrices N et T :

$$N = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 8 & 5 & 5 & 9 & 2 \\ 9 & 6 & 10 & 7 & 10 & 6 & 4 \\ 8 & 10 & 8 & 5 & 10 & 9 & 4 \\ 5 & 7 & 5 & 2 & 8 & 4 & 5 \\ 5 & 10 & 10 & 8 & 6 & 11 & 2 \\ 9 & 6 & 9 & 4 & 11 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & 4 & 5 & 2 & 6 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } T = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 8 & 4 & 5 & 9 & 1 \\ 9 & 6 & 10 & 6 & 10 & 6 & 4 \\ 8 & 10 & 8 & 4 & 10 & 9 & 4 \\ 5 & 7 & 5 & 2 & 8 & 4 & 5 \\ 5 & 8 & 10 & 8 & 6 & 11 & 0 \\ 9 & 6 & 9 & 4 & 11 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 4 & 5 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

a. Une des deux matrices N ou T est la matrice M^3. Sans calcul, indiquer quelle est la matrice M^3. Justifier la réponse.

b. Philippe a loué une bicyclette à la station F et l'a rendue à la station E. Au cours de son déplacement, il est passé exactement deux fois devant une station. Combien de trajets différents a-t-il pu suivre ? Expliquer.

3. Le lendemain, il envisage de rejoindre le plus rapidement possible la station G en partant de la station A. À l'aide d'un algorithme, déterminer un tel parcours et donner le temps nécessaire pour l'effectuer.

Exercice 3 — 4 points

Commun à tous les candidats.

Le tableau ci-dessous présente l'évolution de l'indice des prix des logements anciens en Île de France entre 2000 et 2006 (base 100 en 2000).

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6
Indice y_i des prix	100	106,3	114,3	126,1	143,6	166,3	181,5

(Source : INSEE)

On cherche à étudier l'évolution de l'indice des prix y en fonction du rang de x de l'année.

1. Calculer le taux d'évolution de cet indice entre 2000 et 2006.

2. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthogonal, d'unités graphiques :

- sur l'axe des abscisses, 2 cm pour un an ;
- sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 10 (en plaçant 100 à l'origine).

L'allure de ce nuage suggère un ajustement exponentiel.
On pose $z = \ln y$.

3. Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs de z_i seront arrondies au millième) :

Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$	4,605						

4. Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.

a. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*).

b. En déduire une approximation de l'indice des prix y en fonction du rang x de l'année.

5. On prend l'approximation : $y = 96\mathrm{e}^{0,104x}$ et on suppose qu'elle reste valable pour les années suivantes.

a. Déterminer le plus petit entier n tel que $96\mathrm{e}^{0,104n} \geqslant 250$.

b. Donner une interprétation du résultat obtenu.

Exercice 4 — 7 points

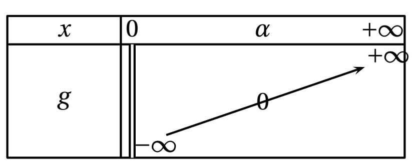
Commun à tous les candidats.

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = \ln x + 2x^2 - 3.$$

Le tableau de variations de la fonction g est donné ci-dessous :



En utilisant une calculatrice, on a obtenu $\alpha \approx 1,19$.
Dresser le tableau donnant le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2}{x} - \frac{\ln x}{x} + 2x - 5.$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.

a. Déterminer la limite de la fonction f en 0.

b. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Calculer $f'(x)$ et montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}.$$

b. En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ et dresser son tableau de variations.

c. Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout réel x supérieur ou égal à e.

Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

4. Soit h la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = (\ln x)^2$.

a. Calculer la dérivée h' de h.

b. En remarquant que pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, on a :

$f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{2}h'(x) + 2x - 5$, trouver une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

c. Déterminer l'aire en unités d'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \text{e}$ et

$x = \text{e}^2$ (*on donnera la valeur exacte, puis une valeur décimale arrondie au dixième*).

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2008

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une boîte de chocolats contient 50 % de chocolats au lait, 30 % de chocolats noirs et 20 % de chocolats blancs. Tous les chocolats de la boîte sont de même forme et d'emballage identique.
Ils sont garnis soit de praliné soit de caramel et, parmi les chocolats au lait, 56 % sont garnis de praliné.
On choisit au hasard un chocolat de la boîte. On suppose que tous les choix sont équiprobables.
On note :

- L : l'évènement « le chocolat choisi est au lait » ;
- N : l'évènement « le chocolat choisi est noir » ;
- B : l'évènement « le chocolat choisi est blanc » ;
- A : l'évènement « le chocolat choisi est garni de praliné » ;
- $\overline{A}$: l'évènement « le chocolat choisi est garni de caramel ».

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

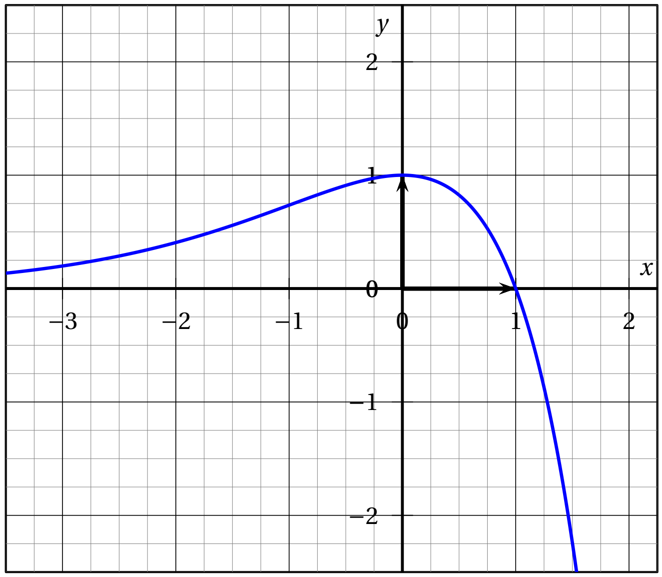
1. Traduire les données du problème à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Donner la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat au lait.
3. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit au lait et garni de praliné.
4. Dans la boîte, 21 % des chocolats sont noirs et garnis de praliné.
   Montrer que la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné, sachant que c'est un chocolat noir, est égale à $0,7$.
5. Dans la boîte, 60 % des chocolats sont garnis de praliné.
   a. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit blanc et garni de praliné.
   b. En déduire la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat blanc.
6. On dispose de deux boîtes de chocolats identiques à celle décrite précédemment. Une personne prend au hasard un chocolat dans la première boîte, puis un chocolat dans la deuxième boîte (les tirages sont indépendants).
   Déterminer la probabilité de l'évènement : « l'un des chocolats choisi est garni de praliné et l'autre est garni de caramel ».

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soit la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = (1 - x)\mathrm{e}^{x}.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (*figure ci-dessous*).



Partie A

1. Calculer la limite de f en $-\infty$ (on rappelle que $\lim\limits_{x \to -\infty} x\text{e}^x = 0$).
   Interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculer la limite de f en $+\infty$.
3. Déterminer le signe de $f(x)$ selon les valeurs du réel x.

Partie B

Soit F la fonction définie pour tout réel x par

$$F(x) = (-x+2)\text{e}^x.$$

1. Démontrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 0$.
   a. Justifier l'égalité : $\mathscr{A} = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\text{d}x$.
   b. À l'aide du graphique ci-dessus, justifier que : $0 < \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\text{d}x < 1$.
   c. Déterminer, en unités d'aire, la valeur exacte de $\mathscr{A}$ puis sa valeur décimale arrondie au centième.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une association caritative a constaté que, chaque année, 20 % des donateurs de l'année précédente ne renouvelaient pas leur don mais que, chaque année, 300 nouveaux donateurs effectuaient un don.
On étudie l'évolution du nombre de donateurs au fil des années.
Lors de la première année de l'étude, l'association comptait 1 000 donateurs.
On note u_n le nombre de donateurs lors de la n-ième année ; on a donc $u_1 = 1\,000$.

1. Calculer u_2 et u_3.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, on a : $u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 300$.
3. Dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm pour 100 (on prendra l'origine du repère en bas à gauche de la feuille), représenter les droites d'équation $y = x$ et $y = 0,8x + 300$.

   À l'aide d'une construction graphique, émettre une conjecture sur le comportement de la suite (u_n) quand n tend vers l'infini.
4. Afin de démontrer cette conjecture, on introduit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel non nul n, par $v_n = 1500 - u_n$.

   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

   b. Calculer la limite de (v_n) ; en déduire la limite de (u_n).
   Que peut-on en déduire pour l'évolution du nombre de donateurs de l'association ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous indique le nombre y d'exploitations agricoles en France entre 1955 et 2005.
On appelle x le rang de l'année.

Année	1955	1970	1988	2000	2005
Rang x_i	0	15	33	45	50
Nombre d'exploitations y_i (en milliers)	2280	1 588	1 017	664	545

(Source INSEE)

Partie A : un ajustement affine

1. **a.** Tracer le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 1 cm pour 5 années sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 200 milliers d'exploitations sur l'axe des ordonnées ; (*on placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille*).

   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer G sur le graphique.
2. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis à l'unité*).

   b. Tracer la droite D sur le graphique.
3. Calculer le nombre d'exploitations agricoles que l'on peut prévoir pour 2008 en utilisant cet ajustement (*le résultat sera arrondi au millier*).

Partie B : une autre estimation

1. Déterminer le pourcentage de diminution du nombre d'exploitations agricoles entre 2000 et 2005 (*le résultat sera arrondi au dixième*).
2. On suppose qu'entre 2000 et 2005, le pourcentage annuel de diminution du nombre d'exploitations agricoles est constant.

   Vérifier que ce pourcentage est environ de 3,87 %.
3. On suppose que le pourcentage annuel de diminution reste constant et est égal à 3,87 % entre 2005 et 2008.

   Quel est le nombre d'exploitations agricoles que l'on peut prévoir en 2008 (*le résultat sera arrondi au millier*) ?

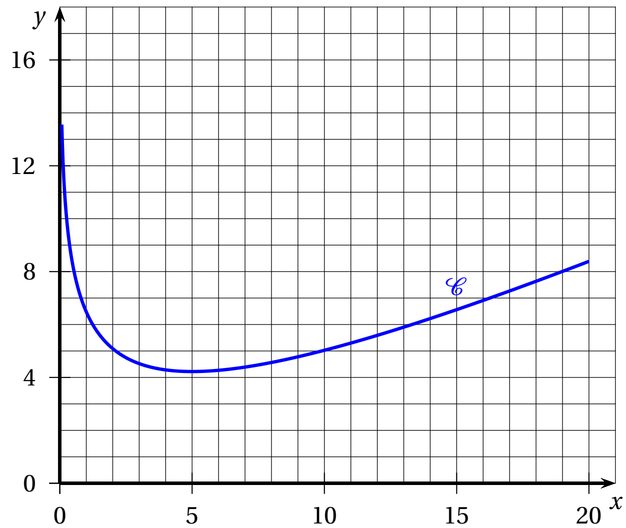
EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 4 + \frac{3}{4}\ln(4x+10) - 3\ln x.$$

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe ci-dessous représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal.



Partie A

1. Déterminer la limite de f en 0. Quelle interprétation graphique peut-on en donner ?
2. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,20]$,
$f'(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 15}{x(2x+5)}$.
3. Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ et dresser son tableau de variations.

On admet que l'équation $f(x) = 6$ possède exactement deux solutions α et β dans l'intervalle $]0\,;\,20]$ telles que $\alpha \approx 1,242$ et $\beta \approx 13,311$.

Partie B

Une entreprise produit au maximum 20 000 objets par jour.
On note x le nombre de milliers d'objets produits chaque jour travaillé : $x \in]0\,;\,20]$.
On admet que le coût moyen de fabrication, exprimé en euros, d'un objet est égal à $f(x)$, où f est la fonction définie ci-dessus.

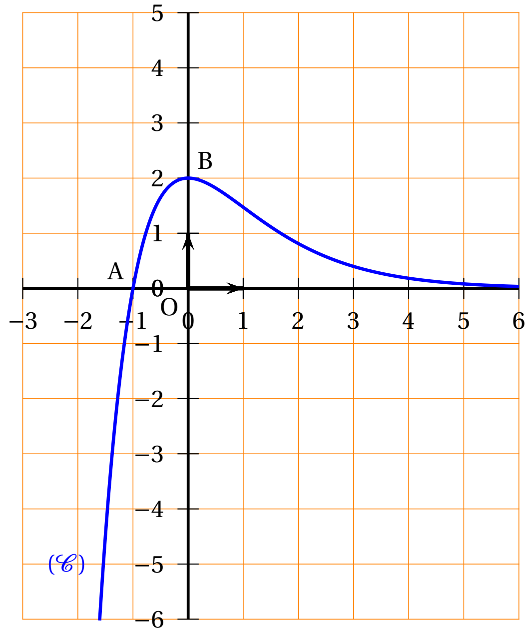
1. **a.** Pour combien d'objets produits le coût moyen de fabrication est-il minimal ?
   b. Déterminer ce coût moyen minimal, arrondi au centime.
2. Le prix de vente d'un objet est de 6 €. Pour quelles productions journalières l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
3. Déterminer le bénéfice journalier, arrondi à la centaine d'euros, pour une production de 5 000 objets par jour.
4. L'année suivante, le coût moyen augmente de 2 %. Le prix de vente est alors augmenté de 2 %. Le bénéfice journalier reste-t-il identique ? Justifier.
Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

∽ Baccalauréat ES Métropole–La Réunion septembre 2008 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

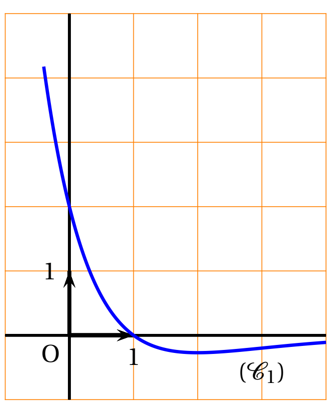
Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On a tracé ci-contre sa courbe représentative $(\mathscr{C})$ dans un repère orthonormal.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Les points A$(-1~;~0)$ et B$(0\,;\,2)$ appartiennent à la courbe $(\mathscr{C})$.
La courbe $(\mathscr{C})$ admet en B une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
La fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\infty\,;\,0]$.
La fonction f est décroissante et strictement positive sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

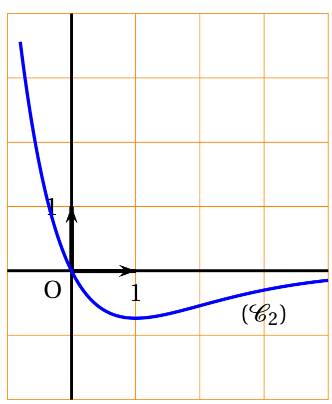


Pour chaque question, une et une seule des trois propositions est exacte.
Le candidat indique sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point; une réponse fausse enlève* 0,5 *point; l'absence de réponse donne* 0 *point. Si le total est négatif la note est ramenée à* 0.

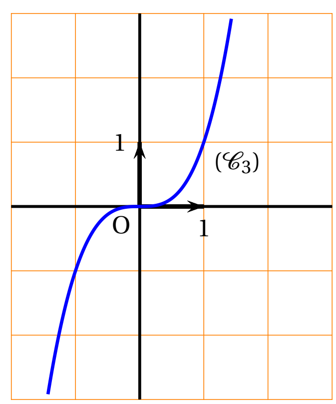
Question 1 :
Une des trois courbes ci-dessous représente graphiquement la fonction f'. Déterminer laquelle.



Réponse A

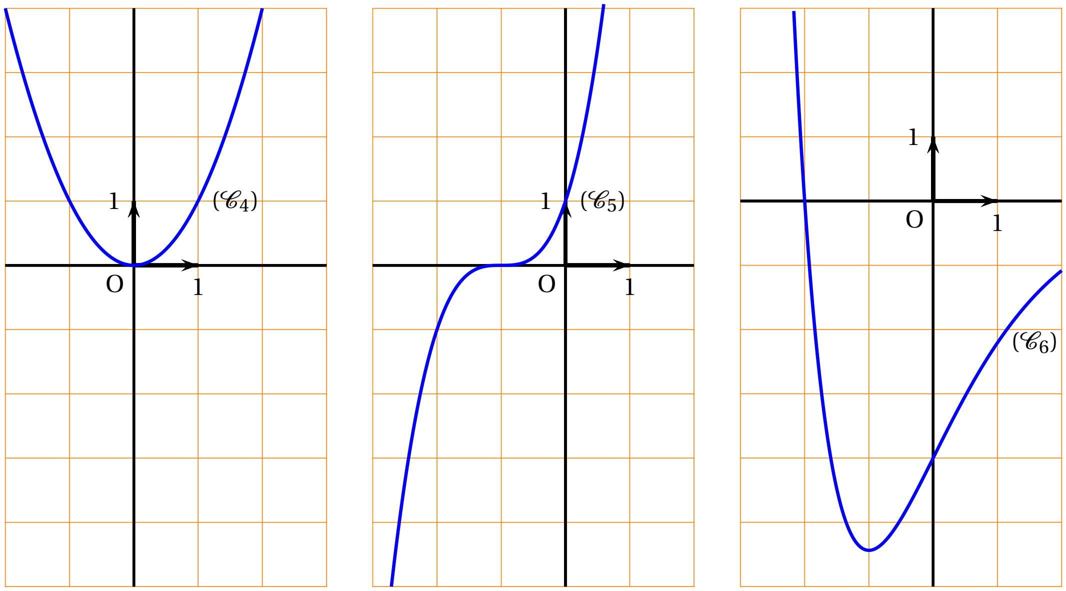


Réponse B



Réponse C

Question 2 :
Une des trois courbes ci-dessous représente graphiquement une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer laquelle.



Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**

Question 3 :
On désigne par ln la fonction logarithme népérien. Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$.
Un des trois intervalles ci-dessous est l'ensemble de définition de la fonction g.
Déterminer lequel.

$]0\ ;\ +\infty[$	$]-1\ ;\ +\infty[$	$[-1\ ;\ +\infty[$
Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**

Question 4 :
g' est la fonction dérivée de la fonction g définie par $g(x) = \ln[f(x)]$.
Déterminer laquelle de ces affirmations est vraie.

$g'(1) \times g'(2) > 0$	$g'(1) \times g'(2) = 0$	$g'(1) \times g'(2) < 0$
Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le jeu d'échecs est un jeu à deux joueurs. L'un joue avec des pièces et pions clairs appelés « blancs », l'autre avec des pièces et pions foncés appelés les « noirs ». Une partie d'échecs se termine soit par la victoire des « blancs », soit par la victoire des « noirs », soit par un nul sans vainqueur.

Le président d'un club d'échecs a établi une enquête statistique sur les parties jouées par ses adhérents lors de tournois avec d'autres clubs, depuis la création de ce club.
Pour les adhérents de ce club, l'analyse des résultats a conduit aux constatations suivantes :

- 45 % des parties ont été jouées avec les blancs,
- 70 % des parties jouées avec les blancs ont été gagnantes,
- 25 % des parties jouées avec les blancs ont été perdantes',
- 4 % des parties jouées avec les noirs ont fini par un nul,
- pour les parties jouées avec les noirs, il y a eu autant de parties gagnées que perdues.

Le président de ce club choisit au hasard une partie jouée par un de ses adhérents pour l'étudier.

On appellera
B l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les blancs »,
N l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les noirs »,

V l'évènement : « La partie choisie se termine par une victoire »,
E l'évènement : « La partie choisie se termine par un nul »,
D l'évènement : « La partie choisie se termine par une défaite ».

1. Déterminer la probabilité de l'évènement N.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Justifier que la probabilité de l'évènement « La partie choisie est jouée avec les noirs et est gagnée » est égale à $0,264$.
4. Calculer la probabilité que la partie choisie se termine par une victoire.
5. Sachant que la partie choisie se termine par une victoire, calculer la probabilité qu'elle ait été jouée avec les noirs et donner sa valeur décimale arrondie au millième.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans le cadre de la restructuration de son entreprise, afin de garantir la stabilité du nombre d'emplois, le directeur souhaite qu'à long terme plus de 82 % de ses employés ne travaillent que le matin.

Pour cela, il décide que désormais :
- 20 % des employés travaillant le matin une semaine donnée travaillent l'après-midi la semaine suivante.
- 5 % des employés travaillant l'après-midi une semaine donnée travaillent aussi l'après-midi la semaine suivante.

On note :
A : « L'employé travaille le matin »
B : « L'employé travaille l'après-midi »

1. **a.** Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
   b. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
2. La semaine notée 0, semaine de la décision, 60 % des employés travaillent le matin et les autres l'après-midi.
   a. Donner la matrice ligne notée P_0 décrivant l'état initial des employés dans cette entreprise.
   b. Calculer la probabilité qu'un employé travaille le matin lors de la semaine 2, deuxième semaine après la prise de décision,
3. Soit $P = (x \quad y)$ l'état probabiliste stable.
   a. Démontrer que x et y vérifient l'égalité $x = 0,8x + 0,95y$.
   b. Déterminer x et y.
   c. Le souhait du directeur de cette entreprise est-il réalisable ? Justifier la réponse.
4. On admet qu'un an après cette décision la probabilité qu'un employé travaille le matin est égale à $\dfrac{19}{23}$. On choisit alors quatre employés au hasard. Le grand nombre d'employés de l'entreprise permet d'assimiler ces choix à des tirages successifs indépendants avec remise.
   Déterminer la probabilité qu'au moins un des quatre employés travaille l'après-midi et donner sa valeur décimale arrondie au millième.

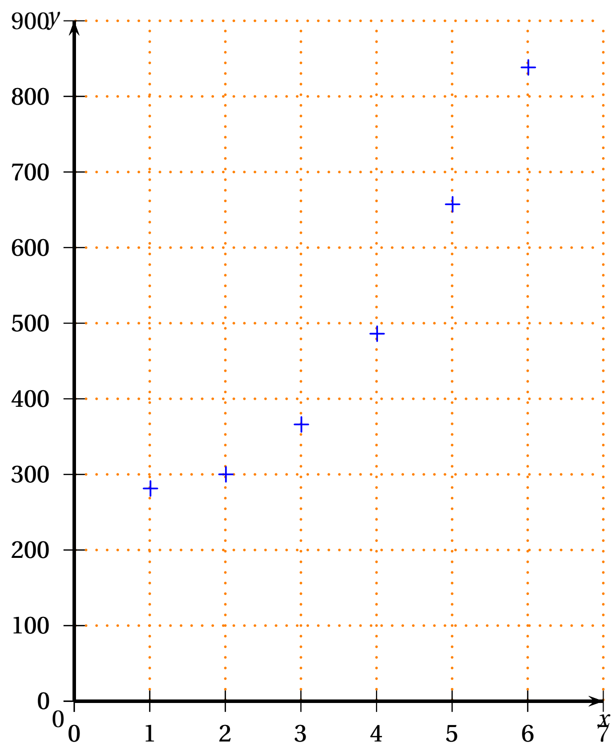
EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution du montant des exportations de biens et services de la Chine exprimé en milliards de dollars constants, sur la période 2000-2005.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Montant des exportations en milliards de dollars constants y_i	280	299	365	485	656	837

Source : La banque Mondiale.

1. Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ est représenté ci-dessous dans un repère orthogonal.



Un ajustement affine semble-t-il adapté ? Justifier.

2. On pose, pour i variant de 1 à 6, $z_i = \ln y_i$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant avec les valeurs de z_i arrondies au centième :

x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$			5,90			

b. On décide d'envisager un ajustement affine de la série $(x_i\ ;\ z_i)$, pour i variant de 1 à 6.
Déterminer une équation de la droite d'ajustement de $z = \ln y$ en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au millième.

c. En déduire une relation entre y et x de la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$, A étant arrondi l'unité et B au millième.

Dans la question suivante, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

3. On admet que cet ajustement reste fiable à moyen terme, avec $A = 198$ et $B = 0,233$.

a. Estimer, par le calcul, le montant des exportations de biens et services de la Chine pour l'année 2008 arrondi au milliard de dollars constants.

b. Selon ce modèle, peut-on affirmer que le pourcentage d'augmentation des exportations de biens et services de la Chine entre les années 2000 et 2008 sera supérieur à 450 % ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{5x-5}{\mathrm{e}^x}.$$

On nomme $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans le plan (P) muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Calculer $f(0)$.

2. a. Vérifier que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, $f(x) = \dfrac{5-\frac{5}{x}}{\frac{\mathrm{e}^x}{x}}$.

b. En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Démontrer que pour tout nombre réel x positif : $f'(x) = \dfrac{-5x+10}{\mathrm{e}^x}$.

b. Étudier le signe de la fonction f'.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. Représenter graphiquement la courbe $(\mathscr{C})$ dans le plan (P).

5. On note F la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par : $F(x) = -5x\mathrm{e}^{-x}$.

a. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

b. On considère l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en cm^2, du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 4$.
Hachurer ce domaine sur le graphique précédent.
Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$, puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.

∽ Baccalauréat ES (obligatoire) Polynésie septembre 2008 ∾

Exercice 1 — 3 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une réponse exacte rapporte $0,5$ *point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

1. $\mathrm{e}^{-2\ln 3}$ est égal à :
   - $\dfrac{2}{3}$
   - $\dfrac{1}{9}$
   - 9
2. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\mathrm{e}^{3x} - 1 \geqslant 0$ est l'intervalle :
   - $[0\ ;\ +\infty[$
   - $[1\ ;\ +\infty[$
   - $\left[\dfrac{1}{3}\ ;\ +\infty\right[$
3. Une primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \ln x + 1$ est :
   - $x \longmapsto x\ln x + x$
   - $x \longmapsto x\ln x$
   - $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$
4. Le prix TTC (toutes taxes comprises) d'un article est 299 €. Sachant que le taux de la TVA est de 19,6 %, son prix HT (hors taxes) est :
   - 240,40 €
   - 250 €
   - 279,40 €
5. Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux évènements indépendants A et B tels que $P(A) = 0,6$ et $P(B) = 0,2$. On a alors :
   - $P(A \cup B) = 0,8$
   - $P(A \cup B) = 0,68$
   - $P(A \cup B) = 0,92$
6. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique telle que : $U_0 = 2$ et $U_8 = 32$. Sa raison est égale à :
   - $\sqrt{2}$
   - 2
   - 4

Exercice 2 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère un groupe de 2000 lecteurs, tous abonnés à une des revues la *Drosera*, *l'Iguane* ou le *Nénuphar*. Chacun d'eux n'est abonné qu'à une revue et ne lit que celle-là .

Parmi ces abonnés :

— 400 abonnés lisent la *Drosera*, et 20 % des abonnés à la *Drosera* sont des femmes ;

— 700 abonnés lisent *l'Iguane* et 30 % des abonnés à *l'Iguane* sont des femmes ;

— les autres abonnés lisent le *Nénuphar* et 60 % des abonnés au *Nénuphar* sont des femmes.

On choisit un lecteur au hasard parmi ces abonnés.

On note par D, I, N, F et H les évènements suivants :

D : « l'abonné lit la *Drosera* » ;

I : « l'abonné lit *l'Iguane* » ;

N : « l'abonné lit le *Nénuphar* » ;

F : « l'abonné est une femme » ;
H : « l'abonné est un homme ».

1. Traduire les données de l'exercice à l'aide d'un arbre de probabilité.

2. **a.** Calculer la probabilité que l'abonné soit une femme lisant la *Drosera*.

b. Calculer la probabilité que l'abonné soit une femme lisant *l'Iguane*.

c. Démontrer que la probabilité que l'abonné soit une femme est égale à 0,415.

3. Sachant que l'abonné choisi est une femme, calculer la probabilité qu'il soit lecteur de la *Drosera* (*le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au millième*).

4. On interroge au hasard et de faà§on indépendante trois abonnés.
Quelle est la probabilité qu'aucun des abonnés ne soit une femme lectrice du *Nénuphar* (*le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au millième*) ?

Exercice 3 — 6 points

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $f(x) = \mathrm{e}^{x-1} + x - 1$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

PARTIE A

1. Calculer $f(0)$ et $f(1)$. *On donnera les valeurs exactes.*

2. **a.** Calculer la limite de f en $-\infty$.

b. Montrer que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à la courbe $\mathscr{C}$.

3. Calculer la limite de f en $+\infty$.

PARTIE B

1. **a.** On note f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$ pour tout x réel et étudier son signe sur $\mathbb{R}$.

b. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

2. **a.** Montrer que sur l'intervalle $[0~;~1]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α.

b. Donner une valeur, arrondie au centième, de α.

c. Préciser le signe de $f(x)$ selon les valeurs du réel x.

3. Tracer la droite $\mathscr{D}$ et la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

PARTIE C

1. Déterminer une primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.
Donner la valeur exacte de I, puis une valeur décimale arrondie au centième.
Donner une interprétation graphique de cette intégrale.

Exercice 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution de la population de l'Inde de 1951 à 1991.

Année	1951	1961	1971	1981	1991
Rang x_i	1	2	3	4	5
Population y_i (en millions)	361	439	548	683	846
z_i					

On cherche à étudier l'évolution de la population y exprimée en millions d'habitants, en fonction du rang x de l'année.

1. Représenter graphiquement le nuage de points $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unités graphiques 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 millions sur l'axe des ordonnées.

2. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.

b. En utilisant cet ajustement, déterminer la population de l'Inde que l'on pouvait prévoir pour 2001, c'est-à-dire pour $x = 6$ (*le résultat sera arrondi au million*).

3. On cherche un autre ajustement et on se propose d'utiliser le changement de variable suivant : $z = \ln y$.

a. Recopier le tableau ci-dessus et compléter la dernière ligne (*les valeurs seront arrondies au millième*).

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de z en fonction de x par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*).

c. En déduire qu'une approximation de la population y, exprimée en millions d'habitants, en fonction du rang x de l'année est donnée par : $y \approx 289\text{e}^{0,215x}$.

d. En utilisant cet ajustement, calculer la population que l'on pouvait prévoir pour 2001(*le résultat sera arrondi au million*).

4. Les résultats obtenus en 2001 ont révélé que la population comptait 1 027 millions d'habitants.

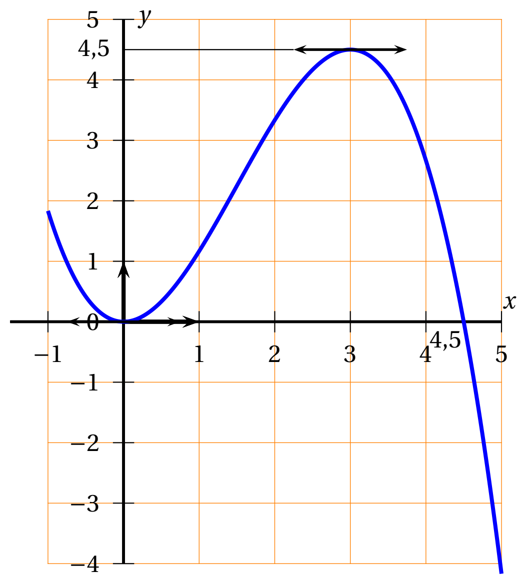
Déterminer une estimation de la population, arrondie au million d'habitants, en 2011 en choisissant le modèle qui semble le plus approprié. Justifier ce choix.

ൟ Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2008 ൟ

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : pour chaque question, une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point ; l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève de point. Si la somme des points de cet exercice est négative, la note est ramenée à* 0.



Les deux parties sont indépendantes.

Première partie

Dans cette partie, on considère la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1~;~5]$ (voir ci-contre). On note f' la dérivée de la fonction f.

1. On peut affirmer que :

Réponse A : $f'(4,5) = 0$;
Réponse B : $f'(3) = 0$;
Réponse C : $f'(3) = 4,5$.

2. Soit F une primitive sur l'intervalle $[-1~;~5]$ de la fonction f. Alors :

Réponse A : F est décroissante sur l'intervalle $[3~;~4,5]$;
Réponse B : F présente un minimum en $x = 0$;
Réponse C : F présente un maximum en $x = 4,5$.

Deuxième partie

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $\left]-\infty~;~-\dfrac{1}{3}\right[$ par

$$h(x) = 9 + \ln\left(\frac{3x+1}{x-2}\right).$$

1. Dans un repère orthogonal du plan, la courbe représentative de la fonction h admet pour asymptote la droite d'équation :

Réponse **A** : $y = 9$;
Réponse **B** : $y = -\dfrac{1}{3}$;
Réponse **C** : $y = 9 + \ln(3)$.

2. Parmi les expressions suivantes de $h(x)$, l'une d'elles est fausse, laquelle ?

Réponse **A** : $h(x) = 9 + \ln(3x+1) - \ln(x-2)$;
Réponse **B** : $h(x) = 9 + \ln\left(3 + \dfrac{7}{x-2}\right)$;
Réponse **C** : $h(x) = 9 - \ln\left(\dfrac{x-2}{3x+1}\right)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Suite à une panne technique, un distributeur de boissons ne tient aucun compte de la commande faite par le client.
Cette machine distribue soit un expresso, soit du chocolat, soit du thé en suivant une programmation erronée.
Chaque boisson peut être sucrée ou non.

- La probabilité d'obtenir un expresso est $\frac{1}{2}$.
- La probabilité d'obtenir un thé sucré est $\frac{2}{9}$.
- Si l'on obtient un expresso, la probabilité qu'il soit sucré est $\frac{5}{9}$.
- Si l'on obtient un chocolat, la probabilité qu'il soit sucré est $\frac{1}{3}$.
- La probabilité d'obtenir une boisson sucrée est $\frac{5}{9}$

On pourra considérer les évènements suivants :

T : « On a obtenu un thé ».
E : « On a obtenu un expresso ».
C : « On a obtenu un chocolat ».
S : « La boisson obtenue est sucrée ».

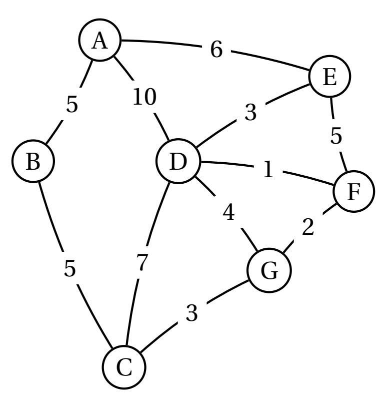
1. Construire un arbre probabiliste modélisant la situation.
2. Calculer la probabilité d'obtenir un expresso sucré.
3. Démontrer que la probabilité d'obtenir un chocolat sucré est $\frac{1}{18}$.
4. En déduire la probabilité d'obtenir un chocolat.
5. Une personne obtient une boisson sucrée.
   Quelle est la probabilité que cette boisson soit un thé ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Laurent s'occupe de distribuer le courrier dans les bureaux d'une grande entreprise.
Le graphe ci-dessous représente les différents parcours qu'il peut faire pour distribuer le courrier dans les bureaux A, B, C, D, E, F et G.
Le poids de chaque arête indique le nombre d'obstacles (portes, escaliers, machines à café...) qui nuisent à la distribution du courrier.



Laurent se voit confier par le bureau A un colis à livrer au bureau G.
Indiquer un parcours qui permette à Laurent de partir du bureau A pour arriver au bureau G en rencontrant le minimum d'obstacles.

Partie B

Pris par le temps, il n'est pas rare de voir Laurent oublier de livrer le courrier du matin !
On considère que :

- Si Laurent a distribué le courrier du matin un certain jour, la probabilité qu'il y pense le lendemain est de 0,7.
- Si Laurent a oublié de distribuer le courrier du matin un certain jour, la probabilité pour qu'il oublie à nouveau le lendemain est de 0,8.

Le lundi matin 1[er] octobre, Laurent a bien distribué le courrier.
On note a_n la probabilité que Laurent distribue le courrier le n-ième jour de travail (on considère donc que le lundi 1[er] octobre est le premier jour et que $a_1 = 1$).

1. Traduire les données de cet exercice à l'aide d'un graphe probabiliste. Préciser la matrice de transition associée à ce graphe.
2. Démontrer que, pour tout $n \geqslant 1$, on a : $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,2$.
3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout $n \geqslant 1$, par $u_n = a_n - 0,4$.
   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5. Calculer son premier terme.
   b. En déduire, pour tout $n \geqslant 1$, la valeur de a_n en fonction de n.

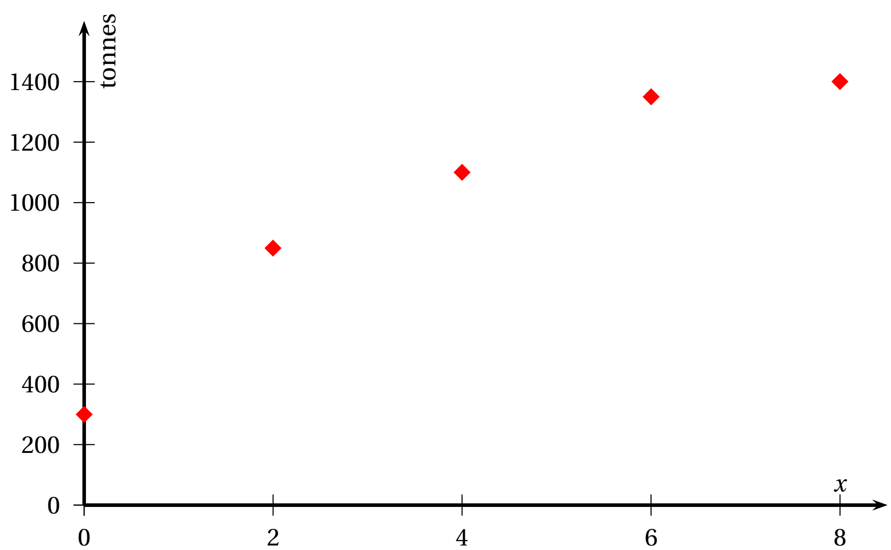
EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Depuis 1997, une collectivité territoriale s'intéresse à la quantité annuelle de déchets recyclés, en particulier l'aluminium.
En 2008, cette collectivité dispose des données suivantes :

Année	1997	1999	2001	2003	2005
Rang de l'année x_i	0	2	4	6	8
Aluminium recyclé (en tonnes) y_i	300	850	1 100	1 350	1 400

1. On a représenté ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal du plan.



a. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.

b. À l'aide de cet ajustement, estimer la quantité d'aluminium qui sera recyclée en 2008.

2. Un responsable affirme que l'augmentation annuelle moyenne entre 2003 et 2005 a été d'environ 1,8 %.

a. Justifier ce taux de 1,8 %.

b. En utilisant ce taux, estimer, à une tonne près, la quantité d'aluminium qui sera recyclée en 2008.

c. Avec cette méthode, en quelle année peut-on estimer que plus de 1 600 tonnes d'aluminium seront recyclées ?

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

En janvier 2008 sont publiés les résultats de l'année 2007. La quantité d'aluminium recyclé en 2007 est de 1 500 tonnes. Lorsque ce résultat paraît, une réunion des responsables de la collectivité est organisée pour ajuster les prévisions. Lequel des deux modèles précédents semble-t-il le plus adapté ?

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = (8x+6)\mathrm{e}^{-0,8x}.$$

On admet que la dérivée f' de f est donnée pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :
$f'(x) = (-6,4x+3,2)\mathrm{e}^{-0,8x}$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Donner une interprétation graphique de cette limite.

2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
Dresser son tableau de variation.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ et donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.

4. Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$F(x) = -10(x+2)\mathrm{e}^{-0,8x}$$

est une primitive de la fonction f.

Partie B

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

L'objet de cette partie est d'étudier les ventes d'un nouveau baladeur numérique.
On considère que le nombre de baladeurs numériques vendus par un fabricant à partir du début des ventes jusqu'au temps t est donné par

$$B(t) = \int_0^t f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Le temps t est exprimé en année, le début des ventes (correspondant à $t = 0$) étant le 1er janvier 2000.
Le nombre de baladeurs numériques est exprimé en centaines de milliers.
À l'aide de la partie A, décrire l'évolution du rythme des ventes au cours des années. En quelle année le nombre de baladeurs vendus dans le courant de l'année est-il devenu inférieur à 100 000 ?

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2008

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit g une fonction définie et dérivable sur l'ensemble $]-\infty\ ;\ -5[\ \cup\ ]-5\ ;\ +\infty[$.
On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de g dans un repère donné du plan.
On donne ci-dessous le tableau de variations de g :

Valeurs de x	$-\infty$		-5		-1	4	$+\infty$
Variations de g	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	5 $\searrow$	1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des huit affirmations ci-dessous, indiquer sur votre copie :
VRAI ou FAUX ou LES INFORMATIONS DONNÉES NE PERMETTENT PAS DE RÉPONDRE.
Aucune justification n'est demandée,
Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*
Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0

1. Pour tout réel $x \in]-1\ ;\ +\infty[$, $g(x) \leqslant 5$.
2. Pour tout réel $x \in]-5\ ;\ 4]$, $g'(x) \geqslant 0$ (g' désigne la fonction dérivée de g).
3. La droite d'équation $x = 1$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$ en $+\infty$.
4. La courbe $(\mathscr{C})$ admet une droite asymptote en $-\infty$.
5. On appelle f la fonction définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \ln[g(x)]$ où ln désigne la fonction logarithme népérien :
   a. Pour tout réel $x \in [4\ ;\ +\infty[$, $f(x) \geqslant 0$;
   b. La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[4\ ;\ +\infty[$;
   c. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$;
   d. $\displaystyle\lim_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x) = -\infty$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la facture de gaz (en milliers d'euros) d'une entreprise pour les années 2000 à 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7
Montant y_i (en milliers d'euros) de la facture de gaz	105	112	116	120	124	131	139	148

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ de cette série statistique dans un plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 milliers d'euros sur l'axe des ordonnées en commençant à 50 milliers).

2. On utilise un ajustement affine comme premier modèle.
   a. Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au dixième.
   b. Calculer le montant (arrondi au millier d'euros près) de la facture de gaz obtenue avec ce modèle pour l'année 2012.
3. Déterminer le pourcentage annuel moyen d'augmentation de cette facture entre 2000 et 2007 (arrondir à l'unité).
4. On envisage un second modèle pour prévoir l'évolution de cette facture ; on considère qu'à partir de 2007, la facture augmentera de 5 % chaque année.

   Pour tout entier naturel n, on appelle u_n le montant (en milliers d'euros) de la facture de gaz obtenu avec ce second modèle pour l'année $2007+n$. Ainsi, $u_0 = 148$.
   a. Calculer u_1.
   b. Justifier que (u_n) est une suite géométrique de raison $1,05$.
   c. Exprimer u_n en fonction de n.
   d. Calculer le montant (arrondi au millier d'euros près) de la facture de gaz obtenue avec ce second modèle pour l'année 2012.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Lors d'un jeu, Marc doit répondre à la question suivante :
« Le premier jour, nous vous offrons 100 € puis chaque jour suivant, nous vous offrons 5 % de plus que la veille et une somme fixe de 20 €.
Au bout de combien de jours aurez-vous gagné 10 000 € ? »

1. Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le montant total en € versé à Marc le n-ième jour. Ainsi, $u_1 = 100$.
   a. Calculer u_2.
   b. Justifier que, pour tout entier naturel n non nul, $u_{n+1} = 1,05u_n + 20$.
2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = u_n + 400$.
   a. Calculer v_1.
   b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.
   c. Exprimer v_n en fonction de n puis en déduire que $u_n = 500 \times 1,05^{n-1} - 400$.
   d. Déterminer, en fonction de n, la somme $v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.
3. Quelle réponse Marc doit-il donner ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Deux joueurs Roger et Raphaël disputent un match de tennis.
Dans cet exercice, on s'intéresse aux points gagnés par Roger lorsqu'il sert (c'est-à-dire lorsqu'il effectue la mise en jeu).

À chaque point disputé, Roger dispose de deux essais pour son service. S'il rate ces deux essais, il perd le point (on parle de double faute).

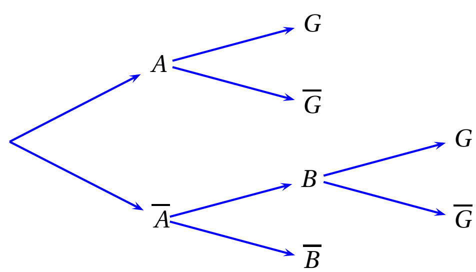
Roger s'apprête à servir. On note :

— A l'évènement « Roger réussit son premier service »,
— B l'évènement « Roger réussit son second service »,
— G l'évènement « Roger gagne le point ».

On note respectivement $\overline{A}$, $\overline{B}$ et $\overline{G}$ les évènements contraires respectifs des événements A, B et G.
Une étude sur les précédents matchs de Roger a permis d'établir que, lorsque Roger sert :

- il réussit dans 75 % des cas son premier essai et lorsque ce premier service est réussi, il gagne le point dans 92 % des cas.
- s'il ne réussit pas son premier essai, il réussit le second dans 96 % des cas et lorsque ce second service est réussi, il gagne le point dans 70 % des cas.

On va décrire la situation précédente par un arbre pondéré :



Les probabilités demandées seront données sous forme décimale arrondie, si nécessaire, au millième.

1. Reproduire l'arbre ci-dessus et le pondérer à l'aide des données du texte.
2. Quelle est la probabilité que Roger fasse une double faute ?
3. Quelle est la probabilité que Roger rate son premier service, réussisse le second et gagne le point ?
4. Montrer que la probabilité que Roger gagne le point est de $0,858$.
5. Sachant que Roger a gagné le point joué, quelle est la probabilité qu'il ait réussi son premier service ?
6. Les deux joueurs disputent quatre points de suite (Roger servant à chaque fois). On admet que chaque point joué est indépendant des points joués précédemment. Quelle est la probabilité que Roger ne gagne pas la totalité des quatre points ?

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Dans une entreprise, le résultat mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé en vendant x centaines d'objets fabriqués, est modélisé par la fonction B définie et dérivable sur l'intervalle $[1 ; 15]$ par :

$$B(x) = (x-5)\mathrm{e}^{u(x)} + 2 \quad \text{avec} \quad u(x) = -0,02x^2 + 0,2x - 0,5.$$

Si $B(x)$ est positif il s'agit d'un bénéfice, s'il est négatif il s'agit d'une perte.

1. On note B' la fonction dérivée de la fonction B et u' la fonction dérivée de la fonction u.
   a. Calculer $u'(x)$ et démontrer que, pour tout x de l'intervalle $[1 ; 15]$, on a :
   $$B'(x) = \left(-0,04x^2 + 0,4x\right)\mathrm{e}^{u(x)}.$$
   b. Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 15]$ puis dresser le tableau de variations de la fonction B.

2. **Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**

   Déterminer le nombre minimum d'objets que l'entreprise doit vendre pour réaliser un bénéfice.

   Pour quel nombre d'objets ce bénéfice est-il maximal ? Et quel est alors ce bénéfice maximal (arrondi à l'euro près) ?

3. La valeur moyenne m d'une fonction f qui admet des primitives sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ avec $a < b$ est : $m = \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.

   a. Vérifier que $B(x) = -25 \times u'(x)\mathrm{e}^{u(x)} + 2$.

   b. En déduire l'arrondi au millième de la valeur moyenne de B sur $[1\ ;\ 15]$.

   c. Interpréter ce résultat pour l'entreprise.

∽ Baccalauréat ES Nouvelle–Calédonie mars 2009 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

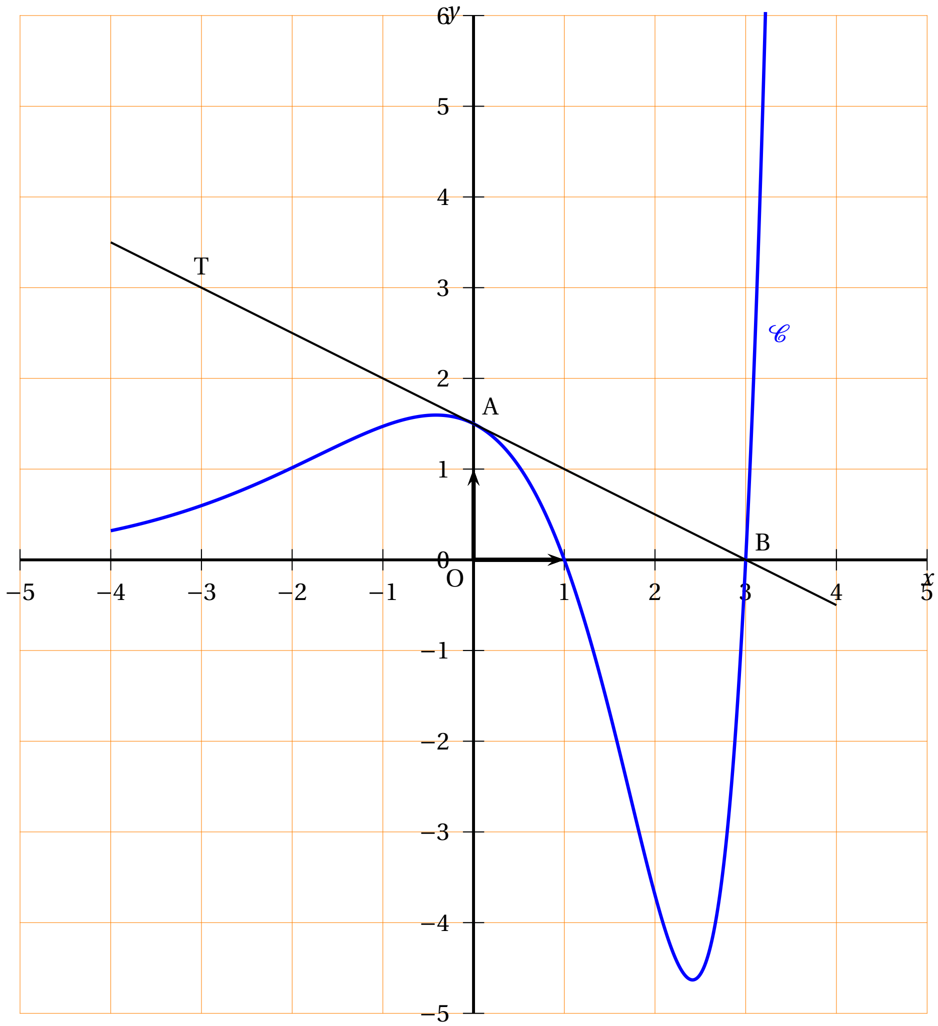
Commun à tous les candidats

QCM

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Barème : une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,25 *point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est une partie de la courbe représentative, dans un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\text{I} = [-4~;~4]$. La droite T tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A$(0~;~1,5)$ passe par le point B$(3~;~0)$. On note f' la fonction dérivée de f.



1. $f'(0)$ est égal à :

   Réponse **A** : 1,5 Réponse **B** : $-0,5$ Réponse **C** : 0,5

2. $f'(x) \leqslant 0$ si x appartient à l'intervalle :

   Réponse **A** : $[-4\ ;\ -1]$ Réponse **B** : $[1\ ;\ 3]$ Réponse **C** : $[0\ ;\ 1]$

3. $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ est un nombre de l'intervalle :

   Réponse **A** : $[0\,;2]$ Réponse **B** : $[2\,;4]$ Réponse **C** : $[4\,;6]$

4. L'équation $\ln[f(x)] = 0$ a exactement :

   Réponse **A** : 1 solution Réponse **B** : 2 solutions Réponse **C** : 3 solutions

5. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[-4\ ;\ 1[$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$. La fonction g est croissante sur l'intervalle :

   Réponse **A** : $[-3\ ;\ -1]$ Réponse **B** : $[-2\ ;\ 1[$ Réponse **C** : $[0\ ;\ 1[$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne en euros le montant des remboursements annuels y_i effectués de 2003 à 2007 par un ménage, à la suite de divers emprunts :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5
y_i	6 096	7 602	9 170	11 155	15 385

1. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, avec i compris entre 1 et 5, associe à cette série statistique. On prendra comme unité graphique 2 cm pour 1 en abscisse et 1 cm pour 1 000 euros en ordonnée.

   On commencera les graduations au point de coordonnées $(0\ ;\ 6000)$.

2. On pose, pour i variant de 1 à 5, $z_i = \ln y_i$.

   a. Calculer z_i en arrondissant les valeurs à 10^{-3} près.

   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients obtenus à l'aide de la calculatrice seront arrondis au centième.

   c. En déduire que l'on peut écrire une relation entre y et x sous la forme : $y = \mathrm{A}\mathrm{e}^{\mathrm{B}x}$ avec $\mathrm{A} \approx 4817$ et $\mathrm{B} \approx 0,22$.

   d. En supposant, que cet ajustement reste valable en 2008, estimer le montant des remboursements annuels de ce ménage en 2008, arrondi à l'euro.

3. **Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**

   Ce ménage disposait de 50 000 euros de revenu annuel en 2006. On estime que son revenu annuel augmente de 2 % par an.

   La banque alerte ses clients lorsque le montant des remboursements des emprunts dépasse le tiers du montant des revenus.

   En quelle année la banque alertera-t-elle ce ménage ? Justifier.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un club de natation propose à ses adhérents trois types d'activité : la compétition, le loisir ou l'aquagym. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'une seule des trois activités.

30 % des adhérents au club pratiquent la natation en loisir, 20 % des adhérents au club pratiquent l'aquagym et le reste des adhérents pratiquent la natation en compétition.

Cette année, le club propose une journée de rencontre entre tous ses adhérents. 20 % des adhérents de la la section loisir et un quart des adhérents de la section aquagym participent à cette rencontre. 30 % des adhérents de la section compétition ne participent pas à cette rencontre.

On interroge au hasard une personne adhérente à ce club. On considère les évènements suivants :

A « La personne interrogée pratique l'aquagym »,
C « La personne interrogée pratique la natation en compétition »,
L « La personne interrogée pratique la natation en loisir »,
R « La personne interrogée participe à la rencontre » et $\overline{R}$ son évènement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. **a.** Calculer la probabilité que la personne interrogée pratique la natation en compétition et qu'elle participe à la rencontre.

b. Le président du club déplore que plus de la moitié des adhérents ne participent pas à la rencontre. Justifier son affirmation par un calcul.

3. On interroge une personne au hasard lors de la rencontre. Calculer la probabilité qu'elle soit dans la section compétition. *Donner une valeur approchée du résultat arrondie à* 10^{-2} *près.*

4. Les tarifs du club pour l'année sont les suivants : l'adhésion à la section compétition est de 100 € et l'adhésion à la section loisir ou à l'aquagym est de 60 €. De plus, une somme de 15 € est demandée aux adhérents qui participent à la rencontre.

On appelle S la somme annuelle payée par un adhérent de ce club (adhésion et participation éventuelle à la rencontre).

a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de S :

S_i	60	75	100	115
p_i		0,11		0,35

b. Calculer l'espérance mathématique de S et interpréter ce nombre.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

I. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 0,5x + \mathrm{e}^{-0,5x+0,4}.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ et vérifier que f admet un minimum en 0,8.

II. Application économique

Une entreprise fabrique des objets. $f(x)$ est le coût total de fabrication, en milliers d'euros, de x centaines d'objets. Chaque objet fabriqué est vendu 6 €.

1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût total de fabrication soit minimum ?
2. Le résultat (recette moins coûts), en milliers d'euros, obtenu par la vente de x centaines d'objet est : $R(x) = 0,1x - \mathrm{e}^{-0,5x+0,4}$.
   a. Étudier les variations de R sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. Montrer que l'équation $R(x) = 0$ a une unique solution α dans l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.
   c. En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise un bénéfice sur la vente des objets.

∽ Baccalauréat ES 2009 ∾

L'intégrale de mars à décembre 2009

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat ES Pondichéry 16 avril 2009 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Cette première partie est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes trois réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient. Sur votre copie, noter le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une seule réponse est acceptée.
Barème : Une réponse exacte rapporte $0,75$ *point, une réponse inexacte enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total donne un nombre négatif, la note attribuée à cette partie sera ramenée à zéro.*

Rappel de notations : $p(\mathrm{A})$ désigne la probabilité de A, $p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ désigne la probabilité conditionnelle de A sachant B, $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$ signifie la probabilité de « A ou B » et $p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$ signifie la probabilité de « A et B ».

1. On lance un dé cubique équilibré. Les faces sont numérotées de 1 à 6.
   La probabilité d'obtenir une face numérotée par un multiple de 3 est
   - $\dfrac{1}{6}$
   - $\dfrac{1}{3}$
   - $\dfrac{1}{2}$
2. Soient A et B deux évènements tels que $p(\mathrm{A}) = 0,2$, $p(\mathrm{B}) = 0,3$ et $p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) = 0,1$; alors
   - $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}) = 0,4$
   - $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}) = 0,5$
   - $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}) = 0,6$
3. Soient A et B deux évènements indépendants de probabilité non nulle, alors on a obligatoirement :
   - $p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) = 0$
   - $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$
   - $p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{B})$
4. Une expérience aléatoire a trois issues possibles : 2 ; 3 et a (où a est un réel).
   On sait que $p(2) = \dfrac{1}{2}$, $p(3) = \dfrac{1}{3}$ et $p(a) = \dfrac{1}{6}$.
   On sait de plus que l'espérance mathématique associée est nulle. On a alors
   - $a = -12$
   - $a = 6$
   - $a = -5$

Partie B

Dans cette partie toutes les réponses seront justifiées.

Dans un club de sport, Julien joue au basket. Il sait que lors d'un lancer sa probabilité de marquer un panier est égale à $0,6$.

1. Julien lance le ballon quatre fois de suite. Les quatre lancers sont indépendants les uns des autres.
   a. Montrer que la probabilité que Julien ne marque aucun panier est égale à 0,025 6.
   b. Calculer la probabilité que Julien marque au moins un panier.
2. Combien de fois Julien doit-il lancer le ballon au minimum pour que la probabilité qu'il marque au moins un panier soit supérieure à $0,999$?
   Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Partie 1

Sachant qu'il y avait 13 millions de cotisants au régime général de retraites en France métropolitaine en 1975 et 16,6 millions de cotisants en 2005, calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de cotisants entre 1975 et 2005. On arrondira le résultat à 0,1 % près.

Partie 2

Le tableau ci-dessous donne le nombre de retraités en France métropolitaine entre 1975 et 2005 :

Année	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Rang de l'année x_i, $0 \leqslant i \leqslant 6$	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de retraités (en millions) y_i, $0 \leqslant i \leqslant 6$	4,1	5,0	5,9	7,4	8,3	9,7	10,7

Source : INSEE / Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse 2007

1. Sur une feuille de papier millimétré, représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, $0 \leqslant i \leqslant 6$, associé à la série statistique dans un repère orthogonal d'unités graphiques 2 cm en abscisse (pour les rangs d'année) et 1 cm en ordonnée (pour 1 million de retraités).
2. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique.

   b. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation réduite de la droite d d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients au dixième).

   c. Placer le point G et tracer la droite d dans le repère construit à la première question.
3. En utilisant l'ajustement trouvé à la question 2, déterminer par un calcul une estimation du nombre de retraités en 2010.

Partie 3

On utilisera les données des parties 1 *et* 2. *Dans cette partie, les résultats seront donnés sous forme de pourcentage, arrondis au dixième.*

On appelle rapport démographique de l'année n le rapport

$$R_n = \frac{\text{nombre de cotisants de l'année} n}{\text{nombre de retraités de l'année} n}.$$

1. Calculer le taux d'évolution de R_n entre 1975 et 2005.
2. Entre 2005 et 2010, une étude montre que le nombre de cotisants devrait augmenter de 6,4 % et que le nombre de retraités devrait augmenter de 12,1 %. Calculer le taux d'évolution du rapport démographique entre 2005 et 2010.

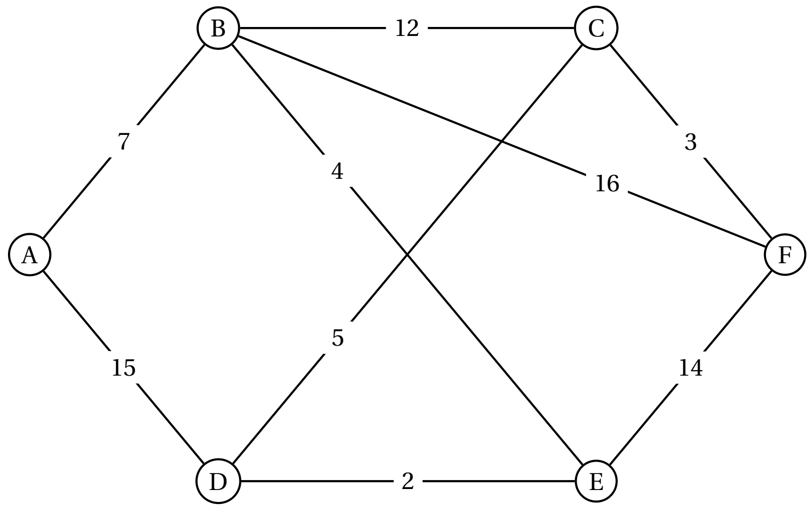
   Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une agence de voyages organise différentes excursions dans une région du monde et propose la visite de sites incontournables, nommés A, B, C, D, E et F.

Ces excursions sont résumées sur le graphe ci-dessous dont les sommets désignent les sites, les arêtes représentent les routes pouvant être empruntées pour relier deux sites et le poids des arêtes désigne le temps de transport (en heures) entre chaque site.



1. Justifier que ce graphe est connexe.

2. Un touriste désire aller du site A au site F en limitant au maximum les temps de transport.

  a. En utilisant un algorithme, déterminer la plus courte chaîne reliant le sommet A au sommet F.

  b. En déduire le temps de transport minimal pour aller du site A au site F.

3. Un touriste désirant apprécier un maximum de paysages souhaite suivre un parcours empruntant toutes les routes proposées une et une seule fois.

Si ce parcours existe, le décrire sans justifier ; dans le cas contraire justifier qu'un tel parcours n'existe pas.

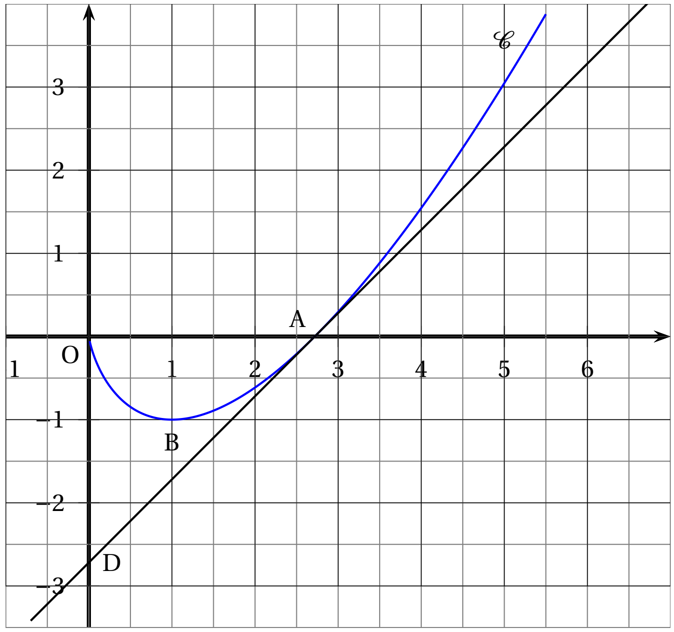
EXERCICE 3 **10 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes

Partie A. Lectures graphiques

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$.
On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points A(e ; 0) et B(1 ; −1).
La courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 1 et la tangente au point d'abscisse e passe par le point D(0 ; −e).



1. Déterminer une équation de la droite (AD).

Aucune justification n'est exigée pour les réponses à la question 2.

2. Par lectures graphiques :

a. Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$.

b. Dresser le tableau de signes de f sur $]0\,;\,5]$.

c. Dresser le tableau de signes de f' sur $]0\,;\,5]$.

d. Soit F une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$. Déterminer les variations de F sur $]0\,;\,5]$.

e. Encadrer par deux entiers consécutifs l'aire (en unités d'aire) du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équation $x = 4$ et $x = 5$.

Partie B. Étude de la fonction

La courbe $\mathscr{C}$ de la partie A est la représentation graphique de la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = x(\ln x - 1).$$

1. a. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b. Soit h la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = x\ln x$. On rappelle que $\lim\limits_{x\to 0} h(x) = 0$.
Déterminer la limite de f en 0.

2. a. Montrer que, pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$, on a : $f'(x) = \ln x$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0\,;\,+\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

3. a. Démontrer que la fonction H définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par
$H(x) = \dfrac{1}{2}x^2\ln x - \dfrac{1}{4}x^2$ est une primitive sur $]0\,;\,+\infty[$ de la fonction h définie à la question 1. b.

b. En déduire une primitive F de f et calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

c. En déduire l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan délimitée par $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$. On arrondira le résultat au dixième.

∽ Baccalauréat ES Amérique du Nord 4 juin 2009 ∾

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice constitue un questionnaire à choix multiples. Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chaque question, une seule des réponses est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Barème : Une réponse juste rapporte $0,5$ *point, une réponse fausse enlève* $0,25$ *point, l'absence de réponse n'enlève et ne rapporte aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, la note est ramenée à* 0.

1. Le prix d'un article subit une première augmentation de 20 % puis une seconde augmentation de 30 %. Le prix de l'article a augmenté globalement de :

   a. 25 % **b.** 50 % **c.** 56 %

2. Le nombre réel $\dfrac{\ln \text{e}}{\ln\left(\text{e}^2\right)}$ est égal à :

   a. $\ln\left(\dfrac{1}{\text{e}}\right)$ **b.** $\dfrac{1}{\text{e}}$ **c.** $\dfrac{1}{2}$

3. Le nombre réel $\text{e}^{-3\ln 2}$ est égal à

   a. $\dfrac{1}{9}$ **b.** $\dfrac{1}{8}$ **c.** -8

4. Une primitive F de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \text{e}^{-2x}$ est définie par :

   a. $F(x) = -\dfrac{1}{2}\text{e}^{-2x}$ **b.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\text{e}^{-2x}$ **c.** $F(x) = -2\text{e}^{-2x}$

5. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0 est :

   a. $y = x+1$ **b.** $y = \text{e}x$ **c.** $y = \text{e}^x$

6. Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x+1}{\text{e}^x - 1}$. La fonction f est définie sur :

   a. $\mathbb{R}$ **b.** $]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$ **c.** $]-1\,;\,+\infty[$

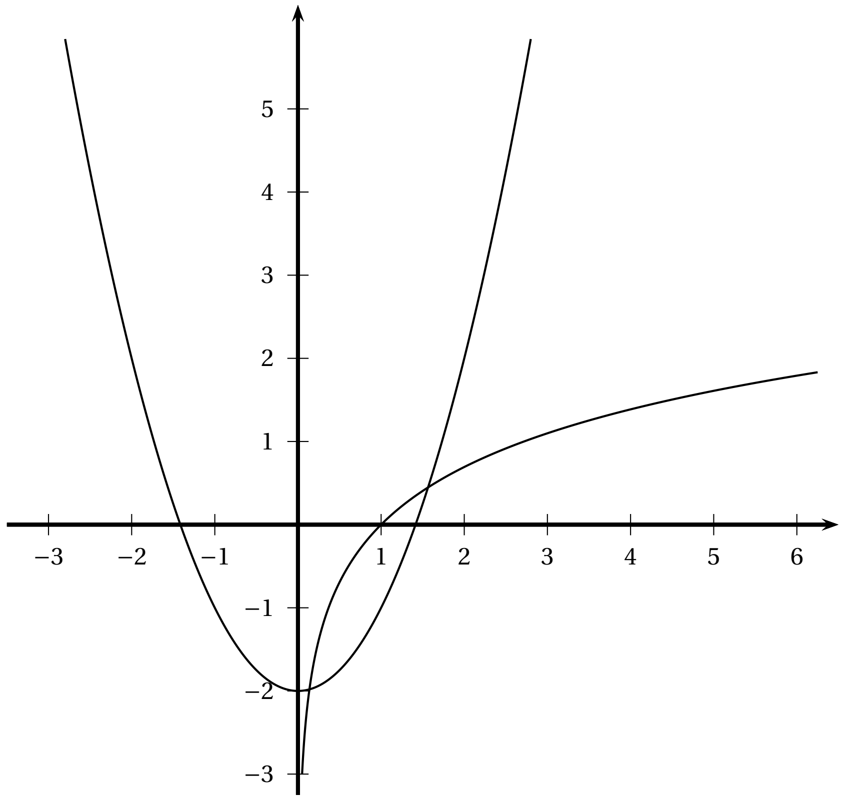
7. On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{2x}$.
   Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction f admet au voisinage de $+\infty$:

   a. L'axe des abscisses comme asymptote horizontale
   b. La droite d'équation $y = 2x$ comme asymptote oblique
   c. La droite d'équation $y = 2x - 1$ comme asymptote oblique

8. On considère la fonction logarithme népérien et la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2$. On donne ci-dessous les courbes représentatives de ces deux fonctions dans un repère orthogonal. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\ln x = x^2 - 2$ admet :

   a. Une solution
   b. Deux solutions de signes contraires

c. Deux solutions positives



EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un pépiniériste a planté trois variétés de fleurs dans une prairie de quelques hectares : des violettes, des primevères et des marguerites. Il se demande s'il peut considérer que sa prairie contient autant de fleurs de chaque variété. Il cueille au hasard 500 fleurs et obtient les résultats suivants :

Variétés	Violettes	Primevères	Marguerites
Effectifs	179	133	188

1. Calculer les fréquences f_V d'une fleur de variété Violette, f_P d'une fleur de variété Primevère et f_M d'une fleur de variété Marguerite. On donnera les valeurs décimales exactes.

2. On note $d^2_{\text{obs}} = \left(f_V - \dfrac{1}{3}\right)^2 + \left(f_P - \dfrac{1}{3}\right)^2 + \left(f_M - \dfrac{1}{3}\right)^2$.

Calculer $500d^2_{\text{obs}}$. On donnera une valeur approchée arrondie au millième.

3. Le pépiniériste, ne voulant pas compter les quelques milliards de fleurs de sa prairie, opère sur ordinateur en simulant le comptage, au hasard, de 500 fleurs suivant la loi équirépartie. Il répète 2 000 fois l'opération et calcule à chaque fois la valeur de $500d^2_{\text{obs}}$. Ses résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Intervalle auquel appartient $500d^2_{\text{obs}}$	[0 ; 0,5[	[0,5 ; 1[	[1 ; 1,5[	[1,5 ; 2[	[2 ; 2,5[	[2,5 ; 3[	[3 ; 3,5[	[3,5 ; 4[	[4 ; 4,5[	[4,5 ; 5[
Nombre par intervalle	163	439	458	350	231	161	80	47	37	34

Par exemple : le nombre $500d^2_{\text{obs}}$ apparaît 163 fois dans l'intervalle $[0\,;\,0{,}5[$.
On note D_9 le neuvième décile de cette série statistique.
Montrer que $D_9 \in [2{,}5\,;\,3[$.

4. En argumentant soigneusement la réponse, dire si pour la série observée au début, on peut affirmer avec un risque inférieur à 10 % que « la prairie est composée d'autant de fleurs de chaque variété ».

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un nouveau bachelier souhaitant souscrire un prêt automobile pour l'achat de sa première voiture, a le choix entre les trois agences bancaires de sa ville : agence A, agence B et agence C. On s'intéresse au nombre de prêts automobiles effectués dans cette ville.

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

Dans le tableau suivant figure le nombre de prêts effectués dans l'agence B lors des premiers mois de 2009.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de prêts y_i	56	44	42	52	50	56

1. En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

2. Combien de prêts automobiles peut-on prévoir pour le mois de décembre 2009 avec cet ajustement ? On arrondira le résultat à l'entier le plus proche.

Partie B

Après vérification, on a constaté que :
20 % des prêts sont souscrits dans l'agence A,
45 % des prêts sont souscrits dans l'agence B,
les autres prêts étant souscrits dans l'agence C.
On suppose que tous les clients souscrivent à une assurance dans l'agence où le prêt est souscrit.
Deux types de contrats sont proposés : le contrat tout risque, dit *Zen* et le deuxième contrat appelé *Speed*.

80 % des clients de l'agence A ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen*.
30 % des clients de l'agence B ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen*.
$\frac{2}{7}$ des clients de l'agence C ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Speed*.
On interroge au hasard un client d'une de ces trois banques ayant souscrit un contrat d'assurance automobile.
On considère les évènements suivants :
A : « le prêt a été souscrit dans l'agence A »,
B : « le prêt a été souscrit dans l'agence B »,
C : « le prêt a été souscrit dans l'agence C »,
Z : « le contrat d'assurance *Zen* a été souscrit »,
S : « le contrat d'assurance *Speed* a été souscrit ».
Dans tout l'exercice, on donnera les valeurs exactes.

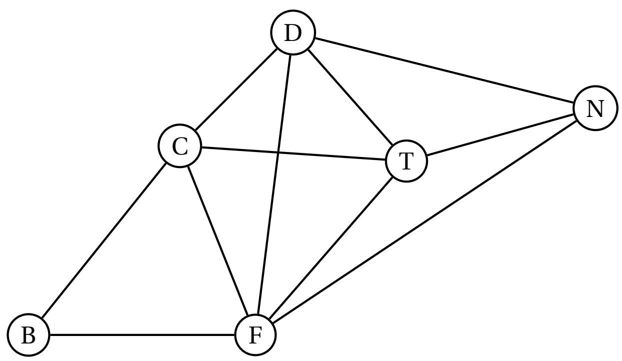
1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que le client interrogé ait souscrit un prêt automobile avec une assurance *Zen* dans l'agence A.
3. Vérifier que la probabilité de l'évènement Z est égale à $0,545$.
4. Le client a souscrit une assurance *Zen*.

   Déterminer la probabilité que le prêt soit souscrit dans l'agence C.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes.
On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.



1. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommets	B	C	D	F	N	T
Degré des sommets du graphe						

   b. Justifier que le graphe est connexe.

2. Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin.

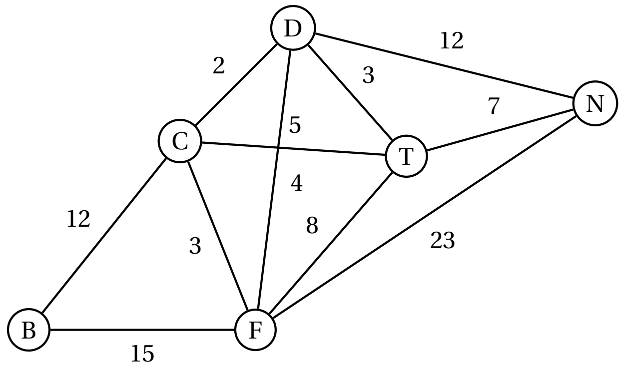
   Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible.

3. Le groupe souhaite associer chaque sommet à une couleur de sorte que les sommets reliés par un chemin n'ont pas la même couleur. On note n le nombre chromatique du graphe.

   a. Montrer que $4 \leqslant n \leqslant 6$.

   b. Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique.

4. Le groupe se trouve au sommet B et souhaite se rendre au sommet N. Les distances en kilomètres entre chaque sommet ont été ajoutées sur le graphe.



Indiquer une chaîne qui minimise la distance du trajet. Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes. Le candidat pourra utiliser les résultats préliminaires dans la partie A, même s'il ne les a pas établis.

Préliminaires

On admet les éléments du tableau de signes ci-dessous.

x	0		1		$+\infty$
Signe de $\dfrac{6}{x} - 6x^2$	‖	$+$	0	$-$	

Soit g la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = 6\ln x - 2x^3 - 3.$$

On désigne par g' la fonction dérivée de g.

1. Calculer $g'(x)$.
2. En utilisant 1., déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$. On ne demande pas les limites dans cette question.
3. En déduire que $g(x) < 0$ pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[$.

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x + \frac{3\ln x}{2x^2}$$

1. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en 0.
2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Montrer que, pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[$, $f'(x) = -\dfrac{g(x)}{2x^3}$.
   b. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

Partie B

1. On définit la fonction F sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

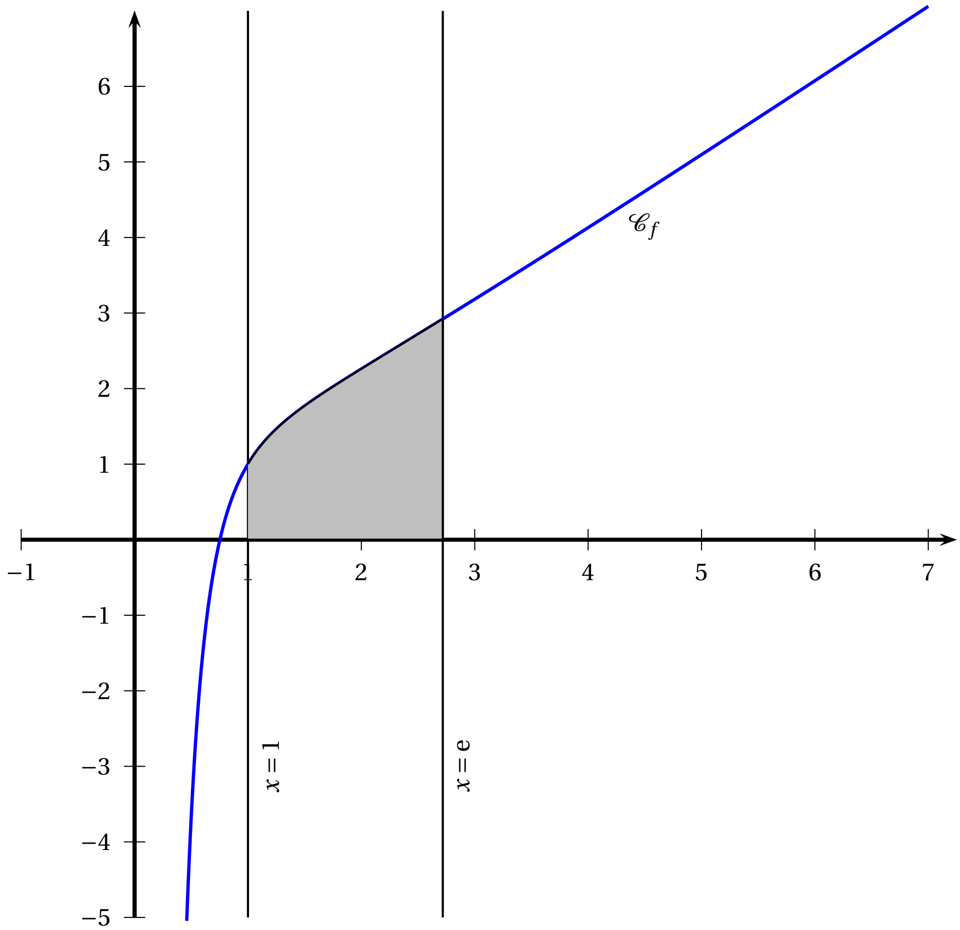
$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2} \times \frac{1 + \ln x}{x}.$$

Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

2. On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal, la courbe représentative de f notée $\mathcal{C}_f$.

On a colorié le domaine limité par $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.

Donner la valeur exacte, exprimée en unités d'aire, de l'aire de ce domaine, puis une valeur approchée arrondie au centième.



☙ Liban 2009 Terminale ES ❧

Exercice 1 — 4 points

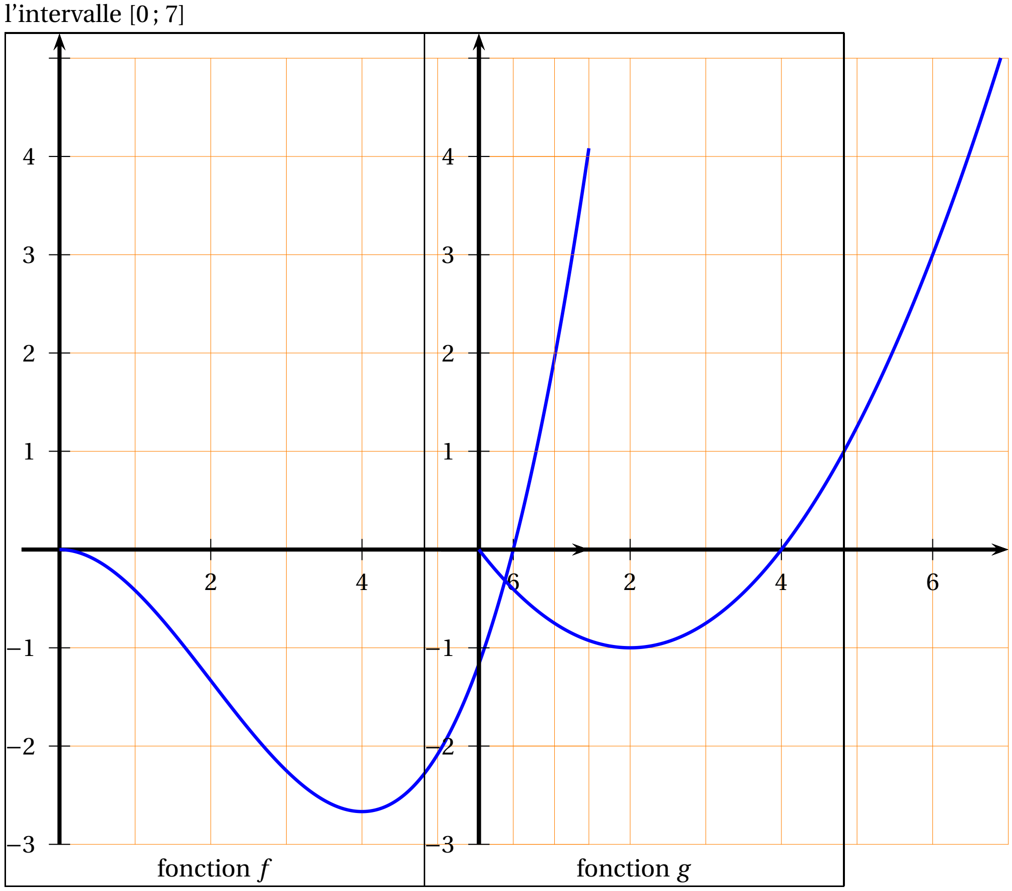
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note est ramenée à* 0.

1. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\ln(x+4)+\ln(x-2)=\ln(2x+1)$

A : n'a pas de solution.
B : admet exactement une solution.
C : admet exactement deux solutions.

2. On connait la représentation graphique de deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;7]$



A : Les fonctions f et g ont le même sens de variation sur l'intervalle $[0\,;7]$.
B : La fonction f est la dérivée de la fonction g.
C : La fonction f est une primitive de la fonction g.

3. On sait que f est une fonction strictement positive sur $\mathbb{R}$ et que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$.

A : $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left[f(x)\right]=1$.
B : La limite de $\ln(f)$ en $-\infty$ n'existe pas.
C : $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left[f(x)\right]=-\infty$.

4. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A : e − 1.
B : 1 − e.
C : 1 + e.

Exercice 2 5 points

Commun à tous les candidats

Un magasin de vêtements démarqués a reçu un lot important de chemisiers en coton. Le propriétaire du magasin constate que les chemisiers peuvent présenter deux types de défauts : un défaut de coloris ou un bouton manquant. Il note aussi que :

- 4 % de ces chemisiers présentent un défaut de coloris,
- 3 % des chemisiers ont un bouton manquant,
- 2 % des chemisiers ont à la fois un défaut de coloris et un bouton manquant.

Une cliente prend au hasard un chemisier dans le lot. On considère les évènements suivants :

B : « le chemisier a un bouton manquant »,
C : « le chemisier présente un défaut de coloris ».

1. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   D : « cette cliente prend un chemisier ayant au moins un défaut »,
   E : « cette cliente prend un chemisier ayant un seul défaut »,
   F : « cette cliente prend un chemisier sans défaut ».
2. On sait que le chemisier qui intéresse la cliente présente un défaut de coloris. Quelle est la probabilité qu'il manque un bouton à ce chemisier ?
3. Une autre cliente prend au hasard deux chemisiers dans le lot. Ces choix peuvent être assimilés à un tirage au hasard avec remise dans le lot de chemisiers.

   Quelle est la probabilité que sur les deux chemisiers choisis, un seul ait un bouton manquant ?
4. Le propriétaire du magasin vend un chemisier sans défaut 40 euros, il fait une remise de 20 % si le chemisier a un seul défaut, et de 50 % s'il a les deux défauts.

   a. Établir la loi de probabilité du prix de vente en euros, noté X, d'un chemisier.

   b. Quel chiffre d'affaires le propriétaire peut-il espérer faire sur la vente de cent chemisiers ?

Exercice 3 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 10 + (x-3)\text{e}^x$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   b. Démontrer que $f'(x) = (x-2)\text{e}^x$ et étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   c. Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   d. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

2. **a.** Démontrer que la fonction $G : x \longmapsto (x-4)\mathrm{e}^x$ est une primitive sur $[0~;~+\infty[$ de la fonction $g : x \longmapsto (x-3)\mathrm{e}^x$.
   b. En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
   c. Étudier le sens de variation de F sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

Partie B

Une entreprise fabrique x tonnes d'un certain produit, avec $x \in [0~;~4]$. Le coût marginal de fabrication pour une production de x tonnes est donné par $f(x)$ exprimé en **milliers d'euros**, où f est la fonction définie dans la partie A.

1. Les coûts fixes de l'entreprise s'élèvent à 20 000 euros. On assimile le coût total C à une primitive du coût marginal.
   En utilisant les résultats de la question A 2., déterminer le coût total de fabrication $C(x)$, exprimé en milliers d'euros.
2. L'entreprise désire adapter sa production pour atteindre un coût marginal de 11 292 euros.
   a. En utilisant la partie A démontrer qu'il est possible d'atteindre un coût marginal de 11 292 euros. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
   b. Déterminer la production correspondante, à 10 kg près.
   c. Quel est alors le coût moyen de fabrication ?
   On rappelle que le quotient $\dfrac{C(x)}{x}$ est appelé coût moyen de fabrication pour une production de x tonnes de produit.

Exercice 4 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la production d'énergie d'origine éolienne en France, exprimée en milliers de tonnes d'équivalent pétrole (Ktep) :

Année	2000	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	0	2	3	4	5	6	7
Production y_i	7	23	34	51	83	188	348

Source : INSEE avril 2008

1. **a.** Calculer le pourcentage d'augmentation de la production entre 2000 et 2007.
   b. Justifier que le pourcentage d'augmentation annuel moyen de la production entre 2000 et 2007 est 74,72 %, valeur arrondie au centième.
   c. En utilisant ce pourcentage d'augmentation annuel moyen de 74,72 %, déterminer la valeur obtenue en partant de l'année 2000 pour la production d'énergie d'origine éolienne en 2005 ? On donnera la valeur arrondie à l'unité.
   Quel est le pourcentage d 'erreur par rapport à la valeur réelle ?
2. Dans cette question, on se propose de réaliser un ajustement de type exponentiel.
   On pose $z = \ln y$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant. Les résultats seront arrondis au centième.

x_i	0	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

b. Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ; les résultats seront arrondis au centième.

c. En déduire que : $y = 6,82 \times 1,72^x$, les résultats étant arrondis au centième.

d. En utilisant cet ajustement, déterminer la valeur arrondie à l'unité obtenue pour 2005.

3. On a représenté le nuage de points $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ ainsi que l'ajustement précédent dans un repère semi-logarithmique donné en annexe.

a. À l'aide du graphique, estimer la production pour l'année 2009. Placer le point correspondant sur le graphique.

b. À l'aide du graphique, déterminer à partir de quelle année la production de 2007 sera multipliée par dix. On mettra en évidence sur le graphique toute trace utile pour la réponse.

Exercice 4 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise de services à la personne propose dans ses services l'entretien de jardins. Pour ce service, cette entreprise a recours à des employés à temps partiel pour une durée globale de x heures, et elle loue le matériel nécessaire pour une durée globale de y heures. La surface de jardin traitée en une semaine, exprimée en centaines de m^2, est donnée par la fonction

$$f(x\ ;\ y) = \sqrt{2xy} \text{ où } x \text{ et } y \text{ sont exprimées en heures.}$$

Une heure de travail coûte 15 euros et une heure de location du matériel coûte 30 euros. Les contraintes matérielles imposent que $0 \leqslant x \leqslant 120$ et $0 \leqslant y \leqslant 100$.
La figure 1 donnée en annexe représente la surface $\mathscr{S}$ d'équation $z = f(x\ ;\ y)$.
La figure 2 donnée en annexe représente la projection orthogonale de la surface $\mathscr{S}$ sur le plan $(x\mathrm{O}y)$, les courbes de niveau de cette surface étant représentées pour z variant de 10 en 10.

1. a. Les points $\mathrm{A}(20\ ;\ 40\ ;\ z_{\mathrm{A}})$ et $\mathrm{B}\left(60\ ;\ y_{\mathrm{B}}\ ;\ 60\right)$ sont des points de la surface $\mathscr{S}$. Déterminer pour chacun la coordonnée manquante.

b. Lire sur la figure 1 les coordonnées du point C et en donner une interprétation concrète.

c. Placer sur la figure 1 le point D de coordonnées (10 ; 80 ; 40).

d. Donner la nature de la courbe de niveau $z = 50$.

2. Les contraintes financières imposent de fixer le coût hebdomadaire correspondant à 2 400 euros.

a. Démontrer que x et y sont liés par la relation $y = -\dfrac{1}{2}x + 80$.

b. Quelle est la nature de l'ensemble $(\mathscr{E})$ des points $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ de l'espace dont les coordonnées vérifient $y = -\dfrac{1}{2}x + 80$?

c. Représenter l'ensemble $(\mathscr{E})$ sur la figure 2 de l'annexe.

d. En déduire graphiquement la surface de jardin maximum qu'on peut traiter avec un coût hebdomadaire de 2 400 euros.

3. **a.** Vérifier que, sous la contrainte $y = -\dfrac{1}{2}x + 80$, z peut s'écrire sous la forme $z = g(x)$, g étant la fonction définie sur $[0\,;\,120]$ par $g(x) = \sqrt{160x - x^2}$.

b. Démontrer que sur $]0\,;\,120]$, $g'(x) = \dfrac{80 - x}{\sqrt{160x - x^2}}$, g' désignant la fonction dérivée de g, puis démontrer que la fonction g admet un maximum sur l'intervalle $[0\,;\,120]$.

c. En déduire le temps de travail et la durée de location hebdomadaire qui permettent de traiter une surface maximum.

ANNEXE

Enseignement de spécialité : exercice 4

Figure 1 :

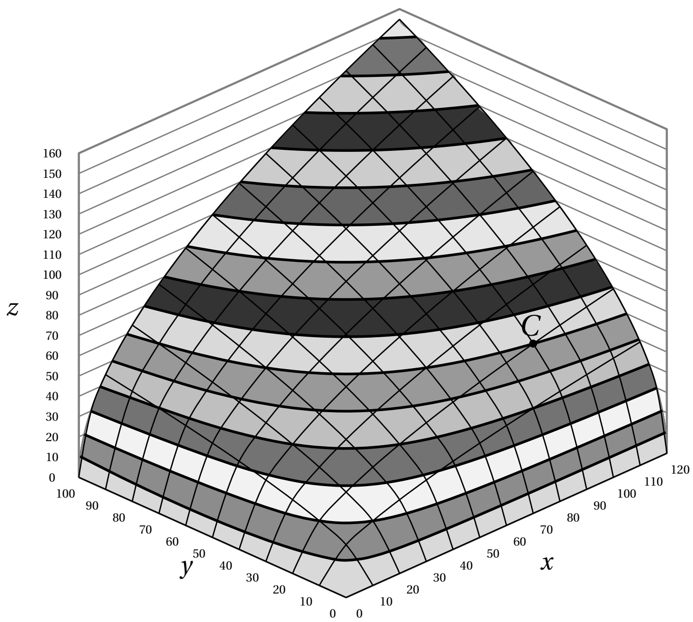
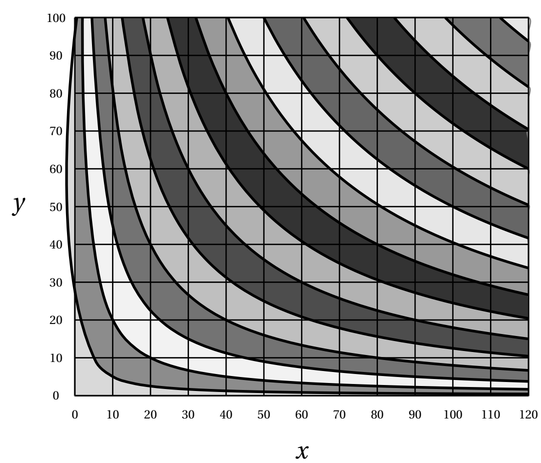


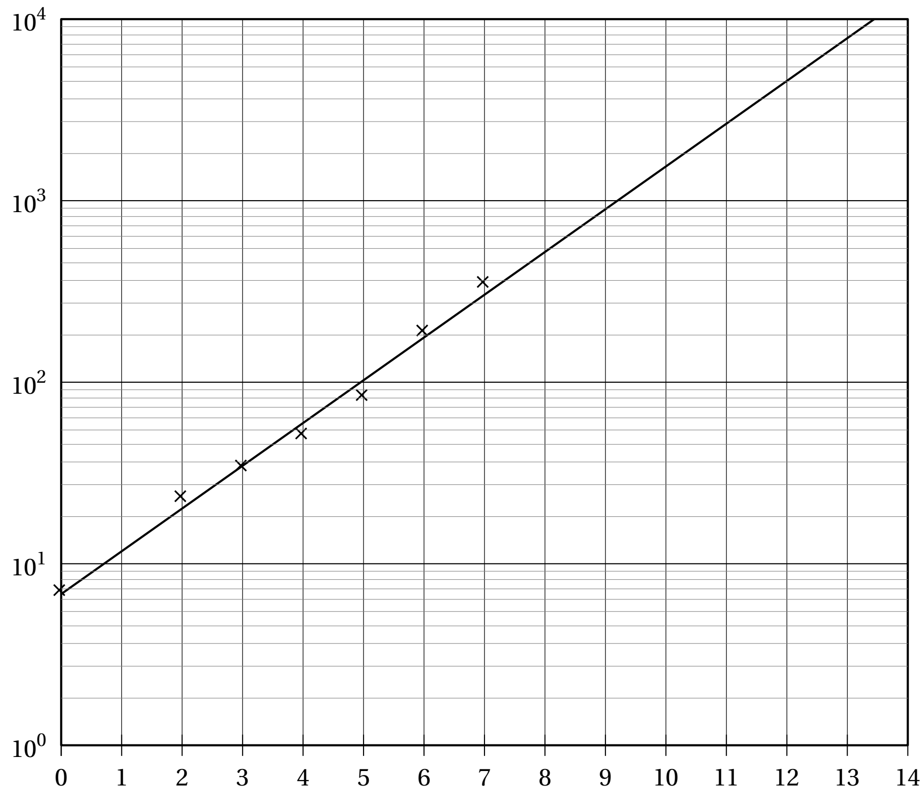
Figure 2 :



Annexe

À remettre avec la copie

Enseignement obligatoire : exercice 4



Baccalauréat Asie ES 16 juin 2009

Exercice 1 — 5 points

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le prix du kilogramme de pain dans un quartier d'une grande ville depuis 2001 (les prix sont relevés au premier janvier).

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Prix y_i du kilogramme de pain en euro	1,90	1,94	2,01	2,07	2,13	2,16

1. Calculer le pourcentage d'évolution du prix du kilogramme de pain dans ce quartier entre les années 2000 et 2005. On donnera une valeur arrondie au centième.
2. Représenter le nuage de points associé à la série $\left(x_i ; y_i\right)$ dans un repère du plan.
   a. Pourquoi un ajustement affine du nuage de points est-il justifié ?
   b. Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près.
   c. Représenter la droite (D) dans le repère précédent,
   d. En admettant que le modèle précédent est valable pour les années suivantes, calculer le prix du kilogramme de pain dans ce quartier en 2010 (valeur arrondie au centième).
3. On considère maintenant un autre modèle pour étudier l'évolution du prix du kilogramme de pain dans ce quartier. Les relevés de prix entre 2005 et 2008 ont permis de constater que le prix du kilogramme de pain a augmenté de 1,5 % par an.

   En admettant que le prix du kilogramme de pain continue d'augmenter chaque année de 1,5 % calculer le prix du kilogramme de pain dans ce quartier en 2010 (valeur arrondie au centième.
4. Pour chacun des modèles précédents, déterminer à partir de quelle année le prix du kilogramme de pain dans ce quartier dépassera $2,60$ euros.

Exercice 2 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une association propose à ses adhérents une sortie payante, Les adhérents peuvent choisir d'emporter leur pique-nique ou de payer à l'association un supplément pour le repas. Le tableau ci-dessous donne les différents tarifs suivant l'âge des adhérents.

catégorie	A : adultes (plus de 18 ans)	B : jeunes de 10 à 18 ans	C : enfants de moins de 10 ans
prix de la sortie	20 €	15 €	8 €
prix du repas	6 €	5 €	3 €

L'association a inscrit 87 participants pour cette sortie, dont 58 adultes et 12 enfants de moins de 10 ans. La moitié des adultes, un quart des enfants de moins de 10 ans et 10 jeunes de 10 à 18 ans ont emmené leur pique-nique.

On choisit un participant au hasard, et on note :

— A l'évènement « le participant fait partie de la catégorie A » ;
— B l'évènement « le participant fait partie de la catégorie B » ;
— C l'évènement « le participant fait partie de la catégorie C » ;

— R l'évènement « le participant choisit le repas proposé par l'association ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété au cours de la résolution de l'exercice.

2. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement B.

b. Calculer la probabilité de l'évènement $R \cap A$.

c. Montrer que la probabilité de l'évènement R est égale à $\dfrac{15}{29}$.

d. Sachant que le participant choisi a pris le repas proposé par l'association, quelle est la probabilité que ce participant soit un adulte ?

3. On note X le prix payé à l'association par un participant,

a. Déterminer les différentes valeurs que peut prendre le prix X.

b. Établir la loi de probabilité du prix X.

Exercice 2 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un enfant joue aux fléchettes. Un adulte observe son jeu et remarque que si l'enfant atteint la cible lors d'un lancer, alors il atteint encore la cible au lancer suivant avec une probabilité égale à $\dfrac{3}{4}$.
Si l'enfant n'atteint pas la cible lors d'un lancer, alors il atteint la cible au lancer suivant avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{8}$.

Lors du premier lancer, l'enfant atteint la cible avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{10}$.

1. On note C l'état : « l'enfant atteint la cible » et on note R l'état : « l'enfant n'atteint pas la cible ».

a. Représenter la situation par un graphe probabiliste.

b. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en considérant les états dans l'ordre alphabétique.

2. On désigne par n un nombre entier naturel non nul.
Soient C_n l'évènement : « l'enfant atteint la cible au n-ième lancer » et R_n l'évènement : « l'enfant n'atteint pas la cible au n-ième lancer ». L'état probabiliste lors du n-ième lancer est donné par la matrice ligne $E_n = (c_n \quad r_n)$ où c_n désigne la probabilité de l'évènement C_n et r_n la probabilité de l'évènement R_n.

a. Écrire la matrice ligne E_1 de l'état probabiliste initial.

b. Déterminer la matrice ligne E_3 et donner une interprétation du résultat obtenu.

3. Soit $E = (c \quad r)$ la matrice ligne de l'état probabiliste stable.

a. Déterminer c et r.

b. L'adulte affirme qu'après un très grand nombre de lancers, l'enfant a deux fois plus de chance de manquer la cible que de l'atteindre. Cette affirmation est-elle justifiée ?

Exercice 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions de ce QCM, une seule des quatre propositions a, b, c ou d est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

1. Une ville en pleine expansion a vu sa population augmenter de 20 % pendant quatre années consécutives, puis de 7 % durant chacune des cinq années suivantes, et enfin de 6 % la dixième et dernière année. Le taux d'augmentation annuel moyen (arrondi au dixième) durant la décennie qui vient de s'écouler s'élève à :

a. 33,0 %

b. 12,1 %

c. 11,9 %

d. 11,0 %

2. La population de la ville voisine a diminué de 5 % en 2008. Quel pourcen.tage d'augment ation (arrondi au dixième) devrait-elle connaître en 2009 pour que le nombre d'habitants le 1$^{\text{er}}$ janvier 2010 soit égal au nombre d'habitants à la date du 1$^{\text{er}}$ janvier 2008 ?

a. 10,0 %

b. 5,3 %

c. 5,0 %

d. 4,7 %

3. Le double du logarithme d'un nombre est égal au logarithme de la moitié de ce nombre. Quel est ce nombre ?

a. -1

b. 0

c. 0,5

d. 2

4. Une telle fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, est strictement croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[5\ ;\ +\infty[$. Sa courbe représentative C dans un repère du plan admet une tangente $\mathcal{T}$ au point d'abscisse 6. Laquelle des équations suivantes est celle de la tangente $\mathcal{T}$.

a. $y = -3x + 3$

b. $y = x$

c. $y = 6x - 36$

d. $x = 6$

Exercice 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\ ;\ \infty[$ par :

$$f(x) = (7 - x)\mathrm{e}^{x-4} \quad \text{et} \quad g(x) = 2\ln\left(\frac{x+5}{x+1}\right).$$

Partie A : Étude des fonctions f et g.

1. a. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

b. Montrer que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0~;~+\infty[$ on a

$$f'(x) = (6-x)\mathrm{e}^{x-4}.$$

c. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et établir son tableau de variations.

2. **a.** Soit h la fonction définie sur $]-\infty~;~-1[\,\cup\,]-1~;~+\infty[$ par :

$$h(x) = \frac{x+5}{x+1}$$

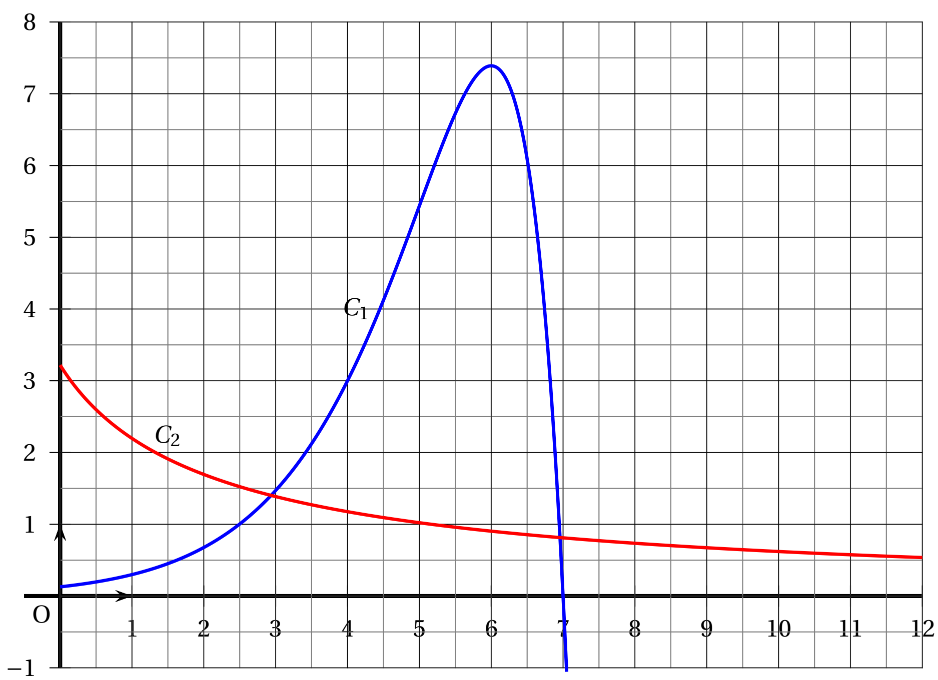
Le tableau de variations de la fonction h est donné ci dessous :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	||	$-$	
$h(x)$	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1

Déterminer, en le justifiant, le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$

b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$. Quelle en est la conséquence graphique ?

3. Les courbes représentatives des fonctions f et g sont données dans le repère $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ ci-dessous



a. Laquelle de ces deux fonctions est représentée par la courbe C_1 ?

b. Déterminer graphiquement une valeur approchée arrondie à l'unité des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

c. *Dans cette question, toute tentative d'explication de la démarche 011 de la méthode utilisée sera valorisée.*

Le professeur a demandé à Perrine et Elliot de calculer $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Voici des extraits de leurs productions :

Production de Perrine :

Une primitive de f est F telle que $F(x) = (8-x)\mathrm{e}^{x-4}$, donc

$\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 5\mathrm{e}^{-1} - 8\mathrm{e}^{-4} \approx 1,69$.

Production d'Elliot :

Une primitive de f est F telle que $F(x) = \left(7x - \dfrac{1}{2}x^2\right)\mathrm{e}^{x-4}$, donc

$\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 16,5\mathrm{e}^{-1} \approx 6,07$.

Lors de la correction, le professeur indique que l'un des deux s'est trompé. Est-ce Perrine ou Elliot ? Justifier le choix.

Partie B : Application économique

Sur l'intervalle $[0 ; 5]$, la fonction f modélise la fonction d'offre des producteurs d'un certain produit et la fonction g modélise la fonction de demande des consommateurs pour ce même produit. La quantité x est exprimée en millier de tonnes et le prix $f(x)$ ou $g(x)$ est en euro par kg.

On rappelle que le prix d'équilibre est le prix qui se forme sur le marché lorsque l'offre est égale à la demande. La quantité d'équilibre est la quantité associée au prix d'équilibre.

Par lecture graphique, donner une valeur approchée de la quantité d'équilibre x_0, ainsi qu'une valeur approchée du prix d'équilibre y_0.

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers 15 juin 2009 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions proposées, une seule des trois réponses A, B et C est exacte. Recopier le numéro de chaque question et, en face de celui-ci, indiquer la lettre (A, B ou C) désignant la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,5 *point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^{-x}$ est égale à :
   Réponse A : 0.
   Réponse B : $+\infty$.
   Réponse C : $-\infty$.
2. On considère une fonction u définie, strictement positive et dérivable sur un intervalle I. On note u' sa fonction dérivée.
   On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x appartenant à I par : $f(x) = \ln(u(x))$. Si l'on suppose que u' est négative sur I alors :
   Réponse A : on ne peut pas déterminer le sens de variation de la fonction f.
   Réponse B : la fonction f est décroissante sur I.
   Réponse C : la fonction f est croissante sur I.
3. Dans l'intervalle $]0~;~+\infty[$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $2\ln x - 1 > 1$ est :
   Réponse A : $\left]\dfrac{1}{2}~;~+\infty\right]$
   Réponse B : $]1~;~+\infty[$.
   Réponse C : $]\mathrm{e}~;~+\infty[$.
4. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\mathrm{e}^{2x} + 2\mathrm{e}^{x} - 3 = 0$:
   Réponse A : admet une unique solution.
   Réponse B : admet exactement deux solutions.
   Réponse C : n'admet aucune solution.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un collectionneur de pièces de monnaie a observé que ses pièces peuvent présenter au maximum deux défauts notés a et b. Il prélève au hasard une pièce dans sa collection.

On note A l'évènement : « Une pièce prélevée au hasard dans la collection présente le défaut a ».
On note B l'évènement : « Une pièce prélevée au hasard dans la collection présente le défaut b ».
On note $\overline{A}$ et $\overline{B}$ les évènements contraires respectifs de A et B.
On donne les probabilités suivantes : $p(A) = 0,2$; $p(B) = 0,1$ et $p(A \cup B) = 0,25$.
Dans cet exercice, toutes les valeurs approchées des résultats demandés seront arrondies au centième.

Première partie

1. Démontrer que la probabilité de l'évènement : « une pièce prélevée au hasard dans la collection présente les deux défauts » est égale à $0,05$.
2. Les évènements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3. Démontrer que la probabilité de l'évènement « une pièce prélevée au hasard dans la collection ne présente aucun des deux défauts » est égale à $0,75$.
4. Le collectionneur prélève au hasard une pièce parmi celles qui présentent le défaut b. Calculer la probabilité que cette pièce présente également le défaut a.
5. Le collectionneur prélève au hasard une pièce parmi celles qui ne présentent pas le défaut b. Calculer la probabilité que cette pièce présente le défaut a.

Deuxième partie

On prélève au hasard trois pièces dans la collection et on suppose que le nombre de pièces de la collection est suffisamment grand pour considérer ces trois prélèvements comme étant indépendants.

1. Calculer la probabilité qu'une seule des trois pièces soit sans défaut.
2. Calculer la probabilité qu'au moins une des trois pièces soit sans défaut.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Chaque mois, un institut de sondage donne la cote de popularité d'un même groupe politique dans l'opinion publique. Les personnes sondées sont, soit favorables, soit défavorables à ce groupe. Initialement, il y a autant de personnes favorables à ce groupe politique que de personnes qui lui sont défavorables. De chaque mois au mois suivant, on considère que :

— 10 % des personnes qui étaient favorables à ce groupe politique ne le sont plus.
— 15 % des personnes qui n'étaient pas favorables à ce groupe politique le deviennent.

On note, pour tout entier naturel n :

— a_n, la probabilité qu'une personne interrogée au hasard au bout de n mois soit favorable à ce groupe politique.
— b_n, la probabilité qu'une personne interrogée au hasard au bout de n mois ne soit pas favorable à ce groupe politique.
— $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$, la matrice traduisant l'état probabiliste au bout de n mois.

On note M la matrice de transition telle que, pour tout entier naturel n : $P_{n+1} = P_n \times M$.

Première partie

1. Déterminer la matrice P_0 donnant l'état probabiliste initial.
2. Déterminer le graphe probabiliste correspondant à la situation.
3. On admet que $M = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,15 & 0,85 \end{pmatrix}$.

   Déterminer la matrice P_2 en détaillant les calculs, (on donnera les coefficients sous forme décimale arrondie au centième).
4. Déterminer l'état stable et interpréter ce résultat.

Deuxième partie

1. Montrer que $a_{n+1} = 0,75a_n + 0,15$ pour tout entier naturel n.
2. On considère la suite (u_n) telle que $u_n = a_n - 0,6$ pour tout entier naturel n.
   a. Démontrer que la suite (u_n) est géométrique de raison $0,75$.

b. En déduire que $a_n = -0,1 \times (0,75)^n + 0,6$ pour tout entier naturel n.

c. Calculer la limite de a_n quand n tend vers $+\infty$. Comment peut-on interpréter cette limite ? En quoi ce résultat est-il cohérent avec celui demandé à la question 4. de la première partie.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une exploitation minière extrait un minerai rare dans ses gisements depuis l'année 1963.

Le tableau suivant indique la quantité extraite y_i en tonnes durant l'année désignée par son rang x_i :

Année	1963	1968	1973	1978	1983	1988	1993	1998	2003	2008
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quantité extraite y_i en tonnes	18,1	15,7	13,3	11	9,3	7,8	7,1	6,1	5,2	4,3

Le nuage de points associé à cette série statistique à deux variables est représenté dans le repère orthogonal (O ; I, J) de **l'annexe 1**. Les unités graphiques de ce repère sont 1 cm en abscisse et 0,5 cm en ordonnée.

Dans cet exercice, on désigne par la variable y la quantité extraite en tonnes et par la variable x le rang de l'année.

Première partie

En première approximation, on envisage de représenter y en tant que fonction affine de x.

La droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés admet pour équation $y = -1,5x+16,5$ dans laquelle les deux coefficients sont des valeurs arrondies au dixième.

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point dans le repère de **l'annexe 1**.
2. Tracer la droite D dans le repère de **l'annexe 1**.
3. En considérant cet ajustement affine, quelle quantité de minerai, au dixième de tonne près, l'exploitation peut-elle prévoir d'extraire durant l'année 2013 ?

Deuxième partie

On admet que la courbe tracée en **annexe 1** représente un ajustement exponentiel de y en fonction de x et que son équation est de la forme $y = k\mathrm{e}^{px}$ où k est un entier naturel et p un nombre réel.

1. En utilisant cette courbe, lire la quantité de minerai extrait, au dixième de tonne près, que l'ajustement exponentiel laisse prévoir pendant l'année 2013.
2. En supposant que la courbe passe par les points A(0 ; 18) et B(3 ; 11,2), calculer l'entier naturel k et le réel p dont on donnera une valeur approchée arrondie au centième.

Troisième partie

On effectue le changement de variable $z = \ln y$ et on pose $z_i = \ln y_i$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant une valeur approchée de chaque résultat arrondie au centième :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z_i										

2. À l'aide de la calculatrice et en donnant une valeur approchée de chaque coefficient arrondie au centième, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
3. En déduire l'expression de y en fonction de x sous la forme $y = k\mathrm{e}^{px}$ et retrouver ainsi, en arrondissant k au dixième, les coefficients k et p calculés à la question 2. de la deuxième partie.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{5\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$$

On désigne par f' la fonction dérivée de f et par F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 0$.
Dans le repère orthonormal d'unité 2 cm de l'annexe 2, la courbe $\mathscr{C}_f$ tracée représente la fonction f et la droite D est sa tangente au point $\mathrm{A}\left(0~;~\dfrac{5}{2}\right)$.

Première partie

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet pour asymptotes en $-\infty$ la droite d'équation $y = 0$ et en $+\infty$ la droite d'équation $y = 5$. En déduire $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
2. Démontrer que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = \dfrac{5\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x + 1)^2}$.
3. Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et en déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.
4. En utilisant le résultat de la question 2., déterminer une équation de la droite D.

Deuxième partie

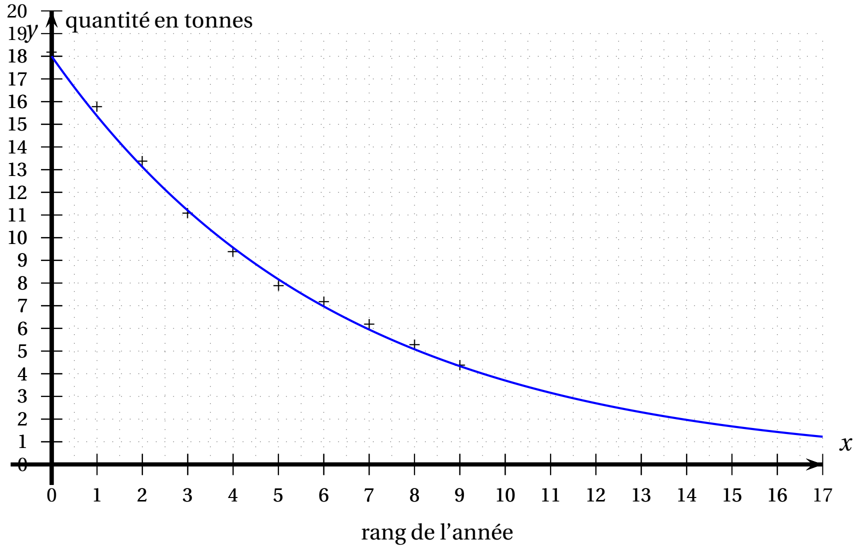
1. Pour tout réel x, exprimer $F(x)$ en fonction de x.
2. Vérifier que $F(1) = 5\ln\left(\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}\right)$.
3. Sur l'annexe 2, le domaine grisé est délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, les axes de coordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

   Calculer l'aire, en unités d'aire, de ce domaine et en donner une valeur approchée arrondie au dixième.

ANNEXE 1

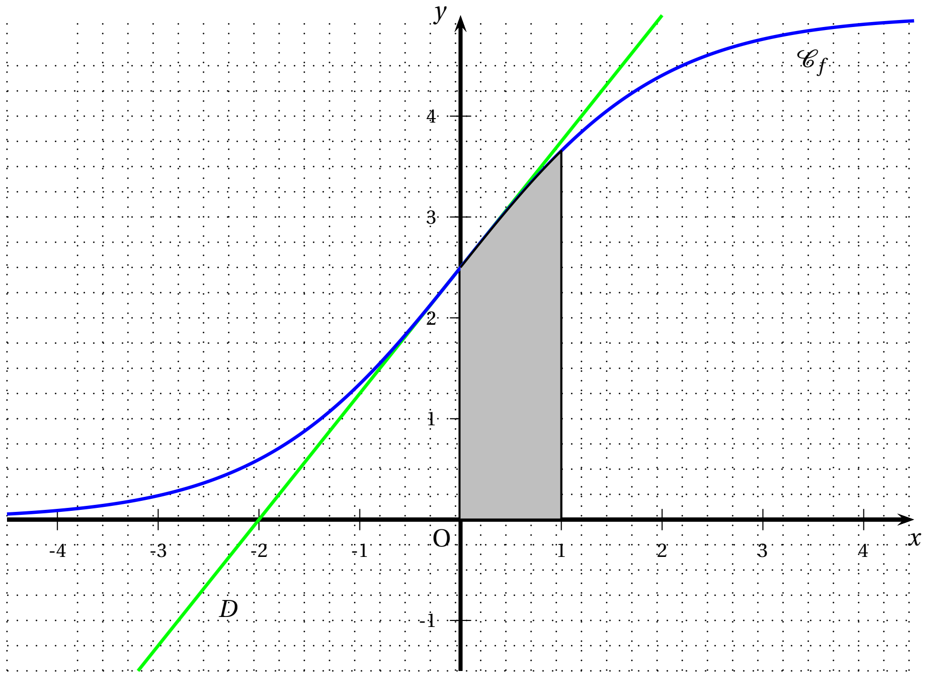
(À remettre avec la copie)

Exercice 3



ANNEXE 2

Exercice 4



Baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 2009

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

PARTIE A : aucune justification n'est demandée

Cette partie est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. ***Une seule*** *de ces réponses est exacte.*
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Une réponse exacte rapporte $0,5$ *point.*
Une réponse fausse enlève $0,25$ *point.*
L'absence de réponse en rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points de la partie A est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.

On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des réels.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (-x+2)\mathrm{e}^{-x}.$$

Questions	Réponses
1. La limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à :	**a.** $-\infty$ **b.** 0 **c.** $+\infty$
2. L'équation $f(x) = 0$:	**a.** n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$ **b.** admet une seule solution dans $\mathbb{R}$ **c.** admet deux solutions dans $\mathbb{R}$
3. L'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 est :	**a.** $y = -3x+2$ **b.** $y = -x+2$ **c.** $y = x+2$
4. Le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est :	**a.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^3}$ **b.** $\dfrac{-1}{\mathrm{e}^3}$ **c.** $\dfrac{-1}{\mathrm{e}^{-3}}$

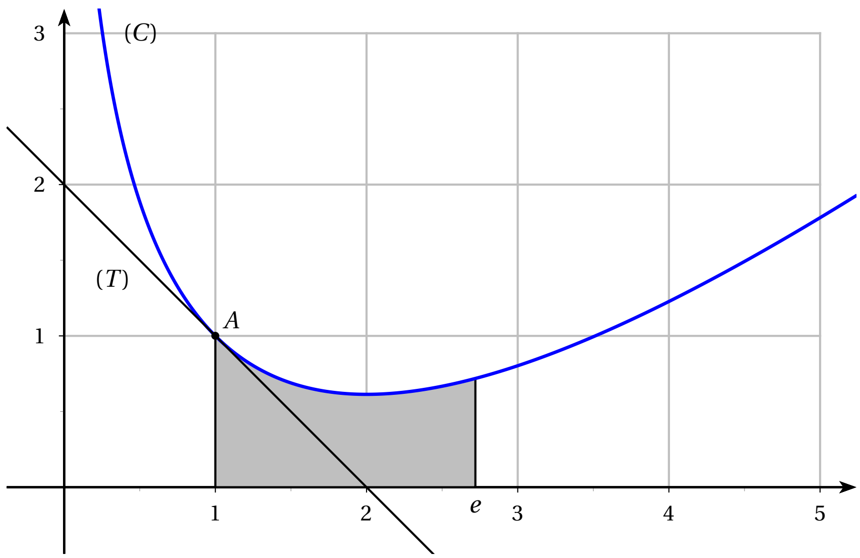
PARTIE B : la réponse devra être justifiée.

La fonction f est celle définie dans la partie A. On note C sa courbe représentative dans un repère orthogonal. Étudier la position relative de la courbe C et de la droite Δ d'équation $y = -x+2$ sur l'intervalle $]0~;~2[$.

EXERCICE 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

On considère la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ dont on donne la représentation graphique (C) dans le repère ci-dessous.



On admet que :

— le point A de coordonnées (1 ; 1) appartient à la courbe (C) ;
— la tangente (T) en A à la courbe (C) passe par le point de coordonnées (2 ; 0) ;
— la courbe (C) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 2 ;
— l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe de la fonction f.

Partie A

1. Donner, par lecture graphique ou en utilisant les données de l'énoncé, les valeurs de $f(1)$, $f'(1)$, et $f'(2)$, où f' est la fonction dérivée de f sur $]0~;~+\infty[$.

2. On admet que l'expression de f sur $]0~;+\infty[$ est :

$$f(x) = ax + b + c\ln x$$

où a ; b et c sont des nombres réels.

a. Calculer $f'(x)$ en fonction de x et de a, b et c.

b. Démontrer que les réels a, b et c vérifient le système $\left\{\begin{array}{rcr} a+b &=& 1\\ a+c &=& -1\\ a+\dfrac{c}{2} &=& 0\end{array}\right.$

c. Déduire de la question précédente les valeurs de a, b et c puis l'expression de $f(x)$.

Partie B

Dans cette partie, on admet que la fonction f représentée ci-dessus est définie pour tout réel x appartenant à $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = x - 2\ln x.$$

1. Justifier que l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe représentative de f.

2. **a.** Calculer la dérivée g' de la fonction g définie pour tout réel $x \in]0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = x\ln x - x.$$

b. En déduire une primitive F de la fonction f sur $]0~;~+\infty[$.

c. Déterminer la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire du domaine grisé sur le graphique ci-dessus, délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Au tennis, le joueur qui « est au service » joue une première balle.

— Si elle est jugée « bonne », il joue l'échange et peut gagner ou perdre.

— Si elle est jugée « faute », il joue une deuxième balle.

  — Si cette deuxième balle est jugée « bonne », il joue l'échange et peut gagner ou perdre.

  — Si cette deuxième balle est jugée « faute », il perd.

On désigne par :

S_1 : l'évènement « la 1ère balle de service est « bonne » ;

S_2 : l'évènement « la 2e balle de service est « bonne » ;

G : l'évènement « le point est gagné par le joueur qui est au service ».

Pour le joueur Naderer qui est au service, on dispose des données suivantes :

— sa première balle de service est jugée « bonne » dans 40 % des cas ;

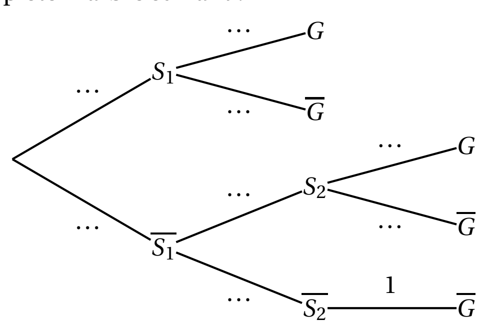
— sa deuxième balle de service est jugée « bonne » dans 95 % des cas ;

— si sa première balle de service est jugée « bonne », il gagne l'échange dans 80 % des cas ;

— si sa deuxième balle de service est jugée « bonne », il gagne l'échange dans 60 % des cas.

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire.

1. Recopier et compléter l'arbre suivant :



2. Calculer $p(S_1 \cap G)$.

3. Montrer que la probabilité que le joueur Naderer gagne l'échange est de 0,662.

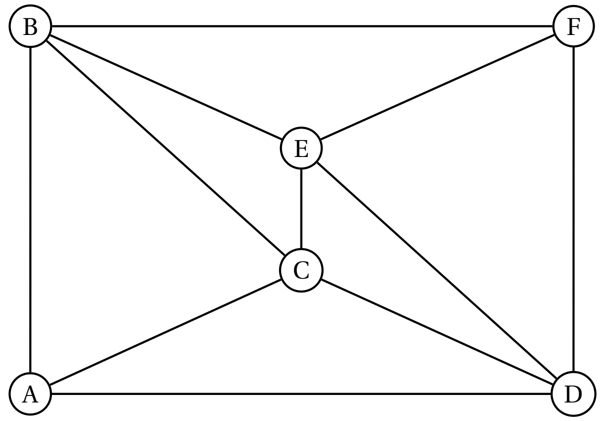
4. Sachant que le joueur Naderer a gagné l'échange, calculer la probabilité que sa première balle de service ait été jugée « bonne ». Le résultat sera arrondi au millième.

5. Calculer la probabilité que le joueur Naderer gagne quatre échanges consécutifs. On donnera le résultat arrondi au millième.

EXERCICE 4 **4 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère le graphe G suivant :



1. Le graphe G est-il connexe ? Expliquer la réponse.
2. Le graphe G admet-il des chaînes eulériennes ? Si oui, en préciser une.
3. Justifier la non-existence d'un cycle eulérien pour le graphe G. Quelle arête peut-on alors ajouter à ce graphe pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien ?
4. Déterminer un encadrement du nombre chromatique du graphe G. Justifier la réponse.
5. Déterminer alors ce nombre chromatique, en explicitant clairement la démarche.
6. Déterminer la matrice M associée à ce graphe (les sommets sont pris dans l'ordre alphabétique).
7. On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 10 & 8 & 10 & 6 & 5 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 8 & 11 & 8 & 11 & 11 & 6 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 6 & 11 & 11 & 11 & 8 & 8 \\ 5 & 10 & 6 & 10 & 8 & 4 \end{pmatrix}$.

   Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 partant du sommet A et aboutissant au sommet F. Citer alors toutes ces chaînes.

Baccalauréat ES Métropole 19 juin 2009

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice des prix de vente des appartements anciens à Paris au quatrième trimestre des années 2000 à 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Indice : y_i	100	108,5	120,7	134,9	154,8	176,4	193,5	213,6

Source : INSEE

1. Calculer le pourcentage d'augmentation de cet indice de l'année 2000 à l' année 2007.
2. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal défini de la manière suivante :
   - sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour représenter une année.
   - sur l'axe des ordonnées, on placera 100 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter 10 unités.
3. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Placer le point G dans le plan (P).
4. L'allure de ce nuage permet de penser qu'un ajustement affine est adapté.
   a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite (d) d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
   b. Tracer la droite (d) dans le plan (P).
5. En supposant que cet ajustement affine reste valable pour les deux années suivantes, estimer l'indice du prix de vente des appartements anciens de Paris au quatrième trimestre 2009. Justifier la réponse.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$, décroissante sur chacun des intervalles $[-2\ ;\ 0]$ et $[2\ ;\ 5]$ et croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 2]$.
On note f' sa fonction dérivée sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.
La courbe (Γ) représentative de la fonction f est tracée en annexe 1 dans le plan muni d'un repère orthogonal. Elle passe par les points A$(-2\ ;\ 9)$, B$(0\ ;\ 4)$, C$(1\ ;\ 4{,}5)$, D$(2\ ;\ 5)$ et E$(4\ ;\ 0)$.
En chacun des points B et D. la tangente à la courbe (Γ) est parallèle à l'axe des abscisses.
On note F le point de coordonnées $(3\ ;\ 6)$.
La droite (CF) est la tangente à la courbe (Γ) au point C.

1. À l'aide des informations précédentes et de l'annexe 1, préciser sans justifier :
   a. les valeurs de $f(0)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.
   b. le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.
   c. le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.
2. On considère la fonction g définie par $g(x) = \ln(f(x))$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.
   a. Expliquer pourquoi la fonction g est définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4[$.

b. Calculer $g(-2)$, $g(0)$ et $g(2)$.

c. Préciser, en le justifiant, le sens de variations de la fonction g sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4[$.

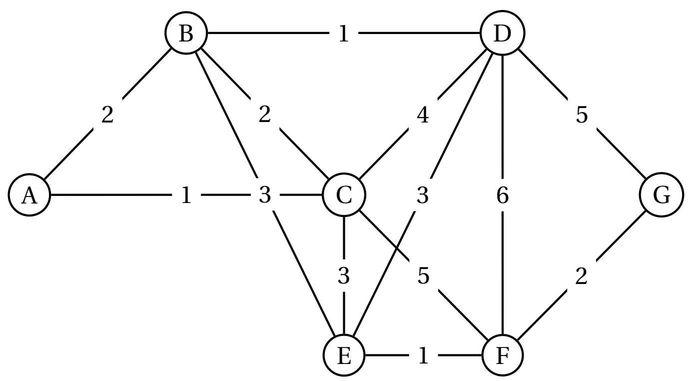
d. Déterminer la limite de la fonction g lorsque x tend vers 4.
Interpréter ce résultat pour la représentation graphique de la fonction g.

e. Dresser le tableau de variations de la fonction g.

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le graphe ci-dessous représente le plan d'une ville.
Le sommet A désigne l'emplacement des services techniques.
Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les emplacements de jardins publics. Une arête représente l'avenue reliant deux emplacements et est pondérée par le nombre de feux tricolores situés sur le trajet.



Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I

On s'intéresse au graphe non pondéré.

1. Répondre sans justification aux quatre questions suivantes :

a. Ce graphe est-il connexe ?

b. Ce graphe est-il complet ?

c. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ?

d. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ?

2. Déterminer, en justifiant, le nombre chromatique de ce graphe.

Partie II

On s'intéresse au graphe pondéré.
Proposer un trajet comportant un minimum de feux tricolores reliant A à G.
La réponse sera justifiée par un algorithme.

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Une salle de jeu comporte deux consoles identiques proposant le même jeu.
Un jour l'une des deux est déréglée.
Les joueurs ne peuvent pas savoir laquelle des deux est déréglée.

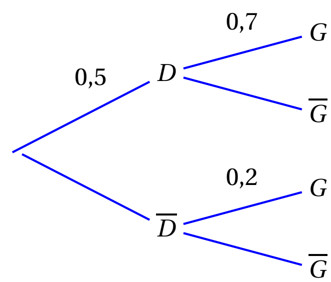
1. Ce jour-là, un joueur choisit au hasard l'une des deux consoles et il joue une partie sur cette console.

On note :

D l'évènement « le joueur choisit la console déréglée » et $\overline{D}$ l'évènement contraire ;

G l'évènement « le joueur gagne la partie » et $\overline{G}$ l'évènement contraire.

Cette situation aléatoire est modélisée par l'arbre incomplet suivant, dans lequel figure certaines probabilités.



Ainsi, $0,7$ est la probabilité que le joueur gagne sachant qu'il a choisi une console déréglée.

a. Reproduire cet arbre sur la copie et le compléter.

b. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console déréglée et il gagne ».

c. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console non déréglée et il gagne ».

d. Montrer que la probabilité que le joueur gagne est égale à $0,45$.

e. Calculer la probabilité que le joueur ait choisit la console déréglée sachant qu'il a gagné.

2. Trois fois successivement et de façon indépendante, un joueur choisit au hasard l'une des deux consoles et joue une partie.

Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur gagne exactement deux fois ». Le résultat sera donné sous forme décimale arrondie au millième.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5\,;\,8]$ par

$$f(x) = 20(x-1)\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\;8]$

1. a. Démontrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0,5\,;\;8]$

$$f'(x) = 10(-x+3)\mathrm{e}^{-0,5x}$$

b. Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[0,5\,;\,8]$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f.

2. Construire la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath}\,,\ \vec{\jmath}\right)$.

On prendra pour unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm, sur l'axe des ordonnées.

3. Justifier que la fonction F définie sur l'intervalle [0,5 ; 8] par $F(x) = \dfrac{-40(x+1)}{\mathrm{e}^{0,5x}}$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0,5 ;\ 8]$.
4. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\mathrm{I} = \displaystyle\int_{1,5}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie B : Application économique

Une entreprise produit sur commande des bicyclettes pour des municipalités.
La production mensuelle peut varier de 50 à 800 bicyclettes.
Le bénéfice mensuel réalisé par cette production peut être modélisé par la fonction f de la partie A de la façon suivante :
si, un mois donné, on produit x centaines de bicyclettes, alors $f(x)$ modélise le bénéfice, exprimé en milliers d' euros, réalisé par l'entreprise ce même mois.
Dans la suite de l'exercice, on utilise ce modèle.

1. **a.** Vérifier que si l'entreprise produit 220 bicyclettes un mois donné, alors elle réalise ce mois-là un bénéfice de 7 989 euros.

   b. Déterminer le bénéfice réalisé par une production de 408 bicyclettes un mois donné.
2. *Pour cette question, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte*

   Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats de la **partie A** et le modèle précédent.

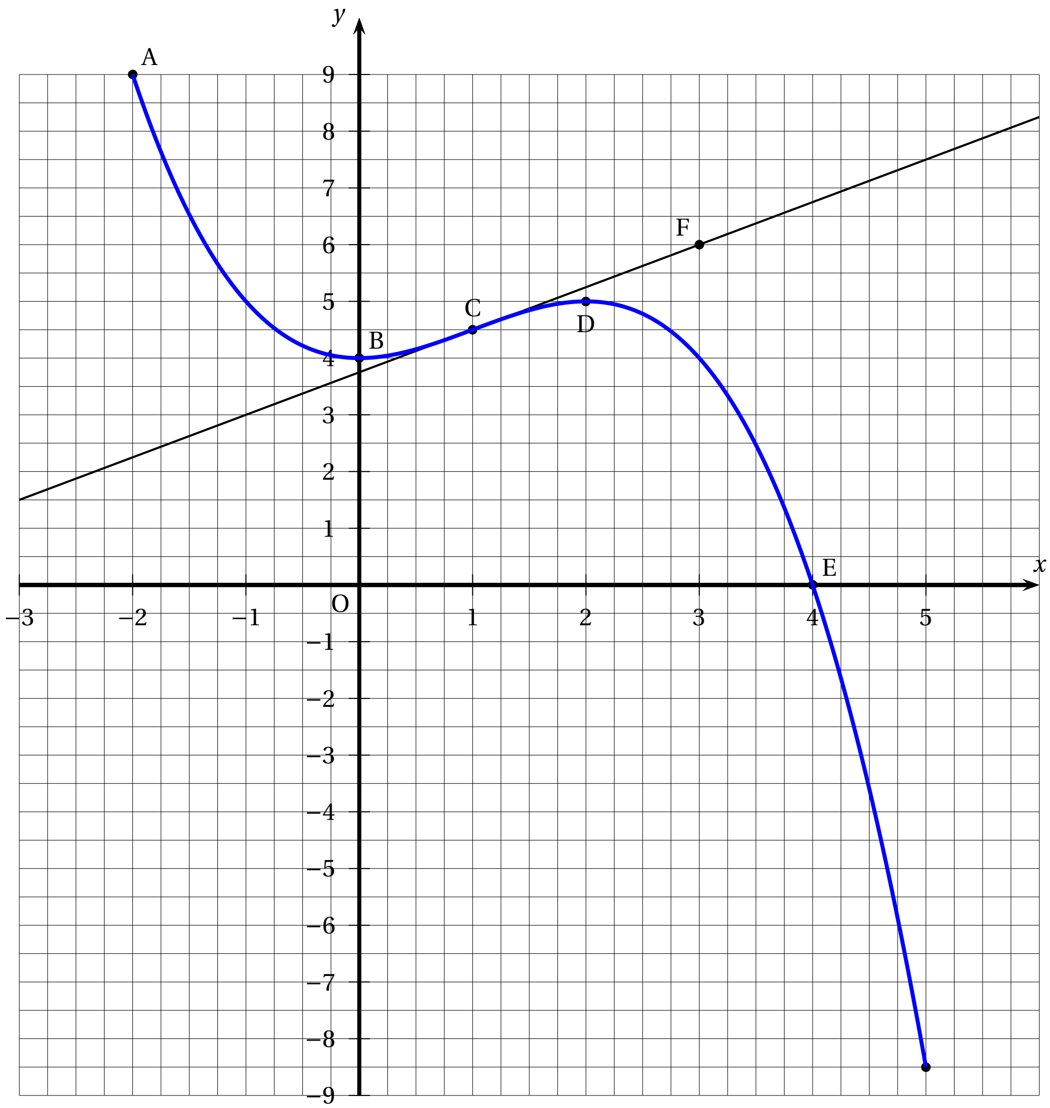
   Justifier chaque réponse.

   a. Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire au minimum de bicyclettes pour ne pas travailler à perte ?

   b. Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire de bicyclettes pour réaliser un bénéfice maximum. Préciser alors ce bénéfice à l'euro près.

   c. Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire de bicyclettes pour réaliser un bénéfice supérieur à 8 000 euros ?

Annexe 1



∽ Baccalauréat ES La Réunion 19 juin 2009 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

Aucune justification n'est demandée. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte, 1 *point ; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse,* 0 *point.*

1. On connaît les probabilités suivantes :
   $p(A) = 0,23$; $p(B) = 0,56$ et $p(A \cap B) = 0,11$. Alors :

   A. $p(A \cup B) = 0,79$ **B.** $p(A \cup B) = 0,68$ **C.** $p(A \cup B) = 0,9$

2. x est un réel strictement positif. La limite de $(1 - \ln x)$ en 0 est :

   A. 1 **B.** $-\infty$ **C.** $+\infty$

3. Le prix d'un article a doublé en dix ans. L'augmentation annuelle moyenne du prix de cet article, à 1 % près, est de :

   A. 7 % **B.** 10 % **C.** 50 %

4. Parmi les fonctions suivantes, laquelle est une primitive de la fonction f, définie pour tout x réel par $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$:

   A. $F(x) = \mathrm{e}^{3x}$ **B.** $F(x) = \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + 5$ **C.** $F(x) = 3\mathrm{e}^{3x} + 5$

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $[-2 ; 2]$ par

$$f(x) = (x-1)\mathrm{e}^x + 2.$$

On note f' sa dérivée.

1. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $f(-2)$, $f(0)$ et $f(2)$.
2. Calculer $f'(x)$. Donner le tableau de variations de f sur $[-2 ; 2]$.
3. **Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**
   On considère les points A(1 ; 2) et B(0 ; 2 − e). Démontrer que la droite (AB) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
4. Sur la feuille de papier millimétré, construire avec précision la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de f dans un repère orthogonal (unités : 4 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).
5. On admet que la fonction F définie par $F(x) = (x-2)\mathrm{e}^x + 2x$ est une primitive de la fonction f sur $[-2 ; 2]$. Hachurer la partie $\mathscr{A}$ du plan délimitée par les axes du repère, la droite d'équation $x = 2$ et la courbe $\mathscr{C}_f$. Calculer la mesure en cm^2 de l'aire de $\mathscr{A}$.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, donner les réponses sous forme de nombres décimaux qui ne seront pas arrondis.

Un concessionnaire automobile vend deux versions de voitures pour une marque donnée : routière ou break. Pour chaque version il existe deux motorisations : essence ou diesel. Le concessionnaire choisit au hasard un client ayant déjà acheté une voiture.

On note :

R l'évènement : « la voiture achetée est une routière » ;
B l'évènement : « la voiture achetée est une break » ;
E l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation essence » ;
D l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation diesel ».

On sait que :

- 65 % des clients achètent une voiture routière.
- Lorsqu'un client achète une voiture break, il choisit dans 85 % des cas la motorisation diesel.
- 27,3 % des clients achètent une voiture routière avec une motorisation diesel.

1. Quelle est la probabilité $p(R)$ de l'évènement R ?
2. **a.** Construire l'arbre de probabilité complet.

   b. Démontrer que $P_R(D) = 0,42$ (probabilité de D sachant R).
3. Calculer $p(D)$.
4. Lorsque le concessionnaire a choisi au hasard un client, on note x le prix de vente (en milliers d'euros) de la voiture achetée.

   Compléter le tableau de la feuille annexe donnant la loi de probabilité de x.

   Calculer l'espérance mathématique de x. Quelle interprétation peut-on en donner ?

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une usine produit deux types E et F de moteurs.

Le bénéfice B, exprimé en milliers d'euros, pour une production journalière de x moteurs E et y moteurs F est :

$$B(x\,;\,y) = -0,05x^2 - 0,08y^2 + 0,6x + 0,7y.$$

On admet que la production totale est vendue et que $0 \leqslant x \leqslant 10$; $0 \leqslant y \leqslant 8$.

1. Calculer le bénéfice réalisé avec :

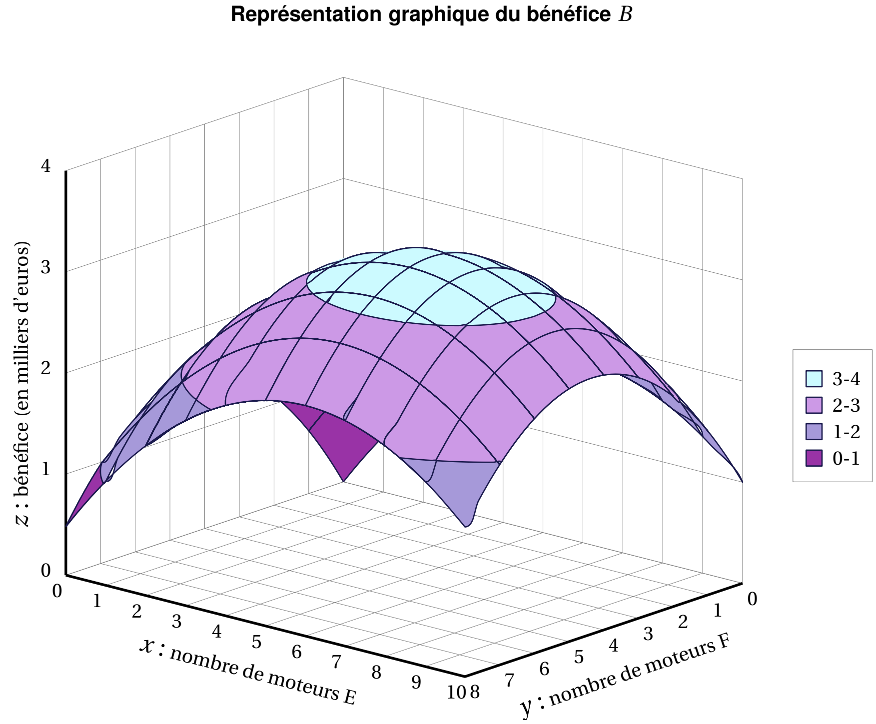
   a. Une production de 7 moteurs E et de 5 moteurs F.

   b. Une production de 10 moteurs E et aucun moteur F.
2. La fonction B est représentée par la surface S (figure ci-dessous).

   L'usine veut obtenir un bénéfice dépassant 3 000 €. Par lecture graphique de B :

   a. Si l'usine fabrique 6 moteurs F, indiquer le nombre de moteurs E qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.

   b. Si l'usine fabrique 8 moteurs E, indiquer le nombre de moteurs F qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.



3. La demande contraint l'usine à fabriquer autant de moteurs E que de moteurs F. Dans ce cas :

a. Exprimer, en fonction de x, le bénéfice B réalisé, lorsque x varie de 0 à 8.

b. Déterminer la production permettant de réaliser le bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice maximal exprimé en euros.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

La ville de Sirap étudie les flux de sa population et enregistre, chaque année, y centaines de nouveaux résidants et z centaines de résidants quittant la ville.
Le tableau ci-dessous indique les flux pour cinq années :

Année	2000	2002	2004	2006	2007
Rang de l'année : x_i	0	2	4	6	7
Nouveaux résidants (en centaines) : y_i	9,71	10,95	10,83	11,95	11,99
Départs de résidants (en centaines) : z_i	9,6	11,79	12,63	12,9	13,18

Partie A

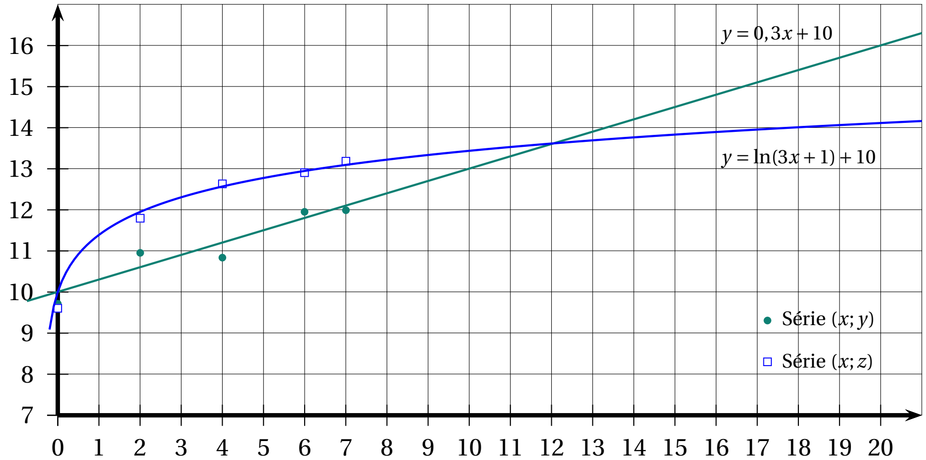
Pour la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ donner une équation de la droite d'ajustement $\mathscr{D}$ de y en x, obtenue par la méthode des moindre carrés (arrondir les coefficients au centième).

Partie B

Dans toute la suite de l'exercice 4, on admettra le modèle d'ajustement $y = f(x)$ et $y = g(x)$ avec :

$$f(x) = 0,3x + 10 \text{ pour la série } \left(x_i\ ;\ y_i\right) \text{ et } g(x) = \ln(3x+1) + 10 \text{ pour la série } \left(x_i\ ;\ z_i\right).$$

Les nuages de points et les courbes représentatives de f et g sont donnés dans la figure ci-dessous :



1. En utilisant ces ajustements :

a. Calculer à partir de quelle année le nombre de nouveaux résidants dépasserait 1 400.

b. Calculer à partir de quelle année le nombre de départs de résidants dépasserait 1 400.

On considère la fonction d définie sur $[0 ; 20]$ par

$$d(x) = g(x) - f(x) = \ln(3x + 1) - 0,3x.$$

On note d' la dérivée de d.

2. Calculer $d'(x)$ et en donner une écriture sous forme d'un quotient. Étudier son signe et construire le tableau de variations de la fonction d.

3. Montrer que l'équation $d(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[3 ; 20]$.

À l'aide d'une calculatrice, donner un encadrement de α par deux entiers consécutifs.

4. En considérant ces ajustements et en tenant compte uniquement des départs et des arrivées de résidants :

a. En quelle année la ville de Sirap enregistre la plus grande baisse de sa population ?

Estimer alors cette baisse.

b. À partir de quelle année la ville de Sirap peut-elle prévoir une augmentation de sa population ?

ANNEXE (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 3

(candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Version	Routière		Break	
Motorisation	Essence	Diesel	Essence	Diesel
x_i : prix de vente (en milliers d'euros)	15	18	17	20
P_i : probabilité		0,273		

∽ Baccalauréat ES Polynésie juin 2009 ∾

Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes quatre réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.
Sur votre copie, noter le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une seule réponse est acceptée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse inexacte enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total donne un nombre négatif, la note attribuée à cet exercice sera ramenée à zéro.*

1. On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative dans un repère orthogonal d'une fonction g définie sur $]2\,;\,+\infty[$. Si $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$ alors :
   - La droite d'équation $y = 2$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$
   - La droite d'équation $y = 2$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$
   - La droite d'équation $x = 2$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$
   - La droite d'équation $x = 2$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$
2. Pour tout nombre réel x, $\ln\left(4\mathrm{e}^{x}\right)$ est égal à :
   - $x + \ln 4$
   - $4 + x$
   - $2x$
   - $4x$
3. Soit f la fonction définie sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$ et soit f' sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$. Alors :
   - $f'(x) = -x^2\mathrm{e}^{-x^2}$
   - $f'(x) = -2x\mathrm{e}^{-x^2}$
   - $f'(x) = \mathrm{e}^{-2x}$
   - $f'(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$
4. $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{1-\ln x}$ est égale à :
   - $-\infty$
   - 0
   - e
   - $+\infty$

Exercice 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du marché des capteurs solaires installés en France métropolitaine entre 2000 et 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	0	1	2	3	4	5	6	7
Surface de capteurs solaires installés en milliers de m^2 : y_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	6	18	23	39	52	121	220	253

Source : ENERPLAN (*Association professionnelle de l'énergie solaire*)

L'objectif gouvernemental est d'atteindre un marché d'un million de m^2 en 2010.

1. **a.** Calculer le pourcentage d'augmentation de la surface des capteurs solaires installés entre les années 2006 et 2007.

   b. Si ce pourcentage reste le même d'année en année jusqu'en 2010. l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?

2. **a.** Sur une feuille de papier millimétré, représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$; $1 \leqslant i \leqslant 8$, dans un repère orthogonal du plan (on prendra 2 cm pour une année eu abscisse et en ordonnée 1 cm pour 20 milliers de m^2 de capteurs solaires installés).

   La forme du nuage suggère de faire un ajustement exponentiel.

   Pour cela on pose $z_i = \ln\left(y_i\right)$.

   b. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant où les valeurs z_i seront arrondies au centième.

Rang de l'année : x_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	0	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln\left(y_i\right)$, $1 \leqslant i \leqslant 8$	1,79							

   c. En utilisant la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de z en x. Les coefficients seront arrondis au centième.

   d. On suppose que l'évolution se poursuit de cette façon jusqu'en 2010.

   À l'aide de cet ajustement exponentiel, estimer en m^2 la surface de capteurs solaires installés en 2010.

   Si l'évolution se poursuit selon ce modèle, l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?

Exercice 2 — 5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 8 \quad \text{et pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0,85u_n + 1,8.$$

1. Sur une feuille de papier millimétré construire un repère orthonormé (unité 1 cm), où l'axe des ordonnées est placé à gauche de la feuille.

   a. Dans ce repère, tracer les droites d'équations respectives $y = 0,85x + 1,8$ et $y = x$.

   b. Dans ce repère placer u_0 sur l'axe des abscisses puis, en utilisant les droites précédemment tracées, construire sur le même axe u_1, u_2 et u_3. On laissera apparents les traits de construction.

   c. À l'aide du graphique, conjecturer la limite de la suite (u_n).

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 12$.

   a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

   b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

   En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 12 - 4 \times 0,85^n$.

   c. Donner le sens de variation de la suite (v_n). En déduire celui de la suite (u_n).

   d. Déterminer la limite de la suite (u_n)).

3. Un magazine est vendu uniquement par abonnement. On a constaté que :

   — il y a 1 800 nouveaux abonnés chaque année ;

— d'une année sur l'autre, 15 % des abonnés ne se réabonnent pas.

En 2008, il y avait 8 000 abonnés.

a. Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre de milliers d'abonnés en $(2008+n)$.

b. En utilisant la question 2. b., calculer une estimation du nombre d'abonnés en 2014.

Exercice 3 — 4 points

Commun à tous les candidats.

Dans un laboratoire, se trouve un atelier nommé « L'école des souris ». Dès leur plus jeune âge, les souris apprennent à effectuer régulièrement le même parcours. Ce parcours est constitué de trappes et de tunnels que les souris doivent emprunter pour parvenir à croquer une friandise. Plus la souris effectue le parcours, plus elle va vite.

Une souris est dite « performante » lorsqu'elle parvient à effectuer le parcours en moins d'une minute.

Cette « école » élève des souris entraînées par trois dresseurs :

48 % des souris sont entraînées par Claude, 16 % par Dominique et les autres par Éric.

Après deux mois d'entraînement, on sait que :

— parmi les souris de Claude 60 % sont performantes ;

— 20 % des souris de Dominique ne sont pas encore performantes ;

— parmi les souris d'Éric, deux sur trois sont performantes.

On choisit au hasard une souris de cette « école ».

On note C, D, E et P les évènements suivants :

— C : « la souris est entraînée par Claude » ;

— D : « la souris est entraînée par Dominique » ;

— E : « la souris est entraînée par Éric » ;

— P : « la souris est performante ».

1. a. Déterminer $p(C)$, $p(E)$, $p_D\left(\overline{P}\right)$ et $p_E(P)$.

b. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Déterminer la probabilité de l'évènement « la souris est entraînée par Claude et est performante ».

3. Démontrer que la probabilité pour une souris d'être performante est de $0,656$.

Pour les questions suivantes, on arrondira les résultats au millième.

4. On choisit au hasard une souris parmi celles qui sont performantes.

Quelle est la probabilité que cette souris soit entraînée par Dominique ?

5. *Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte.*

On choisit maintenant au hasard quatre souris de cette « école ».

On assimile ce choix à un tirage avec remise.

Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une souris performante ?

Exercice 4 — 6 points

Commun à tous les candidats.

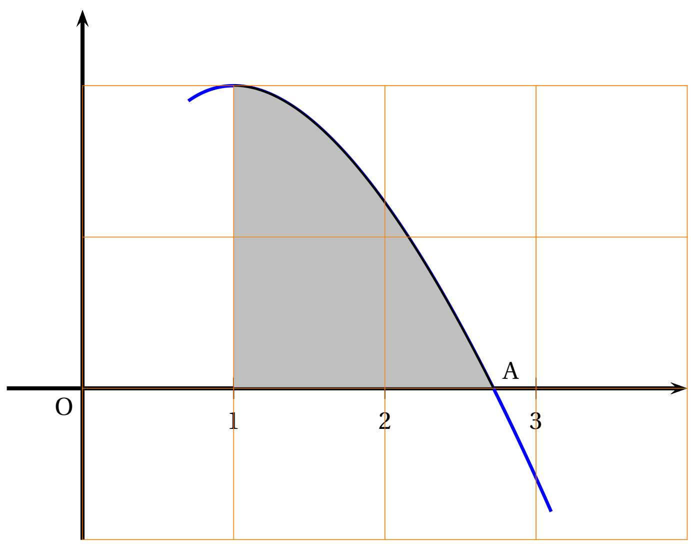
Le plan est rapporté à un repère orthogonal.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 2x(1-\ln x).$$

On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f.

1. **a.** Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en 0 (on rappelle que la limite en 0 de la fonction u définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $u(x) = x\ln x$ est 0).
   b. Déterminer $f'(x)$ pour $x \in]0\,;\,+\infty[$ (où f' est la fonction dérivée de f).
   c. Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in]0\,;\,+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
2. Résoudre sur $]0\,;\,+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet un unique point d'intersection A avec l'axe des abscisses et donner les coordonnées du point A.
3. **a.** Résoudre, par un calcul, l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?
   b. Montrer que la fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $F(x) = x^2\left(\dfrac{3}{2} - \ln x\right)$ est une primitive de f sur $]0\,;\,+\infty[$.
   c. On désigne par $\mathscr{D}$ le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.



Calculer en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de $\mathscr{D}$ puis, en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2009 ∽

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. « Un accroissement de population de 1,8 % par an peut paraître faible, il correspond pourtant à un doublement de la population en 40 ans ».
   Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier.
2. D'après l'INED (Institut National d'Etudes Démographiques), la population mondiale a suivi l'évolution suivante :

année	1960	1970	1980	1990	2000
Rang : x_i $(0 \leqslant x_i \leqslant 4)$	0	10	20	30	40
Population : y_i en millions d'habitants $(0 \leqslant y_i \leqslant 4)$	3 014	3 683	4 453	5 201	6 080

   a. Calculer T, le taux d'évolution en pourcentage de la population mondiale entre 1960 et 2000 (arrondir à 0,1 % près).

   b. On appelle t le taux d'évolution moyen annuel, en %, entre 1960 et 2000.
   Montrer que t vérifie $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)^{40} \approx 2,017$.
   En déduire une valeur approchée de t (arrondie au dixième de pourcentage).

3. On suppose qu'à partir de l'an 2000, le taux d'évolution annuel de la population reste constant et égal à 1,8 %.
   Donner une estimation de la population mondiale en 2008 à 100 millions près.
4. **a.** On décide de modéliser les données du tableau ci-dessus avec un ajustement affine.
   À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.

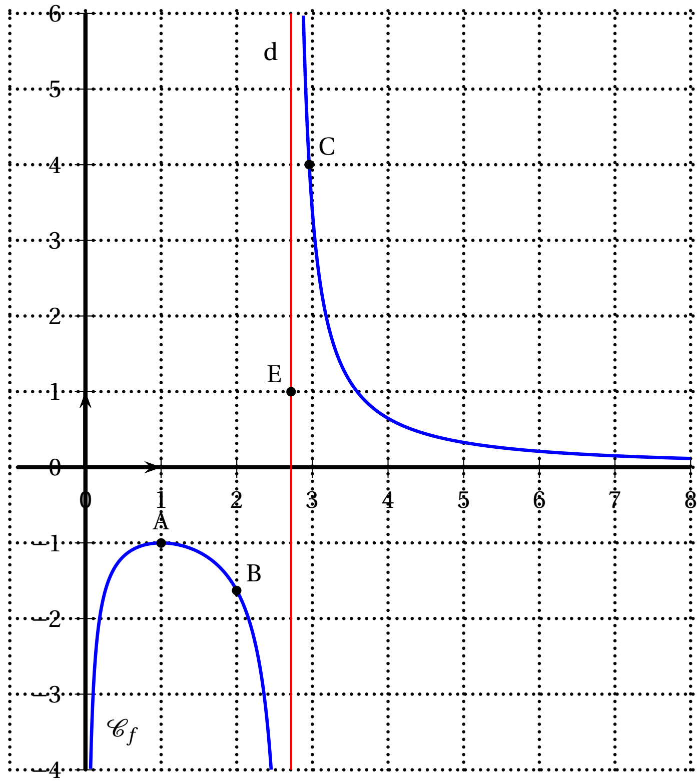
   b. Calculer la population mondiale en millions d'habitants qui aurait dû être atteinte en 2008 d'après ce modèle (à 100 millions près).
5. En fait, en 2008 on vient de dépasser 6,5 milliards d'habitants.
   Des deux estimations précédentes, laquelle est la plus proche de la réalité ?

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée. Reporter sur votre copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.

Une bonne réponse rapporte 1 *point, une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.



On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,\mathrm{e}[\cup]\mathrm{e}\,;\,+\infty[$ et représentée par la courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessus.
La fonction f est dérivable sur chacun des intervalles de son ensemble de définition.
Les points A$(1\,;\,-1)$ et B$\left(2\,;\,\dfrac{1}{2\ln 2-2}\right)$ appartiennent à $\mathscr{C}_f$.
On désigne par C le point de $\mathscr{C}_f$ d'ordonnée 4.
La courbe admet pour asymptotes les axes du repère ainsi que la droite d parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point E(e ; 1).

Pour chacune des questions ci-dessous une seule réponse est exacte ; indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la bonne affirmation sans justifier votre choix.

1.	$f(-1)=1$	$f(x)=0$ possède une solution sur $]0\,;\,\mathrm{e}[\cup]\mathrm{e}\,;\,6[$	$f(1)=-1$
2. Une équation d'une des asymptotes de $\mathscr{C}_f$ est :			
	$y=\mathrm{e}$	$x=\mathrm{e}$	$y=-1$
3.	$f'(4)<0$	$f'(4)=0,7$	$f'(4)=2,9$
4.	$\displaystyle\int_5^6 f(x)\,\mathrm{d}x<\int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x$	$\displaystyle\int_5^6 f(x)\,\mathrm{d}x>\frac{1}{2}$	La valeur moyenne de f sur $[4\,;\,5]$ est 2.

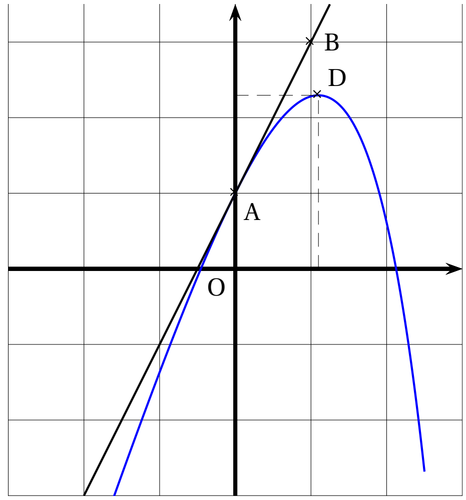
EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$ par :

$$f(x)=a\mathrm{e}^{x}+bx+c \quad \text{où} \quad a, b \text{ et } c \text{ sont des réels fixés.}$$

Une partie de la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f est représentée ci-dessous :



On dispose des renseignements suivants :

- $\mathscr{C}$ passe par A$(0\,;\,1)$.
- B est le point de coordonnées $(1\,;\,3)$; la droite (AB) est tangente à $\mathscr{C}$ au point A.
- $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point D d'abscisse $\ln 3$.

1. On désigne par f' la dérivée de la fonction f. Traduire les renseignements précédents par trois égalités utilisant f ou f'.

2. En résolvant un système, déterminer a, b et c.

3. On admet à partir de maintenant que $f(x) = -\text{e}^x + 3x + 2$.

a. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

b. Montrer que f s'annule exactement une fois sur $[-2\,;\,\ln 3]$ en un réel α. Donner, en justifiant, une valeur approchée au centième près de α.

c. Pour la suite, on admet que f s'annule exactement une fois sur $[\ln 3\,;\,3]$ en un réel β.

Déterminer le signe de f sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

4. a. Déterminer une primitive de f sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

b. On considère la surface $\mathscr{S}$ délimitée par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et la droite d'équation $x = \ln 3$.

Hachurer $\mathscr{S}$ sur la figure en annexe.

c. Déterminer, en justifiant avec soin, l'aire de $\mathscr{S}$, en unités d'aire. On donnera la valeur exacte et la valeur décimale arrondie au centième.

EXERCICE 4 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Dans une résidence de vacances d'été, les touristes vont tous les jours à la plage. Ils disposent pour se déplacer de deux moyens de locomotion : un minibus ou des bicyclettes. Le séjour dure un mois pour tous les vacanciers.

Chaque jour, ils peuvent modifier leur choix de transport. Le premier jour, 80 % des touristes choisissent le minibus.

On considère qu'ensuite, chaque jour, 30 % de ceux qui ont pris le minibus la veille choisissent la bicyclette et 15 % des vacanciers qui avaient emprunté la bicyclette la veille, choisissent le minibus.

Soit n est un entier entre 1 et 31. On appelle $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice traduisant l'état probabiliste relatif au n-ième jour, où :
a_n représente la proportion des vacanciers choisissant le minibus le jour n ;
b_n représente la proportion des vacanciers choisissant la bicyclette le jour n.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2. Écrire la matrice de transition, notée M, associée à cette situation.
3. Déterminer l'état initial P_1.
4. **a.** Calculer P_2 (faire apparaître les calculs). Interpréter le résultat obtenu.

   b. On suppose que $M^5 = \begin{pmatrix} 0,367 & 0,633 \\ 0,317 & 0,683 \end{pmatrix}$ et $M^6 = \begin{pmatrix} 0,352 & 0,648 \\ 0,324 & 0,676 \end{pmatrix}$, les coefficients ayant été arrondis au millième.

   En utilisant la matrice qui convient, déterminer la répartition prévisible le 6e jour. On donnera le résultat en pourcentage arrondi à 1 % près.
5. Soit P= $(x \quad y)$ la matrice correspondant à l'état stable.
   Déterminer x et y ; en donner une interprétation.
6. Montrer que pour n entier compris entre 1 et 30 on a $a_{n+1} = 0,55a_n + 0,15$.

Partie B

Pour n entier, $n \geqslant 1$, on définit la suite (u_n) par :

$$u_{n+1} = 0,55u_n + 0,15 \quad \text{et} \quad u_1 = 0,8.$$

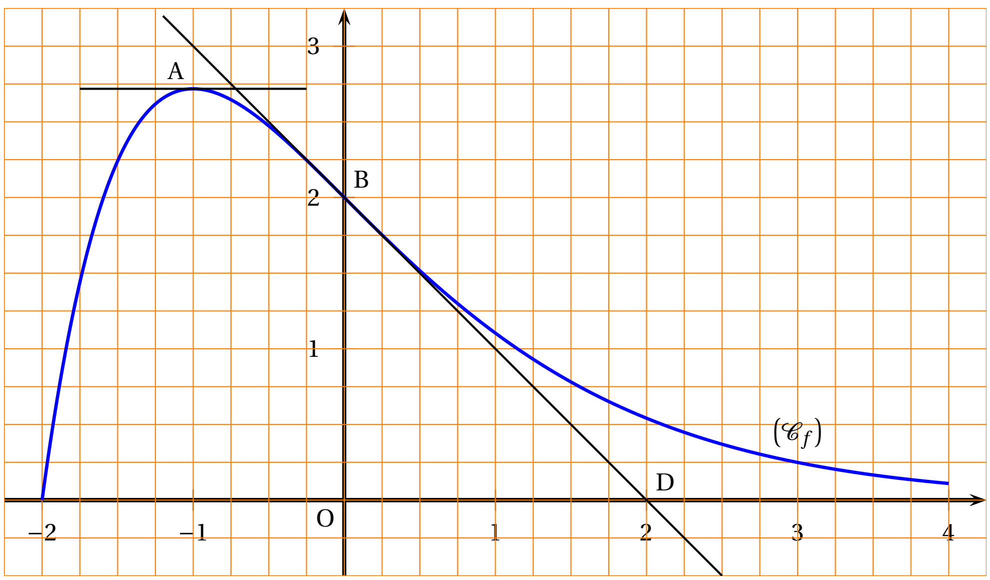
1. On pose $U_n = u_n - \dfrac{1}{3}$.
   Montrer que la suite (U_n) est géométrique. On précisera la raison et le premier terme de cette suite.
2. Exprimer U_n puis u_n en fonction de n.
3. En déduire la limite de la suite (u_n). Quel résultat retrouve-t-on ?

∽ Baccalauréat ES Métropole–La Réunion ∾
septembre 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$, tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.
On note e le nombre réel tel que $\ln \mathrm{e} = 1$. La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ passe par les points B$(0\,;\,2)$ et A$(-1\,;\,\mathrm{e})$.
Elle admet au point A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
La tangente (T) à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ passe par le point D$(2:0)$.



1. En utilisant les données graphiques, donner sans justifier :

a. le nombre de solutions sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$ de l'équation $f(x) = 1$ et un encadrement d'amplitude 0,25 des solutions éventuelles.

b. la valeur de $f'(-1)$.

c. le signe de la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.

2. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

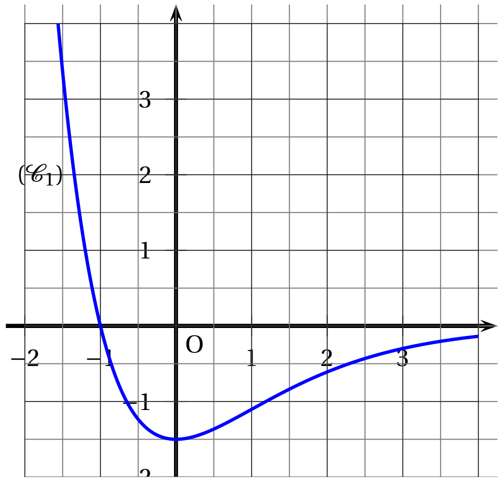
Donner en justifiant :

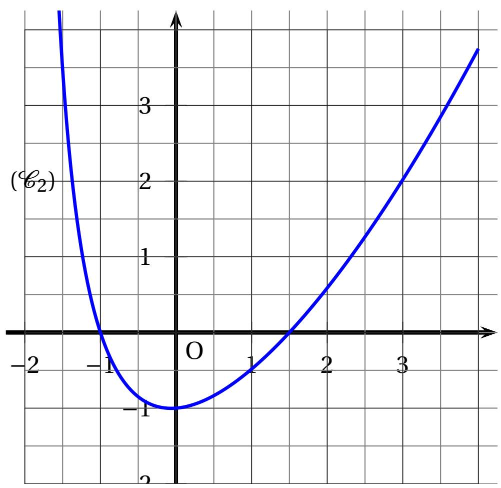
a. le coefficient directeur de la tangente (T).

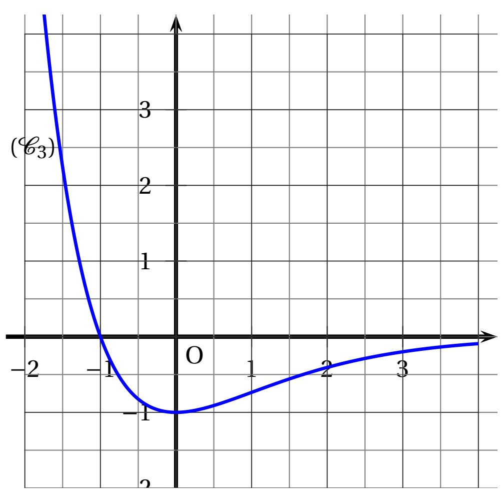
b. l'encadrement par deux entiers naturels consécutifs de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.

c. celle des trois courbes $(\mathscr{C}_1)$, $(\mathscr{C}_2)$ et $(\mathscr{C}_3)$ données en annexe qui représente la fonction dérivée f' de la fonction f.

Annexe de l'exercice 1







EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans un lycée général et technologique, il y a 1 400 lycéens : des élèves de seconde, première ou terminale, et des étudiants en section de technicien supérieur (STS).
Pour pouvoir disposer des collections de manuels scolaires, tous les lycéens doivent adhérer à la coopérative scolaire et payer une location annuelle d'un montant de 50 € pour les élèves et 60 € pour les étudiants.
Sur l'ensemble des adhérents à la coopérative scolaire, 62,5 % sont les élèves de seconde, première ou terminale. Les autres sont les étudiants de STS.
Depuis quelques années, les élèves de seconde, première ou terminale disposent de chèques-lire avec lesquels ils peuvent régler cette location :

- 40 % paient leur location à l'aide de chèques-lire,
- 56 % paient par chèque bancaire,
- les autres paient par mandat ou en liquide.

Les étudiants de STS ne disposent pas de chèques-lire :

- 96 % paient par chèque bancaire,
- les autres paient par mandat ou en liquide.

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I

Les 1 400 lycéens, élèves comme étudiants, adhèrent à cette coopérative.

1. Calculer le montant des versements effectués par chèque bancaire.
2. Calculer le pourcentage du montant total des locations que cette somme représente.

Partie II

On prend au hasard la fiche d'un adhérent à la coopérative scolaire parmi les 1 400 fiches.
On note :

- L l'évènement « l'adhérent est un élève » ;
- E l'évènement « l'adhérent est un étudiant en STS » ;
- C l'évènement « l'adhérent paie avec ses chèques-lire » ;
- B l'évènement « l'adhérent paie avec un chèque bancaire » ;
- A l'évènement « l'adhérent paie par un autre moyen de paiement ».

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré la situation décrite ci-dessus.
2. **a.** Calculer la probabilité que l'adhérent soit un élève ayant payé sa location à l'aide de chèques-lire.
   b. Calculer la probabilité que l'adhérent soit un étudiant en STS ayant payé sa location à l'aide d'un chèque bancaire.
   c. Démontrer que la probabilité que l'adhérent ait payé par chèque bancaire est de 0,71.
3. Un adhérent a payé par chèque bancaire. Calculer le probabilité que ce soit un élève.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
Sur le dessin joint en annexe, on a placé les points A(0 ; 2 ; 0), B(0 ; 0 ; 6), C(4 ; 0 ; 0), D(0 ; 4 ; 0) et E(0 ; 0 ; 4).
Soit (P) le plan d'équation $3y + z = 6$.
Il est représenté par ses traces sur le plan de base sur le dessin joint en annexe.

1. **a.** Démontrer que les points C, D et E déterminent un plan que l'on notera (CDE).

   b. Vérifier que le plan (CDE) a pour équation $x + y + z = 4$.

2. **a.** Justifier que les plans (P) et (CDE) sont sécants. On note (Δ) leur intersection.

   b. Sans justifier, représenter (Δ) en couleur (ou à défaut en traits pointillés) sur la figure en annexe.

3. On considère les points F(2 ; 0 ; 0) et G(0 ; 3 ; 0).

   On note (Q) le plan parallèle à l'axe $\left(\text{O}; \vec{k}\right)$ et contenant les points F et G.

   a. Placer sur la figure en annexe les points F et G.

   Sans justifier, représenter le plan (Q) par ses traces sur les plans de base, d'une autre couleur (ou à défaut en larges pointillés), sur la figure en annexe.

   b. Déterminer les réels a et b tels que $ax + by = 6$ soit une équation du plan (Q).

4. L'intersection des plans (CDE) et (Q) est la droite $\left(\Delta'\right)$.

   Sans justifier, représenter la droite $\left(\Delta'\right)$, d'une troisième couleur (ou à défaut en très larges pointillés), sur la figure en annexe.

5. On considère le système de trois équations à trois inconnues suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3y + z & = & 6 \\ x + y + z & = & 4 \\ 3x + 2y & = & 6 \end{array}\right.$$

   a. Résoudre ce système.

   b. Que peut-on alors en déduire pour les droites (Δ) et $\left(\Delta'\right)$?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique.

Le tableau suivant indique le nombre d'acheteurs, exprimé en milliers, correspondant à un prix unitaire donné, exprimé en euros :

Prix en euros : x_i	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'acheteurs en milliers : y_i	125	120	100	80	70	50	40	25

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan (P) muni d'un repère orthonormal d'unités 1 cm pour un euro sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers d'acheteurs sur l'axe des ordonnées.

2. **a.** Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite (D) d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients a et b seront arrondis à l'unité.

   b. Tracer la droite (D) dans le plan (P).

   c. En utilisant l'ajustement affine précédent, estimer graphiquement, à l'euro près, le prix unitaire maximum que la société peut fixer si elle veut conserver des acheteurs.

3. **a.** En utilisant l'ajustement affine précédent, justifier que la recette $R(x)$, exprimée en milliers d'euros, en fonction du prix unitaire x d'un objet, exprimé en euros, vérifie :

$$R(x) = -15x^2 + 189x.$$

b. Étudier le sens de variation de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = -15x^2 + 189x.$$

c. Quel conseil peut-on donner à la société ? Argumenter la réponse.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x par

$$f(x) = \left(x^2 - x + 1\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

On note $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

b. En remarquant que, pour tout nombre réel x, $f(x) = \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} - \dfrac{x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^x}$, déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
Interpréter graphiquement le résultat.

2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Démontrer que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = \left(-x^2 + 3x - 2\right)\mathrm{e}^{-x}$.

b. Établir le tableau de variations de la fonction f sur l'ensemble des nombres réels.

3. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en son point d'abscisse 0.

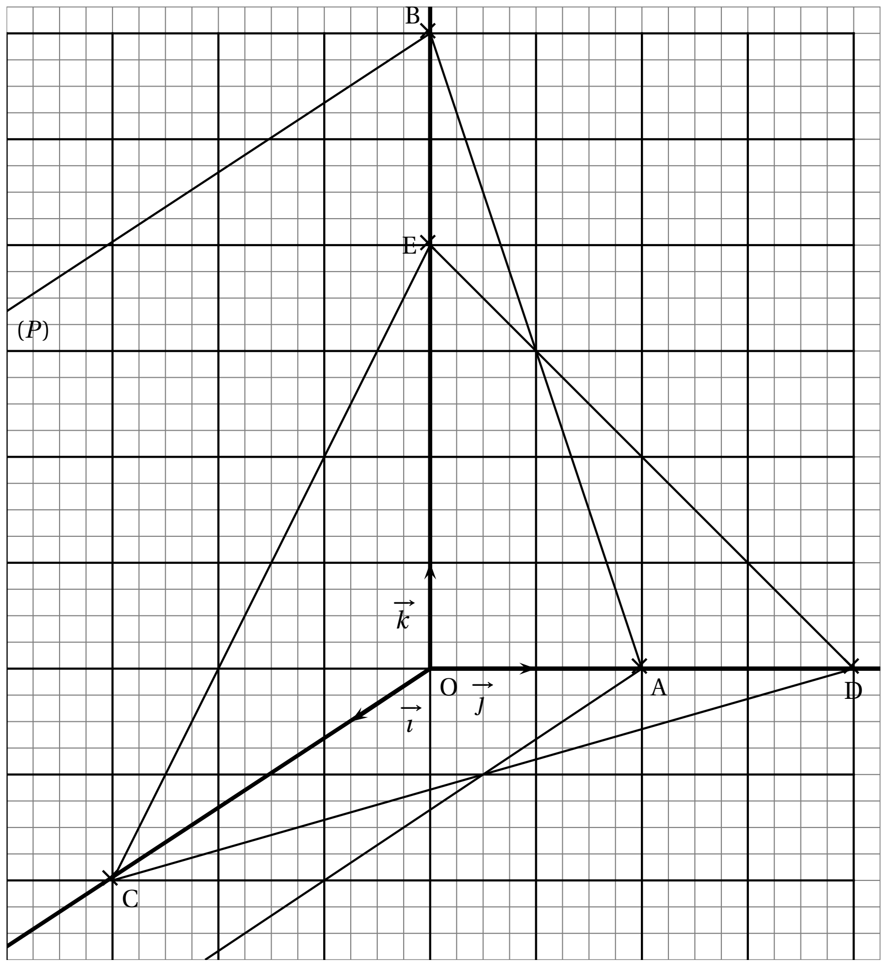
4. On prend comme unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 20 cm sur l'axe des ordonnées.
Tracer la droite (T) et la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ dans le plan (P).

5. **a.** Déterminer graphiquement le nombre de solutions sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ de l'équation $f(x) = 0,4$.

b. À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième de la plus grande des solutions de l'équation considérée à la question 5. a.

Pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Annexe de l'exercice 2
À rendre avec la copie



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Polynésie septembre 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une et une seule affirmation est juste. Le candidat doit porter sur sa copie le numéro de la question ainsi que la lettre associée à la réponse choisie. ***Aucune justification n'est demandée.***
Une bonne réponse rapporte 1 *point, une mauvaise réponse retire* $0,25$ *point et l'absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Si le total des points est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.

On désigne par f une fonction définie sur l'intervalle $I =]-1\ ;\ +\infty[$.

1. Si la fonction f vérifie que : $\displaystyle\lim_{x \to -1} f(x) = -\infty$ et $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, alors :
   - **a.** on peut affirmer que la fonction f est croissante sur I ;
   - **b.** on peut affirmer que la fonction f est monotone sur I ;
   - **c.** on ne peut pas en déduire le sens de variations de f sur I.
2. Si f est strictement croissante sur $[10\ ;\ +\infty[$, et si g est la fonction définie par : $g(x) = \text{e}^{-f(x)}$, alors :
   - **a.** g est strictement croissante sur $[10\ ;\ +\infty[$;
   - **b.** on ne peut pas déterminer le sens de variations de g ;
   - **c.** g est strictement décroissante sur $[10\ ;\ +\infty[$.
3. Si F est la primitive de f sur I, qui prend la valeur $\dfrac{3}{7}$ en 1 et si $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\text{d}t = \dfrac{2}{5}$, alors :
   - **a.** $F(0) = \dfrac{1}{2}$;
   - **b.** $F(0) = \dfrac{1}{35}$;
   - **c.** on ne peut pas déterminer $F(0)$.
4. Si la fonction u est définie par $u(x) = \ln[f(x)]$ alors :
   - **a.** la fonction u est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$;
   - **b.** la fonction u est définie sur I ;
   - **c.** on ne peut pas donner le domaine de définition de la fonction u.

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne les cumuls des nombres d'entrées de cinq films sortis au cours de l'année 2006, d'une part en région parisienne, d'autre part sur la France dans son ensemble. (*source : « le film français », chiffres arrêtés au* 3 *avril* 2007)

Film	Indice i ($1 \leqslant i \leqslant 5$)	Nombres d'entrées en région parisienne en centaines de milliers : x_i	Nombres d'entrées en France en centaines de milliers : y_i
Pirates des Caraïbes 2	1	10	75
Arthur et les Minimoys	2	9	62
Da Vinci Code	3	7,5	41,5
Ne le dis à personne	4	6,5	32
Indigènes	5	5	29,5

1. **a.** Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ $(1 \leqslant i \leqslant 5)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une centaine de milliers d'entrées sur l'axe des abscisses et 1 cm pour la centaines de milliers d'entrées sur l'axe des ordonnées).
   b. Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série et placer G dans le repère précédent.
   c. Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de Δ, droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients sont arrondis au dixième). Tracer cette droite dans le repère précédent.
   d. En utilisant cette approximation affine, calculer le nombre d'entrées cumulées sur la France qu'on aurait pu prévoir pour le film « Les bronzés 3 » sachant qu'il en a réalisé 1 140 000 en région parisienne (on arrondira le résultat à la dizaine de milliers d'entrées).
2. La forme du nuage de points ci-dessus suggère de faire un ajustement par une courbe de type exponentiel d'équation $y = A\text{e}^{Bx}$ (où A et B sont des réels). Pour cela on pose d'abord $z = \ln(y)$.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant avec des valeurs de z_i arrondies à 10^{-2} $(1 \leqslant i \leqslant 5)$.

x_i	10	9	7,5	6,5	5
y_i	75	62	41,5	32	29,5
$z_i = \ln\left(y_i\right)$					

   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*).
   c. En utilisant la relation $z = \ln(y)$ déterminer alors les valeurs arrondies à 10^{-3} des réels A et B tels que $y = A\text{e}^{Bx}$.
   d. En utilisant l'approximation $y \approx 9,689\text{e}^{0,202x}$, quel nombre d'entrées, cumulées sur la France aurait-on pu prévoir pour le film « Les bronzés 3 » sachant qu'il en a réalisé 1 140 000 en région parisienne ? On arrondira le résultat au millier d'entrées.
3. Le nombre d'entrées en fin d'exploitation pour ce film sur la France a été de 10 300 000.
   Lequel des deux ajustements semble le plus approprié ?

EXERCICE 3 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

On réalise une expérience aléatoire. A désigne un évènement et $\overline{A}$ son évènement contraire.
On pose $p(A) = x$.

1. Exprimer $p\left(\overline{A}\right)$ en fonction de x.
2. Déterminer les valeurs possibles de x sachant que : $p(A) \times p\left(\overline{A}\right) = 0,24$.

Partie B

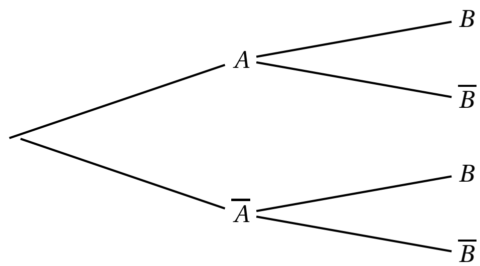
La « Revue Spéciale d'Économie » et le « Guide des Placements en Bourse » sont deux magazines mensuels offrant à leurs lecteurs la possibilité d'abonnement communs.
On s'intéresse à l'ensemble des lecteurs de l'une ou l'autre de ces deux revues.
Parmi ces lecteurs, certains sont abonnés. Les abonnés ont souscrit soit l'un des deux abonnements, soit les deux abonnements simultanément.
Une étude a permis de constater que :

— 60 % de l'ensemble des lecteurs ont souscrit un abonnement à la « Revue Spéciale d'Économie », et parmi eux $\frac{3}{5}$ ont aussi choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse » ;
— 10 % des lecteurs n'ayant pas choisi l'abonnement à la « Revue Spéciale d'Économie », ont souscrit l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse ».

On note :
A l'évènement : « le lecteur a choisi l'abonnement à la "Revue Spéciale d'Économie" » ;
B l'évènement : « le lecteur a choisi l'abonnement au "Guide des Placements en Bourse" ».

On interroge un lecteur au hasard.

1. Déduire de l'énoncé les probabi1ités $p(A)$, $p\left(\overline{A}\right)$ et $p_{\overline{A}}(B)$.
   Reproduire et compléter l'arbre suivant :



2. **a.** Traduire par une phrase l'évènement $A \cap B$. Donner sa probabilité.
   b. Traduire par une phrase l'évènement $\overline{A} \cap \overline{B}$. Donner sa probabilité.
3. Calculer $p(B)$. En déduire la probabilité qu'un lecteur soit abonné à la « Revue Spéciale d'Économie » sachant qu'il est abonné au « Guide des Placements en Bourse ».
4. On interroge au hasard 3 lecteurs indépendamment les uns des autres. Calculer la probabilité pour qu'au moins l'un d'eux ait choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse ».

EXERCICE 3 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère une population donnée d'une île de Bretagne se rendant régulièrement sur le continent. Deux compagnies maritimes A et B effectuent la traversée.
En 2008, 60 % de la population voyage avec la compagnie A. Les campagnes publicitaires font évoluer cette répartition. Une enquête indique alors que chaque année 20 % des clients de la compagnie A l'abandonnent au profit de la compagnie B et que 10 % des clients de la compagnie B choisissent la compagnie A.
Pour tout entier naturel n, l'état probabiliste de l'année $2008+n$ est défini par la matrice ligne $\begin{pmatrix}x_n & y_n\end{pmatrix}$ où x_n désigne la proportion de la population qui voyage avec la compagnie A et y_n la proportion de la population qui voyage avec la compagnie B.

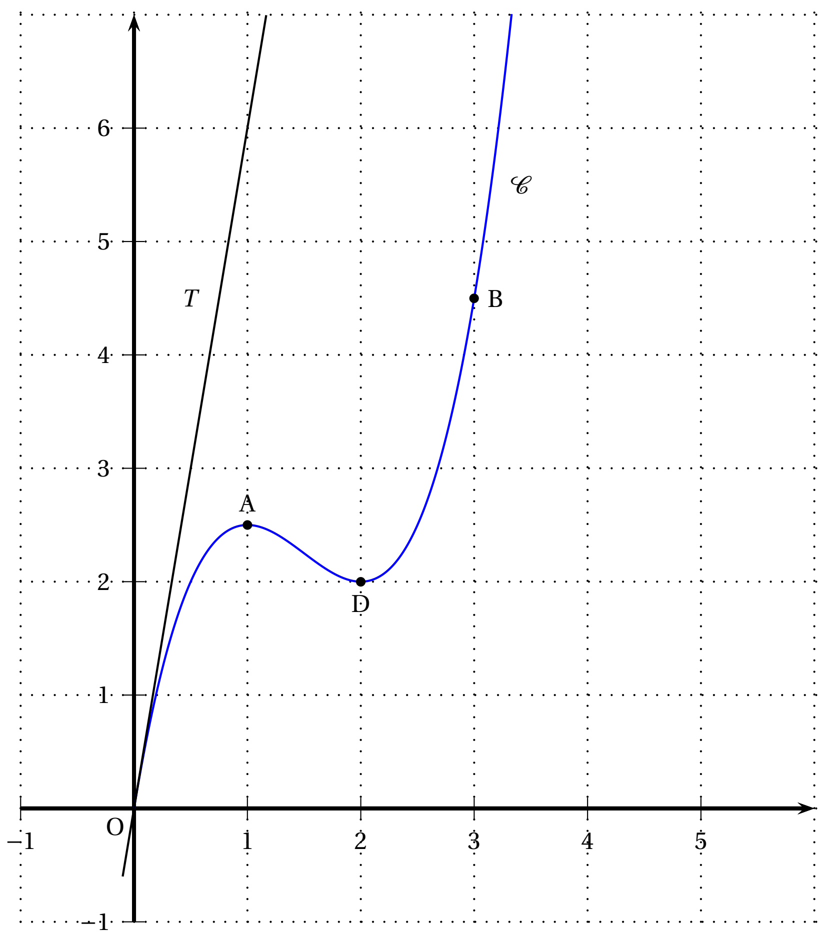
1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
2. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en prenant les sommets A et B dans cet ordre.
3. Préciser l'état initial P_0 puis montrer que $P_1 = \begin{pmatrix}0,52 & 0,48\end{pmatrix}$.
4. Déterminer la répartition prévisible du trafic entre les compagnies A et B en 2011.

5. Déterminer l'état stable et l'interpréter.
6. Montrer que, pour tout entier naturel n, $x_{n+1} = 0,7x_n + 0,1$.
7. On admet que, pour tout entier naturel n, $x_n = \dfrac{4}{15} \times 0,7^n + \dfrac{1}{3}$.
   Déterminer la limite de la suite (x_n) et l'interpréter.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Le graphique ci-dessous représente une partie de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction F définie et dérivable sur $[0 ; 4]$. On désigne par f la fonction dérivée de F sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par l'origine O du repère et par les points $A\left(1 ; \dfrac{5}{2}\right)$, $B\left(3 ; \dfrac{9}{2}\right)$ et $D(2 ; 2)$.
La courbe $\mathscr{C}$ admet en A et en D une tangente horizontale.
On désigne par T, la tangente à $\mathscr{C}$ au point O ; cette tangente T passe par le point de coordonnées $(1 ; 6)$.



1. Que représente la fonction F pour la fonction f ?
2. À partir du graphique et des données de l'énoncé, dresser le tableau de variations de F sur $[0 ; 3]$.
3. **a.** Déterminer graphiquement l'équation réduite de la droite T.
   b. En déduire $f(0)$.

4. Indiquer sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est positive.
5. Déterminer la valeur exacte de l'intégrale $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.
6. *Dans cette question, le candidat est invité à porter sur sa copie les étapes de sa démarche même si elle n'aboutit pas.*

   Soit G une autre fonction primitive de f sur $[0;4]$, telle que $G(0) = 1$.
   Calculer $G(3)$.

Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2009

L'annexe est à rendre avec la copie.
L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Le sujet nécessite une feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 **3 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte, 0,5 *point ; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse,* 0 *point.*

1. Un véhicule coûte 15 000 € en 2008. Il se déprécie de 10 % par an (c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 10 % par an). Sa valeur à la vente au bout de cinq ans sera de :

- 7 500 €
- 8 857,35 €
- 5 000 €

2. Soit u une fonction strictement positive sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
Si $\lim\limits_{x \to +\infty} u(x) = 0$ alors :

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln[u(x)] = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln[u(x)] = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln[u(x)] = 0$

3. Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X :

x_i	-10	0	10
p_i	0,2	0,3	0,5

- l'espérance mathématique de cette variable est 3
- l'espérance mathématique de cette variable est -3
- l'espérance mathématique de cette variable est 0

4. Pour tout $a > 0$, $\ln 3a - \ln a$ est égale à :

- $\ln 3$
- $\ln(2a)$
- $2\ln a$

5. $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x+1}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

- $\mathrm{e}^3 - 1$
- $2\mathrm{e}^3 - 2\mathrm{e}$
- $\dfrac{\mathrm{e}^3 - \mathrm{e}}{2}$

6. Pour tout réel x, e^{4+2x} est égale à :

- $\left(\mathrm{e}^2\right)^{2x}$
- $\left(\mathrm{e}^{x+2}\right)^2$
- $\mathrm{e}^4 + \mathrm{e}^{2x}$

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.
Une étude sur le taux d'équipement en téléphonie des ménages d'une ville a permis d'établir les résultats suivants :

— 90 % des ménages possèdent un téléphone fixe ;

— parmi les ménages ne possédant pas de téléphone fixe, 87 % ont un téléphone portable ;
— 80 ,% des ménages possèdent à la fois un téléphone fixe et un téléphone portable.

Notations : Si A *et* B *sont des évènements,* $\overline{\text{A}}$ *désigne l'évènement contraire de* A *et* $P_{\text{B}}(\text{A})$ *la probabilité que l'évènement* A *soit réalisé sachant que l'évènement* B *l'est.*

On choisit un ménage au hasard et on note :
— F l'évènement : « le ménage possède un téléphone fixe » ;
— T l'évènement : « le ménage possède un téléphone portable ».

1. a. Grâce aux données de l'énoncé, donner $\text{P}(\text{F} \cap \text{T})$, P(F) et $\text{P}_{\overline{\text{F}}}(\text{T})$.
b. Calculer $\text{P}_{\text{F}}(\text{T})$.

2. Démontrer que la probabilité de l'évènement T est 0,887.

3. Sachant que le ménage choisi n'a pas de téléphone portable, quelle est la probabilité que ce soit un ménage possédant un téléphone fixe ?

4. On choisit successivement au hasard et de manière indépendante trois ménages.
Quelle est la probabilité qu'il y en ait au plus deux ayant un téléphone portable ?

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 4}{3}$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.

2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$(unités graphiques : 2 cm).
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x + 4}{3}$.
a. Tracer la représentation graphique d de la fonction f ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$.
b. En utilisant d et Δ, construire u_1, u_2 et u_3.
c. Conjecturer $\lim\limits_{n \to \infty} u_n$ à l'aide de la construction, que l'on peut imaginer, d'un grand nombre de termes de la suite (u_n).

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 4$.
a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
b. Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que $u_n = 4 - 3\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.
c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaires, exprimé en milliers d'euros, réalisé par une chaîne commerciale :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires en milliers d'euros y_i	55	58	64	85	105	112

Partie 1

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités : 2 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 10 milliers d'euros en ordonnée.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G(x ; y) et le placer sur la figure précédente.

On décide d'effectuer deux ajustements successifs en vue de faire des prévisions.

Partie 2

1. **a.** Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite de régression D de y en x par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients à 10^{-1} près.

   b. Tracer cette droite sur le graphique de la partie 1.
2. En supposant que l'évolution constatée se maintienne, estimer le chiffre d'affaires réalisé en 2011 (on précisera la méthode utilisée).

Partie 3

On décide d'ajuster le nuage de points de la partie 1 par la courbe $\mathcal{C}_f$ représentant, dans le repère déjà défini, une fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :
$f(x) = ab^x$, où a et b sont deux nombres réels strictement positifs.

1. On impose à la courbe représentative de la fonction f de passer par les points A(0 ; 55) et B(5 ; 112).

   Calculer les valeurs exactes de a et b telles que la fonction f vérifie cette condition, puis donner la valeur approchée arrondie à 10^{-2} près de b.
2. Pour la suite, on considérera que $f(x) = 55 \times 1,15^x$ pour tout réel x de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

   Estimer grâce à ce nouvel ajustement le chiffre d'affaires, en milliers d'euros, réalisé en 2011 (on arrondira le résultat au centième).

Partie 4

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Estimer en quelle année le chiffre d'affaires aura dépassé pour la première fois 300 milliers d'euros, en utilisant successivement les ajustements affine et exponentiel des parties 2 et 3.

EXERCICE 4 — **7 points**

Commun à tous les candidats

Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ telles que pour tout réel x de cet intervalle :

$$f(x) = (x - \mathrm{e})(\ln x - 1) \quad \text{et} \quad g(x) = \ln x - \frac{\mathrm{e}}{x}$$

La courbe représentative de la fonction g dans un repère du plan est donnée en annexe et l'unité graphique est 2 cm .

Partie 1

1. Démontrer que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
2. Calculer $g(\mathrm{e})$ et, grâce à la question 1, donner le signe de $g(x)$ pour tout x strictement positif.

Partie 2

1. Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
2. On note f' la dérivée de f Démontrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout nombre réel x strictement positif.
3. Établir le tableau des variations de la fonction f.
   (*On y fera figurer les limites de la fonction f en* 0 *et en* $+\infty$).
4. Représenter graphiquement la fonction f sur la feuille annexe jointe au sujet.

Partie 3

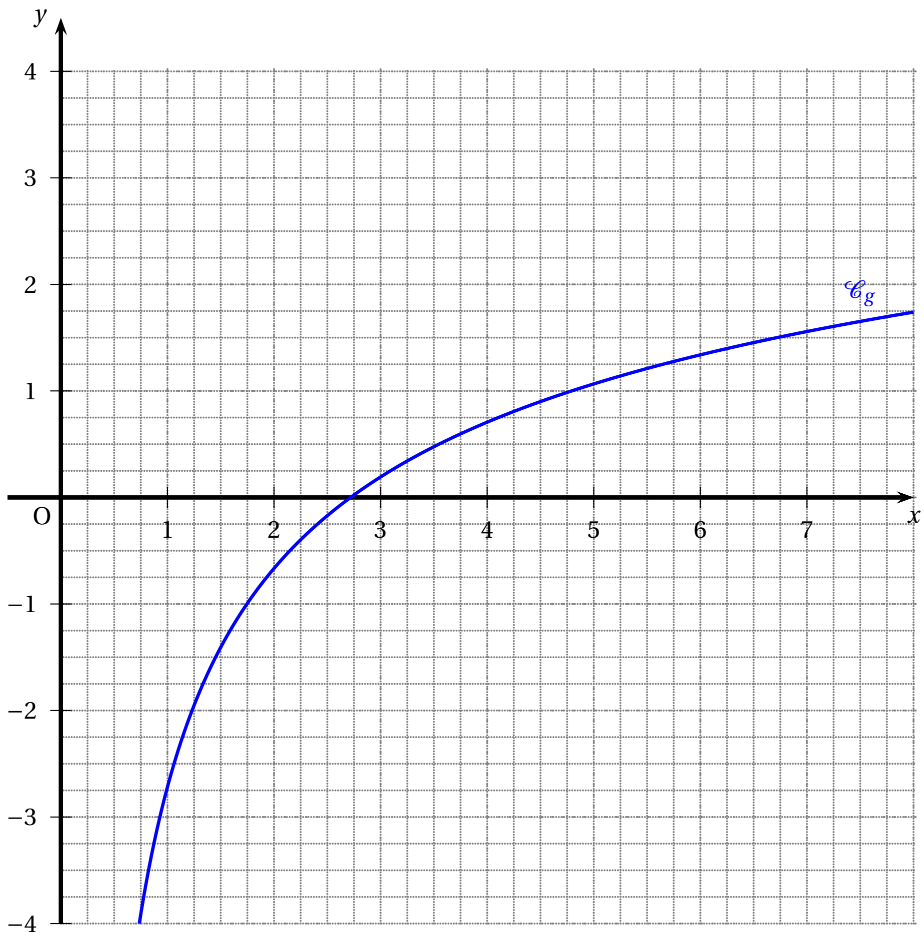
Soit F la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ telle que pour tout réel x de cet intervalle :

$$F(x) = \left(\frac{x^2}{2} - \mathrm{e}x\right)\ln x + 2\mathrm{e}x - \frac{3}{4}x^2$$

1. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
2. On considère le domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}_f$ l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.
   a. Hachurer ce domaine sur le dessin.
   b. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   c. En déduire une valeur approchée arrondie au centième de l'aire du domaine exprimée en cm^2.

Annexe à compléter et à rendre avec la copie

Exercice 4



∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ∾ novembre 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples). Pour chacune des questions, une seule des réponses a, b ou c est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte, 0,5 *point ; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse* 0 *point.*

1. J'ouvre un livret d'épargne rémunéré à un taux annuel de 3,8 % et je place de l'argent pendant deux ans : 750 € dès la première année et 850 € supplémentaires la deuxième année.

   À la fin des deux ans, je possède :

   a. 1660,80 € **b.** 1690,38 € **c.** 1723,91 €.

2. $\ln\left(e^2 + e\right)$ est égal à :

   a. $\ln e^2 + \ln e$ **b.** 2,31 **c.** $1 + \ln(e+1)$

3. L'égalité $\ln\left(x^2 + 3x\right) = \ln x + \ln(x+3)$ est vraie :

   a. pour tout x réel **b.** si $x > 0$ **c.** si $x < -3$ ou si $x > 0$

4. On donne ci-dessous la fréquentation mensuelle des cinémas en France en 2006 en millions d'entrées :

janv.	fév.	mars	avril	mai	juin	juil.	août	sept.	oct.	nov.	déc.
14,01	22,8	15	20,9	18,4	11,9	10,2	15,2	9,9	13,5	16,7	20,4

   Sources : CNC/DEPS

   On appelle M la médiane de cette série et Q_1 le premier quartile. On a :

   a. $M = 2Q_1$ **b.** $M = \dfrac{(11,9 + 10,2)}{2}$ **c.** $M = 15,1$

5. L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 e^{2x}\,dx$ est égale à :

   a. $\dfrac{-1 + e^2}{2}$ **b.** $1 - e^2$ **c.** $2e^2 - 2$

6. f est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

   La tangente au point d'abscisse 1 à la courbe représentative de cette fonction f dans un repère du plan a comme équation réduite : $y = -x + 3$.

   Alors on peut dire que :

   a. $f'(1) = 3$ **b.** $f'(1) = -1$ **c.** $f(1) = 3$

7. La fonction $F : x \longmapsto 5 + \ln(2x+10)$ est une primitive sur $[0\,;\,+\infty[$ de la fonction f définie par :

   a. $f(x) = \dfrac{1}{x+5}$ **b.** $f(x) = \dfrac{1}{2x+10}$ **c.** $f(x) = 5 + \dfrac{1}{x+5}$

8. A et B sont deux évènements indépendants associés à une expérience aléatoire tels que :

$$P(\text{A}) \neq 0 \text{ et } P(\text{B}) = \frac{1}{2}$$

a. $P(\text{A} \cup \text{B}) = P(\text{A}) \times P(\text{B})$ **b.** $P(\text{A} \cup \text{B}) = P(\text{A}) + P(\text{B})$ **c.** $P_{\text{A}}(B) = \frac{1}{2}$

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne les taux d'équipement des ménages français en lecteurs de DVD, de 1998 à 2006.

année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
rang de l'année x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
pourcentage y	0,2	1,5	4,9	12,0	23,3	41,6	59,9	75,0	76,9

Sources : GIK-CNC/DEPS

PARTIE I

1. Représenter la série $(x\,;\ y)$ sur le graphique en annexe 1.

2. Donner, sans justification, une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à $0,001$ près).

3. Donner une estimation du taux d'équipement des ménages français en 2010 en utilisant cet ajustement. Que pensez-vous du résultat ?

PARTIE II

On admettra que la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\ +\infty[$ par

$$f(t) = \frac{82,75}{1 + 116,8\text{e}^{-t}}$$

représentée sur le graphique en annexe 1 réalise un bon ajustement de cette série.

1. **a.** Déterminer le sens de variation de cette fonction.

b. Donner, en utilisant ce nouvel ajustement, le taux d'équipement prévu en 2010 et en 2012.

(On arrondira le résultat au centième).

2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

En utilisant ce modèle, peut-on estimer que le taux d'équipement des ménages atteindra 90 % ? Si oui, en quelle année ?

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne, d'après un échantillon de 800 personnes interrogées en 2005, un aperçu de la lecture de la presse quotidienne en France.

	Tous les jours ou presque	Une ou deux fois par semaine	Seulement pendant certaines périodes	Rarement	Jamais	Total
Agriculteurs exploitants	1	10	2	8	79	100
Artisans, commerçants, chefs d'entreprise	11	11	5	7	66	100
Cadres	17	16	10	18	39	100
Professions intermédiaires	8	15	7	15	55	100
Employés	6	7	4	9	74	100
Ouvriers (y compris agricoles)	4	5	3	5	83	100
Retraités	6	7	2	6	79	100
Autres inactifs	5	9	4	9	73	100
Total en effectif	58	80	37	77	548	800
Pourcentages du total	7,25 %	10 %	4,625 %			

Sources : INSEE/DEPS

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme décimale et éventuellement arrondis à $0,001$ *près.*

PARTIE I

1. La dernière ligne du tableau ci-dessus représente la part de chaque catégorie par rapport à l'échantillon total. Calculer les valeurs manquantes de cette dernière ligne.
2. Donner la probabilité qu'une personne choisie au hasard parmi les cadres ne lise jamais.

PARTIE II

On choisit au hasard une personne dans cet échantillon de 800 personnes. Dans cette partie, on note les évènements suivants :

B l'évènement : « la personne choisie ne lit jamais » ;
R l'évènement : « la personne choisie est retraitée » ;
C l'évènement : « la personne choisie est cadre ».

1. Calculer la probabilité de l'évènement $B \cap R$.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $B \cup C$.

PARTIE III

On s'intéresse maintenant uniquement aux personnes lisant la presse tous les jours ou presque.

1. On choisit au hasard une personne dans cet ensemble. Quelle est la probabilité que cette personne soit cadre ?
2. On choisit au hasard et de manière indépendante trois de ces personnes. Calculer la probabilité que parmi ces trois personnes, deux exactement soient cadres.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Par suite d'une forte augmentation du prix des carburants de 2007 à 2008, certains salariés d'une entreprise changent de mode de déplacement pour se rendre sur leur lieu de travail.
En 2007, 60 % des salariés utilisaient leur voiture personnelle.
En 2008, 30 % des salariés utilisant leur voiture en 2007 ne l'utilisent plus et 5 % des personnes ne l'utilisant pas en 2007 l'utilisent en 2008.

On appelle les états suivants :

A l'état : « la personne utilise sa voiture » ;
B l'état : « la personne n'utilise pas sa voiture ».

On suppose que cette évolution se poursuit d'une année à l'autre à partir de 2008 et on appelle, pour tout entier naturel n, P_n, la matrice ligne donnant l'état probabiliste des moyens de déplacement des salariés de cette entreprise au cours de l'année $(2007+n)$.
On pose $P_n = (a_n \;\; b_n)$ et on a $P_0 = (0,6 \;\; 0,4)$.

1. Tracer un graphe probabiliste représentant la situation décrite ci-dessus.
2. Donner la matrice de transition correspondant à ce graphe probabiliste, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
3. En supposant que cette évolution se poursuive et en utilisant la question précédente, quelle est la probabilité qu'un salarié de cette entreprise utilise sa voiture personnelle en 2009 ? En 2010 ?

   (On arrondira les résultats obtenus au centième).
4. **a.** Démontrer que pour tout entier naturel n, on a la relation : $a_{n+1} = 0,7a_n + 0,05b_n$.

   En déduire que $a_{n+1} = 0,65a_n + 0,05$.

   b. On admet que a_n peut alors s'écrire, pour tout entier naturel n,
   $a_n = \dfrac{1}{7} + \dfrac{16}{35} \times 0,65^n$.
   Vérifier la validité de cette formule pour a_0, a_1 et a_2.
5. **a.** Déterminer la limite de la suite (a_n).

   b. En supposant que cette évolution se poursuive, est-il possible d'envisager qu'à terme aucun des salariés de cette entreprise n'utilise sa voiture personnelle pour aller au travail ?
   Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

PARTIE I : ÉTUDE D'UNE FONCTION

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ telle que pour tout réel x de cet intervalle :

$$f(x) = 5(1-\ln x)(\ln x - 2)$$

et dont la représentation graphique est donnée en annexe 2.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Les valeurs exactes sont demandées.
2. **a.** Déterminer le signe de l'expression $5(1-X)(X-2)$ suivant les valeurs du réel X.

   b. En déduire que le signe de $f(x)$ est donné pour tout réel de l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par le tableau suivant :

x	0		e		e^2		$+\infty$
signe de $f(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

3. a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{5(3-2\ln x)}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

b. En déduire les variations de f. On précisera la valeur exacte du maximum de f et la valeur exacte de x pour laquelle il est atteint.

4. Calculer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.

5. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ puis donner une valeur approchée arrondie à $0,01$ près de ces solutions.

PARTIE II : APPLICATION

Une entreprise fabrique et revend des jouets.
$f(x)$ représente le résultat (bénéfice ou perte) en milliers d'euros qu'elle réalise lorsqu'elle fabrique x centaines de jouets, pour x compris entre 1 et 10, f désignant la fonction étudiée dans la partie I.

1. Déterminer, à un jouet près, les quantités à produire pour ne pas travailler à perte.

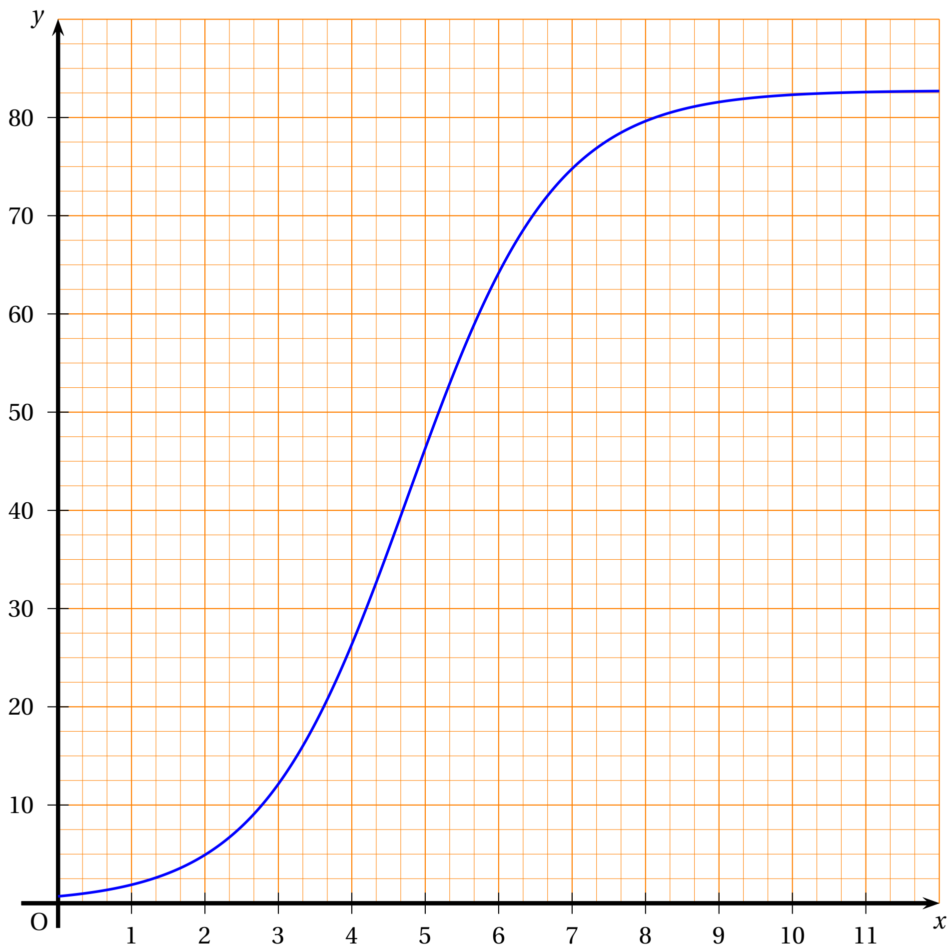
Interpréter concrètement le résultat de la question I. 2. Comment le lit-on sur le graphique ?

2. Cette entreprise veut réaliser un bénéfice supérieur ou égal à 1 000 euros.

Combien de jouets doit-elle fabriquer ? Justifier la réponse.

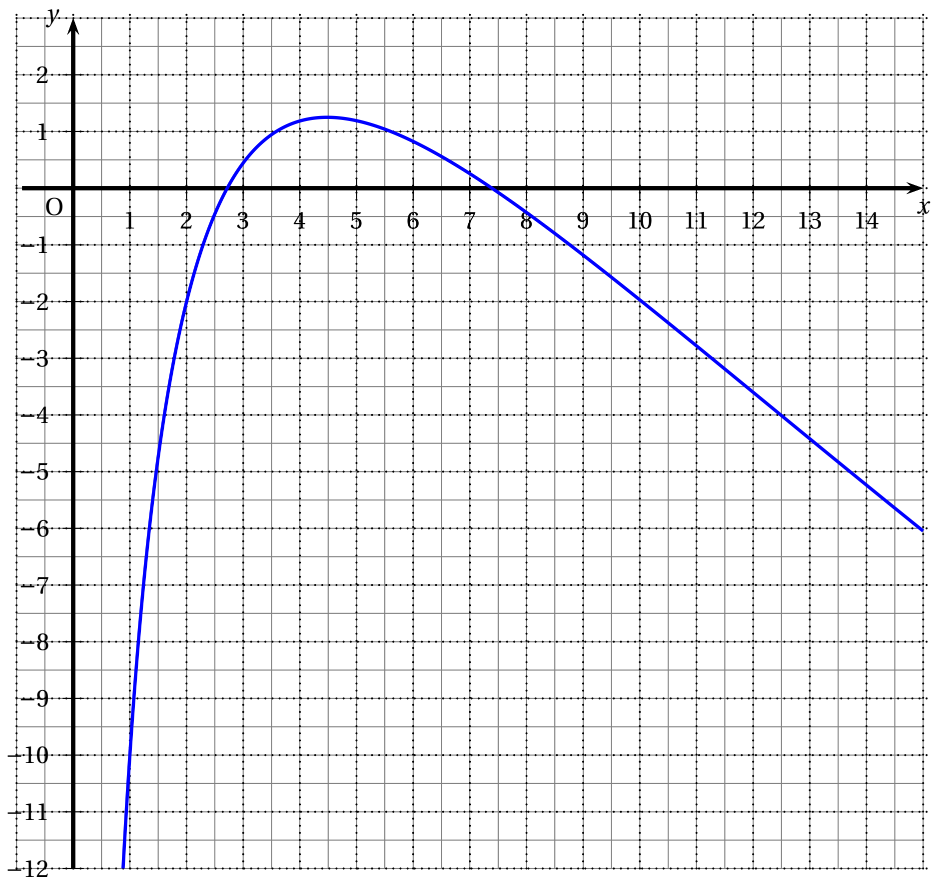
ANNEXE 1 (à compléter et à rendre avec la copie

Exercice 2 (commun à tous les candidats)



ANNEXE 2 (à compléter et à rendre avec la copie

Exercice 4 (commun à tous les candidats)



∾ Baccalauréat ES 2010 ∾

L'intégrale d'avril 2010 à mars 2011

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat ES Pondichéry 21 avril 2010

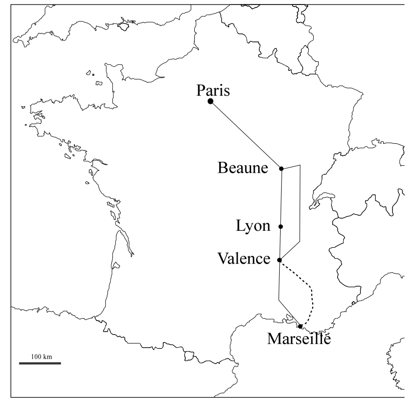
EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Lors des journées « rouges » selon Bison Futé, l'autoroute qui relie Paris à Marseille est surchargée. Il est donc conseillé de prendre un itinéraire de délestage entre Beaune et Valence (qui ne passe pas par Lyon) afin d'éviter les éventuels « bouchons » autoroutiers.

Entre Valence et Marseille il est également conseillé de prendre la route départementale représentée par des pointillés sur la carte.

Bison Futé a publié les résultats d'une étude portant sur les habitudes des automobilistes sur le trajet entre Paris et Marseille lors de ces journées « rouges ». Il s'avère que :



- 40 % des automobilistes prennent l'itinéraire de délestage entre Beaune et Valence ;
- parmi les automobilistes ayant suivi l'itinéraire de délestage entre Beaune et Valence, 30 % prennent la route départementale de Valence à Marseille ;
- parmi les automobilistes n'ayant pas suivi l'itinéraire de délestage entre Beaune et Valence, 60 % prennent la route départementale de Valence à Marseille.

On note :

B l'évènement « l'automobiliste prend l'itinéraire de délestage entre Beaune et Valence » et $\overline{B}$ l'évènement contraire ;

V l'évènement « l'automobiliste prend la route départementale entre Valence et Marseille » et $\overline{V}$ l'évènement contraire.

1. **a.** Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

   b. Montrer que la probabilité de l'évènement $\overline{B} \cap \overline{V}$ est $p\left(\overline{B} \cap \overline{V}\right) = 0,24$ et interpréter ce résultat.

   c. Calculer la probabilité que l'automobiliste ne choisisse pas la route départementale entre Valence et Marseille.

2. On donne les temps de parcours suivants :

   Paris – Beaune (par autoroute) : 4 heures ;

   Beaune – Valence (par autoroute, en passant par Lyon) : 5 heures ;

   Beaune – Valence (par itinéraire de délestage, en ne passant pas par Lyon) : 4 heures ;

   Valence – Marseille (par autoroute) : 5 heures ;

   Valence – Marseille (par la route départementale) : 3 heures.

   a. Calculer les temps de parcours entre Paris et Marseille, selon l'itinéraire choisi.

   Recopier sur la copie et compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la durée du trajet pour se rendre de Paris à Marseille selon l'itinéraire choisi.

Temps en heures	11			14
Probabilité				0,24

   b. Calculer l'espérance de cette loi en heures et en donner une interprétation (la conversion en heure minute seconde n'est pas attendue).

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

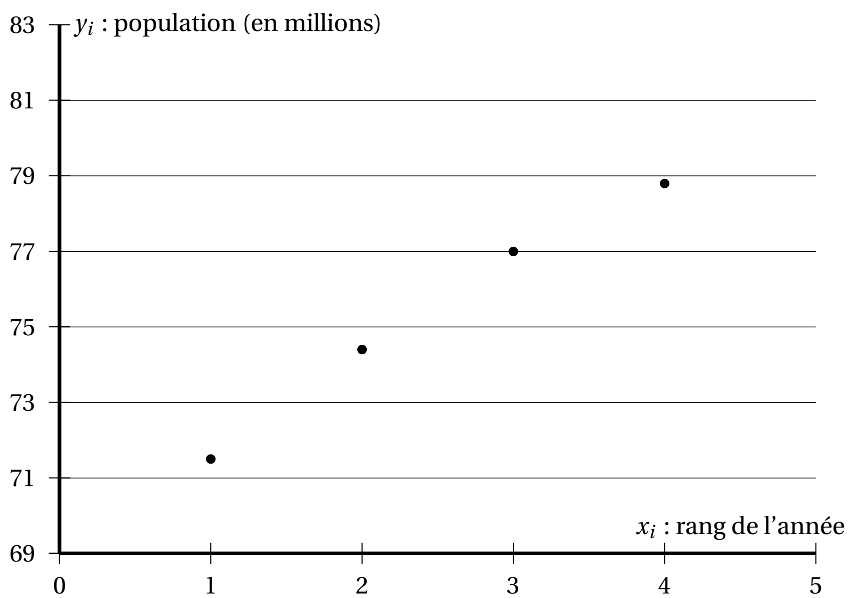
Partie A

Le tableau ci-dessous donne l'évolution, par période de cinq ans, de la population globale des deux Allemagnes (R. F. A. et R. D. A.) de 1958 à 1973.

Année	1958	1963	1968	1973
Rang de l'année x_i $1 \leqslant i \leqslant 4$	1	2	3	4
Population des deux Allemagnes y_i en millions d'habitants $1 \leqslant i \leqslant 4$	71,5	74,4	77	78,8

Source : INSEE

Ces données sont représentées par le nuage de points ci-dessous :



L'allure de ce nuage suggère un ajustement affine.

1. Déterminer, en utilisant une calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).
2. En 1993, la population globale de l'Allemagne réunifiée s'élevait à 81 millions d'habitants. L'ajustement proposé est-il adapté ?

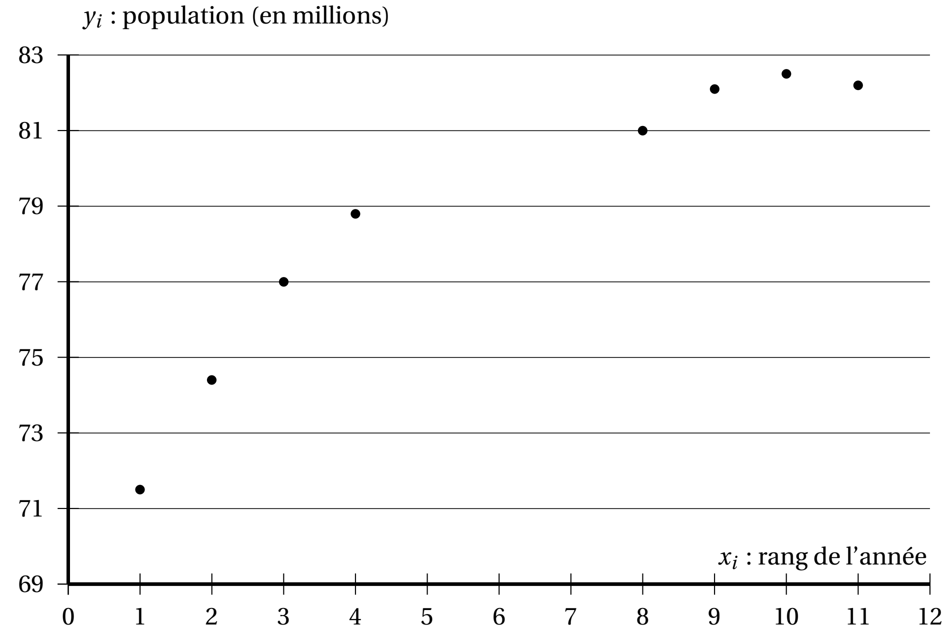
Partie B

On étudie ci-dessous l'évolution de la population de l'Allemagne sur une période plus étendue (à partir de 1990, il s'agit de la population de l'Allemagne réunifiée).

Année	1958	1963	1968	1973	1993	1998	2003	2008
Rang de l'année x_i, $1 \leqslant i \leqslant 11$	1	2	3	4	8	9	10	11
Population de l'Allemagne y_i en millions d'habitants $1 \leqslant i \leqslant 11$	71,5	74,4	77	78,8	81	82,1	82,5	82,2

Source : INSEE

Ces données sont représentées par le nuage de points ci-dessous :



Au vu de l'allure du nuage, un ajustement logarithmique semble plus approprié.
Pour cela on pose $z_i = \text{e}^{\frac{y_i}{100}}$, pour $1 \leqslant i \leqslant 11$.

1. Recopier sur la copie et compléter la dernière ligne du tableau ci-dessous (les résultats seront arrondis au centième).

Année	1958	1963	1968	1973	1993	1998	2003	2008
Rang de l'année x_i, $1 \leqslant i \leqslant 11$	1	2	3	4	8	9	10	11
$z_i = \text{e}^{\frac{y_i}{100}}$ (arrondi au centième) $1 \leqslant i \leqslant 11$								

2. En déduire, en utilisant la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. On donnera la réponse sous la forme $z = ax + b$, les coefficients a et b seront arrondis au centième.

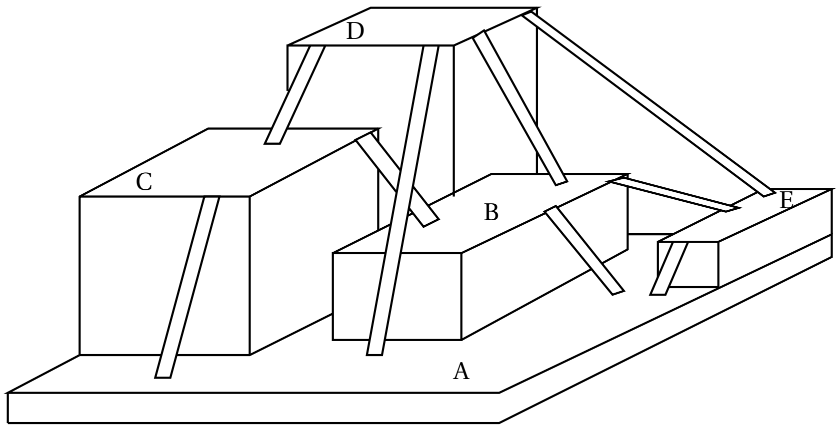
3. En déduire que l'ajustement logarithmique recherché est donné par l'équation $y = 100\ln(0,02x + 2,07)$.

4. À l'aide de ce nouvel ajustement, donner une estimation de la population de l'Allemagne en 2013.

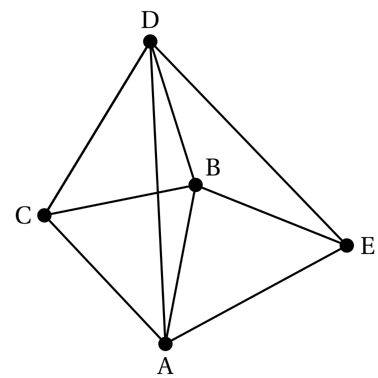
EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère un espace de jeu réservé à des enfants.
Les enfants peuvent se déplacer sur cinq plates-formes notées A, B, C, D et E.
Ces plates-formes sont reliées entre elles par un certain nombre de rampes, comme indiqué sur le schéma ci-dessous :



On représente cet espace de jeu par le graphe G ci-contre :
Une plate-forme est représentée par un sommet et une rampe est représentée par une arête.



Partie A

1. Donner un sous-graphe complet d'ordre 4 du graphe G.
2. En déduire un encadrement du nombre chromatique du graphe G, Justifier la réponse.
3. Proposer une coloration du graphe G en expliquant la méthode utilisée.
4. En déduire la valeur du nombre chromatique du graphe G.

Partie B

1. Ce graphe est-il connexe ? Est-il complet ? Justifier les réponses.
2. Ce graphe contient-il une chaine eulérienne ? Justifier la réponse.
3. Si on rajoute une arête à ce graphe, quels sommets peut-on alors relier pour que le graphe obtenu contienne un cycle eulérien ? Justifier la réponse.

Partie C

On décide de peindre les surfaces des cinq plates-formes en attribuant des couleurs différentes à deux plates-formes reliées par une rampe.

1. Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaire ? Justifier la réponse.
2. On propose aux enfants le jeu suivant : il s'agit de partir de la plateforme C et de rejoindre la plateforme E en utilisant toutes les rampes, et sans passer deux fois par la même rampe.
   Proposer un chemin remplissant les conditions exposées ci-dessus.

3. Pour faciliter le déplacement des enfants dans cet espace de jeu, on décide d'installer une nouvelle rampe. Où peut-on placer cette rampe pour obtenir l'existence d'un chemin qui, partant d'une plate-forme donnée, emprunte une et une seule fois chaque rampe pour revenir à la plate-forme initiale ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère la fonction A définie sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ par

$$A(x) = \frac{4}{1 - \mathrm{e}^{-0,039x}}.$$

1. Calculer la limite de $A(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
2. On admet que la fonction A est dérivable sur $[1~;~+\infty[$ et on note A' sa fonction dérivée sur cet intervalle. Montrer que, pour tout x appartenant à $[1~;~+\infty[$ on a

$$A'(x) = \frac{-0,156\mathrm{e}^{-0,039x}}{\left(1 - \mathrm{e}^{-0,039x}\right)^2}.$$

3. Justifier que $A'(x) < 0$ pour tout x appartenant à $[1~;~+\infty[$.
   Dresser le tableau de variations de A sur $[1~;~+\infty[$.

Partie B

Un particulier souhaite réaliser auprès d'une banque un emprunt d'un montant de 100 000 € à un taux annuel fixé.
On admet que, si l'on réalise cet emprunt sur une durée de n années ($n \geqslant 1$), le montant d'une annuité (somme à rembourser chaque année, pendant n ans) est donné en milliers d'euros par

$$A(n) = \frac{4}{1 - \mathrm{e}^{-0,039n}}$$

Pour un emprunt fait sur n années ($n \geqslant 1$), on note :
$S(n)$ le montant total payé à la banque au bout des n années (en milliers d'euros) ;
$I(n)$ le total des intérêts payés à la banque au bout des n années (en milliers d'euros).

Dans les questions qui suivent, on donnera les résultats arrondis au millième.

1. Calculer $A(1)$, $A(10)$ et $A(20)$ et interpréter ces résultats.
2. Démontrer que $I(n) = \dfrac{4n}{1 - \mathrm{e}^{-0,039n}} - 100$ pour tout $n \geqslant 1$.
3. Recopier et compléter le tableau suivant sur votre feuille.

Durée de l'emprunt n	10 ans	15 ans	20 ans
Montant d'une annuité $A(n)$			
Montant $S(n)$ des n annuités payées à la banque			
Intérêts $I(n)$ versés à la banque			

4. Pour faciliter l'étude des valeurs de $A(n)$, $S(n)$ et $I(n)$, on utilise les fonctions A, S et I définies sur $[1 ; 20]$ par :

$$A(x) = \frac{4}{1-\mathrm{e}^{-0,039x}} \quad ; \quad S(x) = \frac{4x}{1-\mathrm{e}^{-0,039x}} \quad ; \quad I(x) = \frac{4x}{1-\mathrm{e}^{-0,039x}} - 100.$$

On a représenté respectivement en ANNEXE 1 ci-après les fonctions A et S par les courbes $\mathscr{C}_A$ et $\mathscr{C}_S$ sur l'intervalle $[1 ; 20]$.

a. Expliquer comment utiliser le graphique de l'ANNEXE 1 pour retrouver $I(10)$.

b. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Expliquer comment déterminer graphiquement sur l'ANNEXE 1 le sens de variation du montant total des intérêts à payer en fonction de la durée du remboursement de l'emprunt.

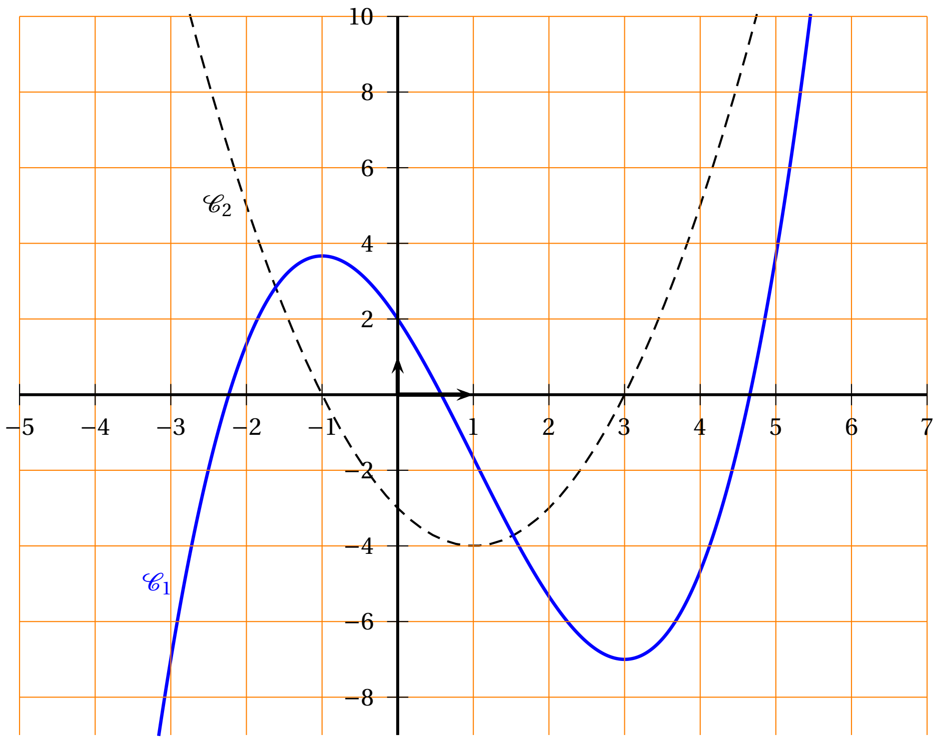
EXERCICE 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A : Étude graphique

Les courbes représentatives d'une fonction f et de sa fonction dérivée f' sont données ci-dessous. Associer chaque courbe $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ à la fonction qu'elle représente. Justifier votre réponse.



PARTIE B : Constructions

Dans cette partie toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. Chacun des tracés sera brièvement expliqué.

1. Sur l'ANNEXE 2, construire une courbe pouvant représenter une fonction g vérifiant les conditions suivantes :

g est dérivable sur l'intervalle $[-3~;~3]$ et l'équation $g'(x) = 0$ admet trois solutions sur $[-3~;~3]$.

2. Sur l'ANNEXE 2, construire une courbe pouvant représenter une fonction h définie et continue sur $[-3~;~3]$ et vérifiant les conditions suivantes :

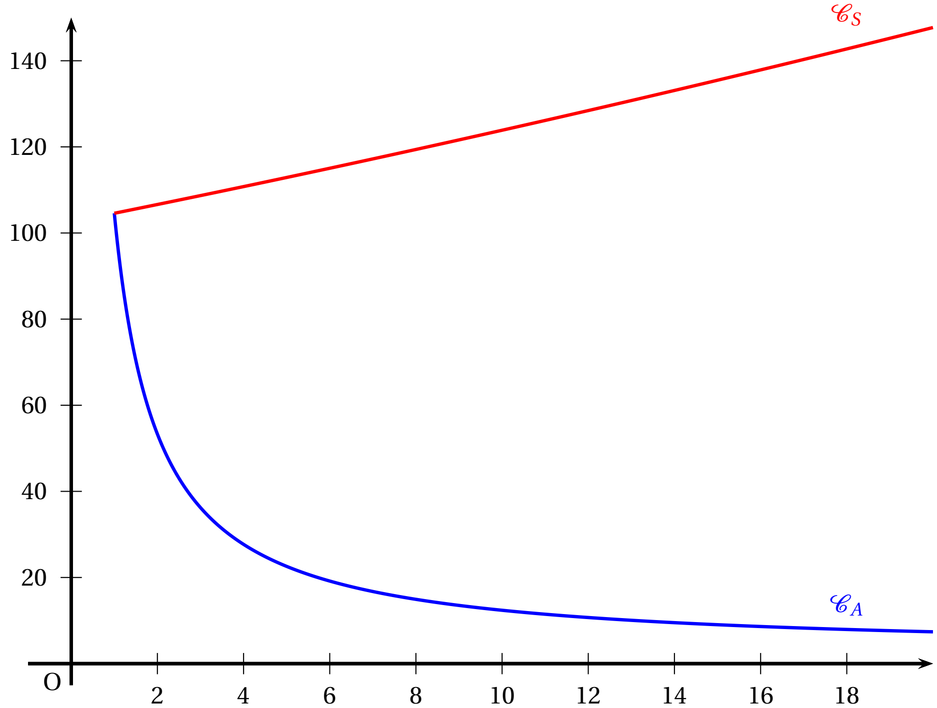
x	-3		0		2		3
$\ln[h(x)]$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

3. Sur l'ANNEXE 2, construire une courbe pouvant représenter une fonction k définie et continue sur $[-3~;~3]$ et vérifiant les conditions suivantes :

$$4 \leqslant \int_1^3 k(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 6.$$

ANNEXE 1 : exercice 3

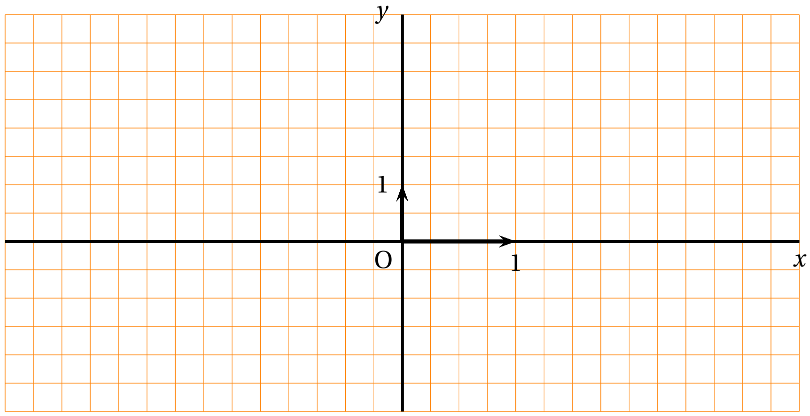
À rendre avec la copie



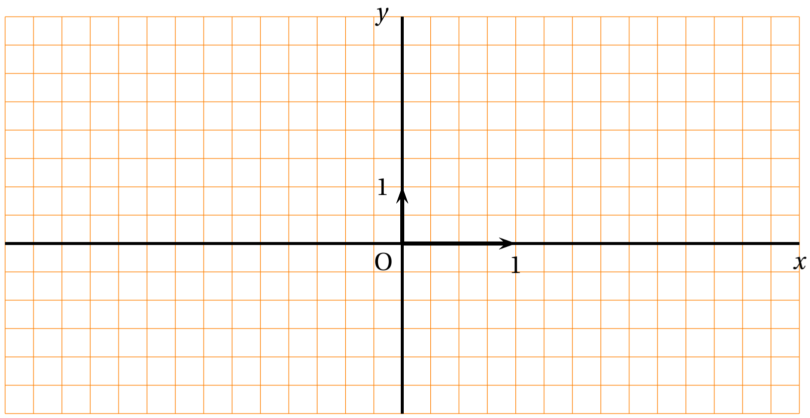
ANNEXE 2 : exercice 4

À rendre avec la copie

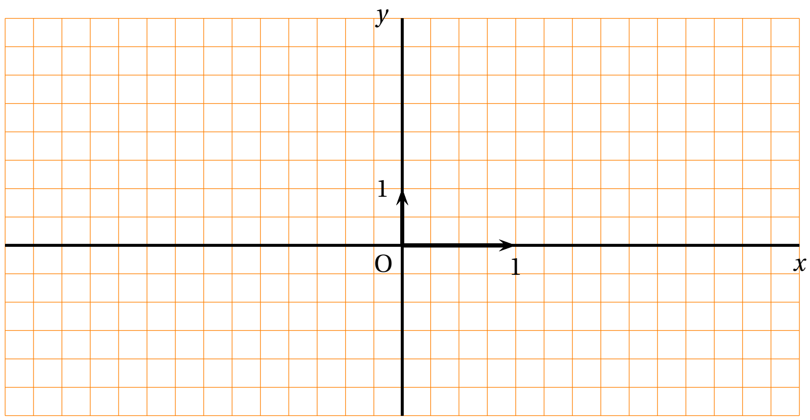
Partie B a.



Partie B b.



Partie B c.

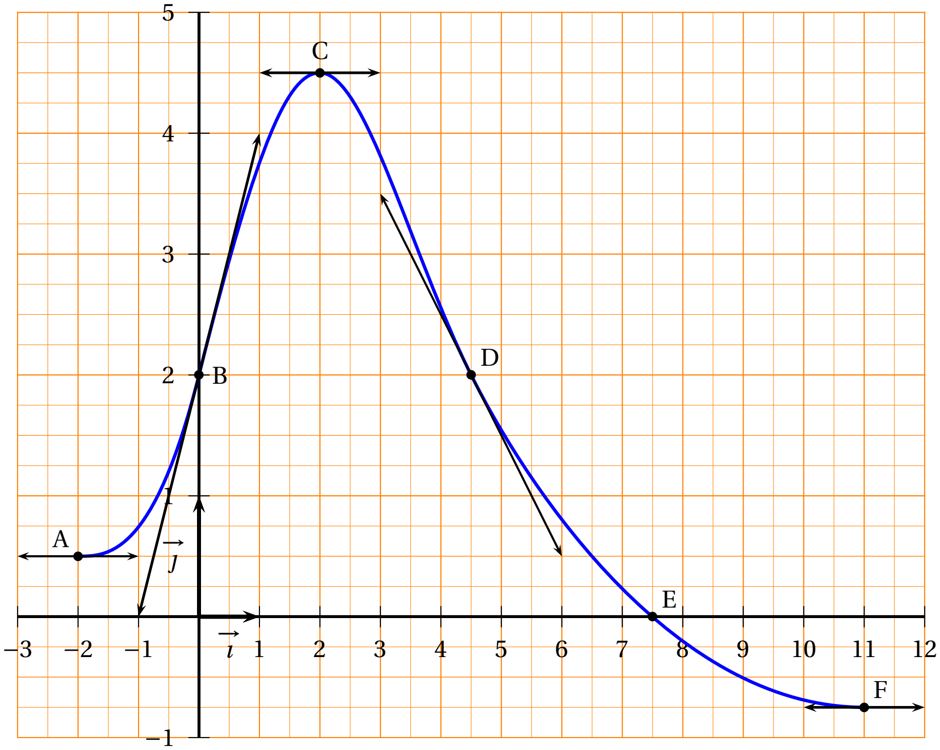


∽ Baccalauréat ES Amérique du Nord 3 juin 2010 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,11]$, et on donne sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, figure ci-dessous.



On sait que la courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points A$(-2\,;\,0,5)$, B$(0\,;\,2)$, C$(2\,;\,4,5)$, D$(4,5\,;\,2)$, E$(7,5\,;\,0)$ et F$(11\,;\,-0,75)$.

Les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points A, B, C, D et F sont représentées sur la figure. On utilisera les informations de l'énoncé et celles lues sur la figure pour répondre aux questions.

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B *ou* C *est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note est ramenée à O.*

1. $f'(0)$ est égal à :

   A : $\dfrac{1}{2}$ **B :** 2 **C :** 4

2. $f'(x)$ est strictement positif sur l'intervalle :

   A : $]0\,;\,11[$ **B :** $]0\,;\,7,5[$ **C :** $]-2\,;\,2[$

3. Une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point D est :

   A : $y = -x + 6,5$ **B :** $y = x - 6,5$ **C :** $y = -2x + 11$

4. Une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[-2\ ;\ 11]$:
   A : admet un maximum en $x = 2$.
   B : est strictement croissante sur l'intervalle $[-2\ ;\ 7,5]$.
   C : est strictement décroissante sur l'intervalle $]2\ ;\ 11[$.
5. Sur l'intervalle $[-2\ ;\ 11]$, l'équation $\exp[f(x)] = 1$:
   A : admet une solution.
   B : admet deux solutions.
   C : n'admet aucune solution.

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un commerçant spécialisé en photographie numérique propose en promotion un modèle d'appareil photo numérique et un modèle de carte mémoire compatible avec cet appareil.
Il a constaté, lors d'une précédente promotion, que :

- 20 % des clients achètent l'appareil photo en promotion.
- 70 % des clients qui achètent l'appareil photo en promotion achètent la carte mémoire en promotion.
- 60 % des clients n'achètent ni l'appareil photo en promotion, ni la carte mémoire en promotion.

On suppose qu'un client achète au plus un appareil photo en promotion et au plus une carte mémoire en promotion.
Un client entre dans le magasin.
On note A l'évènement : « le client achète l'appareil photo en promotion ».
On note C l'évènement : « le client achète la carte mémoire en promotion ».

1. **a.** Donner les probabilités $p\left(\overline{A}\right)$ et $p\left(\overline{A} \cap \overline{C}\right)$.
   b. Un client n'achète pas l'appareil photo en promotion. Calculer la probabilité qu'il n'achète pas non plus la carte mémoire en promotion.
2. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
3. Montrer que la probabilité qu'un client achète la carte mémoire en promotion est $0,34$.
4. Un client achète la carte mémoire en promotion. Déterminer la probabilité que ce client achète aussi l'appareil photo en promotion.
5. Le commerçant fait un bénéfice de 30 € sur chaque appareil photo en promotion et un bénéfice de 4 € sur chaque carte mémoire en promotion.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité du bénéfice par client. Aucune justification n'est demandée.

Bénéfice par client en euros	0			
Probabilité d'atteindre le bénéfice	0,6			

   b. Pour 100 clients entrant dans son magasin, quel bénéfice le commerçant peut-il espérer tirer de sa promotion ?
6. Trois clients entrent dans le magasin. On suppose que leurs comportements d'achat sont indépendants.
   Déterminer la probabilité qu'au moins un de ces trois clients n'achète pas l'appareil photo en promotion.

EXERCICE 3 **5 points**

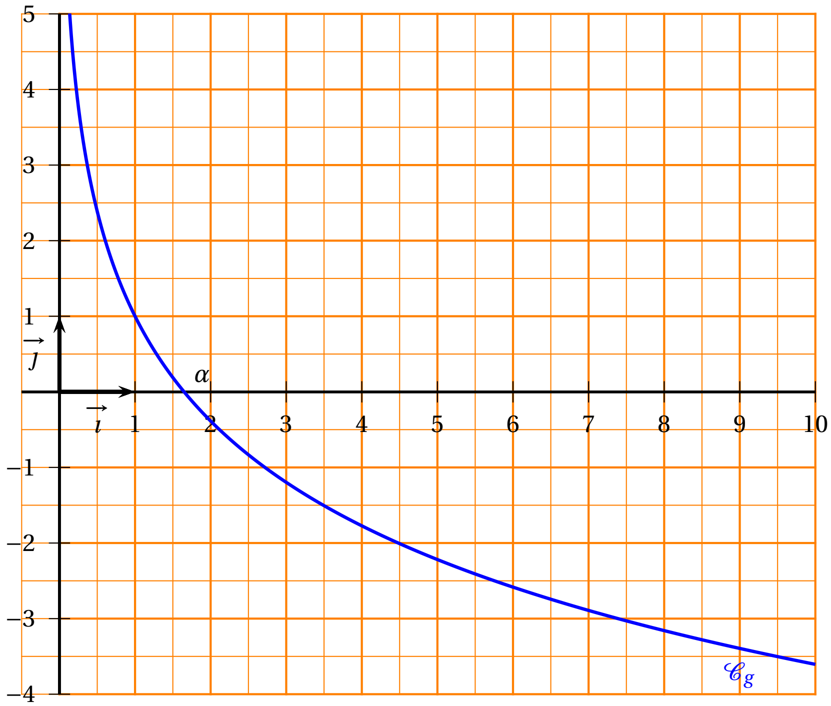
Commun à tous les candidats

Partie A - Étude préliminaire

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = 1 - 2\ln(x).$$

On donne ci-dessous sa courbe représentative $\mathscr{C}_g$ dans un repère orthonormé $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$. Cette courbe $\mathscr{C}_g$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse α.



1. Déterminer la valeur exacte de α.
2. On admet que la fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
   Donner, en justifiant, le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

Partie B - Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2\ln(x)+1}{x}$.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on rappelle que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x} = 0$).
   On admettra que $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$.
2. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f.
3. **a.** Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
   On pourra remarquer que $f(x) = 2 \times \dfrac{1}{x} \times \ln(x) + \dfrac{1}{x}$.

b. Soit $I = \dfrac{1}{4}\displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$. Déterminer la valeur exacte de I, puis en donner une valeur approchée au centième près.

Partie C - Application économique

Dans cette partie, on pourra utiliser certains résultats de la partie B.

Une entreprise de sous-traitance fabrique des pièces pour l'industrie automobile. Sa production pour ce type de pièces varie entre 1 000 et 5 000 pièces par semaine, selon la demande.
On suppose que toutes les pièces produites sont vendues.
Le bénéfice unitaire, en fonction du nombre de pièces produites par semaine, peut être modélisé par la fonction f définie dans la partie B, avec x exprimé en milliers de pièces et $f(x)$ exprimé en euros.

1. Déterminer, au centime près, la valeur moyenne du bénéfice unitaire pour une production hebdomadaire comprise entre 1 000 et 5 000 pièces.

2. *Dans cette question, la réponse sera soigneusement justifiée. Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Pour quelle(s) production(s), arrondie(s) à l'unité près, obtient-on un bénéfice unitaire égal à 1,05 € ?

EXERCICE 4 **5 points**
Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Craignant une propagation de grippe infectieuse, un service de santé d'une ville de 50 000 habitants a relevé le nombre de consultations hebdomadaires concernant cette grippe dans cette ville pendant 7 semaines. Ces semaines ont été numérotées de 1 à 7.
On a noté x_i les rangs successifs des semaines et y_i le nombre de consultations correspondant :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de consultations : y_i	540	720	980	1 320	1 800	2 420	3 300

1. Tracer le nuage de points sur une feuille de papier millimétré, on prendra 2 cm pour une unité en x et 1 cm pour 200 en y. Un modèle d'ajustement affine a été rejeté par le service de santé. Pourquoi ?

2. Pour effectuer un ajustement exponentiel, on décide de considérer les $z_i = \ln(y_i)$.

Reproduire et compléter le tableau suivant sur votre copie en arrondissant les z_i à 0,01 près. Il n'est pas demandé de tracer le nuage de points correspondant.

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$							

3. Trouver à la calculatrice l'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés reliant z et x (les coefficients obtenus par la calculatrice seront donnés à 0,1 près) puis déduire y en fonction de x (on donnera le résultat sous la forme $y = \mathrm{e}^{ax+b}$, a et b étant deux réels).

4. En utilisant ce modèle, trouver par le calcul :

a. Une estimation du nombre de consultations à la $10^{\text{ème}}$ semaine (arrondir à l'unité).

b. La semaine à partir de laquelle le nombre de consultations dépassera le quart de la population.

5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

En observant les valeurs données par le modèle exponentiel grâce à un tableau obtenu à l'aide d'une calculatrice, expliquer si ce modèle reste valable sur le long terme.

EXERCICE 4 **5 points**

Candidat ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pendant ses vacances d'été, Alex a la possibilité d'aller se baigner tous les jours. S'il va se baigner un jour, la probabilité qu'il aille se baigner le lendemain est de $0,7$.
S'il ne va pas se baigner un jour, la probabilité qu'il aille se baigner le lendemain est de $0,9$. Le premier jour de ses vacances, Alex va se baigner.

n étant un entier naturel non nul, on note :

- a_n la probabilité qu'Alex n'aille pas se baigner le n-ième jour.
- b_n la probabilité qu'Alex aille se baigner le n-ième jour.
- $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste le n-ième jour.

On a donc $P_1 = (0 \quad 1)$

1. a. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B (B représentant l'état « Alex va se baigner »).

b. Soit M la matrice de transition associée à ce graphe. Recopier et compléter $M = \begin{pmatrix} 0,1 & \dots \\ \dots & 0,7 \end{pmatrix}$

2. Calculer P_3, P_{10} et P_{20}. Quelle conjecture peut-on faire ?

3. a. Montrer que pour tout entier n non nul, $b_{n+1} = 0,9a_n + 0,7b_n$.

b. En déduire que : $b_{n+1} = -0,2b_n + 0,9$.

4. On considère la suite u définie pour tout entier n non nul par $u_n = b_n - 0,75$.

a. Montrer que u est une suite géométrique de raison $-0,2$; on précisera son premier terme.

b. Déterminer la limite de la suite u.

c. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} b_n$.

5. On suppose dans cette question que le premier jour de ses vacances, Alex ne va pas se baigner. Quelle est la probabilité qu'il aille se baigner le 20[e] jour de ses vacances ?

∽ Baccalauréat ES Liban 31 mai 2010 ∾

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B, C ou D est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note est ramenée à* 0.

1. A et B sont deux évènements indépendants et on sait que $p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,2$.
La probabilité de l'évènement $A \cup B$ est égale à :

Réponse **A :** 0,1	Réponse **B :** 0,7
Réponse **C :** 0,6	Réponse **D :** on ne peut pas savoir

2. Dans un magasin, un bac contient des cahiers soldés. On sait que 50 % des cahiers ont une reliure spirale et que 75 % des cahiers sont à grands carreaux. Parmi les cahiers à grands carreaux, 40 % ont une reliure spirale.
Adèle choisit au hasard un cahier à reliure spirale. La probabilité qu'il soit à grands carreaux est égale à :

Réponse **A :** 0,3	Réponse **B :** 0,5
Réponse **C :** 0,6	Réponse **D :** 0,75

Dans les questions 3. et 4., on suppose que dans ce magasin, un autre bac contient une grande quantité de stylos-feutres en promotion. On sait que 25 % de ces stylos-feutres sont verts. Albert prélève au hasard et de manière indépendante 3 stylos-feutres.

3. La probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il prenne au moins un stylo-feutre vert est égale à :

Réponse **A :** 0,250	Réponse **B :** 0,422
Réponse **C :** 0,578	Réponse **D :** 0,984

4. La probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il prenne exactement 2 stylos-feutres verts est égale à :

Réponse **A :** 0,047	Réponse **B :** 0,063
Réponse **C :** 0,141	Réponse **D :** 0,500

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x + k\mathrm{e}^{ax} \text{ où } k \text{ et } a \text{ sont des nombres fixés.}$$

Sur la figure donnée en annexe, la courbe $\mathscr{C}$ représentant la fonction g et la droite D d'équation $y = x$ sont tracées dans un repère orthogonal (unités : 2 cm pour l'axe des abscisses, 1 cm pour l'axe des ordonnées).
Le point E a pour coordonnées $(0\,;\,6)$ et le point F a pour coordonnées $(3\,;\,0)$. On précise que la droite (EF) est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point E et la courbe $\mathscr{C}$ admet au point B une tangente horizontale.
On note g' la fonction dérivée de la fonction g.

1. **a.** Par lecture graphique, déterminer la valeur de $g(0)$.

b. Par lecture graphique, déterminer la valeur de $g'(0)$.

c. Exprimer $g'(x)$ en fonction de a et k.

d. En utilisant les résultats précédents, déterminer les valeurs de k et a. On justifiera les calculs.

Dans la suite de l'exercice, on prendra $\boldsymbol{g(x) = x + 6\mathrm{e}^{-0,5x}}$.

2. Démontrer que la droite D est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

3. On admet que la courbe $\mathscr{C}$ est située au dessus de la droite D. Soit S le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite D, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 4$.

a. Hachurer S sur le graphique.

b. Calculer, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine S. Donner la valeur exacte, puis une valeur approchée à 0,1 cm^2 près.

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Déterminer la valeur exacte de l'abscisse du point B.

Exercice 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f, définie sur l'intervalle $]0~;~20]$ par

$$f(x) = \left(3\mathrm{e}^2 - x\right)\ln x + 10.$$

1. a. Déterminer la limite de f en 0.

b. Calculer la valeur exacte de $f\left(\mathrm{e}^2\right)$, puis une valeur approchée à 0,01 près.

2. Montrer que, pour tout x de $]0~;~20]$, $f'(x) = -\ln x + \dfrac{3\mathrm{e}^2}{x} - 1$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

3. On admet que la fonction dérivée f' est strictement décroissante sur $]0~;~20]$ et que son tableau de variations est le suivant :

x	0		e^2		20
$f'(x)$	‖	↘	0	↘	$f'(20)$

a. À l'aide du tableau de variations, donner le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0~;~20]$.

b. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~20]$ et dresser son tableau de variations sur cet intervalle.

4. a. Montrer que, sur l'intervalle $[0,6~;~0,7]$, l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution notée α. À la calculatrice, donner une valeur approchée de α à 0,001 près par excès.

b. Démontrer que $f(x)$ est négatif pour tout $x \in]0~;~\alpha[$ et que $f(x)$ est positif pour tout $x \in]\alpha~;~20]$.

Partie B

Une entreprise produit et vend chaque semaine x milliers de DVD, x appartenant à $]0~;~20]$.
Le bénéfice réalisé est égal à $f(x)$ milliers d'euros où f est la fonction étudiée dans la partie A.
En utilisant les résultats de la partie A :

1. déterminer le nombre minimal de DVD à fabriquer pour que le bénéfice soit positif;
2. déterminer le nombre de DVD à produire pour que le bénéfice soit maximal ainsi que la valeur, à 10 euros près, de ce bénéfice maximal.

Exercice 4 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. L'évolution du chiffre d'affaires du groupe de distribution Enville pour la période 2004-2008 est donnée dans le tableau 1 ci-dessous :

   Tableau 1 :

Année	2004	2005	2006	2007	2008
Progression du chiffre d'affaires par rapport à l'année précédente	4,7 %	10,6 %	4,1 %	5,8 %	7,5 %

   Par exemple, le chiffre d'affaires du groupe a augmenté de 10,6 % entre le 31 décembre 2004 et le 31 décembre 2005.

   a. Montrer qu'une valeur approchée à $0,1$ près du pourcentage annuel moyen d'augmentation, est $6,5$.

   b. En 2008, ce groupe a réalisé un chiffre d'affaires de 59,5 milliards d'euros. La direction prévoit une croissance annuelle de 6,5 % pour les années suivantes. Donner une estimation à $0,1$ milliard d'euros près du chiffre d'affaires du groupe pour l'année 2010.

2. L'évolution, sur 8 ans, du chiffre d'affaires du groupe Aupré, concurrent du groupe Enville, est donnée par le tableau 2 ci-dessous :

   Tableau 2 :

Année	2001	2003	2005	2007	2008
Rang de l'année x_i	1	3	5	7	8
Chiffre d'affaires exprimé en milliards d'euros y_i	64,8	68,7	72,7	77,1	82,1

   Pour cette question tous les résultats seront arrondis au dixième près.

   a. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ en prenant comme origine le point de coordonnées $(0\,;60)$ (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées).

   b. En utilisant la calculatrice, déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x. Tracer cette droite sur le graphique.

   c. À l'aide de l'ajustement précédent, déterminer graphiquement une estimation du chiffre d'affaires du groupe Aupré pour l'année 2010. On laissera apparents les traits de construction.

3. Dans cette question, on suppose qu'à partir de 2008 le chiffre d'affaires du groupe Enville progresse chaque année de 6,5 % et celui du groupe Aupré de 3 %.

   a. Résoudre l'inéquation $59,5 \times 1,065^n > 82,1 \times 1,03^n$.

   b. Déterminer à partir de quelle année le chiffre d'affaires du groupe Enville dépassera celui du groupe Aupré.

Exercice 4 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Deux chaînes de télévision A et B programment chaque semaine, à la même heure, deux émissions concurrentes. On suppose que le nombre global de téléspectateurs de ces émissions reste constant.
La première semaine, 70 % de ces téléspectateurs ont regardé la chaîne A.

Une étude statistique montre que :
15 % des téléspectateurs qui ont regardé la chaîne A une semaine, regardent la chaîne B la semaine suivante.
10 % des téléspectateurs qui ont regardé la chaîne B une semaine, regardent la chaîne A la semaine suivante. On note respectivement a_n et b_n les proportions de téléspectateurs des chaînes A et B la n-ième semaine et P_n la matrice ligne $(a_n \quad b_n)$. On a donc $P_1 = (0,7 \quad 0,3)$.

1. **a.** Déterminer le graphe probabiliste représentant la situation.

   b. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe.

2. Calculer M^3 à l'aide de la calculatrice, donner les résultats en arrondissant à 10^{-3} près. Quelle est la répartition des téléspectateurs entre les deux chaînes lors de la quatrième semaine ?

3. On considère la matrice ligne $P = (a \quad b)$, où a et b sont deux réels tels que $a + b = 1$.

   a. Déterminer a et b pour que $P = PM$.

   b. Interpréter les deux valeurs trouvées.

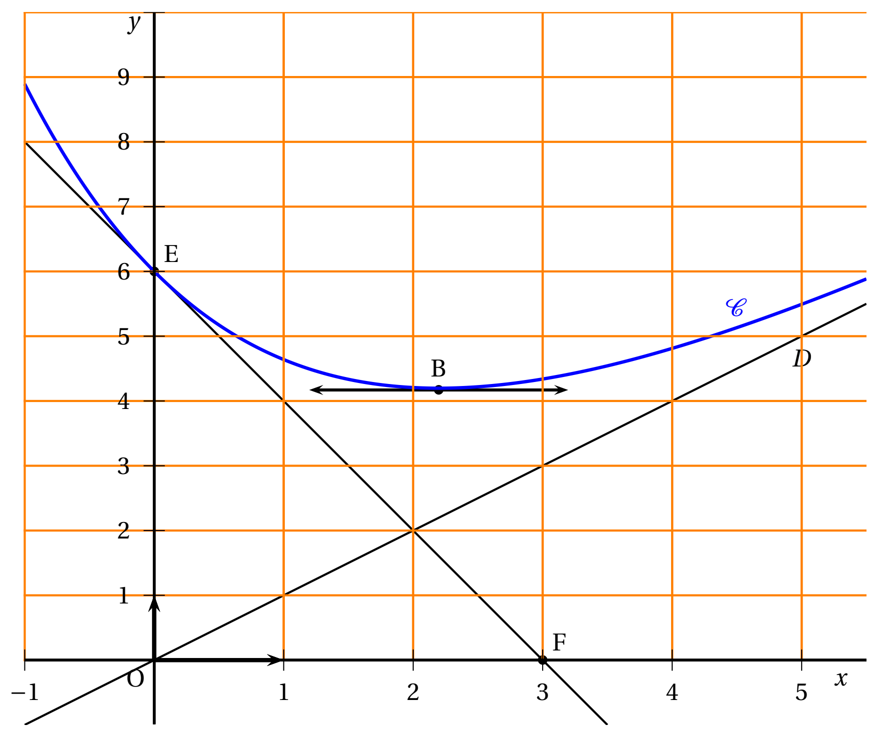
4. On admet que pour tout entier naturel $n > 0$, on a : $a_n = 0,4 + 0,3 \times \left(0,75^{n-1}\right)$.

   a. Résoudre l'inéquation $a_n < 0,5$.

   b. À partir de quelle semaine l'audience de l'émission de la chaîne B dépassera-t-elle celle de l'émission de la chaîne A ?

Annexe à remettre avec la copie

Exercice 2 (commun à tous les candidats)



☙ Baccalauréat Asie ES 22 juin 2010 ❧

Exercice 1 — 5 points

Commun à tous les candidats

On donne, dans le tableau ci-dessous, la dépense annuelle des ménages français en fruits, exprimée en millions d'euros, de 2000 à 2007 :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Dépense en millions d'euros y_i	6 396	7 207	7 734	7 996	8 332	8 399	8 546	8 675

1. Sur la copie, représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal :

sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 1 cm pour une unité ;
sur l'axe des ordonnées, on placera 6 200 à l'origine et on choisira 1 cm pour 200 millions d'euros.

2. Un premier groupe de statisticiens réalise un ajustement affine du nuage.

Donner une équation de la droite (d) de régression de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à l'entier le plus proche. Tracer la droite (d) dans le repère précédent.

3. Un deuxième groupe de statisticiens réalise un ajustement non affine du nuage, en utilisant la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 6400 + 1100\ln(1 + x)$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.

a. À l'aide de la calculatrice, conjecturer :

— les variations de la fonction f ;
— la limite de la fonction f quand x tend vers $+\infty$.

b. Valider par une démonstration l'une des deux conjectures précédentes.

c. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans le repère précédent.

4. Est-il raisonnable de penser que la dépense annuelle des ménages français en fruits puisse dépasser 9 200 millions d'euros ? Argumenter la réponse.

Exercice 2 — 4 points

Commun à tous les candidats

Kevin possède un lecteur MP3, dans lequel il a stocké 90 morceaux de jazz et 110 morceaux de musique classique. Un tiers des 90 morceaux de jazz est composé par des auteurs français. Un dixième des 110 morceaux de musique classique est composé par des auteurs français.

1. Afin d'écouter un morceau de musique, Kevin lance une lecture aléatoire sur son lecteur MP3.

On admet que cela revient à choisir un morceau de musique de manière équiprobable. On note :

J l'évènement « le morceau de musique écouté est un morceau de jazz » ;
C l'évènement « le morceau de musique écouté est un morceau de musique classique » ;
F l'évènement « l'auteur du morceau de musique écouté est français ».

a. Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de jazz ?

b. Sachant que Kevin a écouté un morceau de jazz, quelle est la probabilité que l'auteur soit français ?

c. Calculer la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de jazz composé par un auteur français.

d. Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit composé par un auteur français ?

2. Afin d'écouter trois morceaux de musique, Kevin lance trois fois une lecture aléatoire sur son lecteur MP3. Calculer la probabilité qu'il ait écouté au moins un morceau de jazz.

Exercice 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Suite à une étude de marché :

— l'offre d'un produit est modélisée par une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;6]$;

— la demande de ce même produit est modélisée par une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;6]$.

Les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ de ces fonctions sont dessinées sur l'annexe (à rendre avec la copie). On désigne par x la quantité du produit exprimée en milliers d'unités, avec x appartenant à l'intervalle $[0\,;6]$. Les nombres $f(x)$ et $g(x)$ sont des prix unitaires exprimés en centaines d'euros. L'expression de la fonction f est donnée par

$$f(x) = 0,4\mathrm{e}^{0,4x}.$$

1. On rappelle que le prix d'équilibre est le prix unitaire qui se forme sur le marché lorsque l'offre est égale à la demande. La quantité d'équilibre est la quantité associée au prix d'équilibre.

a. Lire sur le graphique le prix d'équilibre p_0 (en centaines d'euros) et la quantité d'équilibre q_0 (en milliers d'unités).

b. Estimer en euros le chiffre d'affaires réalisé par la vente de cette quantité qo au prix d'équilibre p_0.

2. **a.** Mettre en évidence, sur le graphique joint en annexe, l'intégrale suivante : $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

b. Calculer cette intégrale.

c. Certains producteurs étaient disposés à proposer un prix inférieur au prix d'équilibre. Le gain supplémentaire réalisé par ces producteurs est appelé le surplus des producteurs. Le surplus des producteurs S_p est donné par la formule suivante :

$$S_p = q_0 \times p_0 - \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Estimer ce surplus (en centaines de milliers d'euros).

3. **a.** Certains consommateurs étaient prêts à payer plus cher que le prix d'équilibre. L'économie réalisée par ces consommateurs est appelée le surplus des consommateurs. Ce surplus est représenté par la partie hachurée du graphique. Par une lecture graphique, Paul estime à moins de 10 unités d'aire cette partie, alors que Jeanne l'estime à plus de 10. Qui a raison ? Argumenter.

b. *Dans cette question, toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.*

Pour estimer plus précisément le surplus des consommateurs, Michel approche la courbe $\mathscr{C}_g$ par une parabole P passant par les points de coordonnées $(1\,;7)$ et $(5\,;3)$. Il a fait trois essais avec un logiciel de calcul formel, dont les résultats sont récapitulés dans le tableau ci-dessous :

	Équation de la parabole P	Estimation du surplus des consommateurs (en centaines de milliers d'euros)
Essai 1	$y = -\frac{40}{21}x^2 + \frac{292}{21}x - 5$	54,7
Essai 2	$y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{43}{6}$	14,11
Essai 3	$y = \frac{2}{21}x^2 - \frac{44}{21}x + 9$	8,0

Quel essai est le plus pertinent ? Expliquer la réponse.

Exercice 4 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et, en face de celui-ci, recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Dans le plan muni d'un repère, la parabole d'équation $y = x^2 - 3x - 1$ admet au point d'abscisse 3 une tangente d'équation

$y = -3x + 8$	$y = 3x$	$y = 3x - 10$

2. La courbe $\mathscr{H}$ représentative de la fonction h définie sur l'ensemble des nombres réels par $h(x) = \dfrac{3x+1}{x^2+x+2}$ admet une asymptote

horizontale	verticale	oblique

3. La fonction k définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $k(x) = \mathrm{e}^{1+\ln x}$

est croissante sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$	est décroissante sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$	n'est pas monotone sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$

4. Deux baisses successives de 50 % peuvent être compensées par :

deux hausses successives de 50 %	une hausse de 100 %	une hausse de 300 %

5. Une zone de reforestation a été replantée de 75 % de chênes et de 25 % de charmes. On sait que 22 % des chênes et 9 % des charmes plantés sont morts la première année. Après la première année, la part des chênes encore vivants parmi les arbres encore vivants dans cette zone de reforestation est égale à :

153 %	158,5 %	72 %

Exercice 4 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et, en face de celui-ci, recopier la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. Une forêt, exploitée depuis le premier janvier 2005, voit sa population d'arbres diminuer de 10 % chaque année. En supposant que la déforestation se poursuive à ce rythme, la population d'arbres aura diminué le premier janvier 2010 d'environ :

41 %	50 %	59 %

2. Soit la suite (V_n) définie par $V_0 = 5$, $V_1 = 7$ et $V_{n+2} = 3V_{n+1} - 2V_n$.

$V_3 = -2$	$V_3 = 19$	$V_3 = 23$

3. Dans un repère de l'espace, le plan (P) d'équation 5x - z+ 7 = 0 est parallèle à l'axe

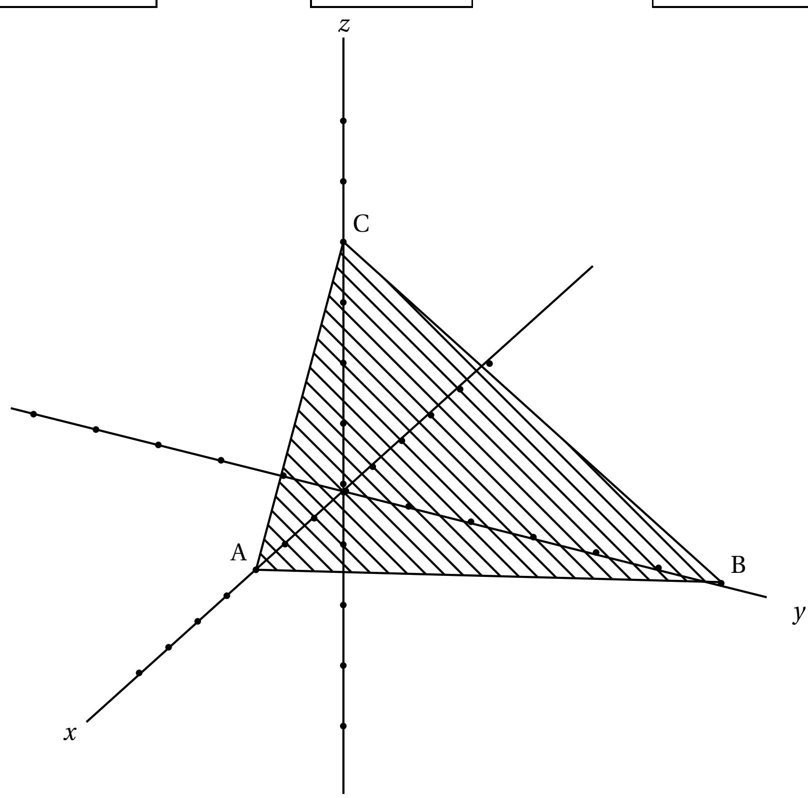
des abscisses	des ordonnées	des cotes

4. Dans un repère de l'espace, l'intersection de la surface $\mathscr{S}$ d'équation $z = x^2 - y + 3$ et du plan (Q) d'équation $z = 7$ est

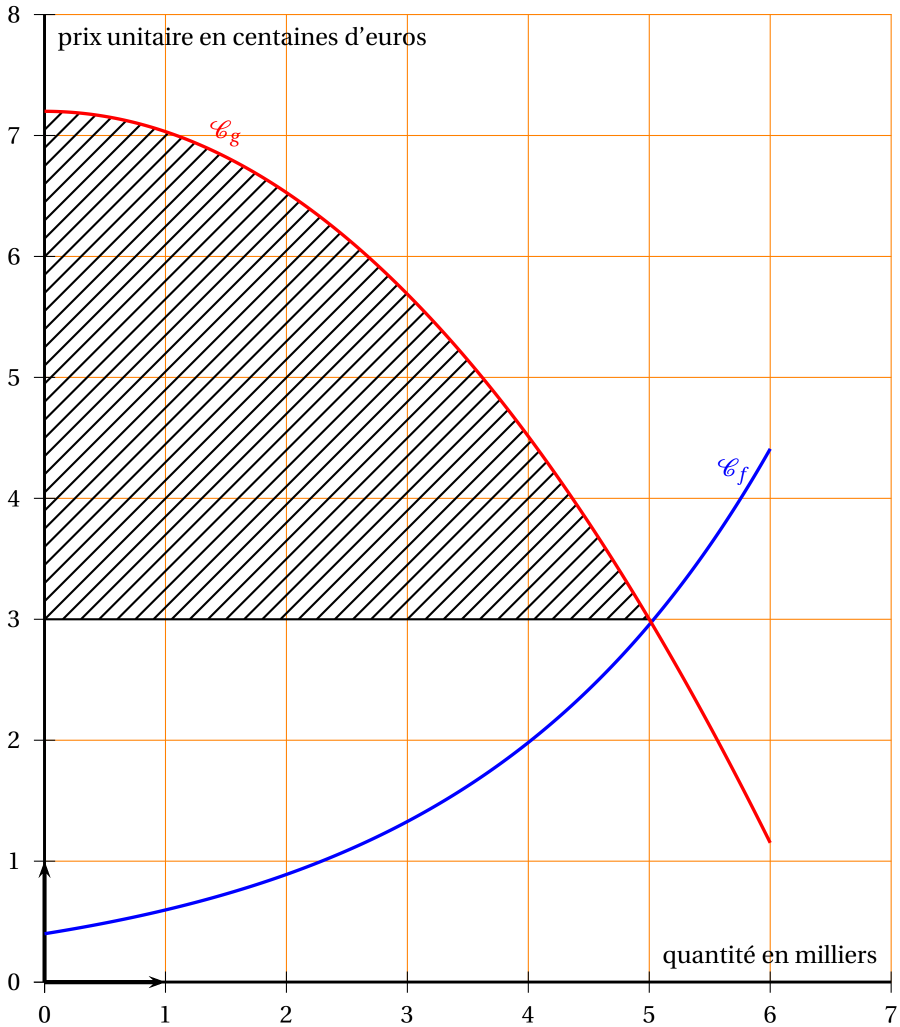
une droite	une parabole	un point

5. Le plan (ABC), dessiné ci-dessous dans un repère de l'espace, a pour équation

$3x + 6y + 4z = 9$	$2x + y - z = 6$	$4x + 2y + 3z = 12$



Annexe à rendre avec la copie



Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers 11 juin 2010 ∽

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

*Pour chacune des questions, une seule des réponses **a, b** ou **c** est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,25 point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note est ramenée à 0.*

1. Le nombre réel $e^{\frac{3x}{2}}$ est égal à :

   a. $\dfrac{e^{3x}}{e^2}$ **b.** $e^{3x} - e^2$ **c.** $\left(\sqrt{e^x}\right)^3$

2. L'équation $\ln\left(x^2 + x + 1\right) = 0$ admet sur $\mathbb{R}$:

   a. Aucune solution **b.** Une seule solution **c.** Deux solutions

3. L'équation $e^x = e^{-x}$ admet sur $\mathbb{R}$:

   a. Aucune solution **b.** Une seule solution **c.** Deux solutions

4. On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$ vérifiant la propriété suivante :
   Pour tout $x \in [1\ ;\ +\infty[$, $\dfrac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant 1$.
   On peut alors affirmer que :

   a. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ **b.** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ **c.** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

5. On considère deux fonctions f et g définies sur un intervalle I, telles que g est une primitive de la fonction f sur I. On suppose que la fonction g est croissante sur I. Alors on peut affirmer que :

   a. La fonction g est positive sur I. **b.** La fonction f est positive sur I. **c.** La fonction f est croissante sur I.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous indique l'évolution de la dette en milliards d'euros de l'État français entre 1990 et 2004 :

Année	1990	1992	1994	1996	1998	2000	2002	2004
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Dette y_i en milliards d'euros	271,7	321,4	443	540,1	613,1	683,5	773,4	872,6

Source : INSEE

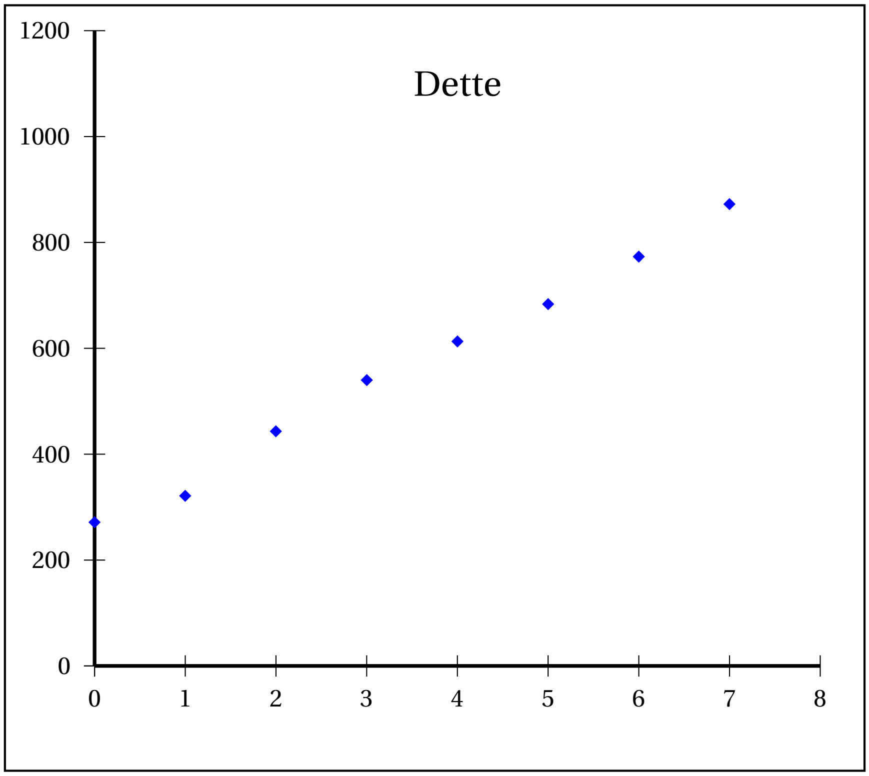
Dans tout l'exercice, on donnera des valeurs approchées arrondies au dixième.

Partie A : Étude statistique

1. Calculer la dette moyenne de l'État entre 1990 et 2004.
2. En prenant l'année 1990 comme référence (indice 100), calculer les indices correspondant à la dette de l'État de 1992 à 2004. Donner la réponse sous forme d'un tableau.
3. Déterminer le taux global d'évolution de la dette de l'État entre 1990 et 2004.
4. Déterminer le taux moyen d'évolution de la dette de l'État sur une période de deux ans.

Partie B : Interpolation et extrapolation de données

On donne ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.



La forme du nuage permet d'envisager un ajustement affIne.

1. En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
2. Selon cet ajustement, à partir de quelle année peut-on estimer que l'État aurait dépassé les 1 000 milliards de dette ?
3. Selon cet ajustement, déterminer l'année à partir de laquelle la dette de l'État sera le double de la dette de l'an 2000.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le nombre d'arbres d'une forêt, en milliers d'unités, est modélisé par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre d'arbres, en milliers, au cours de l'année $(2010 + n)$. En 2010, la forêt possède 50 000 arbres. Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.

1. Montrer que la situation peut être modélisée par :

$$u_0 = 50 \text{ et pour tout entier naturel } n \text{ par la relation : } u_{n+1} = 0,95u_n + 3.$$

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 60 - u_n$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95.

b. Calculer v_0. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.

c. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 60 - 10 \times (0,95)^n$.

3. Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2015. On donnera une valeur approchée arrondie à l'unité.

4. a. Vérifier que pour tout entier naturel n, on a l'égalité

$$u_{n+1} - u_n = 0,5 \times (0,95)^n.$$

b. En déduire la monotonie de la suite.

5. Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'arbres de la forêt aura dépassé de 10 % le nombre d'arbres de la forêt en 2010.

6. Déterminer la limite de la suite (u_n). Interpréter.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour une marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées, le GPS et le Wifi. Sur l'ensemble des téléphones portables, 40 % possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones avec l'option GPS, 60 % ont l'option Wifi.

On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis.
On considère les évènements suivants :
G : « le téléphone possède l'option GPS ».
W : « le téléphone possède l'option Wifi ».
Dans tout l'exercice, le candidat donnera des valeurs exactes.

1. Traduire les données chiffrées de l'énoncé en termes de probabilité.

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.

On suppose que la probabilité de W est : $p(\text{W}) = \dfrac{7}{10}$.

3. Déterminer la probabilité de l'évènement « le téléphone possède les deux options ».

4. Démontrer que $p_{\overline{\text{G}}}(\text{W}) = \dfrac{23}{30}$. Compléter l'arbre du **2.**

5. On choisit un téléphone avec l'option Wifi. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas l'option GPS ?

Le coût de revient par téléphone d'une option, pour le fabricant de téléphones, est de 12 euros pour l'option GPS et de 6 euros pour l'option Wifi.

6. Déterminer la loi de probabilité du coût de revient de ces deux options.

7. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Interpréter ce résultat.

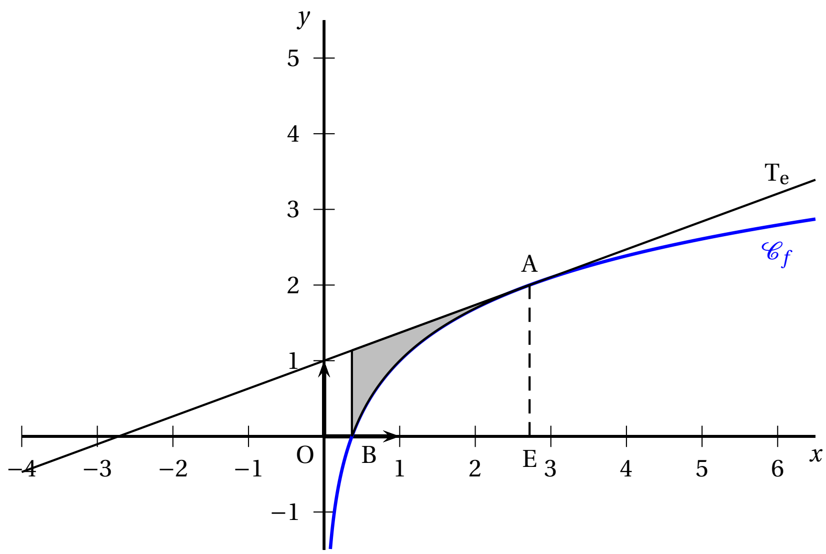
EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 1 + \ln(x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.
Le point $\mathrm{A(e\,;\,2)}$ appartient à $\mathscr{C}_f$ et on note $\mathrm{T_e}$ la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A.
Le point C est le point d'intersection de la tangente $\mathrm{T_e}$ et de l'axe des abscisses. Le point E a pour coordonnées $(\mathrm{e}\,;\,0)$.
On admettra que sur $]0~;~+\infty[$, $\mathscr{C}_f$ reste en dessous de $\mathrm{T_e}$.



1. **a.** Le point B est le point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de l'axe des abscisses.
Calculer les coordonnées du point B.

   b. Démontrer que, pour $x \geqslant \dfrac{1}{\mathrm{e}}$, $f(x) \geqslant 0$.

2. **a.** Déterminer une équation de $\mathrm{T_e}$.

   b. En déduire les coordonnées du point C.

   c. Vérifier que les points E et C sont symétriques par rapport à O, origine du repère.

   On considère la fonction g définie sur $]0~;~+\infty[$ par $g(x) = x\ln x$.

3. **a.** Démontrer que la fonction g est une primitive de la fonction f sur $]0~;~+\infty[$.

   b. En déduire la valeur exacte de $\displaystyle\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{\mathrm{e}} (1 + \ln x)\,\mathrm{d}x$. Interpréter ce nombre.

4. *Dans cette question, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte.*
Déterminer la valeur exacte de l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine limité par $\mathscr{C}_f$, $\mathrm{T_e}$ et les droites parallèles à l'axe des ordonnées passant par B et E. Ce domaine est grisé sur le graphique. Donner une valeur approchée arrondie au millième de cette aire.

∽ TES Antilles–Guyane 18 juin 2010 ∾

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

Deux annexes sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ donnée en annexe 1 est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie, dérivable et strictement décroissante sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$.
La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3 ; 0)$; on sait de plus que la droite d'équation $y = -2$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$.

1re partie *Étude préliminaire de f*
Dans cette partie, aucune justification n'est demandée.

1. Donner la limite de f en $+\infty$.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
3. Préciser le signe de f sur $[1 ; +\infty[$.

2e partie *Étude d'une fonction composée*

Pour cette partie, des justifications sont attendues.
Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$ par $g(x) = \exp(f(x))$.

1. Déterminer la limite de g lorsque x tend vers $+\infty$.
2. Résoudre sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$ l'équation $g(x) = 1$.

3e partie

La fonction f est la dérivée d'une fonction F définie sur $[1 ; +\infty[$.

1. La fonction F est représentée sur l'une des 3 courbes données en annexe 2. Préciser laquelle, en justifiant votre réponse.
2. Déterminer graphiquement $F(2)$ et $F(3)$ avec la précision permise par le graphique.
3. On s'intéresse au domaine du plan délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 3$. On notera A l'aire de ce domaine, exprimée en unités d'aire.
Donner une méthode permettant de déterminer une valeur approchée de l'aire du domaine précédemment défini et en donner une estimation.

4e partie

On donne l'expression de la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2\mathrm{e}^{-x+3} - 2.$$

Calculer l'aire A du domaine (en unités d'aire) ; on donnera la valeur exacte à l'aide du réel e, puis l'arrondi au centième.

EXERCICE 2 **5 points**
Réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un bijoutier propose des perles de culture pour fabriquer des bijoux. Il dispose dans son stock de deux types de couleurs : les perles argentées et les perles noires.
Chacune de ces perles a :

— soit une forme dite sphérique ;
— soit une forme dite équilibrée ;
— soit une forme dite baroque.

On sait que dans son stock, 44 % des perles sont équilibrées, deux cinquièmes sont baroques et les autres sont sphériques. De plus, 60 % des perles sont argentées dont 15 % sont sphériques et la moitié sont baroques.

1. Recopier le tableau des pourcentages ci-dessous et le compléter à l'aide des données de l'énoncé (on ne demande pas de justification).

	Sphérique	Équilibrée	Baroque	Total
Argentée				
Noire				
Total				100 %

2. Le bijoutier choisit une perle du stock au hasard. On suppose que chaque perle a la même probabilité d'être choisie.

On note :

— A l'évènement : « la perle est argentée » ;
— N l'évènement : « la perle est noire » ;
— S l'évènement : « la perle est de forme sphérique » ;
— E l'évènement : « la perle est de forme équilibrée » ;
— B l'évènement : « la perle est de forme baroque ».

Toutes les probabilités seront données sous forme décimale exacte.

a. Quelle est la probabilité que le bijoutier choisisse une perle de forme baroque ?

b. Quelle est la probabilité que le bijoutier choisisse une perle noire de forme équilibrée ?

c. Déterminer la probabilité de l'événement $A \cup B$ puis interpréter ce résultat.

d. Le bijoutier a choisi une perle de forme baroque. Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas argentée ?

3. Pour une création de bijou original, le bijoutier choisit dans son stock quatre perles au hasard et de manière indépendante. On admet que le nombre de perles est suffisamment grand pour que le choix d'une perle soit assimilé à un tirage avec remise.

a. Calculer la probabilité qu'aucune des quatre perles choisies ne soit argentée.

b. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une perle sphérique parmi les quatre perles choisies (donner une valeur approchée de ce résultat à 10^{-3} près).

EXERCICE 2 — 5 points

Réservé aux candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

M. et M^{me} Martin, qui habitent une grand ville, aiment beaucoup voyager. Ils prévoient toujours de partir pendant l'été, soit à l'étranger, soit de visiter une région en France.

S'ils sont restés en France une année donnée, la probabilité qu'ils partent à l'étranger l'année suivante est de 0,4.

Par contre, s'ils sont partis à l'étranger une année donnée, la probabilité qu'ils retournent à l'étranger l'années suivante est de 0,7.

En été 2009, ce couple est parti à l'étranger.

Pour tout entier naturel n, on note P_n la matrice ligne $(a_n \quad b_n)$ traduisant l'état probabiliste l'année $(2009+n)$, où a_n désigne la probabilité que ce couple soit resté en France l'année $(2009+n)$ et b_n la probabilité que ce couple soit parti à l'étranger l'année $(2009+n)$.

Partie A

1. **a.** Traduire les données par un graphe probabiliste dont les sommets seront notés F et E (F pour France et E pour étranger).

   b. En déduire la matrice de transition en prenant tout d'abord F puis E pour l'ordre des sommets. On notera M cette matrice.
2. **a.** Donner P_0, l'état probabiliste initial, l'année 2009.

   b. On donne les résultats suivants :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0{,}48 & 0{,}52 \\ 0{,}39 & 0{,}61 \end{pmatrix}, M^3 = \begin{pmatrix} 0{,}444 & 0{,}556 \\ 0{,}417 & 0{,}583 \end{pmatrix}, M^4 = \begin{pmatrix} 0{,}4332 & 0{,}5668 \\ 0{,}4251 & 0{,}5749 \end{pmatrix}.$$

   En choisissant la bonne matrice, calculer P_3. En déduire la probabilité que ce couple parte à l'étranger en 2012 *(On donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième).*
3. Soit P la matrice ligne $(x \quad y)$ donnant l'état stable où x et y sont deux réels positifs tels que $x+y=1$.

   Déterminer l'état stable puis interpréter le résultat.

Partie B

1. Montrer que pour tout entier naturel n on a : $a_{n+1} = 0{,}3a_n + 0{,}3$.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = a_n - \frac{3}{7}$.

   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. En déduire l'expression de u_n, puis celle de a_n en fonction de n.

   c. Déterminer la limite de la suite (a_n) lorsque n tend vers $+\infty$. Que retrouve-t-on ?

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne pour 6 années le nombre de spectateurs (en millions) dans les cinémas en France.

Années	1997	1999	2001	2003	2005	2007
Rang de l'année x_i $1 \leqslant i \leqslant 6$	0	2	4	6	8	10
Nombre (en millions) de spectateurs y_i, $1 \leqslant i \leqslant 6$	149,3	153,6	187,5	173,5	175,5	177,9

Source : INSEE - d'après le Centre National de la Cinématographie (CNC)

Partie 1

Pour chacune des questions ci-dessous, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25.
L'absence de réponse ne rapporte, ni n'enlève de point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

1. Le taux d'augmentation du nombre de spectateurs de 1997 à 1999 est donné par le calcul suivant :
   - $\dfrac{153,6}{149,3}$
   - $\dfrac{153,6-149,3}{153,6}$
   - $\left(\dfrac{153,6}{149,3}-1\right)$
2. En supposant que le nombre de spectateurs augmente de 1 % tous les ans, à partir de 2007, le nombre de spectateurs en 2010 est donné par le calcul suivant :
   - $(1,01\times 177,9)\times 3$
   - $1,01^3\times 177,9$
   - $0,01^3\times 177,9$
3. Entre 1997 et 2007, l'augmentation annuelle moyenne, en pourcentage, du nombre de spectateurs est, arrondie à 0,01 % :
   - 1,77 %
   - 1,92 %
   - 3,57 %
4. Sachant que de 1998 à 1999, le nombre de spectateurs (en millions) dans les cinémas en France a diminué de 10 %, le nombre de spectateurs (en millions) en 1998 arrondi au dixième était :
   - 139,6
   - 170,7
   - 138,2
5. On considère un nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$, pour $1\leqslant i\leqslant 6$, construit à partir des données du tableau donné en début d'exercice. Les coordonnées du point moyen de ce nuage sont :
   - (2002 ; 169,55)
   - (5 ; 169,55)
   - (30 ; 1017,3)
6. Supposons que l'on ait effectué un ajustement affine du nuage de points par la méthode des moindres carrés.
   (Dans l'équation de la droite de régression de y en x de la forme $y = ax + b$, on choisira les coefficients a et b arrondis au dixième).
   D'après cet ajustement :
   a. Le nombre de spectateurs sera d'environ 200 millions en :
   - 2015
   - 2013
   - 2010

   b. L'estimation (en millions) arrondi au dixième, du nombre de spectateurs en 2015 est :
   - 11 439,6
   - 228,4
   - 206

Partie 2
Justifier la réponse donnée à la question 3 de la partie 1.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 20]$ par :

$$f(x)=0,3x+1,5-0,9\ln(x+1).$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ 20]$.
Étudier les variations de f sur $[0\ ;\ 20]$ et dresser son tableau de variation.

2. On donne la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par :

$$g(x) = -0,05x - 1,5 + 0,9\ln(x+1).$$

On admet que g est strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; 17]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[17 ; 20]$.

a. Justifier qu'il existe un unique réel x_0 dans l'intervalle $[0 ; 17]$ tel que $g(x_0) = 0$.
Donner un encadrement de x_0 d'amplitude 10^{-2}.

b. En déduire le signe de $g(x)$ sur $[0 ; 20]$.

Partie B

Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats de la partie A. On demande de justifier les réponses.

Dans une petite ville, un promoteur immobilier projette de construire un lotissement dont le nombre de maisons ne pourra pas dépasser 20 maisons construites. Le coût de production, en millions d'euros, pour n maisons construites ($0 \leqslant n \leqslant 20$) est donné par :

$$C(n) = 0,3n + 1,5 - 0,9\ln(n+1).$$

Chaque maison est vendue 250 000 euros.

1. a. Calculer $C(0)$. Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

b. Combien de maisons le promoteur doit-il prévoir de construire pour que le coût de production soit minimal ?

2. a. Montrer que le bénéfice réalisé pour la fabrication de n maisons est, en millions d'euros, donné par $B(n) = -0,05n - 1,5 + 0,9\ln(n+1)$.

b. Déterminer le nombre de maisons à construire pour que le bénéfice soit maximal.
Quel est alors ce bénéfice (à 100 euros près) ?

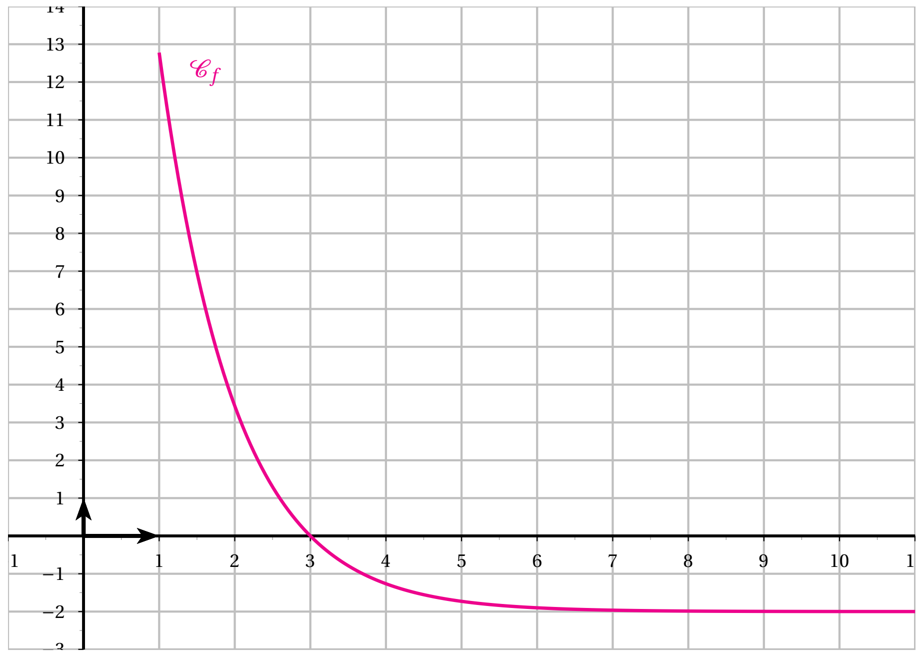
c. Déterminer le nombre minimal de maisons à construire pour que le promoteur ne travaille pas à perte.

Pour la question suivante, on explicitera la démarche utilisée. Toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

d. À partir de combien de maisons construites le bénéfice du promoteur est-il supérieur à 200 000 euros ?

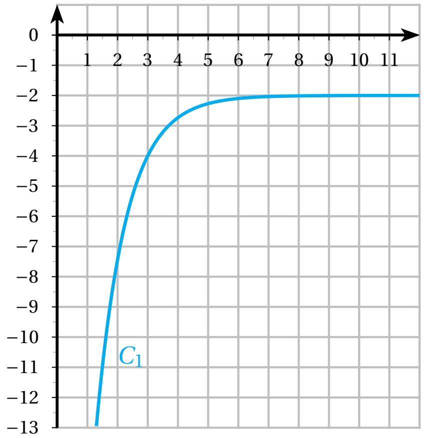
FEUILLE ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Exercice 1, 1re partie

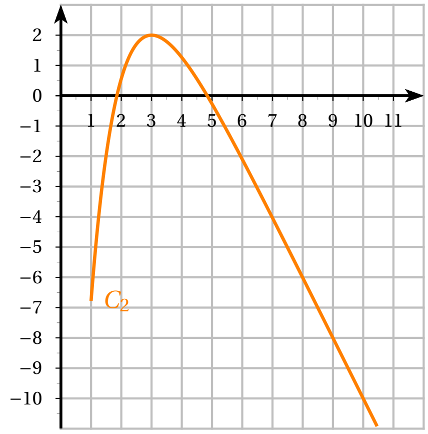


FEUILLE ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

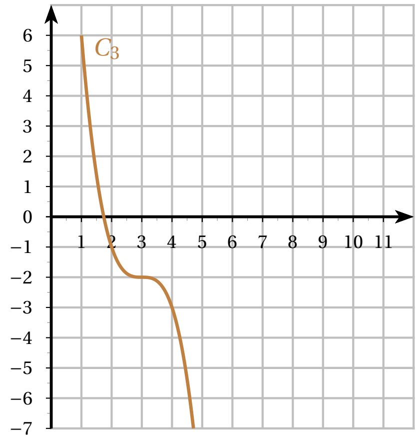
Exercice 1, 3ᵉ partie



Courbe n° 1



Courbe n° 2



Courbe n° 3

Baccalauréat ES Métropole 23 juin 2010

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une seule réponse par question est acceptée et ***aucune justification n'est demandée.***
Une bonne réponse rapporte un point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. ***Indiquer sur la copie le numéro*** *de la question* ***et la réponse choisie.*** *correspondante.*

Question 1

Le nombre -3 est solution de l'équation :

- $\ln x = -\ln 3$
- $\ln\left(e^x\right) = -3$
- $e^{\ln x} = -3$
- $e^x = -3$

Question 2

La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2} ; +\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{-2x^3 + 3x}{(2x-1)^3}$ est :

- $-\infty$
- $+\infty$
- -1
- $-\dfrac{1}{4}$

Question 3

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 3\ln x - 2x + 5$.
Dans le plan muni d'un repère, la tangente à la courbe représentative de la fonction f en son point d'abscisse 1 admet pour équation :

- $y = x + 2$
- $y = -x + 4$
- $y = 3x + 1$
- $y = x + 3$

Question 4

Un jeu consiste à lancer une fois un dé cubique non pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
Un joueur donne 3 euros pour participer à ce jeu.
Il lance le dé et on lit le numéro inscrit sur la face supérieure de ce dé :

- si le numéro est 1, le joueur reçoit 10 euros,
- si le numéro est 2 ou 4, il reçoit 1 euro,
- sinon, il ne reçoit rien.

À ce jeu, l'espérance mathématique du gain algébrique, exprimée en euros, est :

- 1
- 0
- -1
- -2

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise a équipé chacun de ses employés d'un seul ordinateur.
Pour le suivi de ses ordinateurs, l'entreprise fait appel à un même service de maintenance informatique.
Pour évaluer ce service, l'entreprise réalise une enquête et dispose ainsi, pour chaque employé, d'une fiche précisant la marque de son ordinateur et son avis sur le service de maintenance.

Il y a trois marques d'ordinateurs Aliet, Balart et Celt.

- 25 % des employés ont un ordinateur Aliet,
- 40 % des employés ont un ordinateur Balart,
- le reste des employés a un ordinateur Celt.

L'enquête a fourni les résultats suivants :

- parmi les employés équipés d'un ordinateur Aliet, 90 % sont satisfaits du service de maintenance,
- parmi les employés équipés d'un ordinateur Balart, 65 % sont satisfaits du service de maintenance,
- parmi les employés équipés d'un ordinateur Celt, 80 % sont satisfaits du service de maintenance.

On choisit au hasard la fiche d'un employé de l'entreprise, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.
On note :

- A l'évènement : « La fiche choisie est celle d'un employé équipé d'un ordinateur Aliet »,
- B l'évènement : « La fiche choisie est celle d'un employé équipé d'un ordinateur Balart »,
- C l'évènement : « La fiche choisie est celle d'un employé équipé d'un ordinateur Celt »,
- S l'évènement : « La fiche choisie est celle d'un employé satisfait du service de maintenance ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un employé équipé d'un ordinateur Aliet et satisfait du service de maintenance.
3. Démontrer que la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un employé satisfait du service de maintenance est $0,765$.
4. Sachant que la fiche choisie est celle d'un employé satisfait du service de maintenance, calculer la probabilité que cet employé soit équipé d'un ordinateur de la marque Celt.
   Le résultat sera arrondi à 10^{-3}.

EXERCICE 2 **4 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un équipementier fabrique pour une usine de l'industrie automobile deux types de sièges : un modèle « luxe » et un modèle « confort ».
Soit x le nombre, exprimé en **centaines**, de sièges « luxe » et y le nombre, exprimé en centaines, de sièges « confort » produits chaque mois.
La fonction coût mensuel de production est la fonction F définie pour x et y appartenant à l'intervalle $[0\,;\,3]$ par :

$$F(x,\ y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6.$$

$F(x,\ y)$ désigne le coût mensuel de production, exprimé en **dizaines de milliers** d'euros, pour x **centaines** de sièges « luxe » et pour y **centaines** de sièges « confort ».

1. Au mois de janvier 2010, l'équipementier a produit 120 sièges « luxe » et 160sièges « confort ».
   Justifier que le coût de production mensuel a été 12 000 euros.
2. Vérifier que, x et y étant deux nombres réels, $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + 1$.
   En déduire que le coût de production mensuel minimal est 10 000 euros.
   Préciser pour quelles quantités mensuelles respectives de sièges « luxe » et « confort » produites ce coût de production est obtenu.
3. À partir du mois de juillet 2010, la production mensuelle prévue de sièges est exactement 250.

a. Justifier que $y = 2,5 - x$.
Démontrer que, sous cette condition, le coût de production mensuel, exprimé en dizaines de milliers d'euros, est égal à $2x^2 - 3x + 2,25$.

b. On note f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,2,5]$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 2,25$.
Dresser en le justifiant le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2,5]$.

c. En déduire les quantités mensuelles respectives de sièges « luxe » et « confort » que l'équipementier doit produire à partir du mois de juillet 2010 pour minimiser le coût mensuel de production. Préciser ce coût minimal.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Pour i nombre entier variant de 0 à 8, on définit le tableau suivant qui donne les valeurs du SMIC horaire brut, exprimé en euros, de 2001 à 2009 (source INSEE).

On se propose d'en étudier l'évolution :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
SMIC horaire brut (en euros), y_i	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27	8,44	8,71	8,82

Dans tout l'exercice les pourcentages seront arrondis à 0,01 % et les valeurs du SMIC horaire brut au centime d'euro.

Partie A : Observation des données

1. Pour i entier variant de 0 à 8, représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\,;\,y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal défini de la façon suivante :
   - sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 1 cm pour 1 année,
   - on graduera l'axe des ordonnées en commençant à 6 et on choisira 5 cm pour 1 euro.
2. Calculer le pourcentage d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut entre 2001 et 2009,
3. Démontrer qu'une valeur approchée du pourcentage annuel moyen d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut entre 2001 et 2005 est 4,75 %.

On observe sur le graphique un changement de tendance à partir de 2005 *: le pourcentage annuel moyen d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut est alors de* $2,4$ *% environ.*
En supposant que cette nouvelle tendance se poursuive, on désire estimer la valeur du SMIC horaire brut en 2012.
Dans la suite de l'exercice, on ne s'intéresse qu'au sous-nuage constitué des cinq derniers points M_4, M_5, M_6, M_7 et M_8 du nuage précédent.

Partie B : Modélisation de la série statistique $\left(x_i\,;\,y_i\right)_{4 \leqslant i \leqslant 8}$ par un ajustement exponentiel

En observant le pourcentage annuel moyen d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut entre 2005 et 2009, on estime à $8,03 \times 1,024^n$ la valeur, exprimée en euros, du SMIC horaire brut pour l'année $2005 + n$, n désignant un entier naturel.
On considère que ce nouveau modèle reste valable jusqu'à l'année 2016.

1. Calculer une estimation de la valeur du SMIC horaire brut en 2012.
2. À partir de quelle année la valeur du SMIC horaire brut dépassera-t-elle 10 euros ?

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

L'annexe 1 est à rendre avec la copie

Un nouveau modèle de mini-ordinateur portable est mis sur le marché. Soit x la quantité d'appareils pouvant être vendus, exprimée en milliers.
La fonction d'offre de cet appareil est la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;35]$ par :

$$f(x) = 153\mathrm{e}^{0,05x}.$$

Le nombre réel $f(x)$ désigne le prix unitaire en euros d'un appareil, proposé par les fournisseurs, en fonction de la quantité x, exprimée en milliers, d'appareils pouvant être vendus.
La fonction de demande de cet appareil est la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;35]$ par :

$$g(x) = -116\ln(x+1) + 504.$$

Le nombre réel $g(x)$ désigne le prix unitaire en euros d'un appareil, accepté par les consommateurs, en fonction de la quantité x, exprimée en milliers, d'appareils disponibles.

1. **a.** Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;35]$.

   b. Démontrer que la fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $[0\,;35]$.

   c. Les courbes représentatives respectives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g, tracées dans un repère orthogonal, sont fournies en annexe 1 **à rendre avec la copie.**

   Lire avec la précision autorisée par le graphique une valeur approchée des coordonnées de leur point d'intersection E.

2. Afin de déterminer les coordonnées du point E de façon précise, on est amené à résoudre dans l'intervalle $[0\,;35]$ l'équation $f(x) = g(x)$.

   Pour cela, on considère la fonction h définie sur l'intervalle $[0\,;35]$ par $h(x) = f(x) - g(x)$.

   a. Déterminer le sens de variation de la fonction h sur l'intervalle $[0\,;35]$.

   On pourra utiliser la question 1.

   b. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $[0\,;35]$.

   c. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'arrondi de x_0 au millième.

   d. On pose $y_0 = f(x_0)$. En utilisant la question précédente, calculer l'arrondi de y_0 au centième.

   e. Sachant que y_0 représente le prix unitaire d'équilibre de cet appareil, préciser ce prix à un centime d'euro près. Quel est le nombre d'appareils disponibles à ce prix ?

3. On prendra dans cette question $x_0 = 8,871$ et $y_0 = 238,41$.

   a. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;35]$.

   b. On appelle surplus des fournisseurs le nombre réel S défini par la formule :

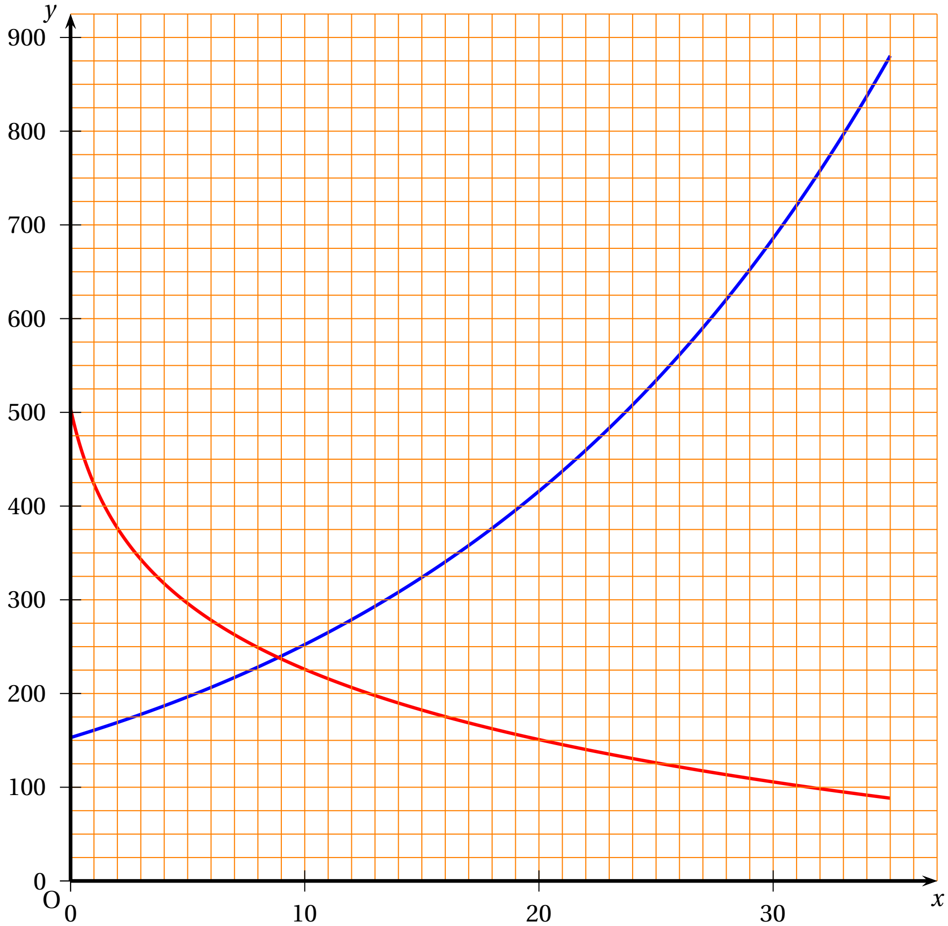
   $$S = x_0 \times y_0 - \int_0^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

   Hachurer, sur le graphique de la feuille annexe 1 **à rendre avec la copie**, le domaine du plan dont l'aire en unités d'aire est le nombre réel S.

   Déterminer la valeur arrondie au millième du nombre réel S.

ANNEXE 1 : à rendre avec la copie

Exercice 4 : commun à tous les candidats



Baccalauréat ES La Réunion 23 juin 2010

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule réponse est exacte. Le candidat notera à chaque fois sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

Le barème sera établi comme suit :

pour une réponse exacte aux questions 1, 2, 3 et 4 : 0,5 point,
pour une réponse exacte aux questions 5 et 6 : 1 point,
pour une réponse fausse ou l'absence de réponse : 0 point.

Pour toutes les questions, on considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x+1}.$$

On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère donné du plan.

1. On a :

- $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -1$
- $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = 2$
- $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -\infty$

2. La courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote d'équation :

- $y = 2$
- $y = -1$
- $x = 2$

3. Pour tout réel x de l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$, $f(x)$ peut s'écrire :

- $f(x) = \dfrac{2x}{x+1}$
- $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$
- $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$

4. Le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$ est donné par le tableau :

-

x	-1		0		$+\infty$
$f(x)$	‖	$-$	0	$+$	

-

x	-1		$+\infty$
$f(x)$	‖	$+$	

-

x	-1		$-\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	‖	$-$	0	$+$	

5. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est :

- $\dfrac{3}{2}$
- $\dfrac{1}{4}$
- $-\dfrac{1}{2}$

6. L'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$, est égale à :

- $-2 + \ln 2$
- $2 - \ln 2$
- $\dfrac{3}{2}$

EXERCICE 2 **5 points**

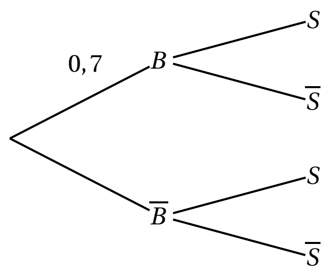
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un chalutier se rend sur sa zone de pêche. La probabilité qu'un banc de poissons soit sur cette zone est de $0,7$. Le chalutier est équipé d'un sonar pour détecter la présence d'un banc de poissons. Si un banc est présent, le sonar indique la présence du banc dans 80 % des cas. S'il n'y pas de banc de poissons dans la zone de pêche, le sonar indique néanmoins la présence d'un banc dans 5 % des cas.

On note :

B l'évènement : « il y a un banc de poissons sur zone » et $\overline{B}$ l'évènement contraire de B,
S l'évènement : « le sonar indique l'existence d'un banc de poissons » et $\overline{S}$ l'évènement contraire de S.

1. Reproduire et compléter l'arbre pondéré suivant. Le détail des calculs n'est pas demandé.



2. Déterminer la probabilité $p(B \cap S)$ qu'il y ait un banc de poissons sur la zone et que le sonar le détecte.

3. Montrer que la probabilité que le sonar indique la présence d'un banc de poissons (réel ou fictif) est $0,575$.

4. Lors d'une sortie en mer, le pêcheur se trouve toujours dans l'une des trois situations suivantes :

Situation 1 : un banc de poissons est présent sur la zone et le sonar le détecte. Le filet est lancé et la pêche est fructueuse. Dans ce cas le pêcheur gagne 2 000 euros.
Situation 2 : il n'y a pas de banc de poissons sur zone mais le sonar en signale un. Le filet est lancé pour rien. Dans ce cas le pêcheur perd 500 euros.
Situation 3 : le sonar ne détecte aucun banc de poisson (qu'il y en ait ou pas). Le filet n'est pas lancé et le bateau rentre au port à vide. Dans ce cas le pêcheur perd 300 euros.

a. Reproduire et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité du « gain » (positif ou négatif) réalisé.

Gain : x_i	2 000	-500	-300
Probabilité : p_i			

b. Le pêcheur effectue de nombreuses sorties. Quel gain par sortie peut-il espérer avoir ?

5. Le pêcheur prévoit d'effectuer trois sorties successives sur la zone de pêche. Déterminer la probabilité que, pour les trois sorties, le sonar reste muet, c'est-à-dire n'indique pas la présence d'un banc de poissons. *On donnera la valeur approchée arrondie au millième de ce résultat.*

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Une étude statistique est réalisée chaque trimestre sur une population composée initialement de fumeurs. Certains d'entre eux s'arrêtent de fumer, d'autres qui ont arrêté, redeviennent fumeur.
On estime que :

— si un individu est fumeur, la probabilité qu'il arrête de fumer (qu'il devienne non fumeur) le trimestre suivant est 0,2;

— si un individu a arrêté de fumer (il est considéré alors comme non fumeur), la probabilité qu'il redevienne fumeur le trimestre suivant est 0,3.

On notera X l'évènement « l'individu est fumeur »et Y l'évènement « l'individu est non fumeur ».

1. Représenter les données précédentes par un graphe probabiliste et donner sa matrice de transition que l'on notera M (aucune justification n'est demandée, on respectera l'ordre alphabétique des sommets).
2. Pour un entier naturel n donné, on note x_n la proportion de fumeurs dans la population et y_n la proportion de non fumeurs au trimestre de rang n. On note $E_n = \begin{pmatrix} x_n & y_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste du système au trimestre de rang n.
   On étudie une population initiale où tous les individus sont fumeurs. On a donc : $E_0 = (1 \quad 0)$.
   a. Vérifier que la proportion de fumeurs à l'issue de deux trimestres est 0,7.
   b. Déterminer l'état E_4 de la population à l'issue d'une année.
3. La répartition fumeurs/non fumeurs de la population converge vers un état stable : $E = (x \quad y)$. Déterminer cet état.

Partie B

Le chiffre d'affaires d'un débitant de tabac sur une période donnée est fonction de deux variables : le nombre de consommateurs, c'est-à-dire de fumeurs, et le prix moyen du paquet de tabac.
On appelle z le chiffre d'affaire en milliers d'euros, x le nombre de consommateurs en milliers et y le prix du paquet de tabac en euros. On admettra que $z = xy$.
Dans l'espace, muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on désigne par S la surface d'équation $z = xy$.

1. Le débitant a pour clients 1 000 consommateurs réguliers et le prix moyen du paquet de tabac est de 5 euros.
   a. Quel est le chiffre d'affaires réalisé par le débitant ?
   b. Soit, dans un plan P parallèle au plan de base $x\text{O}y$, la ligne de niveau $z = 5$ de la surface S. On a tracé cette ligne de niveau sur la figure 1 donnée en annexe 1. Donner son équation de la forme $y = f(x)$.
2. Le nombre de consommateurs passe de 1 000 à 600. Quel devrait être, au centime d'euros près, le nouveau prix du paquet de tabac pour que le chiffre d'affaires du débitant reste égal à 5 000 € ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

L'Organisation des Nations Unies (ONU) a établi en 2008 des statistiques et des prévisions sur la population mondiale.

Le tableau suivant donne la population recensée par l'ONU. (*La population en* 2010 *est considérée par l'ONU comme très proche de la réalité compte tenu de la date à laquelle l'étude a été effectuée.*)

Année	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Population (en millions de personnes) : y_i	2 529	3 023	3 686	4 438	5 290	6 115	6 908

1. **a.** Calculer l'augmentation de population entre les années 1950 et 1960, puis entre les années 1970 et 1980, puis entre les années 1990 et 2000.
   Un ajustement affine est-il pertinent ?

   b. Calculer le pourcentage d'augmentation de la population mondiale entre les années 1990 et 2000. On donnera la valeur arrondie à 0,1 % près.

2. On envisage un ajustement exponentiel.

   a. Pour chaque année x_i, calculer $\ln y_i$ et compléter le tableau suivant sur la feuille donnée en annexe 1 avec les valeurs approchées arrondies à 0,01 près.

Année	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

   b. Représenter le nuage de points $M_i\,(x_i\,;\,z_i)$ sur la feuille donnée en annexe 1.

3. **a.** Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Aucune justification n'est demandée, les calculs seront effectués avec la calculatrice et les coefficients arrondis au millième.

   b. Tracer cette droite d'ajustement sur le graphique de la question 2.

4. Déduire de l'ajustement précédent l'expression de la population y donnée en fonction du rang x de l'année, sous la forme : $y = A\mathrm{e}^{Bx}$ où A et B sont des nombres réels à déterminer.
   On arrondira A à l'unité et B au millième.

5. On suppose que $y = 2\,180\mathrm{e}^{0,171x}$. Quelle estimation peut-on alors donner pour la population mondiale en 2030 ?
   On donnera les valeurs approchées arrondies au million près.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Suite à un accident industriel, un gaz se répand dans un local d'usine.
L'évolution du taux de gaz dans l'air peut être modélisé grâce à la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 2x\mathrm{e}^{-x}$$

où x est le nombre de minutes écoulées depuis l'accident et $f(x)$ le taux de gaz dans l'air exprimé en parties pour million (ppm).

1. **a.** On rappelle que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{\mathrm{e}^x}\right) = 0$. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe pour x élément de l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

Donner le tableau complet des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

2. On admet que le taux de gaz dans l'air est négligeable après 5 minutes. C'est pourquoi, dans la suite de l'exercice, on restreindra l'étude de la fonction f à l'intervalle $[0\,;5]$.

Le plan est muni d'un repère orthogonal. La courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;5]$ est donnée en annexe 2.

a. Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par

$F(x) = (-2-2x)\text{e}^{-x}$ est une primitive de f sur cet intervalle.

b. Calculer la valeur moyenne m (exprimée en ppm) du taux de gaz pendant les 5 minutes.

On déterminera la valeur exacte de m puis on donnera sa valeur approchée arrondie à $0,01$ ppm près.

3. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère que le gaz a un effet irritant pour l'organisme si le taux dépasse $0,65$ ppm pendant plus d'une minute. Déterminer si le personnel de l'usine a été affecté ou non par la fuite de gaz, en explicitant la démarche.

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

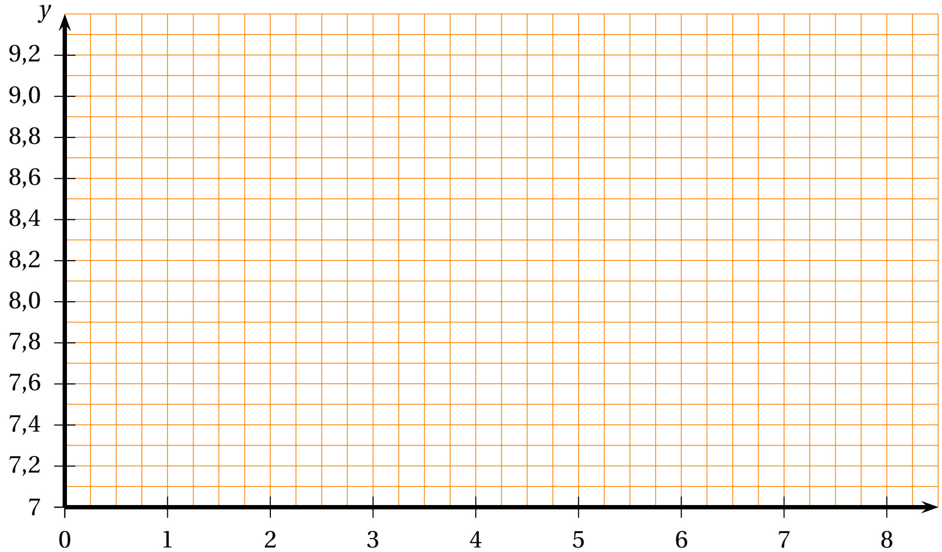
EXERCICE 3 (commun à tous les candidats)

Question 2 :

Tableau à compléter :

Année	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

Représentation du nuage de points $M_i\,(x_i\ ;\ z_i)$:



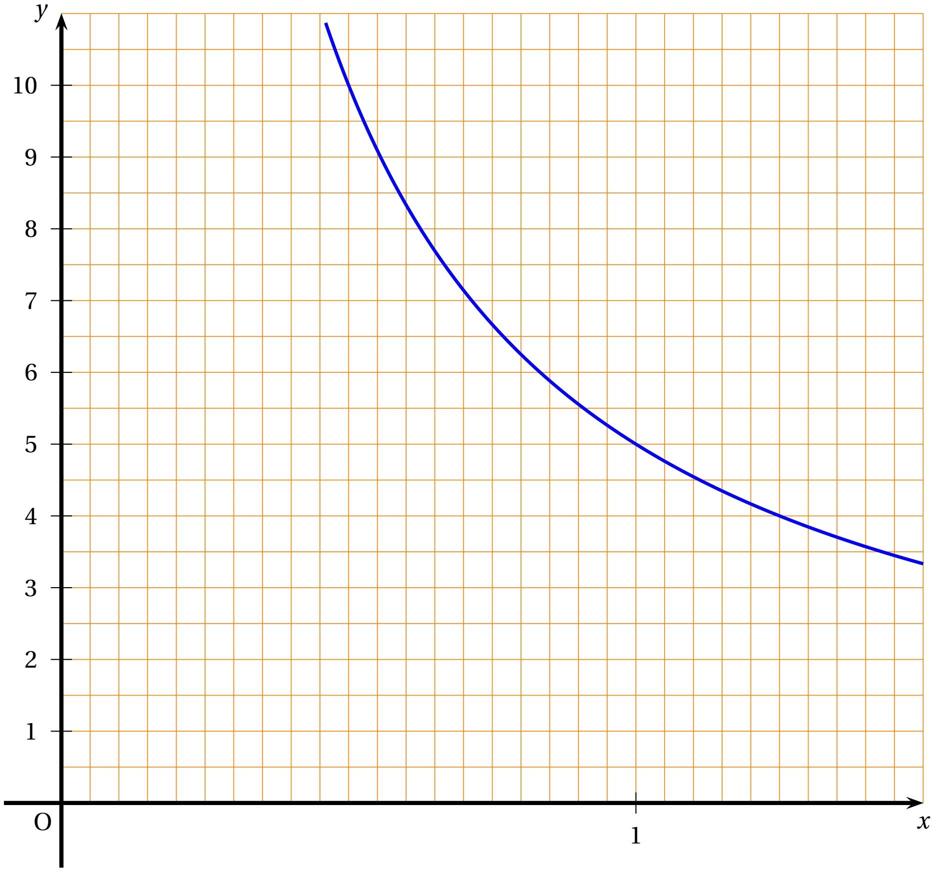
ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Exercice 4 (commun à tous les candidats)

Représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.

ANNEXE 1 - Exercice 2 (candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

Ligne de niveau $z = 5$ de la surface S.



∽ Baccalauréat ES Polynésie 11 juin 2010 ∾

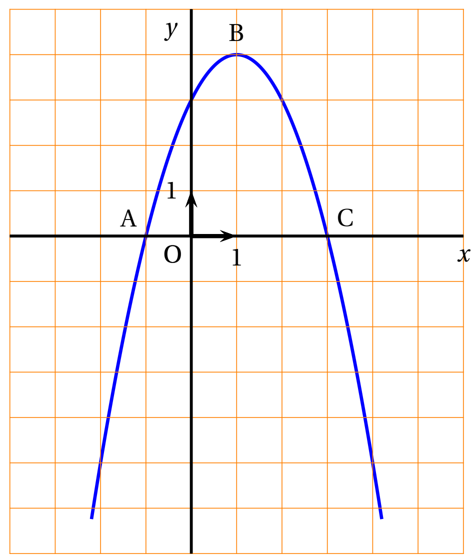
Exercice 1 **3 points**

Commun à tous les candidats.

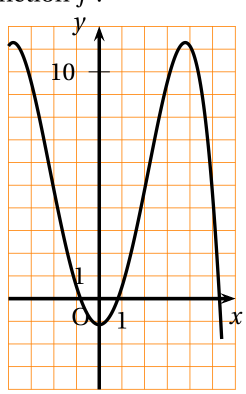
Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule réponse est exacte.
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,5 *point, l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, il est ramené à zéro.*

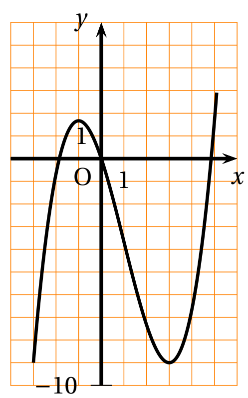
1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4 ; 6]$ dont la courbe est représentée sur la figure ci-dessous dans un repère orthonormé.
Les points $A(-1 ; 0)$, $B(1 ; 4)$, et $C(3 ; 0)$ appartiennent à la représentation graphique de f.



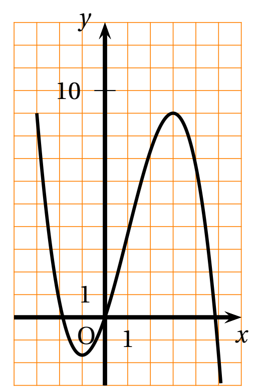
Parmi les trois courbes suivantes, laquelle est la représentation graphique d'une primitive de la fonction f ?



Courbe $\mathscr{C}_1$



Courbe $\mathscr{C}_2$



Courbe $\mathscr{C}_3$

2. Une primitive de la fonction g définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\text{e}^x$ est la fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par :

- $G(x) = \dfrac{x^2}{2}\text{e}^x$
- $G(x) = (x+1)\text{e}^x$
- $G(x) = (x-1)\text{e}^x$

3. La fonction h définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $h(x) = 0,8^x$ est égale à la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par :

- $k(x) = \text{e}^{x\ln(0,8)}$
- $k(x) = \text{e}^{0,8\ln(x)}$
- $k(x) = 0,8\text{e}^x$

Exercice 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans le service informatique d'une société, chaque informaticien a le choix entre deux logiciels de gestion : d'une part le logiciel Bestmath, leader du marché, et d'autre part le logiciel Aurora, son concurrent. Le chef de réseau informatique enregistre chaque année, en janvier, le nombre d'utilisateurs des deux logiciels et fournit des rapports réguliers sur le comportement des utilisateurs. Lors de l'enquête de janvier 2009, la probabilité qu'un informaticien pris au hasard utilise le logiciel Aurora est $0,32$.
Lors de l'enquête suivante en janvier 2010, il a été constaté que 20 % des utilisateurs d'Aurora avaient changé de logiciel et utilisaient désormais Bestmath, tandis que 25 % des utilisateurs de Bestmath avaient changé de logiciel et utilisaient désormais Aurora.

On interroge un informaticien au hasard et on définit les évènements suivants :

— A_1 : « la personne interrogée a choisi le logiciel Aurora la première année » ;
— B_1 : « la personne interrogée a choisi le logiciel Bestmath la première année » ;
— A_2 : « la personne interrogée a choisi le logiciel Aurora la deuxième année » ;
— B_2 : « la personne interrogée a choisi le logiciel Bestmath la deuxième année » ;

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'un informaticien utilise le logiciel Bestmath la première et la deuxième année.
3. Vérifier que la probabilité de l'évènement B_2 est $p(B_2) : 0,574$.
4. Calculer la probabilité qu'un informaticien ait utilisé le logiciel Bestmath la première année, sachant qu'il l'utilise la deuxième année (on donnera le résultat arrondi au millième).
5. On interroge au hasard et de façon indépendante trois informaticiens du service.
   a. Calculer la probabilité qu'au moins un des trois informaticiens ait utilisé le logiciel Aurora la deuxième année (on donnera une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près).
   b. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Calculer la probabilité qu'exactement deux des trois informaticiens aient utilisé le logiciel Aurora la deuxième année (on donnera une valeur approchée à 10^{-3} près).

Exercice 2 — 5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une société, le service informatique utilise deux logiciels de gestion : d'une part, le logiciel Aurora, leader du marché, et d'autre part le logiciel Bestmath, son concurrent. Le chef de réseau informatique enregistre chaque année, en janvier et en juillet, le nombre d'utilisateurs des deux logiciels et fournit des rapports réguliers sur le comportement des utilisateurs.

Lors de l'enquête de janvier 2009, le chef de réseau a constaté que 32 % des informaticiens utilisait le logiciel Aurora, les autres informaticiens utilisaient le logiciel Bestmath.
Lors de chaque relevé suivant (juillet 2009, janvier 2010, ...), le chef du réseau informatique a constaté que 20 % des utilisateurs du logiciel Aurora avaient changé de logiciel et utilisaient désormais le logiciel Bestmath, tandis que 25 % des utilisateurs du logiciel Bestmath avaient changé de logiciel et utilisaient désormais Aurora.
Les semestres sont comptés à partir de janvier 2009, que l'on appellera semestre 0 (juillet 2009 est donc le semestre 1).
Pour tout entier naturel n, on désigne par :

- a_n la probabilité qu'un informaticien pris au hasard utilise le logiciel Aurora le semestre n ;
- b_n la probabilité qu'un informaticien pris au hasard utilise le logiciel Bestmath le semestre n.

1. **a.** Traduire les données l'énoncé par un graphe probabiliste.
b. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

2. **a.** On note $P_0 = (a_0 \quad b_0)$ l'état initial de ce graphe en janvier 2009. Déterminer P_0.
b. On appelle P_1 l'état de la société en juillet 2009. Vérifier que
$P_1 = (0,426 \quad 0,574)$.
c. On appelle P_2 l'état en janvier 2010. Déterminer P_2 (les résultats seront arrondis à 10^{-3}).

3. Dans cette partie on étudie la suite (a_n).
a. Démontrer que pour tout entier naturel n on a : $a_{n+1} = 0,55a_n + 0,25$.
b. On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par :
$U_n = \dfrac{5}{9} - a_n$.
Démontrer que la suite (U_n) est géométrique, déterminer sa raison ainsi que le premier terme.
c. En déduire l'expression de U_n puis de a_n en fonction de n.

4. Soit $P = (x \quad y)$ l'état probabiliste stable.
a. Déterminer x et y.
b. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans dans l'évaluation.*
On suppose que l'utilisation du logiciel Aurora dans l'entreprise progresse régulièrement de la même façon. Le distributeur du logiciel Aurora peut-il espérer que son logiciel soit utilisé un jour par plus de 60 % des informaticiens de l'entreprise ?

Exercice 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Dans le cadre de son action en faveur du développement durable, le conseil Régional d'une région A de France métropolitaine rassemble et analyse des données sur la circulation des déchets valorisables par le recyclage. Depuis 2000, le ministère de l'Environnement fournit des données statistiques sur les quantités de déchets exportés de la région A en vue de leur valorisation.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i $1 \leqslant i \leqslant 7$	1	2	3	4	5	6	7
Déchets exportés y_i (en tonnes) $1 \leqslant i \leqslant 7$	797	816	1 140	1 921	2 199	3 165	4 195

Source : Ministère de l'Environnement (MEEDDAT)

1. Sur la feuille de papier millimétré jointe, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ $(1 \leqslant i \leqslant 7)$, le plan étant rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 200 tonnes sur l'axe des ordonnées.
2. On considère qu'un ajustement exponentiel est adapté à l'analyse. Pour $1 \leqslant i \leqslant 7$ on pose alors $z_i = \ln y_i$.

   a. Recopier sur votre copie le tableau ci-dessous et le compléter avec les valeurs de z_i arrondies au centième :

Rang x_i de l'année $1 \leqslant i \leqslant 7$	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i \quad 1 \leqslant i \leqslant 7$							

   b. À l'aide de la calculatrice, et en utilisant les données du tableau ci-dessus, donner une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $z = ax + b$ (les coefficients seront arrondis au millième).

   c. En déduire une approximation de la quantité de déchets exportés y_i, exprimée en tonnes, en fonction du rang de l'année x sous la forme

$$y = \alpha \mathrm{e}^{\beta x}$$

3. Selon cet ajustement, quelle quantité de déchets, arrondie à une centaine de tonnes, peut être exportée de la région A en vue d'une valorisation à l'horizon 2011 ?

Exercice 4 — 7 points

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = -0,25x^2 + 2x + 3\ln(x+1) - 1,75 - 3\ln 2.$$

1. Calculer $f(0)$ et $f(1)$.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $[0\,;\,10]$; on note f' sa fonction dérivée sur cet intervalle.

   Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,10]$,

$$f'(x) = \frac{-0,5(x+2)(x-5)}{x+1}.$$

3. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;\,10]$.

   b. Déterminer les variations de la fonction f sur $[0\,;\,10]$.

   c. Calculer la valeur exacte puis la valeur décimale arrondie au dixième du maximum de la fonction f sur $[0\,;\,10]$.
4. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[5\,;\,10]$ une solution unique x_0.

   b. Donner, à l'aide de la calculatrice, la valeur approchée par défaut à 10^{-1} de x_0.
5. On admet qu'une primitive de la fonction f sur $[0\,;\,10]$ est la fonction F définie par :

$$F(x) = -\frac{1}{12}x^3 + x^2 - (4,75 + 3\ln 2)x + 3(x+1)\ln(x+1).$$

   Montrer que la valeur décimale arrondie au dixième de $\displaystyle\frac{1}{10}\int_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$ est $2,8$.

Partie B

À l'approche des fêtes de fin d'année, un supermarché souhaite commercialiser des guirlandes de Noël.
On note x le nombre de guirlandes qu'il souhaite vendre (en milliers de guirlandes). On suppose que x est un réel compris entre 0 et 10.
Le bénéfice réalisé pour la vente de x milliers de guirlandes, exprimé en milliers d'euros, est donné par la fonction f définie sur $[0\,;\,10]$ par :

$$f(x) = -0,25x^2 + 2x + 3\ln(x+1) - 1,75 - 3\ln 2.$$

Déduire de la **partie A** les réponses aux questions suivantes (les réponses seront données à la centaine de guirlandes vendues près). On explicitera la méthode utilisée.

1. Combien de guirlandes le supermarché doit-il vendre pour réaliser un bénéfice sur ce produit ?
2. Combien de guirlandes le supermarché doit-il vendre pour réaliser un bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice maximal ? (à 100 euros près).
3. Quel bénéfice moyen peut espérer le supermarché en vendant entre 0 et 10 000 guirlandes ?

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2010 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires du commerce équitable en France, exprimé en millions d'euros.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : $x_i \quad 1 \leqslant i \leqslant 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires du commerce équitable en millions d'euros : $y_i \quad 1 \leqslant i \leqslant 8$	12	21	37	70	120	166	210	256

(Source : *M. H. leader du commerce équitable mondial*)

1. **a.** En 2007, le commerce de détail en France a généré un chiffre d'affaires de 447 milliards d'euros. (Source : INSEE). En 2007, quelle est la part du chiffre d'affaires du commerce équitable par rapport à celui du commerce de détail? (on donnera le résultat en pourcentage arrondi à 0,001 %).

   b. Calculer le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires du commerce équitable en France entre 2005 et 2008 (on donnera le résultat en pourcentage arrondi à 1 %).

   Dans la suite de l'exercice, on souhaite estimer en quelle année le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007.

2. Ajustement affine

   a. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ $(1 \leqslant i \leqslant 8)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 20 millions d'euros en ordonnée; l'origine du repère sera prise dans le coin gauche de la feuille de papier millimétré).

   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D d'ajustement de y en x. Les coefficients seront arrondis au dixième. Tracer la droite D dans le repère précédent.

   c. En utilisant cet ajustement affine, à partir de quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007?

3. Ajustement parabolique

   Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

   L'allure du nuage suggère de choisir un ajustement parabolique.
   On propose d'ajuster le nuage par la parabole P d'équation $y = 3x^2 + 7x - 4$, x étant un nombre réel supérieur ou égal à 1.
   En utilisant cet ajustement, en quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007?

Exercice 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.
Une enquête est faite auprès des 1 200 employés de cette entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport (les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion ou l'autocar).

Partie A

Les résultats de l'enquête auprès des employés de l'entreprise sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Autocar	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1 200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise (on suppose que tous les employés ont la même chance d'être interrogés).
On note :

F l'évènement : « l'employé est une femme » ;

T l'évènement : « l'employé choisit le train ».

1. Calculer les probabilités $p(F)$, $p(T)$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train (on donnera les résultats sous forme décimale).
2. Expliquer ce que représente l'évènement $F \cap T$, puis calculer sa probabilité.
   Les évènements T et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3. L'employé interrogé au hasard ne choisit pas le train. Calculer la probabilité que cet employé soit une femme (on donnera le résultat arrondi au millième).

Partie B

Après l'étude des résultats de l'enquête, le comité d'entreprise choisit le train comme moyen de transport. Pour les employés inscrits à ce voyage, deux formules sont proposées :

- la formule n° 1 : voyage en 1^{e} classe plus hôtel pour un coût de 150 € ;
- la formule n° 2 : voyage en 2^{e} classe plus hôtel pour un coût de 100 €.

40 % des employés inscrits choisissent la formule n° 1.
Le comité d'entreprise propose une excursion facultative pour un coût de 30 €. Indépendamment de la formule choisie, 80 % des employés inscrits choisissent l'excursion facultative.
On interroge au hasard un employé inscrit à ce voyage. On note :

- U l'évènement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 1 » ;
- D l'évènement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 2 » ;
- E l'évènement : « l'employé inscrit choisit l'excursion facultative ».

1. Construire un arbre de probabilités correspondant à cette situation.
2. Montrer que la probabilité que l'employé inscrit choisisse la formule n° 2 et l'excursion facultative est égale à $0,48$.
3. Soit C le coût total du voyage (excursion comprise).

a. Déterminer les différentes valeurs possibles que peut prendre C.

b. Déterminer la loi de probabilité de C.

c. Calculer l'espérance de cette loi. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **3 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule réponse est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte $0,75$ *point. Une réponse fausse enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.

Soit f une fonction définie sur $]-\infty\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{e^x}{e^x - 1}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]-\infty\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$.
On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
Le tableau de variations de la fonction f est donné ci-dessous.

x	$-\infty$	$-\ln 2$	0	$\ln 2$	$+\infty$
Variations de f	$-\infty$ ↗	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘ $2\ln 2 + 3$ ↗	$+\infty$

1. Dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, l'équation $f(x) = e^2$ admet :

- aucune solution
- une unique solution
- deux solutions

2. La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\ln(1,5)$ admet un coefficient directeur :

- strictement positif
- strictement négatif
- nul

3. $f[-\ln(2)]$ est égal à :

- $-2\ln(2) + 3$
- $\ln\left(\frac{1}{4}\right)$
- $-2\ln(2) + 1$

4. La courbe $\mathscr{C}$ admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote d'équation :

- $y = 2x + 2$
- $y = 2x + 1$
- $x = 0$

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;6]$ par

$$f(x) = ax + b - \frac{16}{x} \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont des nombres réels.}$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;6]$ et on note f' la fonction dérivée de f sur cet intervalle.
La courbe représentative de f, donnée en annexe, coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1 et 4 et admet une tangente horizontale au point A de coordonnées $(2\,;4)$.

1. **a.** Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f'(2)$.
   b. En utilisant deux des quatre résultats de la question 1. a., déterminer les valeurs des réels a et b.
2. On admet que la fonction f est définie sur $[1\,;6]$ par

$$f(x) = -4x + 20 - \frac{16}{x}.$$

   a. Calculer $f'(x)$ puis étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;6]$.
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;6]$ en précisant uniquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$ et $f(4)$.
   c. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[1\,;6]$.
3. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[1\,;6]$ par

$$F(x) = -2x^2 + 20x - 18 - 16\ln x.$$

   a. Montrer que F est la primitive de la fonction f sur $[1\,;6]$ telle que $F(1) = 0$.
   b. En utilisant les résultats des questions précédentes, dresser le tableau de variations de la fonction F sur l'intervalle $[1\,;6]$, les valeurs seront arrondies au millième.

PARTIE B

Une entreprise fabrique des pièces pour assemblage de moteurs qu'elle conditionne par centaines. Sa fabrication journalière varie entre 100 et 600 pièces. L'objectif est d'étudier le bénéfice quotidien réalisé par cette entreprise.

Une étude a montré que le bénéfice marginal quotidien de cette entreprise est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, appelée fonction « bénéfice marginal ». Pour x compris entre 1 et 6, x est exprimé en centaines de pièces fabriquées et vendues quotidiennement et $f(x)$ est exprimé en milliers d'euros.

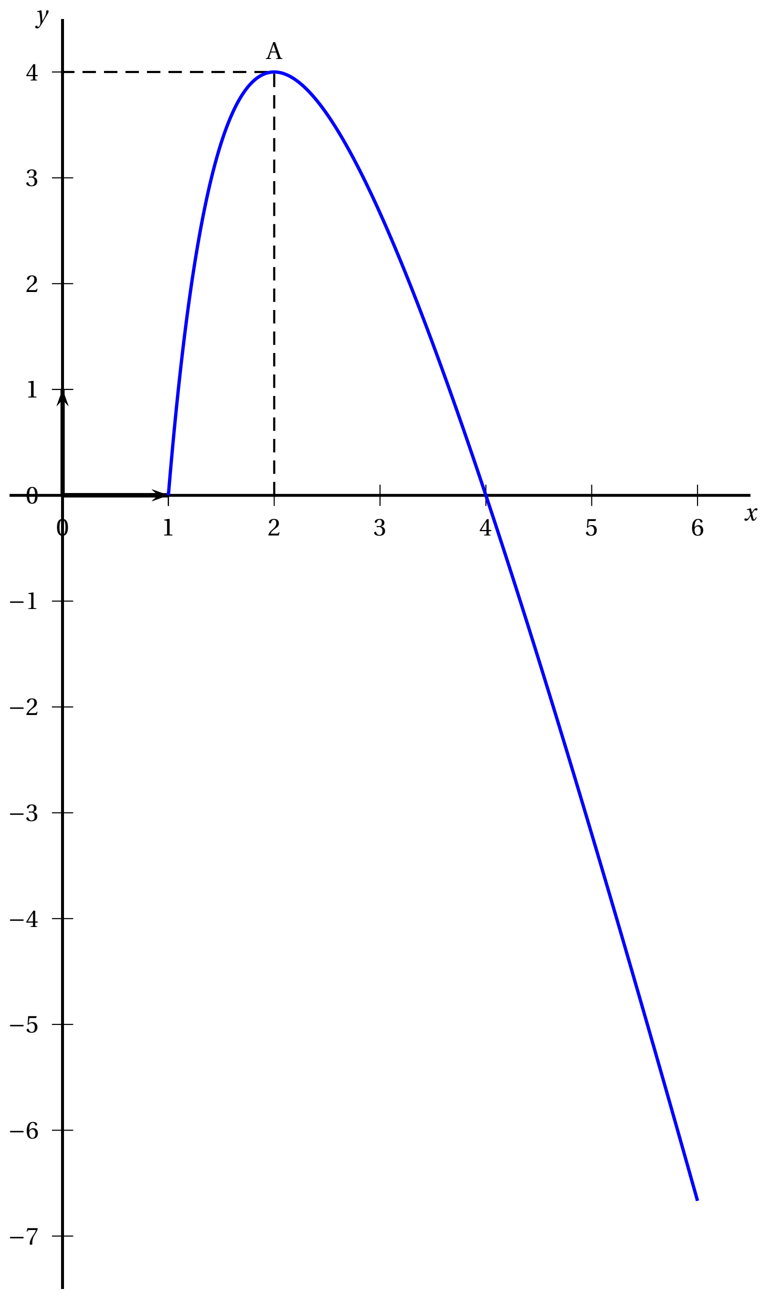
En économie, la fonction « bénéfice marginal » est considérée comme la dérivée d'une fonction appelée fonction « bénéfice ».
On sait de plus que le bénéfice de l'entreprise est nul pour la fabrication et la vente quotidienne de 100 pièces.

Dans ces questions toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. En déduire le bénéficie maximal (on donnera ce bénéfice maximal arrondi à l'unité d'euro).
2. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice supérieur à 3 000 € (on donnera le résultat arrondi à l'unité)

ANNEXE

Exercice 4



∽ Baccalauréat ES Métropole–La Réunion 17 septembre 2010 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On s'intéresse à la population des personnes âgées de plus de 65 ans d'un certain pays en 2006.
Dans cette population :

— 58 % sont des femmes ;

— 5 % des personnes sont atteintes d'une maladie incurable appelée maladie $\mathscr{A}$ et parmi celles-ci les deux tiers sont des femmes.

On choisit au hasard une personne dans cette population.
On note :

F l'évènement : « la personne choisie est une femme » ;

H l'évènement : « la personne choisie est un homme » ;

A l'évènement : « la personne choisie est atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ » ;

$\overline{A}$ l'évènement : « la personne choisie n'est pas atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ ».

Les résultats seront arrondis au millième.

1. **a.** Donner la probabilité de l'évènement F et celle de l'évènement A.
Donner la probabilité de l'évènement F sachant que l'évènement A est réalisé, notée $p_A(F)$.
b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap F$ puis calculer sa probabilité.
c. Montrer que la probabilité de l'évènement A sachant que F est réalisé est égale à 0,057 à 10^{-3} près.
2. La personne choisie est un homme. Démontrer que la probabilité que cet homme soit atteint de la maladie $\mathscr{A}$ est égale à 0,040 à 10^{-3} près.
3. Peut-on affirmer que, dans ce pays en 2006, dans la population des personnes âgées de plus de 65 ans, une femme risquait davantage de développer la maladie $\mathscr{A}$ qu'un homme ? Justifier.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est composé de deux parties :

- la partie I est un « vrai-faux » sans justification,
- la partie II est un questionnaire à choix multiples avec justification.

PARTIE 1 : Pour chacune des affirmations, **recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer sans justifier** si elle est vraie ou fausse.

Une réponse exacte rapporte 0,5 point, une réponse fausse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.

1. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2+3}{x-4} = +\infty$
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-\infty\,;\,3[$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$. On note C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère. La tangente à la courbe C au point d'abscisse 2 a pour équation $y = -6x+9$.
3. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(x^2+5\right)$. Le nombre dérivé de la fonction f en 1 est $\dfrac{1}{3}$.

4. Soit f la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x+1$. On définit la fonction g par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$. On affirme que la fonction g est définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}~;~+\infty\right[$.

PARTIE II : Pour chacune des questions, une seule réponse parmi les trois est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question **et la réponse choisie correspondante** puis **justifier cette réponse**.
Chaque réponse exacte et justifiée rapportera 1 *point.*
Toute trace de recherche. même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Si pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0~;~+\infty[$, $\text{e}^{-x} \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{1}{x+1}$, alors la limite en $+\infty$ de $f(x)$ est :	$-\infty$	0	$+\infty$
2. $\dfrac{\ln\left(\text{e}^2\right)}{\ln 16}$ est égal à :	$2\ln\left(\dfrac{\text{e}}{4}\right)$	$\dfrac{1}{2\ln 2}$	$2\ln \text{e} - \ln 16$
3. $\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} \dfrac{\text{e}^x}{(\text{e}^x+1)^2}\,\text{d}x$ est égale à :	$-\dfrac{1}{12}$	$\ln\left(\dfrac{4}{3}\right)$	$\dfrac{1}{12}$

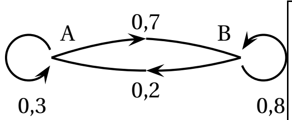
EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses parmi les trois proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie, le numéro de la question et la lettre correspondant à la question choisie.

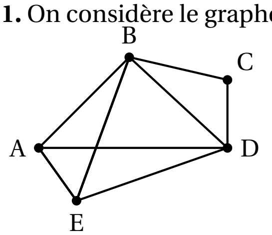
Partie 1 : Aucune justification n'est demandée

Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.*

Énoncé	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
1. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on désigne par (S) l'ensemble des points M de coordonnées $(x\,;\,y\,;\,z)$ tels que $z = 2x - y^2 + 1$ et par (P) le plan d'équation $2x + 3y - 5 = 0$.	**1. a.** La surface (S) passe par le point de coordonnées :		
	$(1\,;\,-1\,;\,4)$	$(-1\,;\,-1\,;\,0)$	$(1\,;\,-1\,;\,2)$
	1. b. La courbe de niveau de cote 3 de la surface (S) est :		
	une droite	une parabole	une hyperbole
	1. c. Le plan (P) :		
	contient le point de coordonnées $(0\,;\,0\,;\,-5)$	est parallèle au plan $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$	est parallèle à l'axe $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{k}\right)$
2. Soient G le graphe probabiliste ci-dessous et M la matrice de transition associée à ce graphe, les sommets étant rangés dans l'ordre alphabétique.			
	$M^2 = \begin{pmatrix} 0,23 & 0,77 \\ 0,22 & 0,78 \end{pmatrix}$	$M = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$	$M = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,8 \\ 0,2 & 0,7 \end{pmatrix}$

Partie II : Recopier pour chaque question la réponse exacte et justifier celle-ci.

Chaque réponse exacte et bien justifiée rapportera 1 *point.*
Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. On considère le graphe H :  On peut affirmer que :	**a.**	Le graphe H admet une chaîne eulérienne.	Le graphe H admet un cycle eulérien.	Le graphe H est complet.
	b.	Le nombre chromatique du graphe est 3.	Le graphe admet un sous-graphe complet d'ordre 4.	Le graphe n'est pas connexe.
2. On définit la suite (u_n) par $u_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = -0,4u_n + 1750$. On définit la suite (v_n) pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1250$. Alors :		La suite (v_n) est arithmétique.	La suite (v_n) est géométrique.	La suite (u_n) est géométrique.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A : Étude d'une fonction

On considère les fonctions f, g et h définies et dérivables pour tout nombre réel x de l'intervalle $[4\,;\,6]$ par :

$$f(x) = 100\left(\mathrm{e}^{x} - 45\right),\ g(x) = 10^6\mathrm{e}^{-x} \text{ et } h(x) = g(x) - f(x).$$

On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle $[4\,;\,6]$.

Résolution de l'équation $h(x) = 0$.

1. **a.** Démontrer que la fonction h est strictement décroissante sur l'intervalle $[4;6]$.
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction h.
   c. Justifier que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[4;6]$.
2. **a.** Compléter le tableau de valeurs donné en annexe (les résultats seront arrondis à la centaine la plus proche).
   b. Sur la figure fournie en annexe, tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ de la fonction h dans le plan muni d'un repère orthogonal.
   c. Placer α sur ce graphique et en donner un encadrement d'amplitude 10^{-1}.

Dans la suite de l'exercice, on admet que la valeur exacte du nombre réel α *est égale à* $3\ln 5$ *où* $\ln$ *désigne la fonction logarithme népérien.*

Partie B : Application économique

Les fonctions f et g définies dans la partie A modélisent respectivement l'offre et la demande d'un produit de prix unitaire x, compris entre 4 et 6 euros :

- $f(x)$ est la quantité, exprimée en kilogrammes, que les producteurs sont prêts à vendre au prix unitaire x;
- $g(x)$ la quantité, exprimée en kilogrammes, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix unitaire x.

On appelle prix unitaire d'équilibre du marché la valeur de x pour laquelle l'offre est égale à la demande.

1. Quel est, exprimé au centime d'euro près, le prix unitaire d'équilibre du marché ? Justifier.
2. Quelle quantité de produit, exprimée en kilogrammes, correspond à ce prix unitaire d'équilibre ?

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

L'évolution de la population de bouquetins des Alpes, dans le Parc National de la Vanoise depuis sa création, est donnée par le tableau suivant :
On note X_i l'année, l'indice i étant un nombre entier variant de 1 à 8.
On note x_i le rang de l'année par rapport à 1960 : $x_i = X_i - 1960$.
On désigne par y_i le nombre de bouquetins l'année X_i.

Année X_i	1963	1976	1986	1993	1997	1998	2003	2005
Rang de l'année x_i	3	16	26	33	37	38	43	45
Nombre de bouquetins y_i	65	500	700	1 250	1 453	1 800	2 066	2 568

(Source : http ://www.bouquetin-des-alpes.org/populations/vanoiselvanoise.htm)

On se place dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :

- 5 cm pour 10 années sur l'axe des abscisses,
- 1 cm pour 200 bouquetins sur l'axe des ordonnées.

On note M_i le point de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
Ainsi M_1 a pour coordonnées $(3;65)$ et M_3 a pour coordonnées $(26;\ 700)$.

1. En disposant la feuille de papier millimétrée dans le sens de la longueur pour les abscisses, représenter le nuage des huit points $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$ et M_8.

2. Dans cette question, on ne s'intéresse qu'au sous-nuage formé par les six points M_3, M_4, M_5, M_6, M_7 et M_8.

On admet qu'un ajustement affine de ce sous-nuage est justifié et que la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés pour ce sous-nuage a pour équation $y = 92,6x - 1\,787$.

a. Tracer cette droite D sur le graphique précédent.

b. Estimer, avec cet ajustement affine, le nombre de bouquetins que l'on peut prévoir dans le Parc National de la Vanoise en 2010.

3. Dans cette question, on s'intéresse au nuage constitué des huit points $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$ et M_8.

L'allure de ce nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel de la série.

a. On pose $z_i = \ln y_i$.

Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.

b. En déduire une relation entre y et x de la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$, A étant arrondi à l'unité et B au centième.

c. En utilisant cette modélisation, calculer le nombre de bouquetins que l'on peut prévoir en 2010 dans le Parc.

d. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

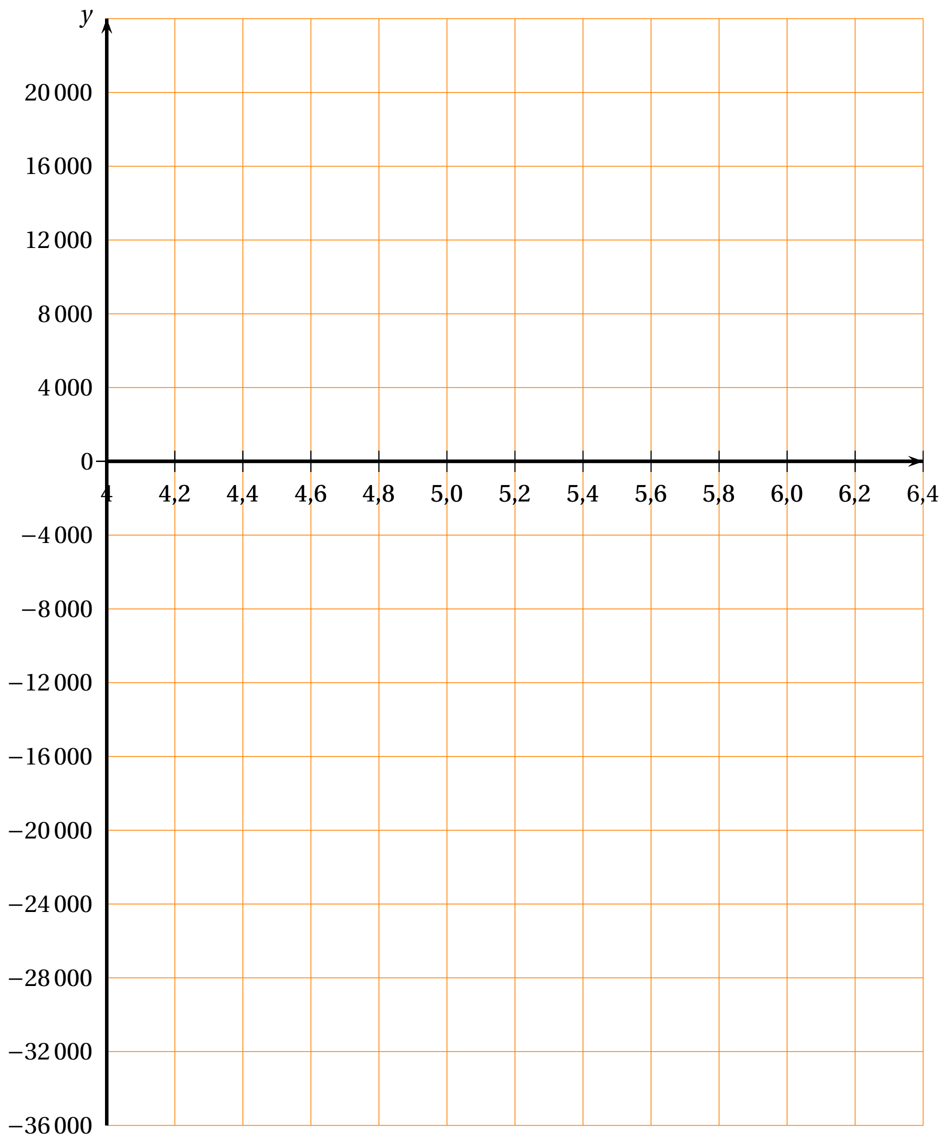
En utilisant cette modélisation, à partir de quelle année la population de bouquetins dépassera-t-elle 5 000 unités ?

Annexe de l'exercice 3 à rendre avec la copie

Tableau à compléter

x	4	4,2	4,4	4,6	4,8	5	5,2	5,4	5,6	5,8	6
$h(x)$	17 400					−3 600	−8 100			−25 500	−33 400

Graphique à compléter



Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES Polynésie septembre 2010 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un nom de domaine, sur Internet, est constitué de deux éléments :

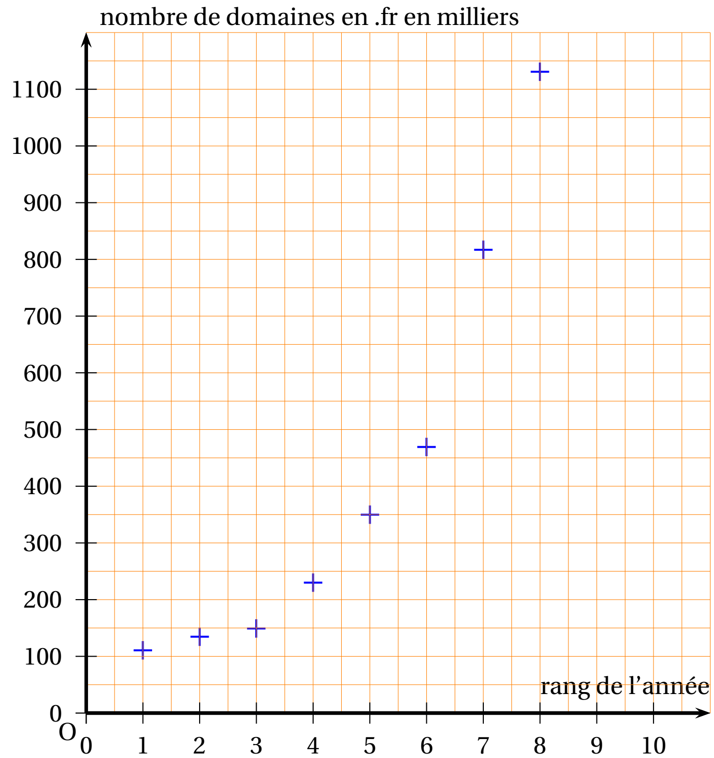
- un nom (celui d'une société, d'une marque, d'une association, d'un particulier. ..) ;
- une extension (appelée aussi suffixe) : .fr, .de, .ca, .jp, .net, .com, .org, etc.

Le tableau ci-dessous donne, en milliers, le nombre de domaines en « .fr » gérés par l'AFNIC (*Association Française pour le Nommage Internet en Coopération*), organisme qui centralise les noms de domaine Internet, pour les mois de juin des années 2001 à 2008 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang x_i de l'année $1 \leqslant i \leqslant 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y_i des domaines en « .fr », en milliers, $1 \leqslant i \leqslant 8$	105,045	128,927	143,741	224,452	344,465	463,729	811,674	1 125,161

(Source : AFNIC, 2009)

Le nuage de points associé à cette série statistique est donné ci-dessous.



1. Calculer, en pourcentage, l'augmentation du nombre de domaines en « .fr » entre juin 2001 et juin 2002, arrondi à 1 %.
2. **a.** Expliquer pourquoi un ajustement affine de y en x ne semble pas justifié.

   On cherche alors un ajustement exponentiel.

b. Pour tout $1 \leqslant i \leqslant 8$, on pose $z_i = \ln y_i$.
Recopier sur votre copie et compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs de z_i arrondies au centième :

Rang de l'année x_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_i = \ln y_i$								

c. À l'aide de la calculatrice et en utilisant les données du tableau précédent, donner une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés sous la forme $z = ax + b$ (les coefficients seront arrondis au centième).

d. En déduire que $y = 60,34\text{e}^{0,35x}$ où les coefficients sont arrondis au centième, est une ajustement exponentiel possible.

3. a. En utilisant le modèle trouvé à la question 2. d., quel est le nombre estimé de domaines en « .fr » en juin 2009 ? (le résultat sera arrondi au millier).

b. Si l'erreur commise en utilisant le modèle proposé est inférieure à 1 %, on considère que le modèle est pertinent.
En réalité, le relevé de juin 2009 de l'AFNIC indiquait 1 412 652 domaines en « .fr ». Le modèle proposé est-il pertinent ?

4. a. Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation $60,34\text{e}^{0,35x} \geqslant 10000$ (le résultat sera arrondi au dixième).

b. En déduire, en utilisant le modèle trouvé à la question 2. d., à partir du mois de juin de quelle année le nombre de « domaines en .fr » dépassera 10 millions.

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

« Un geste qui sauve : en France, chaque année, 55 000 personnes sont victimes d'un accident cardio-vasculaire. Sept fois sur dix, ces accidents surviennent devant témoin. » (*Source : TNS / Fédération Française de Cardiologie,* 2009).
En 2009, environ 36 % de la population française a appris à accomplir les gestes qui sauvent.

Partie 1

Lors d'un accident cardio-vasculaire devant témoins, on admet que la proportion de témoins formés aux gestes qui sauvent suit la proportion nationale.
La probabilité qu'un accident cardio-vasculaire se produise devant un témoin formé aux gestes qui sauvent est de 0,25.
Lorsque l'accident cardio-vasculaire s'est produit devant un témoin formé aux gestes qui sauvent, la probabilité que le malade survive est 0,1.
Sinon, la probabilité que le malade survive est de 0,007.

On appelle T l'évènement : « L'arrêt cardiaque s'est produit devant un témoin formé aux gestes qui sauvent ».
On appelle S l'évènement : « Le malade survit à l'arrêt cardiaque ».
On appelle $\overline{T}$ et $\overline{S}$ les évènements contraires à T et à S.

Rappel de notation : si A et B sont deux évènements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
On pourra s'aider d'un arbre pondéré. Les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminer, d'après l'énoncé, $p(T)$, $p_T(S)$ et $p_{\overline{T}}(S)$.
2. En déduire $p(T \cap S)$.

3. Vérifier que la valeur arrondie au centième de $p(S)$ est 0,03.
4. Interpréter ces deux derniers résultats.
5. Justifier que le nombre de victimes d'accidents cardiaques survivant à cet accident peut s'estimer à environ 1 650.

Partie 2

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

En 2015 tous les lieux publics (stades, centres commerciaux, ...) seront équipés en défibrillateurs. Par ailleurs, un sondage montre qu'environ 71 % de la population souhaite se former à accomplir les gestes qui sauvent. Si ce taux de formation est atteint :

- la probabilité que l'accident cardiaque survienne devant un témoin formé aux gestes qui sauvent serait de $0,5$;
- la probabilité de survie en cas d'intervention d'un témoin formé aux gestes qui sauvent serait augmentée à $0,25$, et $0,046$ sinon.

Déterminer combien de vies supplémentaires pourraient être sauvées si ces conditions étaient satisfaites.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

x	2		3		10		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	$-\infty$	↗	6	↘	-5	↗	4

On suppose de plus que $f(5) = 0$ et que $f'(5) = -2$.

1. À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes. **Aucune justification n'est demandée.**
   a. Quelles sont les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition ? Interpréter graphiquement les résultats.
   b. Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3.
   c. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$ sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$?
2. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]2~;~+\infty[$ par : $g(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$.
   a. Calculer $g(5)$.
   b. Calculer la limite de la fonction g en 2.
   c. Déterminer le sens de variations de g sur l'intervalle $[3~;~10]$, en justifiant la réponse.
   d. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 5.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$f(x) = -x^2 - x + 4 + \ln(x+1).$$

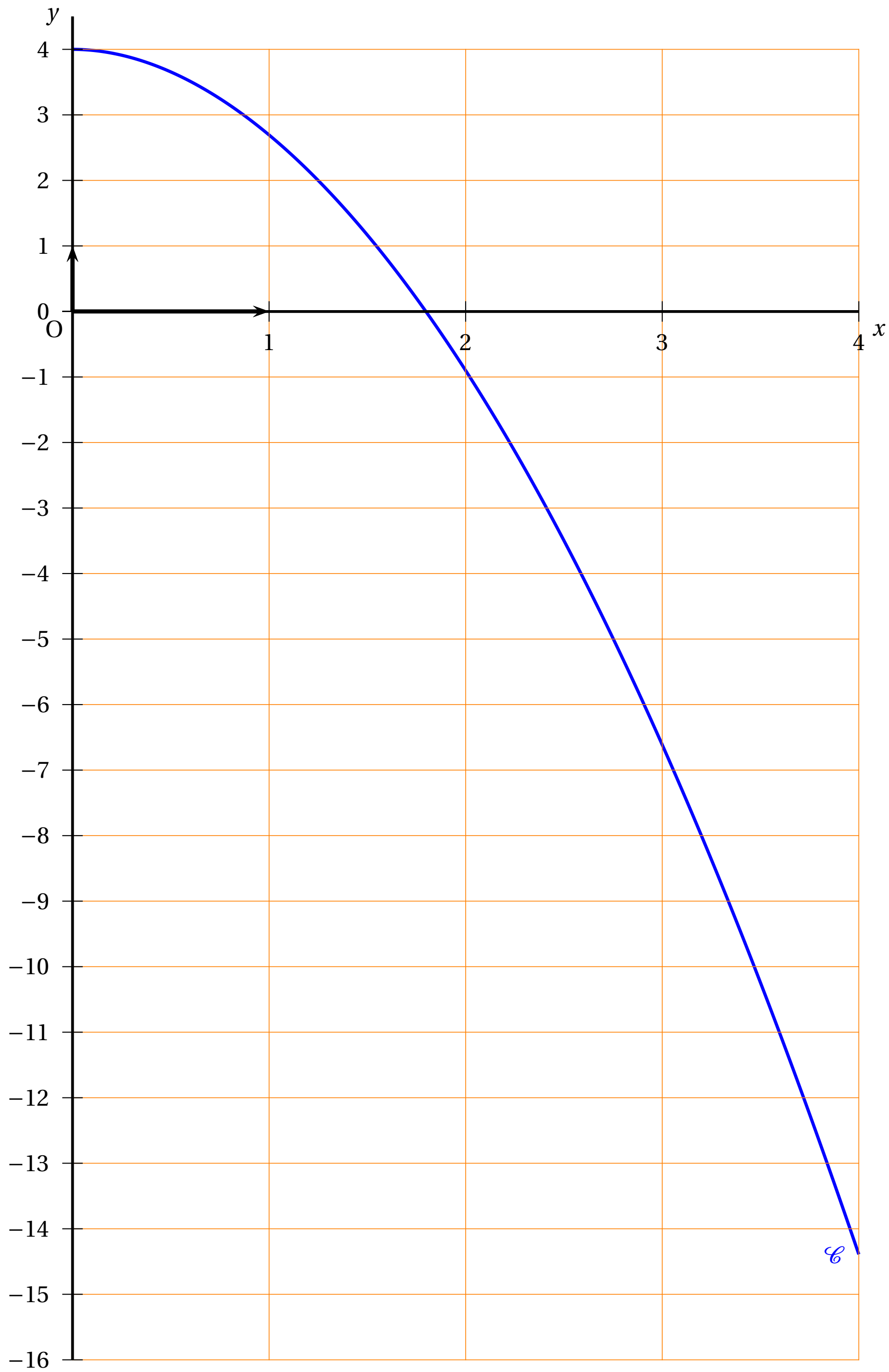
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère orthogonal, donnée en annexe.
On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
3. Montrer que sur l'intervalle $[0\,;\,4]$, l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α.
   Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
4. On définit la fonction F dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par :

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + (x+1)\ln(x+1).$$

   Montrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
5. Soit $\mathscr{A}$ l' aire, en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$ délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.
   a. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ sur la figure fournie en annexe.
   b. Par lecture graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\mathscr{A}$.
   c. Calculer la valeur exacte en unités d'aire de $\mathscr{A}$. Vérifier la cohérence de vos résultats.

ANNEXE à rendre avec la copie
Exercice 4



∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2010 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Le sujet nécessite une feuille de papier millimétré.

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On se propose d'étudier l'évolution des productions d'électricité d'origines hydraulique et éolienne depuis 1999.
Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A : Production d'électricité d'origine hydraulique

Le tableau suivant donne la production d'électricité d'origine hydraulique en France pour plusieurs années entre 2000 et 2005.

Année	2000	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i :	0	2	3	4	5
Production en GWh y_i :	71 593	65 826	64 472	65 393	57 271

1. Représenter, dans le plan muni d'un repère orthogonal, le nuage de points associés à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ définie ci-dessus.
On utilisera une feuille de papier millimétré et on choisira comme unités graphiques 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 5 cm pour 10 000 GWh sur l'axe des ordonnées. On débutera la graduation sur l'axe des ordonnées à 50 000.

2. L'allure du nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.

a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'équation $y = mx + p$ de la droite d d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, les coefficients m et p seront arrondis au dixième.

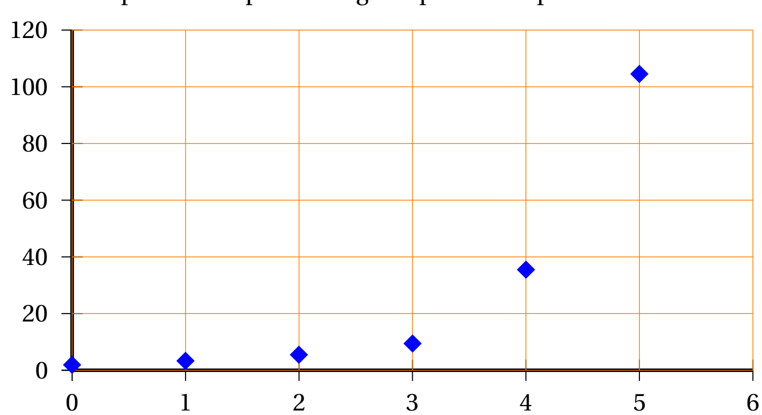
b. Placer le point G et tracer la droite d sur le graphique précédent.

Partie B : Production d'électricité d'origine éolienne

Le tableau suivant donne la capacité de production d'électricité d'origine éolienne installée enFrance de 2003 à 2008.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i :	0	1	2	3	4	5
Puissance installée en MWh y_i :	1,9	3,3	5,5	9,4	35,5	104,5

1. Ces données sont représentées par le nuage de points ci-après :



On considère qu'un ajustement affine n'est pas pertinent.

L'allure du nuage suggère de rechercher un ajustement exponentiel de y en x. Pour cela on pose pour tout entier naturel i compris entre 0 et 5 :

$$z_i = \ln\left(\frac{y_i}{100}\right)$$

Dans les questions a et b suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice. Aucune justification n'est demandée. Les résultats seront arrondis au centième.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Puissance installée : y_i	1,9	3,3	5,5	9,4	35,5	104,5
$z_i = \ln\left(\frac{y_i}{100}\right)$						

b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés.

c. Sachant que $z = \ln\left(\frac{y}{100}\right)$, déterminer l'expression de y sous la forme $k\mathrm{e}^{ax}$ où k et a sont des nombres réels à calculer.

2. On suppose que l'évolution de la puissance installée se poursuit dans un avenir proche selon le modèle précédent.

Estimer, au centième de MWh près, la puissance installée prévue pour l'année 2010.

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, quatre affirmations sont proposées, une seule réponse est exacte.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.

Pour chaque question, le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

1. f est la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,0]$ par $f(x) = x^2$. Sa valeur moyenne sur l'intervalle $[-3\,;\,0]$ est :

- $\mu = 4,5$
- $\mu = 3$
- $\mu = \frac{1}{3}$
- $\mu = -3$

2. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(x^2 + x + 1\right)$, f' désigne sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$. Alors :

- $f'(x) = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$
- $f'(x) = \dfrac{1}{2x + 1}$
- $f'(x) = \dfrac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$
- $f'(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$

3. La primitive F de la fonction f définie sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 3}{x}$ telle que $F(1) = 1$ vérifie :

- $F(x) = \dfrac{\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x}{\frac{1}{2}x^2} - \dfrac{17}{3}$
- $F(x) = x^2 - 1 + 3\ln x$
- $F(x) = x^2 - x + 3\ln x + 1$
- $F(x) = 2 - \dfrac{3}{x^2} + 1$

4. f est la fonction définie sur l'intervalle I $=]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{5}{x}$, on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère donné du plan. L'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$ est égale à :

   - $5\ln 2$
   - $\ln 10 - \ln 5$
   - $3,466$
   - $\ln\left(\dfrac{2}{5}\right) - \ln\left(\dfrac{1}{5}\right)$

5. La limite de la fonction f définie sur l'intervalle I $=]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x^2 - x - \ln x$ lorsque x tend vers $+\infty$ est :

   - $-\infty$
   - 0
   - e
   - $+\infty$

Exercice 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, quatre affirmations sont proposées, une seule réponse est exacte.

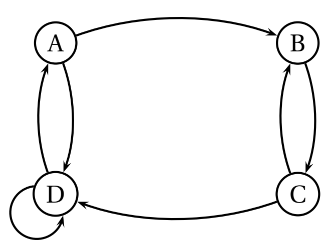
Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.*

Pour chaque question, le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

1. Les points A $(1\,;\,2\,;\,3)$, B$(3\,;\,2\,;\,1)$ et C$(1\,;\,1\,;\,1)$ sont trois points de l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$. Le plan (ABC) est parallèle au plan P d'équation :
   - $x + y - z = 0$
   - $y = \dfrac{1}{2}$
   - $x + y + z - 1 = 0$
   - $x - 2y + z + 3 = 0$

2. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n}{1 + n}$. Cette suite :
   - a pour limite $\dfrac{1}{n}$
   - a pour limite 0
   - a pour limite 1
   - n'a pas de limite

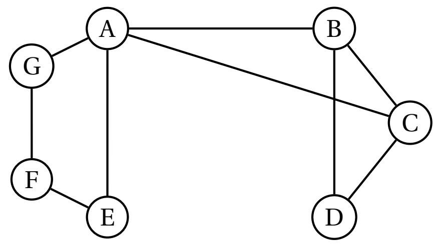
3. Le graphe ci-contre admet exactement n chaînes de longueur 4 allant de A vers B avec :
   - $n = 1$
   - $n = 3$
   - $n = 5$
   - $n = 8$



4. La suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{4n + 3}{n + 1}$:
   - n'est pas monotone
   - n'admet pas de limite
   - est croissante
   - est majorée par 0

5. Le graphe ci-dessous a un nombre chromatique κ égal à :

- 2
- 3
- 4
- 5



EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, on appellera motard tout conducteur d'une moto dont la cylindrée est supérieure à 50 cm^3. Ces motards se décomposent en deux catégories :

— la catégorie A définie par le fait que les motards conduisent une moto de cylindrée 125 cm^3 ou plus,

— la catégorie B définie par le fait que les motards conduisent une moto d'une cylindrée strictement inférieure à 125 cm^3.

La moto peut être de type *sportive* ou *routière*.

On considère que :

- ceux de la catégorie A représentent 44 % de l'ensemble des motards
- 65 % de ceux de la catégorie B possèdent une moto de type sportive.

On interroge au hasard un motard et on note :

A : l'évènement « le motard est de la catégorie A »,
B : l'évènement « le motard est de la catégorie B »,
S : l'évènement « la moto est de type sportive »,
R : l'évènement « la moto est de type routière ».

Tous les résultats des différents calculs seront donnés sous forme décimale et arrondis au millième. On pourra utiliser un arbre de probabilité ou un tableau.

1. Montrer que la probabilité que le motard interrogé soit dans la catégorie B et conduise une moto de type routière est égale à $0,196$.

2. 36,6 % des motos sont de type routière.
Quelle est la probabilité que le motard choisi conduise une moto de type sportive et soit dans la catégorie A ?

3. Quelle est la probabilité qu'un motard soit dans la catégorie B sachant qu'il conduit une moto de type routière ?

4. On choisit au hasard et de façon indépendante trois motards. Quelle est la probabilité qu'au moins un d'entre eux soit de la catégorie B ?

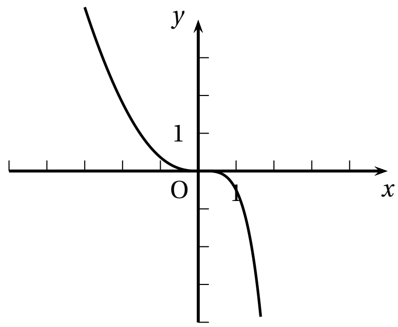
EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction numérique f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout réel x, on ait :

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - x^2\mathrm{e}^{x-1}.$$

On note f' sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.

Le graphique ci-après est la courbe représentative de cette fonction telle que l'affiche une calculatrice dans un repère orthogonal.



1. Quelle conjecture pourrait-on faire concernant le sens de variation de f sur l'intervalle $[-3 ; 2]$ en observant cette courbe ?
   Dans la suite du problème, on va s'intéresser à la validité de cette conjecture.

2. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = xg(x)$ où $g(x) = 1-(x+2)\mathrm{e}^{x-1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
   Pour la suite, on admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note g' sa fonction dérivée.
3. Étude du signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
   a. Calculer les limites respectives de $g(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et quand x tend vers $-\infty$.
   On pourra utiliser sans la démontrer l'égalité : $g(x) = 1 - \dfrac{x\mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}}$.
   b. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe suivant les valeurs du nombre réel x.
   c. En déduire le sens de variation de la fonction g puis dresser son tableau de variation en y reportant les limites déterminées précédemment.
   d. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une unique solution dans $\mathbb{R}$. On note α cette solution. Justifier que $0,20 < \alpha < 0,21$.
   e. Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
4. Sens de variation de la fonction f
   a. Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.
   b. En déduire le sens de variation de la fonction f
   c. Que pensez-vous de la conjecture de la question 1 ?

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2010 ∾

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

1. Dans cette question aucune justification n'est demandée, tous les tracés demandés seront effectués sur le repère orthonormal fourni en annexe 2 qui sera rendu avec la copie.

On souhaite tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f satisfaisant les conditions suivantes :

— La fonction f est définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;6]$.
— Le maximum de la fonction f est 5, il est atteint pour $x = 0$.
— Le minimum de la fonction f est 1.
— La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;6]$.
On note f' la fonction dérivée de f et on sait que $f'(0) = -3$, $f(6) = 3$ et $f'(6) = 2$.
— Le signe de la fonction dérivée f' de f est donné par le tableau suivant :

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	

a. Compléter le tableau de variations de la fonction f, fourni en annexe 1. On fera figurer dans le tableau les images par f de 0, de 4 et de 6.

b. Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 6.

c. Tracer dans le repère fourni en annexe 2 la courbe représentative d'une fonction satisfaisant toutes les conditions ci-dessus.

On placera les points d'abscisses 0, 4, 6 et on tracera les tangentes à la courbe en ces points.

2. Dans cette question toute réponse doit être justifiée.

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,; 6]$ par $g(x) = \text{e}^{f(x)}$.

a. Déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0\,; 6]$.

Compléter le tableau de variation de la fonction g fourni en annexe 3.

On précisera les valeurs de $g(0)$, $g(4)$ et $g(6)$.

b. Déterminer $g'(0)$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne la répartition des contributions au financement des soins et des biens médicaux sur la période 2004-2008. Les valeurs sont données en pourcentage.

	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Sécurité sociale et autres financements	91,7	91,6	91,1	91	90,6
Ménages y_i	8,3	8,4	8,9	9,0	9,4
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Source : DREES, Comptes de la santé. ÉTUDES et RÉSULTATS n° 701 - septembre 2009

Par exemple en 2004, la contribution de la sécurité sociale et des autres organismes financeurs s'est élevée à 91,7 % du financement des soins et des biens médicaux et les ménages ont financé 8,3 % de ces soins et biens médicaux.

Partie A : Étude en pourcentages

y_i désigne la part en pourcentage financée par les ménages lors de l'année de rang x_i.

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ pour i entier variant de 0 à 4.
   On placera l'origine du repère à 0 en abscisse et 8 en ordonnée. On prendra pour unités : 2 cm pour 1 rang en abscisses et 5 cm pour 1 % en ordonnées.
2. La forme du nuage de points permet de considérer qu'un ajustement affine est justifié.
   a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   b. Représenter la droite D dans le repère précédent.
3. On suppose que l'évolution constatée sur la période 2004-2008 se poursuit en 2009 et en 2010. Justifier par un calcul qu'avec cet ajustement affine, on peut prévoir une part des ménages dans le financement des soins et des biens médicaux de 9,92 % en 2010.

Partie B : Étude en valeurs

1. La dépense de soins et de biens médicaux était de 140 milliards d'euros en 2004.
   Calculer la somme versée par les ménages pour financer les soins et les biens médicaux en 2004.
2. La dépense de soins et de biens médicaux était de 170,5 milliards d'euros en 2008. On fait l'hypothèse d'une croissance de la dépense de soins et de biens médicaux de 3 % en 2009 et à nouveau de 3 % en 2010.
   a. Déterminer la dépense de soins et de biens médicaux en 2010. (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)
   b. Quelle somme versée par les ménages pour le financement des soins et des biens médicaux peut-on prévoir pour l'année 2010 ? (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

A - Observation d'une suite de nombres

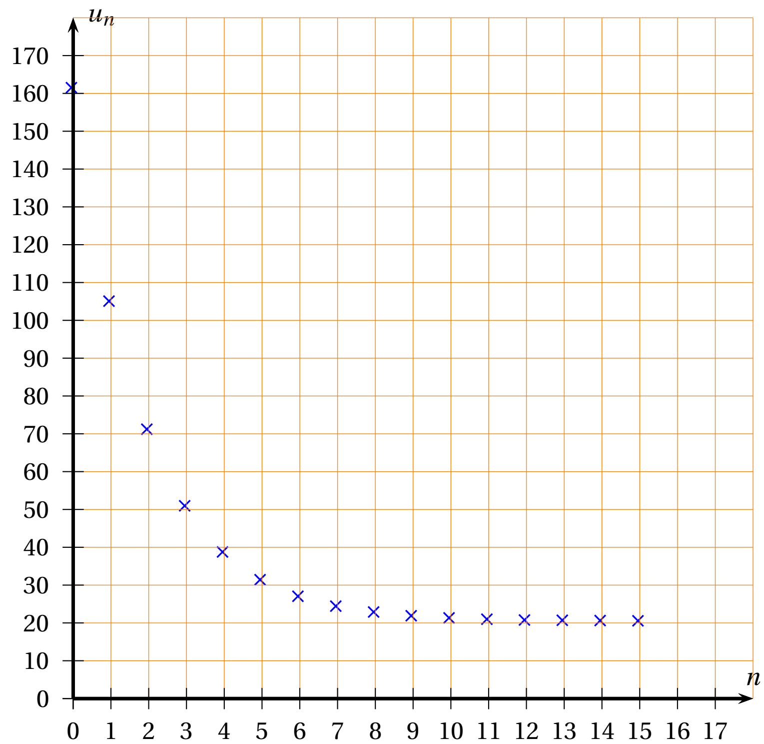
1. On donne ci-dessous la représentation graphique des 16 premiers termes d'une suite (u_n) dans le plan muni d'un repère orthogonal.
   Conjecturer la limite de la suite (u_n).
2. Les quatre premiers termes de la suite (u_n) ont été calculés avec un tableur :

n	u_n
0	161
1	104,6
2	70,76
3	50,456

   La suite (u_n) peut-elle être une suite géométrique ? On justifiera la réponse donnée.

B - Étude de la suite

La suite (u_n) observée dans la partie A est définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0,6u_n + 8$ et $u_0 = 161$.



1. Calculer u_4.
2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 20$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. On précisera le premier terme et la raison.
3. Donner l'expression de v_n en fonction de n, puis l'expression de u_n en fonction de n.
4. Déterminer la limite de la suite (v_n) et en déduire celle de la suite (u_n).

EXERCICE 3 — 4 points

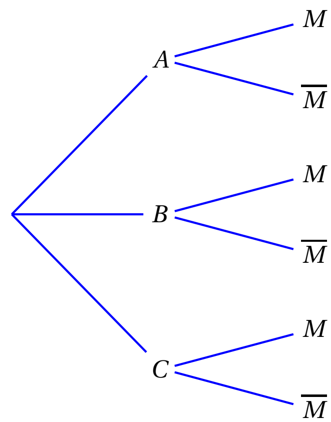
Commun à tous les candidats

Une université fait passer un test à ses étudiants. A l'issue du test chaque étudiant est classé dans l'un des trois profils A, B et C définis ci-dessous.
50 % des étudiants ont le profil A : ils mémorisent mieux une information qu'ils voient (image, diagramme, courbe, film ...).
20 % des étudiants ont le profil B : ils mémorisent mieux une information qu'ils entendent.
30 % des étudiants ont le profil C : ils mémorisent aussi bien l'information dans les deux situations.

À la fin de la session d'examen de janvier on constate que
70 % des étudiants ayant le profil A ont une note supérieure ou égale à 10,
75 % des étudiants ayant le profil B ont une note supérieure ou égale à 10,
85 % des étudiants ayant le profil C ont une note supérieure ou égale à 10.

On choisit de manière aléatoire un étudiant de cette université. On note
A l'évènement « l'étudiant a le profil A »,
B l'évènement « l'étudiant a le profil B »,
C l'évènement « l'étudiant a le profil C »
M l'évènement « l'étudiant a une note supérieure ou égale à 10 » et $\overline{\text{M}}$ l'évènement contraire.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il traduise les données de l'expérience aléatoire décrite dans l'énoncé :



Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondie au millième.

2. Calculer la probabilité que l'étudiant choisi soit de profil C et qu'il ait obtenu une note supérieure ou égale à 10.
3. Démontrer que $P(\text{M}) = 0,755$.
4. Calculer la probabilité que l'étudiant soit de profil B sachant qu'il a obtenu une note strictement inférieure à 10.
5. On choisit quatre étudiants au hasard. On admet que le nombre d'étudiants est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à quatre tirages successifs indépendants avec remise. Calculer la probabilité qu'exactement trois de ces étudiants soient du profil C.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[1~;~+\infty[$ par

$$g(x) = \ln x - \frac{1}{2}.$$

1. Étudier les variations de g sur $[1~;~+\infty[$.
2. Résoudre l'équation $g(x) = 0$ dans $[1~;~+\infty[$.
3. En déduire que $g(x) > 0$ si et seulement si $x > \sqrt{\text{e}}$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[1~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 2x^2(\ln x - 1) + 2.$$

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. On appelle f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$.
   a. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1~;~+\infty[$, $f'(x) = 4xg(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[1~;~+\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f sur $[1~;~+\infty[$.

3. **a.** Montrer que, dans l'intervalle $[2~;~3]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique notée α.

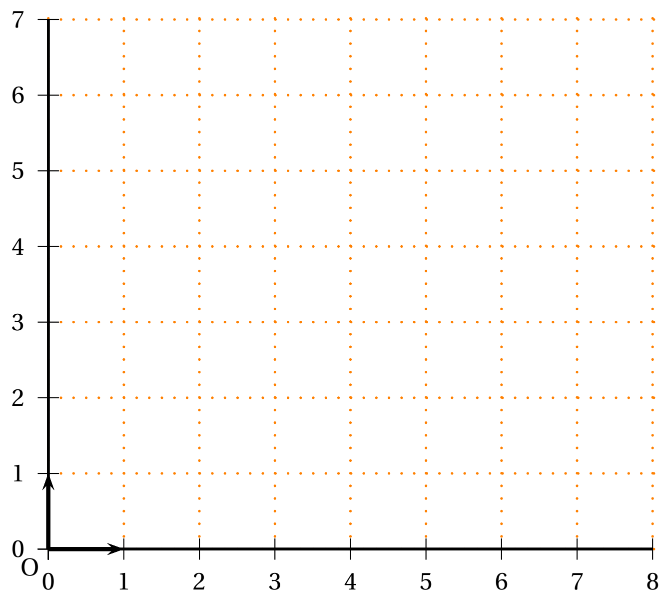
b. Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

Annexes – à rendre avec la copie

Annexe 1

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
variations de f					

Annexe 2



annexe 3

x	0	4	6
variations de g			

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie mars 2011 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Lors d'un sondage organisé dans différents pays de l'Union Européenne sur une population comportant 52 % de femmes et 48 % d'hommes, on a posé la question suivante :
« Qu'est-ce qui renforcerait le plus votre sentiment d'être un citoyen européen ? »
31 % des femmes interrogées et 34 % des hommes interrogés ont répondu qu'un système européen de protection sociale serait l'élément qui renforcerait le plus leur sentiment d'être un citoyen européen.
(*Source : « le futur de l'Europe », Commission Européenne, sondage réalisé en mars 2006*)

On prélève au hasard la réponse d'une personne prise au hasard parmi les réponses des personnes interrogées lors de ce sondage.
On appelle :

— H : l'évènement « la réponse est celle d'un homme ».
— F : l'évènement « la réponse est celle d'une femme ».
— S : l'évènement « la réponse est un système de protection social européen ».

1. Dessiner un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'une réponse du sondage soit celle d'un homme souhaitant avoir un système de protection social européen. On donnera la valeur exacte.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement S est 0,324 4.
4. Sachant que la personne souhaite avoir un système de protection social européen, calculer la probabilité, arrondie au millième, que ce soit une femme.
5. On choisit au hasard trois réponses de ce sondage.
   On admet que le nombre de réponses est suffisamment grand pour assimiler le choix de trois réponses à des tirages successifs indépendants avec remise Déterminer la probabilité qu'au moins deux des trois réponses soient « avoir un système de protection social européen ». *On arrondira le résultat au millième.*

EXERCICE 2 **3 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte : a, b ou c.
Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.
Barème : une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Soit f la fonction définie pour tout réel x appartenant à $\left]-\frac{1}{2}\,;\,5\right[$ par

$$f(x) = -x + 2 + \ln(2x+1)$$

et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal.

1. $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point :

   a. $A\left(\frac{1}{2}\,;\,\frac{3}{2}+\ln 2\right)$ **b.** $B(0\,;\,2)$ **c.** $C\left(\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}+\ln 2\right)$

2. La limite de f en $-\dfrac{1}{2}$ est égale à :

a. $\dfrac{5}{2}$ **b.** $-\infty$ **c.** $+\infty$

3. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ 5\right[$ est égal à :

a. 0 **b.** 1 **c.** 2

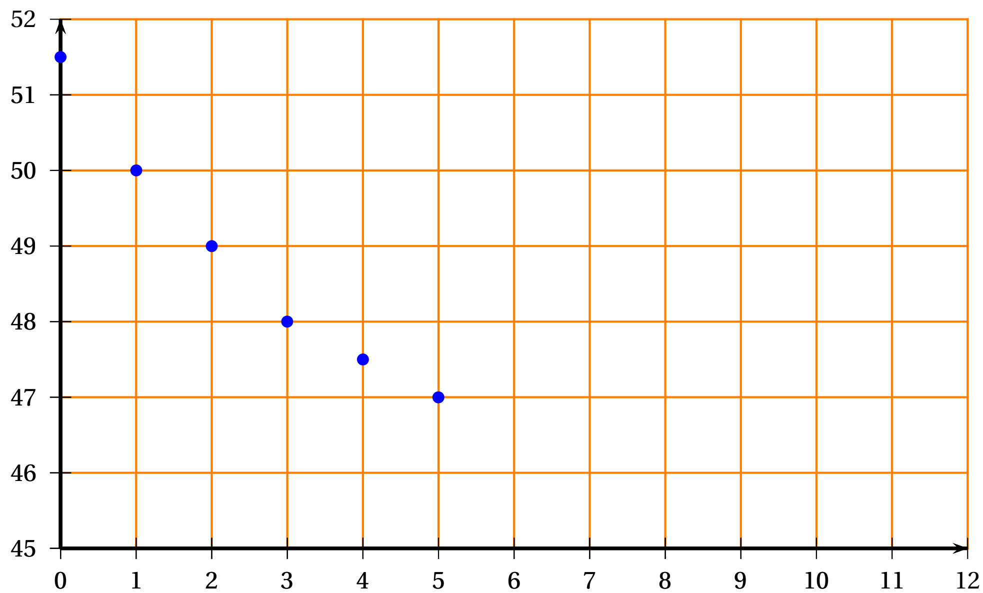
EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le nombre de clients ayant fréquenté un restaurant donné pour la période 2000 - 2005.
Chaque année est remplacée par son rang x_i et le nombre de clients correspondant y_i est donné en centaines.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre y_i	51,5	50	49	48	47,5	47

Le graphique ci-dessous donne le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ avec i compris entre 0 et 5.



Partie A

1. Déterminer à l'aide de la calculatrice l'équation $y = ax + b$ de la droite D d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.
Les coefficients a et b seront arrondis au centième. Aucune justification n'est demandée.

2. Tracer la droite D dans le repère de l'annexe 1.

3. En utilisant ce modèle, quel nombre de clients pouvait-on prévoir pour les années 2006 et 2007 ?

Partie B

Une étude plus récente a permis d'obtenir le nombre de clients pour la période 2006 - 2009. Ces résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Année	2006	2007	2008	2009
Rang x_i	6	7	8	9
Nombre y_i	47	47,2	47,5	47,9

1. **a.** À l'aide de ces valeurs compléter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ de la série statistique sur le document de l'annexe 1.

   b. Le modèle d'ajustement trouvé dans la partie A vous paraît-il pertinent pour la période 2006–2009 ? Justifier la réponse.

2. On considère la fonction f définie sur $[0 ; 9]$ par

$$f(x) = 2x + 15 + \mathrm{e}^{-0,1x+3,6}.$$

   On choisit un nouveau modèle d'évolution : on prend le nombre $f(x)$ comme estimation du nombre de centaines de clients de ce restaurant au cours de l'année $2000 + x$.

   a. Calculer $f(7)$.
   Le choix de ce modèle d'évolution semble-t-il pertinent pour l'année 2007 ?

   b. D'après ce modèle d'évolution, à combien peut-on estimer le nombre de clients qui fréquenteront le restaurant en 2010 ? (*On donnera le résultat arrondi à la centaine de clients*).

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

L'entreprise CoTon produit du tissu en coton. Celui-ci est fabriqué en 1 mètre de large et pour une longueur x exprimée en kilomètre, x étant compris entre 0 et 10.
Le coût total de production en euros de l'entreprise CoTon est donné en fonction de la longueur x par la formule

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750.$$

Le graphique de l'annexe 2 donne la représentation graphique de la fonction C.

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes

Partie A : Étude du bénéfice

Si le marché offre un prix p en euros pour un kilomètre de ce tissu, alors la recette de l'entreprise CoTon pour la vente d'une quantité x est égal à $R(x) = px$.

1. Tracer sur le graphique de l'annexe 2 la droite D_1 d'équation $y = 400x$.
   Expliquer, au vu de ce tracé, pourquoi l'entreprise CoTon ne peut pas réaliser un bénéfice si le prix p du marché est égal à 400 euros.

2. Dans cette question on suppose que le prix du marché est égal à 680 euros.

   a. Tracer sur le graphique de l'annexe 2 la droite D_2 d'équation $y = 680x$.
   Déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique, pour quelles quantités produites et vendues, l'entreprise CoTon réalise un bénéfice si le prix p du marché est de 680 euros.

b. On considère la fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;\ 10]$ par

$$B(x) = 680x - C(x).$$

Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;10]$ on a :

$$B'(x) = -45x^2 + 240x + 180.$$

c. Étudier les variations de la fonction B sur $[0\,;10]$.
En déduire pour quelle quantité produite et vendue le bénéfice réalisé par l'entreprise Co-Ton est maximum. Donner la valeur de ce bénéfice.

Partie B : Étude du coût moyen

On rappelle que le coût moyen de production C_M mesure le coût par unité produite. On considère la fonction C_M définie sur l'intervalle $[0\,;10]$ par

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x}.$$

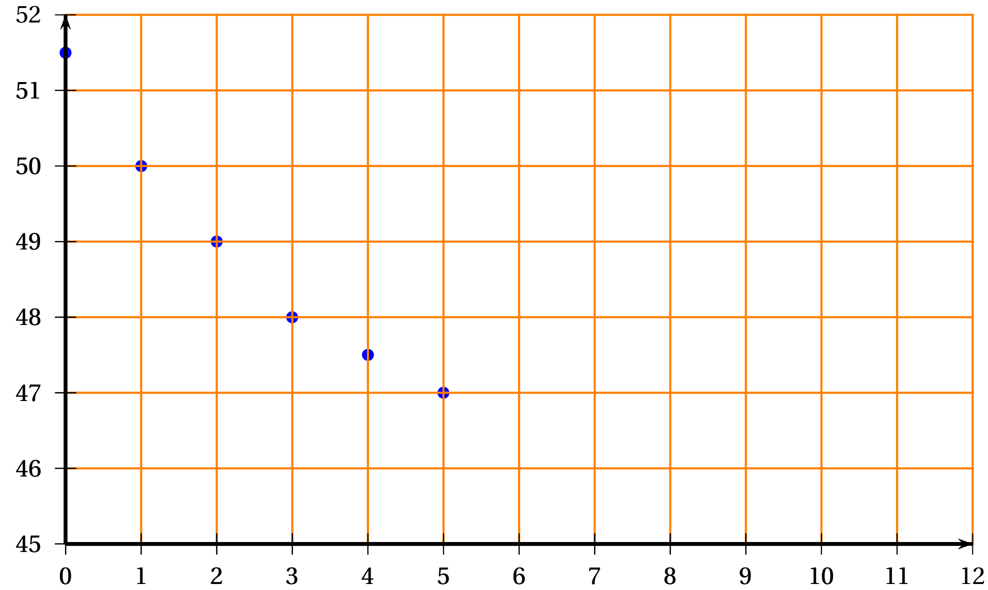
1. Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;10]$ on a :

$$C_M'(x) = \frac{30(x-5)\left(x^2+x+5\right)}{x^2}.$$

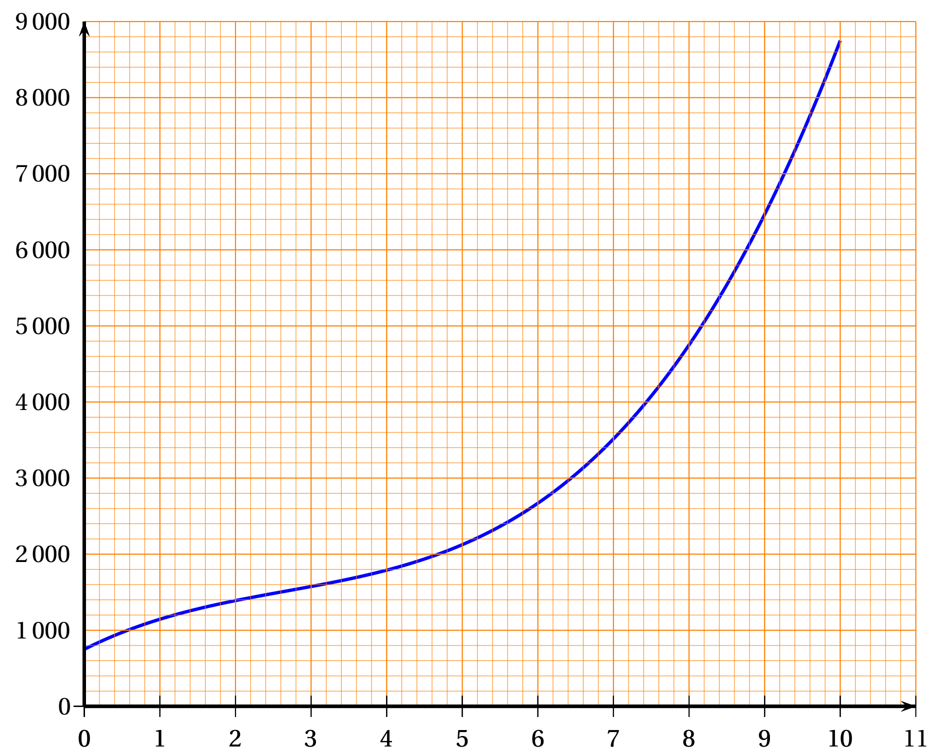
2. a. Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;10]$, $C_M'(x)$ est du signe de $(x-5)$.
En déduire les variations de la fonction C_M sur l'intervalle $]0\,;10]$.

b. Pour quelle quantité de tissu produite le coût moyen de production est-il minimum ?
Que valent dans ce cas le coût moyen de production et le coût total ?

Annexe 1 (exercice 3) – à rendre avec la copie



Annexe 2 (exercice 4) – à rendre avec la copie



∾ Baccalauréat ES 2011 ∾

L'intégrale d'avril à novembre 2011

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat ES Pondichéry 13 avril 2011 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un restaurant propose à sa carte deux types de dessert :

- un assortiment de macarons, choisi par 50 % des clients ;
- une part de tarte tatin, choisie par 30 % des clients.

20 % des clients ne prennent pas de dessert et aucun client ne prend plusieurs desserts.

Le restaurateur a remarqué que :

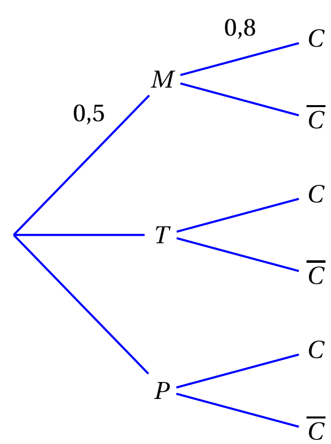
- parmi les clients ayant pris un assortiment de macarons, 80 % prennent un café ;
- parmi les clients ayant pris une part de tarte tatin, 60 % prennent un café ;
- parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90 % prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant. On note p la probabilité associée à cette expérience aléatoire.

On note :

- M l'évènement : « Le client prend un assortiment de macarons » ;
- T l'évènement : « Le client prend une part de tarte tatin » ;
- P l'évènement : « Le client ne prend pas de dessert » ;
- C l'évènement : « Le client prend un café » et $\overline{C}$ l'évènement contraire de C.

1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser la valeur de $p(T)$ et celle de $P_T(C)$, probabilité de l'évènement C sachant que T est réalisé.
2. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :



3. **a.** Exprimer par une phrase ce que représente l'évènement $M \cap C$ puis calculer $p(M \cap C)$.

   b. Montrer que $p(C) = 0,76$.
4. Quelle est la probabilité que le client prenne un assortiment de macarons sachant qu'il prend un café ? (*On donnera le résultat arrondi au centième*).
5. Un assortiment de macarons est vendu 6 €, une part de tarte tatin est vendue 7 €, et un café est vendu 2 €.

   Chaque client prend un plat (et un seul) au prix unique de 18 €, ne prend pas plus d'un dessert ni plus d'un café.

   a. Quelles sont les six valeurs possibles pour la somme totale dépensée par un client ?

b. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la somme totale dépensée par un client :

Sommes s_i	18	20	24	...	...	...
$p(s_i)$	0,02	0,18	...			

c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi et interpréter ce résultat.

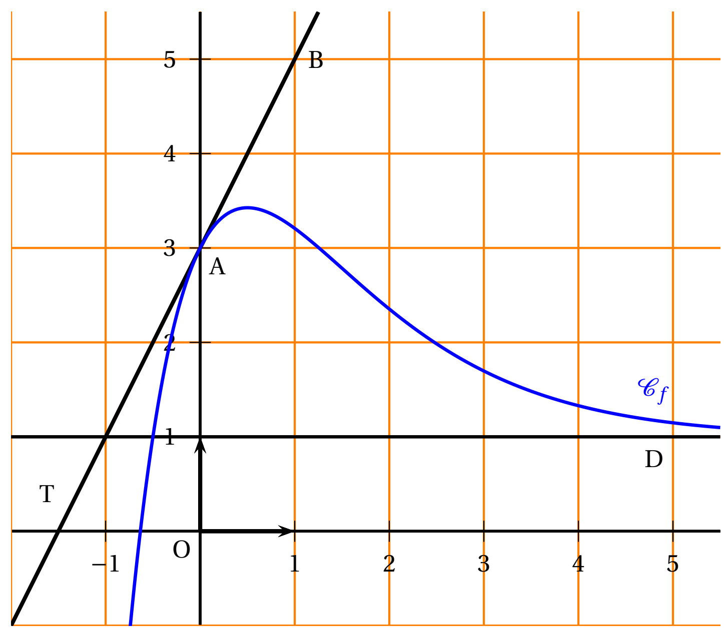
Exercice 2 — 4 points

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On note f' la fonction dérivée de f.

- La tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A(0 ; 3) passe par le point B(1 ; 5).
- La droite D d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $+\infty$.



1. En utilisant les données et le graphique, préciser :
   a. La valeur du réel $f(0)$ et la valeur du réel $f'(0)$.
   b. La limite de la fonction f en $+\infty$.
2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A .
3. Préciser un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
4. On admet que la fonction f est définie, pour tout nombre réel x, par une expression de la forme $f(x) = 1 + \dfrac{ax+b}{\mathrm{e}^x}$, où a et b sont des nombres réels.
   a. Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a, de b et de x.

b. À l'aide des résultats de la question 1. a., démontrer que l'on a, pour tout réel x :

$$f(x) = 1 + \frac{4x+2}{\mathrm{e}^x}.$$

5. Soit F la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x + \dfrac{-4x-6}{\mathrm{e}^x}$. On admet que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
Ce résultat est-il cohérent avec l'encadrement obtenu à la question 3. ?

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le responsable d'un site Internet s'intéresse au nombre de pages visitées sur son site chaque semaine.

PARTIE A

Le tableau ci-dessous donne le nombre de pages visitées, exprimé en milliers, durant chacune des quatre semaines suivant l'ouverture du site.

Semaine x_i, $1 \leqslant i \leqslant 4$	1	2	3	4
Nombre de pages visitées en milliers : y_i, $1 \leqslant i \leqslant 4$	40	45	55	70

Ainsi, au cours de la deuxième semaine après l'ouverture du site, 45 000 pages ont été visitées.

1. Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique est représenté en annexe 1 dans un repère orthogonal. L'allure de ce nuage suggère un ajustement affine.

a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage puis placer ce point sur le graphique de **l'annexe 1**.

b. On appelle (d) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Parmi les deux propositions ci-dessous, une seule correspond à l'équation réduite de la droite (d). Préciser laquelle, en utilisant le point moyen G :

$$y = 9x + 29 \qquad y = 10x + 27,5$$

c. Tracer la droite (d) sur le graphique de l'annexe 1.

2. En supposant que cet ajustement reste valable pendant les deux mois qui suivent l'ouverture du site, donner une estimation du nombre de pages visitées au cours de la huitième semaine suivant l'ouverture du site.

PARTIE B

Le responsable décide de mettre en place, au cours de la quatrième semaine suivant l'ouverture du site, une vaste campagne publicitaire afin d'augmenter le nombre de visiteurs du site.
Il étudie ensuite l'évolution du nombre de pages du site visitées au cours des trois semaines suivant cette opération publicitaire.
Le tableau ci-dessous donne le nombre de pages visitées au cours des sept semaines suivant l'ouverture du site.

Semaine x_i, $1 \leqslant i \leqslant 7$	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de pages visitées en milliers : y_i, $1 \leqslant i \leqslant 7$	40	45	55	70	95	125	175

1. Compléter le nuage de points fourni dans **l'annexe 1** par les trois nouveaux points définis dans le tableau précédent.

   Compte tenu de l'allure du nuage, un ajustement exponentiel semble approprié.

   Pour cela on pose $z = \ln y$.

2. On donne ci-dessous les valeurs de $z_i = \ln\left(y_i\right)$ pour $1 \leqslant i \leqslant 7$, les résultats étant arrondis au centième.

Semaine x_i, $1 \leqslant i \leqslant 7$	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln\left(y_i\right)$, $1 \leqslant i \leqslant 7$	3,69	3,81	4,01	4,25	4,55	4,83	5,16

   a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

   On donnera la réponse sous la forme $z = ax + b$, en arrondissant les coefficients a et b au centième.

   b. En déduire la relation $y = \alpha e^{\beta x}$, où 27,94 et 0,25 sont des valeurs approchées au centième des réels α et β respectivement.

   c. À l'aide de ce nouvel ajustement, donner une estimation du nombre de pages visitées au cours de la huitième semaine suivant l'ouverture du site.

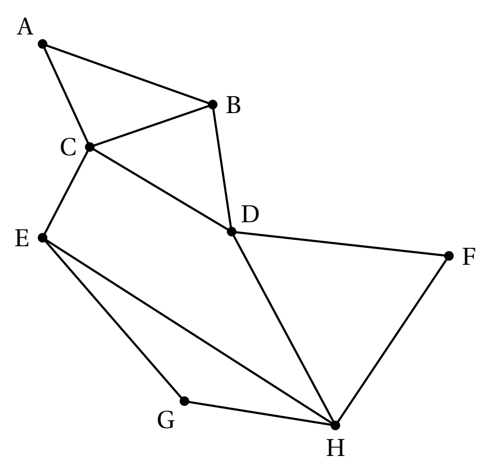
   Combien de semaines auraient été nécessaires pour atteindre ce résultat sans campagne publicitaire ? (on utilisera l'ajustement obtenu dans la **partie A**).

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un orchestre doit effectuer une tournée passant par les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier.

Le graphe Γ ci-dessous représente les différentes villes de la tournée et les autoroutes reliant ces villes (une ville est représentée par un point, une autoroute par une arête) :



1. Est-il possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute ? (la réponse sera justifiée).

   Si oui citer un trajet de ce type.

2. On appelle M la matrice associée au graphe Γ (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).

On donne la matrice M^3 :

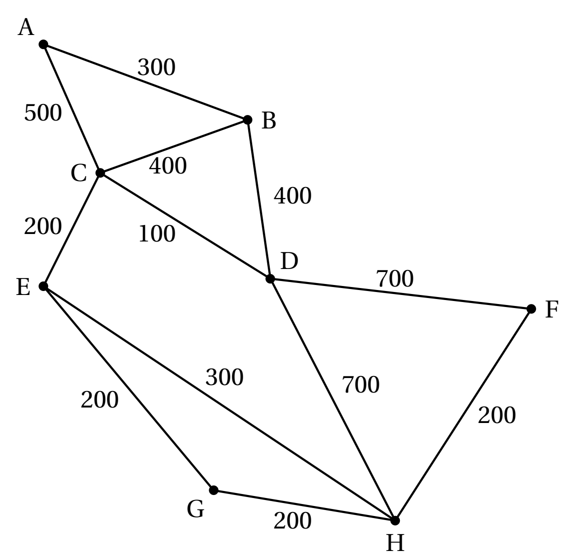
$$M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 7 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 6 & 6 & 4 & 9 & 7 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 9 & 4 & 3 & 5 & 3 & 8 \\ 1 & 3 & 7 & 3 & 2 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 2 & 3 & 5 & 3 & 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 8 & 7 & 5 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Combien existe-t-il de chemins de longueur 3 reliant B à H ? (la réponse devra être justifiée).

Préciser ces chemins.

3. Des contraintes de calendrier imposent en fait d'organiser un concert dans la ville F immédiatement après un concert dans la ville A.

Le graphe Γ est complété ci-dessous par les longueurs en kilomètres de chaque tronçon (les longueurs des segments ne sont pas proportionnelles aux distances).



Déterminer, en utilisant un algorithme dont on citera le nom, le trajet autoroutier le plus court (en kilomètres) pour aller de A à F.

Préciser la longueur en kilomètres de ce trajet.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Un laboratoire pharmaceutique fabrique un médicament qu'il commercialise sous forme liquide. Sa capacité journalière de production est comprise entre 25 et 500 litres, et on suppose que toute la production est commercialisée.

Dans tout l'exercice, les coûts et recettes sont exprimés en milliers d'euros, les quantités en centaines de litres.

Si x désigne la quantité journalière produite, on appelle $C_T(x)$, pour x variant de 0,25 à 5, le coût total de production correspondant.

La courbe Γ_1 fournie en **annexe 2** est la représentation graphique de la fonction C_{T} sur l'intervalle [0,25 ; 5].
La tangente à Γ_1 au point A(1 ; 1) est horizontale.

PARTIE A

1. **a.** On admet que la recette $R(x)$ (en milliers d'euros) résultant de la vente de x centaines de litres de médicament, est définie sur [0,25 ; 5] par
   $R(x) = 1,5x$.
   Quelle est la recette (en euros) pour 200 litres de médicament vendus ?

   b. Tracer, sur le graphique fourni en **annexe 2**, le segment représentant graphiquement la fonction R.

2. **Lectures graphiques**

   Les questions a., b., c. suivantes seront résolues à l'aide de lectures graphiques seulement. On fera apparaître les traits de construction sur le graphique en annexe 2.
   Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte.

   a. Déterminer des valeurs approximatives des bornes de la « plage de rentabilité », c'est-à-dire de l'intervalle correspondant aux quantités commercialisées dégageant un bénéfice positif.

   b. Donner une valeur approximative du bénéfice en euros réalisé par le laboratoire lorsque 200 litres de médicament sont commercialisés.

   c. Pour quelle quantité de médicament commercialisée le bénéfice paraît-il maximal ?
   À combien peut-on évaluer le bénéfice maximal obtenu ?

PARTIE B

Dans la suite de l'exercice, on admet que la fonction coût total C_{T} est définie sur l'intervalle [0,25 ; 5] par

$$C_{\text{T}}(x) = x^2 - 2x\ln(x).$$

1. Justifier que le bénéfice, en milliers d'euros, réalisé par le laboratoire pour x centaines de litres commercialisés, est donné par :

   $$B(x) = 1,5x - x^2 + 2x\ln(x).$$

   Calculer $B(2)$, et comparer au résultat obtenu à la question 2. b. de la **partie A**.

2. On suppose que la fonction B est dérivable sur l'intervalle [0,25 ; 5] et on note B' sa fonction dérivée. Montrer que $B'(x) = 2\ln(x) - 2x + 3,5$.

3. On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction B', dérivée de la fonction B, sur l'intervalle [0,25 ; 5] :

x	$0,25$		1		5
			1,5		
$B'(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	
	y_1				y_2

On précise les encadrements : $0,22 < y_1 < 0,23$ et $-3,29 < y_2 < -3,28$.

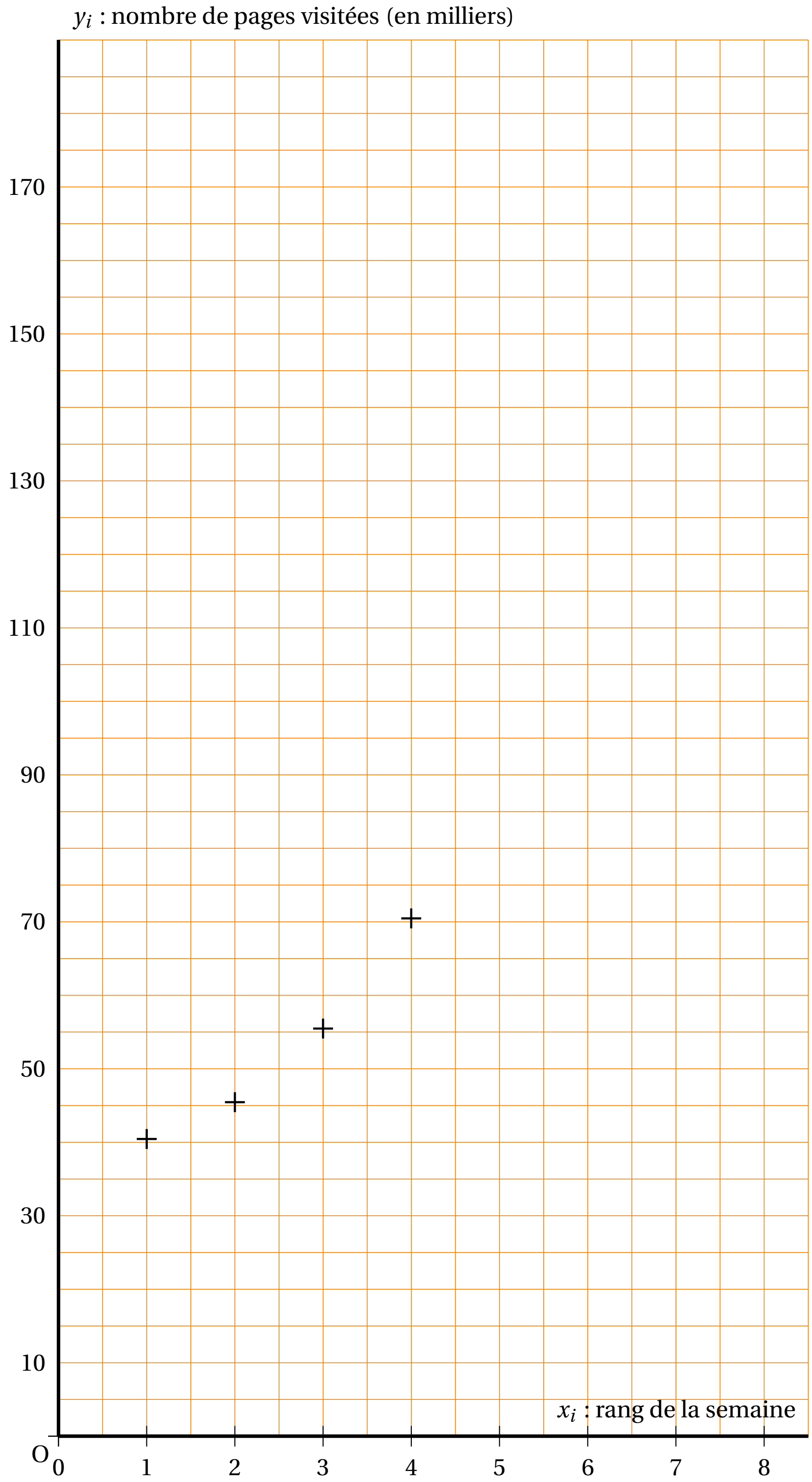
a. Démontrer que l'équation $B'(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0,25 ; 5]$.
Pour la suite de l'exercice, on prendra $2,77$ *pour valeur approchée de* α.

b. Dresser le tableau précisant le signe de $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0,25 ; 5]$.
En déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0,25 ; 5]$.

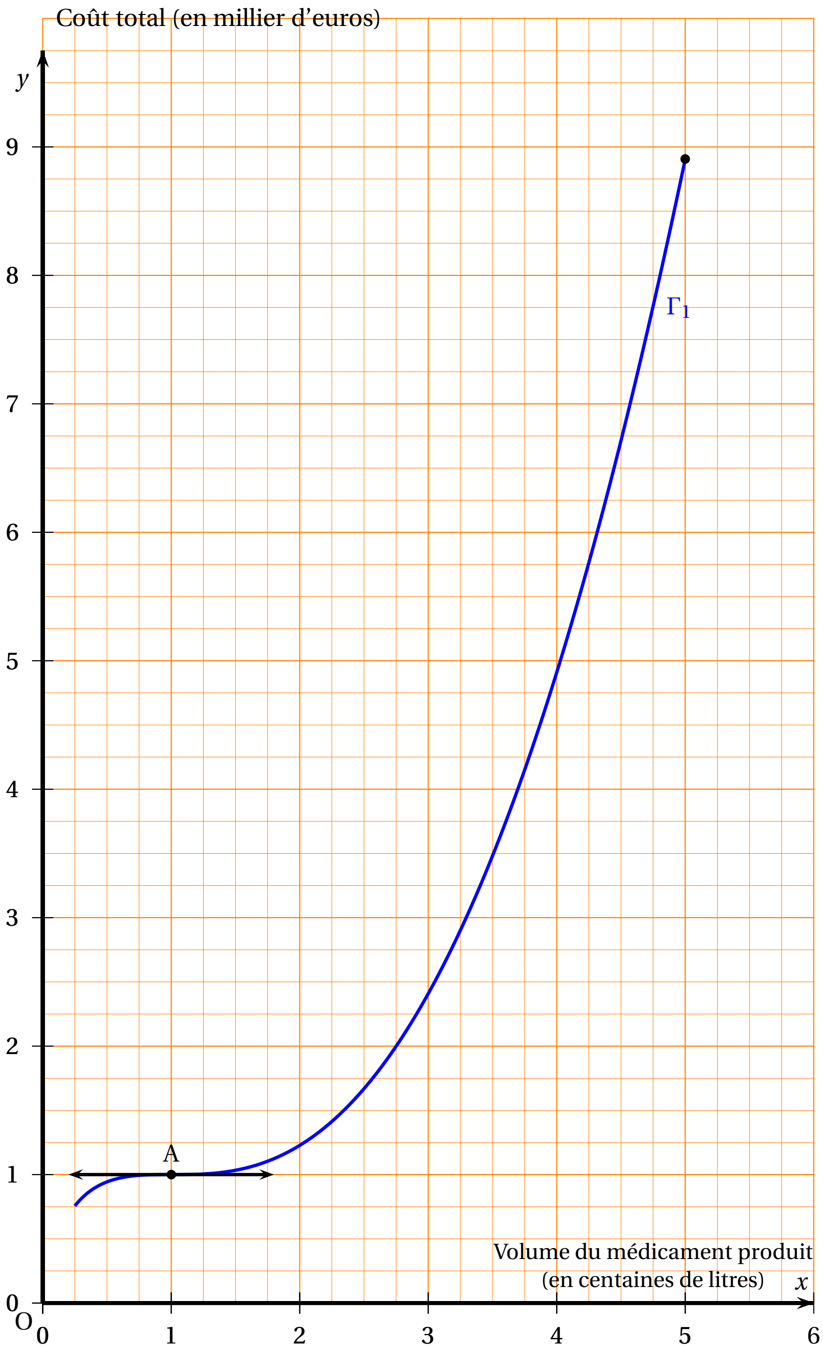
4. a. Pour quelle quantité de médicament commercialisée, le bénéfice est-il maximal ? (On donnera une valeur approchée de cette quantité en litres). Donner alors une valeur approchée en euros de ce bénéfice maximal.

b. Ces résultats sont-ils cohérents avec ceux obtenus graphiquement à la question 2. c. de la partie A ?

ANNEXE 1
Exercice 3
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité
À rendre avec la copie



ANNEXE 2
Exercice 4
À rendre avec la copie



Baccalauréat ES Amérique du Nord 27 mai 2011

EXERCICE 1 **4 points**

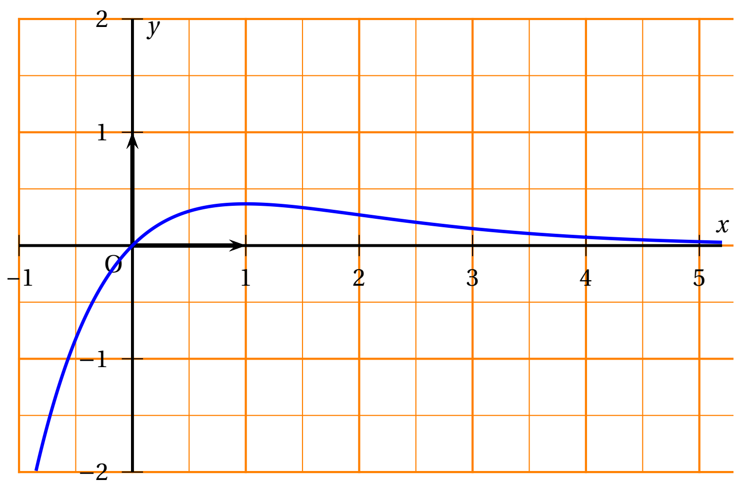
Commun à tous les candidats

L'exercice suivant est un Q. C. M. (questionnaire à choix multiples) Pour chaque proposition choisir l'unique bonne réponse sachant qu'une bonne réponse rapporte un point et que l'absence de réponse ou une réponse fausse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Aucune justification n'est demandée.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x\text{e}^{-x}.$$

La courbe représentative de f est tracée dans le repère ci-dessous :



1. Pour tout réel x, $f'(x)$ est égale à :

a. $-\text{e}^{-x}$ **b.** e^{-x} **c.** $(1-x)\text{e}^{-x}$

2. La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 a pour équation :

a. $y = x$ **b.** $y = 2x$ **c.** $y = -x$

3. Une primitive F de f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2\text{e}^{-x}$ **b.** $F(x) = -(1+x)\text{e}^{-x}$ **c.** $F(x) = -x\text{e}^{-x}$

4. La valeur de $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x$ est :

a. négative **b.** inférieure à 1 **c.** supérieure à 3

EXERCICE 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le glacier d'Aletsch, classé à l'UNESCO, est le plus grand glacier des Alpes, situé dans le sud de la Suisse, il alimente la vallée du Rhône.
Pour étudier le recul de ce glacier au fil des années, une première mesure a été effectuée en 1900 : ce glacier mesurait alors $25,6$ km.
Des relevés ont ensuite été effectués tous les 20 ans : le recul du glacier est mesuré par rapport à la position où se trouvait initialement le pied du glacier en 1900.
Les mesures successives ont été relevées dans le tableau ci-dessous. On note t la durée, en années, écoulée depuis 1900, et r le recul correspondant, mesuré en kilomètres.

Année de mesure :	1900	1920	1940	1960	1980	2000
Durée t écoulée (depuis 1900) :	0	20	40	60	80	100
Recul r (en km) :	0	0,3	0,6	1	1,6	2,3

Mesures déduites de : The Swiss Glaciers,
Yearbooks of the Glaciological Commission of the Swiss

Par exemple, en 1940 ($t = 40$), le recul du glacier par rapport à 1900 a été de 0,6 km : la longueur du glacier était donc de $25,6 - 0,6 = 25$km.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

Partie A Étude d'un modèle affine

1. Tracer le nuage de points dans le repère donné en annexe (Durée t en abscisse, distance r en ordonnée).
2. À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés de r en fonction de t, puis tracer cette droite dans le repère précédent.
3. À partir du modèle affine obtenu précédemment, estimer par le calcul :
   a. Le recul puis la longueur du glacier en 2011.
   b. L'année de disparition du glacier (arrondir à l'unité).

Partie B Utilisation d'un modèle exponentiel

Le résultat du **3. b.** de la partie A étant peu en accord avec la plupart des autres études, les glaciologues considèrent un autre modèle : le modèle exponentiel.

On pose $y = \ln(r)$. On rappelle que $\ln(r)$ désigne le logarithme népérien du recul r.

1. Recopier puis compléter le tableau suivant sur votre copie (pour permettre le calcul de y, la durée 0 de l'année 1900 a été exclue du tableau.

Durée t (à partir de 1900)	20	40	60	80	100
$y = \ln(r)$					

2. **a.** À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés de y en fonction de t.
   b. Déduire que $r(t) = \mathrm{e}^{0,025t-1,599}$.
3. En utilisant le modèle obtenu précédemment, estimer par le calcul :
   a. Le recul puis la longueur du glacier en 2011.
   b. L'année de disparition du glacier (arrondir à l'unité).

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

On rappelle que si A et B sont deux évènements d'un ensemble probabiliste, avec A de probabilité non nulle, la probabilité de B sachant A est le réel noté $P_A(B)$.

L'asthme est une maladie inflammatoire chronique des voies respiratoires en constante augmentation. En France les statistiques font apparaître que, parmi les adultes, environ 4 % des hommes et 5 % des femmes sont asthmatiques.

Dans la population française, on considère l'ensemble des couples homme-femme.

Partie A Étude de l'état d'asthme du couple

On note :

H l'évènement : « L'homme est asthmatique »,

et F l'évènement : « La femme est asthmatique ».

On admet que les évènements H et F sont indépendants.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre.
2. On note les évènements :

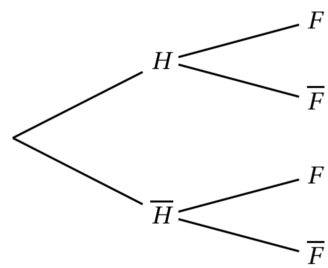
   A : « Aucun des deux adultes du couple n'est asthmatique »

   B : « Un seul des deux adultes du couple est asthmatique »

   C : « Les deux adultes du couple sont asthmatiques »

   Montrer que : $P(A) = 0,912$;

   $P(B) = 0,086 \quad ; \quad P(C) = 0,002$.



Partie B Étude de la transmission de l'asthme au premier enfant

Les études actuelles sur cette maladie montrent que :

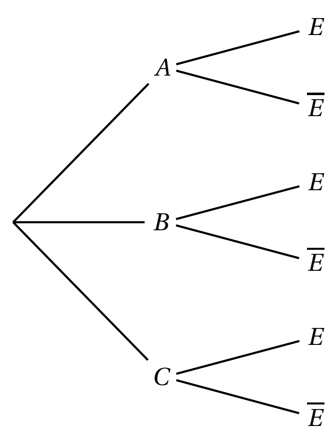
- Si aucun des parents n'est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de 0,1.
- Si un seul des parents est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de 0,3.
- Si les deux parents sont asthmatiques, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de 0,5.

On note E l'évènement : « Le premier enfant du couple est asthmatique ».

1. Reproduire sur votre copie puis compléter l'arbre de probabilités ci-contre.
2. Montrer que $P(\text{E}) = 0,118$.
3. Calculer $P_{\text{E}}(\text{A})$ et interpréter le résultat.

   Déduire $P_{\text{E}}\left(\overline{\text{A}}\right)$ et interpréter le résultat.
4. Quelle est la probabilité qu'un enfant non asthmatique ait au moins un de ses parents asthmatiques?

   (**Indication :** on pourra chercher à calculer l'évènement contraire)

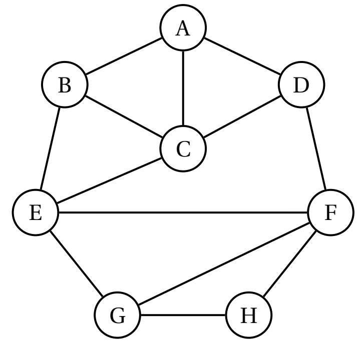


EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A Étude d'un site

Un site internet comporte 8 pages, notées A, B, C, D, E, F, G, H reliées entre elles suivant le graphe ci-contre.
Ainsi, par exemple, à partir de la page A on peut directement accéder aux pages B, C et D.
Par contre, la page A ne permet pas d'accéder directement à la page F.



1. Le technicien souhaite tester les liens de pages. En partant de la page A, est-il possible de trouver un parcours passant une seule fois par tous les liens de pages ? Justifier la réponse.
2. Pour marquer les changements de page, l'administrateur du site souhaite que deux pages reliées aient des couleurs différentes.

   On note N le nombre minimum de couleurs nécessaires.

   a. Donner un sous-graphe complet d'ordre maximal.

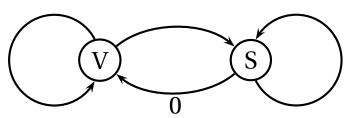
   b. En utilisant la question 2. a. et à l'aide d'un algorithme, montrer, que $N = 3$.

Partie B Étude de propagation d'un virus d'un site à l'autre

Le site précédent, appelé site n° 1, propose un unique lien vers un site partenaire, appelé Site n° 2, sans retour possible. De même, le site n° 2 propose un unique lien vers un site n° 3, sans retour possible et ainsi de suite ... (voir le schéma ci-dessous) :
Site n° 1 $\longrightarrow$ Site n° 2 $\longrightarrow$ Site n° 3 $\longrightarrow$ ... $\longrightarrow$ Site n° n $\longrightarrow$ Site n° $n+1$ ...
Le site n° 1 vient d'être infecté par un virus informatique qui utilise les liens entre les sites pour essayer de se propager, les autres sites n'étant pas encore touchés.
Face à ce nouveau virus, les antivirus ne sont efficaces qu'à 80 %. On note :

— V l'état « le site est infecté par le virus »
— S l'état « le site est sain (non infecté par le virus) ».

On a dessiné ci-dessous le graphe probabiliste traduisant les risques de propagation du virus d'un site au suivant :



1. Justifier la valeur 0 indiquée sur le graphe probabiliste précédent, puis recopier et compléter ce graphe sur votre copie.
2. Préciser la matrice de transition M de ce graphe (première ligne pour V, deuxième ligne pour S)

   Pour tout entier naturel non nul n, on note :

   P_n la probabilité que le n-ième site soit infecté, Q_n la probabilité que le n-ième site soit sain et $X_n = (P_n \quad Q_n)$.

   On a donc $X_1 = (1 \quad 0)$ (traduisant que le site n° 1 est infecté) et $X_{n+1} = X_n\ M$.
3. **a.** En utilisant la relation $X_{n+1} = X_n M$, montrer que $P_{n+1} = 0,2P_n$.

   b. En déduire P_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de la suite (P_n) lorsque n tend vers plus l'infini.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Un supermarché souhaite acheter des fruits à un fournisseur.
Ce fournisseur propose des prix au kilogramme, dégressifs en fonction du poids de fruits commandé.
Pour une commande de x kilogrammes de fruit, le prix $P(x)$ en euros du kilogramme de fruits est donné par la formule :

$$P(x) = \frac{x+300}{x+100} \quad \text{pour } x \in [100\ ;\ +\infty[.$$

Par exemple si le supermarché achète 300 kilogrammes de fruits, ces fruits lui sont vendus $P(300) = \frac{600}{400} = 1,50$ euros le kilogramme.
Dans ce cas, le supermarché devra payer $300 \times 1,5 = 450$ euros au fournisseur pour cette commande.

Partie A Étude du prix P proposé par le fournisseur

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} P(x)$.
2. Montrer que $P'(x) = -\frac{200}{(x+100)^2}$ sur $[100\ ;\ +\infty[$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction P.

Partie B Étude de la somme S à dépenser par le supermarché

On appelle $S(x)$ la somme en euros à dépenser par le supermarché pour une commande de x kilogrammes de fruits (ces fruits étant vendus par le fournisseur au prix de $P(x)$ euros par kilogramme).
Cette somme est donc égale à $S(x) = xP(x)$ pour $x \in [100\ ;\ +\infty[$.

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} S(x)$.
2. Montrer que pour tout x appartenant à $[100\ ;\ +\infty[$: $S'(x) = \frac{x^2+200x+30\,000}{(x+100)^2}$.
3. Montrer que pour tout x appartenant à $[100\ ;\ +\infty[$:
   $S(x) = x + 200 - 20\,000 \times \frac{1}{x+100}$.
4. En déduire une primitive T de S sur $[100\ ;\ +\infty[$.

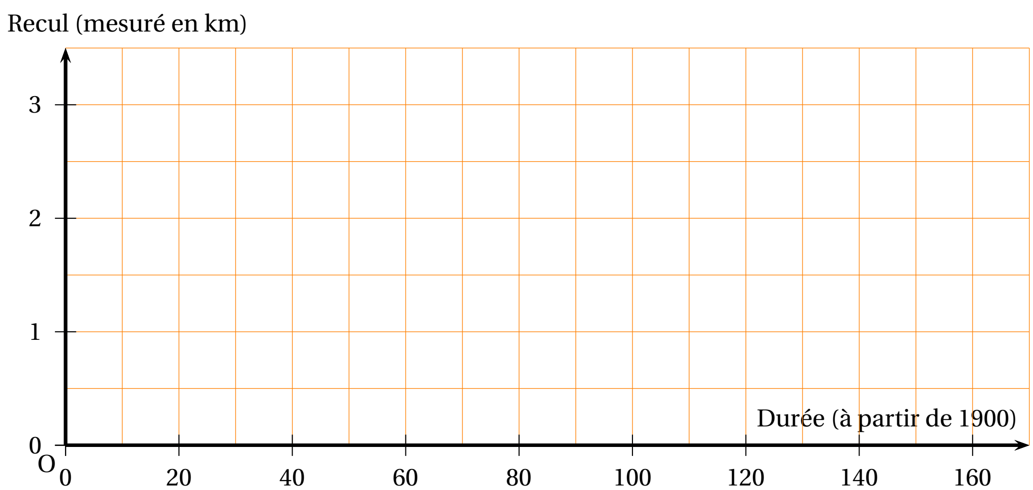
Partie C Étude de différentes situations

Les questions suivantes peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

1. Le magasin dispose d'un budget de 900 euros pour la commande de fruits.
   Préciser, au kilogramme près, le poids maximum de fruits que le magasin peut commander sans dépasser son budget. On justifiera la réponse.
2. On rappelle que la valeur moyenne M d'une fonction f définie et continue sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ est donnée par la formule $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.
   Le supermarché estime acheter régulièrement entre 400 et 600 kilogrammes de fruits à ce fournisseur.
   Déterminer la valeur moyenne de S sur $[400\,;\,600]$ et donner le résultat arrondi à l'unité.

ANNEXE
(à rendre avec la copie)

Exercice 2



Baccalauréat ES Liban 30 mai 2011

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice constitue un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, indiquer sur votre copie le numéro de la question et la seule réponse exacte.
Barème : Une réponse correcte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(1 - x^2\right)$. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.
   a. L'ensemble de définition de la fonction f est :
   - $]0~;~+\infty[$
   - $[-1~;~1]$
   - $]-1~;~1[$
   - $]1~;~+\infty[$

   b. Le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ a pour ordonnée :
   - $\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$
   - $\ln 1 - \left(\dfrac{1}{4}\right)$
   - $\ln 3 - 2\ln 2$
   - $-0{,}287\,682\,072\,5$

2. On considère à présent la fonction g définie sur $]1~;~+\infty[$ par $g(x) = \ln(\ln x)$.
   a. Sur $]1~;~+\infty[$, l'inéquation $g(x) > 0$ admet comme ensemble de solutions :
   - $]1~;~\text{e}[$
   - $]1~;~+\infty[$
   - $]\text{e}~;~+\infty[$
   - $[\text{e}~;~+\infty[$

   b. Sur $]1~;~+\infty[$, l'expression de la dérivée de la fonction g est égale à :
   - $\dfrac{1}{\ln x}$
   - $\dfrac{1}{x} \times \dfrac{1}{x}$
   - x
   - $\dfrac{1}{x\ln x}$

Exercice 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

On rappelle que :
- Le taux d'emploi d'une classe d'individus est calculé en rapportant le nombre d'individus de la classe ayant un emploi au nombre total d'individus dans la classe.
- Un individu âgé de 55 ans à 64 ans est appelé un « senior ».
- UE désigne l'Union européenne.

Selon un rapport de l'INSEE :
« Le taux d'emploi des personnes âgées de 55 à 64 ans est considéré comme un levier privilégié pour limiter l'exclusion de ces personnes du marché du travail et maîtriser les dépenses de retraites.
En 2008, il est de 45,6 % dans l'UE, mais seulement de 38,3 % en France alors que l'objectif de l'UE comme de la France est d'atteindre 50 % en 2010. »

Le but de l'exercice est de vérifier si la France a atteint l'objectif visé par l'UE.
Dans tout l'exercice, le taux d'emploi sera exprimé en pourcentage. Les valeurs approchées seront arrondies au dixième.

Partie A Étude statistique et interpolation de données

Le tableau ci-dessous indique le taux d'emploi des seniors en France entre 1992 et 1998 :

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Taux d'emploi des seniors en % y_i	29,8	29,7	29,6	29,6	29,4	29	28,3

Source : INSEE, Eurostat

1. Déterminer, en utilisant la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
2. Selon cet ajustement, déterminer le taux d'emploi des seniors en 1999.
3. Selon cet ajustement, déterminer si la France a atteint l'objectif fixé en 2010.

Partie B Interpolation de données à l'aide d'un second modèle

Le taux d'emploi des séniors en France est en réalité de 28,8 % en 1999 et on admet qu'à partir de l'année $2000+n$, il est donné par l'expression $29,9 \times 1,037^n$ où n désigne un entier naturel. Selon ce modèle, déterminer :

1. Le taux d'emploi des seniors en 2010.
2. À partir de quelle année, la France aura atteint son objectif.

Partie C Extrapolation de données selon un troisième modèle

Le tableau ci-dessous indique le taux d'emploi des seniors en France entre 2001 et 2009 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Taux d'emploi des seniors en % y_i	31,9	34,7	37	37,8	38,5	38,1	38,2	38,2	38,9

Source : INSEE, Eurostat

Désormais, à partir de 2001, on choisit un modèle logarithmique et on admettra qu'à partir de 2001, le taux d'emploi des seniors est donné par la fonction f définie sur $[9\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = a\ln(x+1)+b \text{ où } a \text{ et } b \text{ désignent deux nombres réels.}$$

1. En considérant les années 2001 et 2006, écrire le système d'équations que doivent vérifier a et b.
2. En déduire que $a = \dfrac{6,2}{\ln 1,5}$.
   Dans la suite, on admettra que $a = 15,3$ et $b = -3,3$.
3. Selon ce modèle, déterminer à partir de quelle année, la France aura atteint son objectif.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{-x}, \quad g(x) = -x+1 \quad \text{et} \quad h(x) = f(x) - g(x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et Δ la droite représentant la fonction g dans un repère orthonormé du plan.

Partie A Position relative de $\mathscr{C}_f$ et de l'une de ses tangentes.

1. Vérifier, par le calcul, que la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 est la droite Δ.
2. **a.** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = 1 - \mathrm{e}^{-x}$.

   b. Étudier le signe de $h'(x)$ suivant les valeurs de x.

   c. En déduire le sens de variation de la fonction h sur $\mathbb{R}$.
3. En utilisant les questions 1. et 2., étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de sa tangente au point d'abscisse 0.

Partie B Calcul d'aire

1. Montrer que $\displaystyle\int_0^1 h(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$.
2. *Dans cette question, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Soit a un nombre réel vérifiant $a > 1$. On appelle D le domaine colorié sur le graphique en **annexe**.

   On note $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en unité d'aire, du domaine D.

   a. Déterminer en fonction de a la valeur de $\mathscr{A}$.

   b. Déterminer la limite de $\mathscr{A}$ lorsque a tend vers $+\infty$.

Exercice 4 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On rappelle que pour tout évènement A et B d'un univers :
- l'évènement « A et B » est noté $A \cap B$,
- la probabilité de l'évènement A est notée $P(A)$,
- si $P(A) \neq 0$, alors la probabilité conditionnelle de B sachant A est notée $P_A(B)$.

Lors de l'année de terminale ES, les trois quarts des élèves travaillent sérieusement tout au long de l'année scolaire.
Un candidat au baccalauréat ES a une probabilité de 0,9 d'obtenir son bac s'il a travaillé sérieusement et une probabilité de 0,2 s'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire.
Un candidat est dit surpris s'il est admis alors qu'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire ou bien s'il est refusé et qu'il a travaillé sérieusement pendant l'année scolaire. On note :

- T l'évènement « le candidat a travaillé sérieusement »
- A l'évènement « le candidat est admis au baccalauréat ES »
- S l'évènement « Le candidat est surpris ».

On interroge au hasard un candidat au baccalauréat ES.
Dans tout l'exercice, on donnera des valeurs approchées arrondies au millième.

1. Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'énoncé.
2. Déterminer la probabilité des évènements suivants :

   a. $T \cap A$

   b. $T \cap \overline{A}$

   c. $\overline{T} \cap A$

   d. $\overline{T} \cap \overline{A}$
3. **a.** Déterminer la probabilité que le candidat interrogé soit admis.

   b. Le candidat est admis. Déterminer la probabilité que ce candidat ait travaillé sérieusement pendant l'année scolaire.

4. Démontrer que la probabilité de l'évènement S est $0,125$.
5. On interroge trois élèves au hasard. Calculer la probabilité qu'au moins un élève soit surpris ?

Exercice 4 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

En 2010, les clients d'une banque nationale se répartissent en deux catégories distinctes :

- Catégorie A, composée des clients d'agence
- Catégorie I, composée des clients internet

En 2010, 92 % des clients sont des clients d'agence et 8 % des clients sont des clients internet.
On admet que chaque année, 5 % des clients d'agence deviennent clients internet et inversement 1 % des clients internet deviennent clients d'agence.
On suppose que le nombre de clients de la banque reste constant au cours du temps et qu'un client ne peut faire partie des deux catégories.

On s'intéresse à l'évolution de la répartition des clients de cette banque dans les années à venir.

On note pour tout entier naturel n :

- a_n la probabilité qu'un client de la banque, pris au hasard, soit un client d'agence à l'année $2010 + n$,
- i_n la probabilité qu'un client de la banque, pris au hasard, soit un client internet à l'année $2010 + n$,
- $P_n = (a_n \quad i_n)$ la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année $2010 + n$.

On note M la matrice de transition, telle que pour tout entier naturel n, $P_{n+1} = P_n \times M$.

Partie A État stable d'un graphe probabiliste

Dans cette partie, on donnera des valeurs approchées arrondies au centième.

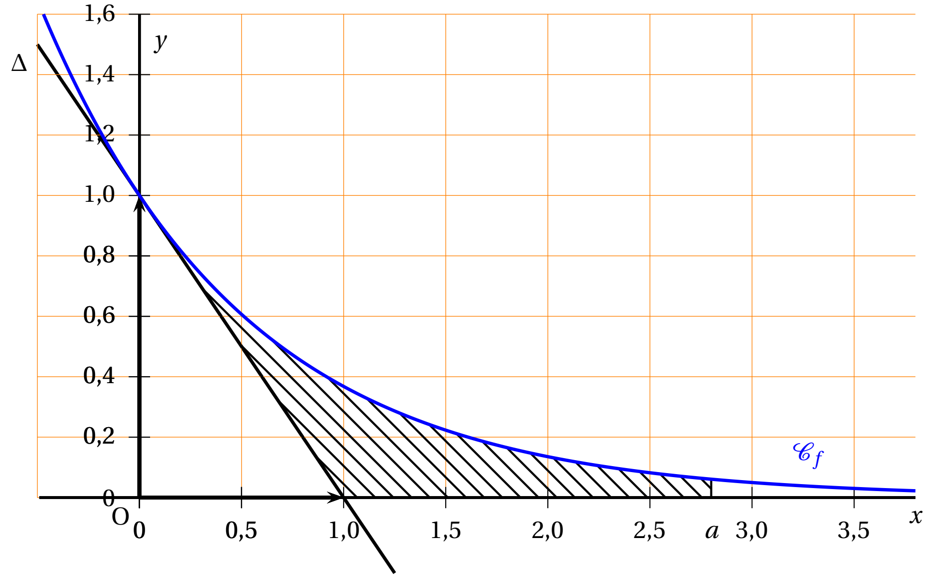
1. Déterminer le graphe probabiliste correspondant à cette situation.
2. Donner P_0 la matrice traduisant l'état probabiliste initial.
   On admettra que $M = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0,01 & 0,99 \end{pmatrix}$.
3. **a.** Calculer la matrice P_1.
   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la répartition des clients de la banque en 2015.
4. Déterminer, par le calcul, l'état stable de la répartition des clients.
   Interpréter le résultat.

Partie B Étude de la limite d'une suite récurrente

1. **a.** À l'aide de la relation $P_{n+1} = P_n \times M$, exprimer a_{n+1} en fonction de a_n et i_n.
   b. En déduire que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,94a_n + 0,01$.
2. On définit la suite (u_n) par $u_n = a_n - \dfrac{1}{6}$ pour tout entier naturel n.
   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite, géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $a_n = \dfrac{113}{150} \times 0,94^n + \dfrac{1}{6}$.
   d. Déterminer la limite de la suite a_n lorsque n tend vers $+\infty$. Interpréter le résultat.

ANNEXE

Exercice 3



Baccalauréat ES Polynésie 10 juin 2011

Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats.

Soit f une fonction définie sur l'ensemble $]-\infty\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$.
On note $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal.
On suppose que f est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty\,;\,1[$ et $]1\,;\,+\infty[$ et on note f' la fonction dérivée de f.
Soit F une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]1\,;\,6]$. On suppose que f admet le tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
f	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Pour chacune des huit affirmations ci-dessous, une seule de ces trois propositions convient :
VRAIE ou FAUSSE ou LES INFORMATIONS DONNÉES NE PERMETTENT PAS DE CONCLURE.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la proposition choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point.*

1. L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]-\infty\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$.
2. La droite d'équation $y = 1$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C}_f)$.
3. Pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]1\,;\,+\infty[$, $f'(x) \geqslant 0$.
4. La fonction F est décroissante sur l'intervalle $]1\,;\,6]$.
5. $\ln[f(x)]$ existe pour tout x appartenant à $]-\infty\,;\,0[$.
6. Soit g la fonction définie sur $]-\infty\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$.
   a. $g(6) = \mathrm{e}^3$.
   b. $\displaystyle\lim_{\substack{x\to1\\x<1}} g(x) = +\infty$.
   c. $g'(3) \geqslant 0$.

Exercice 2 — 5 points

Commun à tous les candidats.

L'objet de l'exercice consiste à étudier les évolutions du nombre de mariages et du nombre de pacs (pacte civil de solidarité) signés entre partenaires de sexe opposé en France à partir de l'année 2000.

Partie A : étude du nombre de mariages

Le tableau suivant donne le nombre de mariages en France, en milliers, de 2000 à 2008.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de mariages y_i en milliers	305	296	286	283	278	283	274	274	265

Source : INSEE

Pour i entier variant entre 0 et 8, on a représenté en **annexe 1** dans le plan muni d'un repère orthogonal le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série.

1. **a.** Écrire une équation de la droite d'ajustement affine D de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).
   b. Représenter D dans le repère de l'annexe 1.
2. En utilisant cet ajustement affine, déterminer par la méthode de votre choix une estimation du nombre de mariages en France en 2012 (le résultat sera arrondi au millier).

Partie B : étude du nombre de pacs

Le tableau suivant donne le nombre de pacs signés entre partenaires de sexe opposé en France, en milliers, de 2000 à 2008.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de pacs Y_i	16	15	21	26	33	53	64	96	138

Source : INSEE

1. Représenter dans le repère de l'**annexe 1** le nuage points $N_i\left(x_i\ ;\ Y_i\right)$ associé à cette nouvelle série statistique.
   L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel. Pour i entier variant entre 0 et 8 on pose $Z_i = \ln Y_i$.
2. Recopier sur la copie et compléter le tableau suivant où z_i est arrondi au centième :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Z_i	2,77								

3. Une équation de la droite d'ajustement affine de Z en x par la méthode des moindres carrés est $Z = 0,29x + 2,51$ (les coefficients étant arrondis au centième).
   a. En utilisant la relation $Z = \ln Y$, justifier la relation : $y = 12,30\mathrm{e}^{0,29x}$.
   b. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre de pacs signés en France entre personnes de sexe opposé en 2012 (arrondir au millier).

Partie C : Comparaison

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Si les évolutions du nombre de mariages et du nombre de pacs signés entre personnes de sexe opposé en France se poursuivent selon les modèles décrits dans les parties A et B, estimer à partir de quelle année le nombre de pacs dépassera celui des mariages.

Exercice 3 — 5 points

Pour les élèves n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une session du baccalauréat se compose de deux parties :

- le premier groupe d'épreuves (encore appelé : « écrit » par abus de langage ou « premier tour ») ;
- le second groupe d'épreuves (encore appelé : « oral de rattrapage » ou « second tour »).
  Ce second groupe d'épreuves concerne les candidats n'ayant pas obtenu le bac à l'issue du premier groupe, mais ayant obtenu une moyenne générale supérieure ou égale à 08/20.

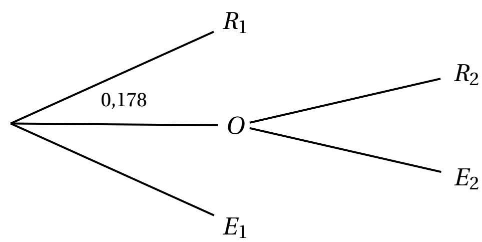
Les résultats au baccalauréat ES, en France métropolitaine et DOM, pour la session de juin 2010 à l'issue du *premier groupe d'épreuves* sont les suivants :

- 74,3 % des candidats ont été reçus à l'issue du premier tour (c'est-à-dire que leur moyenne générale m est telle que $m \geqslant 10$) ;
- 17,8 % des candidats sont allés aux oraux de rattrapage (c'est-à-dire que leur moyenne générale m est telle que $8 \leqslant m < 10$) ;
- les autres candidats ont été recalés (c'est-à-dire que leur moyenne générale m est telle que $m < 8$).

Le taux final de réussite au baccalauréat ES, en France métropolitaine et DOM, pour la session 2010 à l'issue des deux groupes d'épreuves est 86,1 %.
On interroge au hasard un candidat ayant passé le baccalauréat ES en 2010.
On note :

- R_1 l'évènement : « le candidat interrogé a obtenu le baccalauréat à l'issue du premier tour » ;
- O l'évènement : « le candidat interrogé est allé à l'oral de rattrapage » ;
- E_1 l'évènement : « le candidat interrogé a été recalé à l'issue du premier tour » ;
- R_2 l'évènement : « le candidat interrogé a obtenu le baccalauréat à l'issue de l'oral de rattrapage » ;
- E_2 l'évènement : « le candidat interrogé a été recalé à l'issue de l'oral de rattrapage ».

On peut modéliser la situation par l'arbre (partiellement pondéré) ci-dessous, qu'on ne demande pas de compléter pour l'instant :



Si X est un évènement, on note $p(X)$ sa probabilité.
Dans cet exercice les résultats demandés seront arrondis au millième.

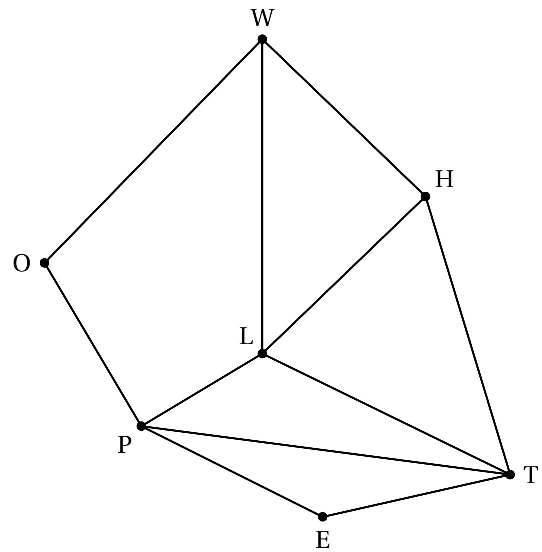
1. Donner les valeurs des probabilités suivantes : $p(R_1)$; $p(O)$ et $p(E_1)$.
2. On appelle A l'évènement : « le candidat interrogé a obtenu son baccalauréat » : on a donc $p(A) = 0,861$.
   Montrer que $p(O \cap R_2) = 0,118$ et interpréter ce résultat.
3. Calculer $p_O(R_2)$, probabilité de l'évènement R_2 sachant que l'évènement O est réalisé. Interpréter ce résultat.
4. Recopier et compléter l'arbre partiellement pondéré, donné ci-dessus.
5. On interroge au hasard trois candidats ayant passé le baccalauréat ES en 2010 pour savoir s'ils l'ont obtenu. On suppose que le nombre de candidats à cette session est suffisamment grand pour considérer ces trois réponses comme indépendantes.
   a. Calculer la probabilité que les trois candidats aient été admis.
   b. Calculer la probabilité qu'au moins deux des candidats aient été admis.

Exercice 3 — 5 points

Pour les élèves ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre

On considère le graphe Γ ci-dessous :

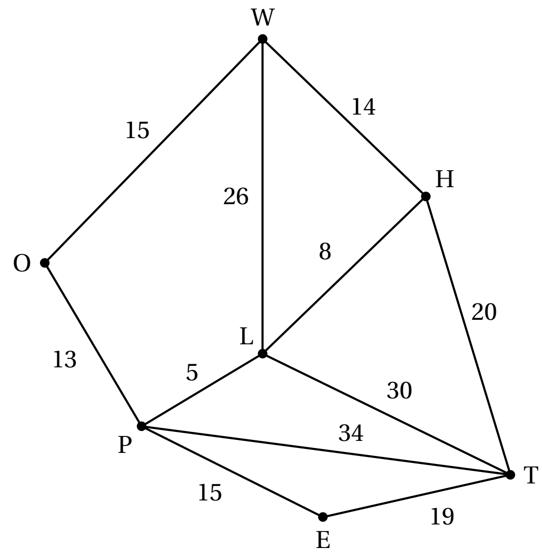


Partie A : Étude d'un graphe

1. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ? (La réponse devra être justifiée). Si oui donner une telle chaîne.
2. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ? (La réponse devra être justifiée). Si oui donner un tel cycle.
3. Donner la matrice M associée au graphe Γ (les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique : E; H; L; O; P; T; W).

Partie B : Voyage scolaire

La classe de Terminale d'Arthur est en voyage scolaire en Angleterre.
Les professeurs organisateurs de ce voyage décident de visiter plusieurs sites de Londres.
Les sites retenus dans Londres sont les suivants : Warren Street, Oxford Circus, Piccadilly Circus, Leicester Square, Holborn, Embankment et Temple. Ces lieux sont désignés respectivement par les lettres W, O, P, L, H, E et T et sont représentés dans le graphe Γ donné ci-dessus (chaque sommet représente un site à visiter et chaque arête une route reliant deux sites).
Les élèves sont laissés en autonomie deux heures pour faire du shopping et ramener des souvenirs à leurs familles. Le point de rendez-vous avec les organisateurs est fixé à Temple. Les temps de parcours en minutes entre chaque sommet ont été ajoutés sur le graphe.



Arthur, qui est à Oxford Circus, n'a pas vu le temps passer. Lorsqu'il s'en rend compte, il ne lui reste plus que 40 minutes pour arriver à Temple.

1. Déterminer le plus court chemin en minutes reliant Oxford Circus à Temple. Justifier la réponse à l'aide d'un algorithme.
2. Quelle est la longueur en minutes de ce chemin ? Arthur sera-t-il en retard ?

Exercice 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Certains scientifiques estiment que les futures découvertes de pétrole dans le monde peuvent être modélisées, à partir de l'année 2011, grâce à la fonction f définie sur l'intervalle $[11;+\infty[$ par

$$f(x) = 17\,280\mathrm{e}^{-0,024x}$$

de sorte que $f(x)$ représente, en billions de barils (millions de millions de barils), l'estimation de la quantité de pétrole qui sera découverte au cours de l'année $2000 + x$.
On admet que la fonction f est continue et dérivable sur l'intervalle $[11 ; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée sur cet intervalle.

1. Calculer l'estimation du nombre de barils de pétrole à découvrir en 2011 d'après ce modèle (on arrondira le résultat au billion près).
2. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
3. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[11 ; +\infty[$ puis dresser son tableau de variations.
4. Selon ce modèle, peut-on envisager qu'au cours d'une même année, 15 000 billions de barils de pétrole soient découverts ?
   Si oui, déterminer, en justifiant, cette (ces) année(s). Si non, justifier la réponse.
5. Selon ce modèle, peut-on envisager qu'au cours de chaque année à partir de 2011, au moins 6 000 billions de barils de pétrole soient découverts ?
   Si oui, justifier la réponse.
   Si non, déterminer, en justifiant, l'année pour laquelle les découvertes de pétrole deviendront strictement inférieures à 6 000 billions de barils.

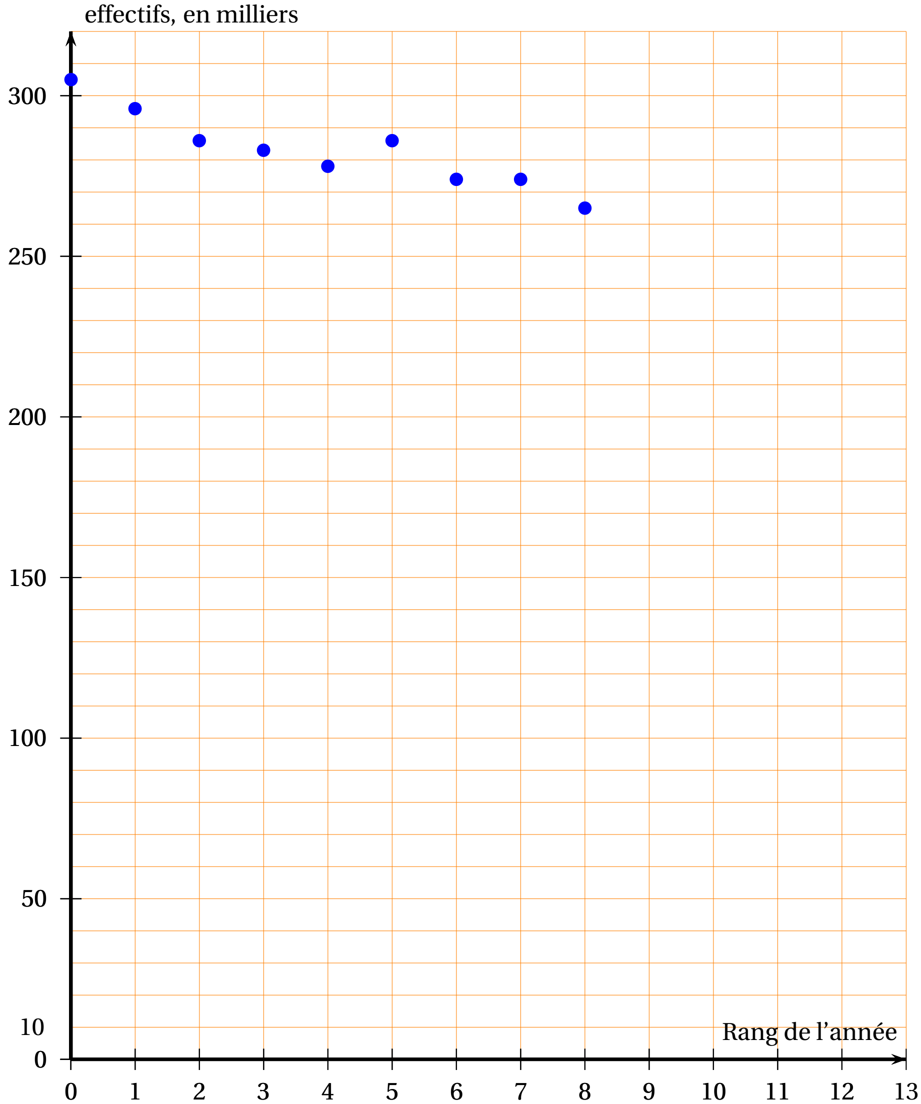
6. **a.** Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[11\ ;\ +\infty[$.

   b. Calculer la valeur exacte, puis donner la valeur arrondie à l'unité près, de l'intégrale I suivante :

$$I = \int_{11}^{21} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

   c. En déduire le nombre moyen de barils, en billions, que l'on peut espérer découvrir par an d'après ce modèle, entre les années 2011 et 2021.

ANNEXE 1
À RENDRE AVEC LA COPIE
Exercice 2 - commun à tous les candidats



Légende :

série du nombre de mariages en fonction du rang de l'année

∽ Baccalauréat Asie ES 20 juin 2011 ∾

Exercice 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous indique, pour une année donnée, l'évolution de l'indice de consommation des produits des Technologies de l'Information et de la Communication (T. I. C.) des années 2000 à 2009.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Indice : y_i	100	114,14	131,17	147,06	166,56	189,63	219,38	251,01	268,14

Source : Insee comptes nationaux - base 2000

Partie A : ajustement exponentiel

1. Pour i entier variant de 0 à 8, construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série statistique dans le plan rapporté à un repère orthogonal fourni en annexe 1 **à rendre avec la copie**.
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 101\text{e}^{0,13x}$. On suppose que la fonction f modélise un ajustement exponentiel de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Sa courbe représentative est tracée dans l'annexe 1.
   a. Déterminer les variations de la fonction f.
   b. Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation $f(x) \geqslant 350$. Interpréter le résultat obtenu.

Partie B : ajustement affine

1. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ (i entier variant de 0 à 8) puis le placer dans le graphique de l'annexe 1.
2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'équation réduite de la droite $\mathcal{D}$ de ce nuage par la méthode des moindres carrés. *Les coefficients seront arrondis à* 10^{-2}.
   Tracer cette droite dans le graphique de l'annexe 1.
3. On suppose que le modèle affine reste valable jusqu'en 2014.
   Déterminer à partir de quelle année, l'indice de consommation des produits des T. I. C. sera supérieur à 350. Justifier votre réponse.

Partie C : Comparaison des modèles

On sait que pour l'année 2009, l'indice de consommation des produits des Technologies de l'Information et de la Communication (T. I. C.) est de 284,24. Des deux ajustements précédents, lequel donne l'estimation la plus proche de la réalité ? Justifier votre réponse.

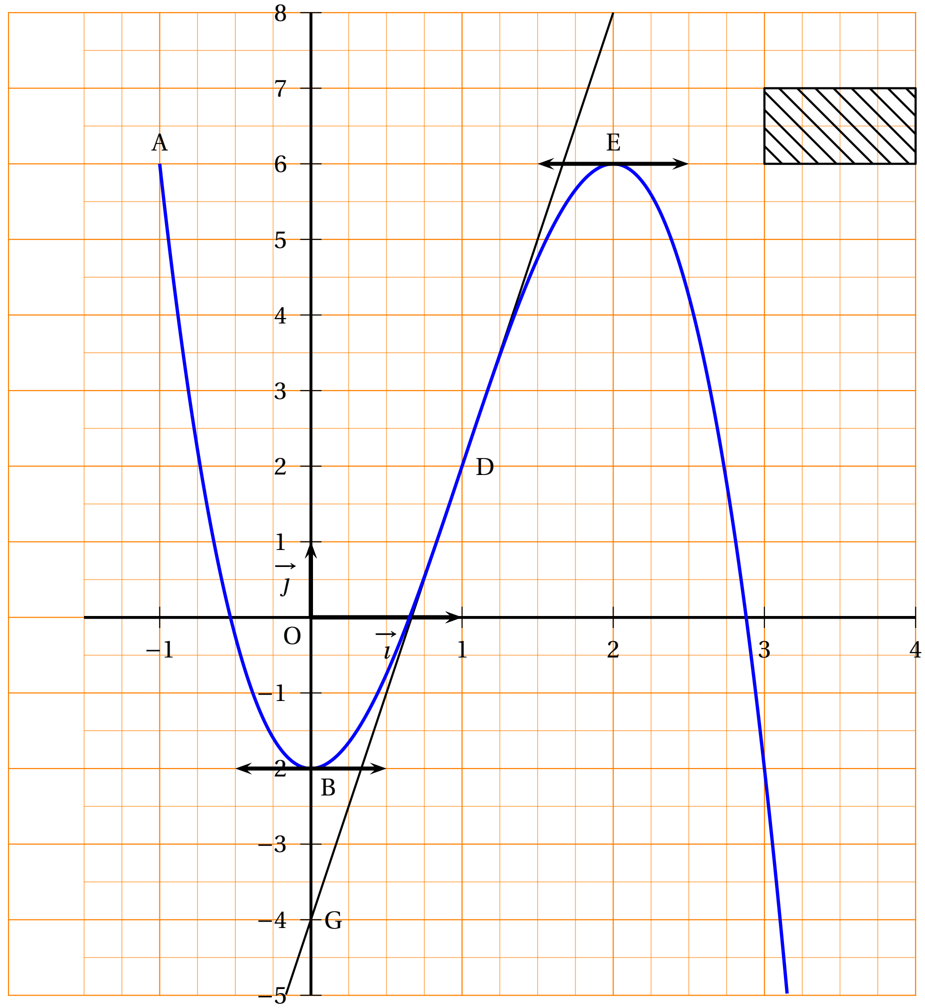
Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

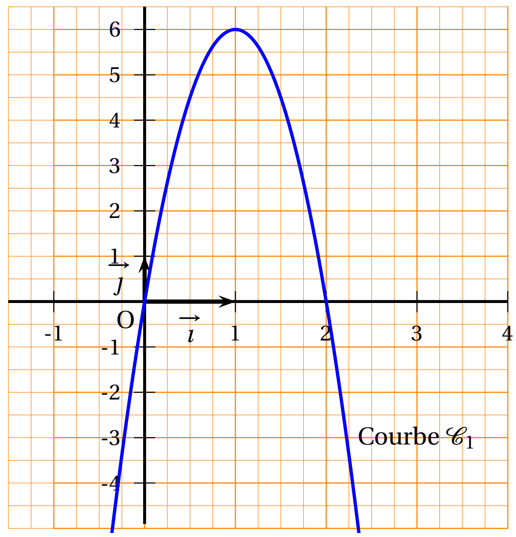
On considère une fonction f :

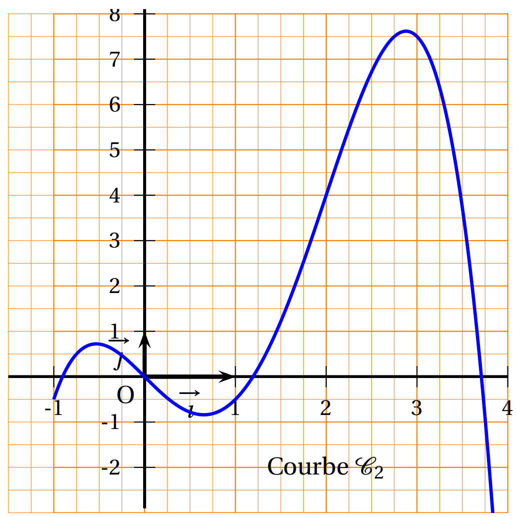
- définie, continue et dérivable sur l'intervalle $[-1\ ;\ +\infty[$;
- strictement croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 2]$;
- strictement décroissante sur les intervalles $[-1\ ;\ 0]$ et $[2\ ;\ +\infty[$.

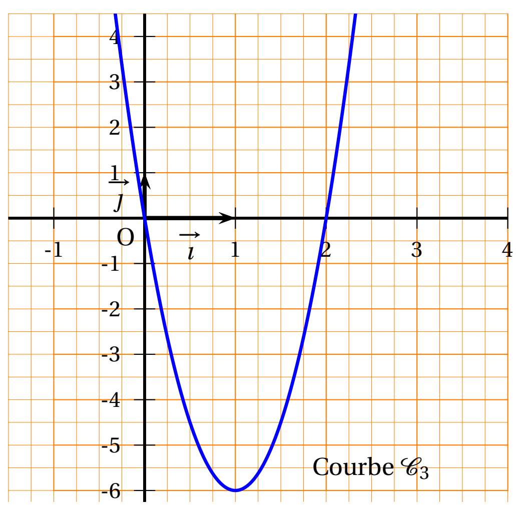
On note f' la fonction dérivée de f et F la primitive de f sur l'intervalle $[-1\ ;\ +\infty[$ qui s'annule en 0.
La courbe $\mathcal{C}$, tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Elle passe par les points A$(-1\ ;\ 6)$, B$(0\ ;\ -2)$, D$(1\ ;\ 2)$ et E$(2\ ;\ 6)$.
Elle admet au point D une tangente passant par le point G$(0\ ;\ -4)$.
Elle admet au point B et au point E une tangente horizontale.



1. Déterminer $f'(1)$ et $f'(2)$. Justifier les réponses.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point D.
3. Montrer que sur l'intervalle $[-1~;~0]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution que l'on notera x_1.
4. On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet, sur l'intervalle $[-1~;~+\infty[$, deux autres solutions que l'on notera x_2 et x_3, avec $x_2 < x_3$. Dresser le tableau de signes de la fonction f.
5. Parmi les trois courbes suivantes, $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$, préciser, en justifiant la réponse, celle qui représente F, et celle qui représente f'.


Courbe $\mathscr{C}_1$

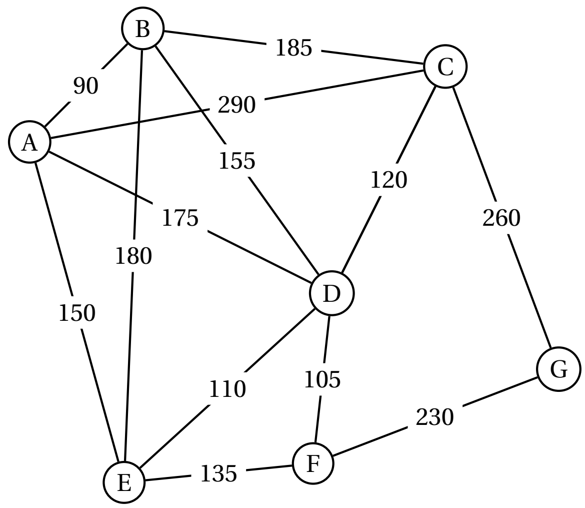

Courbe $\mathscr{C}_2$


Courbe $\mathscr{C}_3$

Exercice 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties I et II sont indépendantes

Le graphe Γ suivant représente le plan d'un zoo.
Le sommet A représente son accès. Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les différents secteurs animaliers de ce zoo.
Une arête représente l'allée reliant deux secteurs et est pondérée par la distance de parcours, exprimée en mètres, entre ces deux secteurs.
AB = 90, AC = 290, AD = 175, AE = 150, BC = 185, BD = 155, BE = 180, CD = 120, CG =260,
DE = 110, DF = 105, EF = 135, FG = 230.



Partie 1 : Pour mieux visualiser sur le plan les différents secteurs du zoo, on veut les colorier de telle sorte que deux secteurs adjacents ne soient pas de la même couleur.

1. Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires à la réalisation de ce plan ? Justifier la réponse.
2. Donner un encadrement du nombre chromatique du graphe Γ.
   Justifier la réponse.
3. Proposer alors une telle coloration.

Partie II :

1. Pour nettoyer les allées, les services techniques du zoo utilisent une balayeuse automobile.
   Est-il possible que cette balayeuse n'emprunte chaque allée qu'une fois et une seule ? Si oui, proposer un tel chemin, sinon justifier votre réponse.
2. Les services de sécurité basés au point A doivent intervenir dans le secteur G. Déterminer, à l'aide d'un algorithme, l'itinéraire le plus court.

Exercice 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise financière est divisée en deux secteurs ; 65 % de son personnel travaille dans le secteur A et 35 % dans le secteur B.
Cette entreprise s'intéresse au niveau de stress de son personnel.

Une enquête, menée sous la forme d'un questionnaire informatisé, est réalisée au sein de l'entreprise. Le questionnaire est proposé de manière anonyme aux salariés des deux secteurs. Cette enquête révèle que pour le secteur A, 20 % du personnel se dit stressé, tandis que, dans le secteur B, ce taux est de 30 %.
On choisit au hasard le questionnaire d'un employé de l'entreprise, chacun ayant la même probabilité d'être choisi.
On note :

- A : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur A ».
- B : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur B ».
- S : « le questionnaire est celui d'un employé stressé ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un employé qui travaille dans le secteur B et qui est stressé.
3. *Toute trace de recherche même incomplète, d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

   L'entreprise examine l'opportunité d'installer une salle de relaxation. Si le taux d'employés stressés est strictement supérieur à 25 %, cette salle sera installée.

   L'entreprise implantera-t-elle la salle de relaxation ? Justifier la réponse.
4. Sachant que le questionnaire choisi est celui d'un employé stressé, quelle est la probabilité qu'il travaille dans le secteur A ? (le résultat sera arrondi à 10^{-2})

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le but de cet exercice est de déterminer le bénéfice maximum réalisable pour la vente d'un produit « alpha » fabriqué par une entreprise. Toute l'étude porte sur un mois complet de production.

Le coût marginal de fabrication du produit « alpha » par l'entreprise est modélisé par la fonction C_m définie sur l'intervalle [1 ; 20] par

$$C_m(q) = 4 + \left(0,2q^2 - 2q\right)\mathrm{e}^{-0,2q},$$

q étant la quantité exprimée en tonnes et $C_m(q)$ son coût exprimé en milliers d'euros.

1. La fonction coût total est modélisée par la fonction C_T définie sur l'intervalle [1 ; 20] par :

   $$C_T(q) = 4q - q^2\mathrm{e}^{-0,2q}.$$

   Vérifier que cette fonction C_T est une primitive de la fonction C_m sur l'intervalle [1 ; 20].
2. La fonction coût moyen, notée C_M, est la fonction définie sur l'intervalle [1 ; 20] par :

   $$C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q}.$$

   a. Vérifier que $C_M(q) = 4 - q\mathrm{e}^{-0,2q}$.

   b. Déterminer la fonction dérivée C'_M de la fonction C_M.

   c. Pour quelle production mensuelle q_0 (exprimée en tonnes) l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal ?

   Quel est ce coût ? Pour cette production q_0, quelle est la valeur du coût marginal ?

3. *Toute trace de recherche même incomplète, d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

On suppose que l'entreprise vend toute sa production mensuelle.

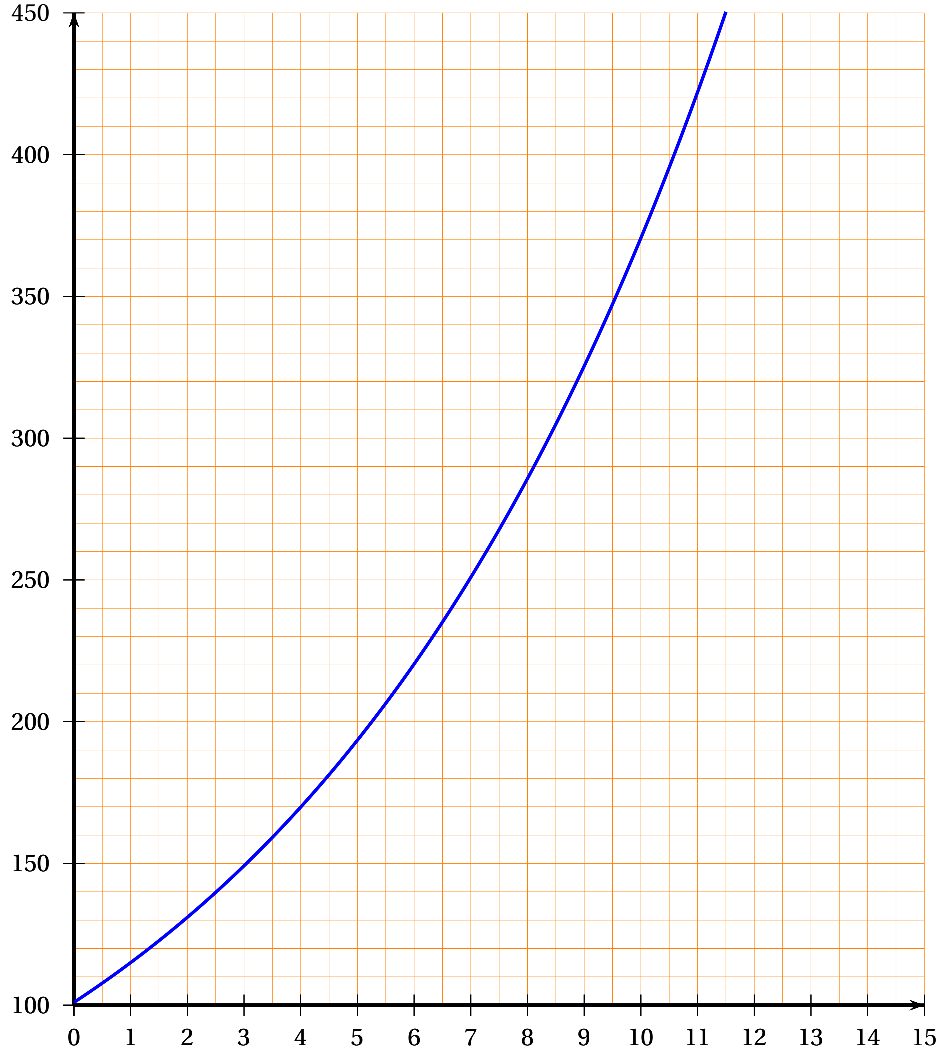
Chaque tonne du produit « alpha » est vendu 4 000 euros.

On désigne par $R(q)$ la recette mensuelle obtenue pour la vente de q tonnes du produit « alpha » et par $B(q)$ le bénéfice mensuel en millier d'euros ainsi réalisé.

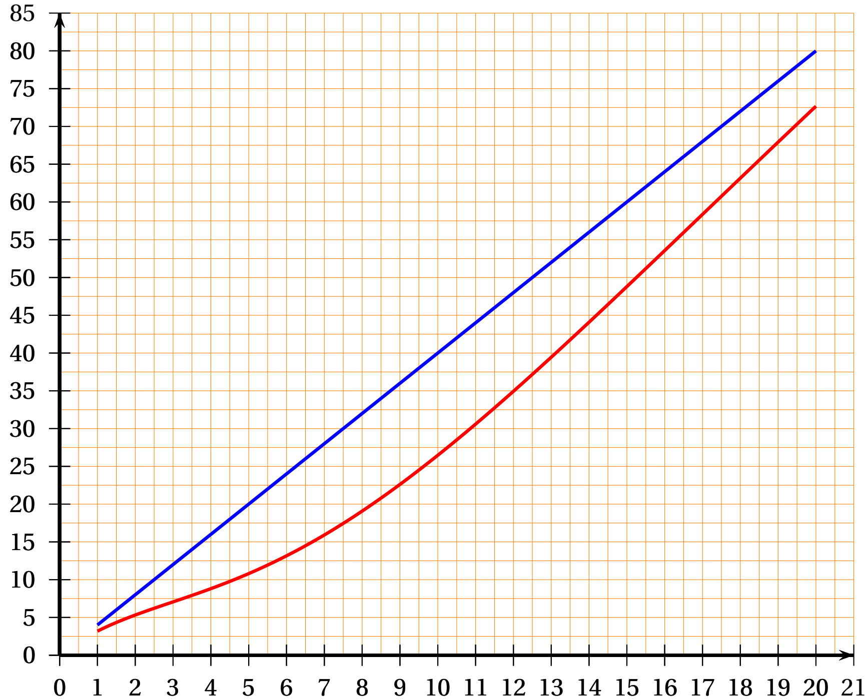
Les représentations graphiques des fonctions recette et coût total sont données dans l'annexe 2 à rendre avec la copie.

Estimer graphiquement, en précisant votre démarche, le bénéfice maximal que l'on peut espérer sur le mois étudié.

Annexe 1 Exercice 1 à rendre avec la copie



Annexe 2 Exercice 4 à rendre avec la copie



Durée : 3 heures

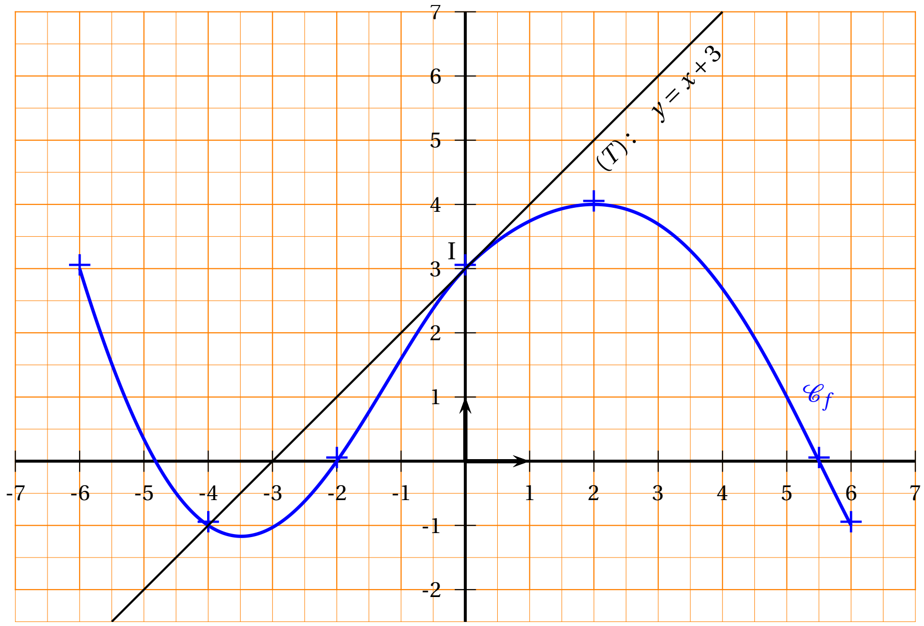
∽ Baccalauréat ES Centres étrangers 16 juin 2011 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On donne ci-dessous, dans un repère orthogonal du plan $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-6 ; 6]$.

La droite (T) d'équation $y = x + 3$ est tangente à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ au point I de coordonnées $(0 ; 3)$.



Cet exercice est un ***questionnaire à choix multiples****. Pour chacune des trois questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.*

Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Le nombre dérivé de f en 0 est :

a. 0 **b.** 1 **c.** 3

2. On pose $\text{J} = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\text{d}x$. On peut affirmer que :

a. $-2 < \text{J} < 0$ **b.** $-4 < \text{J} < -2$ **c.** $2 < \text{J} < 4$

3. On appelle F une primitive de f sur l'intervalle $[-6 ; 6]$.

a. F est croissante sur l'intervalle $[-3 ; 2]$;

b. F est décroissante sur l'intervalle $[-1 ; 5]$;

c. F est croissante sur l'intervalle $[-1 ; 5]$

4. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-6 ; 6]$ par : $g(x) = \exp\left[f(x)\right] = \text{e}^{f(x)}$ On peut affirmer que :

a. la fonction g a les mêmes variations que f sur l'intervalle $[-6 ; 6]$.

b. la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $[-6 ; 6]$

c. la fonction g a les variations inverses de celles de f sur l'intervalle $[-6 ; 6]$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du nombre d'internautes en Chine de 2002 à 2009.
Les rangs des années sont calculés par rapport à l'année 2000.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre d'internautes y_i (en millions)	60	70	95	100	140	160	250	385

On cherche à étudier l'évolution du nombre d'internautes en fonction du rang x de l'année.

1. Calculer le taux d'évolution de ce nombre d'internautes entre 2002 et 2009. On donnera le résultat à 0,1 près.
2. Représenter sur votre copie le nuage de points $M_i\left(x_i ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :
   — Sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 1 an,
   — Sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 20 millions d'internautes (en plaçant 50 à l'origine).
3. On cherche dans un premier temps un ajustement affine.
   a. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients arrondis à l'unité*). Tracer cette droite sur le graphique précédent.
   b. En supposant que cet ajustement reste valable pour l'année suivante, donner une estimation, arrondie au million, du nombre d'internautes en Chine en 2010.
4. Une étude récente a montré qu'au 1$^{\text{er}}$ mai 2010, on a dépassé les 400 millions d'internautes en Chine. On envisage donc un ajustement exponentiel et on pose $z = \ln y$.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z_i au millième :

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9
$z_i = \ln y_i$	4,094							

   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients arrondis au millième*).
   c. En déduire une expression de y en fonction de x.
   d. En prenant l'approximation $y \approx 32,5 \times \text{e}^{0,253x}$ et en supposant qu'elle reste valable pour les années suivantes, donner une estimation, arrondie au million, du nombre d'internautes en 2012.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidat ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère la fonction f, définie pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; 10]$ et tout réel y de l'intervalle $[0 ; 8]$ par

$$f(x ;\ y) = \frac{1}{4}xy.$$

La représentation graphique de la surface (S) d'équation $z = f(x\ ;\ y)$ dans un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath}\,,\ \vec{\jmath}\,,\ \vec{k}\right)$ est donnée en **annexe 1**.

Partie A

1. Sur le graphique de l'**annexe 1** colorer la courbe de niveau (Γ) de cote 10.
   Donner la nature de cette courbe.
2. Placer sur le graphique de l'**annexe 1** le point C d'ordonnée 5 appartenant à cette courbe (Γ).
   Déterminer graphiquement l'abscisse de ce point.
3. Vérifier que le point B de coordonnées (6 ; 2 ; 3) appartient à la surface (S).

Partie B

Les membres du bureau du foyer socio-éducatif d'un lycée font une étude pour déterminer quelle cotisation demander par élève au cours de l'année 2010.
Ils voudraient investir le quart des cotisations dans la rénovation de la salle de détente, réservée aux élèves.
Si la cotisation s'élève à x euros avec $0 \leqslant x \leqslant 10$ et si y centaines d'élèves adhèrent au foyer avec $0 \leqslant y \leqslant 8$, la somme allouée aux travaux de rénovation de la salle de détente en centaines d'euros sera égale à $f(x\ ;\ y)$.

1. Quelle est la somme allouée à la rénovation de la salle de détente lorsque la cotisation est fixée à 6 euros par élève et que 600 élèves sont adhérents au foyer ?
2. Les membres du foyer font l'hypothèse que le nombre y, en centaines d'adhérents, et le nombre x, en euros, sont directement liés par la relation $y = 12 - x$
   a. Montrer que, sous cette contrainte, on peut exprimer $f(x\ ;\ y)$ en fonction de la seule variable x sous la forme $h(x) = 3x - \dfrac{1}{4}x^2$.
   b. Déterminer pour quelle valeur de x la somme allouée sera la plus élevée.
   c. De quelle somme en euros disposeront les membres du foyer pour la rénovation dans ce cas ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\text{I} = \left[0\ ;\ \dfrac{3}{2}\right[$ par

$$f(x) = \ln(-2x+3) + 2x.$$

La fonction f est dérivable sur l'intervalle I et on note f' sa fonction dérivée.

1. Étudier la limite de f en $\dfrac{3}{2}$.
2. a. Montrer que la fonction f' est définie sur l'intervalle I par $f'(x) = \dfrac{-4x+4}{-2x+3}$.
   b. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle I et donner le tableau des variations de f.
3. a. Montrer que, sur l'intervalle $[0\,;\,1]$, l'équation $f(x) = 1,9$ admet une unique solution α.
   b. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de α.

Partie B Application de la partie A

Une entreprise, fournisseur d'énergie, envisage d'installer un parc d'éoliennes en pleine mer.
L'installation du parc en mer nécessite un câblage coûteux et délicat, mais le fait d'éloigner les éoliennes des turbulences dues aux reliefs de la côte améliore leur rendement.
On note x la distance en dizaines de kilomètres séparant le parc de la côte.

Pour des raisons techniques, l'installation doit se faire entre deux et douze kilomètres de la côte, c'est-à-dire qu'on a $0,2 \leqslant x \leqslant 1,2$.
Un service spécialisé, au sein de l'entreprise, arrive à la modélisation suivante :
Si l'installation se fait à x dizaines de kilomètres de la côte, le bénéfice en centaines de milliers d'euros réalisé, par année de fonctionnement du parc, est donné par $f(x)$.

1. **a.** À combien de kilomètres de la côte le fournisseur d'énergie doit-il placer le parc pour que son bénéfice soit maximal ?

   b. Déterminer le bénéfice réalisé, en euros, en plaçant le parc à cette distance.
2. À partir de quelle distance x de la côte, exprimée en dizaines de kilomètres, le bénéfice dépasse-t-il 190 000 euros ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.
Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture.
Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture. Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à confiture, la probabilité qu'il demande une barquette de myrtilles est de $0,3$ et la probabilité qu'il demande une barquette de groseilles est de $0,5$.
Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à déguster, il ne demande jamais des groseilles et demande des framboises dans 60 % des cas.
Un client achète une barquette. On notera :

— C l'évènement « le client achète une barquette de fruits à confiture »,
— F l'évènement « le client demande des framboises »,
— G l'évènement « le client demande des groseilles »,
— M l'évènement « le client demande des myrtilles ».

1. Reporter sur l'arbre donné en **annexe 2** les données de l'énoncé.
   On pourra compléter l'arbre avec les réponses obtenues dans les questions suivantes.
2. **a.** Calculer la probabilité que le client demande des framboises sachant qu'il achète une barquette de fruits à confiture.

   b. Le client achète une barquette de fruits à déguster ; quelle est la probabilité qu'il demande des myrtilles ?
3. Montrer que la probabilité que le client achète une barquette de framboises est égale à $0,24$.
4. Le client achète une barquette de framboises. Quelle est la probabilité que ce soit une barquette de fruits à confiture ?
5. Le producteur vend 5 euros la barquette de fruits à confiture, quel que soit le fruit, 2 euros la barquette de framboises à déguster et 3 euros la barquette de myrtilles à déguster ;

   a. On note x_i les valeurs possibles, en euros, du gain du producteur par barquette vendue et p_i leur probabilité. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi du gain du producteur par barquette vendue. On justifiera les réponses.

Valeur : x_i	5	2	3
Probabilité associée : p_i			

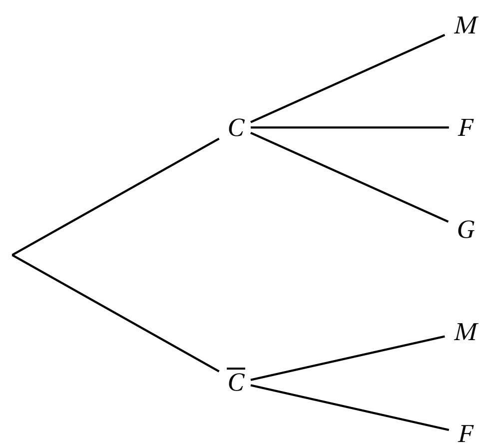
b. Calculer l'espérance de cette loi de probabilité.

c. Déterminer le gain en euros que le producteur peut espérer pour 150 barquettes vendues ?

Annexe

(à rendre avec la copie)

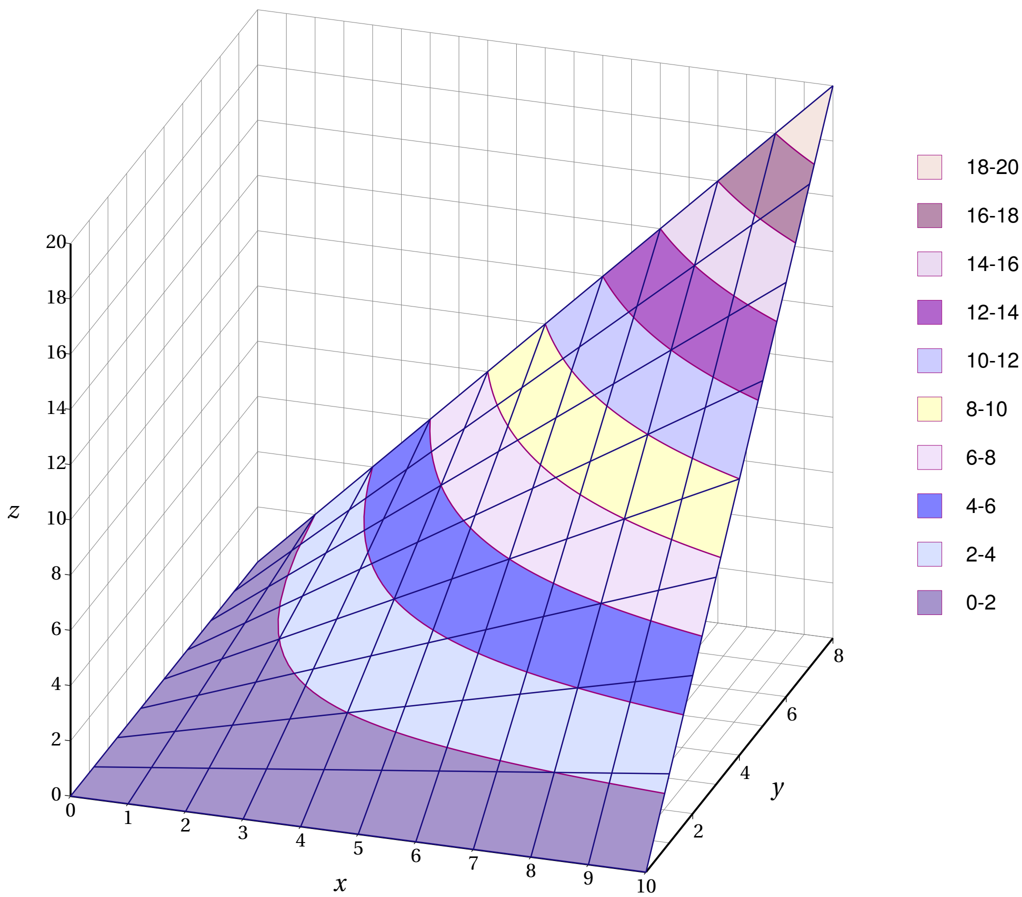
Exercice 4



Annexe 1
(à rendre avec la copie)

Exercice 2 (enseignement de spécialité)

Surface (S)



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles-Guyane 20 juin 2011

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans chaque programme de construction proposé par un grand constructeur immobilier, les acquéreurs doivent choisir entre la pose de moquette, de carrelage ou de sol plastifié pour revêtir le sol du salon. Pour le revêtement des murs du salon, ils ont le choix entre peinture ou papier peint.

Le recueil des choix des acquéreurs par l'entreprise donne les résultats suivants :

— 20 % ont choisi la moquette ;
— 50 % ont choisi le carrelage ;
— les autres acquéreurs ont choisi la pose de sol plastifié.

Parmi les acquéreurs ayant choisi la moquette, 46 % choisissent le papier peint pour le revêtement des murs.
Parmi les acquéreurs ayant choisi le carrelage, 52 % choisissent le papier peint pour le revêtement des murs.
42,7 % des acquéreurs ont choisi le papier peint pour le revêtement des murs.

On interroge au hasard un acquéreur de logement construit par cette entreprise.
On considère les évènements suivants :

M l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de moquette » ;

C l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de carrelage » ;

S l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de sol plastifié » ;

P l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de papier peint » ;

$\overline{P}$ l'évènement contraire de P, correspondant à : « l'acquéreur a choisi la peinture ».

Les résultats seront donnés sous forme décimale, et arrondis au millième.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.
2. **a.** Décrire l'évènement $M \cap P$.

   b. Calculer la probabilité $p(M \cap P)$.
3. **a.** Montrer que la probabilité que l'acquéreur ait choisi la pose de sol plastifié et de papier peint est égale à 0,075.

   b. L'acquéreur a choisi le sol plastifié. Calculer la probabilité qu'il ait choisi le papier peint.
4. On interroge au hasard et de façon indépendante trois acquéreurs parmi tous les clients du constructeur.

   a. Calculer la probabilité, notée p_1, qu'au moins un des trois acquéreurs ait choisi le papier peint.

   b. Calculer la probabilité, notée p_2, qu'exactement deux des trois acquéreurs aient choisi le papier peint.

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

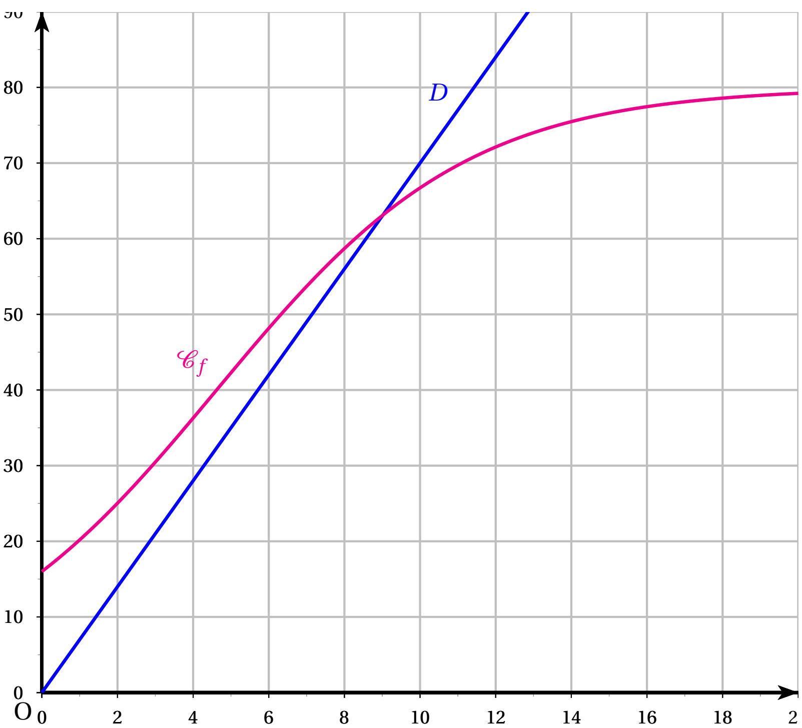
Partie A : étude d'une fonction

Soit f la fonction dérivable définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{80}{1+4\mathrm{e}^{-0,3x}}.$$

Dans un repère orthogonal, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et D la droite d'équation $y = 7x$.

On admet que la courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite D se coupent en un seul point d'abscisse x_0 et on donne $x_0 \simeq 9{,}02$.



1. Calculer $f(0)$ et la valeur arrondie au centième de $f(20)$.
2. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
3. **a.** Calculer la limite de f en $+\infty$. En déduire que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$ et en donner une équation.

   b. Montrer que pour tout x appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$, on a $f(x) < 80$. En déduire la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ par rapport à la droite d'équation $y = 80$ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
4. À l'aide du graphique, déterminer, selon les valeurs de x, le signe de $7x - f(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

Partie B : interprétation économique

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On utilisera les résultats de la partie A.

Une entreprise peut produire chaque jour au maximum 2 000 thermomètres de bain pour bébé.

On note x le nombre de centaines de thermomètres produits chaque jour travaillé, x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 20]$.

On suppose que le coût total de production par jour, exprimé en centaines d'euros, est égal à $f(x)$, où f est la fonction définie dans la **partie A**.

1. Déterminer le montant des « coûts fixes », c'est-à-dire le montant des coûts lorsque la quantité produite est nulle.
2. Le coût total de production des thermomètres peut-il atteindre 8 100 €par jour ? Justifier.
3. Le prix de vente d'un thermomètre est fixé à 7 €. La recette journalière, exprimée en centaines d'euros, est donc donnée par $R(x) = 7x$.

   Pour quelles productions journalières de thermomètres l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ? Justifier.

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.
Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5 % par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.
Pour tout entier naturel n, on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007 + n)$. On a donc $r_0 = 40000$.

1. **a.** Calculer r_1 et r_2.

   b. Justifier que pour tout entier n naturel on a $r_{n+1} = 0{,}95r_n + 200$.
2. Soit (s_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $s_n = r_n - 4000$.

   a. Démontrer que la suite (s_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer s_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $r_n = 36000 \times 0{,}95^n + 4000$.

   c. La quantité de déchets rejetée diminue-t-elle d'une année sur l'autre ? Justifier.

   d. Déterminer la limite de la suite (r_n) quand n tend vers l'infini.

   e. Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011.
3. *Dans cette question, tout trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   À partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise réussira-t-elle à respecter son engagement ?

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B de ce exercice sont indépendantes

Le tableau suivant donne le nombre de cartes bancaires, en France, exprimé en millions, entre 2002 et 2009.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de cartes bancaires : y_i (en millions)	45,4	47,6	49,1	51,2	53,6	55,7	57,5	58,4

(source : INSEE / groupement des cartes bancaires)

Partie A

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, avec $0 \leqslant i \leqslant 7$, associé à cette série statistique dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal défini de la manière suivante :
   — sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour représenter une année ;
   — sur l'axe des ordonnées, on placera 45 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter 1 million.
2. Un ajustement affine du nuage de points paraît justifié.
   a. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
   b. Tracer la droite (D) dans le repère précédent.
3. En admettant que cet ajustement affine reste valable pour les années suivantes, estimer le nombre de cartes bancaires en France en 2011.
   Le résultat sera exprimé en millions et arrondi au dixième.

Partie B

1. Justifier que le pourcentage d'augmentation du nombre de cartes bancaires en France entre les années 2008 et 2009 est d'environ 1,6 %.
2. On admet que ce pourcentage annuel d'augmentation est valable pour les années à venir, à partir de 2009. Sous cette hypothèse, estimer le nombre de cartes bancaires en France en 2011. Le résultat sera exprimé en millions et arrondi au dixième.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Toujours sous l'hypothèse d'une augmentation annuelle de 1,6 %, déterminer à partir de quelle année l'estimation du nombre de cartes bancaires en France sera supérieure à 63 millions.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.
On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

On donne de plus : $f(-2) = 0$ et $f(5) = 0$ et $f(10) = 3$.

À l'aide des informations fournies ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

1. Dresser sans justification le tableau donnant le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x.

Les réponses aux questions suivantes devront être justifiées.

2. **a.** La courbe $\mathscr{C}$ admet-elle une asymptote horizontale ?
   Si oui, préciser une équation de cette droite.

   b. Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur l'intervalle $[3\ ;\ 10]$.

   c. On appelle F une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   Déterminer les variations de la fonction F sur $\mathbb{R}$.

3. On note g la fonction définie sur $]-\infty\ ;\ -2[\cup]5\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

   a. Expliquer pourquoi la fonction f n'est pas définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.

   b. Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g(x)$ et $\displaystyle\lim_{\substack{x\to 5\\ x>5}} g(x)$.

   c. Préciser le sens de variation de la fonction g sur son ensemble de définition.

∽ Baccalauréat ES La Réunion 21 juin 2011 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des huit questions, quatre réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse jugée correcte. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 0,5 *point, une mauvaise réponse ou une absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point.*

1. L'égalité $\ln[\exp(x)] = x$:	**A.** n'est vraie que pour tout réel x strictement positif. **B.** est vraie pour tout réel x. **C.** n'est jamais vraie. **D.** n'est vraie que pour tout réel x supérieur ou égal à 1.
2. L'égalité $\exp[\ln(x)] = x$ est vraie pour tout réel x appartenant à :	**A.** $[0~;~+\infty[$ **B.** $\mathbb{R}$ **C.** $]0~;~+\infty[$ **D.** $[-1~;~+\infty[$
3. On lance une pièce de monnaie équilibrée quatre fois de suite. La probabilité d'obtenir au moins une fois pile est :	**A.** $\dfrac{1}{4}$ **B.** $\dfrac{15}{16}$ **C.** $\dfrac{1}{16}$ **D.** $\dfrac{1}{8}$
4. Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, d'expression : $f(x) = 3\mathrm{e}^{2x} - x + 1$. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0 est :	**A.** $y = 2x + 4$ **B.** $y = 6x + 4$ **C.** $y = 5x + 4$ **D.** $y = 5x - 4$
5. On considère l'inéquation : $\ln(3 - x) \leqslant 0$. Elle admet pour ensemble de solutions :	**A.** $]0~;3]$ **B.** $[2~;3]$ **C.** $[2~;~+\infty]$ D. $]0~;2]$
6. $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{\left(-2+\frac{1}{x}\right)}$ est égale à :	**A.** 0 **B.** $+\infty$ **C.** e^{-2} **D.** $-\infty$
7. Soit g la fonction définie sur $]1~;~+\infty[$ par : $$g(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}.$$ Sa courbe représentative admet :	**A.** une unique asymptote. Elle est parallèle à l'axe des abscisses. **B.** une unique asymptote. Elle est parallèle à l'axe des ordonnées. **C.** deux asymptotes. **D.** aucune asymptote.
8. Soit h la fonction définie et dérivable sur $]0~;~+\infty[$ d'expression : $$h(x) = 2\ln(x) - x$$ Soit h' la fonction dérivée de h sur $]0~;+\infty[$. Alors l'expression de h' est :	**A.** $h'(x) = \dfrac{2-x}{x}$ **B.** $h'(x) = \dfrac{2}{x} - x$ **C.** $h'(x) = \dfrac{1}{x} - 1$ **D.** $h'(x) = \dfrac{2}{x} + 1$

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

En vue de sa prochaine brochure d'information sur les dangers d'internet un lycée a fait remplir un questionnaire à chacun des 2 000 élèves, répartis dans les sections de seconde, première et terminale.
On obtient la répartition suivante :

- un quart des élèves est en terminale ;
- 35 % des élèves sont en première ;
- tous les autres sont en seconde ;
- parmi les élèves de terminale, 70 % utilisent régulièrement internet ;
- 630 élèves sont des élèves de première qui utilisent régulièrement internet.
- 1 740 élèves utilisent régulièrement internet.

Cette enquête permet de modéliser le choix d'un élève du lycée.
On choisit au hasard un questionnaire d'élève en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité. On note :

- S l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de seconde »
- E l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de première »
- T l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de terminale »
- I l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet ».

1. Compléter le tableau d'effectifs donné en annexe.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement internet.
3. Calculer la probabilité de I sachant T, notée $P_T(I)$, et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.
4. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas internet.
5. Le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet.

   Montrer que la probabilité que ce soit le questionnaire d'un élève de première est égale à $\dfrac{21}{58}$.
6. On choisit au hasard, successivement et avec remise, trois questionnaires.

   Quelle est la probabilité que, parmi les trois questionnaires, un exactement soit celui d'un élève utilisateur régulier d'internet ?

   On en donnera la valeur arrondie au millième.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice tous les résultats numériques seront arrondis à l'unité sauf indication contraire.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'hypermarchés (établissement, réalisant plus d'un tiers de leurs ventes en alimentation et dont la surface est supérieure à 2 500 m^2) en France de l'année 1991 à l'année 2003.

Année	1991	1993	1995	1997	1999	2001	2003
Rang de l'année x_i	1	3	5	7	9	11	13
Nombre d'hypermarchés y_i	862	955	1 048	1 112	1 184	1 261	1 343

Partie A – Un ajustement affine

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal.

   Unités graphiques : 1 cm représente une année en abscisse et 1 cm représente 100 hypermarchés en ordonnée ; faire débuter la graduation à 800 sur l'axe des ordonnées.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer dans le repère précédent.
3. Dans cette question, les calculs seront effectués à la calculatrice.

   Donner une équation de la droite de régression D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

   Représenter cette droite D dans le repère précédent.
4. En supposant que ce modèle reste valide jusqu'en 2012, en déduire une estimation du nombre d'hypermarché, en France pour l'année 2012.

Partie B – Un nouvel ajustement

Les relevés précédents permettent de considérer que le nombre d'hypermarchés en France augmente de 3,2 % par an à partir de 1997.
On suppose que cette progression reste valide jusqu'en 2018.

1. Déterminer une estimation du nombre d'hypermarchés en France pour l'année 2012.

   Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
2. Déterminer à partir de quelle année le nombre d'hypermarchés en France dépassera 2 000.

EXERCICE 3 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un artisan glacier fabrique des glaces et des sorbets.
On appelle respectivement x et y les quantités de glace et de sorbet exprimées en centaines de litres, produites et vendues quotidiennement.
Le coût total de production z exprimé en dizaines d'euros, est donné par la relation :

$$z = 2x^2 + y^2 - xy + 6x,\ \text{avec}\ x \in [0\ ;\ 10]\ \text{et}\ y \in [0\ ;\ 10].$$

Sur l'annexe 2 :

- la surface (S) représentant le coût de production en fonction de x et de y dans un repère orthogonal est donnée en figure 1 ;
- la figure 2 représente la projection orthogonale de la surface (S) sur le plan $(x\mathrm{O}y)$;
- les courbes de niveau de cette surface sont représentées pour z allant de 20 en 20.

1. **a.** C est le point de (S) d'abscisse 6 et d'ordonnée 2.

   Placer le point C sur la figure 1 donnée en annexe ?

   b. Calculer la cote z du point C précédent. Interpréter le résultat obtenu.

   c. On suppose dans cette question que $y = 4$.

   Exprimer alors z en fonction de x.

   En déduire la nature de la section de la surface (S) par le plan d'équation $y = 4$.

   Surligner en couleur cet ensemble sur la figure 1.

   Pour des raisons de stockage et de rentabilité, la fabrication de x centaines de litres de glace et de y centaines de litres de sorbet engendre la contrainte : $x + y = 10$.

   On note (E) l'ensemble des points du plan vérifiant cette contrainte.

a. La figure 2 donnée en annexe 2, représente les lignes de niveau des coûts de production.
Représenter l'ensemble (E) sur cette figure.

b. Vérifier que, sous la contrainte $x + y = 10$, z peut s'écrire sous la forme :
$z = g(x)$, avec $g(x) = 4x^2 - 24x + 100$.

Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

Déterminer les quantités de glace et de sorbet (en centaines de litres) qu'il faudrait produire pour que le coût de production soit minimum.

ANNEXE 2 de l'exercice 3

Figure 1

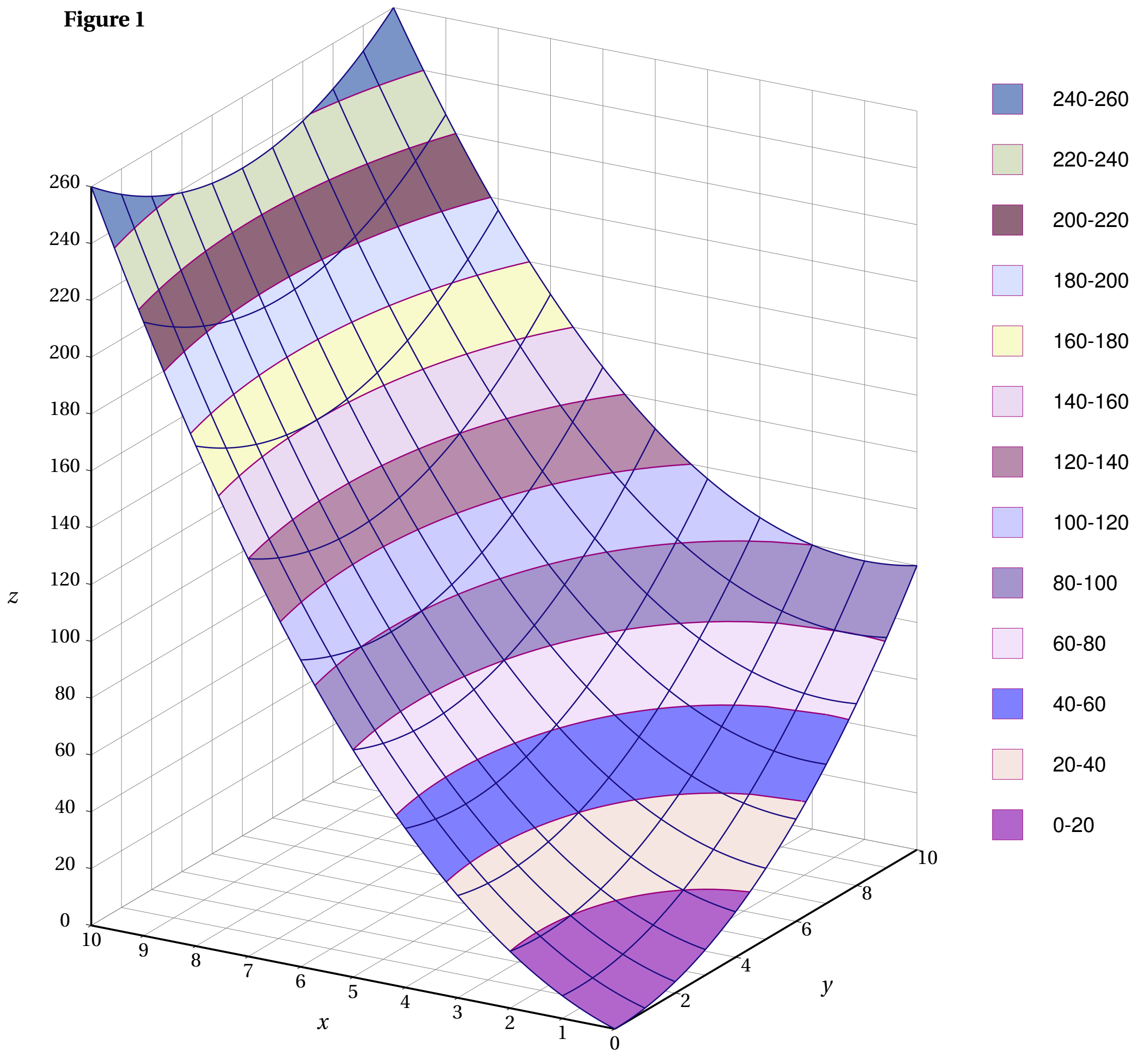
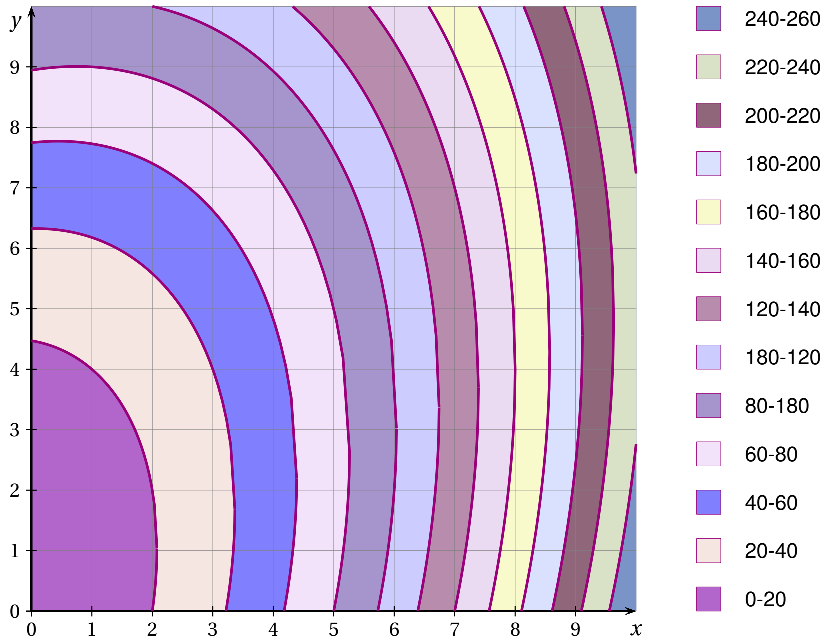


Figure 2



EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l' intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - 3\ln(x-2).$$

La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère orthogonal est donnée en annexe.

1. **a.** Donner par lecture graphique : $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

   b. Retrouver par le calcul $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

2. On note f' la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$.

   a. Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = \dfrac{(x-3)(2x-1)}{x-2}$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$.

   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \ln(x-2)$.

   a. Soit G la fonction définie sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par :

   $$G(x) = (x-2)\ln(x-2) - x.$$

   Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$.

   b. En déduire une primitive F de f sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$.

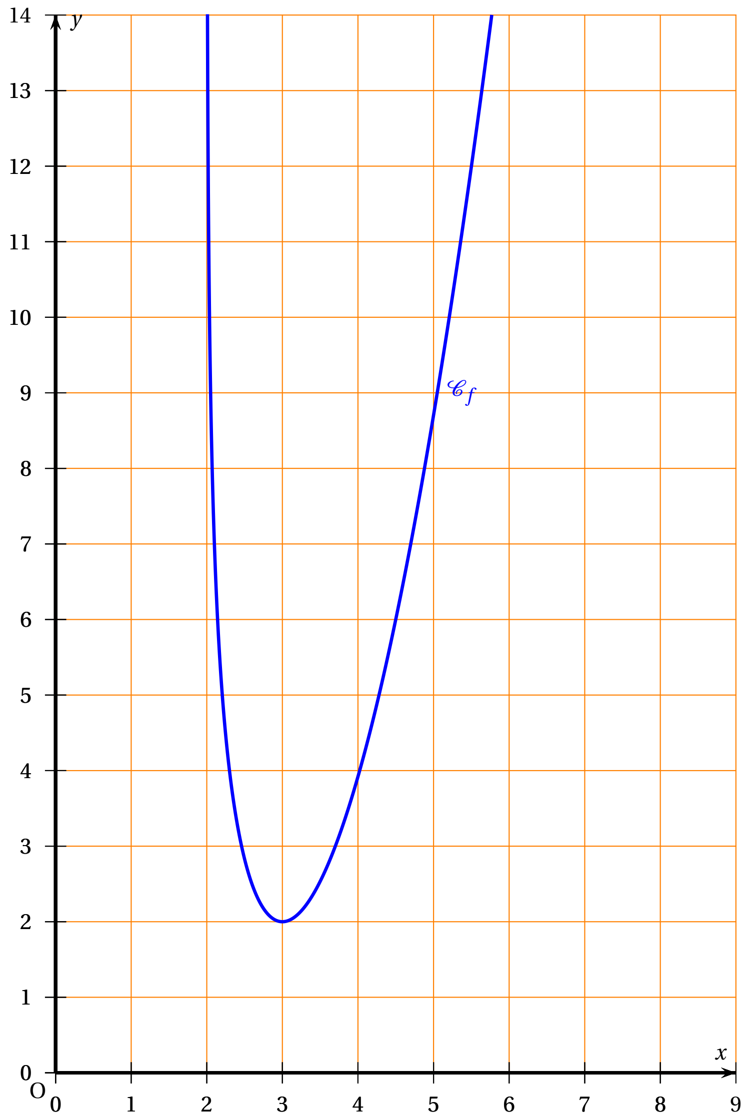
   c. Sur l'annexe (à rendre avec la copie), hachurer le domaine D, délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 3$ et $x = 4$.

   d. Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine D.
   On donnera la valeur exacte de celle aire puis une valeur approchée au centième près.

Annexe 1 de l'exercice 2

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise internet régulièrement				
N'utilise pas internet régulièrement				
Total				

Annexe 2 de l'exercice 4



∽ Baccalauréat ES Métropole 22 juin 2011 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

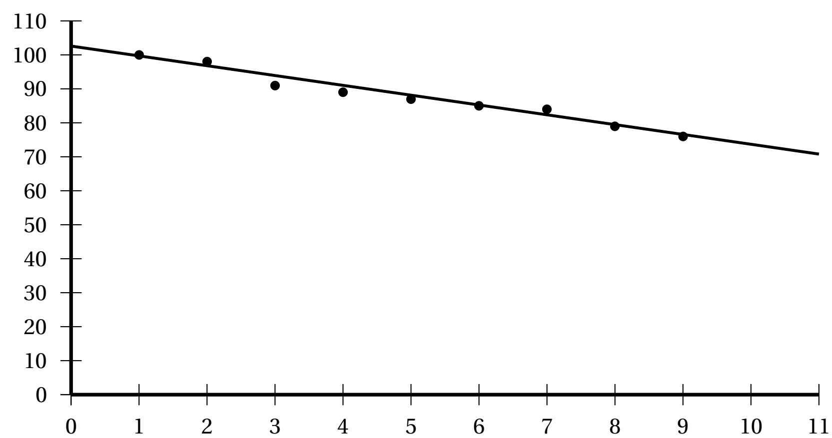
Commun à tous les candidats

La Caisse Nationale de l'Assurance Maladie des Travailleurs Salariés (CNAMTS) publie, chaque année, des statistiques sur les accidents du travail en France. Celles-ci permettent d'obtenir divers indicateurs, notamment l'indice de fréquence (nombre moyen d'accidents du travail avec arrêt pour 1000 salariés).
Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice de fréquence pour le secteur du BTP (Bâtiment et Travaux Publics) en France, au cours des années 2001 à 2009 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Indice de fréquence : y_i	100,3	98,9	91,6	89,5	87,6	85,4	84,0	79,9	76,0

1. **Premier ajustement**

   Grâce à un logiciel, un élève a obtenu le nuage de points représentant la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ et, par la méthode des moindres carrés, la droite d'ajustement de y en x dont une équation est $y = -2,89x + 102,59$ (les coefficients sont arrondis à $0,01$).



   a. En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2012, déterminer une estimation de l'indice de fréquence en l'année 2012.

   b. Quel serait le pourcentage d'évolution entre 2007 et 2012 de l'indice de fréquence selon ce modèle ? On arrondira le résultat à 10^{-2}.

2. **Deuxième ajustement**

   Un autre élève envisage un ajustement exponentiel de la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.
   On pose $z_i = \ln y_i$.

   a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous (les valeurs de z_i seront arrondies à 10^{-3}).

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$z_i = \ln y_i$	4,608	4,594	4,517						

   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de z en x sous la forme $z = ax + b$, les coefficients a et b étant arrondis à $10^{?4}$.

   c. En déduire une expression de y en fonction de x sous la forme $y = K\mathrm{e}^{-0,0328x}$, K étant une constante arrondie à $10^{?1}$ près.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   La stratégie européenne de santé au travail a fixé comme objectif une réduction de 25 % de l'indice de fréquence entre 2007 et 2012.
   Peut-on prévoir d'atteindre cet objectif selon les deux ajustements précédents, que l'on suppose valables jusqu'en 2012 ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une chaîne de production d'une usine fabrique des vêtements pour nourrissons. Une étude statistique a montré que :

- 12 % des vêtements fabriqués ont un défaut dans la couleur,
- parmi les vêtements ayant un défaut dans la couleur, 20 % ont un défaut dans la forme,
- parmi les vêtements n'ayant pas de défaut dans la couleur, 8 % présentent un défaut dans la forme.

On appelle C l'évènement « le vêtement présente un défaut dans la couleur » et $\overline{C}$ l'évènement contraire.
On appelle F l'évènement « le vêtement présente un défaut dans la forme » et $\overline{F}$ l'évènement contraire.
Un employé choisit un vêtement au hasard, dans un lot de vêtements fabriqués et conformes à l'étude statistique ci-dessus.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité que le vêtement choisi ait un défaut dans la couleur et un défaut dans la forme.
   b. Calculer la probabilité que le vêtement choisi ait un défaut dans la forme.
   c. Les évènements C et F sont-ils indépendants ? Justifier.
3. Le directeur de l'usine affirme que 92 % des vêtements fabriqués ne présentent aucun défaut.
   Cette affirmation est-elle correcte ? Expliquer.
4. Les employés de l'usine sont autorisés à acheter des vêtements à tarif préférentiel.
   L'un d'entre eux choisit au hasard trois vêtements. Le nombre de vêtements fabriqués est suffisamment grand pour considérer que les trois choix sont indépendants.
   Quelle est la probabilité pour qu'aucun de ces trois vêtements choisis ne présente de défaut ? Le résultat sera arrondi à 10^{-3}.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Chaque année, une association de cyclotourisme prépare de nouveaux circuits. Pour satisfaire ses nombreux membres, elle élabore des circuits de différents niveaux : « niveau facile », « niveau moyen » et « niveau difficile ».
Au premier janvier 2010, l'association a fait son bilan :

- 20 % de ses adhérents ont choisi le niveau facile, noté A
- 70 % de ses adhérents ont choisi le niveau moyen, noté B
- 10 % de ses adhérents ont choisi le niveau difficile, noté C

Pour répondre aux attentes des adhérents et les fidéliser sur le long terme, une enquête est effectuée.
Il s'avère que, d'une année à l'autre :

- parmi les adhérents ayant choisi le niveau A, 40 % restent à ce niveau et 60 % passent au niveau B,
- parmi les adhérents ayant choisi le niveau B, 70 % restent à ce niveau et 20 % reviennent au niveau A et les autres passent passent au niveau C,
- parmi les adhérents ayant choisi le niveau C, 85 % restent à ce niveau et les autres reviennent au niveau B.

On note :

- A l'état « l'adhérent a choisi le niveau A »,
- B l'état « l'adhérent a choisi le niveau B »,
- C l'état « l'adhérent a choisi le niveau C ».

Pour n entier naturel positif ou nul, on note $P_n = (a_n \quad b_n \quad c_n)$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste de la répartition dans les différents niveaux (indiqués dans l'ordre donné dans l'énoncé), au premier janvier de l'année $2010 + n$. Ainsi $P_0 = (0,2 \quad 0,7 \quad 0,1)$.

On se décide se baser uniquement sur ces résultats pour prévoir l'évolution de la répartition à partir du premier janvier 2010 (on néglige donc les nouveaux abonnés et les départs).

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A, B et C.
2. Reproduire et compléter la matrice de transition M de ce graphe probabiliste, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

$$M = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots & 0 \\ 0,2 & \cdots & \cdots \\ \cdots & 0,15 & \cdots \end{pmatrix}$$

3. Une seule des trois matrices Q, R, T ci-dessous correspond à l'état probabiliste stable.

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

Le président de l'association affirme que 50 % des adhérents choisiront après un certain nombre d'années le niveau B. Cette affirmation est-elle correcte ?

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et indiquer la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : *Une réponse exacte rapporte* 1 *point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. La fonction f est définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-2x+1}$$

On note f' sa fonction dérivée.

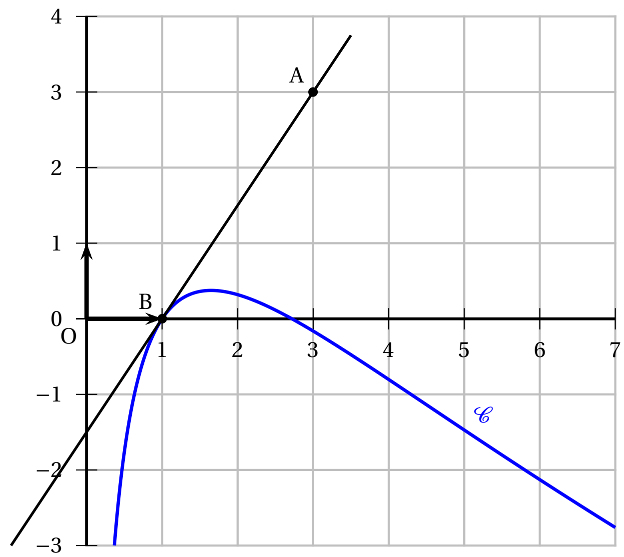
a. Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = \mathrm{e}^{-2}$
b. Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = \mathrm{e}^{-2x+1}$
c. Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = -2\mathrm{e}^{-2x+1}$

2. On donne le tableau de variation d'une fonction g définie et continue sur l'intervalle [?5 ; 12].

x	-5		2		8		12
$g(x)$	-3	$\searrow$	-8	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

a. $\displaystyle\int_{-5}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x = 7$
b. L'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions sur l'intervalle $[-5 ; 12]$
c. Pour tout x appartenant à l'intervalle $[-5 ; 12]$, $g(x) < 0$.

3. La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction h définie et dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$. La droite (AB), tracée sur le graphique, est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 1.



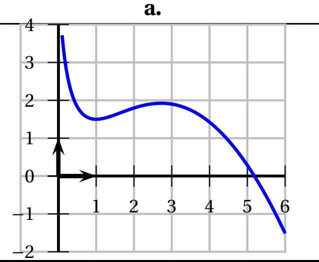
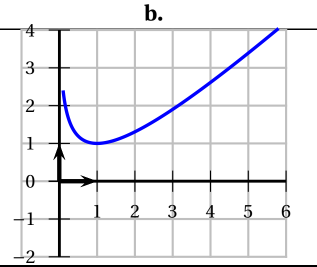
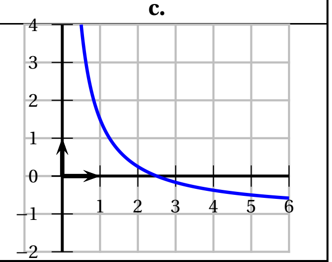
On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

a. $h'(1) = 0$

b. $h'(1) = 1,5$

c. $h'(1) = -\dfrac{2}{3}$

4. Une seule des trois courbes ci-après est la représentation graphique d'une primitive de la fonction h (introduite à la question 3.) sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$. Préciser laquelle.

a.	**b.**	**c.**
		

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans une entreprise, le résultat mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé en vendant x centaines d'objets fabriqués, est modélisé par la fonction B définie et dérivable sur l'intervalle $[0,1\ ;\ 10]$ par :

$$B(x) = 10 \times \frac{1 + \ln x}{x}$$

Si $B(x)$ est positif, il s'agit d'un bénéfice ; s'il est négatif, il s'agit d'une perte.

1. Coraline utilise un logiciel de calcul formel. À plusieurs reprises, elle entre une commande, et le logiciel renvoie une réponse. Elle obtient l'écran suivant :

(Commande) B(x) :=10*((1+ln(x))/x)	
(Réponse 1)	$x \mapsto 10 * \left(\dfrac{1+\ln x}{x}\right)$
(Commande) dériver(B(x),x)	
(Réponse 2)	$\dfrac{10}{x^2} + \dfrac{10*(1+\ln(x))*(-1)}{x^2}$
(Commande) résoudre(B(x)=0,x)	
(Réponse 3)	$[\exp(-1)]$
(Commande) résoudre(B(x)>0,x)	
(Réponse 4)	$[x > \exp(-1)]$
(Commande) maximum(B(x),[0.1 ;10])	
(Réponse 5)	10

a. Traduire sur le graphique donné en annexe, illustrant la courbe représentative de la fonction B, les réponses 3, 4 et 5 renvoyées par le logiciel de calcul formel.

b. Justifier la réponse 3 renvoyée par le logiciel de calcul formel. Interpréter cette valeur en terme de résultat mensuel pour l'entreprise.

2. a. Démontrer qu'une primitive de la fonction B sur l'intervalle $[0,1\,;\,10]$ est la fonction F définie sur $[0,1\,;\,10]$ par

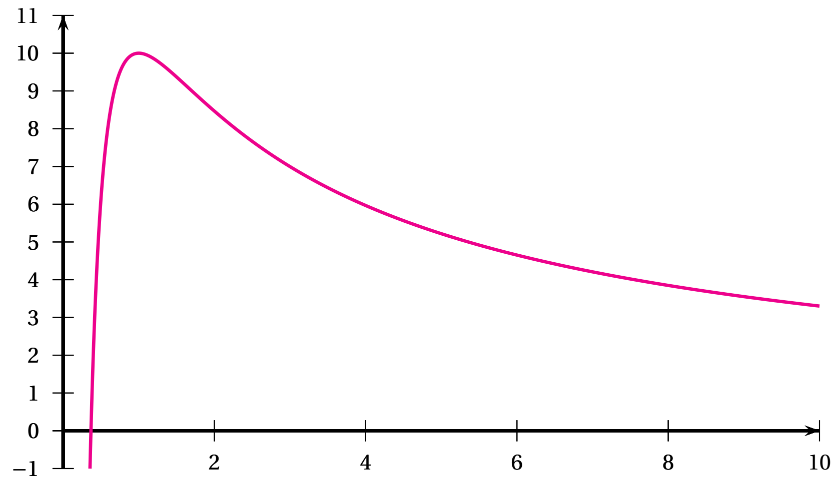
$$F(x) = 5\ln x(\ln x + 2)$$

b. Calculer $\displaystyle\int_{0,5}^{1,5} B(x)\,\mathrm{d}x$ puis en donner une valeur approchée à 10^{-3} près.

Ce nombre représente le bénéfice mensuel moyen en milliers d'euros lorsque l'entreprise produit et vend chaque mois un nombre d'objets compris entre 50 et 150.

c. Pour quel nombre d'objets le bénéfice mensuel B est-il maximal ? Justifier la réponse par un calcul.

Annexe à rendre avec la copie



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2011

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et recopiera la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-\infty\,;\,\mathrm{e}[$ par $f(x) = \ln(\mathrm{e} - x)$.
   On suppose f dérivable sur $]-\infty\,;\,\mathrm{e}[$ et on note f' sa fonction dérivée.
   $f'(0)$ est égal à :

-1	$-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$	$\dfrac{1}{\mathrm{e}}$	1

2. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-x} + \dfrac{1}{x}$.
   On considère une fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ telle que, pour tout $x > 0$, on ait $0 < g(x) < f(x)$.
   La limite de la fonction g en $+\infty$ est :

$-\infty$	0	$+\infty$	on ne peut pas savoir

3. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 3x + 1 + \dfrac{\mathrm{e}^x}{x^3}$.
   Soit $\left(\mathcal{C}_f\right)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal. La courbe $\left(\mathcal{C}_f\right)$:

admet comme asymptote la droite d'équation $x = 0$	admet comme asymptote la droite d'équation $y = 3x + 1$	admet comme asymptote la droite d'équation $y = 0$	n'admet pas de droite asymptote

4. On note exp la fonction exponentielle.
   Soit u une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $u(0) = 1$, $u(1) = 0$ et $u(\mathrm{e}) = 2$. Soit f la fonction définie par $f(x) = u[\exp(x)]$.
   $f(0)$ est égal à :

0	1	2	e

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

À l'occasion d'un festival culturel, une agence de voyages propose trois types de transport pour permettre à chaque client de se rendre dans la ville organisatrice afin d'assister à la cérémonie d'ouverture.
Les trois moyens de transport proposés sont l'avion, le train ou le car.
À chacun des clients qui achètent un billet de transport, l'agence propose de souscrire une assurance multirisque qui permet, sous certaines conditions, une indemnisation en cas de retard ou de vol de bagages.

Une enquête montre que 55 % des clients choisissent l'avion, que 40 % choisissent le train et que les autres choisissent le car.
De plus, parmi les clients ayant choisi l'avion, 20 % ont souscrit l'assurance multirisque ; ils sont 8 % à choisir cette assurance parmi ceux qui ont choisi le voyage en train et seulement 4 % parmi ceux qui ont choisi le car.

On prend au hasard le dossier d'un client qui se rendra à la cérémonie d'ouverture du festival, chaque dossier ayant la même probabilité d'être choisi.
On note :

- A l'évènement : « Le client a acheté un billet d'avion » ;
- T l'évènement : « Le client a acheté un billet de train » ;
- C l'évènement : « Le client a acheté un billet de car » ;
- S l'évènement : « Le client a souscrit une assurance multirisque » et $\overline{S}$ son évènement contraire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2. Calculer la probabilité que le dossier choisi soit celui d'un client qui voyagera en train et qui a souscrit une assurance multirisque. On donnera la valeur exacte de cette probabilité.

3. Montrer que la probabilité de l'évènement S est égale à $0,144$.

4. On prend un dossier au hasard parmi les clients n'ayant pas souscrit une assurance multirisque.
Calculer la probabilité que ce dossier soit celui d'un client voyageant en train. Le résultat sera donné arrondi au millième.

5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
On choisit trois dossiers au hasard, indépendamment les uns des autres.
Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'au moins deux des dossiers concernent un client ayant souscrit l'assurance multirisque.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité. Un centre aéré, ouvert tous les mercredis après midi à partir du 1er septembre, propose aux enfants de s'inscrire chaque semaine à une activité. L'une de ces activités est la natation.
Une étude effectuée sur l'année scolaire 2009/2010 montre que d'une semaine sur l'autre 5 % des enfants ne se réinscrivent pas à la natation, alors que dans le même temps 10 nouveaux enfants s'y inscrivent.
Le directeur se base sur les résultats de l'année scolaire 2009/2010 pour prévoir l'évolution des inscriptions pour l'année scolaire 2010/2011.
La première semaine de l'année scolaire 2010/2011, 80 enfants se sont inscrits à la natation. On note u_0 le nombre initial d'enfants inscrits à la natation, ainsi $u_0 = 80$.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'enfants inscrits à la natation au bout de n semaines.

1. Montrer que $u_1 = 86$.

2. Pour tout entier naturel n, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

3. Pour tout entier naturel n, on pose $a_n = u_n - 200$. Montrer que la suite (a_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
Pour tout entier naturel n, exprimer a_n en fonction de n. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 200 - 120 \times 0,95^n$.

Les questions suivantes peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

4. Montrer que pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} - u_n = 6 \times 0,95^n$. En déduire que le nombre d'inscriptions à la natation augmente toutes les semaines.

5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Après combien de semaines, le contexte restant le même, le nombre d'enfants inscrits à la piscine dépassera-t-il 150 ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne la fréquentation des lignes aériennes, en millions de passagers, entre la France métropolitaine et les pays étrangers depuis 1980 (source INSEE).

Année	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2008
Rang de l'année : x_i	0	5	10	15	20	25	28
Nombre de passagers y_i (en millions)	21,9	26,4	36,9	44,7	67	82	97,9

On cherche à étudier l'évolution du nombre de passagers y entre la France métropolitaine et les pays étrangers en fonction du rang x de l'année.

1. Déterminer le pourcentage d'évolution du nombre de passagers entre 2005 et 2008 (le résultat sera arrondi à 0,1 %).
2. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série dans le plan muni d'un repère orthogonal défini de la manière suivante :
   0,5 cm pour 1 année sur l'axe des abscisses ;
   1 cm pour 10 millions de passagers sur l'axe des ordonnées.
3. Expliquer pourquoi un ajustement affine ne semble pas adapté.
   L'allure du nuage suggère un ajustement exponentiel. Pour cela, on pose $z = \ln y$.
4. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z_i au millième.

Rang de l'année : x_i	0	5	10	15	20	25	28
z_i	3,086						

5. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au millième).
6. Montrer que l'on a la relation $y = A\mathrm{e}^{Bx}$ avec $A \approx 20,989$ et $B \approx 0,055$.
7. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Les compagnies aériennes prévoient que le pourcentage d'augmentation entre 2008 et 2011 sera de 30 %. Cela est-il cohérent avec l'ajustement exponentiel déterminé dans la question 6 ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique et vend à des particuliers des panneaux solaires photovoltaïques produisant de l'électricité. Elle en produit chaque mois entre 50 et 2 500.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0,5 ; 25] par

$$f(x) = 18\ln x - x^2 + 16x - 15.$$

Si x représente le nombre de centaines de panneaux solaires fabriqués et vendus, alors on admet que $f(x)$ représente le bénéfice mensuel de l'entreprise, en milliers d'euros.
On suppose que f est dérivable sur [0,5 ; 25], et on note f' sa fonction dérivée.

PARTIE A

1. Calculer $f'(x)$. Vérifier que, pour tout nombre x appartenant à l'intervalle [0,5 ; 25], on a $f'(x) = \dfrac{-2x^2 + 16x + 18}{x}$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,5\,;\,25]$. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\,25]$.
3. **a.** Calculer $f(1)$.

   b. Montrer que sur l'intervalle $[18\,;\,19]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α. Déterminer une valeur approchée par défaut de α à 10^{-2} près.

   c. En déduire le signe de $f(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0,5\,;\,25]$.
4. Quels sont le nombre minimal et le nombre maximal de panneaux que l'entreprise doit produire et vendre pour être bénéficiaire ?
5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   L'entreprise peut-elle réaliser un bénéfice mensuel de 100 000 € ? Justifier la réponse.

PARTIE B

1. On admet que la fonction G définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $G(x) = x\ln x - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$. En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\,25]$.
2. *Rappel : soit f une fonction définie et continue sur un intervalle $[a\,;\,b]$, où $a < b$.*

   La valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[a\,;\,b]$ est le nombre réel m défini par $m = \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

   Déterminer la valeur moyenne du bénéfice mensuel de l'entreprise, arrondie à la centaine d'euros, lorsque celle-ci produit et vend entre 100 et 1 800 panneaux solaires.

∾ Baccalauréat ES Métropole septembre 2011 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Pierre, le président d'un club de judo. veut acheter 60 médailles ayant la même référence. Elles sont gravées à l'effigie d'une ou d'un champion Doullet, Rinar ou Vécosse. Il passe commande chez un grossiste qui travaille avec deux fournisseurs A et B. Le tableau suivant indique les caractéristiques du colis contenant les 60 médailles envoyées par le grossiste :

	Doullet	Rinar	Vécosse	Total
Fournisseur A	10	10	10	30
Fournisseur B	5	10	15	30
Total	15	20	25	60

Pierre reçoit le colis, et tire au hasard une médaille. Dans la suite de l'exercice, on suppose que chaque médaille a la même probabilité d'être tirée.

1. **a.** Montrer que la probabilité que cette médaille soit à l'effigie de Vécosse est égale à $\dfrac{5}{12}$.
   b. Quelle est la probabilité que cette médaille soit à l'effigie de Vécosse et provienne du fournisseur B ?
   c. Pierre constate que la médaille tirée est à l'effigie de Vécosse. Quelle est la probabilité qu'elle provienne du fournisseur B ?

Pierre remet la médaille dans le colis.

2. Pierre répète maintenant trois fois de suite les mêmes gestes :
   — il tire au hasard une médaille ;
   — il note l'effigie du champion et remet la médaille dans le colis.
   Quelle est la probabilité qu'au moins une des médailles soit à l'effigie de Vécosse ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On s'intéresse au nombre de personnes atteintes d'une maladie A ou d'une maladie B en France entre 1970 et 2005.
Les données ont été représentées graphiquement sur l'annexe (à rendre avec la copie). On précise que sur l'axe des abscisses, le rang zéro correspond à l'année 1970, le rang cinq à l'année 1975.

PARTIE I. Maladie A

On envisage un ajustement affine du nuage de points correspondant à la maladie A. Voici une partie des données :

Année	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Rang de l'année : x_i	0	5	10	15	20	25	30	35
Nombre de personnes atteintes de la maladie A : y_i	4 884	4 303	3 713	3 175	2 836	2 352	2 011	1 789

1. À l'aide de la calculatrice et en arrondissant les coefficients à l'unité, donner l'équation réduite de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
2. Tracer cette droite dans le repère situé sur l'annexe.

3. En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2011, quelle prévision peut-on faire du nombre de personnes qui seront atteintes de cette maladie A en France en 2011 ?

PARTIE II. **Maladie B**

1. À partir des données du graphique concernant la maladie B (fournies en annexe), un ajustement affine parait-il approprié ? Justifier votre réponse.
2. On admet que la courbe Γ tracée sur l'annexe représente un ajustement du nuage, valable jusqu'en 2011. Lire le nombre prévisible de personnes qui seront atteintes de la maladie B en 2011.
3. La courbe Γ est une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$, a étant un nombre réel non nul, b et c étant des nombres réels. La courbe Γ passe par les points $P(0\,;\,1700)$, $Q(10\,;\,1950)$ et $R(20\,;\,2900)$.
   a. Justifier que $c = 1700$.
   b. Déterminer les nombres réels a et b.
   c. En déduire le nombre prévisible de personnes qui seront atteintes de la maladie B en 2011.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

La société « Vélibre », spécialisée dans la location de vélos, a été créée en janvier 2010 avec un parc de 150 vélos neufs.
Afin de conserver un parc de bonne qualité, le directeur de la société a décidé :
— de racheter 40 vélos neufs en janvier de chaque année ;
— de revendre 20 % des vélos en janvier 2011 et en janvier 2012 ;
— de revendre 20 ,% au moins des vélos les plus usagés en janvier de chaque année suivante.

1. Pour tout nombre entier naturel n, on modélise le nombre approximatif de vélos du parc en janvier de l'année $2010 + n$ par les termes de la suite (U_n) définie pour tout nombre entier naturel n par

$$U_{n+1} = 0,8U_n + 40 \text{ et } U_0 = 150$$

   Vérifier que U_1 et U_2 correspondent bien au nombre prévu de vélos du parc pour janvier 2011 et janvier 2012.
2. Pour connaître l'évolution du nombre approximatif de vélos du parc, le directeur utilise un tableur. Voici un extrait de sa feuille de calcul :

	A	B	C	D	E
1	Valeur de n	Valeur de U_n		Valeur de n	Valeur de U_n
2	0	150		18	199,10
3	1	160		19	199,28
4	2	168		20	199,42
5	3	174,4		21	199,54
6	4	179,52		22	199,63
7	5	183,62		23	199,70
8	6	186,89		24	199,76
9	7	189,51		25	199,81
10	8	191,61		26	199,85
11	9	193,29		27	199,88
12	10	194,63		28	199,90
13	11	195,71		29	199,92
14	12	196,56		30	199,94

   a. Conjecturer le sens de variation de la suite (U_n).
   b. Quelle semble être la limite de la suite (U_n) ?
3. Pour tout nombre entier naturel n, on pose $V_n = U_n - 200$.
   a. Prouver que la suite (V_n) est géométrique de raison 0, 8. Déterminer son premier terme.

b. En déduire, pour tout nombre entier naturel n, l'expression de V_n puis celle de U_n en fonction du nombre entier n.

c. Déterminer la limite de la suite (U_n).

d. Démontrer que, pour tout nombre entier naturel n, on a :

$$U_{n+1} - U_n = 10 \times 0,8^n$$

e. En déduire le sens de variation de la suite (U_n).

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

La municipalité prévoit d'implanter de nouvelles bornes dans la ville afin d'offrir aux usagers 250 emplacements. La société « Vélibre » pourra-t-elle satisfaire cette demande ? Argumenter la réponse.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique chaque mois x tonnes d'un certain produit, avec x appartenant à l'intervalle $]0~;~6]$. Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production mensuelle de x tonnes est donné par $C(x)$, où C est la fonction définie par :

$$C(x) = \frac{0,01\mathrm{e}^x + 2}{x}.$$

1. À l'aide de la calculatrice :

a. conjecturer en terme de variations l'évolution du coût moyen de fabrication sur l'intervalle $]0~;~6]$;

b. estimer le minimum du coût moyen de fabrication et la production mensuelle correspondante ;

c. dire s'il est possible d'atteindre un coût moyen de fabrication de 4000 euros. On précisera la méthode utilisée.

2. On désigne par C' la fonction dérivée de la fonction C. Montrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0~;~6]$:

$$C'(x) = \frac{0,01x\mathrm{e}^x - 0,01\mathrm{e}^x - 2}{x^2}.$$

3. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~6]$ par :

$$f(x) = 0,01x\mathrm{e}^x - 0,01\mathrm{e}^x - 2.$$

On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Vérifier que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0~;~6]$

$$f'(x) = 0,01x\mathrm{e}^x.$$

b. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0~;~6]$.

c. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α appartenant à l'intervalle $[4;5]$.

Donner la valeur arrondie au dixième du nombre réel α.

d. Déduire des résultats précédents le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]0~;~6]$.

4. À l'aide des questions précédentes, justifier que le minimum du coût moyen de fabrication est obtenu pour une production mensuelle de α tonnes du produit.

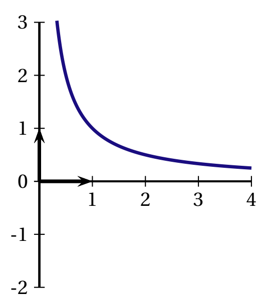
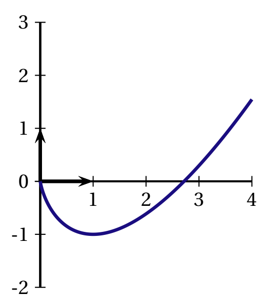
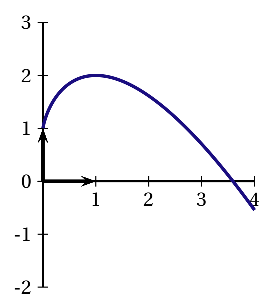
EXERCICE 4 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.

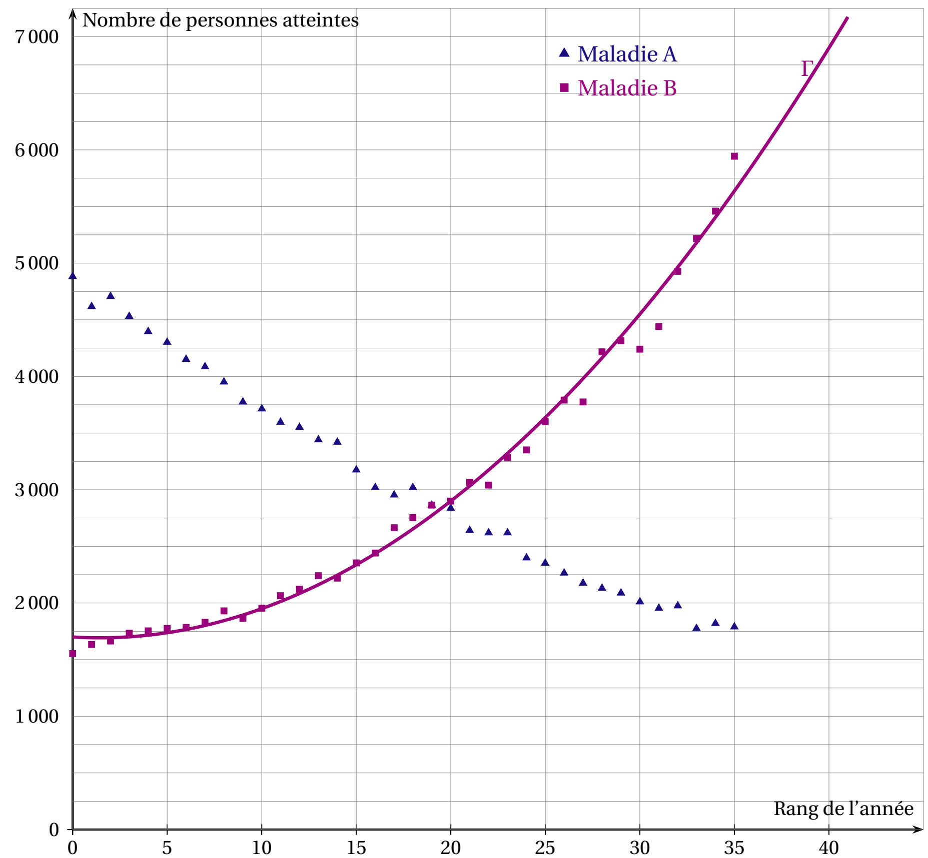
Recopier le numéro de chaque question et préciser la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. En septembre 2009, la T.V.A. dans la restauration est passée de 19,6 % à 5,5 %. En août 2009, une brasserie proposait un menu à 12,70 € (T.V.A incluse). Le responsable a appliqué ce changement de T.V.A. Quel était en septembre 2009 le prix de ce menu après le changement de T.V.A. (arrondi au centime) ?
   - **a.** 10,91 €
   - **b.** 11,20 €
   - **c.** 12,70 €
2. La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \ln(100 + x)$. Comment varie la fonction f ?
   - **a.** la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   - **b.** la fonction f est constante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   - **c.** la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
3. Quelle est la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \left(3x - x^2\right)\,\mathrm{d}x$?
   - **a.** 0
   - **b.** $\dfrac{7}{6}$
   - **c.** 2
4. La fonction g est définie sur l'intervalle $]0\ ;\ 4]$ par $g(x) = \ln x$. Parmi les trois courbes suivantes, laquelle représente une primitive de la fonction g ?

a.	b.	c.
		

Annexe à rendre avec la copie

Nombre de personnes atteintes de la maladie A ou de la maladie B
en France entre 1970 et 2005



Baccalauréat ES (spécialité) Polynésie septembre 2011

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
On s'intéresse dans cet exercice à la fonction f définie sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -1 + x\text{e}^{x}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
   b. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$. Interpréter graphiquement cette limite.
   (*On rappelle le résultat :* $\lim\limits_{x \to -\infty} x\text{e}^{x} = 0$)
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.
   a. Montrer que, pour tout nombre réel x on a $f'(x) = (x+1)\text{e}^{x}$.
   Dresser le tableau de variations de la fonction f (la valeur de l'extremum sera arrondie à 10^{-2}).
3. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[0\,;\,1]$.
   Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
4. Démontrer qu'une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 est $y = x - 1$.
5. Dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ tracer la droite T et la courbe $\mathscr{C}$.
   Quelle conjecture peut-on faire sur la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la droite T ?
6. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Justifier la conjecture émise à la question 5.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans une ville, une enquête portant sur les habitudes des ménages en matière d'écologie a donné les résultats suivants :

- 70 % des ménages pratiquent le tri sélectif ;
- parmi les ménages pratiquant le tri sélectif, 40 % consomment des produits bio ;
- parmi les ménages ne pratiquant pas le tri sélectif, 10 % consomment des produits bio.

On choisit un ménage au hasard (tous les ménages ayant la même probabilité d'être choisis) et on note :
T l'évènement « le ménage pratique le tri sélectif » et $\overline{T}$ son évènement contraire ;
B l'évènement « le ménage consomme des produits bio » et $\overline{B}$ son évènement contraire.

Les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. **a.** Donner sans justification la probabilité $p(T)$ de l'évènement T.
   b. Donner sans justification $p_T(B)$ et $p_{\overline{T}}(B)$
2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
3. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement : « le ménage pratique le tri sélectif et consomme des produits bio ».
   b. Montrer que la probabilité que le ménage consomme des produits bio est égale à 0,31.
4. Calculer la probabilité que le ménage pratique le tri sélectif sachant qu'il consomme des produits bio (le résultat sera donné sous forme décimale arrondie au centième).
5. Les évènements T et B sont-ils indépendants ? Justifier.

6. Calculer la probabilité de l'évènement $T \cup B$ puis interpréter ce résultat.

7. Cette ville décide de valoriser les ménages ayant un comportement éco-citoyen. Pour cela, elle donne chaque année un chèque de 20 € aux ménages qui pratiquent le tri sélectif et un chèque de 10 € aux ménages qui consomment des produits bio sur présentation de justificatifs (les deux montants peuvent être cumulés).

Soit S la somme d'argent reçue par un ménage.

a. Quelles sont les différentes valeurs que peut prendre S ? (on n'attend pas de justification).

b. Donner la loi de probabilité de S.

c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi et interpréter ce résultat.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Deux enfants Alexis et Bilal jouent dans la cour de leur immeuble.
Ils décident d'entamer une compétition formée d'une série de parties (notées partie 1, partie 2, ...).
On désigne par n un entier supérieur ou égal à 1. On suppose que :

- Alexis a 65 % de chances de gagner la partie 1 ;
- si Alexis gagne la partie n, alors il a 10 % de chances de gagner la partie $n+1$;
- si Alexis perd la partie n, alors il a 60 % de chances de gagner la partie $n+1$.

Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on note :

- A_n l'évènement : « Alexis gagne la partie n » ;
- B_n l'évènement : « Bilal gagne la partie n »(on remarquera que : $B_n = \overline{A_n}$) ;
- a_n la probabilité de l'évènement A_n et b_n celle de l'évènement B_n.

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre

PARTIE A : Étude d'un graphe probabiliste

Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_{Jn} \end{pmatrix}$ la matrice ligne représentant l'état probabiliste lors de la partie n.

1. a. Donner sans justification la matrice P_1.

b. Traduire la situation à l'aide d'un graphe probabiliste.

2. On admet que la matrice de transition M associée au graphe probabiliste précédent est $M = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,9 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$

a. Donner M^2 (on pourra utiliser la calculatrice ; les coefficients de M^2 seront donnés sous forme décimale exacte).

b. En déduire la probabilité que Bilal gagne la partie 3, en justifiant la réponse (le résultat sera donné sous forme décimale arrondie à 10^{-2}).

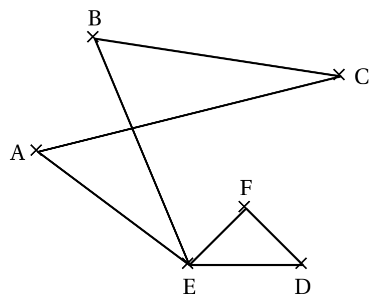
3. Soit $P = (x \quad y)$ la matrice correspondant à l'état stable (x et y sont des nombres réels tels que $x + y = 1$).

a. Déterminer les nombres x et y.

b. Interpréter ces deux valeurs.

PARTIE B : Détermination d'un nombre chromatique

Carlos (C), Dora (D), Edwige (E) et Farid (F), eux aussi intéressés par le jeu, décident de rejoindre Alexis (A) et Bilal (B) et de former ainsi des équipes.
Comme ils ne s'entendent pas tous entre eux, ils optent pour une répartition en équipe par affinité.
On donne ci-après le graphe G d'incompatibilité entre les différents enfants :



Par exemple, Alexis ne peut pas se trouver dans une équipe où il y aurait Carlos ou Edwige.
Cela est représenté dans le graphe par le fait que les sommets A et C, ainsi que les sommets A et E sont adjacents.

1. Déterminer un sous-graphe complet d'ordre 3. Que peut-on en déduire pour le nombre chromatique du graphe G ?
2. Donner en justifiant un encadrement du nombre chromatique du graphe G.
3. Proposer une coloration du graphe (sans justification) puis en déduire le nombre chromatique du graphe G.
4. Proposer une répartition des enfants faisant intervenir un nombre minimal d'équipes.

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne la valeur de revente d'une machine outil au bout de t années d'utilisation (les prix sont donnés en centaines d'euros). On veut faire une estimation de son prix de revente au-delà de 6 ans.

Temps écoulé depuis l'achat t_i $0 \leqslant i \leqslant 6$	0	1	2	3	4	5	6
Valeur de revente y_i en centaines d'euros $0 \leqslant i \leqslant 6$	90	73,8	60	49,5	40,5	33	27

1. Quel est le pourcentage de baisse du prix de revente de la machine au bout de six ans d'utilisation (de t_0 à t_6) ?
2. Étude d'un modèle affine
   a. Représenter graphiquement le nuage de points $M_i\left(t_i\ ;\ y_i\right)$ pour $0 \leqslant i \leqslant 6$ dans un repère orthogonal, en prenant comme unités graphiques : 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.
   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite de régression de y en t par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième). Tracer cette droite dans le repère précédent.
   c. On sait qu'au bout de 10 ans la valeur de revente est de 1 000 euros. Le modèle vous semble-t-il adapté pour des calculs à plus long terme ?
3. Étude d'un modèle exponentiel
   a. Pour $0 \leqslant i \leqslant 6$, on pose $z_i = \ln\left(y_i\right)$. Recopier et compléter le tableau suivant (en arrondissant les nombres au dixième) :

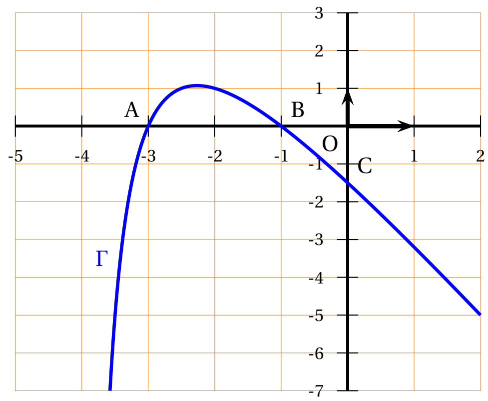
Temps écoulé depuis l'achat t_i $0 \leqslant i \leqslant 6$	0	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln\left(y_i\right)$							

   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en t par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au dixième).
   c. En déduire que $y = \mathrm{e}^{-0,2t+4,5}$ est un ajustement exponentiel possible.

d. Déterminer à l'aide de ce modèle une estimation de la valeur de revente au bout de 10 ans d'utilisation. Ce modèle vous semble-t-il mieux adapté que celui de l'ajustement affine ?
Justifier la réponse.

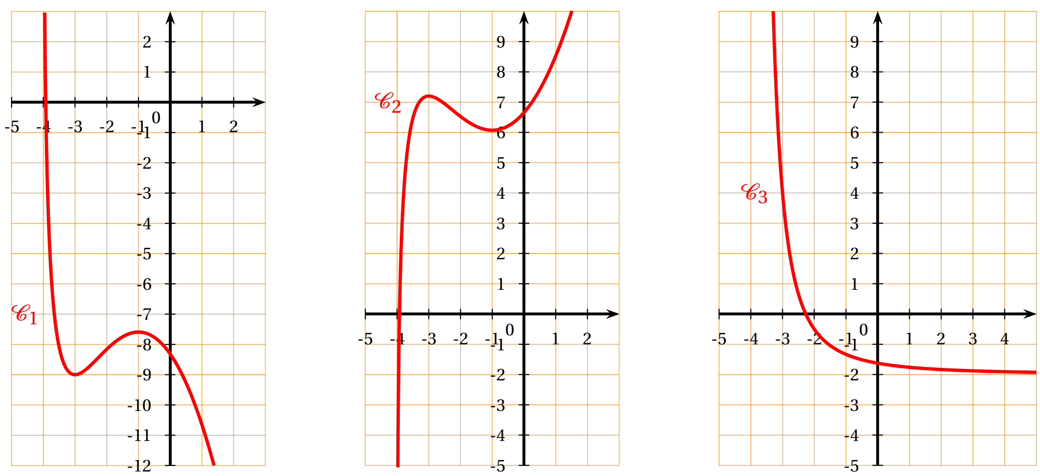
EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-4\,;\,+\infty[$.
On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]-4\,;\,+\infty[$.
La courbe Γ ci-contre est la représentation graphique dans un repère orthogonal de f', la fonction dérivée de f sur $]-4\,;\,+\infty[$.
Cette courbe Γ passe par les points $\mathrm{A}(-3\,;\,0)$, $\mathrm{B}(-1\,;\,0)$ et $\mathrm{C}(0\,;\,-1,5)$.



Partie A

1. À l'aide de la représentation graphique de la fonction dérivée f', déterminer $f'(0)$ et $f'(-3)$.
2. Trois courbes sont présentées ci-dessous. Une seule de ces trois courbes peut représenter la fonction f.
Déterminer laquelle des trois représentations graphiques ci-dessous est celle de la fonction f, en justifiant votre réponse :



Partie B

On suppose qu'il existe deux entiers relatifs a et b tels que, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]-4\,;\,+\infty[$, on a $f(x) = ax^2 + b\ln(x+4)$.

1. **a.** Soit x un réel appartenant à l'intervalle $]-4\,;\,+\infty[$.
Exprimer $f'(x)$ en fonction de x, a et b.
b. Déduire des questions précédentes que $a = -1$ et $b = -6$
2. On considère l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-3}^{-1} f'(x)\,\mathrm{d}x$.
a. Calculer la valeur exacte de l'intégrale I puis en donner une valeur arrondie au dixième.
b. Donner une interprétation géométrique de l'intégrale I.

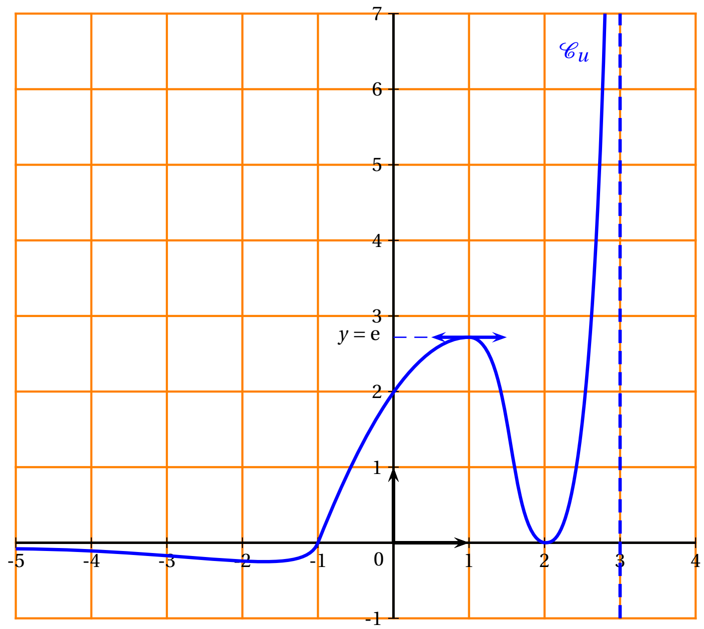
∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud 16 novembre 2011 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit u une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-\infty\,;\,3[$.
On note u' la dérivée de u.
On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_u$ représentant la fonction u.
L'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 3$ sont deux asymptotes à $\mathcal{C}_u$.
La droite d'équation $y = \mathrm{e}$ est tangente à la courbe $\mathcal{C}_u$ en son point d'abscisse 1.
La courbe $\mathcal{C}_u$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse -1 et lui est tangente au point d'abscisse 2.



Cet exercice est un « Vrai-Faux ». Voici huit affirmations. Pour chacune d'entre elles, indiquer si elle est vraie ou fausse. On ne demande aucune justification.
Chaque bonne réponse apporte 0,5 *point.*

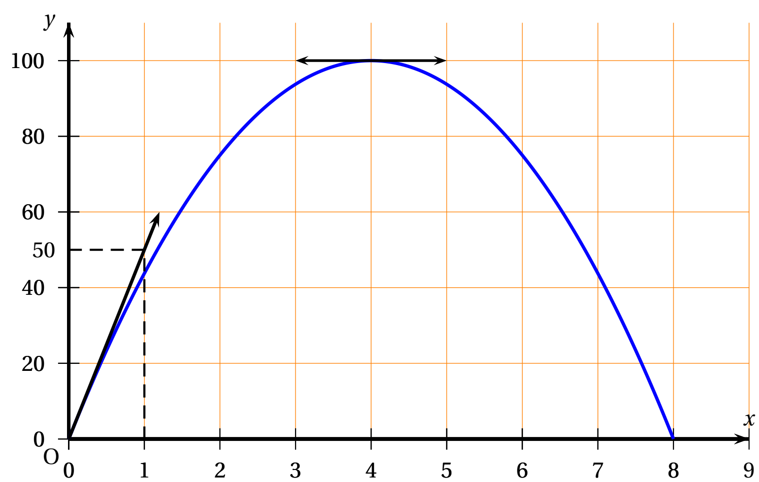
1. **a.** $u'(1) = \mathrm{e}$.
   b. $\lim\limits_{x \to -\infty} u(x) = 0$.
   c. $\lim\limits_{x \to 3} u(x) = +\infty$.
   d. L'équation $u(x) = 1$ admet exactement trois solutions.
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur $]-1\,;\,2[$ telle que $f = \ln(u)$.
   On note f' sa fonction dérivée.
   a. Sur l'intervalle $]-1\,;\,0[$, f change de signe.
   b. $f'(1) = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.
   c. L'équation $f(x) = 2$ n'admet aucune solution.
   d. $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = 0$.

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans un cadre économique, on appelle fonction de satisfaction une fonction f définie et dérivable sur une partie de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans l'intervalle $[0 ; 100]$.
On dit qu'il y a « saturation » lorsque la fonction de satisfaction prend la valeur 100.
La fonction v, dérivée de la fonction f, est appelée fonction « envie ». On a donc $v = f'$.
On dit qu'il y a « envie » lorsque v est positive, sinon on dit qu'il y a « rejet ».
Charlotte doit rédiger un mémoire de recherche. Elle souhaite connaître la durée quotidienne de travail qui lui convient le mieux, sachant qu'elle a la possibilité d'y consacrer entre 0 et 8 heures par jour. En début de journée, elle est de plus en plus efficace, mais après un certain temps sa productivité ne la satisfait plus.
Elle modélise son taux de satisfaction en fonction du nombre d'heures x passées quotidiennement à travailler.
La courbe représentant sa satisfaction f est donnée ci-dessous.

La tangente à cette courbe au point d'abscisse 4 est parallèle à l'axe des abscisses.
La courbe passe par l'origine du repère et la tangente en ce point passe par le point de coordonnées $(1 ; 50)$.



1. Par lecture graphique répondre aux questions suivantes :
   a. Pour quelle durée de travail quotidien y a-t-il « saturation » ?
   b. Sur quel intervalle y a-t-il « envie » ?
   c. Sur quel intervalle y a-t-il « rejet » ?
   d. Donner $v(4)$.
2. On admettra que la fonction v est ici une fonction affine définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$.
   Expliquer pourquoi son expression est : $v(x) = -\dfrac{25}{2}x + 50$.
3. Sachant que $f(0) = 0$, déterminer $f(x)$ pour $x \in [0 ; 8]$.
4. En déduire les valeurs de x pour lesquelles la satisfaction prend la valeur 75.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans tout cet exercice on donnera la valeur exacte de chaque résultat.

Grâce à un système de détecteur, une borne de péage automatique peut délivrer des tickets à deux hauteurs différentes selon le véhicule détecté afin que le conducteur ne soit pas obligé de sortir pour le saisir :
- s'il s'agit d'une voiture, d'une moto ou d'une camionnette, le ticket sort en bas ;
- s'il s'agit d'un camion, le ticket sort en haut.

La société d'autoroute a modélisé le fonctionnement défectueux du détecteur de l'une de ces bornes :

- lorsqu'un camion passe, il n'est correctement détecté que deux fois sur trois;
- lorsqu'un autre type de véhicule passe, son conducteur est contraint d'en sortir pour saisir son ticket une fois sur quatre.

On estime qu'à cette borne de péage 60 % des véhicules sont des camions. On considère les évènements suivants :

- C : « Le véhicule qui se présente est un camion »
- H : « Le ticket sort en haut »
- B : « Le ticket sort en bas ».

Notation : pour tout évènement E et tout évènement F de probabilité non nulle, on note $p(E)$ la probabilité de l'évènement E et $p_F(E)$ la probabilité conditionnelle de E sachant F.

1. Donner les probabilités : $p(C)$, $p_{\overline{C}}(H)$ et $p_{\overline{C}}(B)$.
2. Construire un arbre probabiliste présentant la situation.
3. Calculer la probabilité que le ticket sorte en haut.
4. Montrer que la probabilité qu'un conducteur ne soit pas obligé de sortir de son véhicule pour saisir le ticket vaut $0,7$.
5. Trois véhicules se présentent l'un après l'autre à cette borne de péage défectueuse. On modélise cette situation comme un tirage avec remise.

   Calculer la probabilité qu'au moins l'un des conducteurs soit contraint de descendre de son véhicule pour saisir son ticket.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Franck Geek est adepte de jeux vidéo en ligne. Afin de préserver son temps de travail scolaire, il essaye de se modérer. Il constate que :

- s'il a joué un jour, la probabilité qu'il ne le fasse pas le lendemain est de $0,6$;
- s'il n'a pas joué un jour, la probabilité qu'il joue le lendemain est de $0,9$.

Le jour de la rentrée (premier jour), Franck a décidé de ne pas jouer.

1. **a.** Quelle est la probabilité que Franck joue le deuxième jour?

   b. Quelle est la probabilité qu'il ne joue pas le deuxième jour?
2. On note D l'évènement : « Franck a joué » et E l'évènement : « Franck a su résister ».

   a. Modéliser cette situation par un graphe probabiliste.

   b. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe.
3. Soit n un entier naturel non nul. Soient D_n l'évènement : « Franck a joué le n-ième jour » et E_n l'évènement : « Franck a su résister le n-ième jour ».

   L'état probabiliste lors du n-ième jour est alors donné par la matrice ligne $P_n = (d_n \quad e_n)$ où d_n désigne la probabilité de l'évènement D_n et e_n celle de l'évènement E_n.

   On a ainsi $P_1 = (0 \quad 1)$.

   a. Déterminer P_2.

   b. Donner la relation liant P_{n+1} et P_n.

   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $d_{n+1} = -0,5d_n + 0,9$.
4. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $u_n = d_n - 0,6$.

   a. Démontrer que la suite u est une suite géométrique.

   Préciser sa raison et la valeur de son premier terme.

   b. Exprimer alors u_n puis d_n en fonction de n.

   c. Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} d_n$ et interpréter ce résultat.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

Une substance médicamenteuse est injectée par voie intraveineuse. Dans les heures qui suivent l'injection, la substance est éliminée par les reins.
La quantité q_i de substance présente dans le sang (q_i en milligrammes) à l'instant t_i (t_i en heures) a été mesurée par des prises de sang toutes les deux heures.

t_i (en heures)	0	2	4	6	8
q_i (en mg)	9,9	7,5	5,5	3,9	3

Partie A - Modélisation par une fonction affine

Le nuage de points associé à la série $(t_i\ ;\ q_i)$, représenté dans un repère orthogonal, est donné sur la feuille annexe, à rendre avec la copie.

1. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) d'ajustement affine de q en t par la méthode des moindres carrés. On donnera la valeur des coefficients arrondie au centième.
2. Tracer la droite (D) sur la feuille annexe.
3. En supposant que ce modèle reste valable pendant 12 heures, donner une estimation de la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 12 heures.

Partie B - Autre modélisation

On pose $y_i = \dfrac{\ln(q_i)}{\ln(10)}$.

1. Compléter le tableau de l'annexe. On arrondira les valeurs au centième.
2. **a.** Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la forme $y = at + b$ de la droite d'ajustement affine de y en t par la méthode des moindres carrés. On arrondira a à 10^{-3} et b à l'unité.
   b. Montrer que l'expression de q en fonction de t obtenue à partir de cet ajustement est de la forme : $q(t) = B\mathrm{e}^{-At}$ (on donnera l'arrondi au centième de A et la valeur de B arrondie à l'unité).
3. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,12]$ par :

$$f(t) = 10\mathrm{e}^{-0,15t}.$$

   a. Étudier le sens de variation de la fonction f.
   b. On suppose que la quantité q de substance présente dans le sang à l'instant t (t exprimé en heures) est donnée par $q(t) = f(t)$ pour t variant de 0 à 12 heures.
   Calculer à 10^{-1} près la quantité de substance présente dans le sang au bout de 12 heures.
   c. En comparant les réponses trouvées à la question précédente et à la question 3 de la partie A, dire lequel de ces deux modèles vous paraît le mieux adapté à la situation.

Partie C - Valeur moyenne

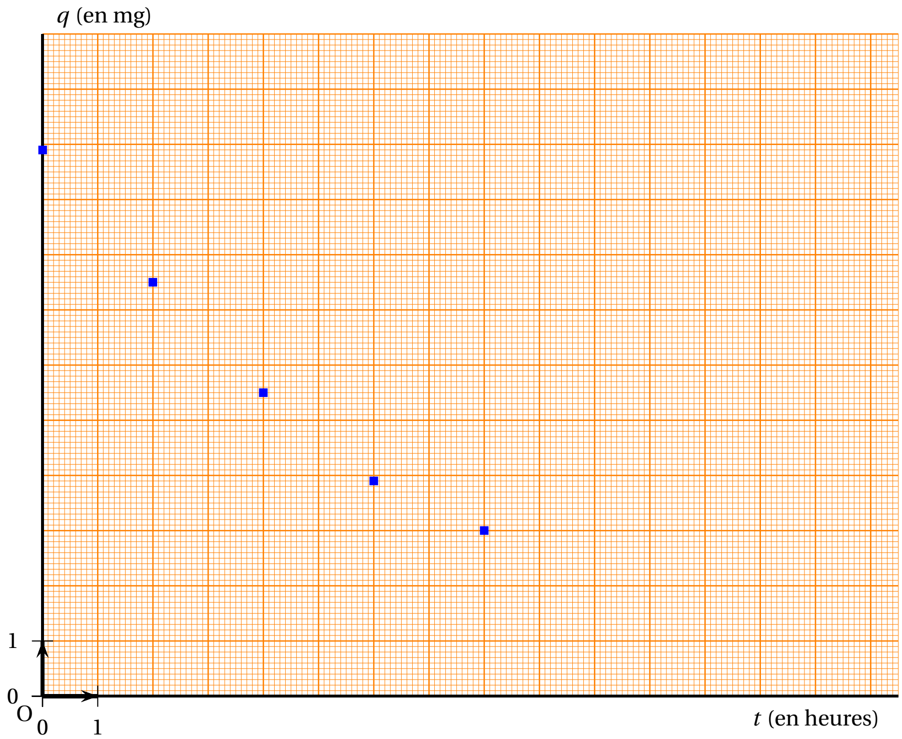
1. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,12]$ par :

$$F(t) = -\frac{200}{3}\mathrm{e}^{-0,15t}.$$

   Montrer que F est une primitive de f sur $[0\,;\,12]$.
2. Soit $I = \displaystyle\int_0^{10} f(t)\,\mathrm{d}t$.
   Calculer la valeur exacte de I, puis en donner une valeur approchée au centième près.
3. En déduire, à un dixième de milligramme près, la quantité moyenne de substance médicamenteuse présente dans le sang pendant les 10 heures qui suivent l'injection.

Annexe de l'exercice 4

Partie A



Partie B

t_i (en heures)	0	2	4	6	8
y_i (au centième près)					

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie 14 novembre 2011

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-\infty\,;\,6[$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty\,;\,6[$ et $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.
On donne le tableau de variations de la fonction f ci-dessous.

x	$-\infty$		-2		1		6
f	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse, en justifiant la réponse.

1. Pour tout nombre de l'intervalle $]-\infty\,;\,1]$, on a $f'(x) \geqslant 0$.
2. La courbe $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées.
3. La droite d'équation $y = 5$ est tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$.
4. Si h est la fonction définie sur $]-\infty\,;\,6[$ par $h(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$, on a $\displaystyle\lim_{x\to 6} h(x) = -\infty$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité mathématiques

Joanne est éducatrice canin : elle donne des leçons d'éducation le samedi après-midi.
Neuf chiots sont présents : Allegro, Bronx, Chouchou, Delco, Euclide, Falbala, Galipette, Homère et Indigo.
Joanne souhaite réaliser des exercices d'apprentissage par petits groupes de deux ou trois chiens. Falbala ne pense qu'à jouer si elle est trop proche de Bronx, Chouchou ou Euclide.
De même, Delco est très inattentif si Bronx ou Falbala sont à proximité !
Indigo ne supporte pas le caractère trop fougueux de Galipette.
Enfin le turbulent Allegro ne supporte la présence d'aucun autre chiot, sauf Euclide et Homère.

1. Représenter cette situation à l'aide d'un graphe G dont les sommets sont les noms des chiots et relier entre eux les chiots que l'on ne peut pas mettre ensemble pour ce travail de groupe.
2. Le graphe G est-il connexe ? Expliquer.
3. Déterminer un sous graphe complet d'ordre maximal du graphe G.
   Que peut-on en déduire pour le nombre chromatique du graphe G ?
4. Donner la valeur du nombre chromatique du graphe G.
5. Peut-on proposer une répartition des chiots en groupes de deux à trois chiots pouvant travailler ensemble ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième et donnés sous forme décimale.

Jade est une jeune cavalière qui participe régulièrement à des concours d'obstacles.
À chaque concours, sa monitrice met à sa disposition l'un des trois chevaux du club.
À l'issue de chaque concours, elle a noté sur une fiche le nom de sa monture ainsi que la performance qu'elle a réalisée.
L'examen de la collection de fiches ainsi constituée a permis à Jade de constater que :

- Six fois sur dix, elle a monté Cacahuète, une vieille jument docile mais qui fait souvent tomber les barres d'obstacle. Lorsqu'elle a monté Cacahuète, Jade a réussi son parcours deux fois sur cinq.
- Trois fois sur dix, elle a monté la jeune jument Tornade. C'est une jument performante mais difficile à maitriser. Lorsque Jade l'a montée, elle a réussi son parcours une fois sur deux.
- Lors des autres concours, Jade a monté le courageux et régulier Abricot et avec lui, elle a réussi son parcours quatre fois sur cinq.

Jade prend au hasard une fiche parmi sa collection. On s'intéresse au nom du cheval et au résultat du concours mentionnés sur la fiche.

On note :

- C l'évènement « Jade montait Cacahuète. »
- T l'évènement « Jade montait Tornade. »
- A l'évènement « Jade montait Abricot. »
- R l'évènement « Jade a réussi son parcours. »
- $\overline{R}$ l'évènement « Jade n'a pas réussi son parcours. »

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de l'évènement : « Jade montait Abricot et a réussi son parcours ».
   Calculer la probabilité de l'évènement : « Jade montait Cacahuète et a réussi son parcours ».
3. Montrer que la probabilité de l'évènement : « Jade a réussi son parcours » est égale à $0,47$.
4. Sachant que Jade a réussi son parcours, quelle est la probabilité que ce jour là elle ait monté Tornade ?
5. Sachant que Jade n'a pas réussi son parcours, quelle est la probabilité que ce jour là elle ait monté Abricot ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On s'intéresse à la quantité de thons blancs pêchée par an (en milliers de tonnes) en Nouvelle–Calédonie.
On utilise plusieurs méthodes pour modéliser l'évolution de cette quantité et estimer sa valeur en 2010.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7
Quantité y_i en milliers de tonnes de thons blancs pêchés	55,7	77,4	88,2	73,7	73,5	85,0	92,5

Source : Service de la Marine marchande et des pêches maritimes

1. a. On décide de modéliser la quantité de thons blancs pêchée à l'aide d'un ajustement affine.
   Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au centième.

   b. On suppose que l'évolution pour 2010 se poursuit sur le même modèle, utiliser cet ajustement pour donner une estimation de la quantité de thons blancs pêchée en 2010.
   On donnera une valeur arrondie au millier de tonnes.
2. On sait que $82,7$ milliers de tonnes de thons blancs ont été péchés au cours des neuf premiers mois de l'année 2010. On ne connaît pas la quantité pêchée pendant les trois derniers mois de l'année.
   Les années précédentes, de 2003 à 2009, la quantité de thons blancs pêchée de janvier à fin septembre représentait en moyenne 73 % de la quantité annuelle.
   En considérant que cette proportion demeure en 2010, proposer une nouvelle estimation de la quantité de thons blancs pêchés en 2010.
   On donnera une valeur arrondie au millier de tonnes.
3. a. Calculer le taux d'évolution global (en pourcentage, arrondi au dixième) entre 2003 et 2009 de la quantité pêchée puis montrer que le taux d'évolution moyen annuel de cette quantité, arrondi au dixième d'unité de pourcentage, est égal à 8,8 %.

   b. Utiliser ce taux pour proposer une autre estimation de la quantité de thons blancs pêchés en 2010.
   On donnera une valeur arrondie au millier de tonnes.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit u la fonction définie sur $]-\infty\,;\,4[\cup]4\,;\,+\infty[$ par

$$u(x)=\frac{x^2-5x+6}{x-4}.$$

1. Donner le signe de x^2-5x+6 pour tout x de $\mathbb{R}$.
2. En déduire le signe de $u(x)$ pour tout x de $]-\infty\,;\,4[\cup]4\,;\,+\infty[$.
3. Factoriser x^2-5x+6.

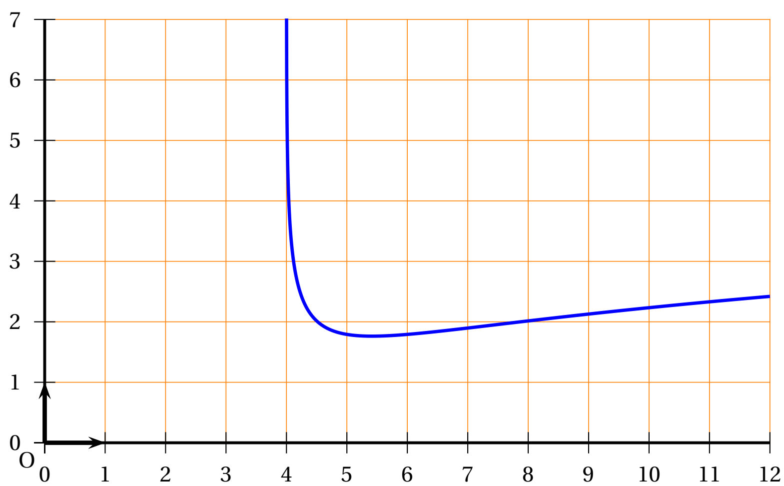
Partie B

1. En utilisant la partie A, expliquer pourquoi la fonction f telle que

$$f(x)=\ln\frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)}$$

peut être définie pour $x\in]4\,;\,+\infty[$.

2. Une représentation graphique de la fonction f figure ci-dessous.



Utiliser cette représentation graphique pour déterminer une valeur approchée, arrondie à l'entier le plus proche, du nombre $\mathscr{A}=\int_5^7 f(x)\,\mathrm{d}x$.

On expliquera la démarche.

3. Soient i, j et k les fonctions définies sur $]4\,;\,+\infty[$ par :
   - $i(x)=\ln(x-2)$
   - $j(x)=\ln(x-3)$
   - $k(x)=\ln(x-4)$

   a. Vérifier que la fonction I définie sur $]4\,;\,+\infty[$ par

   $$I(x)=(x-2)\ln(x-2)-x$$

   est une primitive de la fonction i sur $]4\,;\,+\infty[$.

   b. On admet que la fonction J définie sur $]4\,;\,+\infty[$ par $J(x)=(x-3)\ln(x-3)-x$ est une primitive de la fonction j sur $]4\,;\,+\infty[$ et que la fonction K définie par $K(x)=(x-4)\ln(x-4)-x$ est une primitive de la fonction k sur $]4\,;\,+\infty[$.
   Pour $x\in]4\,;\,+\infty[$, exprimer $f(x)$ à l'aide de $i(x)$, $j(x)$ et $k(x)$.

c. En déduire l'expression d'une primitive F de la fonction f sur $]4~;~+\infty[$.

4. Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$, puis donner la valeur arrondie au centième.

Fin

Baccalauréat ES 2012

L'intégrale d'avril à novembre 2012

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

À la fin index des notions abordées

∽ Baccalauréat ES Pondichéry 17 avril 2012 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Il est constitué de quatre questions indépendantes.

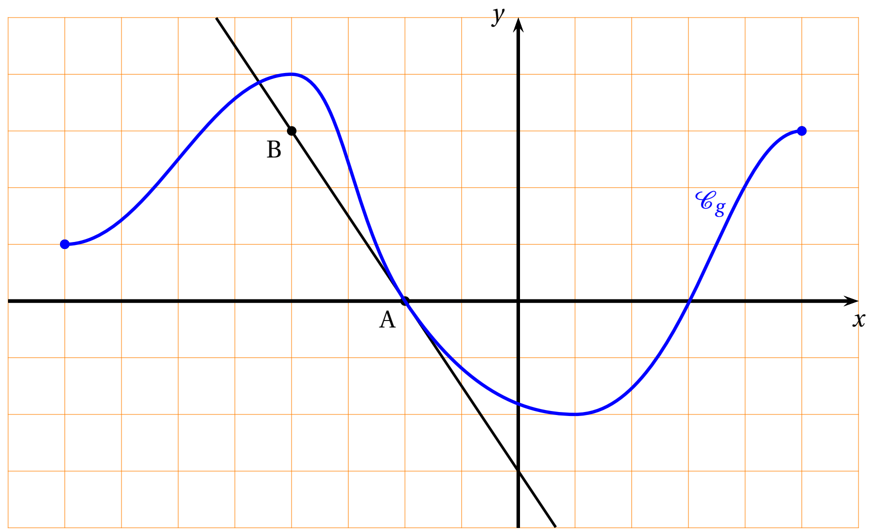
Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Recopier le numéro de chaque question et indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

1. La courbe $\mathscr{C}_g$ tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[-8\ ;\ 5]$. La droite (AB) tracée sur le graphique est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point A d'abscisse -2.

On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[-8\ ;\ 5]$.



a. $g'(-2) = -1,5$

b. $g'(-2) = 0$

c. $g'(-2) = -\dfrac{2}{3}$.

2. On note G une primitive sur l'intervalle $[-8\ ;\ 5]$ de la fonction g introduite à la question 1 ;

a. la fonction G admet un minimum en -2

b. la fonction G est décroissante sur l'intervalle $[-4\ ;\ 1]$

c. la fonction G est croissante sur l'intervalle $[-8\ ;\ -2]$.

3. Soit $I = \displaystyle\int_2^7 \left(2x + 1 - \frac{1}{x}\right)\,\mathrm{d}x$;

a. $I = 50 + \ln\left(\dfrac{2}{7}\right)$

b. $I = 48,7$

c. $I = 10 - \dfrac{1}{7} + \dfrac{1}{2}$.

4. Soit f la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$f(x) = \frac{6x-5}{3x^2-5x+7}$$

On note F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(1) = 1$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Anna a créé un site web. Le tableau ci-dessous présente l'évolution du nombre hebdomadaire de visiteurs de ce site au cours des huit premières semaines suivant sa création.

Rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de visiteurs y_i	205	252	327	349	412	423	441	472

1. a. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal, en prenant pour unités 1 cm pour une semaine sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 visiteurs sur l'axe des ordonnées.

b. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points, et le placer dans le repère précédent (on arrondira l'ordonnée du point G à l'unité près).

2. a. Pour cette question, les calculs pourront être effectués à l'aide de la calculatrice ; aucun détail n'est exigé à leur propos.

Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite (D) d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients a et b seront arrondis à l'entier le plus proche.

b. Tracer la droite (D) dans le repère précédent.

c. En utilisant l'ajustement affine précédent, estimer le nombre de visiteurs lors de la dixième semaine suivant la création du site.

3. En remarquant que l'augmentation du nombre de visiteurs est plus faible sur les dernières semaines, on peut penser à faire un ajustement de type « logarithmique ».

Pour cela, On pose : $z = \ln(x)$.

a. On donne le tableau suivant :

Rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_i = \ln(x_i)$	0	0,693		1,386	1,609		1,946	2,079
Nombre de visiteurs y_i	205	252	327	349	412	423	441	472

Préciser les valeurs manquantes z_3 et z_6 en arrondissant les résultas obtenus à 10^{-3} près.

b. On admet que l'équation de la droite (d) d'ajustement affine de y en z, obtenue par la méthode des moindres carrés, est : $y = 133z + 184$.

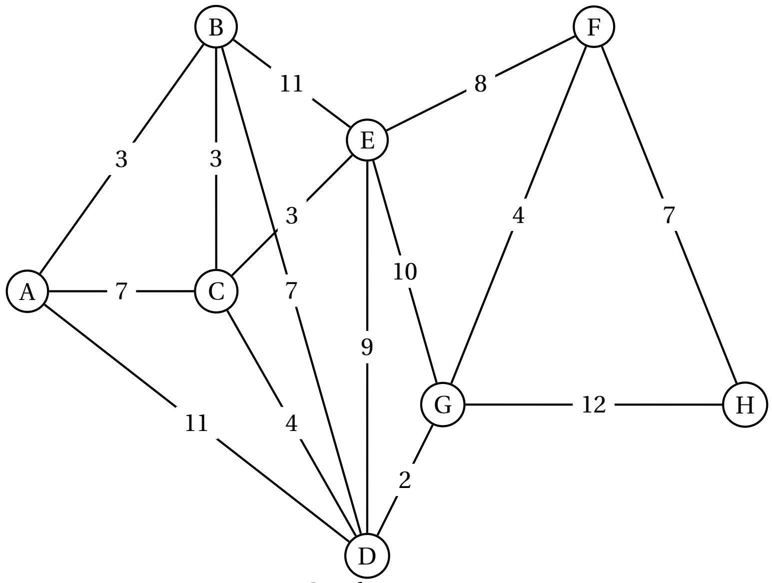
En utilisant ce résultat, procéder à une nouvelle estimation du nombre de visiteurs lors de la dixième semaine (le résultat sera arrondi à l'unité).

c. À l'aide de ce nouvel ajustement, déterminer le rang de la semaine au cours de laquelle le nombre prévisible de visiteurs dépassera 600.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les points de collecte d'un camion d'une société recyclant des « déchets papier », ainsi que les temps de trajet (en minutes) entre ces différents points, sont représentés par le graphe n° 1. Le dépôt est représenté par le sommet A et les autres sommets représentent les différents points de collecte.



Graphe n° 1

1. Afin de rendre son plan plus lisible, le chauffeur du camion souhaite colorer les sommets du graphe représentant son réseau de manière à ce que deux sommets adjacents n'aient jamais la même couleur. Peut-il utiliser seulement trois couleurs ? Justifier.

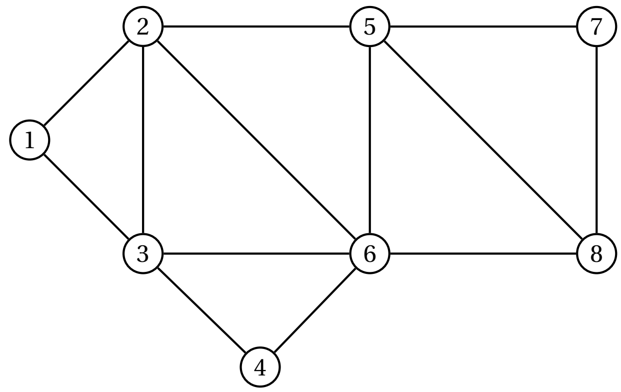
2. On appelle M la matrice associée au graphe n° 1, M étant construite en utilisant les sommets dans l'ordre alphabétique. On donne ci-dessous la matrice M^4 :

$$M^4 = \begin{pmatrix} 31 & 34 & 34 & 38 & 40 & 13 & 23 & 9 \\ 34 & 47 & 46 & 50 & 44 & 22 & 33 & 10 \\ 34 & 46 & 47 & 50 & 44 & 22 & 33 & 10 \\ 38 & 50 & 50 & 62 & 54 & 28 & 34 & 16 \\ 40 & 44 & 44 & 54 & 60 & 24 & 36 & 20 \\ 13 & 22 & 22 & 28 & 24 & 21 & 23 & 11 \\ 23 & 33 & 33 & 34 & 36 & 23 & 35 & 13 \\ 9 & 10 & 10 & 16 & 20 & 11 & 13 & 11 \end{pmatrix}$$

Combien y a-t-il de trajets possibles permettant d'aller du dépôt A au point de collecte H en quatre étapes ? Justifier la réponse.

3. Le conducteur doit se rendre du dépôt A au point de collecte H. Il cherche le chemin qui minimise le temps de trajet. Déterminer ce chemin en expliquant le procédé utilisé, et préciser le temps minimum de parcours obtenu.

4. Le point de collecte H est lui-même un lotissement résidentiel privé dont un plan est représenté à l'aide du graphe (non pondéré) ci-dessous. Les sommets sont les différents carrefours et les arêtes sont les voies de circulation.



a. Justifier que ce graphe est connexe.

b. Le conducteur du camion doit passer le long de chaque voie afin de collecter les déchets individuels de chaque habitation. Il entre dans le lotissement par le sommet 8 : lui est-il possible de parcourir le lotissement en empruntant chaque voie une fois et une seule? Justifier.

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Un fournisseur d'accès internet effectue une enquête de satisfaction sur un panel de 2 000 clients, dont l'abonnement a plus de 12 mois d'ancienneté.

Parmi eux :

- 900 n'ont jamais subi de coupure prolongée de connexion.
- 500 clients ont connu leur dernière coupure prolongée de connexion dans les 12 derniers mois.
- les autres clients ont connu leur dernière coupure prolongée de connexion il y a plus d'un an.

L'enquête révèle que :

- 95 % des clients n'ayant jamais subi de coupure prolongée se déclarent satisfaits du service fourni.
- 50 % des clients ayant subi une coupure prolongée de connexion dans les douze derniers mois se déclarent satisfaits du service fourni.
- 70 % des clients ayant subi une coupure prolongée de connexion il y a plus d'un an se déclarent satisfaits du service fourni.

On choisit au hasard un client parmi ceux qui ont été interrogés. On considère les évènements suivants :

J : « le client n'a jamais subi de coupure prolongée de connexion »

R : « la dernière coupure prolongée de connexion du client est survenue au cours des douze derniers mois » (elle est « récente »)

A : « la dernière coupure prolongée de connexion du client date d'il y a plus d'un an » (elle est « ancienne »)

S : « le client se déclare satisfait »

$\overline{S}$ désigne l'évènement contraire de S.

1. a. Calculer les probabilités des évènements J, R et A.

b. Construire un arbre pondéré décrivant la situation, en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.

2. Calculer la valeur exacte de la probabilité que le client soit satisfait et n'ait jamais subi de coupure prolongée de connexion.

3. Démontrer que la probabilité que le client choisi se déclare satisfait est égale à 0,762 5.

4. Le client choisi se déclare satisfait du service fourni. Quelle est la probabilité qu'il ait subi une coupure prolongée de connexion au cours des douze derniers mois (on donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième) ?
5. On choisit au hasard trois clients parmi ceux du panel interrogé durant l'enquête. On admet que ce panel est suffisamment important pour assimiler ces choix à des tirages successifs indépendants avec remise.

   Déterminer la probabilité qu'exactement un des clients choisis se déclare non satisfait du service fourni (on donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième).

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \left(-4x^2+5\right)\mathrm{e}^{-x}+3$$

On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

1. a. Démontrer que pour tout réel x de $[0\,;\,+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \left(4x^2-8x-5\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

b. Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

2. a. Démontrer que pour tout $x \geqslant 0$, on a $f(x) = -\dfrac{4x^2}{\mathrm{e}^x}+\dfrac{5}{\mathrm{e}^x}+3$.

b. En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$ (on pourra utiliser le résultat suivant : $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{\mathrm{e}^x}=0$).

c. Interpréter graphiquement cette limite.

3. À l'aide des questions 1 et 2, dresser le tableau de variation de la fonction f.

4. Justifier que l'équation $f(x)=3$ admet une unique solution x_0 dans l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
Donner une valeur approchée de x_0 à 10^{-2} près.

Partie B

Une entreprise produit de la peinture qu'elle vend ensuite. Toute la production est vendue. Le coût moyen unitaire de cette production peut être modélisé par la fonction f de la partie A :
pour x hectolitres de peinture fabriqués (avec $x \in [0,5\,;\,8]$), le nombre $f(x)$ désigne le coût moyen unitaire de production par hectolitre de peinture, exprimé en centaines d'euros (on rappelle qu'un hectolitre est égal à 100 litres).
Dans la suite de l'exercice, on utilise ce modèle. On pourra utiliser les résultats de la partie A.
Chaque réponse sera justifiée.

1. Déterminer le coût moyen unitaire de production en euros, arrondi à l'euro près, pour une production de 500 litres de peinture.

2. a. Combien de litres de peinture l'entreprise doit-elle produire pour minimiser le coût moyen unitaire de production ? Quel est alors ce coût, arrondi à l'euro près ?

b. Le prix de vente d'un hectolitre de peinture est fixé à 100 euros. À l'aide de la question précédente, déterminer si l'entreprise peut réaliser des bénéfices.

Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

3. Le prix de vente d'un hectolitre de peinture est fixé à 300 euros.
On appelle seuil de rentabilité la quantité à partir de laquelle la production est rentable, c'est-à-dire qu'elle permet à l'entreprise de réaliser un bénéfice.
Quel est le seuil de rentabilité pour cette entreprise ?

Baccalauréat ES Amérique du Nord 31 mai 2012

EXERCICE 1
Commun à tous les candidats

Le tableau donne l'évolution de la population du Nigeria, en millions d'habitants.

	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Population en millions (y_i)	45,148	50,414	56,467	63,948	74,523	85,151	97,338	110,449	124,842	140,879

Partie 1

1. Dans un premier temps, on décide de faire un ajustement affine. On note (d) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Déterminer en utilisant la calculatrice, une équation de (d). On arrondira les coefficients au millième.
2. À l'aide de cet ajustement, faire une estimation de la population du Nigeria en 2010.
   On arrondira la réponse au millier d'habitants.

Partie 2

Dans cette partie, toutes les valeurs seront arrondies au millième.

1. En 2010 on a noté une population de 154,729 millions d'habitant au Nigeria. On décide alors de faire un ajustement exponentiel. Reproduire et compléter le tableau.

Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z_i = y_i$										

2. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
3. En déduire une expression de la population du Nigeria y en millions d'habitants en fonction du rang de l'année x sous la forme $y = k\mathrm{e}^{mx}$.
4. Utiliser cet ajustement pour estimer la population du Nigeria en 2010.
5. D'après l'Institut National d'Études Démographiques (INÉD) la population du Nigeria devrait dépasser 430 millions d'habitants en 2050. Que peut-on penser de cette estimation ?

EXERCICE 2
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un restaurateur propose trois formules à midi.

Formule A **:** Plat du jour/Dessert/Café

Formule B **:** Entrée/Plat du jour/Dessert/Café

Formule C **:** Entrée/Plat du jour/Fromage/Dessert/Café

Lorsqu'un client se présente au restaurant pour le repas de midi, il doit choisir une des trois formules proposées et commander ou non du vin.
Le restaurateur a constaté qu'un client sur cinq choisit la formule A, tandis qu'un client sur deux choisit la formule B.
On sait aussi que :
— Parmi les clients qui choisissent la formule A, une personne sur quatre commande du vin.
— Parmi les clients qui choisissent la formule B, deux personnes sur cinq commandent du vin.

— Parmi les clients qui choisissent la formule C, deux personnes sur trois commandent du vin.
Un client se présente au restaurant pour le repas du midi. On considère les évènements suivants :

A : « Le client choisit la formule A »

B : « Le client choisit la formule B »

C : « Le client choisit la formule C »

V : « Le client commande du vin »

Si A et B désignent deux évènements d'une même expérience aléatoire, alors on notera $\bar{A}$ l'évènement contraire de A, $p(A)$ la probabilité de l'évènement A, et $p_A(B)$ la probabilité de l'évènement B sachant que A est réalisé.

1. Calculer $p(C)$.
2. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités donné par la figure 1.

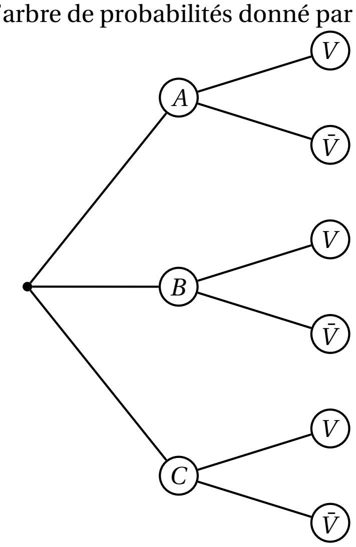


FIGURE 1 –

3. Montrer que $p(V) = 0,45$.
4. Le client commande du vin. Calculer la probabilité qu'il ait choisi la formule A.
5. La formule A coûte 8 euros, la formule B coûte 12 euros et la formule C coûte 15 euros. Le vin est en supplément et coûte 3 euros. On note D la dépense en euro d'un client venant manger le midi au restaurant.
   a. Déterminer la loi de probabilité de D.
   b. Calculer la dépense moyenne par client en euro.

EXERCICE 3
Commun à tous les candidats

Partie 1

On donne la figure 2, dans un repère $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, la courbe représentative de $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2 ; 4]$.
On nomme A le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse -1 et B le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 0.

— La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[-2 ; -1]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[-1 ; 4]$.
— La tangente à $\mathscr{C}$ au point A est horizontale.
— La droite $\mathscr{T}$ est la tangente à $\mathscr{C}$ et a pour équation $y = -x + 2$.

Pour chacune des questions qui suivent, toute réponse sera justifiée.

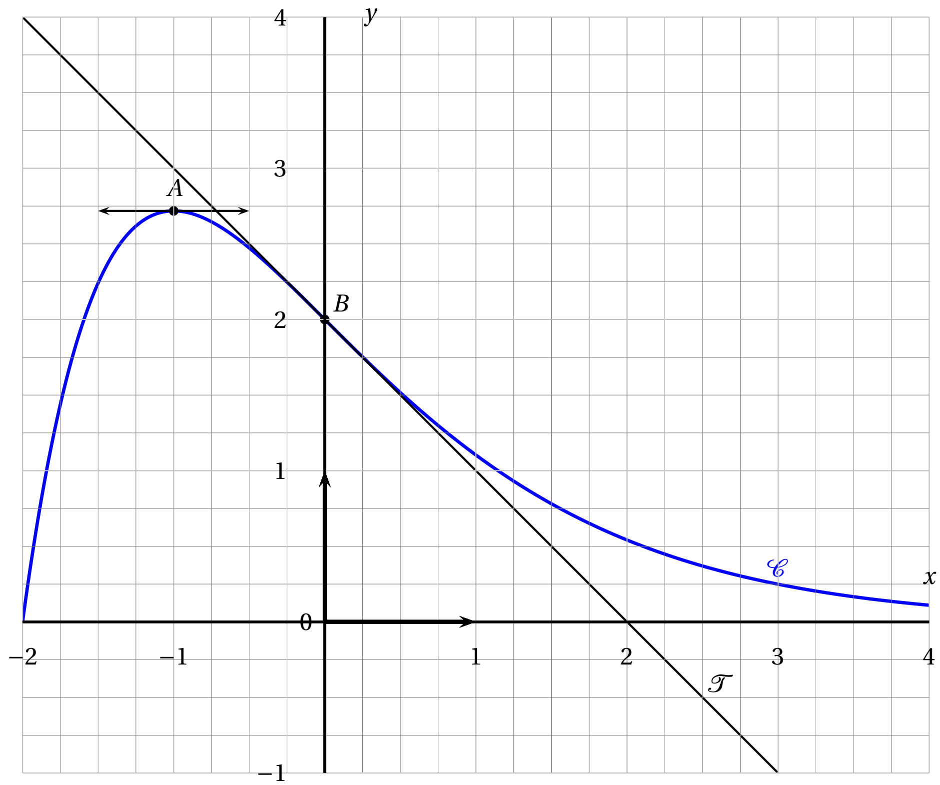


FIGURE 2 –

1. **a.** Donner la valeur de $f'(-1)$.
   b. Déterminer le signe de $f'(2)$.
   c. Interpréter graphiquement $f'(0)$, puis donner sa valeur.
2. Encadrer, avec deux entiers consécutifs, l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ exprimée en unités d'aire.

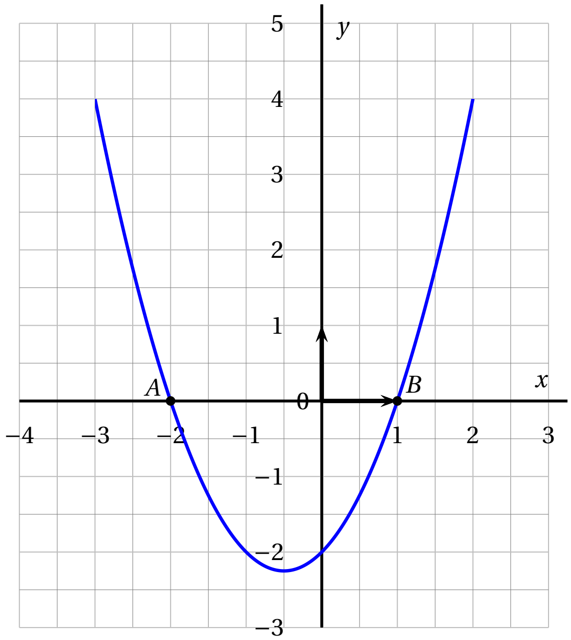
Partie 2

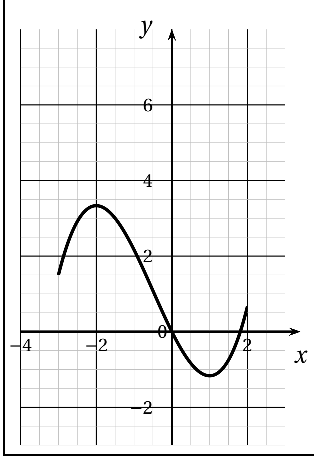
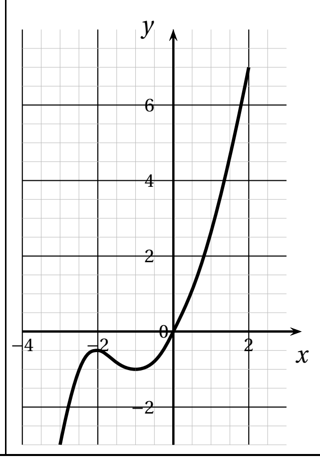
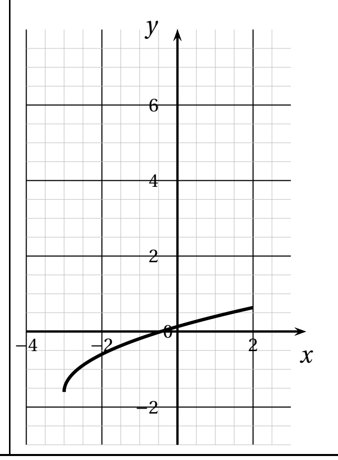
La fonction de la **partie A** a pour expression $f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-x}$.

1. Calculer la valeur exacte de l'ordonnée du point A de la courbe $\mathscr{C}$.
2. Justifier par le calcul le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.
3. Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$ par $F = (-x-3)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f.
4. **a.** Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   b. Vérifier la cohérence de ce résultat avec celui de la question 2. de la partie A.

Exercice 3
Commun à tous les candidats
Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes

1. On donne la figure dans un repère orthonormé, la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;\,2]$. La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses au point A d'abscisse -2 et au point B d'abscisse 1.
   Parmi les trois courbes proposées dans le tableau, déterminer la seule qui représente une primitive de f sur l'intervalle $[-3\,;\,2]$. Justifier la réponse.
2. On admet que l'équation $x\mathrm{e}^{2x-1} = 2$ n'a qu'un seule solution α dans $\mathbb{R}$.
   Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2}



a	b	c
		

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte.*
Une entreprise produit des tentes. Le coût marginal, en milliers d'euros, pour la production de x centaines de tentes, avec $0 \leqslant x \leqslant 20$ est donné par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ par $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$.
On note C la fonction qui représente le coût total exprimé en milliers d'euros pour une production de x centaines de tentes, avec $0 \leqslant x \leqslant 20$.
Sachant que les coûts fixes sont de 5 000 euros, déterminer le coût total en milliers d'euros, pour une production de x centaines de tentes, avec
$0 \leqslant x \leqslant 20$.

EXERCICE 3
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un club de sport propose à ses adhérents deux types d'abonnements : l'abonnement de type A qui donne accès à toutes les installations sportives et l'abonnement de type B qui, en plus de toutes

les installations sportives, donne accès au saune, au hammam et au jacuzzi. Chaque adhérent doit choisir un des deux abonnements.
La première année, en 2010, 80 % des adhérents ont choisi l'abonnement de type A. On considère ensuite que 30 % des adhérents ayant un abonnement de type A changent d'abonnement pour l'année suivante, tandis que 10 % des adhérents ayant un abonnement de type B changent d'abonnement pour l'année suivante.
Soit n un entier supérieur ou égal à 0.
On note a_n la proportion des adhérents ayant un abonnement de type A l'année $2010+n$.
On note b_n la proportion des adhérents ayant un abonnement de type B l'année $2010+n$.
Enfin on note enfin $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice traduisant l'état probabiliste de l'année $2010+n$.

1. Déterminer P_0.
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste.
3. Écrire la matrice de transition M associée à cette situation.
4. Déterminer la matrice P_2. En déduire la probabilité pour qu'en 2012 un adhérent choisisse l'abonnement de type A.
5. Montrer que pour tout entier n supérieur ou égal à 0, $a_{n+1} = 0,6a_n + 0,1$.
6. Pour toute entier n supérieur ou égal à 0, on pose $u_n = 4a_n - 1$.
   Montrer que la suite (u_n) est géométrique de raison 0,6. Préciser son premier terme.
7. Pour tout entier n supérieur ou égal à 0, exprimer u_n en fonction de n. En déduire a_n en fonction de n.
8. Calculer la limite de la suite (a_n) puis interpréter concrètement ce résultat.

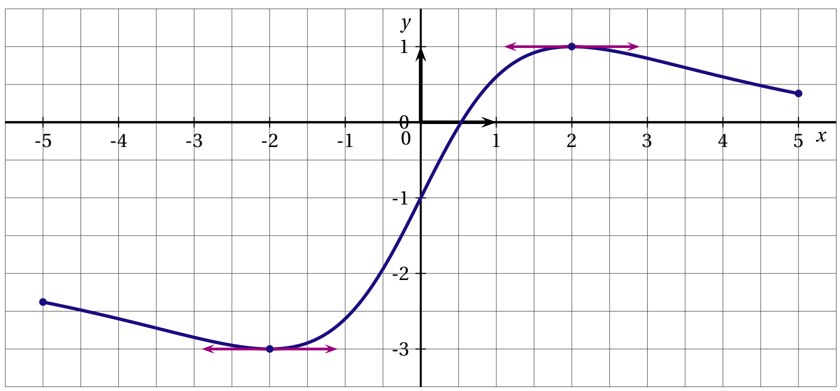
Baccalauréat ES Liban 29 mai 2012

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte. Pour chaque question, indiquer par **a.**, **b.**, **c.** l'unique bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.*
Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.*

On considère la représentation graphique ci-dessous d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\ ;\ 5]$ telle que :

- f s'annule en $0,5$.
- La courbe représentative de f admet une tangente horizontale au point d'abscisse -2 et une tangente horizontale au point d'abscisse 2.



On notera f' la la fonction dérivée de f.

1. Sur $[-5\ ;\ 5]$, l'équation $f'(x) = 0$ admet exactement :
   a. 0 solution **b.** 1 solution **c.** 2 solutions

2. Sur $[-5\ ;\ 5]$, l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ admet pour ensemble de solutions :
   a. $[-2\ ;\ 2]$ **b.** $[0\ ;\ 5]$ **c.** $[0,5\ ;\ 5]$

3. La fonction g telle que $g(x) = \ln\left(f(x)\right)$ est définie sur :
   a. $[-2\ ;\ 2]$ **b.** $]0\ ;\ 1]$ **c.** $]0,5\ ;\ 5]$

4. On note $S = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ alors :
   a. $0 < S < 1$ **b.** $1 < S < 2$ **c.** $2 < S < 3$

Exercice 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

1re partie : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^{x} - 8$.

1. En écrivant que $f(x) = \mathrm{e}^{x}(x-1) - 8$, déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Montrer que $f'(x) = x\mathrm{e}^{x}$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
3. Dresser le tableau de variations complet de de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

4. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[0~;~+\infty[$ une unique solution a.
   b. Montrer que $2,040 < a < 2,041$.
   c. En utilisant les questions précédentes, déduire le signe de $f(x)$ en fonction des valeurs de x sur $[0~;~+\infty[$.
5. **a.** Montrer que la fonction g définie sur $[0~;~+\infty[$ par $g(x) = x\text{e}^x - 2\text{e}^x - 8x$ est une primitive de f sur $[0~;~+\infty[$.
   b. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_3^5 f(x)\,\text{d}x$.

2^e^ partie : Application à une situation économique

Une entreprise fabrique x milliers d'objets avec x appartenant à $[0~;~5]$.
La fonction f de la 1^re^ partie modélise les bénéfices ou les pertes de l'entreprise en centaine d'euros.
Pour une quantité x donnée, si $f(x)$ est positif, l'entreprise réalise un bénéfice, et si $f(x)$ est négatif, l'entreprise subit une perte.

En utilisant les résultats de la 1^re^ partie, répondre aux questions suivantes en justifiant :

1. À partir de combien d'objets produits, l'entreprise commence-t-elle à réaliser des bénéfices ?
2. L'entreprise pense produire régulièrement entre 3 et 5 milliers d'objets.
   Déterminer la valeur moyenne du bénéfice sur $[3~;~5]$ (On donnera le résultat arrondi à l'euro près).

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Dans un salon de coiffure pour femmes, le coloriste propose aux clientes qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires :
— une coloration naturelle à base de plantes qu'il appelle « couleur-soin »,
— des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, qu'il appelle « effet coup de soleil ».

Ce coloriste a fait le bilan suivant sur ces prestations :
— 40 % des clientes demandent une « couleur-soin ».
— parmi celles qui n'en veulent pas, 30 % des clientes demandent un « effet coup de soleil ».
— de plus, 24 % des clientes demandent les deux à la fois.

On considère une de ces clientes.
On notera C l'évènement « *la cliente souhaite une "couleur-soin"* ».
On notera M l'évènement « *la cliente souhaite un "effet coup de soleil"* ».

1. Calculer la probabilité de M sachant C notée $P_C(M)$.
2. Construire un arbre pondéré qui illustre la situation.
3. Calculer la probabilité que la cliente ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».
4. Montrer que la probabilité de l'évènement M est égale à 0,42.
5. Les évènements C et M sont-ils indépendants ?
6. Une « couleur-soin » coûte 35 euros et un « effet coup de soleil » coûte 40 euros.
   a. Recopier puis compléter sans justifier le tableau suivant donnant la loi de probabilité du gain en euros du coloriste par client :

x_i	75	40	35	0
p_i	0,24			0,42

   b. Donner l'espérance E de cette loi.

c. *Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Combien le coloriste doit-il facturer la réalisation d'un « effet coup de soleil » pour que l'espérance de gain par client augmente de 15 % ?

Exercice 4 5 points
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

En pédiatrie (médecine des enfants), des études statistiques sur des enfants de moins de 36 mois ont permis de tracer les deux courbes fournies en annexe. Pour un âge x donné en mois, la courbe inférieure C_1 donne le périmètre crânien minimal en centimètres, et la courbe supérieure C_2 donne le périmètre crânien maximal en centimètres.
Ces deux courbes sont souvent utilisées pour observer le développement des enfants.

A. Lectures graphiques

À l'aide du graphique fourni en annexe, répondre aux deux questions suivantes en laissant les traits de construction apparents :

1. Un enfant a un périmètre crânien égal à 41 cm.
   Déterminer l'âge minimum et l'âge maximum que peut avoir cet enfant.
2. Un enfant a un âge compris entre 15 et 21 mois.
   Déterminer le périmètre crânien minimum et le périmètre crânien maximum que peut avoir cet enfant.

B. Étude d'un modèle

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.
Le pédiatre ne disposant pas de données d'individus de plus de 36 mois sur son lieu d'étude, il considère les valeurs moyennes des deux courbes précédentes.
Il obtient les mesures suivantes :

Âge x (en mois)	0	12	24	36
Périmètre crânien y (en cm)	36	46	48	50

1. On considère $z = \ln(54 - y)$.
   Recopier puis compléter le tableau suivant :

Âge x en mois	0	12	24	36
z				

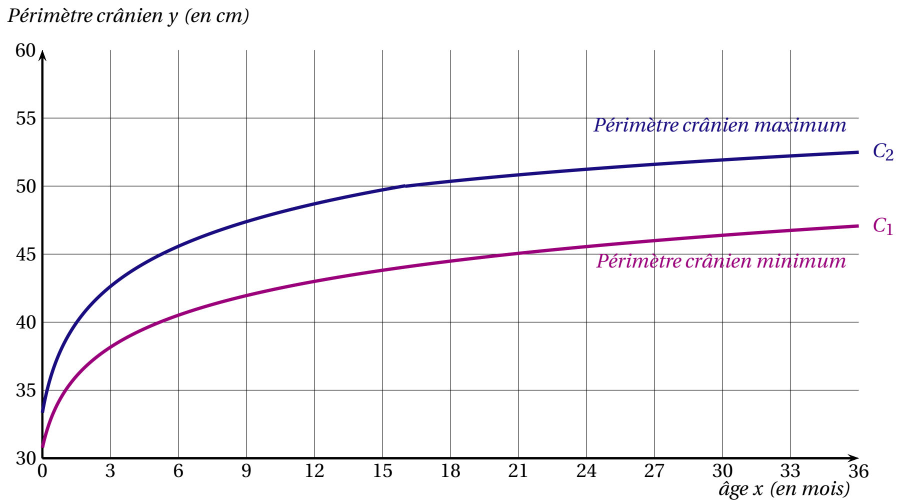
2. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite de régression de z en fonction de x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   b. En déduire que $y = 54 - \mathrm{e}^{ax+b}$ avec $a \approx -0,04$ et $b \approx 2,76$.

C. Utilisation du modèle précédent

Dans cette partie, on utilisera le modèle établi dans la question **2. b.** de la partie **B**.

1. Un enfant a un périmètre crânien de 53 cm.
   Déterminer par le calcul une approximation de l'âge en mois de cet enfant.
2. Les scientifiques estiment que la structure osseuse crânienne se rigidifie dès l'âge de 15 ans, le périmètre crânien cesse alors de croître.
   Déterminer par le calcul une approximation du périmètre crânien correspondant. Arrondir au centimètre près.

Annexe à remettre avec la copie



Courbes obtenues à partir de l'étude séquentielle française de la croissance CIE-INSERM (M. Sempé)

Exercice 4 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

Cet exercice consiste à étudier la propagation d'une information d'une personne à l'autre, thème souvent abordé en sciences sociales. Cette information se transmet avec un risque d'erreur, c'est-à-dire avec une probabilité de propagation de l'information contraire.

Dans cet exercice, on considère l'information suivante, notée E : « Paul a réussi son examen ».

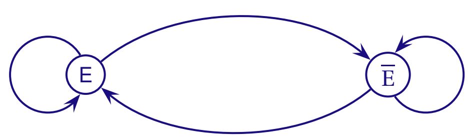
Partie A : Propagation symétrique (de type « neutre »)

Dans cette partie, on suppose que, pour une information reçue $\left(\text{E ou } \overline{\text{E}}\right)$, la probabilité de communiquer cette information à l'identique vaut 0,9 et la probabilité de relayer l'information contraire vaut 0,1.

On note p_n la probabilité de recevoir l'information E au bout de n étapes (n étant le nombre de personnes ayant transmis l'information) et on note q_n la probabilité de recevoir l'information $\overline{\text{E}}$ au bout de n étapes.

On suppose que Paul a réussi son examen, on pose $p_0 = 1$ et $q_0 = 0$.

1. Recopier puis compléter le graphe probabiliste relatif à la propagation de l'information suivant :



2. Préciser la matrice de transition M telle que $\begin{pmatrix} p_{n+1} & q_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_n & q_n \end{pmatrix}$M.
3. À l'aide de la calculatrice, trouver le plus petit entier naturel n tel que $p_n < 0,8$.
4. Déterminer par le calcul, l'état stable.

Partie B : Propagation asymétrique (de type « rumeur »)

Dans cette partie, on suppose toujours que la probabilité de transmission correcte de l'information E est égale à 0,9. Toutefois, il circule la fausse rumeur $\overline{\text{E}}$. Dans ces conditions, on suppose que si l'information reçue est $\overline{\text{E}}$, la probabilité de transmettre cette information $\overline{\text{E}}$ est égale à 1.

On suppose de nouveau que $p_0 = 1$ et $q_0 = 0$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2. Préciser la matrice de transition N telle que $\begin{pmatrix} p_{n+1} & q_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_n & q_n \end{pmatrix}$ N.
3. Montrer que $p_{n+1} = 0,9p_n$. Quelle est la nature de la suite $\left(p_n\right)$?
4. Exprimer p_n en fonction de n.
5. Trouver par le calcul, le plus petit entier naturel n tel que $p_n < 0,5$.
6. Déterminer la limite de $\left(p_n\right)$ lorsque n tend vers $+\infty$ puis interpréter le résultat obtenu.

Baccalauréat ES Polynésie 8 juin 2012

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, **une seule des trois réponses proposées est exacte**. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 2x - x\ln x.$$

1. $f(3\text{e})$ est égal à :
   - **a.** $6\text{e} - 3\text{e}\ln 3$
   - **b.** $3\text{e}(1 - \ln 3)$
   - **c.** $3\text{e}^2\ln(3\text{e})$
2. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est :
   - **a.** $S = \left\{0\,;\,\text{e}^2\right\}$
   - **b.** $S = \left\{\text{e}^2\right\}$
   - **c.** $S = \{\ln 2\}$
3. La limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à :
   - **a.** $+\infty$
   - **b.** 2
   - **c.** $-\infty$
4. Une primitive de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$ est la fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :
   - **a.** $F(x) = 1 - \ln x$
   - **b.** $F(x) = \dfrac{5}{4}x^2 - \dfrac{1}{2}x^2\ln x$
   - **c.** $F(x) = x^2 - x^2\ln x$

Exercice 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

L'Etat du Wyoming, aux Etats-Unis, accueille chaque année près de 3,5 millions de touristes, notamment venus visiter les parcs nationaux de Yellowstone et de Grand Teton.
92 % de ces touristes visitent le parc de Yellowstone ; parmi ceux-là, 60 % visitent aussi le parc du Grand Teton.
Enfin, 6% des touristes se rendant au Wyoming ne visitent aucun des deux parcs.

On interroge au hasard un touriste s'étant rendu au Wyoming ; on suppose que tous ces touristes ont la même probabilité d'être interrogés.
On note Y l'évènement : « le touriste a visité le parc de Yellowstone » ; $\overline{Y}$ désigne l'évènement contraire de Y.
On note G l'évènement : « le touriste a visité le parc du Grand Teton » ; $\overline{G}$ désigne l'évènement contraire de G.

On note $p(A)$ la probabilité d'un évènement A et, si B est un évènement de probabilité non nulle, $p_B(A)$ la probabilité d'un évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
Si nécessaire, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Que vaut $p\left(\overline{Y} \cap \overline{G}\right)$ la probabilité de l'évènement « $\overline{Y}$ et $\overline{G}$ » ?
2. Construire un arbre pondéré décrivant la situation étudiée, en y indiquant les probabilités données par l'énoncé qui correspondent à certaines de ses branches.
3. Calculer $p_{\overline{Y}}\left(\overline{G}\right)$. Interpréter ce résultat par une phrase.
4. Montrer que $p(G) = 0,572$.
5. Un touriste a visité le parc du Grand Teton. Calculer la probabilité qu'il ait aussi visité le parc de Yellowstone (le résultat sera arrondi à 10^{-3} près).
6. Le billet d'entrée pour le parc de Yellowstone est de 10 dollars, celui pour le parc du Grand Teton est de 7 dollars.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de la somme, en dollars, dépensée pour la visite des parcs de Yellowstone et du Grand Teton par un touriste se rendant au Wyoming.

Somme en dollars	0			17
Probabilité				

   b. Calculer l'espérance de cette loi et interpréter le résultat.

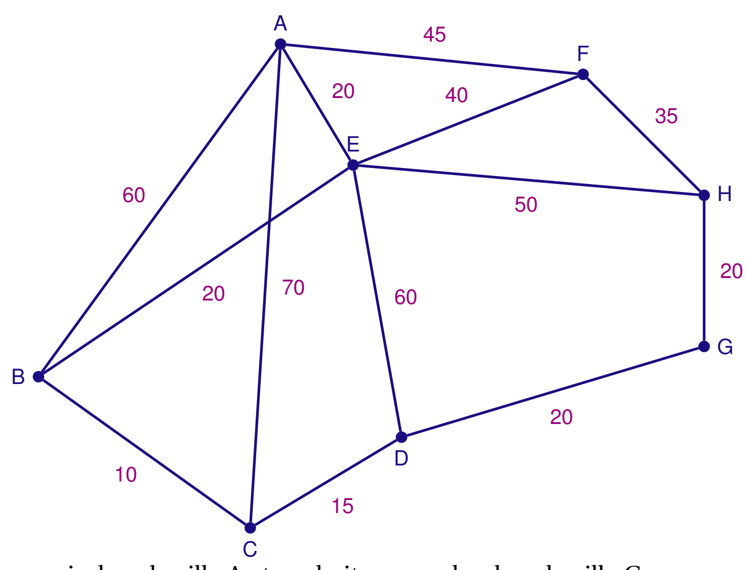
Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Jonathan est un sportif adepte du semi-marathon (course à pied de 21,1 km). Depuis le 1er janvier 2012, il a décidé de courir un semi-marathon par mois. Afin d'améliorer sa préparation, il décide d'enchaîner les courses pédestres de 10 km dans différentes villes.

PARTIE A

Le graphe pondéré ci-dessous représente les villes A, B, C, D, E, F, H organisant des courses de 10 km et la ville G est celle organisant le prochain semi-marathon auquel Jonathan est inscrit.
Le poids de chaque arête représente le temps, en minutes, nécessaire pour relier une ville à une autre grâce aux transports en commun.



Jonathan vient de courir dans la ville A et souhaite se rendre dans la ville G pour repérer le parcours de son prochain semi-marathon. Déterminer à l'aide d'un algorithme le chemin permettant de relier le plus rapidement la ville A à la ville G et donner la durée de ce parcours en minutes.

PARTIE B

Grâce à son entraînement et à son expérience, Jonathan sait que :

— S'il a terminé la course lors de son précédent semi-marathon, il terminera le prochain semi-marathon avec une probabilité de 0,62 ;
— S'il a abandonné lors de son précédent semi-marathon, il terminera le prochain semi-marathon avec une probabilité de 0,8.

Jonathan a terminé son semi-marathon de janvier 2012. Pour tout entier naturel n, on note P_n la matrice ligne $\begin{pmatrix} r_n & t_n \end{pmatrix}$ traduisant l'état probabiliste du n-ième mois écoulé depuis janvier 2012, où r_n désigne la probabilité que Jonathan abandonne au semi-marathon du n-ième mois et t_n la probabilité que Jonathan termine le semi-marathon du n-ième mois.
L'état probabiliste initial, correspondant à janvier 2012, est donc donné par :
$P_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Traduire les données par un graphe probabiliste dont les sommets sont notés R et T (R lorsque Jonathan abandonne, T lorsqu'il termine le semi-marathon).
2. En déduire la matrice de transition en considérant les sommets dans l'ordre alphabétique.
3. Calculer l'état probabiliste P_2. En déduire la probabilité que Jonathan ait abandonné lors du semi-marathon couru en mars 2012.
4. Soit P la matrice ligne $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ donnant l'état stable.
   a. Calculer les valeurs de x et de y arrondies à 10^{-3} près.
   b. Interpréter les résultats obtenus.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A

Le tableau ci-dessous donne les quantités de super sans plomb livrées et vendues en France de 2001 à 2009 (les quantités sont exprimées en millions de tonnes).

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quantité (millions de tonnes) y_i	11,6	11,4	11,2	10,9	10,7	10,2	9,8	9,1	8,7

Source : INSEE

1. Représenter dans le plan muni d'un repère orthogonal le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, avec $1 \leqslant i \leqslant 9$, associé à cette série statistique. On prendra pour unités graphiques :
   — sur l'axe des abscisses : 1 centimètre pour une année,
   — sur l'axe des ordonnées : 2 centimètres pour un million de tonnes, en commençant la graduation à 7 millions de tonnes.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage. Placer ce point sur le graphique.
3. **a.** Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (aucune justification n'est demandée). Les coefficients de l'équation de la droite seront arrondis à 10^{-2} près.
   b. Tracer la droite d'ajustement obtenue.
4. En supposant que cet ajustement reste valable jusqu'en 2012, déterminer une estimation des quantités de Super Sans Plomb livrées et vendues pour l'année 2012.

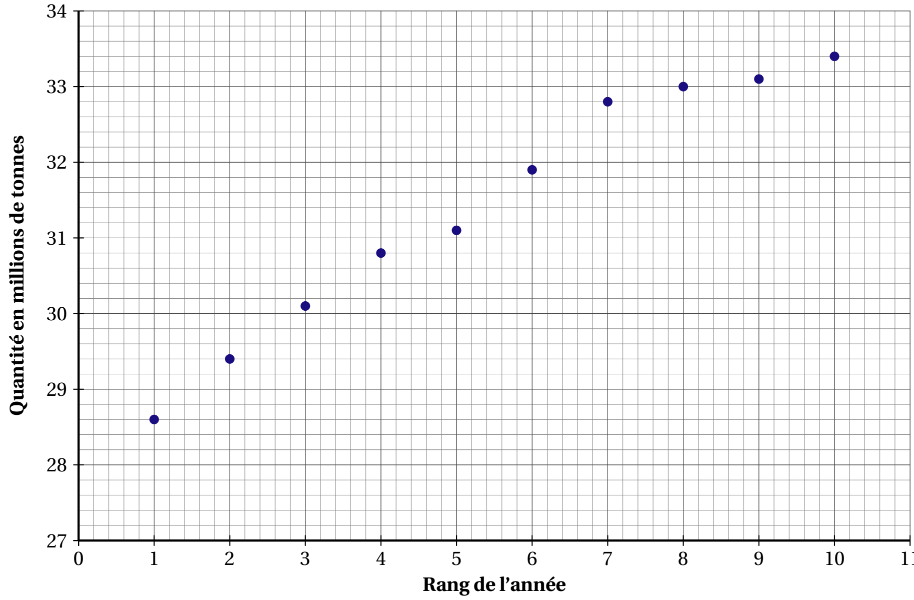
PARTIE B

Le tableau ci-dessous donne les quantités de gazole livrées et vendues en France de 2001 à 2010 (les quantités sont exprimées en millions de tonnes).

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quantité (millions de tonnes) y_i	28,6	29,4	30,1	30,8	31,1	31,9	32,8	33	33,1	33,4

Source : INSEE

Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ avec i variant entre 1 et 10 est représenté ci-dessous.



1. L'allure de ce nuage de points permet d'envisager un ajustement logarithmique. On pose, pour tout i compris entre 1 et 10 : $z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{10}}$

Calculer les valeurs de z_3 et z_{10} (on arrondira à 10^{-2} près).

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{10}}$	17,46	18,92		21,76	22,42	24,29	26,58	27,11	27,39	

2. On admet qu'une équation de la droite d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés, est : $z = 1,25x + 16,56$.

En déduire une expression de y en fonction de x sous la forme $y = k\ln(cx + d)$ où k, c, d désignent trois réels à déterminer.

3. En utilisant ce modèle, déterminer à partir de quelle année la consommation de gazole devrait dépasser 35 millions de tonnes.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Soit d la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par : $d(x) = \dfrac{3x+0,3}{\mathrm{e}^x} - 1,3$.
On note d' la fonction dérivée de la fonction d sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

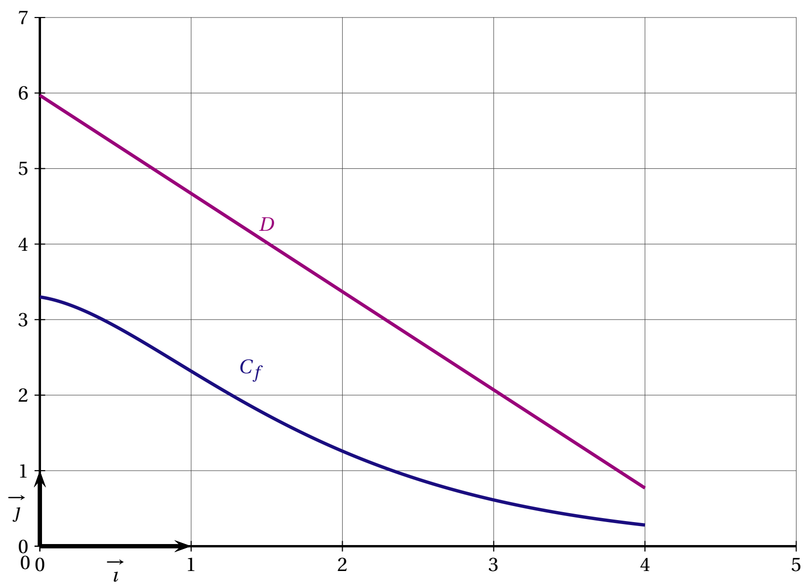
1. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; 4]$, $d'(x) = \dfrac{-3x+2,7}{\mathrm{e}^x}$
2. Étudier, pour x variant dans l'intervalle $[0 ; 4]$, le signe de $d'(x)$, puis dresser le tableau de variations complet de la fonction d sur l'intervalle $[0 ; 4]$. (on donnera dans ce tableau des valeurs arrondies à 10^{-2} près).
3. En déduire le signe de la fonction d sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

Partie B

Soient f et g les fonctions définies sur $[0 ; 4]$ par

$$f(x) = \frac{3x+3,3}{\mathrm{e}^x} \quad \text{et} \quad g(x) = -1,3x+5,97.$$

On admet que les fonctions f et g sont décroissantes sur $[0 ; 4]$; la fonction f est représentée ci-dessous par la courbe C_f et la fonction g par le segment de droite D.



1. Soit h la fonction définie sur $[0 ; 4]$ par : $h(x) = g(x) - f(x)$.
   a. Montrer que pour tout $x \in [0 ; 4]$, $h'(x) = d(x)$ (d désigne la fonction étudiée dans la partie A).
   b. En déduire le tableau de variations de la fonction h sur $[0 ; 4]$.
   c. Montrer que l'équation $h(x) = 1$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[0 ; 4]$. En donner une valeur approchée à 10^{-1} près.
2. Calculer l'intégrale : $\displaystyle\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x$

PARTIE C

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Les résultats de la partie B *pourront être utilisés pour répondre aux questions suivantes.*

Une entreprise prévoit de fabriquer et de commercialiser mensuellement entre 1 et 4 tonnes d'un produit cosmétique (toute la production est vendue).
Pour x tonnes de produit fabriquées mensuellement (avec $x \in [0\,;\,4]$), on admet que $f(x)$ désigne le coût de production par tonne (en centaines de milliers d'euros), et $g(x)$ le prix de vente par tonne (en centaines de milliers d'euros).

1. L'entreprise décide de produire 1 tonne par mois. Déterminer, en arrondissant à l'euro près, le coût de production de la tonne produite, son prix de vente, et le bénéfice mensuel ainsi réalisé.
2. Déterminer, en euros, le prix de vente moyen par tonne pour une production comprise entre 1 et 4 tonnes.
3. L'entreprise souhaite réaliser un bénéfice par tonne d'au moins 100 000 euros. Quelles quantités doit-elle produire pour satisfaire cette contrainte ?

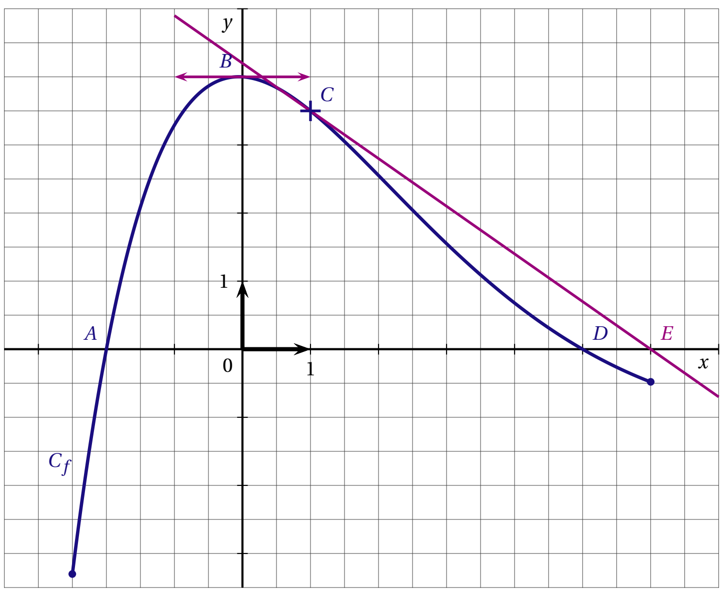
∽ Baccalauréat ES Centres étrangers 13 juin 2012 ∾

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
*Pour chaque question, indiquer par **a.**, **b.**, **c.** l'unique bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.*
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-\dfrac{5}{2}\,;\,6\right]$.
La courbe C_f tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé.
Le point A a pour coordonnées $(-2;0)$, le point B a pour coordonnées $(0;4)$, le point C a pour coordonnées $\left(1\,;\,\dfrac{7}{2}\right)$, le point D a pour coordonnées $(5;0)$ et le point E a pour coordonnées $(6\,;\,0)$.
On précise que la droite (CE) est tangente à la courbe C_f au point C et que la courbe C_f admet au point B une tangente horizontale.



On note g et h les fonctions définies respectivement par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$ et $h(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$.

1. La fonction g est définie sur l'intervalle :

a. $]-2\,;\,5[$ **b.** $[-2\,;\,5]$ **c.** $\left[-\dfrac{5}{2}\,;\,6\right]$

2. Le nombre $g(1)$ est égal à :

a. $\dfrac{\ln 7}{\ln 2}$ **b.** $\ln 7 - \ln 2$ **c.** $\dfrac{7}{2}$

3. On note f' la fonction dérivée de f, le nombre $f'(1)$ est égal à :

a. 3,5 **b.** $-\dfrac{10}{7}$ **c.** $-0,7$

4. On note h' la fonction dérivée de h, le nombre $h'(0)$ est égal à :

a. e^0 **b.** 0 **c.** e^4

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne la proportion de bacheliers ayant obtenu une mention au baccalauréat, série ES, entre 2002 et 2009.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Proportion y_i en %	25,5	28,6	30	33,1	36,8	41	41,1	44,1

Source : ministère de l'Éducation nationale et ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche

1. Calculer le taux d'évolution de la proportion de bacheliers ayant obtenu une mention au baccalauréat ES entre 2002 et 2009. On exprimera le résultat sous forme d'un pourcentage arrondi à l'unité.

2. Dans cette question, on envisage un ajustement affine et on admet qu'une équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés, est $y = 2,73x + 25,47$ (les coefficients étant arrondis à $0,01$ près). :
En supposant que ce modèle reste valable pour les années suivantes :

a. Estimer la proportion de bacheliers susceptibles d'obtenir une mention au baccalauréat ES en 2012.

b. Estimer l'année à partir de laquelle la proportion de bacheliers susceptibles d'obtenir une mention au baccalauréat ES dépassera 60 %.

3. Dans cette question, on envisage un ajustement exponentiel et on pose $z = \ln y$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$								

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 0,01 près.

c. En déduire que $y = A \times B^x$ où A et B sont deux réels à déterminer. On arrondira à $0,01$ près.

d. En supposant que ce modèle reste valable pour les années suivantes, calculer la proportion, arrondie à 0,1 %, de bacheliers susceptibles d'obtenir une mention au baccalauréat ES en 2012.

Exercice 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un sondage a été effectué auprès des anciens élèves d'un lycée quelques années après l'obtention de leur baccalauréat.
Ce sondage révèle que 55 % d'entre eux poursuivent leurs études à la faculté, 10 % ont intégré une école d'ingénieur et le pourcentage restant est sur le marché du travail (en activité ou en recherche d'emploi).

Ce sondage révèle aussi que :

— 45 % des anciens élèves qui poursuivent leurs études à la faculté ont fait le choix de vivre en colocation.
— 30 % des anciens élèves qui ont intégré une école d'ingénieur ont fait le choix de vivre en colocation.
— 15 % des anciens élèves sur le marché du travail ont fait le choix de vivre en colocation.

On interroge au hasard un ancien élève du lycée et on note :
F l'évènement : « l'ancien élève poursuit ses études à la faculté » ;

I l'évènement : « l'ancien élève a intégré une école d'ingénieur » ;
T l'évènement : « l'ancien élève est sur le marché du travail » ;
C l'évènement : « l'ancien élève vit en colocation ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2. **a.** Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement $F \cap C$ puis calculer la valeur exacte de sa probabilité. :

b. Montrer que la probabilité de l'évènement C est égale à $0,33$.

3. Un ancien élève vit en colocation. Calculer la probabilité qu'il poursuive ses études à la faculté.

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Le responsable du sondage affirme : « Plus de la moitié des élèves n'ayant pas fait le choix de la colocation poursuivent des études ».

Cette affirmation est-elle correcte ? Justifier.

5. On interroge au hasard trois anciens élèves. On suppose que le nombre d'anciens élèves est suffisamment important pour considérer que ce choix est fait de manière indépendante. :

Calculer la probabilité pour qu'au moins un des anciens élèves vive en colocation. On arrondira le résultat à 10^{-2} près.

Exercice 3 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Au rugby, réussir une transformation consiste à faire passer le ballon entre deux poteaux verticaux et au dessus de la barre horizontale reliant ces deux poteaux.

Basile est un joueur de rugby, il envisage de devenir professionnel.
Ses différentes expériences en championnat conduisent aux résultats suivants :

— Lors d'un match, la probabilité que Basile réussisse la première transformation est égale à $0,5$.
— Si Basile réussit une transformation, la probabilité qu'il réussisse la transformation suivante est égale à $0,8$.
— Si Basile ne réussit pas une transformation, la probabilité qu'il réussisse la transformation suivante est égale à $0,6$.

Basile se prépare pour son match de sélection en tant que professionnel.
On considère que lors du match, n transformations sont tentées avec n entier naturel supérieur ou égal à 1.
On note T l'état : « Basile réussit sa transformation ».

Pour $n \geqslant 1$, on note :

— p_n la probabilité que Basile réussisse la n-ième transformation.
— q_n la probabilité que Basile ne réussisse pas la n-ième transformation.
— $P_n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste lors de la n-ième transformation. :

On a $P_1 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$.

Partie A

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets T et $\overline{\text{T}}$. :

2. Donner la matrice de transition M de ce graphe probabiliste.

3. Déterminer l'état probabiliste P_2.

Partie B

1. **a.** En utilisant l'égalité $P_{n+1} = P_n\text{M}$, montrer que $p_{n+1} = 0,8p_n + 0,6q_n$. :

b. En déduire que pour tout entier $n \geqslant 1$, $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,6$.

2. Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \geqslant 1$ par $u_n = p_n - 0,75$.
   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,2. :
   b. En déduire que la suite $\left(p_n\right)$ converge et donner sa limite.
   c. Interpréter le résultat précédent.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax + b)\text{e}^{-x}$ où a et b sont deux réels.
On note f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que pour tout nombre réel x, $f'(x) = (a - b - ax)\text{e}^{-x}$
2. On donne $f(0) = 1$ et $f'(0) = 3$. En déduire a et b.

PARTIE B

Dans cette partie, on admettra que $a = 4$ et $b = 1$.
Donc pour tout réel x, $f(x) = (4x + 1)\text{e}^{-x}$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$ (On pourra utiliser le fait que pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{4x}{\text{e}^x} + \dfrac{1}{\text{e}^x}$).
3. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

PARTIE C

Une entreprise produit x centaines d'objets chaque semaine.
Le coût de production, exprimé en milliers d'euros, est défini sur l'intervalle $[0~;~5]$ par la fonction f étudiée dans la partie B.

1. Quel est le coût de production maximal hebdomadaire ? On arrondira le résultat à l'euro près.
2. Démontrer que la fonction F définie sur $[0;5]$ par $F(x) = (-4x - 5)\text{e}^{-x}$ est une primitive de la fonction f sur ce même intervalle. :
3. a. Calculer $\dfrac{1}{5}\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\text{d}x$. On arrondira le résultat à 10^{-3} près. :
   b. Quelle interprétation peut-on faire du résultat précédent pour l'entreprise ?

∽ Baccalauréat ES Antilles-Guyane 19 juin 2012 ∾

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On donne le prix moyen en euros d'un litre de gasoil en France, entre 1998 et 2007 :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Prix moyen y_i du litre de gasoil (en euros)	0,77	0,81	0,73	0,79	0,8	0,85	0,99	1,06	1,1	1,11

Source : *Annuaire Statistique de la France*

1. Calculer le pourcentage d'évolution, arrondi à 0,1 % près, du prix moyen d'un litre de gasoil en euros entre 1998 et 2007.
2. **a.** Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, avec i compris entre 0 et 9, associé à cette série statistique, dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

   On choisira les unités graphiques suivantes :

   1 cm pour 1 année sur l'axe des abscisses.

   1 cm pour 10 centimes d'euros sur l'axe des ordonnées.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série et le placer dans le repère précédent.
3. On modélise l'évolution du prix moyen d'un litre de gasoil en euros à l'aide d'un ajustement affine, obtenu par la méthode des moindres carrés.

   Donner l'équation de la droite de régression de y en x ainsi obtenue, en arrondissant les coefficients au millième.

   Tracer cette droite dans le repère défini à la question 2.
4. Avec ce modèle, calculer l'estimation du prix moyen d'un litre de gasoil en euros en 2010. Arrondir le résultat au centime d'euros.
5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   En supposant que le modèle reste valable durablement, à partir de quelle année le prix moyen du litre de gasoil aura-t-il augmenté de 30 % par rapport au prix moyen de l'année 2007 ?

Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un restaurant propose une formule « entrée + plat » pour laquelle chaque client choisit entre trois entrées (numérotées 1, 2 et 3) puis entre deux plats (numérotés 1 et 2).
Chaque client qui choisit cette formule prend une entrée et un plat.

On a constaté que :
30% des clients choisissent l'entrée n° 1, 24 % choisissent l'entrée n° 2 et les autres clients choisissent l'entrée n° 3.
Par ailleurs, le plat n° 1 est choisi par : 72 % des clients ayant opté pour l'entrée n° 1, 58 % des clients ayant opté pour l'entrée n° 2 et 29 % des clients ayant opté pour l'entrée n° 3.

On choisit au hasard un client du restaurant ayant opté pour la formule « entrée + plat ».
On note E_1 l'évènement : « Le client choisi l'entrée n° 1 », E_2 l'évènement : « Le client choisi l'entrée n° 2 » et E_3 l'évènement : « Le client choisi l'entrée n° 3 ».
On note enfin P_1 l'évènement : « Le client choisi le plat n° 1 » et P_2 l'évènement : « Le client choisi le plat n° 2 ».

1. Traduire la situation étudiée à l'aide d'un arbre pondéré, en indiquant sur cet arbre les probabilités données dans l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que le client choisisse l'entrée n° 3 et le plat n° 1 (on donnera la valeur exacte de cette probabilité) ?
3. Montrer que la probabilité de l'évènement P_1 est égale à 0,488 6.
4. Quelle est la probabilité qu'un client ait choisi l'entrée n° 1 sachant qu'il a pris le plat n° 1 (on arrondira le résultat à 10^{-4} près) ?
5. On choisit trois clients au hasard parmi ceux ayant opté pour la formule ; on suppose le nombre de clients suffisamment grand pour assimiler ce choix à des tirages successifs avec remise. Dans cette question, on arrondira les résultats au millième.

   a. Déterminer la probabilité qu'exactement deux de ces clients aient pris le plat n° 1.

   b. Déterminer la probabilité qu'au moins un client ait pris le plat n° 1.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une grande entreprise, tous les agents commerciaux ont une voiture de fonction, qu'ils doivent choisir entre deux marques A et B. Le parc de véhicules (en location) est renouvelé tous les ans.

On suppose que le nombre d'agents commerciaux de l'entreprise ne varie pas, et que les deux marques A et B restent les seules possibilités pour les voitures de fonction proposées dans l'entreprise.

On a constaté que, chaque année :

— 5 % des agents commerciaux utilisant un véhicule de marque A changent l'année suivante pour B ;

— 15 % des agents commerciaux utilisant un véhicule de marque B changent l'année suivantes pour A ;

— les autres agents poursuivent l'année suivante avec un véhicule de même marque.

On appelle a_n la probabilité qu'un agent commercial choisi au hasard utilise un véhicule de marque A au début de l'année $2010+n$, et b_n la probabilité qu'il utilise un véhicule de marque B au début de cette même année.

On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année $2010+n$.

En 2010, la moitié des agents commerciaux possédaient un véhicule de marque A ; ainsi : $P_0 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B, et donner la matrice de transition M (on considèrera les sommets du graphe dans l'ordre alphabétique).
2. Justifier que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,55 & 0,45 \end{pmatrix}$ et donner une interprétation concrète des coefficients de cette matrice.
3. Déterminer l'état probabiliste stable du système et interpréter les résultats obtenus.
4. **a.** Que vaut, pour tout entier naturel n, la somme $a_n + b_n$?

   b. On sait, pour tout entier naturel n, que $P_{n+1} = P_n \times M$; démontrer, pour tout entier naturel n, que $a_{n+1} = 0,8a_n + 0,15$.
5. Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n = a_n - 0,75$.

   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométriques de raison 0,8 dont on précisera le premier terme.

   b. Exprimer u_n en fonction de n, puis démontrer que pour tout entier naturel n,

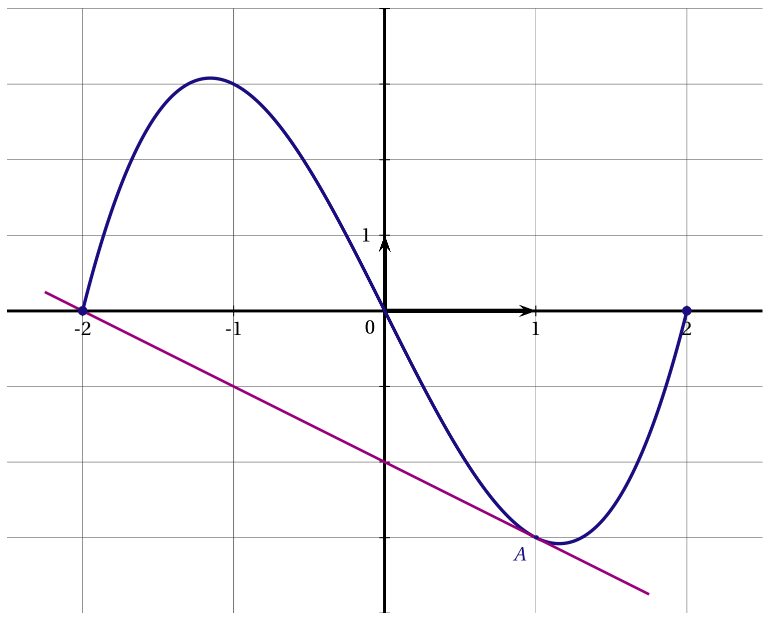
   $$a_n = -0,25 \times 0,8^n + 0,75.$$

   c. Déterminer la limite de la suite (a_n). Quel résultat retrouve-t-on ainsi ?

Exercice 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

On donne la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2 ; 2]$, et sa tangente en son point A d'abscisse 1; cette tangente passe par le point de coordonnées $(0 ; -2)$. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.



Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est exacte; préciser laquelle sur la copie. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Le nombre dérivé noté $f'(1)$ est égal à :

   a) 1 **b)** $-\dfrac{1}{3}$ **c)** -1 **d)** 3

2. La fonction u telle que $u(x) = \ln\left[f(x)\right]$ est définie sur :

   a) $[-2 ; 0]$ **b)** $]-2 ; 0[$ **c)** $]0 ; 2[$ **d)** $[0 ; 2]$

3. On considère F une primitive de f sur l'intervalle $[-2;2]$.

   La fonction F est décroissante sur :

   a) $[-2 ; 0]$ **b)** $[-2 ; 2]$ **c)** $[0 ; 2]$ **d)** $[-1 ; 1]$

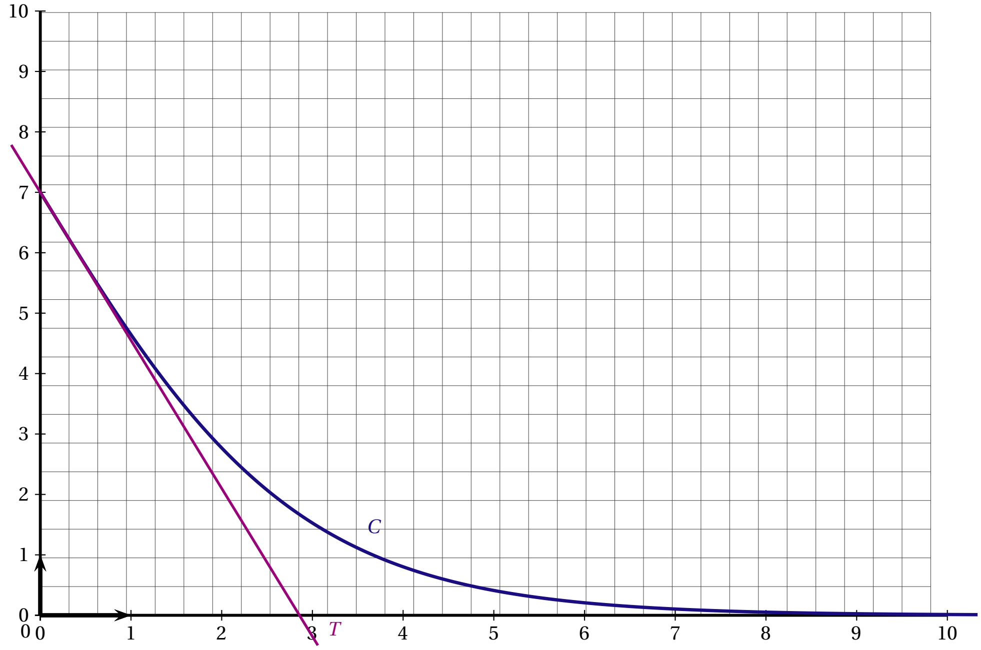
4. Soit $I = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$. On a :

   a) $I < 0$ **b)** $0 \leqslant I \leqslant 1$ **c)** $1 < I < 3$ **d)** $I \geqslant 3$

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On a représenté ci-dessous la courbe C d'une fonction g définie et dérivable sur $[0 ; +\infty[$ ainsi que la tangente T à cette courbe en son point de coordonnées $(0 ; 7)$. On admet que l'axe des abscisses est asymptote horizontale à la courbe C au voisinage de $+\infty$. On désigne par g' la fonction dérivée de la fonction g.



PARTIE A

1. Préciser la valeur du réel $g(0)$.
2. On admet que la tangente T passe par le point de coordonnées $(4\,;\,-2,8)$. Justifier que la valeur exacte de $g'(0)$ est $-2,45$.
3. Préciser la valeur de la limite de la fonction g en $+\infty$.
4. On admet que la fonction g est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{a}{\mathrm{e}^{bx}+1}$$

où a et b sont des nombres réels.

a. Démontrer que pour tout réel x de $[0\,;\,+\infty[$, on a $g'(x) = \dfrac{-ab\mathrm{e}^{bx}}{\left(\mathrm{e}^{bx}+1\right)^2}$.

b. En utilisant les résultats des questions 1 et 2, déterminer les valeurs des réels a et b.

PARTIE B

On considère un objet manufacturé dont le prix unitaire est x, en centaines d'euros.
D'après une étude de marché, l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ pour cet objet, en centaines d'unités, sont définies pour tout x positif ou nul par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{0,7x} - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{14}{\mathrm{e}^{0,7x}+1}$$

1. Si le prix de vente unitaire de l'objet est 300 €, combien d'objets (à l'unité près) les consommateurs sont-ils prêts à acheter.
2. Calculer le prix de vente unitaire de l'objet, arrondi à l'euro près, pour que la demande soit de 350 objets.
3. **a.** Déterminer l'unique solution de l'équation $f(x) = g(x)$, et donner une valeur approchée au centième de cette solution.

   On appelle « prix d'équilibre » le prix permettant l'égalité entre l'offre et la demande. Quel est le prix d'équilibre, arrondi à l'euro près

   b. Au prix d'équilibre, quelle est la valeur commune de l'offre et de la demande, arrondie à l'unité près ?

   Quel est le chiffre d'affaire généré par les ventes au prix d'équilibre ?

Baccalauréat ES Asie 20 juin 2012

Exercice 1 **4 points**

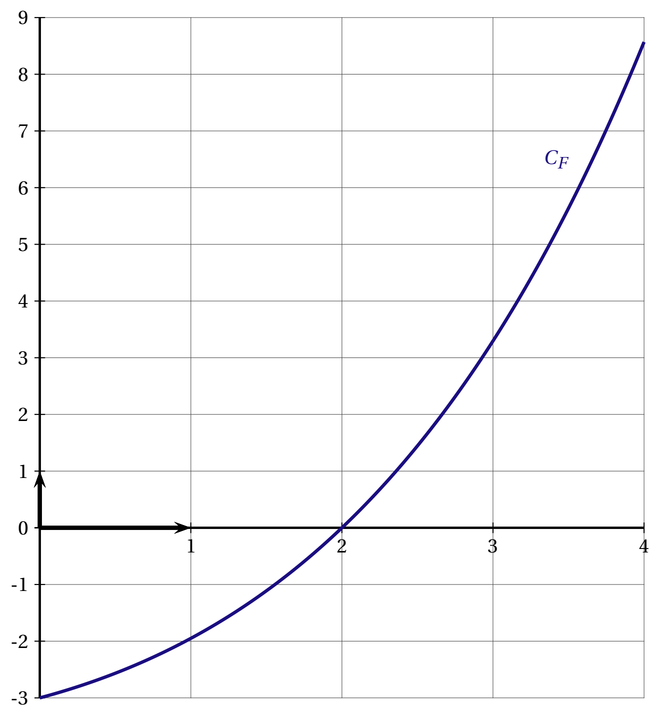
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 1 *point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.*

Indiquer sur la copie le numéro de la question et **la réponse choisie** correspondante.

1. Le prix d'un article a augmenté de 20 % puis a baissé de 20 %. Ce prix :
   - a baissé de 2 %
   - a augmenté de 4 %
   - n'a pas bougé
   - a baissé de 4 %
2. La fonction dérivée de la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x^2(\ln x + 3)$ est la fonction f' définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :
   - $f'(x) = 2x\ln x + 7$
   - $f'(x) = 2x\ln x + 5x$
   - $f'(x) = x(2\ln x + 7)$
   - $f'(x) = 2x \times \dfrac{1}{x}$
3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln x - 1 \leqslant 0$ est :
   - $]-\infty\ ;\ 1]$
   - $]-\infty\ ;\ \text{e}]$
   - $]0\ ;\ \text{e}]$
   - $]0\ ;\ +\infty[$
4. On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   La fonction F est une de ses primitives sur cet intervalle et la courbe représentative de la fonction F est tracée dans le repère ci-dessous :



L'intégrale $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\text{d}x$ est égale à :

- $\dfrac{\ln 3}{3}$
- $\ln 3$
- $-\ln 3$
- $3\ln 3$

Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le ministère de l'Écologie, du Développement durable, des Transports et du Logement précise les enjeux d'une parité homme-femme (égalité de leur représentation) :

« Viser une amélioration de la parité homme-femme [...] peut être vu comme une manière d'aider la société à évoluer en mobilisant toutes les compétences ».

Le tableau suivant présente la part des femmes dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public de 1998 à 2008, à l'exception de 2007 :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Part des femmes y_i en %	23,2	23,4	24,2	24,9	24,7	24,9	25,4	25,4	26		27,2

Sources : ministère de l'Intérieur - DGAFP - Insee - Juillet 2010

Ce même tableau est donné en annexe et est complété par les indices des parts des femmes dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public, en prenant 1998 comme année de référence. On a aussi, en annexe, représenté le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, avec $1 \leqslant i \leqslant 11$ associé à la série statistique.

On se propose d'étudier l'évolution de la part des femmes dans les emplois de cadre.

1. **Calcul d'indices et de pourcentages** :
   - **a.** Vérifier que la part des femmes dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public en 2007 est, arrondi au dixième, égale à 26,7 %.
   - **b.** Calculer l'indice correspondant à l'année 2000. On précisera les calculs sur la copie.
   - **c.** Calculer le pourcentage d'augmentation de la part des femmes entre 2005 et 2006.

     Si l'évolution amorcée entre 2005 et 2006 s'était poursuivie au même rythme, quelle aurait été la part des femmes, en pourcentage, dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public en 2008 ?
2. **Ajustement affine**
   - **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de y en x pour l'ensemble des onze points du nuage. *Les coefficients seront arrondis au centième.*
   - **b.** Tracer cette droite sur le graphique donné en annexe **à rendre avec la copie**.
3. **Modélisation** :

   On admet que cet ajustement affine permet de faire des prévisions au moins jusqu'en 2013.
   - **a.** Estimer la part des femmes, en pourcentage, dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public en 2012.
   - **b.** Chloé affirme : « La parité homme-femme dans ce type d'emploi à responsabilité sera atteinte à partir de 2071 ».

     Confirmer par un calcul l'affirmation de Chloé.

     Son affirmation est-elle pertinente ?

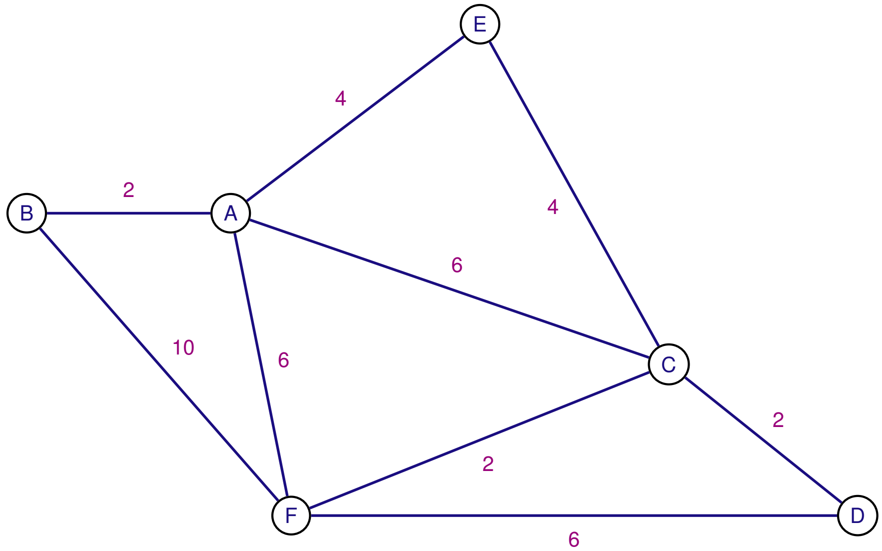
Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une association organise un rallye sportif en VTT : six zones de regroupement sont déterminées et sont reliées par des chemins.

Ce parcours est modélisé par le graphe ci-dessous, où les sommets de A à F représentent les zones de regroupement, et les arêtes les chemins.

Les arêtes sont pondérées par les distances, exprimées en kilomètres, nécessaires pour parcourir ces chemins.
Les candidats sont positionnés initialement sur la zone A et doivent, après avoir parcouru tous les chemins, revenir à la zone initiale.
Chaque fois qu'un candidat emprunte pour la première fois un chemin il doit déposer, à un endroit précis, un jeton personnalisé, attestant son passage.



1. Quel nombre minimal de jetons est-il nécessaire de donner à chaque candidat ?

2. Un candidat souhaite faire le parcours, en empruntant tous les chemins une fois et une seule. Est-ce possible ? Justifier la réponse.

3. Soit M la matrice associée au graphe G (on ordonne les sommets dans l'ordre alphabétique).

a. Écrire la matrice M.

b. On donne les matrices

$$M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ et } M^3 = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 9 & 4 & 6 & 9 \\ 6 & 2 & 4 & 3 & 3 & 6 \\ 9 & 4 & 6 & 6 & 6 & 9 \\ 4 & 3 & 6 & 2 & 3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 3 & 2 & 4 \\ 9 & 6 & 9 & 6 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Un candidat est actuellement au point de rendez-vous D et on lui signale qu'il a oublié son dossard au point B. Devant le récupérer, il souhaite emprunter au maximum trois chemins. Combien a-t-il de possibilités ?

c. Donner, le trajet correspondant à la distance la plus courte lui permettant d'aller récupérer son dossard.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

L'opérateur téléphonique Boomtel propose à ses abonnés deux types d'accès internet à haut débit :
— un accès internet sur ligne fixe ;
— un accès 3G sur téléphone portable.
Aujourd'hui, l'entreprise fait les constats suivants sur les accès internet à haut débit de ses abonnés :
— 58 % des abonnés ont un accès internet sur ligne fixe. Parmi ceux-là, 24 % ont également un accès 3G sur téléphone portable ;

— parmi les abonnés qui n'ont pas d'accès internet sur ligne fixe, 13 % ont un accès 3G sur téléphone portable.

Rappels de notation : Soient A et B deux évènements,

— *la probabilité de l'évènement A est notée $p(A)$;*
— *si $p(B) \neq 0$, $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé ;*
— *l'évènement contraire de l'évènement A est noté $\overline{A}$.*

Pour une enquête de satisfaction, la fiche d'un abonné est prélevée au hasard.
Dans cet exercice on note :

— F l'évènement : « la fiche est celle d'un abonné qui a un accès internet sur ligne fixe » ;
— G l'évènement : « la fiche est celle d'un abonné qui a un accès 3G sur téléphone portable ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser les valeurs de $p(F)$, de $p_F(G)$ et de $p_{\overline{F}}(G)$.

2. Construire un arbre de probabilité traduisant la situation.

3. Calculer $p\left(F \cap \overline{G}\right)$. Interpréter ce résultat.

4. **a.** Vérifier que la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un abonné qui n'a pas d'accès 3G sur téléphone portable est de 0,806 2.

b. Peut-on affirmer qu'au moins 25 % des abonnés ont un accès 3G sur téléphone portable ?

5. On prélève successivement les fiches de trois abonnés. On admet que le nombre de fiches est suffisamment grand pour qu'on puisse assimiler le tirage à un tirage avec remise.
Calculer la probabilité qu'exactement une des fiches tirées soit celle d'un abonné qui n'a pas d'accès 3G sur téléphone portable.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

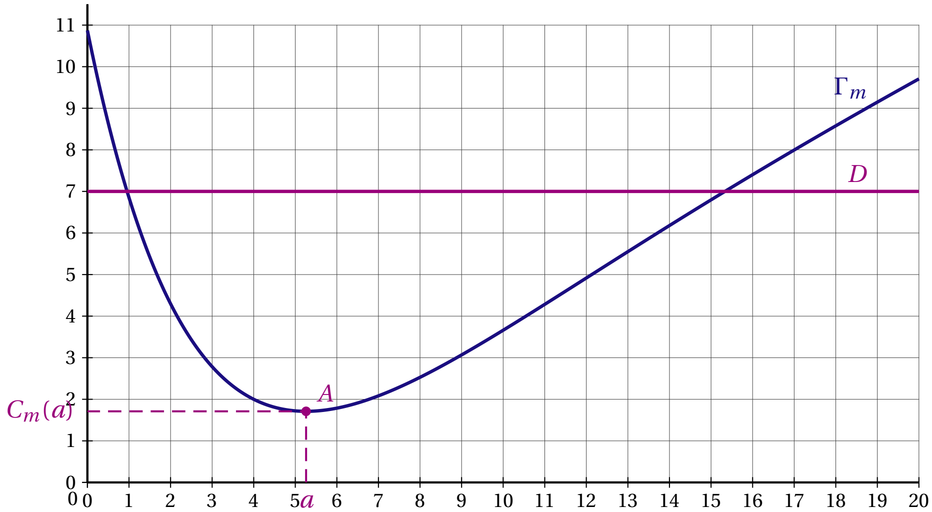
On s'intéresse à une entreprise de détergents industriels. Elle produit chaque jour une quantité q en tonnes comprise entre 0 et 20. On rappelle que :

— Le coût marginal $C_m(q)$ est la variation du coût obtenue par la production et la vente d'une tonne supplémentaire de détergent sachant qu'on en a déjà vendu une quantité de q tonnes.
— Le bénéfice marginal $B_m(q)$ est la différence entre le prix unitaire et le coût marginal $C_m(q)$.

Partie A : Aspect graphique

Dans le repère suivant, on donne :

— la courbe représentative Γ_m de la fonction C_m correspondant au coût marginal en milliers d'euros ;
— la courbe représentative D de la fonction U correspondant au prix de vente unitaire en milliers d'euros ;
— Le point $A(a; C_m(a))$, sommet de la courbe Γ_m.



Répondre aux questions suivantes sans justifier :

1. Déterminer graphiquement $C_m(4)$.
2. Déterminer graphiquement $B_m(4)$.
   Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte de l'entreprise.
3. Pour quelle(s) quantité(s), en tonnes, le bénéfice marginal est-il nul ?
   (*les valeurs seront données à la demi-tonne près*).
4. En déduire un encadrement de la quantité à produire, en tonnes, pour obtenir un bénéfice marginal positif.

Partie B : Aspect algébrique

Dans cette partie, le coût marginal est donné par

$$C_m(q) = 0,5q + (4-q)\mathrm{e}^{(1-0,25q)}$$

pour q appartenant à l'intervalle $[0 ; 20]$ et le prix de vente unitaire est donné par $U(q) = 7$ pour q appartenant à l'intervalle $[0 ; 20]$. On admet que la fonction C_m est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 20]$.
Le tableau de variation de la fonction C_m est donné ci-dessous. On admet que le nombre réel a est compris entre 5 et 6.

q	0		a		20
$C'_m(q)$		$-$	0	$+$	
$C_m(q)$	$C_m(0)$	$\searrow$	$C_m(a)$	$\nearrow$	$C_m(20)$

1. **a.** Justifier que l'équation $C_m(q) = 7$ admet une unique solution q_0 dans l'intervalle $[10;20]$.
   b. À l'aide de votre calculatrice, donner un arrondi de q_0 au dixième.
   c. Donner, en justifiant, la valeur de $B_m\left(q_0\right)$.
   Ce résultat est-il cohérent avec la question 3 de la partie A ?
2. Vérifier que la fonction C, définie sur l'intervalle $[0;20]$ par :
   $$C(q) = 10 + 0,25q^2 + 4q\mathrm{e}^{[1-0,25q)}$$
   est une primitive de la fonction C_m. Cette fonction C est la fonction coût total.
3. Déterminer le bénéfice total obtenu pour la fabrication et la vente de 15,3 tonnes de détergent.

ANNEXE DE L'EXERCICE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

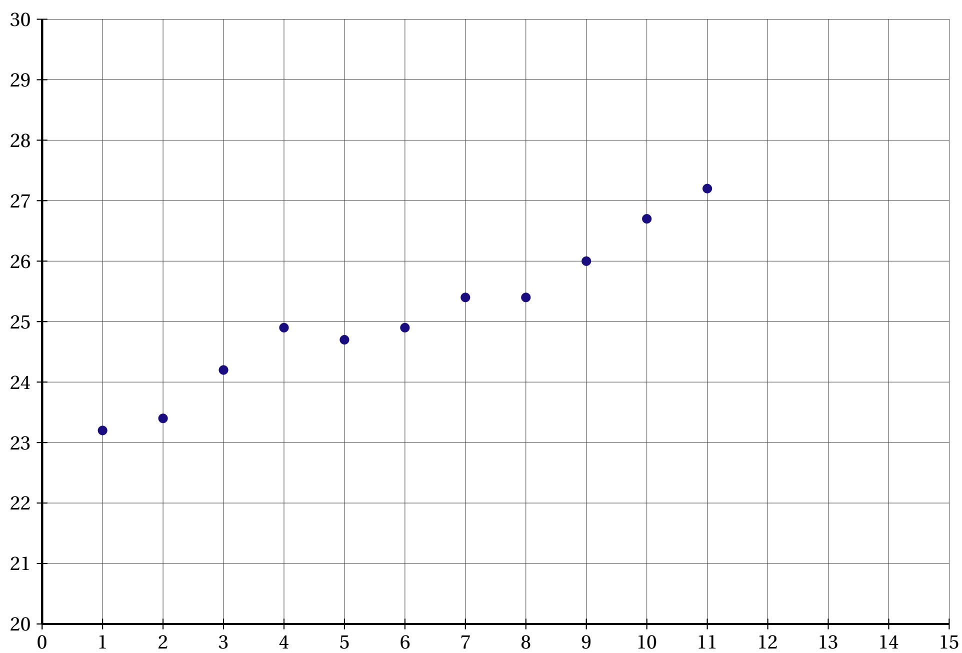
TABLEAU :

Ce tableau présente la part des femmes dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public ainsi que les indices de ces parts en prenant 1998 comme année de référence.

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Part y_i en %	23,2	23,4	24,2	24,9	24,7	24,9	25,4	25,4	26		27,2
Indice des parts arrondi à l'unité	100	101		107	106	107	109	109	112	115	117

Sources : ministère de l'Intérieur - DGAFP - Insee - Juillet 2010

NUAGE DE POINTS :



∽ Baccalauréat ES Métropole 22 juin 2012 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Sur le site http ://www.agencebio.org, on a extrait des informations concernant l'agriculture en France métropolitaine.

Document 1

En 2008, la surface agricole utilisée (SAU) était de 27 537 688 hectares dont 583 799 hectares en mode de production biologique.

Document 2

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Surface en mode de production biologique (en hectares)	419 750	517 965	550 990	534 037	550 488	552 824	557 133	583 799
Part (en %) de la surface en mode de production biologique dans la SAU : y_i	1,4	1,75	1,87	1,93	1,99	2	2,02	2,12

Partie A

1. D'après le document 2, la part de la surface en mode de production biologique dans la SAU est de 2,12 % en 2008. En utilisant le document 1, justifier par un calcul cette information.
2. Calculer le pourcentage d'évolution de la surface en mode de production biologique entre 2007 et 2008. Ce pourcentage sera arrondi à 0, 01 %. :

Partie B

On a représenté, sur l'annexe, partie B, à rendre avec la copie, le nuage de points représentant la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.

1. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-2}. :
2. Tracer cette droite dans le repère fourni sur l'annexe, partie B.
3. À l'occasion d'un TPE, un groupe d'élèves a trouvé sur une autre page du site qu'en 2009 et en 2010, les parts de la surface en mode de production biologique dans la SAU sont respectivement 2,46 % et 3,09 %.

   L'ajustement affine précédent est-il adapté à ces nouvelles données ?

Partie C

Pour la suite de ce TPE, les élèves ont modélisé à l'aide d'un logiciel l'évolution de la part de surface en mode de production biologique dans la SAU sur la période de 2001 à 2012 par la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 12] par

$$f(x) = 0{,}0096x^3 - 0{,}1448x^2 + 0{,}7132x + 0{,}813.$$

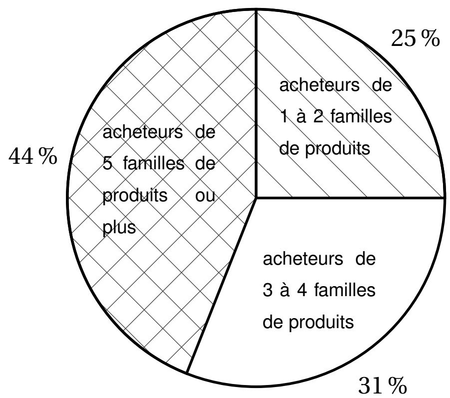
Cet ajustement est représenté sur l'annexe, partie C.

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Le Grenelle de l'environnement s'est fixé comme objectif d'avoir 6 % de la SAU en mode de production biologique en 2012. Selon ce modèle, peut-on espérer que cet objectif soit atteint ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La Fédération e-commerce et Vente à Distance (FEVAD) a effectué en octobre 2010 une enquête auprès de 719 acheteurs à distance âgés de 18 ans et plus. Sur le questionnaire proposé, ces personnes ont été interrogées sur le nombre de familles de produits (vêtements, informatique, loisirs, ...) achetés à distance au cours des 12 derniers mois. L'étude statistique a permis d'obtenir les informations suivantes :



Parmi les acheteurs de 1 à 2 familles de produits, 45 % sont retraités.

Parmi les acheteurs de 3 à 4 familles de produits, 25 % sont retraités.

Le responsable des ventes tire un questionnaire au hasard, chacun ayant la même probabilité d'être tiré. On note :

- A l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un acheteur de 1 à 2 familles de produits. »
- B l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un acheteur de 3 à 4 familles de produits. »
- C l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un acheteur de 5 familles de produits ou plus. »
- R l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un retraité. »

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre.

2. **a.** Calculer la probabilité $p(A \cap R)$. :

b. Déterminer la probabilité de l'évènement : « Le questionnaire tiré est celui d'un retraité acheteur de 3 à 4 familles de produits. »

c. On sait de plus que 21,7 % des acheteurs interrogés sont des retraités. Vérifier que $p(C \cap R) = 0,027$.

3. Le responsable des ventes décide de lancer une campagne publicitaire dès lors que le pourcentage de retraités parmi les acheteurs de 5 familles de produits ou plus est inférieur à 8 %. Quelle décision prendra-t-il ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une région se divise en deux zones :
une zone A à proximité d'une grande agglomération,
une zone B à proximité de la mer.
Chaque année, 20 % des habitants de la zone A partent habiter dans la zone B pour avoir un meilleur cadre de vie, et 5 % des habitants de la zone B partent habiter dans la zone A pour se rapprocher de leur lieu de travail.

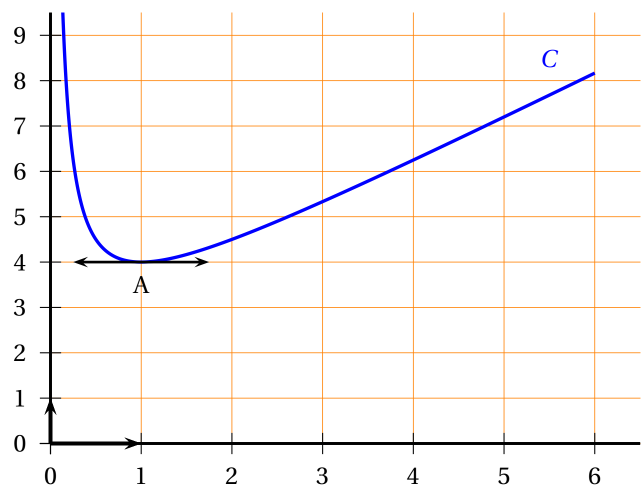
On sait de plus qu'en 2010, 40 % de la population habitait en zone A.
On suppose que le nombre total d'habitants de la région reste constant au cours du temps.
Pour tout entier naturel n, l'état probabiliste correspondant à l'année $2010+n$ est défini par la matrice ligne $P_n = (a_n \quad b_n)$, où a_n et b_n désignent respectivement les proportions d'habitants des zones A et B.

1. Déterminer la matrice ligne P_0 de l'état initial. :
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
3. **a.** Écrire la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
   b. Donner la répartition de la population en 2012.
4. Dans la question suivante, on considère la matrice ligne $P = (a \quad b)$ où a et b sont deux nombres réels tels que $a+b=1$.
   a. Déterminer a et b pour que $P = PM$.
   b. Les infrastructures de la zone B permettent d'accueillir au maximum 75 % de la population. Lors d'un conseil municipal, le maire affirme qu'il va falloir prévoir de nouvelles infrastructures. A-t-il raison ?

Exercice 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.* :

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe représentative C d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0 ; 6]$. Le point A$(1 ; 4)$ appartient à la courbe C. La tangente en A à la courbe C est parallèle à l'axe des abscisses.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.



1. Le nombre dérivé de la fonction f en 1 est égal à : :

   a. 4 **b.** 0 **c.** −2 **d.** 1

2. Sur l'intervalle $]0\,;\,6]$, l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ admet comme ensemble de solutions :

a. $]0\,;\,1]$ **b.** $]0\,;\,6]$ **c.** $[1\,;\,6]$ **d.** $[4\,;\,9]$

3. On pose $I = \displaystyle\int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x$. On peut affirmer que :

a. $12 < I < 13$ **b.** $0 < I < 2$ **c.** $5 < I < 8$ **d.** $-2 < I < 0$

:

4. On appelle F une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,6]$. L'expression de F peut être : :

a. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ **b.** $F(x) = 2 + \dfrac{1}{x}$

c. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 2x + \ln x$ **d.** $F(x) = 2x + \ln x$

EXERCICE 4 **6 points**

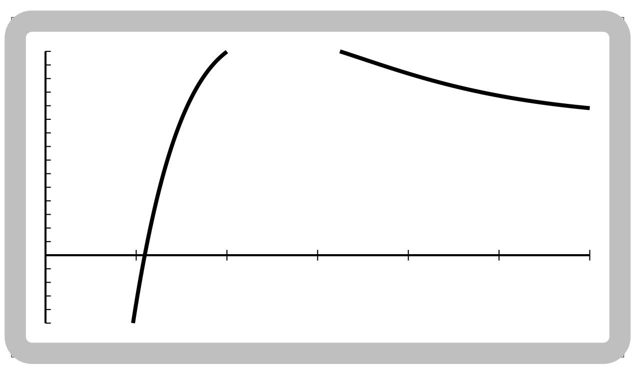
Commun à tous les candidats

Le bénéfice en milliers d'euros que réalise une entreprise lorsqu'elle fabrique et vend x centaines d'objets (pour x compris entre 0 et 6) est donné par

$$f(x) = (200x - 300)\mathrm{e}^{-x-1} + 10$$

:

Alix a affiché sur l'écran de sa calculatrice la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.



Partie A : objectif « réaliser un bénéfice maximal »

L'écran ne permet pas à Alix de déterminer le bénéfice maximal.

Il décide donc d'étudier la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$. On admet que cette fonction est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,6]$. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Établir que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,6]$,

$$f'(x) = (500 - 200x)\mathrm{e}^{-x-1}$$

:

2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.

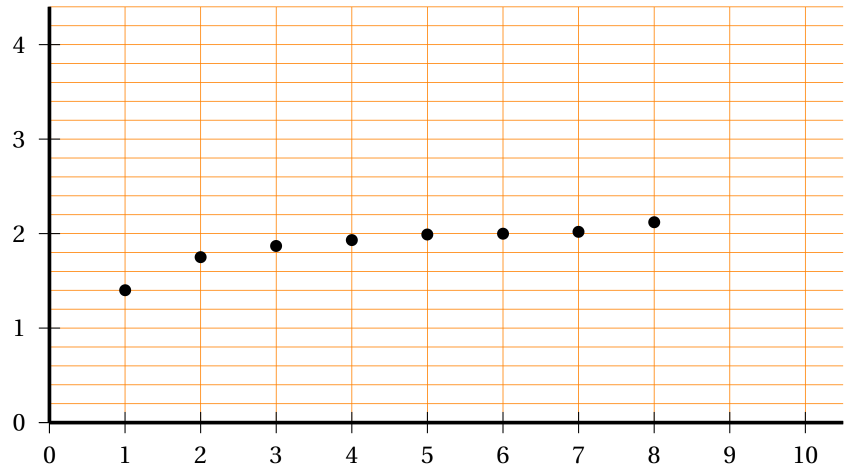
3. En déduire le nombre d'objets à vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal en euros ? (Donner la réponse arrondie à l'euro).
4. Proposer un réglage de la fenêtre graphique permettant de visualiser le maximum de la fonction f.

Partie B : objectif « ne pas vendre à perte »

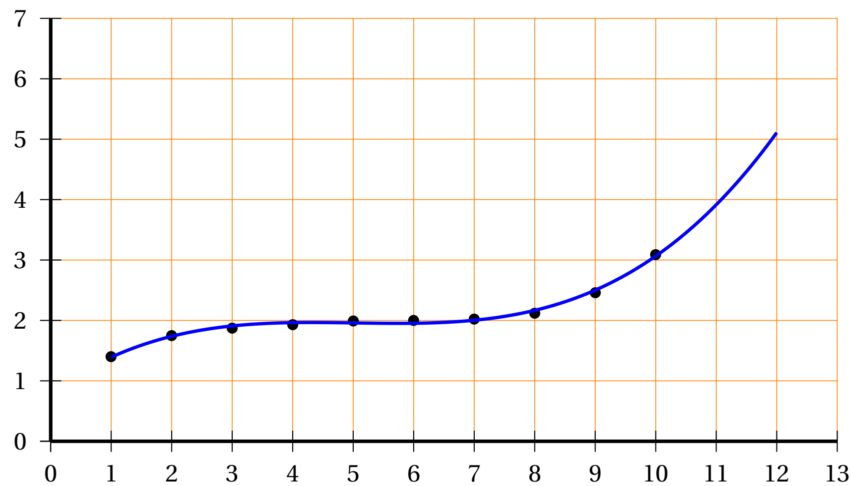
1. Au vu du graphique obtenu par Alix, à partir de combien d'objets l'entreprise ne vend-elle pas à perte ?
2. Démontrer que sur l'intervalle $[1 ; 2]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α.
3. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
4. Préciser le nombre d'objets à partir duquel l'entreprise ne vend pas à perte.

Annexe à rendre avec la copie

PARTIE B



PARTIE C



Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane 14 septembre 2012 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples).
Pour chaque question, une seule proposition exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de chaque question, et recopier la réponse choisie ; aucune justification n'est demandée.
Barème : une bonne réponse rapporte 1 *point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2 - \mathrm{e}^{2x - \ln(3)}$$

et soit C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal.

1. La fonction f :

a. est croissante sur $\mathbb{R}$ **b.** est décroissante sur $\mathbb{R}$ **c.** n'est pas monotone sur $\mathbb{R}$

2. Le réel $f(1)$ est égal à :

a. $5 - \mathrm{e}^2$ **b.** $\dfrac{6 - \mathrm{e}^2}{3}$ **c.** $-0,46$ **d.** $\dfrac{\ln(3)}{2}$

3. La limite de f en $+\infty$ est égale à :

a. $+\infty$ **b.** $-\infty$ **c.** 2 **d.** 0

4. La tangente à la courbe C au point d'abscisse ln(3) a pour équation :

a. $y = -3x + 3\ln(3) - 1$ **b.** $y = -3x - 1$
c. $y = -6x + 6\ln(3) - 1$ **d.** $y = -x + \ln(3) - 3$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

L'entreprise E produit un modèle de lave-vaisselle. La production de ce lave-vaisselle est répartie sur trois sites industriels A, B, C, qui sont d'importances inégales.

- Le site A assure 60 % de la production.
- Le site B assure 30 % de la production.
- Le site C assure le reste de la production.

Après plusieurs années de commercialisation, on note que 37 % des lave-vaisselles en provenance du site A connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation ; 25 % des lave-vaisselles provenant du site B connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation, et 12 % de ceux provenant du site C connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation.
On choisit au hasard un lave-vaisselle produit par l'entreprise E.

Dans la suite on désigne par A, (respectivement par B, C) l'évènement « le lave-vaisselle choisi est issu du site de production A (respectivement B, C) ».
On désigne par S, l'évènement « le lave-vaisselle tombe en panne avant 5 ans » ; $\overline{S}$ désigne l'évènement contraire de S.
Dans cet exercice les résultats seront arrondis, si nécessaire, au millième.

1. **a.** Préciser les valeurs des probabilités $p(A)$ et $p(B)$.
   b. On note $p_A(S)$ (respectivement $p_B(S)$, $p_C(S)$) la probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement A (respectivement B, C) est réalisé ; calculer $p_A(S)$, $p_B(S)$ et $p_C(S)$.
   c. Construire un arbre illustrant la situation, en indiquant sur les branches adéquates les probabilités données dans l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que le lave-vaisselle provienne du site A et connaisse une panne avant 5 ans ?
3. Démontrer que la probabilité de l'évènement S est $0,309$.
4. Le lave-vaisselle est tombé en panne avant 5 ans d'utilisation ; quelle est la probabilité qu'il provienne du site B ?
5. *Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   L'entreprise E assure le service après-vente : si le lave-vaisselle tombe en panne avant 5 ans d'utilisation, elle finance la réparation, dont le prix est estimé à 110 euros par appareil réparé.

   Déterminer, pour l'entreprise, le coût moyen par lave-vaisselle de ces réparations.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les employés d'une grande zone commerciale ont le choix entre deux types de restaurants : un « self » ou un restaurant « traditionnel » avec service à la place. On admet que tous les employés mangent chaque jour dans l'un des deux restaurants. On a constaté que :

- si un employé mange au « self » un jour donné, alors le lendemain il y mange également avec une probabilité de $0,8$;
- si un employé mange dans le restaurant « traditionnel » un jour donné, alors le lendemain il change pour le « self » avec une probabilité de $0,4$.

On choisit au hasard un employé de la zone commerciale.
Si n est un entier naturel non nul, on appelle s_n la probabilité que l'employé choisi mange au « self »le n-ième jour, et par $t_n = 1 - s_n$ la probabilité qu'il mange au restaurant « traditionnel » le n-ième jour.
Pour l'état initial, on admet que $s_1 = t_1 = 0,5$, c'est-à-dire que le premier jour, les probabilités de choix du « self » ou du restaurant « traditionnel » sont égales.
Dans la suite, pour tout entier naturel n non nul, on note P_n la matrice $P_n = \begin{pmatrix} s_n & t_n \end{pmatrix}$.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste.
2. Justifier l'égalité matricielle $P_{n+1} = P_n \times M$ où M désigne la matrice $\begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$ et n un entier naturel non nul.
3. Déterminer la probabilité que l'employé tiré au sort mange au « self » le deuxième jour.
4. Déterminer l'état probabiliste stable et l'interpréter.
5. Démontrer que pour tout entier nature n non nul, on a : $s_{n+1} = \dfrac{2}{5}s_n + \dfrac{2}{5}$.
6. Dans la suite, pour tout entier naturel n non nul, on pose : $u_n = s_n - \dfrac{2}{3}$.
   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{5}$ et de premier terme $u_1 = -\dfrac{1}{6}$.
   b. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n, où n est un entier naturel non nul.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n non nul, $s_n = -\dfrac{1}{6} \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1} + \dfrac{2}{3}$.
   d. Déterminer la limite de la suite (s_n) quand n tend vers $+\infty$ et interpréter ce résultat.

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Afin de mesurer l'évolution de l'utilisation du vélo, une communauté urbaine organise le comptage régulier des vélos en plusieurs points de l'agglomération. Le tableau ci-dessous indique le nombre moyen, sur un mois, de vélos comptés par jour.

Mois	Mars 2005	Juin 2005	Décembre 2005	Juin 2006	Décembre 2006	Juin 2007
Rang du mois : x_i	0	3	9	15	21	27
Nombre moyen de vélos comptés par jour (en milliers) : y_i	3,9	4,4	5,1	6,4	7,1	7,6

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal.
   On prendra pour unités graphiques : en abscisse, 1 centimètre pour représenter 3 mois et en ordonnées, 1 centimètre pour représenter 1 millier.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer sur la représentation graphique.
3. Déterminer, en utilisant la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients obtenus à 10^{-2} près.
   Tracer la droite d'ajustement sur la représentation graphique.
4. À l'aide de l'ajustement réalisé, déterminer une estimation du nombre moyen de vélos que l'on pouvait prévoir par jour au mois de décembre 2007 (on arrondira le résultat à 10^{-1}).
5. On sait qu'en décembre 2007, le nombre moyen de vélos observés a été de 7 600. Déterminer, en pourcentage, l'erreur commise dans l'estimation précédente.

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5 ; 18]$ par :

$$f(x) = 4\ln(3x+1) - x + 3$$

Le graphique de l'annexe donne la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f.

1. On note f' la fonction dérivée de f sur $[0,5 ; 18]$. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0,5 ; 18]$, on a :
$$f'(x) = \frac{-3x+11}{3x+1}.$$
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[0,5 ; 18]$.
3. Vérifier que l'équation $f(x) = 6$ admet une unique solution dans $[0,5 ; 18]$, que l'on note α.
   Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près par défaut.
4. On note F la fonction définie sur l'intervalle $[0,5 ; 18]$ par :
$$F(x) = \frac{4}{3}(3x+1)\ln(3x+1) - \frac{x^2}{2} - x.$$
   a. Vérifier que F est une primitive de f sur $[0,5 ; 18]$.

b. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_1^8 f(x)\,\mathrm{d}x$ et donner une valeur approchée de cette intégrale à 10^{-1} près.

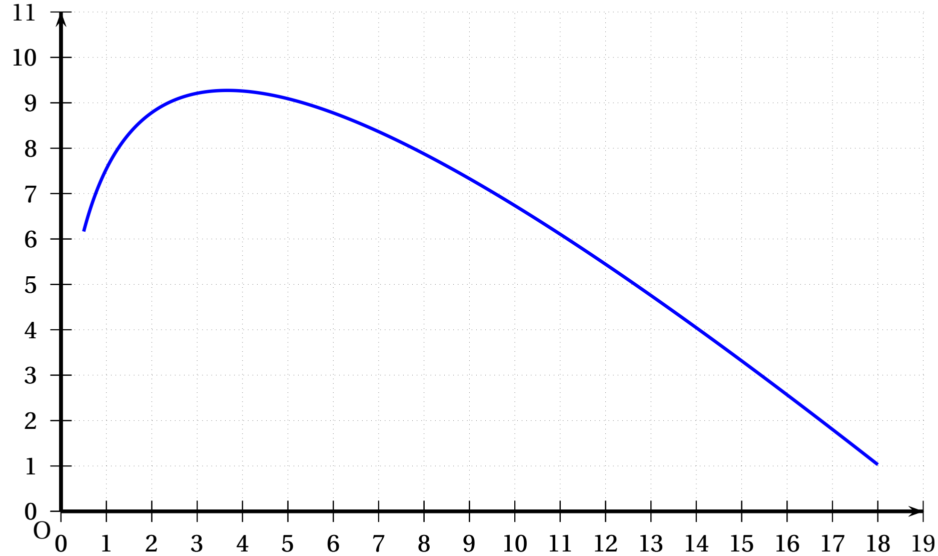
Partie B

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On admet que le bénéfice réalisé par une entreprise lorsqu'elle fabrique x centaines de pièces est égal à $f(x)$, en milliers d'euros, pour une production comprise entre 50 pièces et 1 800 pièces.
En utilisant les résultats précédents et en justifiant, répondre aux questions suivantes.

1. Pour quelle quantité de pièces produites, arrondie à l'unité, l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice, arrondi à la dizaine d'euros ?
2. Pour quelles quantités de pièces produites, l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice supérieur ou égal à 6 000 euros ?
3. Déterminer la valeur moyenne du bénéfice lorsque la production varie entre 100 et 800 pièces. On donnera une valeur approchée de ce bénéfice à 100 euros près.

ANNEXE



Baccalauréat ES Métropole 14 septembre 2012

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions suivantes) une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie correspondante.

La fonction f est définie sur l'ensemble des nombres réels par

$$f(x) = \mathrm{e}^x - x + 1.$$

:
On admet qu'elle est dérivable sur l'ensemble des nombres réels.
On appelle Γ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

1. L'image de $\ln 2$ par la fonction f est :

- $\frac{1}{2} + \ln 2$
- $-1 + \ln 2$
- $3 - \ln 2$
- $1 - 2\ln 2$

2. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe Γ au point d'abscisse 1 est :

- $\mathrm{e} - 1$
- e
- $1 - \mathrm{e}$
- 0

3. La limite de la fonction f en $-\infty$ est :

- $-\infty$
- 0
- $+\infty$
- 1

4. Une primitive sur l'ensemble des nombres réels de la fonction f est la fonction F définie sur l'ensemble des nombres réels par :

- $F(x) = \mathrm{e}^x - 1$
- $F(x) = \mathrm{e}^x - \frac{1}{2}x^2 + x$
- $F(x) = \mathrm{e}^{2x} - \frac{1}{2}x^2 + x$
- $F(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - 1$

5. L'inéquation $f(x) \leqslant 1$ admet sur l'ensemble des nombres réels :

- Aucune solution
- Une solution
- Deux solutions

- Une infinité de solutions

EXERCICE 2 **5 points**

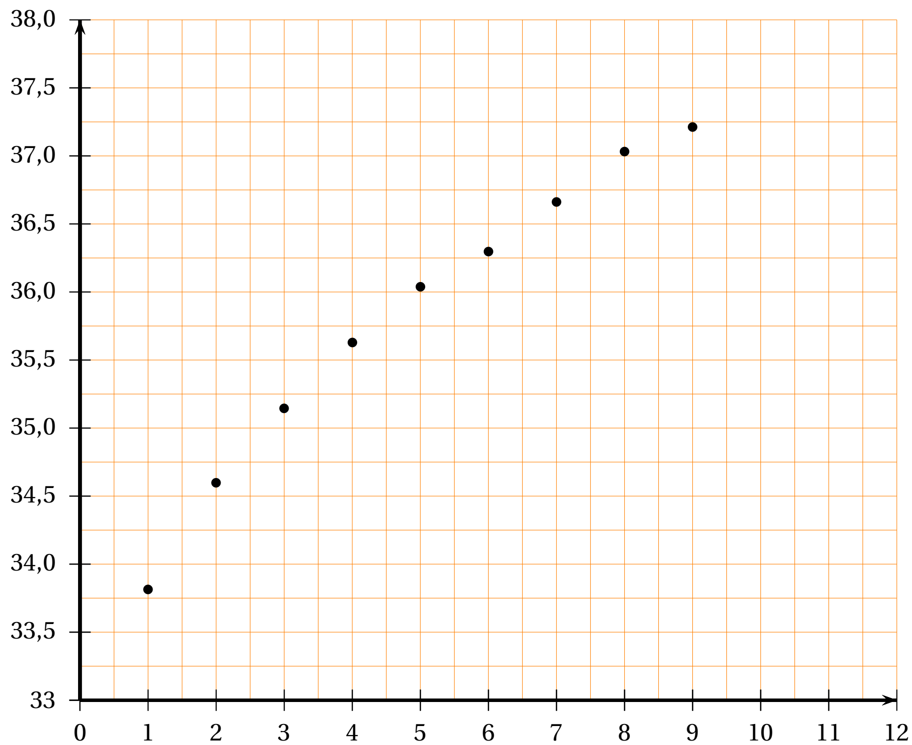
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne la structure du parc automobile français (véhicules particuliers et véhicules utilitaires) au premier janvier de chaque année, entre 2001 et 2009, en millions de véhicules.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre de voitures y_i	33,813	34,597	35,144	35,628	36,039	36,298	36,661	37,033	37,212

Source : CCFA (statistiques de la construction automobile) juin 2010

Le nuage de points $M_i\left(x_i~;~y_i\right)$ pour i entier variant de 1 à 9, est représenté ci-dessous dans un repère orthogonal.



Partie A : un premier ajustement

L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement affine.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients a et b seront arrondis à 10^{-3}). :
2. Tracer sur l'annexe à rendre avec la copie, la droite D d'ajustement affine.

Partie B : un deuxième ajustement

La fonction f est définie pour tout réel x de l'intervalle $[1~;~13]$ par :

$$f(x) = -0,03x^2 + 0,712x + 33,222.$$

On suppose que f modélise sur l'intervalle $[1~;~13]$ l'évolution du nombre de véhicules du parc automobile exprimé en millions.

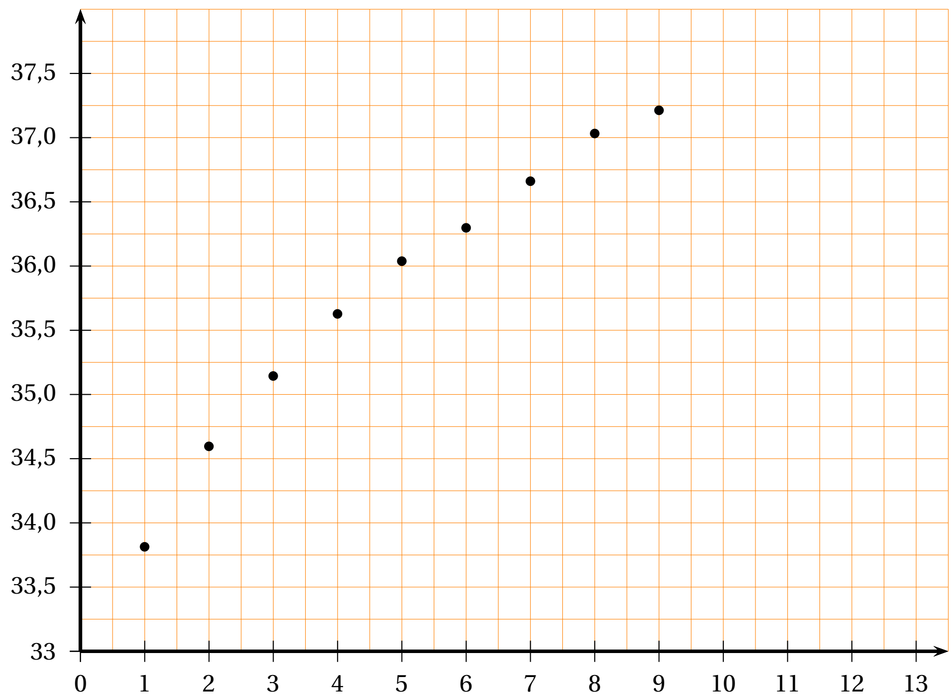
1. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 13]$.

2. Tracer sur l'annexe à rendre avec la copie, dans le même repère, la courbe C représentative de la fonction f.

Partie C : comparaison des deux ajustements

Le premier janvier 2010, le nombre de véhicules du parc automobile était de $37,438$ millions. Lequel de ces deux ajustements donne l'estimation la plus proche de la réalité ?

Annexe de l'exercice 2 à rendre avec la copie



Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour jouer sur internet à un certain jeu la souscription d'un abonnement annuel est obligatoire.
À partir d'un sondage, on prévoit que :

— 80 % des abonnés renouvellent chaque année leur abonnement,

— le nombre de nouveaux abonnés sera de 20 000 tous les ans.

1. Au premier janvier 2012, on comptait 50 000 abonnés à ce jeu en ligne.
Selon ce modèle, justifier qu'au premier janvier 2013 le nombre d'abonnés sera égal à 60 000.

2. **a.** Justifier que le nombre d'abonnés au premier janvier de l'année $2012+n$ est modélisé par la suite (a_n) définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcll} a_0 & = & 50000 & \\ a_{n+1} & = & 0,8a_n+20000 & \text{pour tout entier naturel } n \end{array}\right.$$

b. Calculer a_2 et a_3.

c. Sur le graphique situé en annexe, à rendre avec la copie, on a représenté dans le plan muni d'un repère orthonormal les droites D d'équation $y=x$ et Δ d'équation $y=0,8x+20000$.
Sur l'axe des abscisses, représenter a_0 puis construire a_1, a_2, a_3, a_4 en utilisant les représentations graphiques des deux droites précédentes.
Laisser apparents les traits de construction.

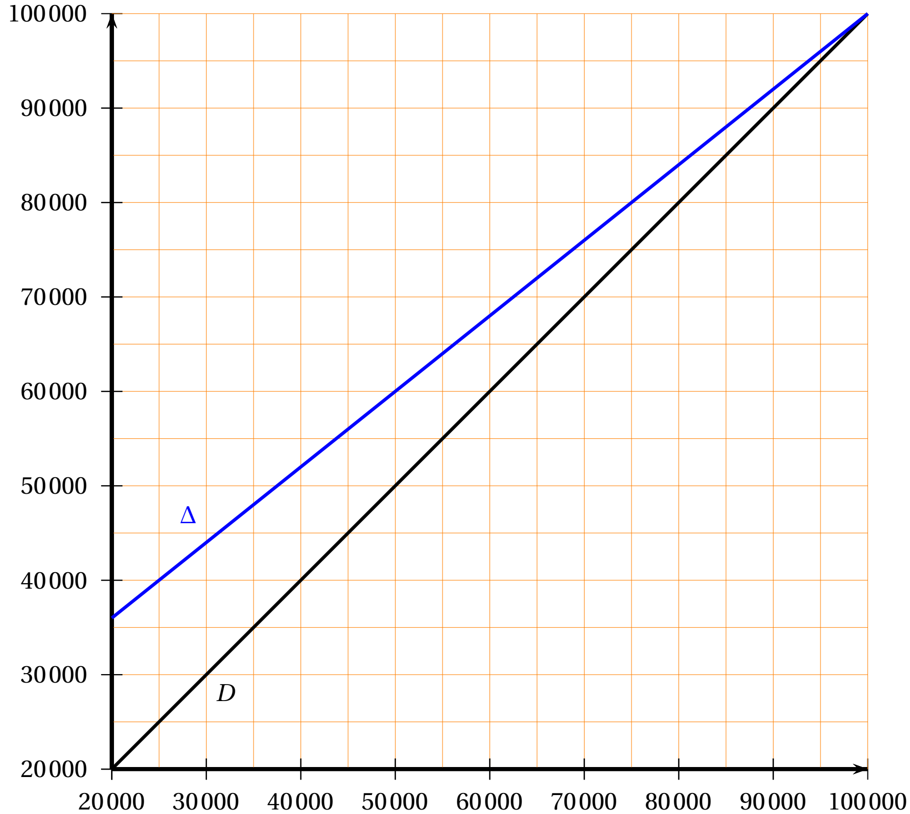
d. En s'appuyant sur une observation graphique, émettre une conjecture sur la limite de la suite (a_n).

3. On admet que pour tout nombre entier naturel n, $a_n = 100000-50000\times 0,8^n$.

a. Déterminer la limite de la suite (a_n).

b. *Toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
En utilisant ce modèle, donner une estimation de l'année à partir de laquelle, au premier janvier, le nombre d'abonnés à ce jeu sera supérieur à 95 000.

Annexe de l'exercice 2 (spécialité) à rendre avec la copie



EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le service qualité d'une entreprise textile contrôle systématiquement la texture et la couleur des tissus qu'elle produit.
Pour être déclaré de « qualité supérieure » un tissu doit subir avec succès les deux contrôles : le premier sur la texture, le second sur la couleur.
À cette fin, le service qualité effectue une étude statistique sur la production d'un mois. Cette étude a montré que :

- 90 % des tissus passent le contrôle sur la texture avec succès.
- Parmi ceux qui ne passent pas avec succès ce premier contrôle, 40 % ont passé le deuxième contrôle sur la couleur avec succès.
- 80 % des tissus sortant de cette entreprise sont déclarés de « qualité supérieure ».

Une machine de contrôle de qualité prélève au hasard un échantillon d'un des tissus produits par cette entreprise pendant le mois d'étude.
On considère les évènements suivants :

- T : « l'échantillon de tissu prélevé passe avec succès le premier contrôle sur la texture »,
- C : « l'échantillon de tissu prélevé passe avec succès le deuxième contrôle sur la couleur »,
- S : « l'échantillon de tissu prélevé est déclaré de qualité supérieure ».

Ainsi $S = T \cap C$.

Rappels de notation : Soient A et B deux évènements

- *la probabilité de l'évènement A est notée $p(A)$;*
- *si $p(B) \neq 0$, $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé ;*
- *l'évènement contraire de l'évènement A est noté $\overline{A}$.*

1. À l'aide de l'énoncé, construire un arbre de probabilité décrivant la situation. Il sera complété au cours de la résolution de l'exercice. :
2. Démontrer que $p_T(C) = \dfrac{8}{9}$. :
3. Interpréter l'évènement $\overline{T} \cap \overline{C}$, puis calculer la probabilité de cet évènement.
4. Démontrer que la probabilité de l'évènement : « l'échantillon de tissu prélevé ne passe pas avec succès le contrôle sur la couleur » est égale à 0,16.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une coopérative fabrique une huile précieuse qu'elle commercialise au prix de 100 euros le litre. Sa capacité maximale de production journalière est de 10 litres.
Le coût de production journalier pour la fabrication de cette huile précieuse est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$C(x) = 300\ln(x+1)$$

où x désigne la quantité d'huile produite exprimée en litres et $C(x)$ son coût de production journalier exprimé en euros.
La recette journalière de cette coopérative est modélisée par la fonction R définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$R(x) = 100x.$$

où x désigne la quantité d'huile exprimée en litre, produite et vendue, et $R(x)$ sa recette journalière exprimée en euros.
On suppose que toute la production d'un jour est vendue le même jour.

1. Étudier le sens de variation de la fonction C sur l'intervalle $[0 ; 10]$.
2. Construire, sur une feuille de papier millimétré à rendre avec la copie, Γ et Γ' les représentations graphiques respectives des fonctions C et R dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :
   - 1 cm pour un litre sur l'axe des abscisses,
   - 1 cm pour 100 euros sur l'axe des ordonnées.
3. La fonction B est définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par $B(x) = R(x) - C(x)$.
   Elle est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 10]$, et on note B' sa fonction dérivée.
   a. Établir que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 10]$,
   $$B'(x) = \frac{100x - 200}{x + 1}.$$
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 10]$.
   c. Démontrer que l'équation $B(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[2 ; 10]$.
   Donner une valeur approchée du nombre réel α à 10^{-1} près.
   d. En déduire l'étude du signe de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 10]$.
4. Lorsque $B(x)$ est positif, l'entreprise réalise un bénéfice. Lorsque $B(x)$ est négatif, l'entreprise est en déficit.
   a. Déterminer la quantité journalière minimale d'huile, au décilitre près, à produire et à vendre pour que la coopérative réalise un bénéfice journalier positif.
   b. Préciser, à l'euro près, le bénéfice journalier maximal que peut réaliser cette coopérative.
   c. À l'aide du graphique tracé à la question 2, interpréter les résultats des questions 4 a et 4 b.

Baccalauréat ES Polynésie 13 septembre 2012

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous représente l'évolution de l'indice du PIB de la Chine de 1985 à 2005, base 100 en 1985

année	1985	1988	1991	1994	1997	2000	2003	2005
Rang de l'année : x_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	0	3	6	9	12	15	18	20
Indice du PIB : y_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	100	131,29	172,38	226,32	297,15	390,13	512,22	614,16

Source : Banque Mondiale

On veut étudier l'évolution de l'indice du PIB y en fonction du rang de l'année x.

1. **a.** Représenter le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ $(1 \leqslant i \leqslant 8)$ associé à cette série dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :
   sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 1 année ;
   sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 50.

   b. Un ajustement affine semble t-il approprié ?
2. Pour $1 \leqslant i \leqslant 8$, on pose $z_i = \ln y_i$. Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs de z_i seront arrondies au centième).

Rang de l'année : x_i, $1 \leqslant i \leqslant 8$	0	3	6	9	12	15	18	20
$z_i = \ln y_i$, $1 \leqslant i \leqslant 8$								

3. Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième). Aucune justification n'est demandée. :
4. En déduire une estimation de l'indice du PIB de la Chine en 2012 d'après cet ajustement.
5. Dans le cas général donner un ajustement exponentiel de y en fonction de x, sous la forme $y = a\mathrm{e}^{bx}$, les coefficients a et b étant arrondis au centième.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes

PARTIE A

Le tableau ci-dessous donne la récolte de bois en France en 2005 en milliers de m^3 suivant que l'on a affaire à des feuillus ou des conifères destinés au bois d'œuvre ou au bois d'industrie.

	Feuillus	Conifères	Total
Bois d'œuvre	6 076	14 803	20 879
Bois d'industrie	5 413	6 805	12 218
Total	11 489	21 608	33 097

Source : Ministère de l'Agriculture et de la Pêche - SCEES 2005

Dans cette partie, les pourcentages seront arrondis à 1 %.

À l'aide du tableau ci-dessus :

1. Déterminer le pourcentage de feuillus dans la récolte totale.

2. Déterminer, parmi les conifères, le pourcentage de bois destiné à l'industrie.

PARTIE B

Chez un grossiste, les quatre catégories « feuillu - bois d'œuvre », « feuillu - bois d'industrie », « conifère - bois d'œuvre » et « conifère - bois d'industrie » sont réparties chacune dans différents lots de même volume.
On sait par ailleurs que :

- 70 % des lots sont du bois de conifère ;
- Parmi les lots de feuillus, 45 % sont destinés à l'industrie ;

Le grossiste prélève au hasard un lot (on suppose que tous les lots ont la même chance d'être choisis).
On considère les évènements :

F : « le lot est constitué de feuillus »,
C : « le lot est constitué de conifères »,
I : « le lot est destiné à l'industrie ».

1. Traduire toutes les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré (on ne demande aucune explication). :

La probabilité qu'un lot pris au hasard soit destiné au bois d'œuvre est de $0,585$.

2. Déterminer la probabilité de l'évènement $I \cap C$. Interpréter ce résultat. :
3. Le lot pris au hasard est destiné à l'industrie. Quelle est la probabilité qu'il soit constitué de conifères ?
4. Quatre lots sont prélevés au hasard. Vue la grande quantité de lots présents chez le grossiste, on peut assimiler ce prélèvement à une succession de quatre tirages identiques et indépendants.

   Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins un lot constitué de bois d'œuvre.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le centre commercial Commerce Plus est implanté dans une ville. La première semaine, 80 % des habitants de la ville viennent faire leurs achats dans ce centre commercial, puis on constate dans les semaines suivantes que :

- la probabilité qu'un habitant étant venu faire des achats dans le centre commercial y retourne la semaine suivante est égale à $0,55$;
- la probabilité qu'un habitant n'étant pas venu faire des achats dans le centre commercial y aille la semaine suivante est égale à $0,6$.

On cherche à étudier l'évolution de la répartition des visites des habitants dans le centre commercial sur plusieurs semaines.

1. On note A l'état : « l'habitant vient faire ses courses au centre commercial ».

   On note B l'état : « l'habitant ne vient pas faire ses courses au centre commercial ».

   a. Représenter la situation ci-dessus par un graphe probabiliste.

   b. On note M la matrice de transition de ce graphe.

   Vérifier que $\mathrm{M} = \begin{pmatrix} 0,55 & 0,45 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$.

2. On appelle $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice traduisant la répartition des habitants selon leur venue au centre commercial au cours de la n-ième semaine :

   - a_n représente la proportion d'habitants qui vient faire ses courses au centre commercial au cours de la n-ième semaine,
   - b_n représente la proportion d'habitants qui ne vient pas faire ses courses au centre commercial au cours de la n-ième semaine.

Ainsi, on a $P_1 = (0,8 \quad 0,2)$. :

a. Calculer P_2 et P_3.

b. Donner une interprétation de P_3 en termes de répartition des habitants.

3. Soit $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ la matrice ligne de l'état probabiliste stable.

a. Déterminer x et y. On donnera les valeurs exactes, puis les résultats arrondis au centième.

b. Interpréter ces résultats.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique un produit chimique. Elle peut en produire x mètres cube chaque jour ; on suppose que x appartient à l'intervalle $[1 ; 6]$.

Le coût total de production C_T, exprimé en milliers d'euros, est fonction de la quantité produite x :

$$C_T(x) = \frac{x^2}{2} + 4\ln x + 5,6 \quad \text{pour} x \in [1 ; 6].$$

:

1. Vérifier que la fonction C_T est strictement croissante sur l'intervalle $[1 ; 6]$.

2. On note $C_M(x)$ le coût moyen de production en milliers d'euros du mètre cube pour une production journalière de x mètres cube, avec $x \in [1 ; 6]$.

On rappelle que $C_M(x) = \dfrac{C_T(x)}{x}$.

a. Écrire l'expression de $C_M(x)$ en fonction de x.

b. On admet que la fonction C_M est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 6]$ et on appelle C'_M sa fonction dérivée.

Calculer $C'_M(x)$, et vérifier que $C'_M(x) = \dfrac{x^2 - 3,2 - 8\ln x}{2x^2}$ pour tout x de l'intervalle $[1 ; 6]$. :

3. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 6]$ par $f(x) = x^2 - 3,2 - 8\ln x$.

a. On admet que f est dérivable sur $[1 ; 6]$. Étudier les variations de f sur $[1 ; 6]$.

b. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique α dans $[2 ; 6]$; déterminer une valeur approchée par excès à 10^{-1} près de α.

c. En déduire le signe de $f(x)$ sur $[1 ; 6]$ (on ne demande pas de justification).

4. On prendra pour α la valeur approchée trouvée à la question 3. b.

a. En utilisant les résultats de la question 3., étudier le sens de variation de la fonction C_M sur $[1 ; 6]$. Construire son tableau de variation (les valeurs dans le tableau seront arrondies au dixième).

b. Quel est le coût moyen minimal de production du mètre cube de produit ?

5. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Comment faut-il choisir le prix de vente du mètre cube de produit pour que l'entreprise puisse faire des bénéfices quelle que soit la production choisie dans l'intervalle donné ?

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$. On note f' sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative, représentée en ANNEXE 1 dans un repère orthonormé. On appelle (T) la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A de coordonnées $(0\ ;\ -1)$.
On admet que la fonction f admet un maximum en $x = 3$.

Partie A

Cette partie est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte. Pour chacune des questions, indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Il n'est pas demandé de justification. :
Dans cette première partie, une réponse exacte rapporte $0,5$ *point; une réponse fausse enlève* $0,25$ *point; l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.*

Question 1 :

- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

Question 2 : sur l'intervalle $[-1\ ;\ 7]$ $f'(x)$ vérifie :

- $f'(x) > 0$ sur $]1\ ;\ 7]$
- $f'(x) < 0$ sur $[-1\ ;\ 0]$
- $f'(x) < 0$ sur $]3\ ;\ 7]$

Question 3 : l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A est :

- $y = -1$
- $y = x + 1$
- $y = 1,5x - 1$

Question 4 :

- $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x = f(4) - f(2)$
- $0,5 \leqslant \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 1,5$
- $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ n'existe pas.

Partie B

On considère la fonction g définie et dérivable sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$, telle que

$$g(x) = (-2x - 2) \times \mathrm{e}^{-0,5x}$$

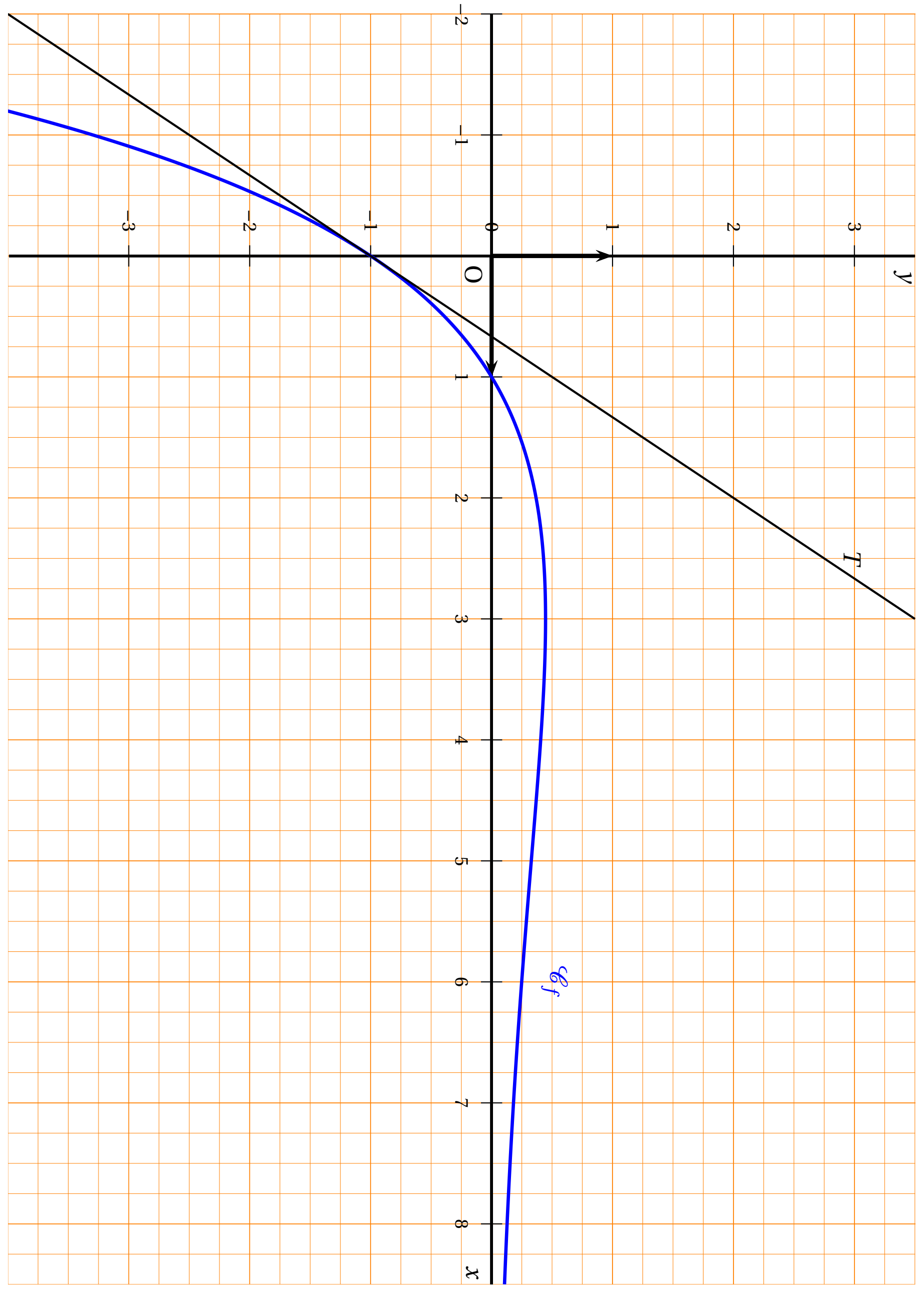
:
On note g' sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $g'(x) = (x - 1) \times \mathrm{e}^{-0,5x}$. :
2. Étudier le signe de g' sur $\mathbb{R}$ et en déduire les variations de g sur $\mathbb{R}$.
3. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$. (On utilisera le résultat suivant : $\lim\limits_{x \to +\infty} x\mathrm{e}^{-0,5x} = 0$).
4. Construire la courbe représentative de g, notée $\mathscr{C}_g$, dans le repère fourni en ANNEXE 1 (sur lequel est construite $\mathscr{C}_f$).
5. Donner graphiquement un encadrement par deux entiers consécutifs des coordonnées de I, point d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
6. On admet maintenant que $g' = f$.
   Déterminer par le calcul les coordonnées exactes du point I.
7. Calculer la valeur moyenne de f sur $[0 ; 1]$; on donnera d'abord sa valeur exacte puis sa valeur approchée à 10^{-2} près. :

ANNEXE 1

À rendre avec la copie

Exercice 4



∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud 14 novembre 2012 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Exercice 1 **3 points**
Commun à tous les candidats

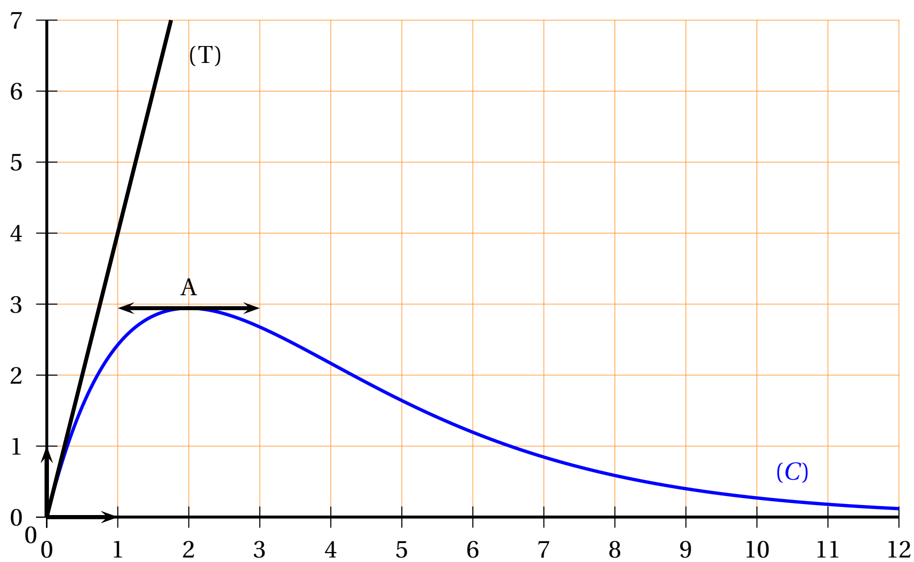
QCM *Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Le candidat portera sur sa copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 0,5 *point. Une réponse inexacte ou l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.*

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On donne ci-dessous, dans un repère orthonormé $\left(O\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, la courbe représentative $(\mathcal{C})$ d'une fonction définie et dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$. On sait que :

— la courbe $(\mathcal{C})$ passe par les points O$(0\,;0)$ et A$\left(2\ ;\ \dfrac{8}{\text{e}}\right)$,
— la tangente à $(\mathcal{C})$ en O est la droite (T) qui passe par le point de coordonnées $(1\,;4)$,
— la tangente à $(\mathcal{C})$ en A est parallèle à l'axe des abscisses,
— l'axe des abscisses est asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$ en $+\infty$.



1. La limite de f en $+\infty$ est :

a. 0 **b.** $-\infty$ **c.** $+\infty$

2. Le nombre $f'(0)$ vaut :

a. -1 **b.** 0 **c.** 4

3. L'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ a pour ensemble de solutions :

a. $[0\ ;\ +\infty[$ **b.** $[0\,;2]$ **c.** $[0\,;2[$

Partie B

1. Soit g la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, par $g(x) = x\text{e}^{-2x}$. La dérivée de la fonction g est : :

   a. $g'(x) = -2\text{e}^{-2x}$ **b.** $g'(x) = (1-2x)\text{e}^{-2x}$ **c.** $g'(x) = \text{e}^{-2x}$

2. La valeur exacte de $\displaystyle\int_0^1 \text{e}^{-2x}\text{d}x$ est : : **a.** $\dfrac{1}{2}\left(1-\text{e}^{-2}\right)$ **b.** $\text{e}^{-2}-1$ **c.** $-\dfrac{1}{2}\left(1+\text{e}^{-2}\right)$

3. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[1;3]$ par $h(x) = \dfrac{1}{x}$. La valeur moyenne de la fonction h sur $[1;3]$ est : : **a.** $\ln 3$ **b.** $\dfrac{2}{3}$ **c.** $\ln\left(\sqrt{3}\right)$

EXERCICE 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le nombre de licenciés à la fédération française de badminton.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre de licenciés (y_i)	70 589	79 049	85 712	91 782	96 706	108 762	114 725	115 643	124 894	134 886

Sources : Fédération Française de Badminton

1. Déterminer le pourcentage d'augmentation, arrondi à l'unité, du nombre de licenciés entre les années 2000 et 2009. :
2. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan (P) muni du repère orthogonal $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, défini de la façon suivante :
   — Sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on prendra 2 cm comme unité.
   — Sur l'axe des ordonnées, on placera 70 000 à l'origine et on prendra 1 cm pour 5 000 licenciés.
3. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer l'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients à l'unité. :

   b. En utilisant cet ajustement, calculer le nombre de licenciés que l'on peut prévoir en 2012.
4. On décide d'utiliser comme ajustement la courbe d'équation $y = k\text{e}^{px}$. On suppose que cette courbe passe par les points $M(0\ ;\ 70589)$ et $N(9\ ;\ 134886)$.
   Déterminer les réels k et p (on arrondira p au millième).
5. On utilise comme ajustement dans cette question, la courbe d'équation
   $y = 70589\text{e}^{0,072x}$.
   Utiliser cet ajustement pour estimer le nombre de licenciés en 2012 que l'on donnera arrondi à l'unité.

EXERCICE 3 — 5 points

Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pierre pratique la course à pied plusieurs fois par semaine. Il a trois parcours différents, notés A, B et C et deux types de séances d'entraînement : Endurance, notée E et Vitesse, notée V.
Chaque fois que Pierre va courir, il choisit un parcours (A, B ou C), puis un type d'entraînement (E ou V).

Si A et B désignent deux évènements d'une même expérience aléatoire, alors on notera $\overline{A}$ l'évènement contraire de A, $p(A)$ la probabilité de l'évènement A, et $p_A(B)$ la probabilité de l'évènement B sachant que A est réalisé, avec $p(A) \neq 0$.

Pierre va courir aujourd'hui. On considère les évènements suivants :

A : « Pierre choisit le parcours A »
B : « Pierre choisit le parcours B »
C : « Pierre choisit le parcours C »
E : « Pierre fait une séance d'endurance »
V : « Pierre fait une séance de vitesse »
On sait que :

- Pierre choisit le parcours A dans 30 % des cas et le parcours B dans 20 % des cas ;
- si Pierre choisit le parcours A, alors il fait une séance d'endurance dans 40 % des cas ;
- si Pierre choisit le parcours B, alors il fait une séance d'endurance dans 80 % des cas.

1. Faire un arbre de probabilité décrivant la situation ci-dessus.

2. a. Donner la valeur de $p_A(E)$. :

b. Calculer $p_B(V)$.

3. Déterminer la probabilité que Pierre choisisse le parcours C.

4. Déterminer la probabilité que Pierre choisisse le parcours A et une séance de vitesse.

5. On sait que $p(E) = 0,7$. Montrer que : $p(E \cap C) = 0,42$.

6. On sait que Pierre a choisi le parcours C. Quelle est la probabilité qu'il fasse une séance d'endurance ?

EXERCICE 3 **5 points**

Candidat ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un employé se rend à son travail en bus et, soit il n'est pas en retard, c'est-à-dire qu'il est à l'heure ou en avance, soit il est en retard.
Le 1$^{\text{er}}$ jour, la probabilité que cet employé arrive en retard est de $0,2$.

Pour les jours suivants :

S'il est en retard un jour donné, alors la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de $0,05$.
Si l'employé n'est pas en retard un jour donné, alors la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de $0,2$.

Pour tout entier naturel n non nul, on note

R_n l'évènement « l'employé est en retard à son travail le n-ième jour ».

H_n l'évènement « l'employé n'est pas en retard à son travail le n-ième jour ».

On note également, pour tout entier naturel n non nul :

- r_n la probabilité que l'employé soit en retard le n-ième jour,
- h_n la probabilité que l'employé ne soit pas en retard le n-ième jour,
- $P_n = (r_n \quad h_n)$ la matrice qui traduit l'état probabiliste au n-ième jour.

:

1. Déterminer l'état initial P_1.

2. a. Tracer un graphe probabiliste traduisant les données de l'énoncé. :

b. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe.

3. Quelle est la probabilité que cet employé soit en retard le 3$^{\text{e}}$ jour. On donnera le résultat avec une valeur arrondie au centième.

4. Soit $P = (x \quad y)$ l'état probabiliste stable.

a. Montrer que x et y vérifient la relation $y = 0,95x + 0,8y$.

b. Déterminer l'état stable du système en arrondissant les valeurs au millième. Interpréter ces résultats.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = 10\ln(x+1) - x.$$

Partie A

On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

x	0		9		10
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f(9)$	$\searrow$	$f(10)$

1. Justifier le sens de variation de f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
2. Donner les valeurs de $f(9)$ et de $f(10)$ arrondies au centième.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 10$ admet dans l'intervalle $[0\,;\,9]$ une unique solution α. Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.
4. On considère la fonction F définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par :

   $$F(x) = (10x+10) \times \ln(x+1) - 10x - \frac{x^2}{2}.$$

   :

   Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

:

Partie B

Une entreprise fabrique des puces pour des téléphones portables. Le coût marginal pour une production de x centaines de puces ($0 \leqslant x \leqslant 10$) est donné en centaines d'euros par :

$$f(x) = 10\ln(x+1) - x.$$

:

1. En utilisant la **partie A**, déterminer le nombre de puces que l'entreprise doit fabriquer pour que le coût marginal soit maximum.
2. Pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, on note $C(x)$ le coût total de production, en centaines d'euros, de x centaines de puces.

   On assimile le coût marginal à la dérivée du coût total, c'est-à-dire que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, $C'(x) = f(x)$.

   Les coûts fixes s'élèvent à 1 500 euros, c'est-à-dire que $C(0) = 15$.

   Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,10]$,

   $$C(x) = (10x+10) \times \ln(x+1) - 10x - \frac{x^2}{2} + 15.$$

3. Étudier le sens de variation de la fonction C sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie 19 novembre 2012

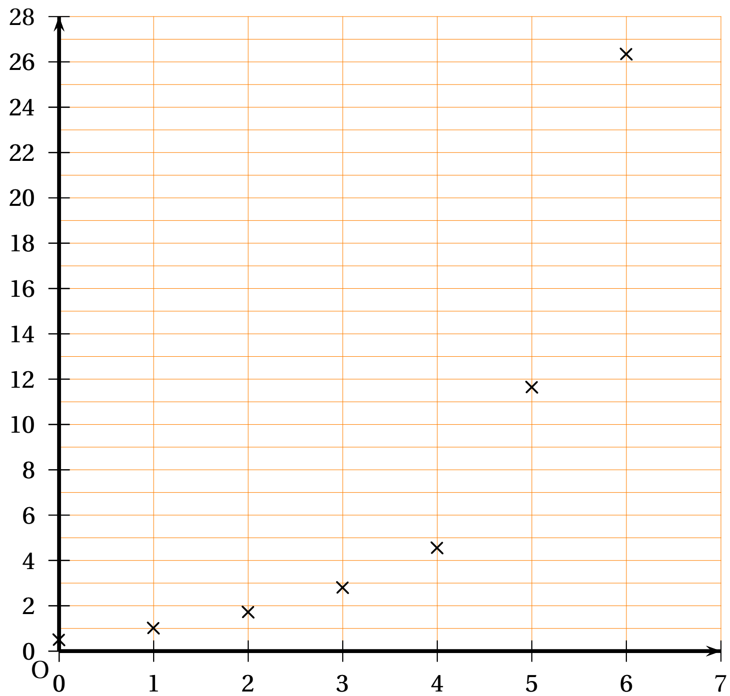
EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un article paru en 2008 dans le journal *Les Échos* indiquait les coûts (en milliards d'euros) des derniers Jeux Olympiques depuis 1984. Ces données sont résumées dans le tableau suivant :

Lieu	Los Angeles	Séoul	Barcelone	Atlanta	Sydney	Athènes	Pékin
Année	1984	1988	1992	1996	2000	2004	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Coût y_i	0,45	0,96	1,67	2,75	4,5	11,6	26,3

1. On a tracé ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_1\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal. Expliquer pourquoi un ajustement affine ne semble pas justifié.



2. Une première modélisation : ajustement exponentiel

Pour $0 \leqslant i \leqslant 6$, on pose $z_i = \ln y_i$.

a. Recopier le tableau ci-dessous et le compléter avec les valeurs z_i, arrondies au centième.

Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$							

b. A l'aide de la calculatrice, et en utilisant les données du tableau ci-dessus, donner une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $z = ax + b$ (les coefficients seront arrondis au millième). :

c. En déduire une approximation des coûts y, en milliards, sous la forme $y = Ae^{Bx}$ où les coefficients A et B seront arrondis au centième.

d. On suppose que cette modélisation reste acceptable jusqu'en 2012. Quelle estimation des coûts peut-on alors faire pour les Jeux Olympiques de Londres de 2012 (le résultat sera arrondi au milliard).

3. Une deuxième modélisation :
   a. Trouver le pourcentage d'augmentation des coûts entre 1984 et 1988. :
   b. Justifier qu'entre 1984 et 2008 le pourcentage moyen d'augmentation par olympiade (période de 4 ans), arrondi à l'unité, est de 97 %.
   c. Si cette évolution des coûts continue suivant la même progression, donner une estimation des coûts pour les Jeux Olympiques de Londres en 2012 (le résultat sera arrondi au milliard).
4. Un journal anglais a déclaré que les coûts des Jeux Olympiques de Londres approcheraient les 45 milliards d'euros. Laquelle des deux modélisations semble la plus cohérente avec cette affirmation ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une enquête a été réalisée auprès de français s'étant rendus à Londres pour des raisons touristiques.
Cette enquête révèle que, pour se rendre dans la capitale anglaise,
30 % de ces touristes ont utilisé l'avion,
50 % ont utilisé le train passant par le tunnel sous la Manche
et les autres touristes ont traversé la Manche par bateau.
Sur l'ensemble de tous les touristes interrogés, 40 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.
Parmi les touristes interrogés ayant utilisé l'avion, 20 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine et parmi ceux qui ont choisi le train, 60 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.
On interroge au hasard un touriste ayant répondu à l'enquête. On suppose que chaque touriste avait la même probabilité d'être choisi.
On note :

- A l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en avion ».
- T l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en train ».
- B l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en bateau ».
- S l'évènement « Le touriste interrogé est resté en Angleterre plus d'une semaine ».

1. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau pour se rendre en Angleterre.
2. a. Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement $A \cap S$.
   b. Déterminer les probabilités $p(A \cap S)$ et $p(T \cap S)$. (On pourra utiliser un arbre pondéré).
3. Montrer que $P(B \cap S) = 0,04$.
4. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau sachant qu'il est resté plus d'une semaine en Angleterre.
5. On interroge au hasard 3 touristes ayant répondu à l'enquête de façon indépendante. On suppose que le nombre de personnes ayant répondu à l'enquête est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard à un tirage avec remise. :

   Déterminer la probabilité que parmi ces trois touristes se trouve un seul touriste étant resté en Angleterre plus d'une semaine.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Afin d'être performant lors d'une grande compétition, Christophe, champion d'athlétisme spécialiste du sprint, s'entraine chaque jour de l'année et réalise quotidiennement une course à pleine vitesse sur 100 mètres en tentant de courir en moins de 10 secondes.
On constate que :

- S'il réalise moins de 10 secondes sur 100 mètres un jour, la probabilité qu'il réalise moins de 10 secondes sur 100 mètres le lendemain est égale à $0,75$.
- S'il ne réalise pas moins de 10 secondes sur 100 mètres un jour, la probabilité qu'il réalise moins de 10 secondes sur 100 mètres le lendemain est égale à $0,5$.

Le premier jour de l'année, Christophe n'a pas réussi à réaliser moins de 10 secondes sur sa course à pleine vitesse.
Soit n un entier naturel non nul. On note :

- a_n, la probabilité que Christophe réalise moins de 10 secondes le n-ième jour.
- b_n, la probabilité que Christophe ne réalise pas moins de 10 secondes le n-ième jour.
- $P_n = (a_n \quad b_n)$, la matrice ligne traduisant l'état probabiliste le n-ième jour.

1. Écrire la matrice ligne P_1 de l'état probabiliste initial.
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B (A représentant l'état « Christophe réalise moins de 10 secondes au 100 mètres », B représentant l'état « Christophe ne réalise pas moins de 10 secondes au 100 mètres »).
3. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en considérant les états dans l'ordre alphabétique.
4. Déterminer la matrice ligne P_3. Comment peut-on interpréter ce résultat pour Christophe ?
5. Soit $P = (a \quad b)$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste stable.

   a. Justifier que a et b vérifient le système $\left\{\begin{array}{rcl} 0,25a - 0,5b &=& 0 \\ a + \quad b &=& 1 \end{array}\right.$.

   b. Lors d'une interview à un journaliste sportif, Christophe déclare : « Au vu de tous les entrainements effectués pour me préparer à ce grand évènement je suis confiant et je pense avoir deux chances sur trois de pouvoir réaliser moins de 10 secondes sur 100 mètres lors de la compétition ».
   Cette affirmation vous paraît-elle justifiée ?

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[3 ; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x}{x + 5\ln x}$$

1. On rappelle que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. Montrer que la limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à 1.
2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Montrer que pour tout x de l'intervalle $[3 ; +\infty[$ on a $f'(x) = \dfrac{5(\ln x - 1)}{(x + 5\ln x)^2}$.
3. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur $[3 ; +\infty[$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur cet intervalle.
4. Montrer que sur l'intervalle $[3 ; 50]$ l'équation $f(x) = 0,5$ possède une unique solution α puis, à l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à l'entier supérieur par excès de α.

Partie B

L'organisation chargée de vendre les billets pour assister aux différentes épreuves d'un grand évènement sportif a mis en vente ces billets environ deux ans avant le début officiel des épreuves.
Une étude, portant sur la progression des ventes de ces billets, à partir du troisième jour de mise en vente, a permis de modéliser l'évolution des ventes des billets selon la fonction f étudiée dans la partie A.
La proportion des ventes effectuées par rapport à l'ensemble des billets) x jours après le début de la mise en vente, est donnée par la valeur $f(x)$, arrondie au millième, pour tout x entier de l'intervalle [3 ; 700].
Ainsi la valeur approchée de $f(3)$, arrondie au millième, est $0,353$; cela signifie que trois jours après le début de la mise en vente des billets, 35,3 % des billets étaient déjà vendus.

1. En utilisant la partie A, déterminer le nombre de jours nécessaires à la vente de 50 % de l'ensemble des billets.
2. On considère l'algorithme suivant (la fonction f est celle qui est définie dans la partie A).

Initialisation :	Affecter à X la valeur 3. Affecter à Y la valeur f(X).
Saisie :	Afficher « Entrer un nombre P compris entre 0 et 1 ». Lire P.
Traitement :	Tant que $Y < P$ - Affecter à X la valeur $X+1$. - Affecter à Y la valeur $f(X)$. Fin du Tant que
Sortie :	Afficher X.

   a. Si l'utilisateur de cet algorithme choisit $0,9$ comme valeur de P, la valeur de sortie de l'algorithme est 249. Que signifie ce résultat pour les organisateurs ?

   b. Si l'utilisateur de cet algorithme choisit $0,5$ comme valeur de P, quelle valeur de X apparaîtra à la sortie de l'algorithme ?

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et indiquer la réponse choisie.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Aucune justification n'est attendue.

On considère la fonction f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = x\mathrm{e}^{x}.$$

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Pour tout réel x on a :

   a. $f'(x) = \mathrm{e}^x$ **b.** $f'(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$ **c.** $f'(x) = (x+1)\mathrm{e}^x$

2. Le nombre de solutions réelles de l'équation $f(x) = 2x$ est

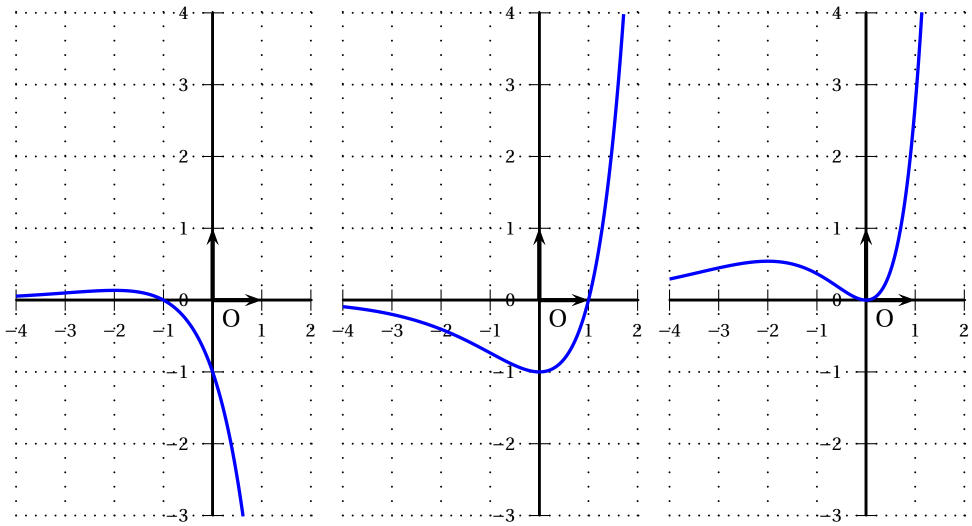
a. 0 **b.** 1 **c.** 2

3. La valeur exacte de $f(-\ln 2)$ est

a. $2\ln 2$ **b.** $-\dfrac{\ln 2}{2}$ **c.** $-0,346$

4. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique d'une primitive de la fonction f.

Laquelle ?



a. **b.** **c.**

Index

∽ Baccalauréat ES 2013 ∾

L'intégrale d'avril à novembre 2013

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

À la fin index des notions abordées

∾ Baccalauréat ES Pondichéry ∾
15 avril 2013

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
IL est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. La fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$ est une primitive de la fonction définie par :

   A : $f(x) = -x\mathrm{e}^{-x^2}$ **B :** $f(x) = -2x\mathrm{e}^{-x^2}$
   C : $f(x) = x\mathrm{e}^{-x^2}$ **D :** $f(x) = \mathrm{e}^{-2x}$

2. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (7x-23)\mathrm{e}^{x}$.
   L'équation $h(x) = 0$

   A : a pour solution $2,718$ **B :** a une solution sur $[0~;~+\infty[$
   C : a deux solutions sur $\mathbb{R}$ **D :** a une solution sur $]-\infty~;~0]$

3. On pose $I = \displaystyle\int_0^1 3\mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$.
   On peut affirmer que :

   A : $I = \mathrm{e}^3 - 1$ **B :** $I = 3\mathrm{e}^3 - 3$
   C : $I = 19,1$ **D :** $I = 1 - \mathrm{e}^3$.

4. La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 9x$ est convexe sur l'intervalle :

   A : $]-\infty~;~+\infty[$ **B :** $[0~;~+\infty[$
   C : $]-\infty~;~0]$ **D :** $[-3~;~3]$

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L.

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.
L'enquête révèle que 55 % des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

— L : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;
— C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'évènement $L \cap C$.
3. Montrer que $P(C) = 0{,}5675$.
4. Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'évènement L sachant l'évènement C réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.

   a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

   b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.

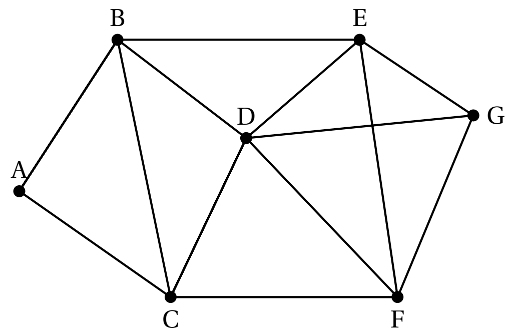
   c. Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

On considère le graphe Γ ci-dessous :

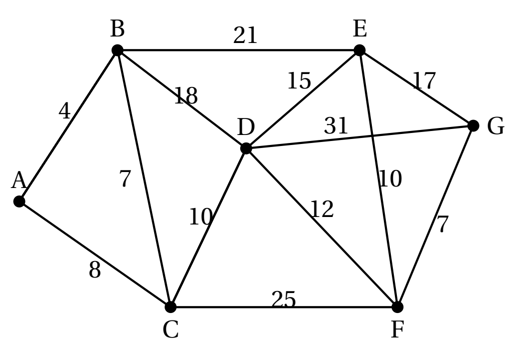


PARTIE A

1. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ? Justifier la réponse. Si oui donner une telle chaîne.
2. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ? Justifier la réponse. Si oui donner un tel cycle.
3. Donner la matrice M associée au graphe Γ. Les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique : A, B, C, D, E, F,G.

PARTIE B

Une région est munie d'un réseau de trains, représenté par le graphe Γ ci-dessous.
Les stations sont symbolisées par les sommets A, B, C, D, E, F et G. Chaque arête représente une ligne reliant deux gares. Les temps de parcours (correspondance comprise) en minutes entre chaque sommet ont été rajoutés sur le graphe.



1. Déterminer le plus court chemin en minutes, reliant la gare B à la gare G.
   Justifier la réponse grâce à un algorithme.
2. Quelle est la longueur en minutes de ce chemin ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le 1er janvier 2000, un client a placé 3 000 € à intérêts composés au taux annuel de 2,5 %.
On note C_n le capital du client au 1er janvier de l'année $2000 + n$, où n est un entier naturel.

1. Calculer C_1 et C_2. Arrondir les résultats au centime d'euro.
2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a la relation :

$$C_n = 3\,000 \times 1,025^n.$$

3. On donne l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un nombre S supérieur à 3 000
Traitement	Affecter à n la valeur 0. *Initialisation* Affecter à U la valeur 3 000 *Initialisation* Tant que $U \leqslant S$ n prend la valeur $n+1$ U prend la valeur $U \times 1,025$ Fin tant que
Sortie	Afficher le nombre $2000 + n$

   a. Pour la valeur $S = 3\,300$ saisie, recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de n	0	1	....	
Valeur de U	3 000		....	
Condition $U \leqslant S$	vrai		....	

   b. En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de S saisie est 3 300.

   c. Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme quand on saisit un nombre S supérieur à 3 000.

4. Au 1er janvier 2013, le client avait besoin d'une somme de 5 000 €. Montrer que le capital de son placement n'est pas suffisant à cette date. Déterminer, en détaillant la méthode, à partir du 1er janvier de quelle année le client pourrait avoir son capital initial multiplié par 10.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

La partie C peut être traitée indépendamment des parties A et B.

PARTIE A

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par

$$f(x) = 1 - (x+1)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Montrer que $f'(x) = x\mathrm{e}^{-x}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0,5$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
   Déterminer une valeur arrondie de α à 0,01.

3. On admet que la fonction F définie sur $[0\,;6]$ par $F(x) = x + (x+2)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f sur $[0\,;6]$. Donner la valeur exacte puis une valeur arrondie à 10^{-3} de $I = \displaystyle\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x$.

PARTIE B

Une entreprise lance la production de batteries pour véhicules électriques.
Une étude a modélisé le rythme de la production journalière sur les six premiers mois à l'aide de la fonction f définie dans la partie A pour x compris entre 0 et 6.
x représente le nombre de mois (de 30 jours) depuis le lancement du produit.
$f(x)$ représente la production journalière de batteries en milliers.

1. Exprimer en mois puis en jours le moment où la production atteindra $0,5$ millier soit 500 unités.

2. Déterminer une valeur arrondie à 10^{-3} de la valeur moyenne, exprimée en milliers, de la production sur les six premiers mois.

PARTIE C

Il est prévu que l'autonomie permise par ce type de batteries, sous certaines conditions de conduite, soit de 200 km.
Sur un parcours joignant une ville située à 160 km, on suppose que l'autonomie, exprimée en km, permise par ces batteries suit une loi normale d'espérance $\mu = 200$ et d'écart-type $\sigma = 40$.

1. Quelle est la probabilité, arrondie au centième, de ne pas atteindre cette ville ?

2. La probabilité de pouvoir faire l'aller-retour jusqu'à cette ville sans recharge des batteries est-elle supérieure à $0,01$? Justifier votre réponse.

∽ Baccalauréat ES Amérique du Nord 30 mai 2013 ∾

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question ci-après comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier pour chaque question la réponse exacte, on ne demande pas de justification.
Chaque réponse exacte rapportera 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Pour tout réel a non nul, le nombre réel $\mathrm{e}^{-\frac{1}{a}}$ est égal à :

a. $-\mathrm{e}^{\frac{1}{a}}$ **b.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{\frac{1}{a}}}$ **c.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{a}}$ **d.** e^{a}

2. Pour tout réel a, le nombre réel $\mathrm{e}^{\frac{a}{2}}$ est égal à :

a. $\sqrt{\mathrm{e}^{a}}$ **b.** $\dfrac{\mathrm{e}^{a}}{2}$ **c.** $\dfrac{\mathrm{e}^{a}}{\mathrm{e}^{2}}$ **d.** $\mathrm{e}^{\sqrt{a}}$

3. Pour tout réel $x < 0$, le nombre réel $\ln\left(-\dfrac{1}{x}\right)$ est égal à :

a. $\ln(x)$ **b.** $-\ln(-x)$ **c.** $-\ln(x)$ **d.** $\dfrac{1}{\ln(-x)}$

4. On donne la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x\ln(x)$.
La dérivée de f est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

a. $f'(x) = 1$ **b.** $f'(x) = \ln(x)$ **c.** $f'(x) = \dfrac{1}{x}$ **d.** $f'(x) = \ln(x) + 1$

EXERCICE 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

1. Une étude interne à une grande banque a montré qu'on peut estimer que l'âge moyen d'un client demandant un crédit immobilier est une variable aléatoire, notée X, qui suit la loi normale de moyenne 40,5 et d'écart type 12.

a. Calculer la probabilité que le client demandeur d'un prêt soit d'un âge compris entre 30 et 35 ans.

b. Calculer la probabilité que le client n'ait pas demandé un prêt immobilier avant 55 ans.

2. Dans un slogan publicitaire, la banque affirme que 75 % des demandes de prêts immobiliers sont acceptées.
Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 1 000 demandes choisies au hasard et de façon indépendante, associe la fréquence de demandes de prêt immobilier acceptées.

a. Donner un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de prêts acceptés par la banque.

b. Dans une agence de cette banque, on a observé que, sur les 1 000 dernières demandes effectuées, 600 demandes ont été acceptées.
Énoncer une règle de décision permettant de valider ou non le slogan publicitaire de la banque, au niveau de confiance 95 %.

c. Que peut-on penser du slogan publicitaire de la banque ?

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100 000 ouvrages au total.
Pour l'ouverture prévue le 1er janvier 2013, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

Partie A

Chaque année, la bibliothécaire est chargée de supprimer 5 % des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6 000 ouvrages neufs.
On appelle u_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2013 + n)$.
On donne $u_0 = 42$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.
2. On propose, ci-dessous, un algorithme, en langage naturel.
   Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

```
Variables :
    U, N
Initialisation :
    Mettre 42 dans U
    Mettre 0 dans N
Traitement :
    Tant que U < 100
        U prend la valeur U × 0,95 + 6
        N prend la valeur N +1
    Fin du Tant que
Sortie
Afficher N.
```

3. À l'aide de votre calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme.

Partie B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus.
On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2013 + n)$.

1. Identifier et écrire la ligne qu'il faut modifier dans l'algorithme pour prendre en compte ce changement.
2. On admet que $v_{n+1} = v_n \times 0,95 + 4$ avec $v_0 = 42$.
   On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier n, par $w_n = v_n - 80$.
   Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0.
3. On admet que, pour tout entier naturel n : $w_n = -38 \times (0,95)^n$.
   a. Déterminer la limite de (w_n).
   b. En déduire la limite de (v_n).
   c. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Léa est inscrite sur les réseaux sociaux et consulte régulièrement sa page.

On considère que :

- Si Léa s'est connectée un certain jour, la probabilité qu'elle se connecte le lendemain est égale à 0,9.
- Si Léa ne s'est pas connectée un certain jour, la probabilité qu'elle se connecte le lendemain est égale à 0,8.

Pour tout entier $n \geqslant 1$, on note a_n la probabilité que Léa se connecte le n-ième jour et b_n la probabilité qu'elle ne se connecte pas le n-ième jour.
On a donc : $a_n + b_n = 1$.

Le 1^er^ jour, Léa ne s'est pas connectée, on a donc $a_1 = 0$.

1. **a.** Traduire les données par un graphe probabiliste.
   b. Préciser la matrice M de transition associée à ce graphe.
   c. Déterminer la probabilité que Léa se connecte le troisième jour.
2. Démontrer que, pour tout entier $n \geqslant 1$, on a : $a_{n+1} = 0,1a_n + 0,8$.
3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier $n \geqslant 1$, par $u_n n = a_n - \dfrac{8}{9}$.
   a. Montrer que (u_n) est une suite géométrique, préciser sa raison et son premier terme.
   b. Exprimer u_n puis a_n en fonction de n.
4. **a.** Déterminer en justifiant la limite de (a_n).
   b. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative C_f est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé.

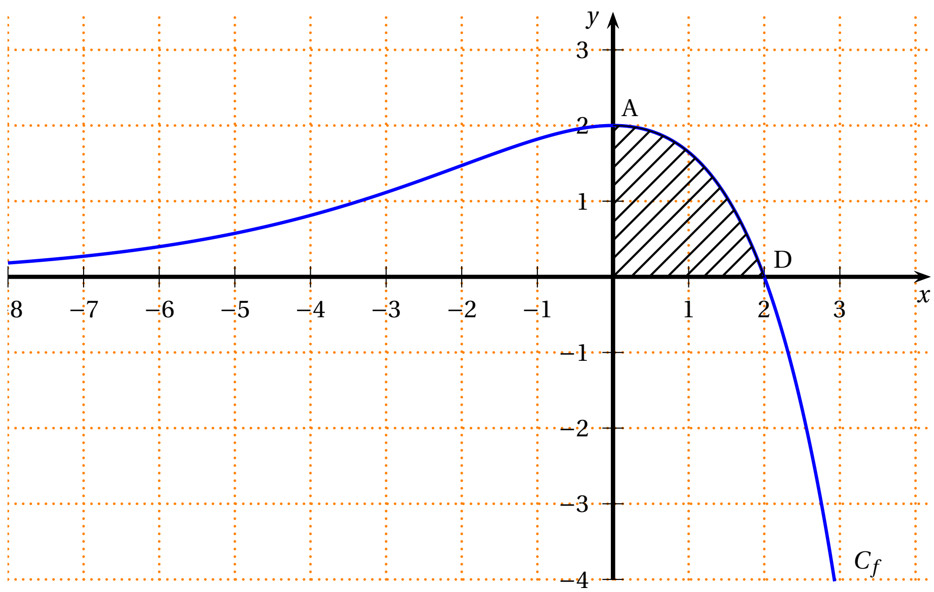


Figure 1

Partie A

On suppose que f est de la forme $f(x) = (b - x)\mathrm{e}^{ax}$ où a et b désignent deux constantes.
On sait que :

- Les points A(0 ; 2) et D(2 ; 0) appartiennent à la courbe C_f.
- La tangente à la courbe C_f au point A est parallèle à l'axe des abscisses.

On note f' la fonction dérivée de f, définie sur $\mathbb{R}$.

1. Par lecture graphique, indiquer les valeurs de $f(2)$ et $f'(0)$.
2. Calculer $f'(x)$.
3. En utilisant les questions précédentes, montrer que a et b sont solutions du système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} b-2 & = & 0 \\ ab-1 & = & 0 \end{array}\right.$$

4. Calculer a et b et donner l'expression de $f(x)$.

Partie B

On admet que $f(x) = (-x+2)\mathrm{e}^{0,5x}$.

1. À l'aide de la figure 1, justifier que la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ est comprise entre 2 et 4.
2. **a.** On considère F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (-2x+8)\mathrm{e}^{0,5x}$.
   Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   b. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
3. On considère Gune autre primitive de f sur $\mathbb{R}$.
   Parmi les trois courbes C_1, C_2 et C_3 ci-dessous, une seule est la représentation graphique de G.
   Déterminer la courbe qui convient et justifier la réponse.

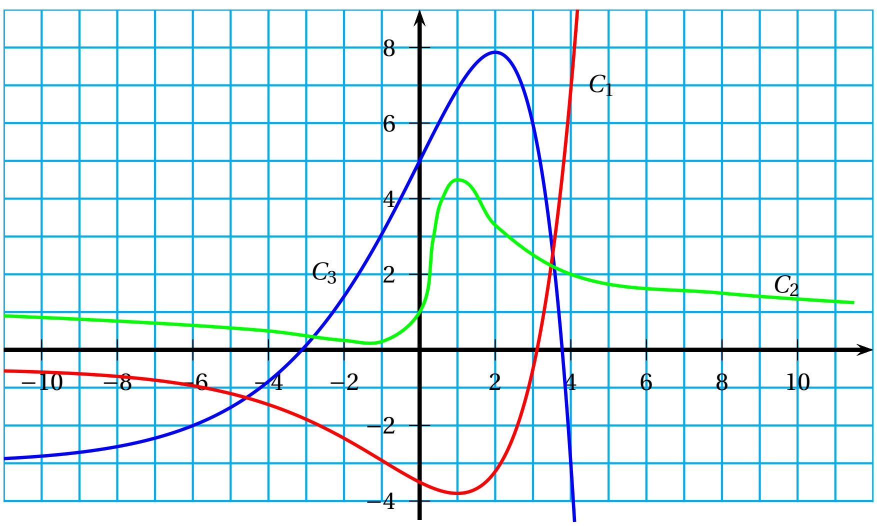


Figure 2

∽ Baccalauréat ES Liban 28 mai 2013 ∾

Exercice 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Parmi toutes les fonctions définies sur $]0\ ;\ +\infty[$ et dont l'expression algébrique est donnée ci-dessous, la seule qui est convexe est :

a. $x^3 - 3x^2 + 4$ **b.** $\ln(x)$ **c.** $-\mathrm{e}^x$ **d.** $x^2 + x + 5$

2. Une primitive de f sur $]0\ ;\ +\infty[$ définie par $f(x) = \ln(x)$ est la fonction F définie par :

a. $F(x) = \dfrac{1}{x}$ **b.** $F(x) = x\ln(x) - x$ **c.** $F(x) = x\ln(x)$ **d.** $F(x) = \ln(x)$

3. La valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

a. $3,19$ **b.** $\mathrm{e}^2 - 1$ **c.** $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^2$ **d.** $\dfrac{1}{2}\left(\mathrm{e}^2 - 1\right)$

4. Si une variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(1\ ;\ 4)$, alors une valeur approchée au centième de $P(2 \leqslant X \leqslant 3)$ est :

a. 0,15 **b.** 0,09 **c.** 0,34 **d.** 0,13

5. Dans une commune comptant plus de 100 000 habitants, un institut réalise un sondage auprès de la population. Sur 100 personnes interrogées, 55 affirment être satisfaites de leur maire.
L'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 permettant de connaître la cote de popularité du maire est :

a. [0,35 ; 0,75] **b.** [0,40 ; 0,70] **c.** [0,45 ; 0,65] **d.** [0,50 ; 0,60]

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 1,2.$$

1. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 12$.
  a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
  b. Exprimer v_n en fonction de n.
  c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 12 - 2 \times 0,9^n$.

2. Déterminer la limite de la suite (v_n) et en déduire celle de la suite (u_n).

Partie B

En 2012, la ville de Bellecité compte 10 milliers d'habitants. Les études démographiques sur les dernières années ont montré que chaque année :

- 10 % des habitants de la ville meurent ou déménagent dans une autre ville ;
- 1 200 personnes naissent ou emménagent dans cette ville.

1. Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre de milliers d'habitants de la ville de Bellecité l'année $2012+n$.

2. Un institut statistique décide d'utiliser un algorithme pour prévoir la population de la ville de Bellecité dans les années à venir.

Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule la population de la ville de Bellecité l'année $2012+n$.

```
VARIABLES
a, i, n.
INITIALISATION
Choisir n
a prend la valeur 10
TRAITEMENT
Pour i allant de 1 à n,
a prend la valeur ....

SORTIE
Afficher a
```

3. a. Résoudre l'inéquation $12-2\times 0,9^n > 11,5$.

b. En donner une interprétation.

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[5~;~60]$ par :

$$C(x)=\frac{\mathrm{e}^{0,1x}+20}{x}.$$

1. On désigne par C' la dérivée de la fonction C.

Montrer que, pour tout $x \in [5~;~60]$, $C'(x)=\dfrac{0,1x\mathrm{e}^{0,1x}-\mathrm{e}^{0,1x}-20}{x^2}$.

2. On considère la fonction f définie sur $[5~;~60]$ par

$$f(x)=0,1x\mathrm{e}^{0,1x}-\mathrm{e}^{0,1x}-20.$$

a. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[5~;~60]$.

b. Montrer que l'équation $f(x)=0$ possède une unique solution α dans $[5~;~60]$.

c. Donner un encadrement à l'unité de α.

d. En déduire le tableau de signes de $f(x)$ sur $[5~;~60]$.

3. En déduire le tableau de variations de C sur $[5~;~60]$.

4. En utilisant le tableau de variations précédent, déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :

a. $C(x)=2$.

b. $C(x)=5$.

Partie B

Une entreprise fabrique chaque mois x vélos de course, avec x appartenant à l'intervalle $[5 ; 60]$.
Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production de x vélos de course, est donné par la fonction C définie dans la partie A.
Déterminer le nombre de vélos à produire pour que le coût de fabrication moyen soit minimal.

Exercice 4 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un propriétaire d'une salle louant des terrains de squash s'interroge sur le taux d'occupation de ses terrains. Sachant que la location d'un terrain dure une heure, il a classé les heures en deux catégories : les heures pleines (soir et week-end) et les heures creuses (le reste de la semaine). Dans le cadre de cette répartition, 70 % des heures sont creuses.
Une étude statistique sur une semaine lui a permis de s'apercevoir que :

- lorsque l'heure est creuse, 20 % des terrains sont occupés ;
- lorsque l'heure est pleine, 90 % des terrains sont occupés.

On choisit un terrain de la salle au hasard. On notera les évènements :

- C : « l'heure est creuse »
- T : « le terrain est occupé »

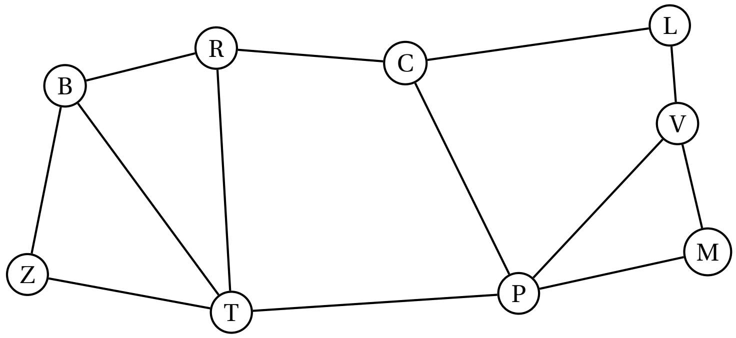
1. Représenter cette situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé et que l'heure soit creuse.
3. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé.
4. Montrer que la probabilité que l'heure soit pleine, sachant que le terrain est occupé, est égale à $\dfrac{27}{41}$.

   Dans le but d'inciter ses clients à venir hors des heures de grande fréquentation, le propriétaire a instauré, pour la location d'un terrain, des tarifs différenciés :
   - 10 € pour une heure pleine,
   - 6 € pour une heure creuse.

   On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la recette en euros obtenue grâce à la location d'un terrain de la salle, choisi au hasard. Ainsi, X prend 3 valeurs :
   - 10 lorsque le terrain est occupé et loué en heure pleine,
   - 6 lorsque le terrain est occupé et loué en heure creuse,
   - 0 lorsque le terrain n'est pas occupé.
5. Construire le tableau décrivant la loi de probabilité de X.
6. Déterminer l'espérance de X.
7. La salle comporte 10 terrains et est ouverte 70 heures par semaine.
   Calculer la recette hebdomadaire moyenne de la salle.

Exercice 4 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le graphe ci-dessous représente les autoroutes entre les principales villes du Sud de la France :
Bordeaux (B), Clermont-Ferrand (C), Lyon (L), Marseille (M), Montpellier (P), Brive (R), Toulouse (T), Valence (V) et Biarritz (Z).



Pour cette question, on justifiera chaque réponse.

1. **a.** Déterminer l'ordre du graphe.

   b. Déterminer si le graphe est connexe.

   c. Déterminer si le graphe est complet.

2. Un touriste atterrit à l'aéroport de Lyon et loue une voiture.

   Déterminer, en justifiant, s'il pourra visiter toutes les villes en empruntant une et une seule fois chaque autoroute.

3. Il décide finalement d'aller seulement de Lyon à Biarritz.

   On note N la matrice associée au graphe, les sommets étant rangés dans l'ordre alphabétique : B, C, L, M, P, R, T, V, Z.

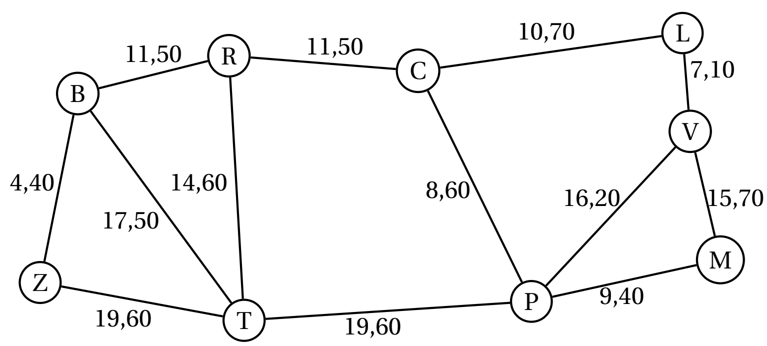
   Voici les matrices N et N^3 :

$$N = \begin{pmatrix} 0&0&0&0&0&1&1&0&1\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&1&0\\ 0&1&0&1&0&0&1&1&0\\ 1&1&0&0&0&0&1&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&0&1\\ 0&0&1&1&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&1&0&0 \end{pmatrix} \text{ et } N^3 = \begin{pmatrix} 4&2&1&1&3&6&6&1&5\\ 2&0&5&2&8&6&1&1&3\\ 1&5&0&2&1&0&3&5&0\\ 1&2&2&2&5&2&1&4&1\\ 3&8&1&5&2&1&8&7&1\\ 6&6&0&2&1&2&8&3&2\\ 6&1&3&1&8&8&4&1&6\\ 1&1&5&4&7&3&1&2&1\\ 5&3&0&1&1&2&6&1&2 \end{pmatrix}$$

   a. En détaillant le calcul, déterminer le coefficient de la troisième ligne et dernière colonne de la matrice N^4.

   b. En donner une interprétation.

4. Sur les arêtes du graphe sont maintenant indiqués les prix des péages en euro.



   a. À l'aide de l'algorithme de Dijkstra, déterminer le chemin que doit prendre le touriste pour minimiser le coût des péages de Lyon à Biarritz.

   b. Déterminer le coût, en euro, de ce trajet.

∽ Baccalauréat ES Polynésie 7 juin 2013 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Une réponse juste rapporte 1 point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Reporter sur le sujet le numéro de la question ainsi que la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x\mathrm{e}^{-x}$.

1. L'image $f(\ln 2)$ de $\ln 2$ par f est égale à :

a. $\ln 2$ **b.** $-2\ln 2$

c. $2\ln 2$ **d.** $\dfrac{1}{2}\ln 2$

2. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée. Alors, pour tout nombre réel x, on a :

a. $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}$ **b.** $f'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$

c. $f'(x) = (1-x)\mathrm{e}^{-x}$ **d.** $f'(x) = (1+x)\mathrm{e}^{-x}$

3. L'équation réduite de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 0 est :

a. $y = 2x$ **b.** $y = x - 1$

c. $y = x$ **d.** $y = 2x - 1$

4. La fonction f est :

a. concave sur $[0\,;\,1]$ **b.** concave sur $[0\,;\,+\infty[$

c. convexe sur $[0;+\infty[$ **d.** convexe sur $[0;1]$

5. L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ est égale à :

a. $\mathrm{e} - 5$ **b.** 5

c. $\dfrac{\mathrm{e}-2}{\mathrm{e}}$ **d.** 1

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une agence de voyage propose des formules week-end à Londres au départ de Paris pour lesquelles le transport et l'hôtel sont compris. Les clients doivent choisir entre les deux formules : « avion + hôtel » ou « train + hôtel » et peuvent compléter ou non leur formule par une option « visites guidées ».

Une étude a produit les données suivantes :

- 40 % des clients optent pour la formule « avion + hôtel » et les autres pour la formule « train + hôtel » ;
- parmi les clients ayant choisi la formule « train + hôtel », 50 % choisissent aussi l'option « visites guidées » ;
- 12 % des clients ont choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées ».

On interroge au hasard un client de l'agence ayant souscrit à une formule week-end à Londres. On note :

A l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » ;
T l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « train + hôtel » ;
V l'évènement : le client interrogé a choisi l'option « visites guidées ».

1. a. Quelle est la probabilité de l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées » ?

   b. Calculer la probabilité $P_A(V)$.

   c. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. **a.** Montrer que la probabilité pour que le client interrogé ait choisi l'option « visites guidées » est égale à 0,42.

   b. Calculer la probabilité pour que le client interrogé ait pris l'avion sachant qu'il n'a pas choisi l'option « visites guidées ». Arrondir le résultat au millième.

3. L'agence pratique les prix (par personne) suivants :

Formule « avion + hôtel » : 390 €
Formule « train + hôtel » : 510 €
Option « visites guidées » : 100 €

   Quel montant du chiffre d'affaires l'agence de voyage peut-elle espérer obtenir avec 50 clients qui choisissent un week-end à Londres ?

Exercice 2 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Alors qu'une entreprise A possédait le monopole de l'accès à internet des particuliers, une entreprise concurrente B est autorisée à s'implanter.
Lors de l'ouverture au public en 2010 des services du fournisseur d'accès B, l'entreprise A possède 90 % du marché et l'entreprise B possède le reste du marché.
Dans cet exercice, on suppose que chaque année, chaque internaute est client d'une seule entreprise A ou B.
On observe à partir de 2010 que chaque année, 15 % des clients de l'entreprise A deviennent des clients de l'entreprise B, et 10 % des clients de l'entreprise B deviennent des clients de l'entreprise A.
Pour tout entier naturel n, on note a_n la probabilité qu'un internaute de ce pays, choisi au hasard, ait son accès à internet fourni par l'entreprise A pour l'année $2010+n$, et b_n, la probabilité pour que son fournisseur d'accès en $2010+n$ soit l'entreprise B.
On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année $2010+n$ et on a ainsi $a_0 = 0,9$ et $b_0 = 0,1$.

PARTIE A

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2. **a.** Déterminer la matrice de transition M de ce graphe.

   b. Montrer qu'en 2013, l'état probabiliste est environ $\begin{pmatrix} 0,61 & 0,39 \end{pmatrix}$.

   c. Déterminer l'état stable $P = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ de la répartition des clients des entreprises A et B. Interpréter le résultat.

PARTIE B

Lors d'une campagne de marketing l'entreprise B distribue un stylo ou un porte-clés ; il en coûte à l'entreprise 0,80 € par stylo et 1,20 € par porte-clés distribué.
À la fin de la journée l'entreprise a distribué 550 objets et cela lui a coûté 540 €.
On cherche le nombre s de stylos et le nombre c de porte-clés distribués.

1. Écrire un système traduisant cette situation.
2. Montrer que le système précédent est équivalent à $R \times X = T$ où $R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,8 & 1,2 \end{pmatrix}$ et X et T sont des matrices que l'on précisera.
3. Résoudre le système à l'aide de la calculatrice. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

La production des perles de culture de Tahiti est une activité économique importante pour la Polynésie Française.
Les montants réalisés à l'exportation des produits perliers de 2008 à 2011 sont donnés dans le tableau suivant, en milliers d'euros :

Années	2008	2009	2010	2011
Valeurs brutes des produits perliers (en milliers d'euros)	81 295	66 052	64 690	63 182

Source : ISPF ((Institut de Statistiques de Polynésie Française)

1. Montrer que le taux d'évolution annuel moyen des montants à l'exportation des produits perliers de Polynésie entre 2008 et 2011 est $-8,06\%$ arrondi au centième.

On admet pour la suite de l'exercice, que la production continuera à baisser de 8 % par an à partir de 2011.

2. On considère l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un nombre positif P	
Traitement :	Affecter la valeur 0 à la variable N	{initialisation}
	Affecter la valeur 63 182 à U	{initialisation}
	Tant que U > P	
	Affecter la valeur N + 1 à N	
	Affecter la valeur 0,92 × U à U	
	Fin de Tant que	
	Affecter la valeur N + 2011 à N	
Sortie	Afficher N	

Si on saisit P = 50 000 en entrée, qu'obtient-on en sortie par cet algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte de la production de perles.

3. Pour prévoir les montants réalisés à l'exportation des perles de Tahiti, on modélise la situation par une suite (u_n). On note u_0 le montant en 2011, en milliers d'euros, et u_n le montant en $2011 + n$, en milliers d'euros. On a donc $u_0 = 63182$ et on suppose que la valeur baisse tous les ans de 8 %.

a. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

b. Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

c. Avec ce modèle, quel montant peut-on prévoir pour l'exportation des produits perliers de Polynésie Française en 2016 ? On arrondira le résultat au millier d'euros.

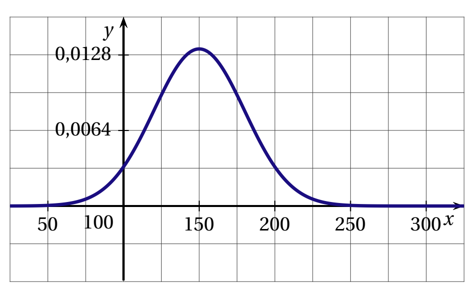
4. Calculer le montant cumulé des produits perliers exportés que l'on peut prévoir avec ce modèle à partir de 2011 (comprise) jusqu'à 2020 (comprise). On donnera une valeur approchée au millier d'euros.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

On s'intéresse à une espèce de poissons présente dans deux zones différentes (zone 1 et zone 2) de la planète.

A. Étude de la zone 1

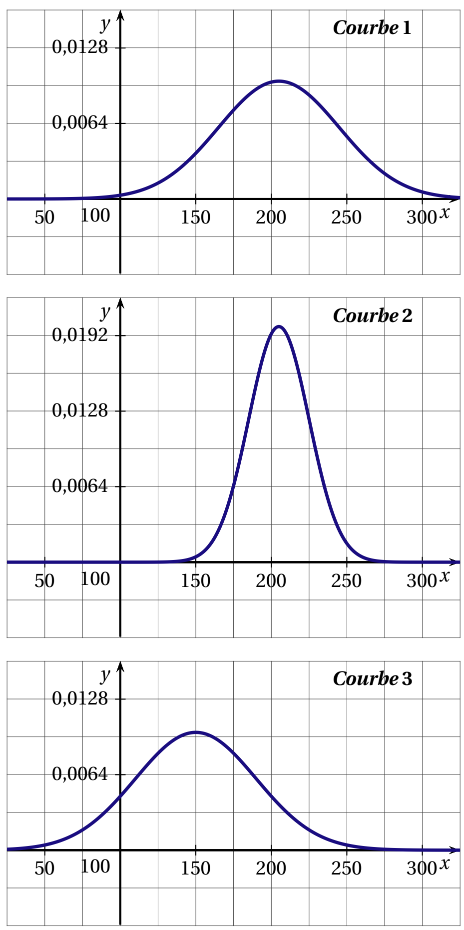
On note X la variable aléatoire qui à chaque poisson observé dans la zone 1 associe sa taille en cm.
Une étude statistique sur ces poissons de la zone 1 a montré que la variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne μ et d'écart type $\sigma = 30$. La courbe de la densité de probabilité associée à X est représentée ci-contre.



1. Par lecture graphique, donner la valeur de μ.
2. On pêche un de ces poissons dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2}, d'avoir un poisson dont la taille est comprise entre 150 cm et 210 cm.
3. Un poisson de cette espèce de la zone 1 est considéré comme adulte quand il mesure plus de 120 cm.
   On pêche un poisson de l'espèce considérée dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2}, de pêcher un poisson adulte.
4. On considère un nombre k strictement plus grand que la valeur moyenne μ.
   Est-il vrai que $P(X < k) < 0,5$? Justifier.

B. Étude de la zone 2

1. Certains poissons de la zone 2 sont atteints d'une maladie. On prélève de façon aléatoire un échantillon de 50 poissons de cette espèce dans la zone 2 et on constate que 15 poissons sont malades.
   a. Calculer la fréquence f de poissons malades dans l'échantillon.
   b. Déterminer un intervalle de confiance, au niveau de 95 %, de la proportion p de poissons malades dans toute la zone 2. On arrondira les bornes au millième.
2. Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque poisson de l'espèce considérée de la zone 2, associe sa taille en cm.
   On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne $\mu' = 205$ et d'écart type $\sigma' = 40$.
   En comparant avec le graphique de la zone 1 donné à la question 1 qui représente une loi normale d'écart type $\sigma = 30$, dire laquelle des trois courbes ci-dessous représente la densité de probabilité de la variable aléatoire Y.
   Justifier la réponse./indexLectures graphiques



∽ Baccalauréat ES Antilles–Guyane ∾
19 juin 2013

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses est exacte.

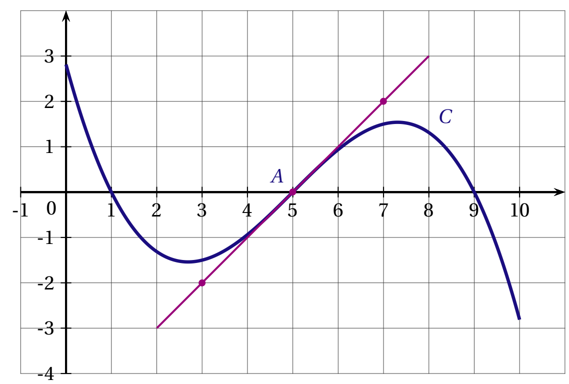
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

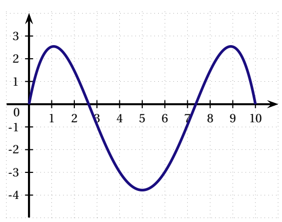
Barème : une bonne réponse rapporte un point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

1. Une augmentation de 20 % suivie d'une augmentation de 15 % est équivalente à une augmentation globale de :

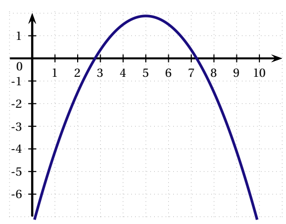
a. 17,5 % **b.** 30 % **c.** 35 % **d.** 38 %

2. On donne ci-contre la représentation graphique C d'une fonction f définie sur $[0 ; 10]$.
La tangente à la courbe C au point A d'abscisse 5 est tracée.
Parmi les quatre courbes ci-dessous, déterminer laquelle représente graphiquement la fonction dérivée f' de la fonction f.

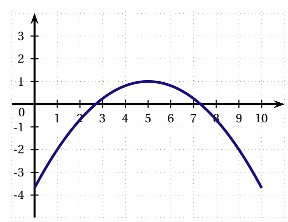




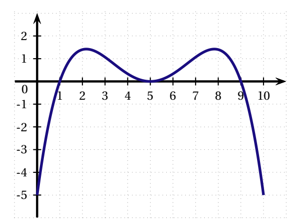
a. Courbe 1



b. Courbe 2



c. Courbe 3



d. Courbe 4

3. Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$ et f' sa fonction dérivée. On a :

a. $f'(x) = \dfrac{\ln(x) - 1}{x^2}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{1 - \ln(x)}{x^2}$ **c.** $f'(x) = \dfrac{1}{x^2}$ **d.** $f'(x) = \dfrac{1 + \ln(x)}{x^2}$

4. On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 1,05$.
La somme S des 12 premiers termes de cette suite est donnée par :

a. $S = 2 \times \dfrac{1 - 1,05^{12}}{1 - 1,05}$ **b.** $S = 2 \times \dfrac{1 - 1,05^{13}}{1 - 1,05}$ **c.** $S = 1,05 \times \dfrac{1 - 2^{13}}{1 - 2}$ **d.** $S = 1,05 \times \dfrac{1 - 2}{1 - 2^{12}}$

5. X est une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 22 et d'écart-type 3.
Une valeur approchée à 10^{-2} de la probabilité de l'évènement $\{(X \in [22 ; 28]\}$ est :

a. 0,2 **b.** 0,28 **c.** 0,48 **d.** 0,95

EXERCICE 2 — 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative C d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,20]$. On a tracé les tangentes à la courbe C aux points A, D et E d'abscisses respectives 0 ; 6 et 11.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

Par lecture graphique (aucune justification n'est demandée) :

1. Donner les valeurs exactes de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(6)$.
2. Indiquer si la courbe C admet un point d'inflexion. Si oui, préciser ce point.
3. Déterminer un encadrement, d'amplitude 4, par deux nombres entiers de $I = \displaystyle\int_4^8 f(x)\,\mathrm{d}x$.
4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$. Préciser un encadrement de la (ou des) solution(s) à l'unité.

Partie B

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ par

$$f(x) = (5x - 5)\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

1. Montrer que $f'(x) = (-x + 6)\mathrm{e}^{-0,2x}$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,20]$.
2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;\,20]$.

   b. Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;\,20]$. On fera apparaître les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(6)$.
3. Justifier que l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,6]$. Donner la valeur arrondie au millième de α.
4. **a.** Montrer que la fonction F définie sur $[0\,;\,20]$ par $F(x) = (-25x - 100)\mathrm{e}^{-0,2x}$ est une primitive de f sur $[0\,;\,20]$.

   b. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[4\,;\,8]$. Donner sa valeur exacte.

Partie C

Une entreprise fabrique x centaines d'objets où x appartient à $[0\,;\,20]$. La fonction f des parties A et B modélise le bénéfice de l'entreprise en milliers d'euros, en supposant que toute la production est vendue.
Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats précédents, et en admettant que l'équation $f(x) = 4$ admet une autre solution β sur $[6\,;\,20]$ dont la valeur arrondie au millième est $13,903$.

1. Quelle doit être la production de l'entreprise pour réaliser un bénéfice d'au moins 4000 € ? (Arrondir à l'unité).

2. L'entreprise pense produire régulièrement entre 400 et 800 objets.
Déterminer alors la valeur moyenne du bénéfice. (On donnera le résultat arrondi à l'euro près).

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Dans un magasin spécialisé en électroménager et multimédia, le responsable du rayon informatique fait le bilan sur les ventes d'ordinateurs portables, de tablettes, et d'ordinateurs fixes. Pour ces trois types de produit, le rayon informatique propose une extension de garantie.
Le responsable constate que 28 % des acheteurs ont opté pour une tablette, et 48 % pour un ordinateur portable.
Dans cet exercice, on suppose que chaque acheteur achète un unique produit entre tablette, ordinateur portable, ordinateur fixe, et qu'il peut souscrire ou non une extension de garantie.
Parmi les acheteurs ayant acquis une tablette, 5 % ont souscrit une extension de garantie et, parmi ceux ayant acquis un ordinateur fixe, 12,5 % ont souscrit une extension de garantie.

On choisit au hasard un de ces acheteurs.
On note :

T l'évènement « l'acheteur a choisi une tablette » ;

M l'évènement « l'acheteur a choisi un ordinateur portable » ;

F l'évènement « l'acheteur a choisi un ordinateur fixe » ;

G l'évènement « l'acheteur a souscrit une extension de garantie ».

On note aussi $\overline{F}, \overline{M}, \overline{T}, \overline{G}$ les évènements contraires.

1. Construire un arbre pondéré en indiquant les données de l'énoncé.

2. Calculer $P(F)$ la probabilité de l'évènement F, puis $P(F \cap G)$.

3. On sait de plus que 12 % des acheteurs ont choisi un ordinateur portable avec une extension de garantie.
Déterminer la probabilité qu'un acheteur ayant acquis un ordinateur portable souscrive une extension de garantie.

4. Montrer que $P(G) = 0,164$.

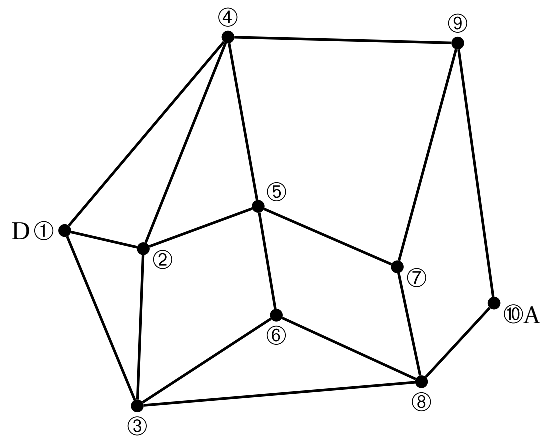
5. Pour tous les appareils, l'extension de garantie est d'un montant de 50 euros. Quelle recette complémentaire peut espérer le responsable du rayon lorsque 1 000 appareils seront vendus ?

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un guide de randonnée en montagne décrit les itinéraires possibles autour d'un pic rocheux.
La description des itinéraires est donnée par le graphe ci-contre. Les sommets de ce graphe correspondent aux lieux remarquables. Les arêtes de ce graphe représentent les sentiers possibles entre ces lieux.

Légende :

①	Départ	②	Passerelle
③	Roche percée	④	Col des 3 vents
⑤	Pic rouge	⑥	Refuge
⑦	Col vert	⑧	Pont Napoléon
⑨	Cascade des anglais	⑩	Arrivée



1. Donner un itinéraire allant de D à A passant par tous les sommets du graphe une seule fois mais n'empruntant pas forcément tous les sentiers.

2. Existe-t-il un itinéraire allant de D à A utilisant tous les sentiers une seule fois ?
Justifier votre réponse.

3. On note M la matrice d'adjacence associée à ce graphe, les sommets étant pris dans l'ordre. On donne ci-contre M^5.

a. Que représente le nombre 89 situé sur la deuxième ligne et la quatrième colonne ?

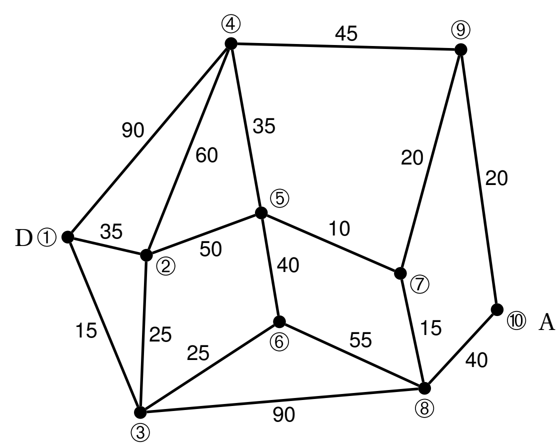
b. Déterminer le nombre d'itinéraires allant de D à A empruntant 5 sentiers. Citer un tel itinéraire passant par le pic rouge.

$$M^5 = \begin{pmatrix} 56 & 78 & 75 & 82 & 59 & 57 & 54 & 40 & 26 & 31 \\ 78 & 88 & 95 & 89 & 96 & 57 & 50 & 65 & 48 & 30 \\ 75 & 95 & 68 & 68 & 77 & 68 & 46 & 73 & 52 & 23 \\ 82 & 89 & 68 & 62 & 98 & 49 & 29 & 79 & 67 & 13 \\ 59 & 96 & 77 & 98 & 50 & 82 & 80 & 40 & 24 & 46 \\ 57 & 57 & 68 & 49 & 82 & 36 & 25 & 68 & 49 & 16 \\ 54 & 50 & 46 & 29 & 80 & 25 & 10 & 73 & 60 & 5 \\ 40 & 65 & 73 & 79 & 40 & 68 & 73 & 32 & 14 & 48 \\ 26 & 48 & 52 & 67 & 24 & 49 & 60 & 14 & 6 & 39 \\ 31 & 30 & 23 & 13 & 46 & 16 & 5 & 48 & 39 & 2 \end{pmatrix}$$

4. On a complété ci-contre le graphe décrivant les itinéraires avec les temps de parcours en minutes pour chacun des sentiers.

Déterminer l'itinéraire allant de D à A le plus court en temps.

On fera apparaître la démarche en utilisant un algorithme.



EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes.
Les résultats décimaux seront arrondis au millième pour tout l'exercice.

Partie A

La direction d'une société fabriquant des composants électroniques impose à ses deux sites de production de respecter les proportions ci-dessous en termes de contrat d'embauche du personnel :

— 80 % de CDI (contrat à durée indéterminée)

— 20 % de CDD (contrat à durée déterminée).

On donne la composition du personnel des deux sites dans le tableau suivant :

	CDI	CDD	Effectif total
Site de production A	315	106	421
Site de production B	52	16	68

1. Calculer le pourcentage de CDI sur chaque site de production.
2. Pour une proportion $p = 0,8$, déterminer les intervalles de fluctuation asymptotiques au seuil de 95 % relatifs aux échantillons de taille n, pour $n = 421$ et pour $n = 68$.
3. Comment la direction de la société peut-elle interpréter les intervalles obtenus dans la question précédente ?

Partie B

Dans cette partie, on convient que l'on peut utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique lorsque $n \geqslant 30$, $np \geqslant 5$ et $n(1-p) \geqslant 5$, où p désigne la proportion dans une population, et n désigne la taille d'un échantillon de cette population.

La direction de cette même société tolère 7 % de composants défectueux. Le responsable d'un site de production souhaite évaluer si sa chaîne de production respecte cette contrainte de 7 %. Pour cela, il prélève un échantillon de composants électroniques.

1. S'il prélève un échantillon de 50 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % ? Expliquer.
2. S'il prélève un échantillon de 100 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % ? Expliquer.
3. Le responsable du site de production prélève un échantillon de taille 100, dans lequel 9 composants électroniques s'avèrent défectueux. Comment peut-il interpréter ce résultat ?

Baccalauréat ES Asie 19 juin 2013

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie sans justifier le choix effectué.
Une bonne réponse rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

1. On choisit au hasard un réel de l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$.
   Quelle est la probabilité que ce nombre appartienne à l'intervalle $[-1\ ;\ 1]$?

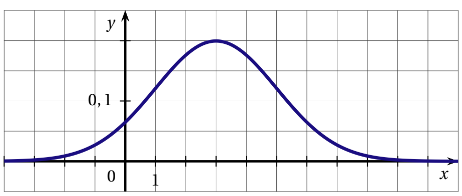
   a. $\dfrac{1}{5}$ **b.** $\dfrac{2}{7}$ **c.** $\dfrac{1}{2}$ **d.** $0,7$

2. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 3 et d'écart type 2.
   Quelle est la valeur arrondie au centième de la probabilité $P(X \leqslant 1)$?

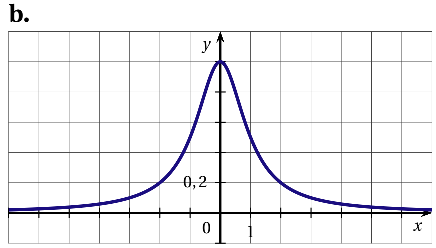
   a. $0,16$ **b.** $0,68$ **c.** $0,95$ **d.** $0,99$

3. Quelle courbe représente la fonction de densité d'une variable aléatoire X qui suit la loi normale $\mathcal{N}(0,\ 1)$?

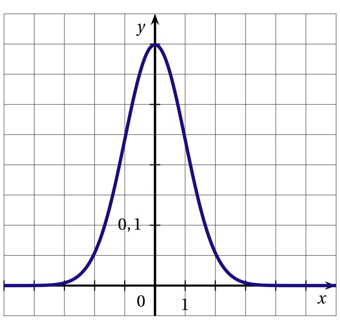
a.



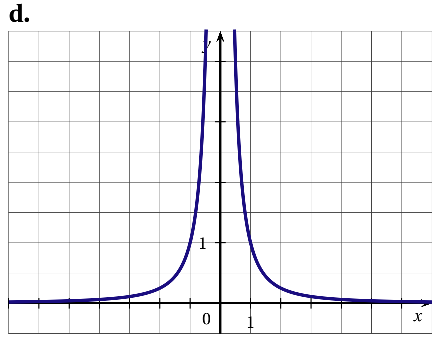
b.



c.



d.



4. Lors d'un sondage avant une élection, on interroge 800 personnes (constituant un échantillon représentatif). 424 d'entre elles déclarent qu'elles voteront pour le candidat H.
   Soit p la proportion d'électeurs de la population qui comptent voter pour H.
   Lequel des intervalles ci-dessous est un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% de la proportion p ?

   a. $[0,46 ; 0,60]$ **b.** $[0,48 ; 0,58]$ **c.** $[0,49 ; 0,57]$ **d.** $[0,51 ; 0,55]$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de terminale de séries générales selon la série et le sexe, à la rentrée 2010.

	Filles	Garçons
Littéraire (L)	40 872	11 080
Sciences économiques et sociales (ES)	63 472	40 506
Scientifique (S)	71 765	87 031
Total	176 109	138 617

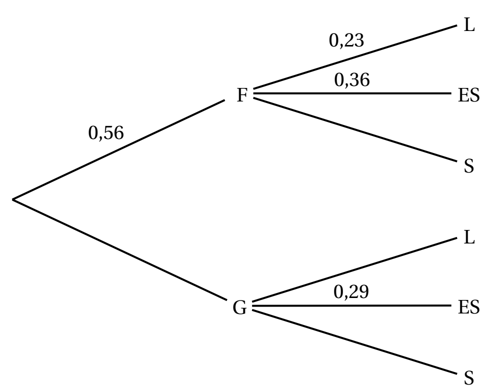
Source : Ministère de l'Éducation nationale, DEPP

Notations :
p(A) désigne la probabilité d'un évènement A.
p_{A}(B) désigne la probabilité d'un évènement B sachant que l'évènement A est réalisé.

On choisit au hasard un élève de terminale de série générale.
On note :
F : l'évènement « L'élève choisi est une fille ».
G : l'évènement « L'élève choisi est un garçon ».
L : l'évènement « L'élève choisi est en série Littéraire ».
ES : l'évènement « L'élève choisi est en série Sciences Économiques et Sociales ».
S : l'évènement « L'élève choisi est en série Scientifique ».

Tous les résultats seront arrondis au centième.

1. En utilisant les effectifs inscrits dans le tableau :
   a. Sachant qu'on interroge un garçon, calculer la probabilité qu'il soit en série Littéraire.
   b. Calculer p(S).
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



3. En utilisant l'arbre complété et les propriétés des probabilités :
   a. Montrer que la probabilité, arrondie au centième, que l'élève choisi soit un élève de la série Sciences Économiques et Sociales est égale à 0,33.
   b. Calculer p_{ES}(F).
4. On choisit successivement et au hasard 10 élèves de terminale de série générale. On admet que le nombre de lycéens est suffisamment grand pour que ces choix soient assimilés à des tirages indépendants avec remise.
   Calculer la probabilité de choisir exactement trois élèves de la série ES.

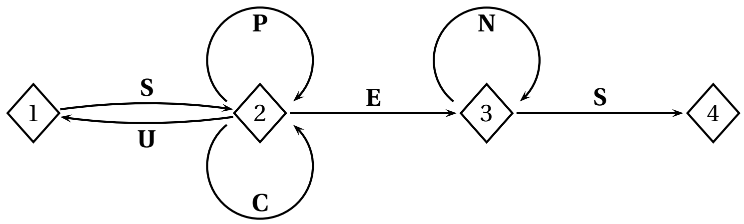
EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.

Partie A

Pour accéder à sa messagerie, Antoine a choisi un code qui doit être reconnu par le graphe étiqueté suivant, de sommets 1, 2, 3 et 4 :



Une succession des lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus, en partant du sommet 1 et en sortant au sommet 4. Les codes SES et SPPCES sont ainsi des codes possibles, contrairement aux codes SUN et SPEN.

1. Parmi les trois codes suivants, écrire sur votre copie le (ou les) code(s) reconnu(s) par le graphe.

   SUCCES SCENES SUSPENS

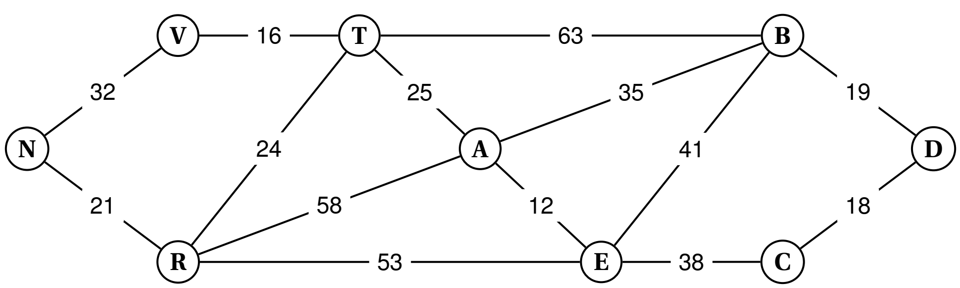
2. Recopier et compléter la matrice d'adjacence A associée au graphe. On prendra les sommets dans l'ordre 1-2-3-4.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

3. Avec une calculatrice on a calculé : $A^4 = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 8 & 3 \\ 12 & 29 & 20 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

   En déduire le nombre de codes de 4 lettres reconnus par le graphe. Quels sont ces codes ?

Partie B



Antoine décide d'aller visiter neuf châteaux de la Loire.
Il a construit le graphe ci-dessus où les sommets représentent :

A : Amboise	B : Blois	C : Cheverny	D : Chambord
E : Chenonceau	T : Tours	V : Villandry	R : Azay-le-Rideau
N : Chinon			

Sur les arêtes sont indiquées les distances en km

1. Antoine peut-il partir de Blois et y revenir, en parcourant une et une seule fois chacune des routes matérialisées par les arêtes de ce graphe ? On justifiera la réponse.
2. Déterminer le plus court chemin pour aller du château de Chambord au château de Chinon. On donnera le parcours ainsi que le nombre total de kilomètres.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Le gestionnaire d'une salle de concert constate que, chaque année, le nombre d'abonnés est constitué de 70 % des abonnés de l'année précédente, auxquels s'ajoutent 210 nouveaux abonnés.
Le nombre d'abonnés en 2010 était de 600.

1. Calculer le nombre d'abonnés en 2011 et 2012.

2. On définit la suite (u_n) par : $u_0 = 600$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,7u_n + 210$.
On utilise un tableur pour calculer les termes de la suite (u_n).

	A	B
1	n	un
2	0	600
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	

Proposer une formule à écrire en B3 pour calculer u_1 ; cette formule « tirée vers le bas » dans la colonne devra permettre de calculer les valeurs successives de la suite (u_n).

3. On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 700$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,7.
Préciser son premier terme.

b. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_n = 700 - 100 \times 0,7^n$.

4. a. Soit n un entier naturel. Démontrer que $u_n \geqslant 697$ est équivalent à $0,7^n \leqslant 0,03$.

b. Pour résoudre cette inéquation, on utilise l'algorithme suivant :

Variables :	N est un nombre entier naturel
Initialisation :	Affecter à N la Valeur 0
	Affecter à U la valeur 1
Traitement :	Tant que $U > 0,03$
	Affecter à N la valeur $N + 1$.
	Affecter à U la valeur $0,7 \times U$.
	Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N.

Quelle valeur de N obtient-on en sortie ? (On fera tourner l'algorithme).

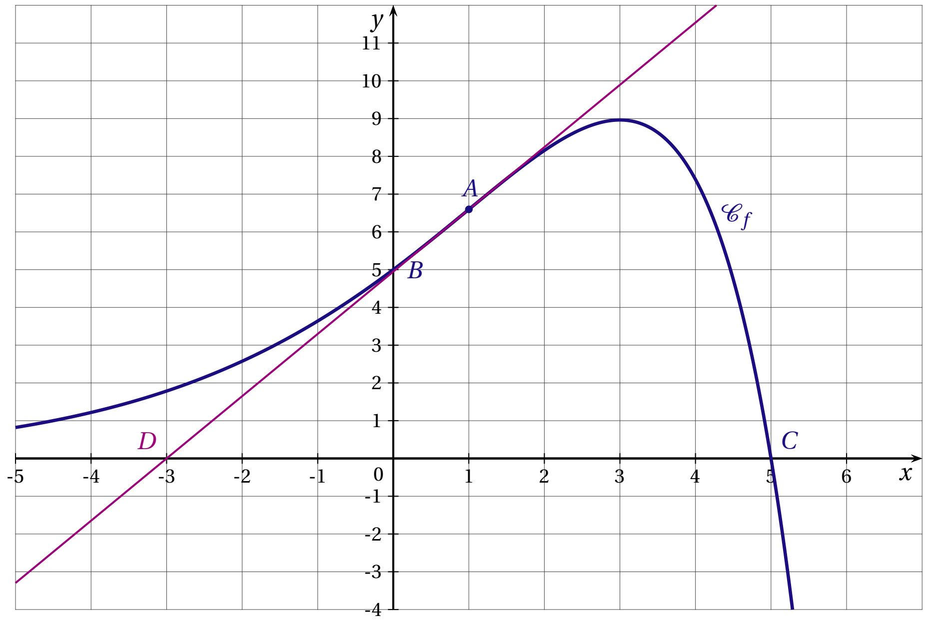
c. Retrouvez ce résultat en résolvant l'inéquation $0,7^n \leqslant 0,03$.

d. En utilisant l'étude précédente de la suite (u_n), déterminer à partir de quelle année le nombre d'abonnés atteindra au moins 697.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'ensemble des nombres réels.
Elle passe par les points $A\left(1 ; 4\text{e}^{0,5}\right)$, $B(0 ; 5)$ et $C(5 ; 0)$.
Le point $D(-3 ; 0)$ appartient à la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A.
On note f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.



Partie A - Par lecture graphique

1. Quel est le signe de $f'(1)$? Justifier.
2. Que semble représenter le point A pour la courbe $\mathscr{C}_f$?
3. **a.** Préciser un domaine du plan dont l'aire est égale à $I = \displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ unités d'aires.

   b. Recopier sur votre copie le seul encadrement qui convient parmi :

   $0 \leqslant I \leqslant 9$ $\qquad$ $10 \leqslant I \leqslant 12$ $\qquad$ $20 \leqslant I \leqslant 24$

Partie B - Par le calcul

On admet que pour tout réel x, $f(x) = (-x+5)\mathrm{e}^{0,5x}$ et $f'(x) = (1,5-0,5x)\mathrm{e}^{0,5x}$.
On note f'' la fonction dérivée seconde de f sur $\mathbb{R}$.

1. **a.** Vérifier que, pour tout réel x, $f''(x) = 0,25(-x+1)\mathrm{e}^{0,5x}$.

   b. Résoudre l'équation $f''(x) = 0$. Montrer que le point A est un point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$.

   c. Sur quel intervalle la fonction f est-elle convexe ? Justifier.
2. Soit F la fonction définie, pour tout réel x, par $F(x) = (-2x+14)\mathrm{e}^{0,5x}$. On admet que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

   Calculer $I = \displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

∽ Baccalauréat ES Centres Etrangers 12 juin 2013 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les services de la mairie d'une ville ont étudié l'évolution de la population de cette ville. Chaque année, 12,5 % de la population quitte la ville et 1 200 personnes s'y installent.
En 2012, la ville comptait 40 000 habitants.
On note U_n le nombre d'habitants de la ville en l'année $2012+n$.
On a donc $U_0 = 40000$.
On admet que la suite (U_n) est définie pour tout entier naturel n par $U_{n+1} = 0,875 \times U_n + 1200$.
On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n - 9600$.

Les questions numérotées de 1 *à* 5 *de cet exercice forment un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, quatre affirmations sont proposées : une seule réponse est exacte. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Pour chaque question, le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.*

1. La valeur de U_1 est :

a. 6 200 **b.** 35 000 **c.** 36 200 **d.** 46 200

2. La suite (V_n) est :

a. géométrique de raison $-12,5\%$
b. géométrique de raison $0,875$
c. géométrique de raison $-0,875$
d. arithmétique de raison -9600

3. La suite (U_n) a pour limite :

a. $+\infty$ **b.** 0 **c.** 1 200 **d.** 9 600

4. On considère l'algorithme suivant :

```
VARIABLES :
    U, N
INITIALISATION :
    U prend la valeur 40 000
    N prend la valeur 0
TRAITEMENT :
    Tant que U > 10000
        N prend la valeur N + 1
        U prend la valeur 0,875 × U + 1200
    Fin du Tant que
SORTIE :
    Afficher N
```

Cet algorithme permet d'obtenir :

a. la valeur de U_{40000}
b. toutes les valeurs de U_0 à U_N
c. le plus petit rang n pour lequel on a $U_n \leqslant 10000$
d. le nombre de termes inférieurs à 1 200

5. La valeur affichée est :

a. 33 **b.** 34 **c.** 9 600 **d.** 9 970,8

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une association de consommateurs a fait une enquête sur des ventes de sacs de pommes.
On sait que :

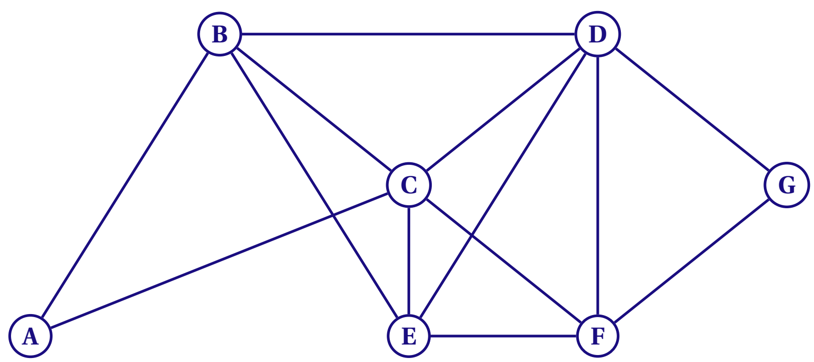
- 15 % des sacs sont vendus directement dans l'exploitation agricole et le reste est vendu dans des supermarchés.
- Parmi les sacs vendus directement dans l'exploitation agricole, 80 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.
- Parmi les sacs vendus dans des supermarchés, 10 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.

On désigne par E l'évènement « les sacs de pommes sont vendus sur l'exploitation » et par V l'évènement « les sacs contiennent des pommes de variétés différentes ».
L'évènement contraire de l'évènement A sera noté $\overline{\text{A}}$.
On achète de façon aléatoire un sac de pommes.

1. Traduire les trois données de l'énoncé en termes de probabilités.
2. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
3. Définir par une phrase l'évènement $\text{E} \cap \text{V}$ puis calculer sa probabilité.
4. Montrer que la probabilité que le sac acheté contienne des pommes de variétés différentes est égale à 0,205.
5. Le sac acheté contient des pommes d'une seule variété.
   Calculer la probabilité qu'il ait été acheté directement sur l'exploitation agricole, arrondir le résultat à 0,001 près.
6. Des producteurs, interrogés lors de l'enquête, disposent ensemble de 45 000 sacs. Chaque sac, qu'il contienne un seul type de pommes ou des pommes de variétés différentes, est vendu 0,80 euro sur l'exploitation agricole et 3,40 euros dans des supermarchés.
   Calculer le montant total des ventes qu'ils peuvent prévoir.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans le graphe ci-dessous, les sommets représentent différentes zones de résidence ou d'activités d'une municipalité. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une voie d'accès principale entre deux lieux correspondants.



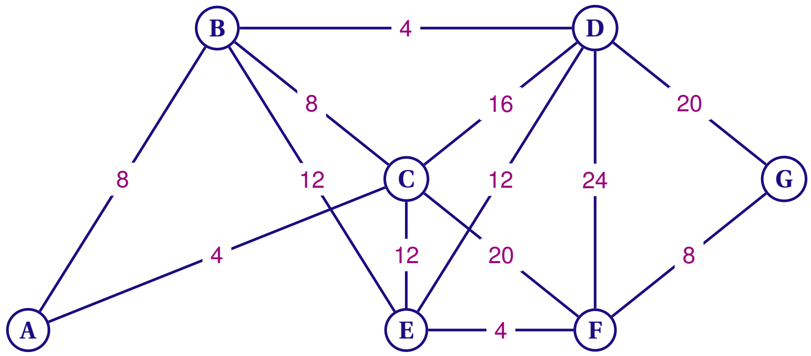
1. Donner, sans justifier, le degré de chacun des sommets (la réponse pourra être présentée sous forme de tableau où les sommets seront mis dans l'ordre alphabétique).
2. **a.** Donner la matrice M associée au graphe (les sommets seront mis dans l'ordre alphabétique).

   b. On donne la matrice $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 8 & 5 & 5 & 5 & 3 \\ 7 & 8 & 12 & 13 & 12 & 8 & 5 \\ 8 & 12 & 12 & 15 & 13 & 13 & 5 \\ 5 & 13 & 15 & 12 & 13 & 12 & 8 \\ 5 & 12 & 13 & 13 & 10 & 12 & 5 \\ 5 & 8 & 13 & 12 & 12 & 8 & 7 \\ 3 & 5 & 5 & 8 & 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$

   Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant A et F puis donner leur liste.

3. Pour sa campagne électorale, un candidat souhaite parcourir toutes les voies d'accès principales de ce quartier sans emprunter plusieurs fois la même voie.
Montrer qu'un tel parcours est possible.

4. Dans le graphe ci-dessous, les valeurs indiquent, en minutes, les durées moyennes des trajets entre les différents lieux via les transports en commun.



Ce même candidat se trouve à la mairie (A) quand on lui rappelle qu'il a un rendez-vous avec le responsable de l'hôpital situé en zone G.

a. En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le chemin de durée minimale que ce candidat devra emprunter pour arriver à son rendez-vous.

b. Combien de temps faut-il prévoir pour effectuer ce trajet ?

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[2 ; 8]$ par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 10x - 16}{x^2}$$

On appelle (C) sa courbe représentative dans un repère.

1. Montrer que pour tout réel de l'intervalle $[2 ; 8]$, on a :

$$f'(x) = \frac{-10x + 32}{x^3}$$

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[2 ; 8]$.

b. En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $[2;8]$.

3. On appelle f'' la dérivée seconde de f sur $[2 ; 8]$.
On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $[2 ; 8]$, on a :

$$f''(x) = \frac{20x - 96}{x^4}$$

a. Montrer que f est une fonction convexe sur $[4,8 ; 8]$.

b. Montrer que le point de (C) d'abscisse $4,8$ est un point d'inflexion.

4. On considère la fonction F définie sur $[2 ; 8]$ par :

$$F(x) = -x + 10\ln x + \frac{16}{x}$$

a. Montrer que F est une primitive de f sur $[2 ; 8]$.

b. Calculer $I = \int_2^8 f(x)\,\mathrm{d}x$.

EXERCICE 4 **4 points**

Commun à tous les candidats

Tous les jours, Guy joue à un jeu en ligne sur un site, avec trois amis.

1. Paul se connecte sur le site. La durée D (en seconde) qu'il faut pour réunir les quatre joueurs est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[20 ; 120]$.

a. Déterminer la probabilité que les quatre joueurs soient réunis au bout de 60 secondes.

b. Calculer l'espérance mathématique de D. Interpréter ce résultat.

2. L'équipe est maintenant réunie et la partie peut commencer. La durée J (en minute) d'une partie est une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(120,\ 400)$.

a. Déterminer l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire J.

b. Montrer l'équivalence :

$$90 < J < 180 \Leftrightarrow -1,5 < \frac{J-120}{20} < 3$$

c. On définit la variable aléatoire X par $X = \dfrac{J-120}{20}$.

Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X.

d. Déterminer la probabilité que la partie dure entre 90 et 180 minutes, à $0,001$ près.

Baccalauréat ES/L Métropole 21 juin 2013

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une usine de composants électriques dispose de deux unités de production, A et B.
La production journalière de l'usine A est de 600 pièces, celle de l'unité B est de 900 pièces.

On prélève au hasard un composant de la production d'une journée.

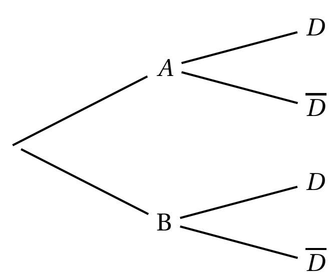
La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité A est égale à $0,014$.
La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité B est égale à $0,024$.
On note :

- D l'évènement : « le composant présente un défaut de soudure »
- A l'évènement : « le composant est produit par l'unité A »
- B l'évènement :« le composant est produit par l'unité B »

On note $p(D)$ la probabilité de l'évènement D et $P_A(D)$ la probabilité de l'évènement D sachant que l'évènement A est réalisé.

Partie A : généralités

1. **a.** D'après les données de l'énoncé, préciser $P_A(D)$ et $P_B(D)$.
   b. Calculer $p(A)$ et $p(B)$.
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. **a.** Calculer $p(A \cap D)$ et $p(B \cap D)$.
   b. En déduire $p(D)$.
4. On prélève dans la-production totale un composant présentant un défaut de soudure. Quelle est la probabilité qu'il provienne de l'unité A ?

Partie B : contrôle de qualité

On suppose que les composants doivent présenter une résistance globale comprise entre 195 et 205 ohms.
On admet que la variable aléatoire R qui, à un composant prélevé au hasard dans la production, associe sa résistance, suit une loi normale de moyenne $\mu = 200,5$ et d'écart-type $\sigma = 3,5$.
On prélève un composant dans la production.
Les résultats seront arrondis à $0,0001$ *près ; ils pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice ou de la table fournie en annexe 1.*

1. Calculer la probabilité p_1 de l'évènement : « La résistance du composant est supérieure à 211 ohms ».
2. Calculer la probabilité p_2 de l'évènement :« La résistance du composant est comprise dans l'intervalle de tolérance indiqué dans l'énoncé ».
3. On prélève au hasard dans la production trois composants. On suppose que les prélèvements sont indépendants l'un de l'autre et que la probabilité qu'un composant soit accepté est égale à $0,84$.
   Déterminer la probabilité p qu'exactement deux des trois composants prélevés soient acceptés.

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions posées, une proposition est faite. Il est demandé de déterminer si cette proposition est vraie ou fausse. en justifiant.

Question 1

Un étudiant a travaillé durant l'été et dispose d'un capital de 2 500 euros. À partir du premier septembre 2013, il place son capital $c_0 = 2500$ sur un compte rapportant 0,2 % d'intérêts composés par mois et il loue une chambre qui lui coûte 425 euros par mois.
On note c_n le capital disponible, exprimé en euros, au début de chaque mois. Par exemple le capital disponible au début du mois d'octobre vaudra :
$c_1 = 1,002 \times c_0 - 425 = 2080$ euros.
L'année universitaire s'achève à la fin du mois de juillet 2014.

On admet que la suite des capitaux (c_n) est décrite par les relations :

- $c_0 = 2500$
- Pour tout entier naturel n, $c_{n+1} = 1,002 \times c_n - 425$

PROPOSITION : Sans apport supplémentaire l'étudiant sera à découvert à partir du début du mois de mars 2014.

Question 2

Sur I =]0 ; +∞[, on définit la fonction f par

$$f(x) = 2x + 1 - \ln x.$$

PROPOSITION : f est une fonction convexe sur I.

Question 3

On définit sur l'intervalle I =]0 ; +∞[, $F(x) = 2x\ln x - 2x + 5$. On a effectué à l'aide d'un logiciel de calcul formel les séquences suivantes :

1	dériver$((2x) \star \ln(x) - 2x + 5)$ $2 \star \ln(x) + \dfrac{2 \star x}{x} - 2$
2	simplifier $\left(2 \star \ln(x) + \dfrac{2 \star x}{x} - 2\right)$ $\ln\left(x^2\right)$

PROPOSITION : F est une primitive de la fonction f définie sur I par $f(x) = 2\ln x$.

Question 4

X est une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance $\mu = 0$ et d'écart-type $\sigma = 0,6$.
PROPOSITION : $P(-0,6 \leqslant X \leqslant 0,6) \approx 0,68$

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique des poulies utilisées dans l'industrie automobile. On suppose que toute la production est vendue.
L'entreprise peut fabriquer entre 0 et 3 600 poulies paf semaine. On note x le nombre de milliers de poulies fabriquées et vendues en une semaine. (x varie donc dans l'intervalle $[0 ; 3,6]$).
Le bénéfice hebdomadaire est noté $B(x)$, il est exprimé en milliers d'euros.

L'objet de cet exercice est d'étudier cette fonction B. Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A : étude graphique

On a représenté, en annexe 2, la fonction B dans un repère du plan.
Chaque résultat sera donné à cent poulies près ou à cent euros près suivant les cas.
Les traits utiles à la compréhension du raisonnement seront laissés sur le graphique et une réponse écrite sur la copie sera attendue pour chaque question posée.

1. Déterminer dans quel intervalle peut varier le nombre de poulies pour que le bénéfice soit supérieur ou égal à 13 000 euros.

2. Quel est le bénéfice maximum envisageable pour l'entreprise ?
Pour quel nombre N de poulies fabriquées et vendues semble-t-il être réalisé ?

Partie B : étude théorique

Le bénéfice hebdomadaire noté $B(x)$, exprimé en milliers d'euros vaut

$$B(x) = -5 + (4 - x)\mathrm{e}^{x}.$$

1. a. On note B' la fonction dérivée de la fonction B.
Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $\mathrm{I} = [0\,;\,3{,}6]$, on a : $B'(x) = (3 - x)\mathrm{e}^{x}$.

b. Déterminer le signe de la fonction dérivée B' sur l'intervalle I.

c. Dresser le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle I. On indiquera les valeurs de la fonction B aux bornes de l'intervalle.

2. a. Justifier que l'équation $B(x) = 13$ admet deux solutions x_1 et x_2, l'une dans l'intervalle $[0\,;\,3]$ l'autre dans l'intervalle $[3\,;\,3{,}6]$.
À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur approchée à 0,01 près de chacune des deux solutions.

EXERCICE 4 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Dans cet exercice on étudie l'évolution de la dépense des ménages français en programmes audiovisuels (redevance audiovisuelle, billets de cinémas, vidéos, ...).

On note D_n la dépense des ménages en programmes audiovisuels, exprimée en milliards d'euros, au cours de l'année $1995 + n$.

année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
n	0	1	2	3	4	5	6	7
D_n	4,95	5,15	5,25	5,4	5,7	6,3	6,55	6,9

année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
n	8	9	10	11	12	13	14	15
D_n	7,3	7,75	7,65	7,79	7,64	7,82	7,89	8,08

Soit f la fonction définie, pour tout nombre réel x, par

$$f(x) = -0{,}003\,2x^3 + 0{,}06x^2 + 5.$$

Pour tout entier n vérifiant $0 \leqslant n \leqslant 20$, on décide de modéliser la dépense des ménages français en programmes audiovisuels exprimée en milliards d'euros, au cours de l'année $1995 + n$ par le nombre $f(n)$.

1. Calculer $f(5)$.

2. Déterminer le pourcentage p, de l'erreur commise en remplaçant D_5 par $f(5)$.
(Le pourcentage d'erreur est obtenu par le calcul :
$p = \dfrac{\text{valeur réelle} - \text{valeur estimée}}{\text{valeur réelle}}$ et le résultat sera donné à 0,1 % près.)

3. En utilisant la fonction f, quelle estimation de la dépense totale peut-on effectuer pour l'année 2013 ? (On arrondira le résultat au centième de milliard d'euros).

4. On veut utiliser la fonction f pour estimer la dépense moyenne des ménages entre le 1$^{\text{er}}$ janvier 1995 et le 1$^{\text{er}}$ janvier 2015.

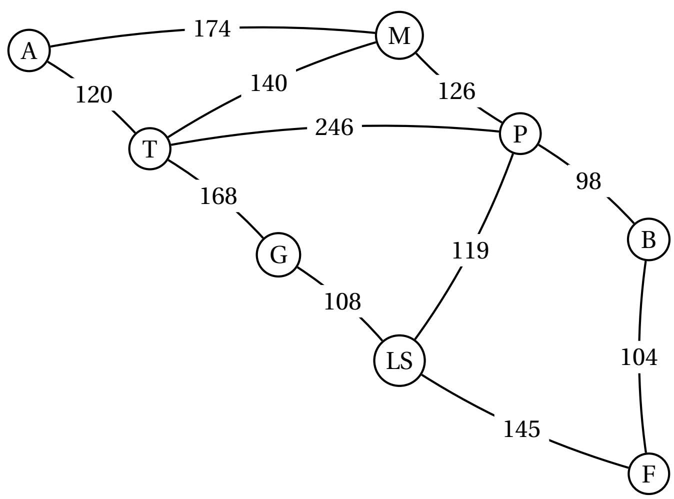
On calcule pour cela $M = \dfrac{1}{20}\displaystyle\int_0^{20} f(x)\,\mathrm{d}x$.

a. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,20]$.

b. Calculer M.

EXERCICE 4 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un chauffeur-livreur réside en Italie dans la ville d'Aoste.
Quatre fois par mois, son employeur l'envoie livrer du matériel informatique dans la ville de Florence.
Il est établi que le trajet en camion coûte, en carburant, 0,51 euro au kilomètre. Le chauffeur dispose d'un budget mensuel de 2 200 euros pour son carburant. Ce qu'il réussit à économiser lui permet de toucher une prime P équivalente en fin de mois.
li consulte donc la carte routière ci-dessous pour optimiser ses trajets.
Le graphe ci-dessous indique les distances entre différentes villes d'Italie : Aoste, Milan, Parme, Turin, Gènes, La Spézia, Bologne et Florence. Chaque ville est désignée par son initiale.



Les deux parties sont indépendantes.

Partie A : étude du trajet

1. Déterminer le trajet le plus court entre Aoste et Florence. (On indiquera les villes parcourues et l'ordre de parcours).

2. Déterminer le budget carburant nécessaire aux quatre voyages aller-retour du mois (le résultat sera arrondi à l'euro près).

En déduire le montant de la prime P qui lui sera versée en fin de mois, à l'euro près.

Partie B : traversée de Parme

Durant son trajet, le chauffeur est obligé de traverser Parme et ses très nombreux feux tricolores. Lorsque le feu est orange, le chauffeur se comporte comme lorsqu'il est rouge, il s'arrête.
L'expérience lui a permis d'établir que s'il se présente à un feu, il se produit les évènements suivants :

- Arrivé au feu, celui-ci est au vert (V) : la probabilité que le suivant soit vert est de 0,85.

- Arrivé au feu, celui-ci est orange ou rouge (R) : la probabilité que le suivant soit vert est de 0,30.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste.

2. Indiquer la matrice de transition M du graphe, en considérant les sommets dans l'ordre (V, R) en ligne comme en colonne.

3. Le premier feu rencontré est vert. La matrice P_1 donnant l'état initial est donc $\begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix}$.

a. Déterminer les matrices $P_2 = P_1 \times M$ et $P_3 = P_2 \times M$. (Le détail des calculs n'est pas demandé.

b. Conclure quant à la probabilité p de l'évènement « Le chauffeur doit s'arrêter au troisième feu ».

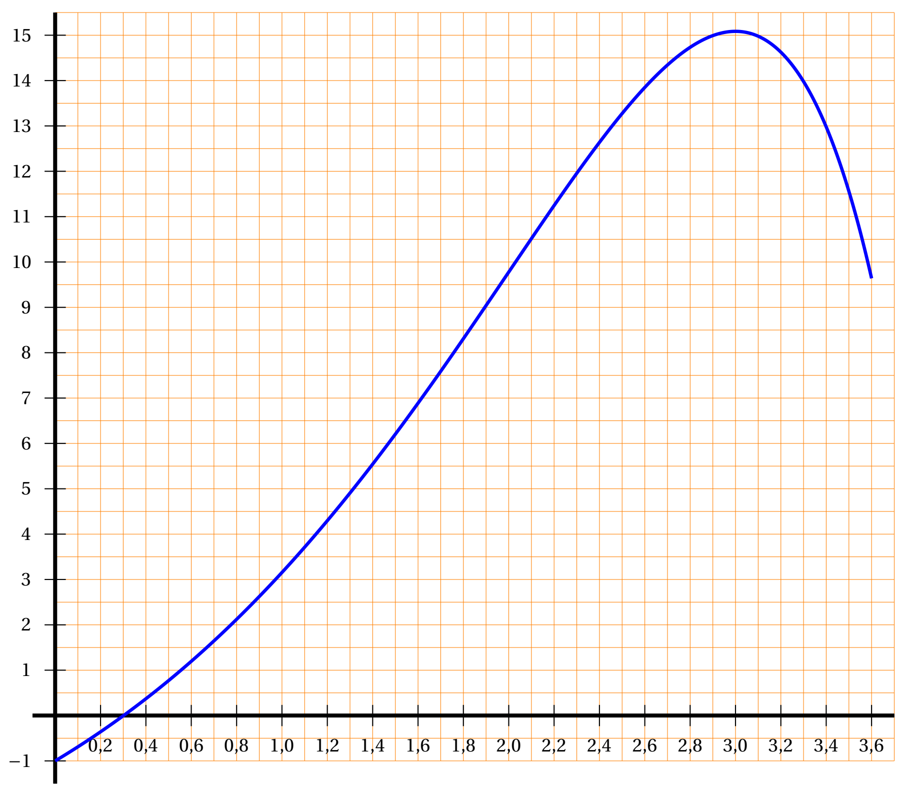
Annexes - à rendre avec la copie

Annexe 1

Extrait de la table de la loi normale pour $\mu = 200,5$ et $\sigma = 3,5$.

t	$p(X \leqslant t)$	t	$p(X \leqslant t)$	t	$p(X \leqslant t)$
186	0,000 0	196	0,099 3	206	0,942 0
187	0,000 1	197	0,158 7	207	0,968 4
188	0,000 2	198	0,237 5	208	0,983 9
189	0,000 5	199	0,334 1	209	0,992 4
190	0,001 3	200	0,443 2	210	0,996 7
191	0,003 3	201	0,556 8	211	0,998 7
192	0,007 6	202	0,665 9	212	0,999 5
193	0,016 1	203	0,762 5	213	0,999 8
194	0,031 6	204	0,841 3	214	0,999 9
195	0,058 0	205	0,900 7	215	1,000 0

Annexe 2



Baccalauréat ES/L Métropole 21 juin 2013 (sujet dévoilé)

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

1. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

x	$-\infty$	-5		-1		7	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↘	-4	↗	0	↗

a. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ est strictement positive.

b. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ est strictement négative.

c. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ est nulle.

d. Le tableau de variations ne permet pas de connaître le signe de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$.

2. Dans une ville de 23 000 habitants, la municipalité souhaite connaître l'opinion de ses concitoyens sur la construction d'un nouveau complexe sportif. Afin de l'aider dans sa décision, la municipalité souhaite obtenir une estimation de la proportion de personnes favorables à la construction de ce complexe sportif, au niveau de confiance de 95 % avec un intervalle d'amplitude inférieure à 4 %.

Le nombre minimum de personnes que la municipalité doit interroger est de :

a. 625 **b.** 2 500 **c.** 920 **d.** 874

3. Soit f la fonction dérivable définie sur $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2\ln x}{x+1} - 4$.

Dans le plan muni d'un repère, la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1 admet pour équation :

a. $y = x+3$ **b.** $y = x-5$ **c.** $y = -x-3$ **d.** $y = 2x-6$

4. On résout dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln x + \ln 2 \geqslant \ln(3x-6)$.

L'ensemble des solutions est :

a. $]2~;~6]$ **b.** $[6~;~+\infty[$ **c.** $]0~;~6]$ **d.** $]0~;~4]$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Un industriel étudie l'évolution de la production des jouets sur la machine VP1OOO de son entreprise. En 2000, lorsqu'il l'a achetée, elle pouvait produire 120 000 jouets par an.

Du fait de l'usure de la machine, la production diminue de 2 % par an.
On modélise le nombre total de jouets fabriqués au cours de l'année $(2000+n)$ par une suite (U_n). On a donc $U_0 = 120000$.

1. Montrer que, pour tout entier naturel n : $U_n = 120000 \times 0,98^n$.

2. a. Quel a été le nombre de jouets fabriqués en 2005 ?

b. Déterminer à partir de quelle année, le nombre de jouets fabriqués sera strictement inférieur à 100 000.

c. Cet industriel décide qu'il changera la machine lorsqu'elle produira moins de 90 000 jouets par an.
Recopier et compléter les lignes 8 et 9 de l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $U_n < 90000$.

1	**Variables :**	A est un réel
2		n est un entier naturel
3		
4	**Initialisation :**	Affecter à A la valeur 120 000
5		Affecter à n la valeur 0
6		
7	**Traitement :**	Tant que $A \geqslant 90000$
8		n prend la valeur …
9		…
10		Fin Tant que
11		
12	**Sortie :**	Afficher n

3. a. Exprimer $1+0,98+0,98^2+\cdots+0,98^n$ en fonction de n.

b. On pose $S_n = U_0+U_1+U_2+\cdots+U_n$.
Montrer que $S_n = 6000000 \times \left(1-0,98^{n+1}\right)$.

c. En déduire le nombre total de jouets fabriqués pendant les 15 premières années de production.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une entreprise, la société de débit boisson CAFTHÉ installe deux machines : l'une ne sert que du café et l'autre ne sert que du thé.
Chaque jour lors de la pause déjeuner, chaque employé de l'entreprise choisit une boisson, et une seule : café ou thé.
On suppose que le nombre total d'employés de l'entreprise reste constant au cours du temps.
La société CAFTHÉ pense que la machine à café sera toujours la plus utilisée. Une enquête, effectuée sur plusieurs jours, auprès des employés pour connaitre leurs choix de boisson a montré que :
- 97 % des employés qui choisissent un café un jour donné prennent encore un café le lendemain.
- 98 % des employés qui choisissent un thé un jour donné prennent encore un thé le lendemain.

On admet que cette tendance se poursuit les jours suivants.

Le premier jour, 70 % des employés ont choisi un café.
On note C l'état « L'employé choisit un café » et T l'état « L'employé choisit un thé ».
Pour tout entier naturel n non nul, on note :
- c_n la probabilité de l'évènement « un employé, pris au hasard, choisit un café le jour n » ;
- t_n la probabilité de l'évènement « un employé, pris au hasard, choisit un thé le jour n » ;
- P_n la matrice $(c_n \quad t_n)$ correspondant à l'état probabiliste le jour n.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets C et T.

2. Déterminer la matrice P_1 donnant l'état probabiliste le premier jour.

3. La matrice de transition M de ce graphe, en considérant les sommets dans l'ordre C et T est $M = \begin{pmatrix} 0,97 & 0,03 \\ 0,02 & 0,98 \end{pmatrix}$.

Déterminer la probabilité, arrondie au centième, qu'un employé choisisse un thé le quatrième jour.

4. **a.** Montrer que l'état stable est $(0,4 \quad 0,6)$.
   b. Est-ce que la société CAFTHÉ avait raison quant à l'utilisation de la machine à café à long terme ?
5. **a.** Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n.
   En déduire que pour tout entier n, on a $c_{n+1} = 0,95 \times c_n + 0,02$.
   b. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	A est un réel
	i et n sont des entiers naturels
Entrée :	Saisir n
Initialisation :	Affecter à A la valeur $0,70$
Traitement :	Pour i de 1 à n
	Affecter à A la valeur $0,95 \times A + 0,02$
	Fin Pour
Sortie :	Afficher A

En faisant apparaître les différentes étapes, donner la valeur affichée par cet algorithme lorsque la valeur de n est égale à 3.
Que permet de déterminer cet algorithme ?

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, sauf indication contraire, les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis éventuellement au millième.

Les parties A et B sont indépendantes.

On s'intéresse à une entreprise chargée de mettre du lait en bouteilles.

Partie A : Étude du processus de mise en bouteille

La bouteille vide arrive sur un tapis roulant et passe successivement dans 2 machines M_1 et M_2. La machine M_1 remplit la bouteille de lait et la machine M_2 met le bouchon.
Une étude statistique portant sur un grand nombre de bouteilles de lait à la fin de la chaîne a permis d'établir que 5 % des bouteilles ne sont pas correctement remplies et que parmi elles 8 % ont un bouchon. D'autre part, 4 % des bouteilles correctement remplies n'ont pas de bouchon.
On choisit une bouteille de lait au hasard à la fin de la chaîne et on note :
- R, l'évènement : « la bouteille est correctement remplie » ;
- B, l'évènement : « la bouteille a un bouchon ».

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements donnés, $P(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
$\overline{A}$ désigne l'évènement contraire de l'évènement A.

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que la bouteille soit correctement remplie et qu'elle ait un bouchon.
3. Montrer que la probabilité que la bouteille ait un bouchon est égale à $0,916$.
4. Sachant que la bouteille a un bouchon, déterminer la probabilité qu'elle soit correctement remplie.

Partie B : Production journalière

Une étude sur les dix premières années a montré que la production journalière de bouteilles de lait dans cette entreprise peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne 2 000 et d'écart type 200.

1. Calculer la probabilité que la production journalière soit comprise entre 1 800 et 2 200 bouteilles.

2. Le service maintenance doit intervenir sur les machines si la production journalière devient inférieure à 1 600 bouteilles. Déterminer la probabilité que le service maintenance intervienne sur les machines.

Rappel :
Si X est une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}\left(\mu\ ;\ \sigma^2\right)$ alors :
- $P\left(X \in [\mu - \sigma\ ;\ \mu + \sigma]\right) \approx 0,683$
- $P\left(X \in [\mu - 2\sigma\ ;\ \mu + 2\sigma]\right) \approx 0,954$
- $P\left(X \in [\mu - 3\sigma\ ;\ \mu + 3\sigma]\right) \approx 0,977$

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Dans un laboratoire, des scientifiques ont étudié pendant 10ans l'effet de la pollution sur une population d'insectes car ils craignaient l'extinction de cette espèce. L'étude a été effectuée sur un échantillon de 25 000 insectes.

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A :

Une étude a permis de montrer que la population d'insectes diminue très rapidement lors des quatre premières années. La population peut être modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par

$$f(t) = 25\text{e}^{-0,5t},$$

où t est le temps exprimé en années et $f(t)$ le nombre de milliers d'insectes.

1. Calculer le pourcentage de diminution du nombre d'insectes la première année. Arrondir à 1 %.
2. **a.** Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[0 ; 4\text{J}$ par

$$F(t) = -50\text{e}^{-0,5t}$$

est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

b. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_2^4 25\text{e}^{-0,5t}\,\text{d}t$.

c. En déduire la population moyenne d'insectes entre le début de la deuxième et le début de la quatrième année.

Partie B :

Après de longues recherches, un biologiste a mis au point un traitement pour essayer de sauver cette espèce. Ce traitement est administré aux insectes à partir de la quatrième année.
L'évolution de la population est alors modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $[4 ; 10]$ par :

$$g(t) = 20\text{e}^{-0,1t^2} + t - 4,65.$$

1. On désigne par g' la fonction dérivée de la fonction g.
Montrer que pour réel t de l'intervalle $[4 ; 10]$, $g'(t) = -4t\text{e}^{-0,1t^2} + 1$.
2. On admet que la fonction g' est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[4 ; 10]$.
Montrer que l'équation $g'(t) = 0$ a une solution et une seule α dans l'intervalle $[4 ; 10]$.
Donner la valeur arrondie au dixième de α.
3. **a.** En déduire le signe de $g'(t)$ sur l'intervalle $[4 ; 10]$.

b. Donner le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[4 ; 10]$.

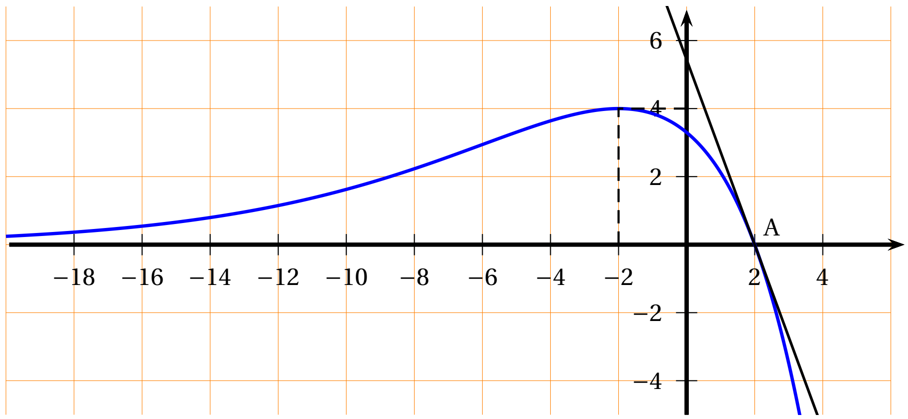
c. Que peut-on supposer quant à l'effet du traitement sur la population d'insectes ?

∽ Baccalauréat ES Polynésie 4 septembre 2013 ∾

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève aucun point.

On a tracé ci-dessous la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que sa tangente au point A d'abscisse 2.



1. Quelle est l'équation de la tangente à C_f en A ?

a. $y = -\mathrm{e}x + 2\mathrm{e}$ **b.** $y = 3x + 2\mathrm{e}$ **c.** $y = \mathrm{e}x + 3\mathrm{e}$ **d.** $y = -5x + 4\mathrm{e}$

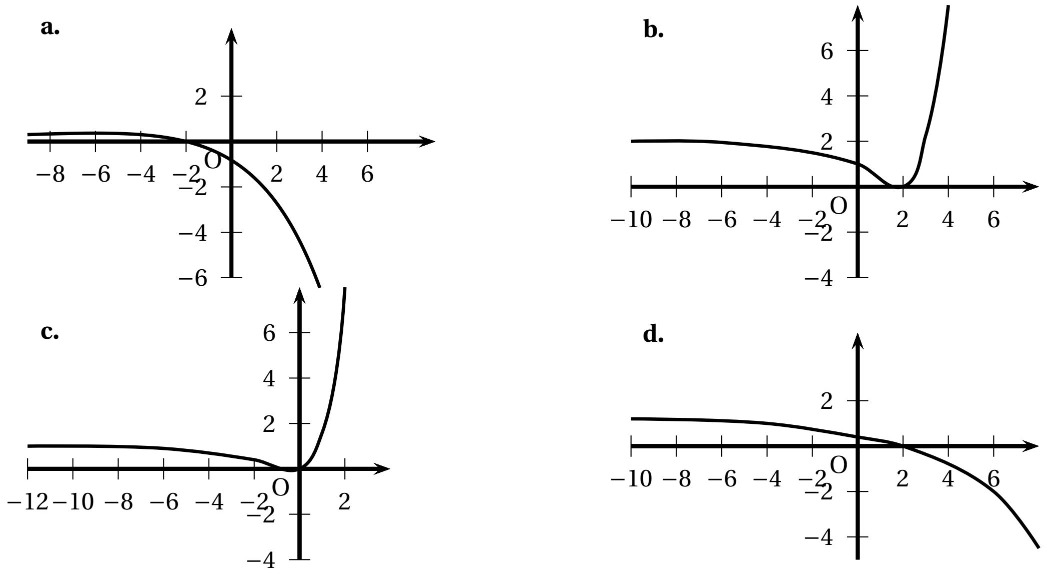
2. La fonction f est :

a. concave sur $]-\infty\,;\,0]$ **b.** convexe sur $]-\infty\,;\,0]$ **c.** concave sur $[0\,;\,2]$ **d.** convexe sur $[0\,;\,2]$

3. La valeur de $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

a. $50\mathrm{e}$ **b.** $16\mathrm{e} - 24\sqrt{\mathrm{e}}$ **c.** $0,1\mathrm{e}$ **d.** $-5\mathrm{e} - \sqrt{\mathrm{e}}$

4. Parmi les 4 courbes représentées ci-dessous, laquelle représente la fonction dérivée de la fonction f ?



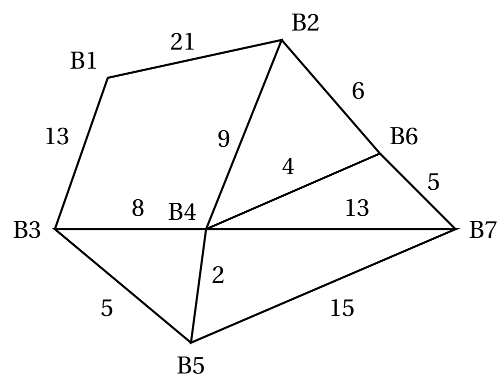
EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Un club sportif organise une course d'orientation. Sept postes de contrôles (appelés balises) sont prévus.
Les sept balises notées B1 ; B2 ; ... ; B7 sont représentées sur le graphe ci-contre. Les arêtes du graphe représentent les chemins possibles entre les balises et sur chaque arête est indiqué le temps de parcours estimé en minutes.



1. **a.** Le graphe est-il connexe ? Justifier la réponse.
   b. Existe-t-il un parcours qui permet de revenir à une balise de départ en passant une et une seule fois par tous les chemins ? Justifier la réponse.
   c. Existe-t-il un parcours qui permet de relier deux balises différentes en passant une et une seule fois par tous les chemins ?
2. Les organisateurs décident de situer le départ à la balise B1 et l'arrivée à la balise B7. Chaque participant doit rallier la balise B7 en un minimum de temps. Ils ne sont pas tenus à emprunter tous les chemins.
   Quelle est la durée minimale du parcours possible et quel est ce parcours ? Justifier votre réponse à l'aide d'un algorithme.

Partie B

Depuis l'année 2011, ce club sportif propose à ses licenciés une assurance spécifique. La première année, 80 % des licenciés y ont adhéré. En 2012, 70 % des licenciés ayant adhéré en 2011 ont conservé cette assurance et 60 % de ceux n'ayant pas adhéré en 2011 ont adhéré en 2012.
En supposant que cette évolution se maintienne, le club sportif souhaite savoir quel pourcentage de licenciés adhèrera à cette assurance à plus long terme. On note : A « le licencié est assuré »
B « le licencié n'est pas assuré »

Pour tout entier n non nul, l'état probabiliste du nombre d'assurés l'année $2011+n$ est défini par la matrice ligne $P_n = \begin{pmatrix} x_n & y_n \end{pmatrix}$ où x_n désigne la probabilité pour un licencié d'être assuré l'année $2011+n$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
2. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en prenant les sommets A et B dans cet ordre.
3. En remarquant que $P_0 = (0,8 \quad 0,2)$, déterminer P_1. Interpréter ce résultat.
4. Le club sportif maintiendra son offre d'assurance spécifique si le nombre d'assurés reste supérieur à 55 %. L'évolution prévue lui permet-elle d'envisager le maintien de son offre à long terme ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise qui produit du papier recyclé, a été créée en l'année 2000 et le tableau ci-dessous donne l'évolution de sa production.

Année	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012
Rang de l'année	0	2	4	6	8	10	12
Production en tonnes	7 000	18 811	36 620	49 000	58 012	63 098	68 500

1. **a.** Déterminer le pourcentage d'augmentation de la production entre les années 2000 et 2012. On donnera le résultat arrondi sous la forme a% où a est un nombre entier.

   b. Déterminer un nombre réel positif qui est solution de l'équation :
   $x^{12} = 9,79$. Interpréter ce nombre en termes de taux d'évolution de la production de cette entreprise entre les années 2000 et 2012. On donnera le résultat arrondi sous la forme b% où b est un nombre entier.
2. L'entreprise fait appel à un cabinet d'experts pour modéliser l'évolution de la production de l'entreprise afin de faire une projection jusqu'en 2020. Le cabinet d'experts propose la fonction f définie sur l'intervalle $[2\,;\,20]$ par :

$$f(x) = 27\,131 \ln x + 0,626x^3$$

   où x représente le rang de l'année et $f(x)$ le nombre de tonnes produites.

   a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[2\,;\,20]$. Déterminer $f'(x)$ puis les variations de la fonction f sur $[2\,;\,20]$.

   b. À l'aide de cette modélisation, l'entreprise peut-elle dépasser une production de 90 000 tonnes de papier recyclé avant l'année 2020 ? Justifier.
3. Une commande de bobines de papier de 2,20 m de large et pesant chacune environ 500 kg est faite à cette entreprise. Le poids d'une bobine varie en fonction de nombreux facteurs.
   Soit X la variable aléatoire qui à toute bobine choisie au hasard dans cette commande associe son poids. On admet que X suit une loi normale de paramètres $\mu = 500$ et $\sigma = 2$.

   a. Toute bobine dont le poids est inférieur à 496 kg est refusée.
   Quelle est la probabilité qu'une bobine choisie au hasard dans cette commande soit refusée ?
   Donner une valeur arrondie du résultat à 10^{-4}.

   b. L'entreprise perd de l'argent pour toute bobine dont le poids est supérieur à 506 kg.
   Quelle est la probabilité qu'une bobine choisie au hasard dans cette commande fasse perdre de l'argent à l'entreprise ? Donner une valeur arrondie du résultat à 10^{-4}.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

La population de l'Allemagne (nombre de personnes résidant sur le territoire allemand) s'élevait à 81 751 602 habitants au premier janvier 2011.

De plus, on sait qu'en 2011, le nombre de naissances en Allemagne ne compense pas le nombre de décès, et sans tenir compte des flux migratoires on estime le taux d'évolution de la population allemande à $-0,22\,\%$. On admet que cette évolution reste constante les années suivantes.
Les résultats seront arrondis à l'unité

Partie A

On propose l'algorithme suivant :

Entrée :	Saisir le nombre entier naturel non nul S.

Traitement :	Affecter à U la valeur 81 751 602 {initialisation}
	Affecter à N la valeur 0 {initialisation}
	Tant que U > S
	    Affecter à U la valeur 0,997 8× U
	    Affecter à N la valeur N +1
	Fin tant que

Sortie :	Afficher N

On saisit en entrée le nombre S = 81 200 000. Recopier et compléter le tableau suivant autant que nécessaire en arrondissant les résultats à l'unité. Quel nombre obtient-on en sortie ?

U	81 751 602	81 571 748	...	
N	0		...	
Test U > S	Vrai		...	

Partie B

On note u_n l'effectif de la population de l'Allemagne au premier janvier $2011+n$.

1. Déterminer u_0 et u_1.
2. **a.** Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique, de 1$^{\text{er}}$ terme 81 751 602 et de raison 0,997 8.

   b. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Si cette évolution de $-0,22\,\%$ se confirme :

   a. Quel serait l'effectif de la population de l'Allemagne au premier janvier 2035 ?

   b. En quelle année la population passera-telle au-dessous du seuil de 81 200 000 habitants ?

Partie C

Dans cette partie, on tient compte des flux migratoires : on estime qu'en 2011 , le solde migratoire (différence entre les entrées et les sorties du territoire) est positif en Allemagne et s'élève à 49 800 personnes.
On admet de plus que le taux d'évolution de $-0,22\,\%$ ainsi que le solde migratoire restent constants les années suivant 2011.

1. Modéliser cette situation à l'aide d'une suite (v_n) dont on précisera le premier terme v_0 ainsi qu'une relation entre v_{n+1} et v_n.
2. Calculer v_1 et v_2. Que peut-on conjecturer sur l'évolution de la population de l'Allemagne ?

(*Données recueillies par l'Institut national d'études démographiques*)

Baccalauréat ES Antilles–Guyane
12 septembre 2013

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près.*

Les parties A, B et C peuvent être traitées indépendamment.

Deux roues sont disposées sur le stand d'un forain. Elles sont toutes deux partagées en 10 secteurs identiques.
La première comporte 5 secteurs rouges, 3 bleus et 2 verts.
La deuxième comporte 7 secteurs noirs et 3 jaunes.
Quand on fait tourner une de ces deux roues, un repère indique, lorsqu'elle s'arrête, un secteur. Pour chacune des deux roues, on admet que les 10 secteurs sont équiprobables.
Le forain propose le jeu suivant : on fait tourner **la première roue** et, lorsqu'elle s'arrête, on considère la couleur du secteur indiqué par le repère.

— Si c'est le rouge, le joueur a perdu et la partie s'arrête.
— Si c'est le bleu, la partie continue ; le joueur fait tourner **la deuxième roue** : si le repère indique un secteur jaune, le joueur a gagné un lot et s'il indique un secteur noir, le joueur a perdu.
— Si c'est le vert, la partie continue ; le joueur fait tourner **la deuxième roue** : si le repère indique un secteur noir, le joueur a gagné un lot et s'il indique un secteur jaune, le joueur a perdu.

Partie A

Le joueur fait une partie.
On note les évènements suivants :
R : « Le repère de la première roue indique la couleur rouge » ;
B : « Le repère de la première roue indique la couleur bleue » ;
V : « Le repère de la première roue indique la couleur verte » ;
N : « Le repère de la deuxième roue indique la couleur noire » ;
J : « Le repère de la deuxième roue indique la couleur jaune » ;
G : « Le joueur gagne un lot ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité $P(B \cap J)$ de l'évènement $B \cap J$.
3. Démontrer que la probabilité $P(G)$ que le joueur gagne un lot est égale à $0,23$.

Partie B

Un joueur fait quatre parties successives et indépendantes. On rappelle que la probabilité de gagner un lot est égale à $0,23$.
Déterminer la probabilité que ce joueur gagne un seul lot sur ces quatre parties.

Partie C

Durant le week-end, un grand nombre de personnes ont tenté leur chance à ce jeu.
On note X le nombre de parties gagnées durant cette période et on admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 45$ et d'écart-type $\sigma = 5$. Déterminer :

1. la probabilité : $P(40 < X < 50)$;
2. la probabilité qu'au moins 50 parties soient gagnées durant le week-end.

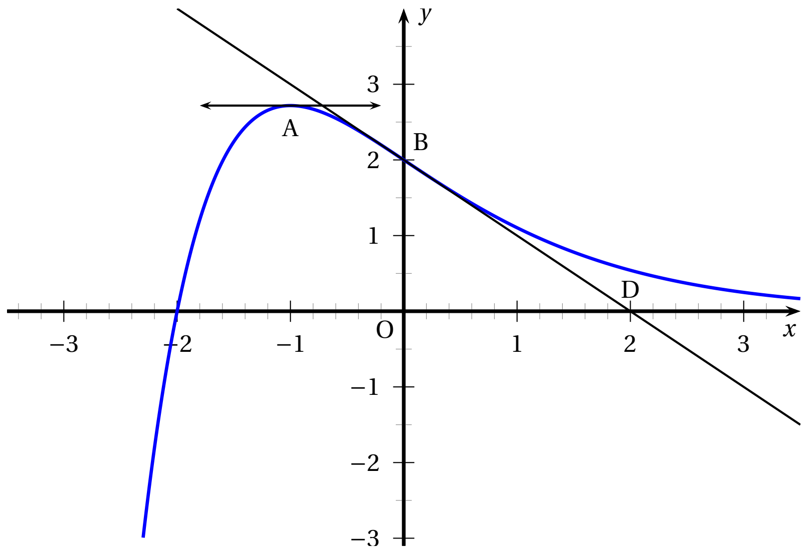
Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

La courbe C d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est donnée ci-dessous.
La courbe C passe par les points A$(-1\,;\,\mathrm{e})$ et B$(0\,;\,2)$ où $\mathrm{e} = \exp(1)$.
La tangente à la courbe C au point A est horizontale et la tangente à la courbe C au point B est la droite (BD), où D a pour coordonnées $(2\,;\,0)$.



Pour chacune des affirmations suivantes, recopier sur votre copie le numéro de la question et indiquer, sans justifier, si elle est vraie ou fausse en vous appuyant sur la représentation graphique ci-dessus.

Une bonne réponse rapporte 0,5 *point ; une mauvaise réponse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. L'équation $f(x) = 1$ admet exactement trois solutions dans l'intervalle $[-2\,;\,3]$.
2. La fonction f est convexe sur l'intervalle $[1\,;\,3]$.
3. $f'(-1) = 0$.
4. $f'(0) = -1$.
5. $f'(x) \geqslant 0$ sur l'intervalle $[1\,;\,3]$.
6. Une primitive F de la fonction f est croissante sur l'intervalle $[1\,;\,3]$.

Partie B

Pour chacune des affirmations suivantes, recopier sur votre copie le numéro de la question et indiquer, **en justifiant**, si elle est vraie ou fausse.

Une bonne réponse rapporte 1 point ; une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. L'ensemble des solutions de l'inéquation : $0{,}2\ln x - 1 \leqslant 0$ est l'intervalle $[\mathrm{e}\,;\,+\infty[$.
2. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 2\ln x$.
   La fonction g est convexe sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise de produits cosmétiques fait réaliser une étude marketing sur une population donnée.

Cette étude montre que lors de la sortie d'une nouvelle crème hydratante, la probabilité qu'une cliente l'achète lors de la première vente promotionnelle est de $0,2$.
De plus, lorsqu'une cliente a acheté une crème hydratante lors d'une vente promotionnelle, la probabilité qu'elle en achète à nouveau lors de la vente promotionnelle suivante est de $0,8$. Lorsqu'une cliente n'a pas acheté de crème hydratante, la probabilité pour qu'elle en achète à la vente promotionnelle suivante est de 0,3.
n étant un entier naturel non nul, on note :

- a_n la probabilité qu'une cliente achète une crème hydratante lors de la n-ième vente promotionnelle.
- b_n la probabilité qu'une cliente n'achète pas une crème hydratante lors de la n-ième vente promotionnelle.
- $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste à la n-ième vente promotionnelle.

1. **a.** Déterminer P_1.

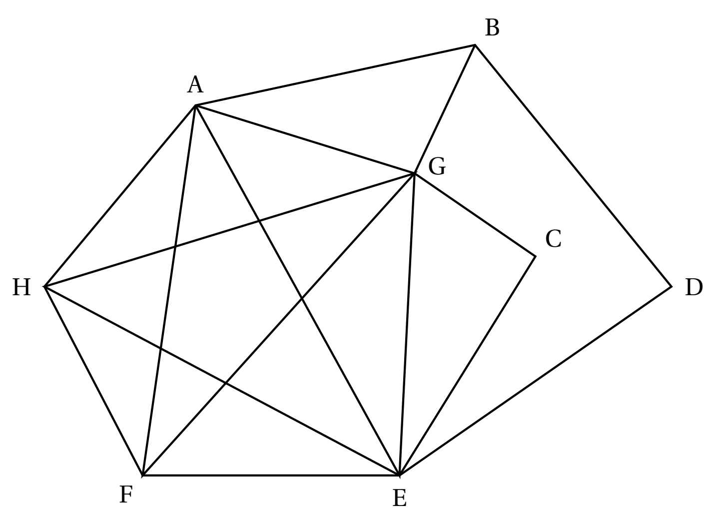
b. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets :
V quand il y a achat ;
$\overline{V}$ quand il n'y a pas achat.

2. **a.** Écrire la matrice M de transition associée à ce graphe.

b. Calculer P_2 et P_3. D'après ces résultats, quel est l'effet de ces trois premières ventes promotionnelles ?

3. Justifier qu'il existe un état stable $P = (a \quad b)$ pour cette situation. Le déterminer.

4. L'étude marketing montre que certains produits ne sont jamais achetés simultanément. On représente les incompatibilités par le graphe suivant, où deux sommets reliés représentent deux produits qui ne sont jamais dans une même commande. Par exemple, les produits A et B, représentés par des sommets reliés, ne sont jamais dans une même commande.



L'entreprise souhaite répartir les produits dans des lots constitués de produits ne présentant aucune incompatibilité d'achat. Combien de lots doit-elle prévoir au minimum ? Justifier votre réponse à l'aide d'un algorithme et proposer une répartition des produits.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

En 2005, année de sa création, un club de randonnée pédestre comportait 80 adhérents. Chacune des années suivantes on a constaté que :

— 10 % des participants ne renouvelaient pas leur adhésion au club ;
— 20 nouvelles personnes s'inscrivaient au club.

On suppose que cette évolution reste la même au fil des ans.

Partie A

On donne l'algorithme suivant :

Entrée :	Saisir n entier positif
Traitement :	X prend la valeur 80 {Initialisation} Pour i allant de 1 à n Affecter à X la valeur $0,9X+20$ Fin Pour X prend la valeur de X arrondie à l'entier inférieur
Sortie :	Afficher X

1. Pour la valeur $n=2$ saisie, quelle est la valeur affichée à la sortie de cet algorithme ?

2. Interpréter dans le contexte du club de randonnée, pour la valeur $n=2$ saisie, le nombre affiché à la sortie de cet algorithme.

Partie B

1. On considère la suite (a_n) définie par $a_0=80$ et, pour tout entier naturel n, $a_{n+1}=0,9a_n+20$. Pour tout entier naturel n, on pose : $b_n=a_n-200$.

a. Démontrer que (b_n) est une suite géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.

b. Exprimer b_n en fonction de n.

2. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $a_n=200-120\times 0,9^n$.

3. Quelle est la limite de la suite (a_n) ?

Partie C

1. L'objectif du président du club est d'atteindre au moins 180 adhérents. Cet objectif est-il réalisable ?

2. Même question si l'objectif du président du club est d'atteindre au moins 300 adhérents.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique des pièces métalliques pour la construction automobile. On modélise le bénéfice journalier par la fonction B définie sur $[0\,;\,10]$ par

$$B(x)=x+4\mathrm{e}^{-x}-5,$$

où x représente le nombre de pièces produites et vendues, exprimé en centaines, et $B(x)$ représente le bénéfice en milliers d'euros.

1. **a.** Déterminer $B'(x)$, où B' désigne la fonction dérivée de la fonction B.

b. Démontrer que $B'(x)$ s'annule uniquement pour $x=\ln(4)$.

c. Calculer les valeurs exactes de $B(0); B(10)$ et $B(\ln(4))$.

d. Dresser et compléter le tableau de variation de la fonction B sur $[0\,;\,10]$.

2. **a.** Justifier que l'équation $B(x)=0$ possède une solution unique α sur $[\ln(4)\,;\,10]$.

b. Donner une valeur approchée à 10^{-2} de α.

3. À partir de combien d'unités produites et vendues l'entreprise sera-t-elle bénéficiaire ?

Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion
13 septembre 2013

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

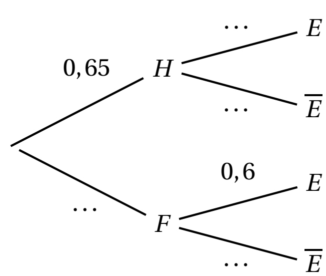
Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65 % d'hommes.
Des études préalables ont montré que 30 % des hommes contactés écoutent les explications, les autres raccrochant aussitôt (ou se déclarant immédiatement non intéressés). Parmi les femmes, 60 % écoutent les explications.
On admet que ces proportions restent stables.

Partie A

On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.
On note H l'évènement « la personne choisie est un homme », F l'évènement « la personne choisie est une femme », E l'évènement « la personne choisie écoute les explications du démarcheur » et $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements donnés, $P(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité proposé ci-dessous :



2. **a.** Traduire par une phrase l'évènement $E \cap F$ et calculer sa probabilité.
   b. Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à 0,405.
   c. Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ? *On donnera le résultat arrondi au centième.*

Partie B

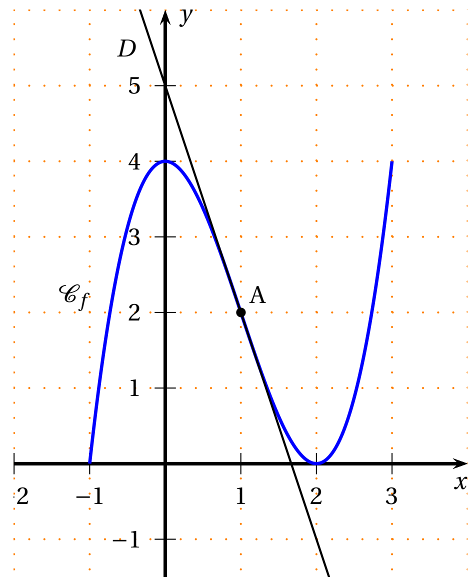
Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.
Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.
On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.
On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. (*On arrondira le résultat au centième*).
3. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. *On donnera une valeur arrondie au dix millième.*

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire–L

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-1~;~3]$, deux fois dérivable sur cet intervalle et dont la représentation $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé est proposée ci-contre.
On désigne par f' la fonction dérivée de f, par f'' la fonction dérivée seconde de f, par F une primitive de f (On admet l'existence de F).
La droite D est tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 1, seul point en lequel la courbe traverse la tangente.
L'axe des abscisses est tangent à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.
La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 est la droite d'équation $y = 4$.



Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des quatre propositions est exacte.
Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la proposition choisie.
Une réponse juste apporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

1. **a.** f est convexe sur l'intervalle $[-1~;~0]$.
   b. f est concave sur l'intervalle $]1~;2[$.
   c. f est convexe sur l'intervalle $]1~;3[$.
   d. $\mathscr{C}_f$ est au -dessus de sa tangente au point d'abscisse -1.
2. **a.** $f(1) = 5$
   b. $f'(1) = 2$
   c. $f''(1) = -3$
   d. La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 a pour équation $y = -3x+5$.
3. **a.** $f'(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]-1~;~2[$.
   b. f' est croissante sur l'intervalle $]1~;2[$.
   c. $f(x) = 0$ si et seulement si $x = 0$ ou $x = 2$
   d. $f'(x) \leqslant 0$ pour tout x de l'intervalle $]-2~;~-1[$.
4. **a.** $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x < 0$
   b. $3 < \displaystyle\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x < 6$
   c. $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
   d. La valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0~;2]$ est égale à 1.
5. **a.** f' est croissante sur l'intervalle $]-1~;~2[$.
   b. F est croissante sur l'intervalle $]-1~;~2[$.
   c. f est croissante sur l'intervalle $]-1~;~2[$.
   d. $F(1) > F(2)$

Exercice 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Un lycée d'une grande ville de province organise un forum des grandes écoles de la région pour aider ses élèves dans leurs choix d'orientation post-bac.

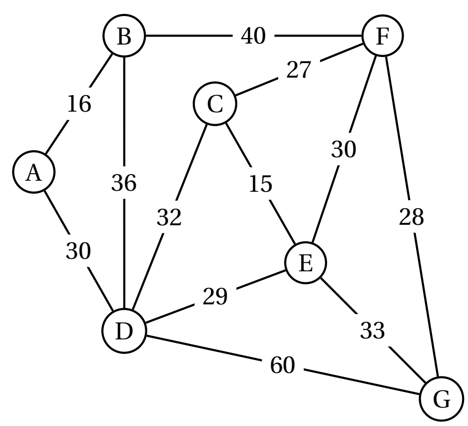
PARTIE A

Une des écoles a effectué une étude sur la mobilité des étudiants de la promotion de 2008 en ce qui concerne les choix de carrière.
Elle a relevé qu'en 2008, à la fin de leurs études, 25 % des diplômés sont partis travailler à l'étranger alors que le reste de la promotion a trouvé du travail en France.
On a observé ensuite qu'à la fin de chaque année, 20 % des personnes ayant opté pour l'étranger reviennent sur un poste en France alors que 10 % des personnes travaillant en France trouvent un poste à l'étranger. On considère que cette situation perdure.
On note $P_n = (e_n \quad l_n)$ la matrice correspondant à l'état probabiliste en $2008+n$, avec e_n la probabilité que la personne travaille à l'étranger, l_n celle qu'elle travaille en France.
Ainsi $P_0 = (0,25 \quad 0,75)$.

1. Proposer le graphe probabiliste associé à cette situation. On désignera par E (étranger) et F (France) les deux sommets.
2. Donner la matrice de transition M associée en prenant les sommets dans l'ordre E puis F.
3. Montrer qu'en 2011, la proportion des étudiants de la promotion 2008 travaillant à l'étranger est de 30,475 %.
4. Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu.

PARTIE B

Pour clôturer cette journée, un groupe de lycéens musiciens a décidé d'organiser un concert. Ils décident de faire le tour de tous les lycées de la ville et de distribuer des prospectus sur le trajet pour faire de la publicité pour cette soirée. Les membres du groupe ont établi le graphe ci-contre. Les sommets représentent les différents lycées et les arêtes, les rues reliant les établissements. Les arêtes sont pondérées par les durées des trajets entre deux sommets consécutifs, exprimées en minutes.



1. Existe- t -il un trajet d'un lycée à un autre permettant de parcourir toutes les rues une fois et une seule ?
   Si oui, donner un tel trajet, si non expliquer pourquoi.
2. Arrivé en retard au lycée A, un membre du groupe veut trouver le chemin le plus rapide pour rejoindre ses camarades au lycée G. Quel trajet peut-il prendre ? Quelle est alors la durée du parcours ?

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-10 ; 30]$ par

$$f(x) = 5 + x\mathrm{e}^{0,2x-1}.$$

On admet que f est dérivable sur cet intervalle et admet des primitives sur cet intervalle.

1. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-10\ ;\ 30]$, $f'(x) = (0,2x+1)\mathrm{e}^{0,2x-1}$.
2. En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[-10\ ;\ 30]$.
3. Justifier que l'équation $f(x) = 80$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0\ ;\ 20]$ et donner un encadrement de α à 0,1 près.
4. Soit F la fonction définie sur $[-10\ ;\ 30]$ par

$$F(x) = 5(x-5)\mathrm{e}^{0,2x-1} + 5x.$$

   On admet que F est une primitive de f dans l'intervalle $[-10\ ;\ 30]$.

   a. Calculer la valeur exacte de $I = \displaystyle\int_5^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$.

   b. En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[5\ ;\ 10]$. (On donnera une valeur arrondie au centième.)

PARTIE B

En 2010, un styliste a décidé d'ouvrir des boutiques de vêtements à prix modérés, tout d'abord dans son pays d'origine, puis dans la communauté européenne et au niveau mondial.
Il a utilisé la fonction f définie dans la partie A mais seulement sur l'intervalle $[0\ ;\ 20]$ pour modéliser son développement et a désigné par $f(x)$ le nombre de magasins de son enseigne existant en $2010 + x$.

1. Calculer $f(0)$ et interpréter le résultat.
2. En utilisant la partie A, indiquer à partir de quelle année la chaîne possédera 80 boutiques.
3. Chaque magasin a un chiffre d'affaires journalier moyen de 2 500 euros.
   Si on considère qu'un magasin est ouvert 300 jours par an, calculer à la centaine d'euros près, le chiffre d'affaires annuel moyen que le styliste peut espérer pour l'ensemble de ses boutiques entre 2015 et 2020.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le responsable du foyer des jeunes d'un village a décidé d'organiser une brocante annuelle. Pour la première brocante, en 2012, il a recueilli 110 inscriptions.
D'après les renseignements pris auprès d'autres organisateurs dans les villages voisins, il estime que d'une année sur l'autre, 90 % des exposants se réinscriront et que 30 nouvelles demandes seront déposées.
On désigne par u_n le nombre d'exposants en $(2012+n)$ avec n un entier naturel.
Ainsi u_0 est le nombre d'exposants en 2012, soit $u_0 = 110$.

1. Quel est le nombre d'exposants attendu pour 2013 ?
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,9u_n + 30$.
3. Vu la configuration actuelle de la manifestation dans le village, le nombre d'exposants ne peut pas excéder 220.
   Recopier et compléter l'algorithme proposé ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle l'organisateur ne pourra pas accepter toutes les demandes d'inscription.

Variables :	u est un nombre réel n est un nombre entier naturel
Initialisation :	Affecter à u la valeur ... Affecter à n la valeur 2012

Traitement :	Tant que ...
	    Affecter à u la valeur ...
	    Affecter à n la valeur $n+1$

Sortie :	Afficher ...

4. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 300$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,9$.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = -190 \times 0,9^n + 300$.

c. Déterminer le résultat recherché par l'algorithme de la question 3 en résolvant une inéquation.

5. L'organisateur décide d'effectuer une démarche auprès de la mairie pour obtenir assez de place pour ne jamais refuser d'inscriptions. Il affirme au maire qu'il suffit de lui autoriser 300 emplacements. A-t-il raison de proposer ce nombre ? Pourquoi ?

∽ Baccalauréat ES/L Amérique du Sud ∾
21 novembre 2013

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise informatique produit et vend des clés USB. La vente de ces clés est réalisée par des commerciaux qui se déplacent aux frais de l'entreprise.

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. La direction de l'entreprise décide de diminuer le budget consacré aux frais de déplacements de ses commerciaux.

   Affirmation 1 : « Diminuer ce budget de 6 % par an pendant 5 ans revient à diminuer ce budget de 30 % sur la période de 5 ans ».

2. La production mensuelle varie entre 0 et 10 000 clés.
   Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros, peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

   $$B(x) = -x^2 + 10x - 9,$$

   où x représente le nombre de milliers de clés produites et vendues.

   Affirmation 2a : « Lorsque l'entreprise produit et vend entre 1 000 et 9 000 clés USB, le bénéfice est positif ».

   Affirmation 2b : « Lorsque l'entreprise produit et vend 5 000 clés USB, le bénéfice mensuel est maximal ».

   Affirmation 2c : « Lorsque l'entreprise produit et vend entre 2 000 et 8 000 clés USB, son bénéfice mensuel moyen est égal à 78 000 euros ».

3. Pour contrôler la qualité du stock formé des milliers de clés USB fabriquées chaque année, on sélectionne au hasard un échantillon de 4 000 clés. Parmi ces clés, 210 sont défectueuses.
   Le directeur des ventes doit stopper toute la chaîne de fabrication des clés USB si la borne supérieure de l'intervalle de confiance, au niveau de confiance 95 %, dépasse 7 %.

   Affirmation 3 : « À l'issue du contrôle, le directeur des ventes stoppera toute la chaîne de fabrication ».

EXERCICE 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{-x} + 1.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé du plan et f' la fonction dérivée de f.

1. **a.** Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}(1 - x)$.
   b. En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.
2. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-1\,;\,0]$.
   b. Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.
3. Montrer que l'équation réduite de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 est $y = x + 1$.
4. L'objectif de cette question est de déterminer la position relative de $\mathscr{C}_f$ par rapport à T.
   À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu, pour tout réel x, l'expression et le signe de $f''(x)$ où f'' désigne la dérivée seconde de f.

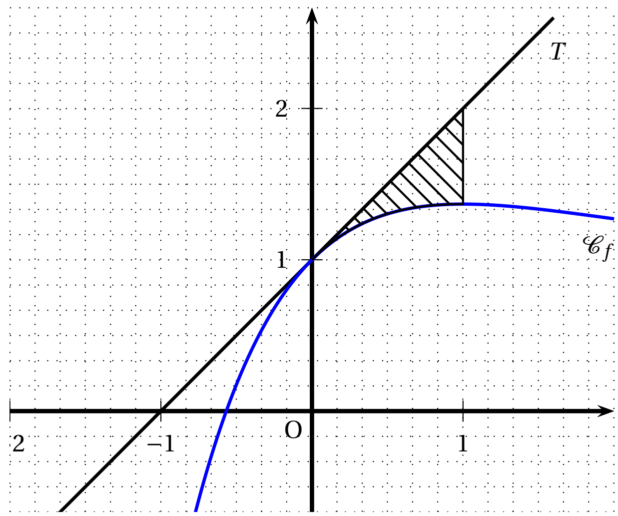
	Instruction	Réponse
1	$f(x) = x * \exp(-x) + 1$	$xe^{-x} + 1$
2	$f''(x) =$ dérivée seconde$[f(x)]$	$e^{-x}(x-2)$
3	résoudre $[e^{-x}(x-2) \geqslant 0]$	$x \geqslant 2$

a. Déterminer le sens de variation de la dérivée f' de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

b. Déterminer l'intervalle de $\mathbb{R}$ sur lequel la fonction est convexe puis celui sur lequel elle est concave.

c. En déduire la position relative de $\mathscr{C}_f$ par rapport à T sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2]$.

5. On a tracé ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ et la tangente T dans un repère orthonormé.



a. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = e^{-x}(-1-x) + x.$$

Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

b. Calculer, en unités d'aire, l'aire du domaine hachuré compris entre la courbe $\mathscr{C}_f$, la tangente T et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$ puis donner le résultat arrondi à 10^{-3} près.

EXERCICE 3 **5 points**
ES : Enseignement obligatoire
L : Enseignement de spécialité

Dans un pays, suite à une élection, un institut de sondage publie chaque mois la cote de popularité du président (c'est-à-dire le pourcentage de personnes ayant une opinion favorable à l'action qu'il mène). Ce sondage résulte d'une enquête réalisée auprès d'un échantillon de la population du pays.

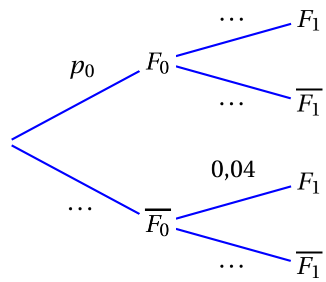
Les enquêtes réalisées révèlent que d'un mois à l'autre :

- 6 % des personnes qui étaient favorables ne le sont plus ;
- 4 % des personnes qui n'étaient pas favorables le deviennent.

On interroge au hasard une personne dans la population du pays et on note :

- F_0 l'évènement « la personne interrogée a une opinion favorable dès l'élection du président » de probabilité p_0 et $\overline{F_0}$ son évènement contraire ;
- F_1 l'évènement « la personne interrogée le 1er mois a une opinion favorable » de probabilité p_1 et $\overline{F_1}$ son évènement contraire.

1. a. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant.



b. Montrer que $p_1 = 0,9p_0 + 0,04$.

Pour la suite de l'exercice, on donne $p_0 = 0,55$ et on note, pour tout entier naturel n, F_n l'évènement « la personne interrogée le n-ième mois a une opinion favorable » et p_n sa probabilité.
On admet de plus, que pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 0,9p_n + 0,04$.

2. On considère l'algorithme suivant :

Variables :
I et N sont des entiers naturels
P est un nombre réel
Entrée :
Saisir N
Initialisation :
P prend la valeur $0,55$
Traitement :
Pour I allant de 1 à N
P prend la valeur $0,9P + 0,04$
Fin Pour
Sortie :
Afficher P

a. Écrire ce qu'affiche cet algorithme lorsque l'utilisateur entre la valeur $N = 1$.

b. Donner le rôle de cet algorithme.

3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :
$u_n = p_n - 0,4$.

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9 et préciser la valeur de son premier terme u_0.

b. En déduire l'expression de u_n en fonction de n puis l'expression de p_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de la suite $\left(p_n\right)$ et interpréter le résultat.

4. a. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $0,15 \times 0,9^n + 0,4 \leqslant 0,45$.

b. Interpréter le résultat trouvé.

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une étude est réalisée chaque hiver sur une population composée de personnes qui peuvent pratiquer le ski de piste ou le snowboard.
L'étude révèle que :
— Si une personne pratique le ski de piste, alors la probabilité qu'elle pratique le snowboard l'hiver suivant est égale à $0,2$.
— Si une personne pratique le snowboard, alors la probabilité qu'elle pratique le ski de piste l'hiver suivant est égale à $0,3$.

On note S l'état : « la personne pratique le ski de piste » et $\overline{S}$ l'état : « la personne pratique le snowboard ».
On note également pour tout entier naturel n :

— p_n la probabilité qu'une personne pratique le ski de piste lors du n-ième hiver ;
— q_n la probabilité qu'une personne pratique le snowboard lors du n-ième hiver ;
— $P_n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste du système lors du n-ième hiver.

On suppose que la population initiale ne comporte que des personnes pratiquant le ski de piste, on a donc $P_0 = (1 \quad 0)$.

Partie A

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets S et $\overline{S}$.

2. **a.** Donner la matrice de transition M de ce graphe probabiliste.

b. Calculer M^2.

c. Déterminer l'état probabiliste P_2.

3. Montrer que pour tout entier naturel n, on a $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,3$.

4. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	
①	J et N sont des entiers naturels
②	p est un nombre réel
Entrée :	
③	Saisir N
Initialisation :	
④	p prend la valeur 1
Traitement :	
⑤	Pour J allant de 1 à N
⑥	p prend la valeur ....
⑦	Fin Pour
Sortie :	
⑧	Afficher p

Recopier et compléter la ligne ⑥ de cet algorithme afin d'obtenir la probabilité p_N.

Partie B

On considère, pour tout entier naturel n, l'évènement S_n : « la personne pratique le ski de piste lors du n-ième hiver ».
La probabilité de l'évènement S_n est notée $p(S_n)$. On a donc $p_n = p(S_n)$.
On sait d'après la **partie A** que pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,3$.
Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = p_n - 0,6$.

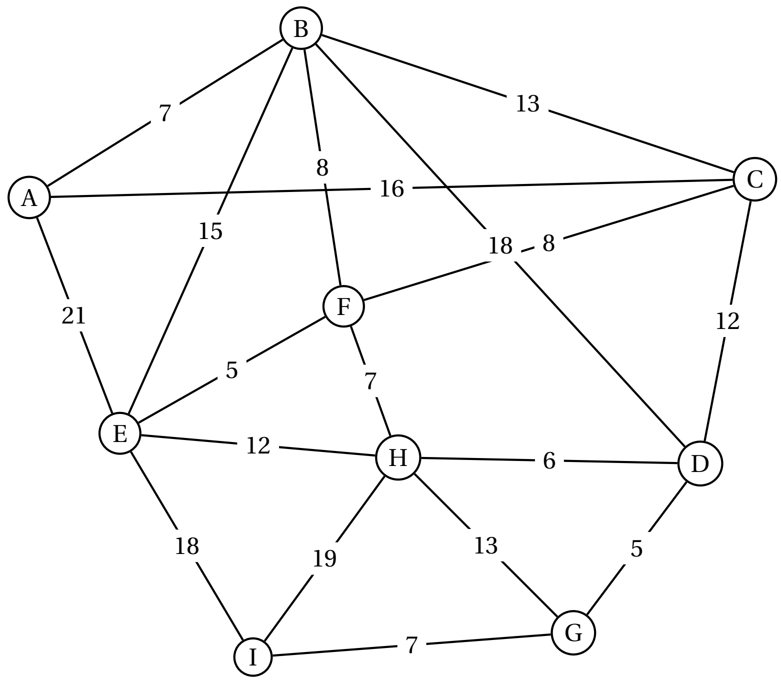
1. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5 et préciser la valeur de u_0.

2. En déduire l'expression de u_n en fonction de n puis l'expression de p_n en fonction de n.

3. Déterminer la limite de la suite (p_n) et interpréter le résultat.

Partie C

Une partie du domaine skiable est représentée par le graphe ci-dessous.
Le sommet A représente le haut des pistes de ski et le sommet I en représente le bas.
Les sommets B, C, D, E, F, G et H représentent des points de passages.
Chacune des arêtes est pondérée par la distance, en centaine de mètres, entre deux sommets.



Déterminer, à l'aide de l'algorithme de Dijkstra, la distance minimale permettant de relier le sommet A au sommet I.

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme décimale et arrondis à 10^{-3} *près.*
Les parties A et B sont indépendantes.

Dans un cabinet d'assurance, une étude est réalisée sur la fréquence des sinistres déclarés par les clients ainsi que leur coût.

Partie A

Une enquête affirme que 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.

1. Dans le cadre d'une étude approfondie, on choisit au hasard et de manière indépendante 15 clients.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
  a. Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0,3$.
  b. Calculer $P(X \geqslant 1)$.

2. Un expert indépendant interroge un échantillon de 100 clients choisis au hasard dans l'ensemble des clients du cabinet d'assurance.
  a. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
  b. L'expert constate que 19 clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.
  Déterminer, en justifiant, si l'affirmation du cabinet d'assurance : « 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année » peut être validée par l'expert.

Partie B

Selon leur gravité, les sinistres sont classés en catégorie.

On s'intéresse dans cette question au coût des sinistres de faible gravité sur le deuxième semestre de l'année.
On note Y la variable aléatoire donnant le coût, en euros, de ces sinistres.
On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale d'espérance $\mu = 1\,200$ et d'écart-type $\sigma = 200$.

1. Calculer la probabilité qu'un sinistre de faible gravité ait un coût compris entre 1 000 € et 1 500 €.
2. Calculer la probabilité qu'un sinistre de faible gravité ait un coût supérieur à 1 000 €.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie
18 novembre 2013

EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 10]$ par

$$f(x) = x^2 - 14x + 15 + 20\ln x.$$

1. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; 10]$ on a :
$f'(x) = \dfrac{2x^2 - 14x + 20}{x}$.
2. Construire en le justifiant le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 10]$.
3. En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 3$ dans l'intervalle $[1 ; 10]$.

EXERCICE 2 **3 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions posées une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question sur la copie et indiquer la lettre correspondant à la réponse choisie.

Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.
Aucune justification n'est demandée.

1. La fonction f est définie pour tout nombre réel x par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x+\ln 2}.$$

   a. La fonction f est concave.
   b. La fonction f possède une fonction dérivée seconde qui s'annule.
   c. La fonction f possède une fonction dérivée seconde strictement positive.
   d. La fonction f possède une fonction dérivée qui s'annule.

2. Une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est définie par :
   a. $F(x) = 2\mathrm{e}^{2x+\ln 2}$
   b. $F(x) = \mathrm{e}^{x^2+x\ln 2}$
   c. $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+\ln 2}$
   d. $F(x) = \mathrm{e}^{2x+\ln 2}$

3. La fonction g est la fonction constante définie pour tout nombre réel x par $g(x) = 2$.
L'aire du domaine délimité par les courbes représentatives de g et de f, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \ln 2$ est :
   a. $\displaystyle\int_0^{\ln 2} (F(x) - 2x)\,\mathrm{d}x$
   b. $\displaystyle\int_0^{\ln 2} (f(x) + 2)\,\mathrm{d}x$
   c. $\displaystyle\int_0^{\ln 2} (2 - f(x))\,\mathrm{d}x$

d. $\displaystyle\int_0^{\ln 2} (f(x) - 2)\,\mathrm{d}x$

EXERCICE 3 **5 points**
Enseignement obligatoire – L

Le premier janvier 2014, Monica ouvre un livret d'épargne sur lequel elle dépose 6 000 euros.
Elle décide de verser 900 euros sur ce livret chaque premier janvier à partir de 2015 jusqu'à atteindre le plafond autorisé de 19 125 euros.
On suppose dans tout cet exercice que le taux de rémunération du livret reste fixé à 2,25 % par an et que les intérêts sont versés sur le livret le premier janvier de chaque année.

Première partie

1. Calculer le montant des intérêts pour l'année 2014 et montrer que Monica disposera d'un montant de 7 035 euros sur son livret le premier janvier 2015.
2. On note M_n le montant en euros disponible sur le livret le premier janvier de l'année $2014 + n$.
   On a donc $M_0 = 6000$ et $M_1 = 7035$.
   Montrer que pour tout entier naturel n : $M_{n+1} = 1{,}0225 M_n + 900$.

Deuxième partie

Monica souhaite savoir en quelle année le montant de son livret atteindra le plafond de 19 125 euros.

1. Première méthode :
   On considère la suite (G_n) définie pour tout entier naturel n, par $G_n = M_n + 40000$.
   a. Montrer que la suite (G_n) est une suite géométrique de raison 1,022 5. On précisera le premier terme.
   b. Donner l'expression de G_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout entier naturel n, $M_n = 46000 \times 1{,}0225^n - 40000$.
   c. Déduire de l'expression de M_n obtenue en b. l'année à partir de laquelle le plafond de 19 125 euros sera atteint.
2. Deuxième méthode :
   L'algorithme ci-dessous permet de déterminer l'année à partir de laquelle le plafond sera atteint.

```
LIGNE
 1  Variables :        MONTANT est un réel
 2                     ANNÉE est un entier
 3
 4  Initialisation :   Affecter à MONTANT la valeur 6 000
 5                     Affecter à ANNÉE la valeur 2014
 6
 7  Traitement :       Tant que MONTANT < 19125
 8                         Affecter à MONTANT la valeur 1,0225 × MONTANT + 900
 9                         Affecter à ANNÉE la valeur ANNÉE +1
10
11  Sortie :           Afficher « Le plafond du livret sera atteint en ... »
12                     Afficher ANNÉE
```

   a. Il suffit de modifier deux lignes de cet algorithme pour qu'il détermine l'année à partir de laquelle le plafond est atteint pour un montant versé initialement de 5 000 euros et des versements annuels de 1 000 euros.
   Indiquez sur votre copie les numéros des lignes et les modifications proposées.
   b. Proposez une modification de la boucle conditionnelle pour que l'algorithme affiche également à l'écran le montant disponible au premier janvier de chaque année.

EXERCICE 3 **5 points**
Enseignement de spécialité

Dans la commune de Girouette, deux partis s'affrontent aux élections tous les ans.
En 2010, le parti Hirondelle l'a emporté avec 70 % des voix contre 30 % au parti Phénix.
On admet qu'à partir de l'année 2010 :

14 % des électeurs votant pour le parti Hirondelle à une élection voteront pour le parti Phénix à l'élection suivante.

6 % des électeurs votant pour le parti Phénix à une élection voteront pour le parti Hirondelle à l'élection suivante.

Les autres ne changent pas d'avis.

On considère un électeur de Girouette choisi au hasard.
On note H l'état « L'électeur vote pour le parti Hirondelle » et P l' état « L'électeur vote pour le parti Phenix ».

1. **a.** Représenter le graphe probabiliste associé à cette situation.
   b. Déterminer la matrice de transition M en considérant les états dans l'ordre alphabétique.
2. On appelle $E_n = \begin{pmatrix} h_n & p_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne de l'état probabiliste de l'année $2010 + n$.
   On a donc $E_0 = (0,7 \quad 0,3)$.
   Déterminer E_1 et E_4. (On arrondira les coefficients de E_4 au centième). Interpréter les résultats.
3. **a.** Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $h_{n+1} = 0,8h_n + 0,06$.
   b. On définit la suite (u_n) par : pour tout entier naturel n, $u_n = h_n - 0,3$.
   Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique.
   c. Montrer que pour tout entier naturel n, $h_n = 0,3 + 0,4 \times 0,8^n$.
4. À partir de combien d'années la probabilité qu'un électeur choisi au hasard vote pour le parti Hirondelle sera-t-elle strictement inférieure à 0,32 ?

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

On interroge des français de plus de 15 ans sur le nombre de langues étrangères qu'ils parlent « bien », c'est-à-dire qu'ils parlent suffisamment bien pour participer à une conversation. À l'issue du sondage, on observe que l'échantillon des personnes interrogées est partagé en trois catégories :

- 44 % des personnes interrogées ne parlent « bien » aucune langue étrangère.
- 28 % des personnes interrogées parlent « bien » une langue étrangère.
- 28 % des personnes interrogées parlent « bien » deux ou plus de deux langues étrangères.

(d'après EUROBAROMÈTRE 64.3 Commission Européenne 2005)

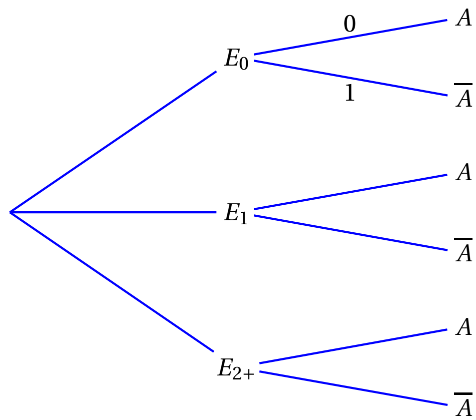
Ces trois catégories seront désignées dans la suite du problème respectivement par L0, L1 et L2+.
56 % des personnes de la catégorie L1 citent l'anglais comme la langue étrangère qu'elles parlent « bien ».
73 % des personnes de la catégorie L2+ citent l'anglais parmi les langues étrangères qu'elles parlent « bien ».

On choisit de manière aléatoire une personne de cet échantillon.

On note
E_0 l'évènement : « la personne ne parle bien aucune langue étrangère »,
E_1 l'évènement : « la personne parle bien une langue étrangère »,
E_{2+} l'évènement : « la personne parle bien deux ou plus de deux langues étrangères »,
A est l'évènement : « la personne parle bien l'anglais » et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il traduise les données de l'expérience aléatoire décrite dans l'énoncé :



Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés, éventuellement arrondis, au dix millième.

2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit de la catégorie L1 et qu'elle ne parle pas « bien » l'anglais.
3. Calculer la probabilité que la personne choisie ne parle pas « bien » l'anglais.
4. Calculer la probabilité que la personne soit de la catégorie L2+ sachant qu'elle parle « bien » l'anglais.

EXERCICE 5 — 5 points

Commun à tous les candidats

Les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis au dix millième, ou sous forme de pourcentage arrondis à $0,01$ *%.*

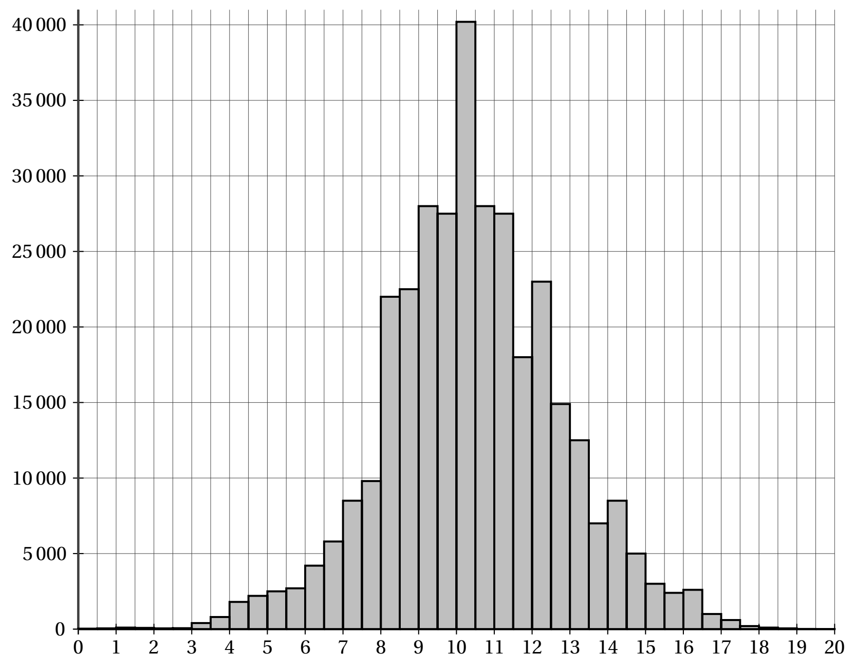
1. Le lendemain d'une épreuve de mathématiques au baccalauréat, on corrige un échantillon de 160 copies choisies au hasard parmi l'ensemble des copies et on a observe que 78 copies ont obtenu une note supérieure ou égale à 10.
   a. Déterminer la proportion des copies de l'échantillon ayant obtenu une note supérieure ou égale à 10.
   b. Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion des copies qui obtiendront une note supérieure ou égale à 10 dans l'ensemble des copies.
   c. Quelle devrait être la taille de l'échantillon pour obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % d'amplitude inférieure à $0,04$?
2. À l'issue du premier groupe d'épreuves on désigne par X la variable aléatoire qui, à un candidat choisi au hasard parmi l'ensemble des candidats, associe sa moyenne générale.
   Un correcteur propose de considérer que la variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne $10,5$ et d'écart-type 2.
   a. Si ce correcteur a raison, quel intervalle centré en $10,5$ devrait contenir 95 % des moyennes des candidats ?
   b. À l'aide de la calculatrice ou de la table fournie en annexe, calculer $P(X > 12)$.
   c. Lors des délibérations de jury à l'issue du premier groupe d'épreuves, les candidats ayant obtenu une moyenne supérieure ou égale à 10 sont déclarés admis. Il est aussi d'usage, par exemple, lorsqu'un candidat a obtenu une moyenne inférieure mais très proche de 10 et lorsque le dossier de ce candidat met en avant la qualité de son travail au cours de l'année, de le déclarer admis et de porter à 10 sa moyenne.
   Le graphique figurant en annexe 2 permet de visualiser les notes moyennes d'environ 330 000 candidats à l'issue des délibérations des jurys du premier groupe d'épreuves du baccalauréat 2001.
   Commenter la forme du graphique et ses éventuelles irrégularités.

Annexe 1

Extrait de la table de la loi normale pour $\mu = 10,5$ et $\sigma = 2$

t	$p(X \leqslant t)$	t	$p(X \leqslant t)$	t	$p(X \leqslant t)$
10	0,401 3	11	0,598 7	12	0,773 4
10,1	0,420 7	11,1	0,617 9	12,1	0,788 1
10,2	0,440 4	11,2	0,636 8	12,2	0,802 3
10,3	0,460 2	11,3	0,655 4	12,3	0,815 9
10,4	0,480 1	11,4	0,673 6	12,4	0,828 9
10,5	0,500 0	11,5	0,691 5	12,5	0,841 3
10,6	0,519 9	11,6	0,708 8	12,6	0,853 1
10,7	0,539 8	11,7	0,725 7	12,7	0,864 3
10,8	0,559 6	11,8	0,742 2	12,8	0,874 9
10,9	0,579 3	11,9	0,758 0	12,9	0,884 9

Annexe 2



(Source : Direction de la Programmation et du Développement,
Ministère de la Jeunesse de l'Education nationale et de la Recherche, 2002)

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ∾
7 mars 2014

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une classe est composée de 17 filles dont 8 étudient le russe et 9 l'allemand et de 23 garçons dont 12 étudient le russe et 11 l'allemand.
Chaque élève étudie une et une seule de ces deux langues vivantes.
On choisit un élève au hasard dans la classe et on définit les évènements :

F l'évènement : « L'élève choisi est une fille » ;

G l'évènement : « L'élève choisi est un garçon » ;

R l'évènement : « L'élève choisi étudie le russe » ;

A l'évènement : « L'élève choisi étudie l'allemand ».

Rappel des notations :
Si X et Y sont deux évènements, $P(X)$ désigne la probabilité que l'évènement X se réalise et $P_Y(X)$ désigne la probabilité que l'évènement X se réalise sachant que l'évènement Y est réalisé.
$\overline{X}$ désigne l'évènement contraire de l'évènement X.

Chaque résultat sera exprimé sous forme décimale exacte ou sous la forme d'une fraction irréductible.
On pourra utiliser un tableau ou un arbre.

1. Calculer $P(G)$, $P(R \cap G)$ et $P(R)$.
2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille qui étudie l'allemand ?
3. L'élève choisi étudie le russe. Calculer la probabilité que cet élève soit un garçon.
4. On procède successivement deux fois au choix d'un élève de la classe. Le même élève peut être choisi deux fois.
   Calculer la probabilité de l'évènement : « Les deux élèves choisis n'étudient pas la même langue ».

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire

On a observé l'évolution des inscriptions dans le club de gymnastique d'une ville.

Chaque année, 30 % des personnes inscrites au club de gymnastique l'année précédente renouvellent leur inscription au club.
De plus, chaque année, 10 % des habitants de la ville qui n'étaient pas inscrits au club l'année précédente s'y inscrivent.
On appelle n le nombre d'années d'existence du club.
On note g_n la proportion de la population de la ville inscrite au club de gymnastique lors de l'année n et p_n la proportion de la population qui n'est pas inscrite.

La première année de fonctionnement du club (année « zéro »), 20 % des habitants de la ville se sont inscrits. On a donc $g_0 = 0,2$.

1. Soit n un entier naturel. Que vaut la somme $g_n + p_n$?
2. **a.** Justifier que, pour tout entier naturel n, $g_{n+1} = 0,3g_n + 0,1p_n$.
   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, $g_{n+1} = 0,2g_n + 0,1$.
3. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = g_n - 0,125$.
   Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
4. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

5. Montrer que pour tout entier n, $g_n = 0,125 + 0,075 \times 0,2^n$.
   Comment la proportion de la population de la ville inscrite au club de gymnastique évolue-t-elle au cours des années ?

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

On a observé l'évolution des inscriptions dans le club de gymnastique d'une ville.

Chaque année, 30 % des personnes inscrites au club de gymnastique l'année précédente renouvellent leur inscription au club.
De plus, chaque année, 10 % des habitants de la ville qui n'étaient pas inscrits au club l'année précédente s'y inscrivent.

On appelle n le nombre d'années d'existence du club.
On note g_n la proportion de la population de la ville inscrite au club de gymnastique lors de l'année n et p_n la proportion de la population qui n'y est pas inscrite.
La première année de fonctionnement du club (année « zéro »), 20 % des habitants de la ville se sont inscrits.
On note $E_n = \begin{pmatrix} g_n & p_n \end{pmatrix}$ la matrice traduisant l'état probabiliste de l'année n. On a donc $E_0 = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste.
2. On nomme A la matrice de transition associée à cette situation, c'est-à-dire la matrice vérifiant : pour tout entier naturel n, $E_{n+1} = E_n \times A$.
   Donner la matrice A.
3. Déterminer E_1 et E_2. Interpréter les résultats.
4. Déterminer l'état probabiliste stable (on donnera les coefficients de la matrice ligne sous la forme de fractions irréductibles).
   Comment peut-on interpréter ce résultat ?

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse et **justifier la réponse**.

1. La fonction G définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par
   $$G(x) = x\ln x - x + 10$$
   est une primitive de la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par
   $g(x) = \ln x$.
2. On a l'égalité : $\displaystyle\int_0^1 \left(x^2 + 1\right)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}$.
3. Soit X une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur l'intervalle $[0~;~1]$.
   On a alors : $E(X) = 1$.
4. Dans une population, la proportion de garçons à la naissance est $p = 0,51$.
   L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de garçons dans un échantillon de taille 100 est (en arrondissant les bornes à 0,001 près) : $[0,412~;~0,608]$.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[2~;5]$ par

$$f(x) = (3 - x)\mathrm{e}^x + 1,$$

soit f' sa fonction dérivée et soit f'' sa fonction dérivée seconde.

1. Montrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[2~;~5]$,
$f'(x) = (2-x)\mathrm{e}^x$ et $f''(x) = (1-x)\mathrm{e}^x$.

2. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[2~;~5]$.

3. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[2~;~5]$.
Montrer que : $3 < \alpha < 4$.

4. **a.** Soit T la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 3.
Montrer que T a pour équation $y = -\mathrm{e}^3 x + 3\mathrm{e}^3 + 1$.

b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite T et de l'axe des abscisses.

c. Étudier le signe de $f''(x)$ sur l'intervalle $[2~;~5]$ et en déduire la convexité ou la concavité de f sur cet intervalle.

d. En déduire que : $\alpha < 3 + \dfrac{1}{\mathrm{e}^3}$.
On a donc : $3 < \alpha < 3 + \dfrac{1}{\mathrm{e}^3} < 3,05$.

5. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	a, b, m et r sont des nombres réels
Initialisation :	Affecter à a la valeur 3
	Affecter à b la valeur 3,05
Entrée :	Saisir r
Traitement :	TANT QUE $b - a > r$
	Affecter à m la valeur $\dfrac{a+b}{2}$
	SI $f(m) > 0$
	ALORS Affecter à a la valeur m
	SINON Affecter à b la valeur m
	FIN SI
	FIN TANT QUE
Sortie :	Afficher a.
	Afficher b

a. Faire fonctionner l'algorithme précédent avec $r = 0,01$ en recopiant et complétant le tableau ci-dessous. On arrondira au millième les valeurs de $f(m)$.

	$b-a$	$b-a>r$	m	$f(m)$	$f(m)>0$	a	b
Initialisation						3	3,05
étape 1	0,05	oui	3,025	0,485	oui	3,025	3,05
étape 2							
étape 3							

b. Interpréter les résultats trouvés pour a et b à la fin de l'étape 3.

Index

Baccalauréat ES 2014

L'intégrale d'avril à novembre 2014

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

À la fin index des notions abordées

À la fin de chaque exercice cliquez sur * pour aller à l'index

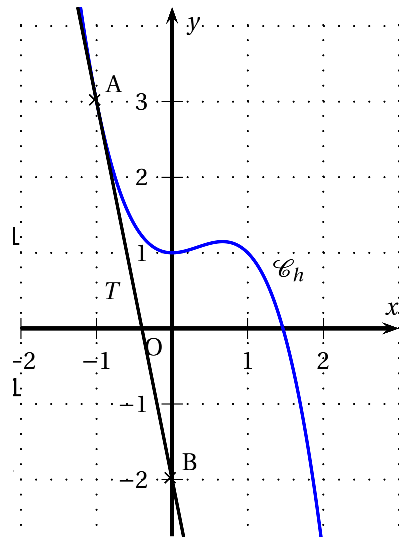
꧁ Baccalauréat ES Pondichéry ꧂
7 avril 2014

Exercice 1 **4 points**

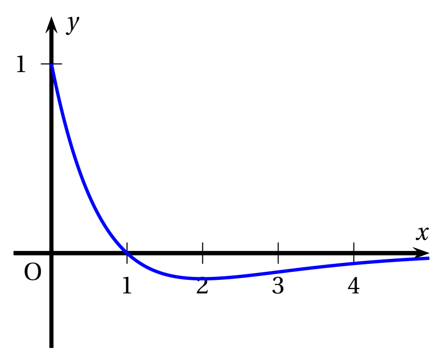
Commun à tous les candidats

Pour chacune des propositions, déterminer si la proposition est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. La courbe $\mathscr{C}_h$ représentative d'une fonction h définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est représentée ci-contre.
On a tracé la tangente T à $\mathscr{C}_h$ au point A$(-1\,;\,3)$.
T passe par le point B$(0\,;\,-2)$.
Proposition : le nombre dérivé $h'(-1)$ est égal à -2.



2. On désigne par f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$.
La courbe représentative de la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, est donnée ci-contre.
Le point de coordonnées $(1\,;\,0)$ est le seul point d'intersection de cette courbe et de l'axe des abscisses.
Proposition : la fonction f est convexe sur l'intervalle $[1\,;\,4]$.



3. **Proposition** : on a l'égalité

$$\mathrm{e}^{5\ln 2} \times \mathrm{e}^{7\ln 4} = 2^{19}.$$

4. La courbe représentative d'une fonction g définie et continue sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ est donnée en fig. 1.
La courbe représentative d'une de ses primitives, G, est donnée sur la fig. 2.
La courbe représentative de G passe par les points A$(0\,;\,1)$, B$(1\,;\,1)$ et C$(2\,;\,5)$.

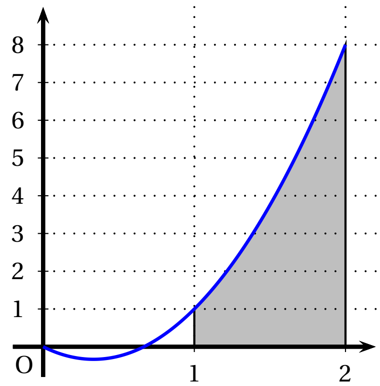


fig. 1

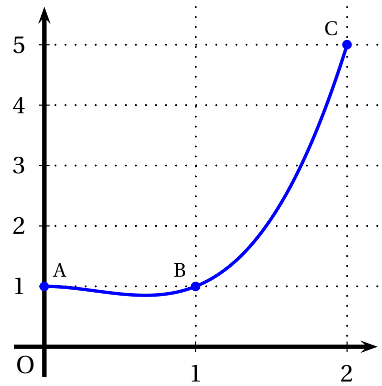


fig. 2

Proposition : la valeur exacte de l'aire de la partie grisée sous la courbe de g en fig. 1 est 4 unités d'aires.

*

Exercice 2 — 5 points

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Une association décide d'ouvrir un centre de soin pour les oiseaux sauvages victimes de la pollution. Leur but est de soigner puis relâcher ces oiseaux une fois guéris.
Le centre ouvre ses portes le 1$^{\text{er}}$ janvier 2013 avec 115 oiseaux.
Les spécialistes prévoient que 40 % des oiseaux présents dans le centre au 1$^{\text{er}}$ janvier d'une année restent présents le 1$^{\text{er}}$ janvier suivant et que 120 oiseaux nouveaux sont accueillis dans le centre chaque année.
On s'intéresse au nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1$^{\text{er}}$ janvier des années suivantes.
La situation peut être modélisée par une suite (u_n) admettant pour premier terme $u_0 = 115$, le terme u_n donnant une estimation du nombre d'oiseaux l'année $2013 + n$.

1. Calculer u_1 et u_2. Avec quelle précision convient-il de donner ces résultats ?
2. Les spécialistes déterminent le nombre d'oiseaux présents dans le centre au 1$^{\text{er}}$ janvier de chaque année à l'aide d'un algorithme.
   a. Parmi les trois algorithmes proposés ci-dessous, seul l'**algorithme 3** permet d'estimer le nombre d'oiseaux présents au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2013 + n$.
   Expliquer pourquoi les deux premiers algorithmes ne donnent pas le résultat attendu.

algorithme 1	algorithme 2	algorithme 3
Variables : U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N Affecter 115 à U Pour i de 1 à N faire │ Affecter $0,6 \times U + 120$ à U Fin Pour Afficher U Fin	**Variables :** U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N Pour i de 1 à N faire │ Affecter 115 à U │ Affecter $0,4 \times U + 115$ à U Fin Pour Afficher U Fin	**Variables :** U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N Affecter 115 à U Pour i de 1 à N faire │ Affecter $0,4 \times U + 120$ à U Fin Pour Afficher U Fin

   b. Donner, pour tout entier naturel n, l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 200$.

   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $0,4$. Préciser v_0.

   b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

   c. En déduire que pour tout entier naturel $n, u_n = 200 - 85 \times 0,4^n$.

   d. La capacité d'accueil du centre est de 200 oiseaux. Est-ce suffisant ? Justifier la réponse.

4. Chaque année, le centre touche une subvention de 20 euros par oiseau présent au 1^er^ janvier.

Calculer le montant total des subventions perçues par le centre entre le 1^er^ janvier 2013 et le 31 décembre 2018 si l'on suppose que l'évolution du nombre d'oiseaux se poursuit selon les mêmes modalités durant cette période.

*

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Deux sociétés, Ultra-eau (U) et Vital-eau (V), se partagent le marché des fontaines d'eau à bonbonnes dans les entreprises d'une grande ville.

Partie A

En 2013, l'entreprise U avait 45 % du marché et l'entreprise V le reste. Chaque année, l'entreprise U conserve 90 % de ses clients, les autres choisissent l'entreprise V. Quant à l'entreprise V, elle conserve 85 % de ses clients, les autres choisissent l'entreprise U.

On choisit un client au hasard tous les ans et on note pour tout entier naturel n :

u_n la probabilité qu'il soit un client de l'entreprise U l'année $2013 + n$, ainsi $u_0 = 0,45$;

v_n la probabilité qu'il soit un client de l'entreprise V l'année $2013 + n$.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets U et V.

2. Donner v_0, calculer u_1 et v_1.

3. On considère l'algorithme (incomplet) donné en annexe. Celui-ci doit donner en sortie les valeurs de u_n et v_n pour un entier naturel n saisi en entrée.

Compléter les lignes (L5) et (L8) de l'algorithme pour obtenir le résultat attendu.

4. On admet que, pour tout nombre entier naturel $n, u_{n+1} = 0,75u_n + 0,15$. On note, pour tout nombre entier naturel $n, w_n = u_n - 0,6$.

   a. Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison $0,75$.

   b. Quelle est la limite de la suite (w_n) ? En déduire la limite de la suite (u_n). Interpréter le résultat dans le contexte de cet exercice.

Partie B

L'entreprise U fournit ses clients en recharges pour les fontaines à eau et dispose des résultats antérieurs suivants :

Nombre de recharges en milliers	1	3	5
Coût total annuel de production en centaines d'euros	11	27,4	83

Le coût total de production est modélisé par une fonction C définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$C(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 10 \qquad a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

Lorsque le nombre x désigne le nombre de milliers de recharges produites, $C(x)$ est le coût total de production en centaines d'euros.
On admet que le triplet (a, b, c) est solution du système (S).

$$(S) \quad \left\{\begin{array}{lcl} a+b+c & = & 1 \\ 27a+9b+3c & = & 17,4 \\ 125a+25b+5c & = & 73 \end{array}\right. \text{ et on pose } X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}.$$

1. **a.** Écrire ce système sous la forme $MX = Y$ où M et Y sont des matrices que l'on précisera.

   b. On admet que la matrice M est inversible. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le triplet (a, b, c) solution du système (S).

2. En utilisant cette modélisation, quel serait le coût total annuel de production pour 8 000 recharges d'eau produites ?

Annexe à l'exercice 2
Recopier sur la copie la partie « traitement » (lignes L3 à L9) en complétant les lignes L5 et L8.

Variables :	N est un nombre entier naturel non nul	L1
	U et V sont des nombres réels	L2
Traitement :	Saisir une valeur pour N	L3
	Affecter à U la valeur 0,45	L4
	Affecter à V la valeur	L5
	Pour i allant de 1 jusqu'à N	L6
	Affecter à U la valeur $0,9 \times U + 0,15 \times V$	L7
	Affecter à V la valeur	L8
	Fin Pour	L9
Sortie :	Afficher U et Afficher V	L10

*

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

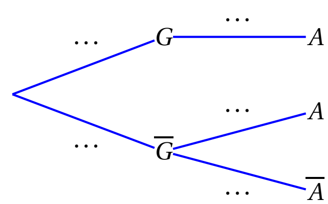
Les parties A, B et C sont indépendantes

Partie A

Une société s'est intéressée à la probabilité qu'un de ses salariés, choisi au hasard, soit absent durant une semaine donnée de l'hiver 2014.
On a évalué à 0,07 la probabilité qu'un salarié ait la grippe une semaine donnée. Si le salarié a la grippe, il est alors absent.
Si le salarié n'est pas grippé cette semaine là, la probabilité qu'il soit absent est estimée à 0,04.
On choisit un salarié de la société au hasard et on considère les évènements suivants :

— G : le salarié a la grippe une semaine donnée ;
— A : le salarié est absent une semaine donnée.

1. Reproduire et compléter l'arbre en indiquant les probabilités de chacune des branches.



2. Montrer que la probabilité $p(A)$ de l'évènement A est égale à 0,107 2.
3. Pour une semaine donnée, calculer la probabilité qu'un salarié ait la grippe sachant qu'il est absent. Donner un résultat arrondi au millième.

Partie B

On admet que le nombre de journées d'absence annuel d'un salarié peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 14$ et d'écart type $\sigma = 3,5$.

1. Justifier, en utilisant un résultat du cours, que $p(7 \leqslant X \leqslant 21) \approx 0,95$.
2. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'un salarié comptabilise au moins 10 journées d'absence dans l'année.

Partie C

Une mutuelle déclare que 22 % de ses adhérents ont dépassé 20 journées d'absence au travail en 2013.
Afin d'observer la validité de cette affirmation, un organisme enquête sur un échantillon de 200 personnes, choisies au hasard et de façon indépendante, parmi les adhérents de la mutuelle.
Parmi celles-ci, 28 ont comptabilisé plus de 20 journées d'absence en 2013.
Le résultat de l'enquête remet-il en question l'affirmation de la mutuelle ? Justifier la réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation. *

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Un artisan glacier commercialise des « sorbets bio ». Il peut en produire entre 0 et 300 litres par semaine. Cette production est vendue dans sa totalité.
Le coût total de fabrication est modélisé par la fonction f définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $\mathrm{I} =]0\,;\,3]$ par

$$f(x) = 10x^2 - 20x\ln x.$$

Lorsque x représente le nombre de centaines de litres de sorbet, $f(x)$ est le coût total de fabrication en centaines d'euros.
La recette, en centaines d'euros, est donnée par une fonction r définie sur le même intervalle I.

Partie A

La courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f et la droite D représentative de la fonction linéaire r sont données en **annexe**.

1. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique et sans justification.
   a. Donner le prix de vente en euros de 100 litres de sorbet.
   b. Donner l'expression de $r(x)$ en fonction de x.

c. Combien l'artisan doit-il produire au minimum de litres de sorbet pour que l'entreprise dégage un bénéfice ?

2. On admet que $\displaystyle\int_1^3 20x\ln x\,\mathrm{d}x = 90\ln 3 - 40$.

a. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

b. En déduire, pour une production comprise entre 100 et 300 litres, la valeur moyenne (arrondie à l'euro) du coût total de production.

Partie B

On note $B(x)$ le bénéfice réalisé par l'artisan pour la vente de x centaines de litres de sorbet produits. D'après les données précédentes, pour tout x de l'intervalle $[1\,;\,3]$, on a :

$$B(x) = -10x^2 + 10x + 20x\ln x$$

où $B(x)$ est exprimé en centaines d'euros.

1. On note B' la fonction dérivée de la fonction B. Montrer que, pour tout nombre x de l'intervalle $[1\,;\,3]$, on a : $B'(x) = -20x + 20\ln x + 30$.

2. On donne le tableau de variation de la fonction dérivée B' sur l'intervalle $[1\,;\,3]$.

x	1		3
$B'(x)$	$B'(1)$	$\searrow$	$B'(3)$

a. Montrer que l'équation $B'(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1\,;\,3]$. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2}.

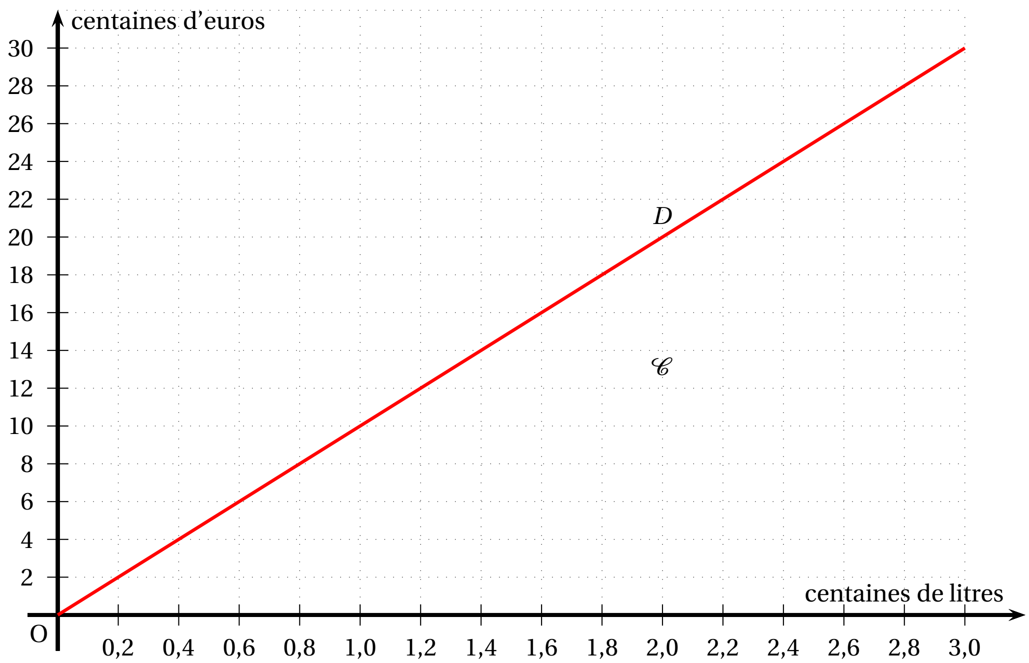
b. En déduire le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[1\,;\,3]$ puis dresser le tableau de variation de la fonction B sur ce même intervalle.

3. L'artisan a décidé de maintenir sa production dans les mêmes conditions s'il peut atteindre un bénéfice d'au moins 850 euros. Est-ce envisageable ?

*

ANNEXE

Annexe à l'exercice 4



Durée : 4 heures

∽ Baccalauréat ES/L Liban ∾ 27 mai 2014

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

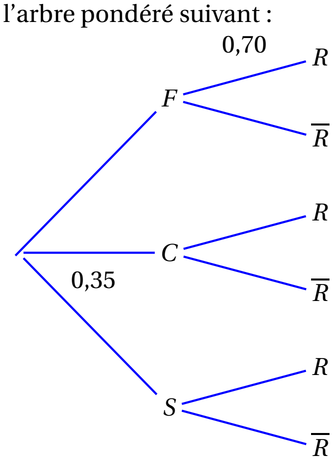
Un serveur, travaillant dans une pizzeria, remarque qu'en moyenne, 40 % des clients sont des familles, 25 % des clients sont des personnes seules et 35 % des clients sont des couples.
Il note aussi que :

- 70 % des familles laissent un pourboire ;
- 90 % des personnes seules laissent un pourboire ;
- 40 % des couples laissent un pourboire.

Un soir donné, ce serveur prend au hasard une table occupée dans la pizzeria.
On s'intéresse aux évènements suivants :
F : « la table est occupée par une famille »
S : « la table est occupée par une personne seule »
C : « la table est occupée par un couple »
R : « le serveur reçoit un pourboire »
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p_B(A)$ la probabilité de A, sachant B.

Partie A

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les probabilités $p(F)$ et $p_S(R)$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3. **a.** Calculer $p(F \cap R)$.
   b. Déterminer $p(R)$.
4. Sachant que le serveur a reçu un pourboire, calculer la probabilité que ce pourboire vienne d'un couple. Le résultat sera arrondi à 10^{-3} .

Partie B

On note X la variable aléatoire qui, à un soir donné, associe le montant total en euro des pourboires obtenus par le serveur.
On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 15$ et d'écart-type $\sigma = 4,5$.
Dans les questions suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice et les résultats arrondis à 10^{-2}.

1. Calculer :
   a. la probabilité que le montant total des pourboires reçus par le serveur soit compris entre 6 et 24 euros.
   b. $p(X \geqslant 20)$.
2. Calculer la probabilité que le montant total des pourboires du serveur soit supérieur à 20 euros sachant que ce montant est compris entre 6 et 24 euros.

*

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement obligatoire et L

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Chaque question ci-après comporte quatre propositions de réponse.
Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. On ne demande pas de justification.
Chaque réponse exacte rapportera 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point.*

Un fumeur est dit fumeur régulier s'il fume au moins une cigarette par jour.
En 2010, en France, la proportion notée p de fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, était de $0,236$

(*Source : Inpes*)

On a $p = 0,236$.

1. La probabilité que, sur un groupe de 10 jeunes âgés de 15 à 19 ans choisis au hasard et de manière indépendante, aucun ne soit fumeur régulier est, à 10^{-3} près :

   a. 0,136 **b.** 0 **c.** 0,068 **d.** 0,764

2. Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 0,95 de la fréquence de fumeurs réguliers dans un échantillon de 500 jeunes âgés de 15 à 19 ans est :
   (Les bornes de chaque intervalle sont données à 10^{-3} près)

   a. [0,198 ; 0,274] **b.** [0,134 ; 0,238] **c.** [0,191 ; 0,281] **d.** [0,192 ; 0,280]

3. La taille n de l'échantillon choisi afin que l'amplitude de l'intervalle de fluctuation au seuil de 0,95 soit inférieure à 0,01, vaut :

   a. $n = 200$ **b.** $n = 400$ **c.** $n = 21167$ **d.** $n = 27707$

4. Dans un échantillon de 250 jeunes fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, 99 sont des filles.
   Au seuil de 95 %, un intervalle de confiance de la proportion de filles parmi les fumeurs réguliers âgés de 15 à 19 ans est :
   (*Les bornes de chaque intervalle sont données à* 10^{-2} près)

   a. [0,35 ; 0,45] **b.** [0,33 ; 0,46] **c.** [0,39 ; 0,40] **d.** [0,30 ; 0,50]

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

La médiathèque d'une petite ville a ouvert ses portes le 2 janvier 2013 et a enregistré 2 500 inscriptions en 2013.
Elle estime que, chaque année, 80 % des anciens inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 400 nouveaux adhérents.
On modélise cette situation par une suite numérique (a_n).
On note $a_0 = 2\,500$ le nombre d'inscrits à la médiathèque en 2013 et a_n représente le nombre d'inscrits à la médiathèque pendant l'année $2013+n$.

1. **a.** Calculer a_1 et a_2.

   b. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a la relation $a_{n+1} = 0,8 \times a_n + 400$.
2. On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = a_n - 2\,000$.

   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 500$ et de raison $q = 0,8$.

   b. En déduire que le terme général de la suite (a_n) est $a_n = 500 \times 0,8^n + 2\,000$.

   c. Calculer la limite de la suite (a_n).

   d. Que peut-on en déduire pour le nombre d'adhérents à la médiathèque si le schéma d'inscription reste le même au cours des années à venir ?
3. On propose l'algorithme suivant :

Variables :	N entier
	A réel
Initialisation :	N prend la valeur 0
	A prend la valeur 2 500
Traitement :	Tant que $A - 2\,000 > 50$
	A prend la valeur $A \times 0,8 + 400$
	N prend la valeur $N + 1$
	Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N.

   a. Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.

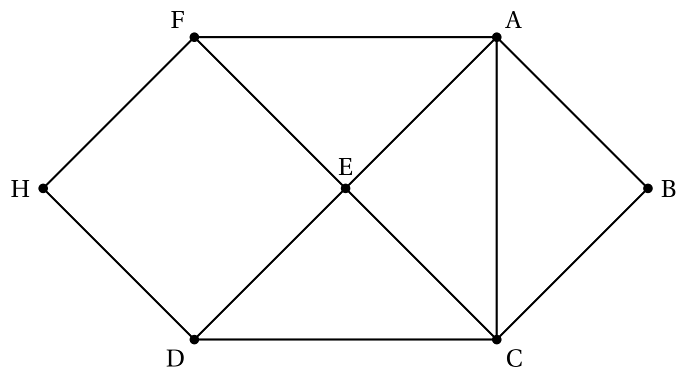
   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme et interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

*

EXERCICE 3 **5 points**

ES Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On a schématisé ci-dessous le plan d'une MJC (Maison de la Jeunesse et de la Culture) par un graphe dont les sommets sont les salles et les arêtes sont les passages (portes, couloirs ou escaliers) entre les salles. On appelle H le hall d'entrée et B le bureau du directeur.

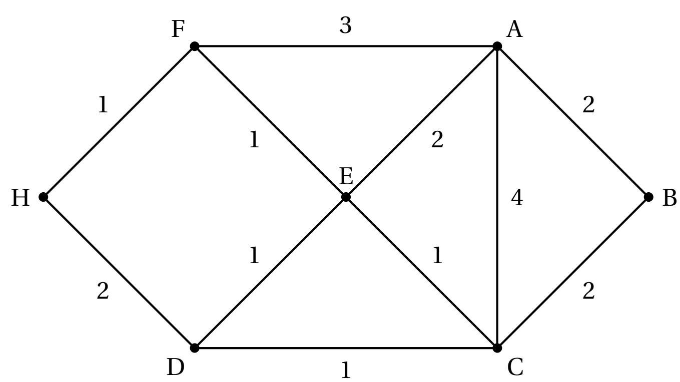


En fin de journée, un agent de service fait le tour de la MJC pour récupérer dans chaque salle (bureau du directeur et hall inclus) les objets oubliés par les enfants.

1. Préciser si ce graphe est connexe en justifiant la réponse.
2. Déterminer, en justifiant, si l'agent de service peut passer par toutes les salles en utilisant une fois et une seule chaque passage.
3. On range les sommets par ordre alphabétique.
   Donner la matrice d'adjacence M associée au graphe.
4. On donne :

$$M^4 = \begin{pmatrix} 31 & 15 & 26 & 21 & 27 & 18 & 12 \\ 15 & 12 & 15 & 12 & 18 & 12 & 6 \\ 26 & 15 & 31 & 18 & 27 & 21 & 12 \\ 21 & 12 & 18 & 20 & 17 & 18 & 5 \\ 27 & 18 & 27 & 17 & 34 & 17 & 16 \\ 18 & 12 & 21 & 18 & 17 & 20 & 5 \\ 12 & 6 & 12 & 5 & 16 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

   En déduire le nombre de chemins de longueur 4 entre les sommets B et H.
5. On a indiqué sur le graphe ci-dessous le temps en minute mis pour passer entre les différentes salles en ouvrant et fermant les portes à clé.



*

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ par

$$f(x) = x + 1 + \mathrm{e}^{-x+0,5}.$$

On a représenté en annexe, dans un plan muni d'un repère orthonormé :
— la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f ;
— la droite Δ d'équation $y = 1,5x$.

1. **a.** Vérifier que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,5]$, on a $f'(x) = 1 - \mathrm{e}^{-x+0,5}$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
   b. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,5]$ l'équation $f'(x) = 0$.
   c. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.
   d. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.
2. On note α l'abscisse du point d'intersection de $\mathscr{C}$ et Δ.
   a. Donner, par lecture graphique, un encadrement de α à 0,5 près.
   b. Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ l'inéquation $f(x) < 1,5x$.

Partie B Application

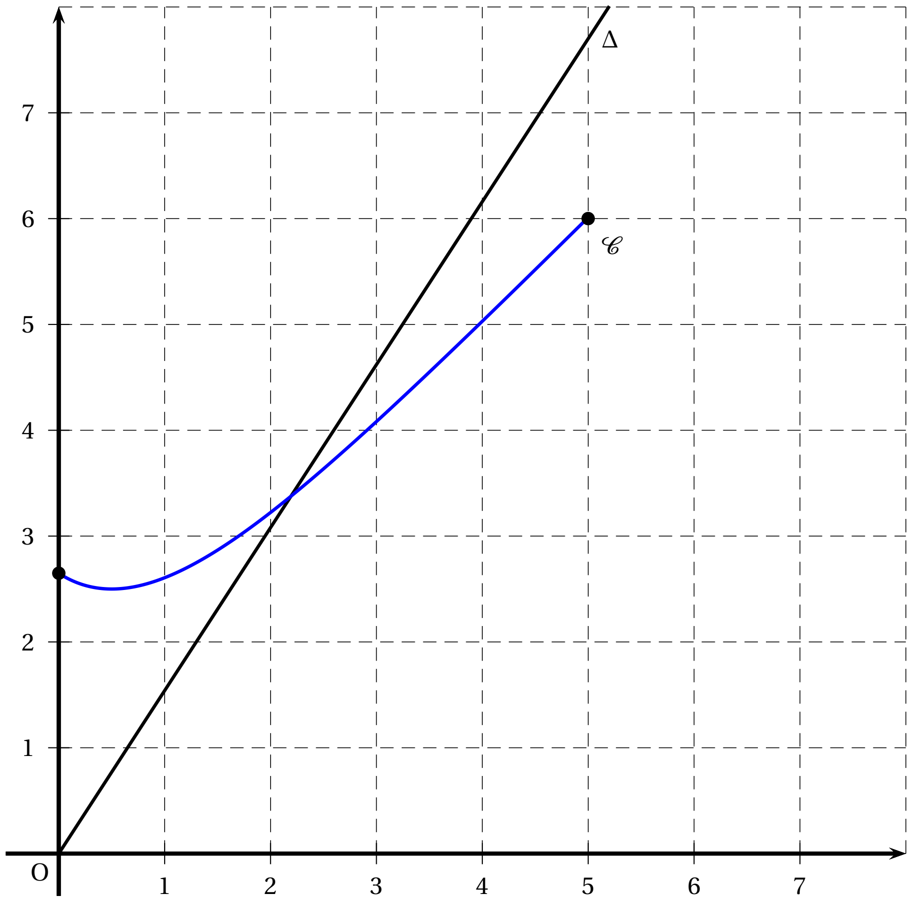
Une entreprise fabrique des cartes à puces électroniques à raide d'une machine.
La fonction f, définie dans la partie A, représente le coût d'utilisation de la machine en fonction de la quantité x de cartes produites, lorsque x est exprimé en centaines de cartes et $f(x)$ en centaines d'euros.

1. **a.** Déduire de la partie A, le nombre de cartes à produire pour avoir un coût minimal d'utilisation de la machine.
   b. Chaque carte fabriquée par la machine est vendue l,50 €.
   La recette perçue pour la vente de x centaines de cartes vaut donc $1,5x$ centaines d'euros. Vérifier que le bénéfice obtenu, en centaines d'euros, par la vente de x centaines de cartes est donné par
   $B(x) = 0,5x - 1 - \mathrm{e}^{-x+0,5}$.
2. **a.** Montrer que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.
   b. Montrer que, sur l'intervalle $[0\,;\,5]$, l'équation $B(x) = 0$ admet une unique solution comprise entre 2,32 et 2,33.
3. On dira que l'entreprise réalise un bénéfice lorsque $B(x) > 0$.
   Indiquer la quantité minimale qui doit figurer sur le carnet de commandes de l'entreprise pour que celle-ci puisse réaliser un bénéfice.

*

ANNEXE

EXERCICE 4



Durée : 3 heures

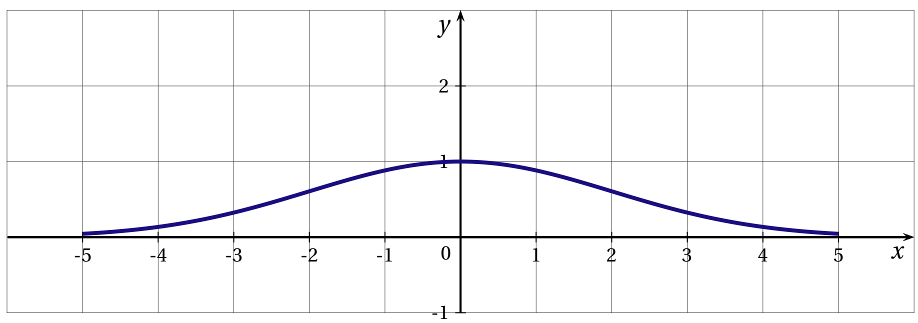
Baccalauréat ES/L Amérique du Nord
30 mai 2014

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5 ; 5]$.
On note f' la fonction dérivée de f.



1. Sur l'intervalle $[-5 ; 5]$:
   a. f est une fonction de densité de probabilité
   b. f est positive
   c. f n'est pas continue
   d. l'équation $f'(x) = 0$ admet deux solutions

2. Sur l'intervalle $[-5 ; 5]$:
   a. $f'(1) = 0$ **b.** $f'(0) = 1$ **c.** $f'(0) = 0$ **d.** $f'(1) = 1$

3. On admet qu'une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 4 est $y = -\dfrac{x}{\text{e}^2} + \dfrac{5}{\text{e}^2}$.
   Le nombre dérivé de f en 4 est :
   a. $f'(4) = \dfrac{5}{\text{e}^2}$ **b.** $f'(4) = \dfrac{1}{\text{e}^2}$ **c.** $f'(4) = -\dfrac{1}{\text{e}^2}$ **d.** $f'(4) = \text{e}^{-2}$

4. On pose $A = \displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\text{d}x$. Un encadrement de A est :
   a. $0 < A < 1$ **b.** $1 < A < 2$ **c.** $3 < A < 4$ **d.** $4 < A < 5$

*

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Un investisseur souhaite acheter un appartement dans l'objectif est de le louer. Pour cela, il s'intéresse à la rentabilité locative de cet appartement.
Les trois parties peuvent être traitées indépendamment. Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-4}.

PARTIE A

On considère deux types d'appartement :

— Les appartements d'une ou deux pièces notés respectivement T1 et T2 ;
— Les appartements de plus de deux pièces.

Une étude des dossiers d'appartements loués dans un secteur ont montré que :

— 35 % des appartements loués sont de type T1 ou T2 ;
— 45 % des appartements loués de type T1 ou T2 sont rentables ;
— 30 % des appartements loués, qui ne sont ni de type T1 ni de type T2, sont rentables.

On choisit un dossier au hasard et on considère les évènements suivants :

— T : « l'appartement est de type T1 ou T2 » ;
— R : « l'appartement loué est rentable » ;
— $\overline{T}$ est l'évènement contraire de T et $\overline{R}$ est l'évènement contraire de R.

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.

2. Montrer que la probabilité qu'un appartement loué soit rentable est égale à 0,352 5.

3. Calculer la probabilité que l'appartement soit de type T1 ou T2, sachant qu'il est rentable.

PARTIE B

On considère X la variable aléatoire égale au nombre d'appartements rentables dans un échantillon aléatoire de 100 appartements loués. On admet que toutes les conditions sont réunies pour assimiler X à une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 35$ et d'écart type $\sigma = 5$.
À l'aide de la calculatrice :

1. Calculer $P(25 \leqslant X \leqslant 35)$.

2. Calculer la probabilité qu'au moins 45 appartements parmi les 100 appartements loués soient rentables.

PARTIE C

L'investisseur se rend dans une agence immobilière pour acheter un appartement et le louer. Le responsable de cette agence lui affirme que 60 % des appartements sont rentables.
Pour vérifier son affirmation, on a prélevé au hasard 280 dossiers d'appartements loués. Parmi ceux-ci, 120 sont rentables.

1. Déterminer la fréquence observée sur l'échantillon prélevé.

2. Peut-on valider l'affirmation du responsable de cette agence ? Justifier cette réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

*

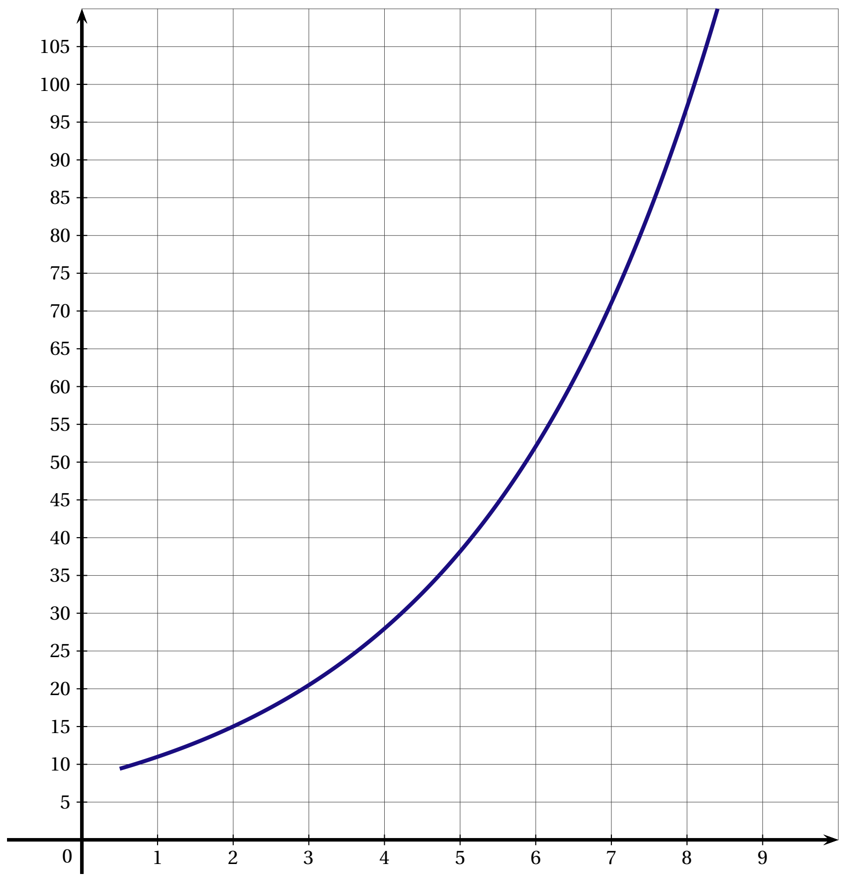
EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un site est spécialisé dans la diffusion de vidéos sur internet. Le responsable du site a constaté que la durée de chargement des vidéos évoluait en fonction d'internautes connectés simultanément.

On cherche à estimer la durée de chargement en fonction du nombre de personnes connectées simultanément. Deux fonctions sont proposées pour modéliser cette situation.

PARTIE A : Modèle exponentiel

Dans le repère orthogonal ci-dessous, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f qui modélise la situation précédente.
On note x le nombre, exprimé en millier, d'internautes connectés simultanément et $f(x)$ la durée de chargement exprimée en seconde.



1. Par lecture graphique, estimer la durée de chargement, en seconde, pour 8 000 personnes connectées.
2. **a.** Déterminer graphiquement un antécédent de 15 par f.
   b. Donner une interprétation de ce résultat.

PARTIE B : Modèle logarithmique

On considère une autre fonction g pour modéliser la situation précédente. On note x le nombre, exprimé en millier, d'internautes connectés simultanément. La durée de chargement exprimée en seconde est alors $g(x)$ avec $g(x) = 10x - 8\ln(x)$ pour x appartenant à $[0,5\ ;\ +\infty[$.

1. Calculer $g'(x)$.
2. Dresser le tableau de variations de g sur l'intervalle $[0,5\ ;\ +\infty[$.
3. Justifier que la fonction G définie sur $[0,5\ ;\ +\infty[$ par $G(x) = 5x^2 + 8x - 8x\ln(x)$ est une primitive de g sur $[0,5\ ;\ +\infty[$.

4. On pose $I = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_2^4 g(x)\,\mathrm{d}x$

a. Montrer que la valeur exacte de I peut s'écrire sous la forme $a + b\ln(2)$ où a et b sont deux réels que l'on déterminera.

b. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de I puis donner une interprétation de ce résultat.

PARTIE C

Une vidéo particulièrement demandée a attiré simultanément 8 000 personnes. On a constaté que le temps de chargement était de 92 secondes.
Déterminer, en justifiant, celui des deux modèles qui décrit le mieux la situation pour cette vidéo.*

EXERCICE 4 **5 points**
Enseignement obligatoire et L

Afin d'entretenir une forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.
Le nombre d'arbres de cette forêt est modélisé par une suite notée u où u_n désigne le nombre d'arbres au cours de l'année $(2013+n)$.
En 2013, la forêt compte 50 000 arbres.

1. **a.** Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2014.

b. Montrer que la suite u est définie par $u_0 = 50\,000$ et pour tout entier naturel n par la relation

$$u_{n+1} = 0,95u_n + 3\,000.$$

2. On considère la suite v définie pour tout entier naturel n par $v_n = 60\,000 - u_n$.

a. Montrer que la suite v est une suite géométrique de raison 0,95.
Déterminer son premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n.

c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 10\,000\left(6 - 0,95^n\right)$.

d. Déterminer la limite de la suite u.

e. Interpréter le résultat précédent.

3. **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geqslant 57\,000$

b. Interpréter ce résultat.

4. **a.** On souhaite écrire un algorithme affichant pour un entier naturel n donné, tous les termes de la suite du rang 0 au rang n. Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient. Préciser lequel.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : A, U, N sont des nombres **Début de l'algorithme :** Saisir la valeur de A N prend la valeur 0 U prend la valeur 50 000 **Tant que** $U < A$ N prend la valeur $N+1$ U prend la valeur $0,95U + 3\,000$ **Fin tant que** Afficher N **Fin algorithme**	**Variables :** U, I, N sont des nombres **Début de l'algorithme :** Saisir la valeur de N U prend la valeur 50 000 **Pour** I variant de 1 à N U prend la valeur $0,95U + 3\,000$ **Fin Pour** Afficher U **Fin algorithme**	**Variables :** U, I, N sont des nombres **Début de l'algorithme :** Saisir la valeur de N U prend la valeur 50 000 **Pour** I variant de 1 à N Afficher U U prend la valeur $0,95U + 3\,000$ **Fin Pour** Afficher U **Fin algorithme**

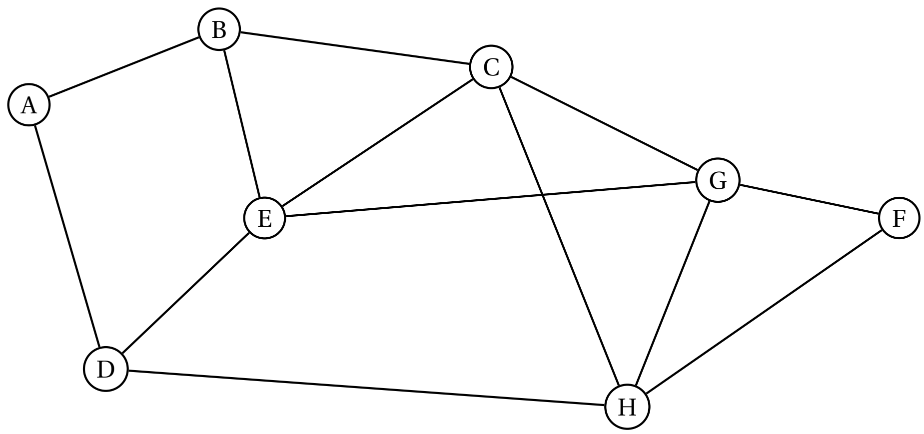
b. Lorsque $A = 57\,000$ l'algorithme 1 affiche 24. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

*

EXERCICE 4 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Lors d'une campagne électorale, un homme politique doit effectuer une tournée dans les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier. Le graphe $\mathscr{G}$ ci-dessous, représente les différentes villes de la tournée et les tronçons d'autoroute reliant ces villes (une ville est représentée par un sommet, un tronçon d'autoroute par une arête) :



PARTIE A

1. Déterminer, en justifiant, si le graphe $\mathscr{G}$ est :
   a. complet ;
   b. connexe.
2. **a.** Justifier qu'il est possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute.
   b. Citer un trajet de ce type.
3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe $\mathscr{G}$ (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).
   a. Déterminer la matrice M.
   b. On donne la matrice

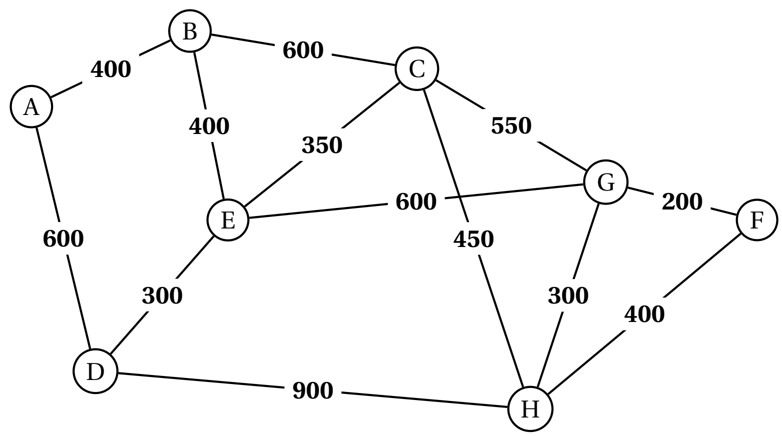
$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 3 & 5 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 7 & 2 & 8 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 6 & 4 & 9 & 3 & 9 & 10 \\ 5 & 2 & 4 & 0 & 9 & 2 & 3 & 8 \\ 1 & 8 & 9 & 9 & 4 & 4 & 10 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 4 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 3 & 9 & 3 & 10 & 6 & 6 & 9 \\ 1 & 5 & 10 & 8 & 4 & 6 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

   Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à H.

   Préciser ces chemins.

PARTIE B

Des contraintes d'organisation obligent cet homme politique à se rendre dans la ville F après la ville A.
Le graphe $\mathscr{G}$ est complété ci-dessous par les longueurs en kilomètre de chaque tronçon d'autoroute.



Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le trajet autoroutier le plus court pour aller de A à F.
Préciser la longueur en kilomètre de ce trajet. *

∽ Baccalauréat ES Centres étrangers 12 juin 2014 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

— premier temps : étude du dossier présenté par le candidat ;

— deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en œuvre par l'entreprise est le suivant :

— si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines ;

— si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests puis est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

À l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :

- 30 % des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité ;
- 20 % des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés ;
- 38 % des candidats ont été recrutés.

1. On prend un candidat au hasard et on note :

- D l'évènement « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité » ;
- R l'évènement « le candidat est recruté par l'entreprise ».

a. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Calculer la probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise.

c. Montrer que la probabilité de l'évènement $D \cap R$ est égale à $0,24$.

d. En déduire la probabilité qu'un candidat soit recruté sachant que son dossier est jugé de bonne qualité. Compléter l'arbre pondéré réalisé dans la question a.

2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

a. Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$.

b. Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée. On donnera la valeur exacte puis une valeur du résultat arrondie à 10^{-3}.

3. Deux amis, Aymeric et Coralie, sont convoqués le même jour pour un entretien avec la direction des ressources humaines.

Coralie arrive à 8 h 30 alors qu'Aymeric arrive au hasard entre 8 h et 9 h.

On désigne par T la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée d'Aymeric et on admet que T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[8 ; 9]$.

Déterminer la probabilité pour que Coralie attende Aymeric plus de dix minutes.

*

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A : Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{x^2-1}.$$

$\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé du plan.
On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée seconde de f.

1. **a.** Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \left(2x^2+1\right)\mathrm{e}^{x^2-1}$.

   b. En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

2. On admet que pour tout réel x, $f''(x) = 2x\left(2x^2+3\right)\mathrm{e}^{x^2-1}$.
   Déterminer, en justifiant, l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

3. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

   $$h(x) = x\left(1-\mathrm{e}^{x^2-1}\right).$$

   a. Justifier que l'inéquation $1-\mathrm{e}^{x^2-1} \geqslant 0$ a pour ensemble de solutions l'intervalle $[-1\,;\,1]$.

   b. Déterminer le signe de $h(x)$ sur 1'intervalle $[-1\,;\,1]$.

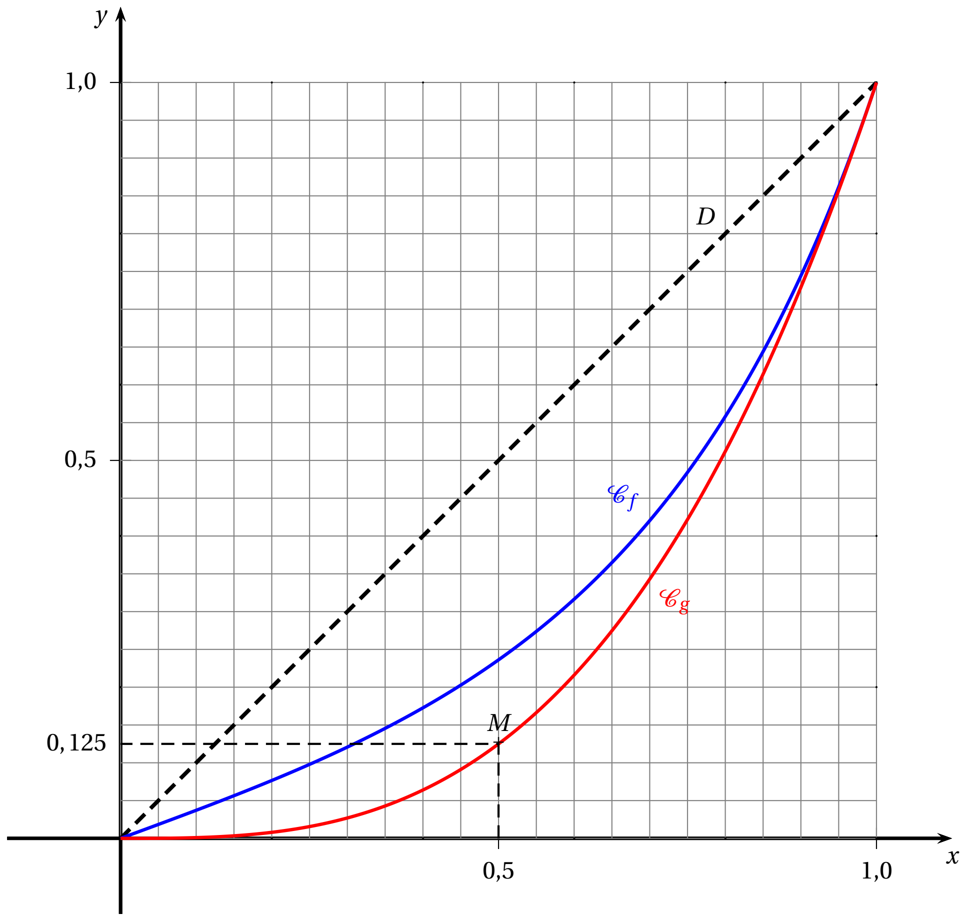
   c. En remarquant que pour tout réel x, on a l'égalité $h(x) = x - f(x)$, déduire de la question précédente la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite D d'équation $y = x$ sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.

4. Soit H la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2-1}$ et soit $I = \displaystyle\int_0^1 h(x)\,\mathrm{d}x$.
   On admet que H est une primitive de la fonction h sur $\mathbb{R}$.
   Calculer la valeur exacte de I.

Partie B : Applications

Sur le graphique suivant, sont tracées sur l'intervalle $[0\,;\,1]$:

- la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction étudiée en partie A ;
- la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction définie par $g(x) = x^3$;
- la droite D d'équation $y = x$.



Les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ illustrent ici la répartition des salaires dans deux entreprises F et G :

- sur l'axe des abscisses, x représente la proportion des employés ayant les salaires les plus faibles par rapport à l'effectif total de l'entreprise ;
- sur l'axe des ordonnées, $f(x)$ et $g(x)$ représentent pour chaque entreprise la proportion de la masse salariale (c'est-à-dire la somme de tous les salaires) correspondante.

Par exemple :
Le point $M(0,5\ ;\ 0,125)$ *est un point appartenant à la courbe* $\mathscr{C}_g$*. Pour l'entreprise G cela se traduit de la façon suivante :*
si on classe les employés par revenu croissant, le total des salaires de la première moitié (c'est-à-dire des 50 % *aux revenus les plus faibles) représente* 12,5 % *de la masse salariale.*

1. Calculer le pourcentage de la masse salariale détenue par 80 % des employés ayant les salaires les plus faibles dans l'entreprise F. On donnera une valeur du résultat arrondie à l'unité.

2. On note $\mathscr{A}_f$ l'aire du domaine délimité par la droite D, la courbe $\mathscr{C}_f$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

On appelle indice de Gini associé à la fonction f, le nombre réel noté I_f et défini par $I_f = 2 \times \mathscr{A}_f$.

a. Montrer que $I_f = \dfrac{1}{\text{e}}$.

b. On admet que, plus l'indice de Gini est petit, plus la répartition des salaires dans l'entreprise est égalitaire. Déterminer, en justifiant, l'entreprise pour laquelle la distribution des salaires est la plus égalitaire.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Dans une ville, un nouveau lycée vient d'ouvrir ses portes et accueille pour sa première rentrée 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30 % de l'effectif et l'arrivée de 300 nouveaux élèves.
On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au lycée pour l'année $2013+n$, avec n entier naturel. On a donc $u_0 = 500$.

1. **a.** Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2014.
   b. Calculer Je nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2015.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,7u_n + 300$.
3. On souhaite, pour un entier n donné, afficher tous les termes de la suite (u_n) du rang 0 au rang n.
   Lequel des trois algorithmes suivants permet d'obtenir le résultat souhaité ? Justifier.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7\times u+300$ Fin Pour **Fin algorithme**	**Variables :** n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n Afficher u u prend la valeur $0,7\times u+300$ Fin Pour Afficher u **Fin algorithme**	**Variables :** n, i entiers naturels, u nombre réel **Début algorithme** Lire n u prend la valeur 500 Pour i allant de 1 à n u prend la valeur $0,7\times u+300$ Fin Pour Afficher u **Fin algorithme**

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 1000$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.
   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1000 - 500\times 0,7^n$.
   c. Déterminer la limite de la suite (u_n).
   d. Interpréter le résultat précédent.
5. **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geqslant 990$.
   b. Interpréter le résultat trouvé précédemment.

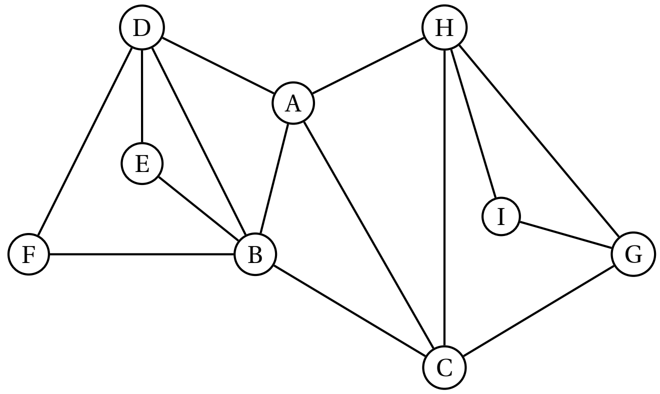
*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A : Étude d'un graphe

On considère le graphe $\mathscr{G}$ ci-dessous.

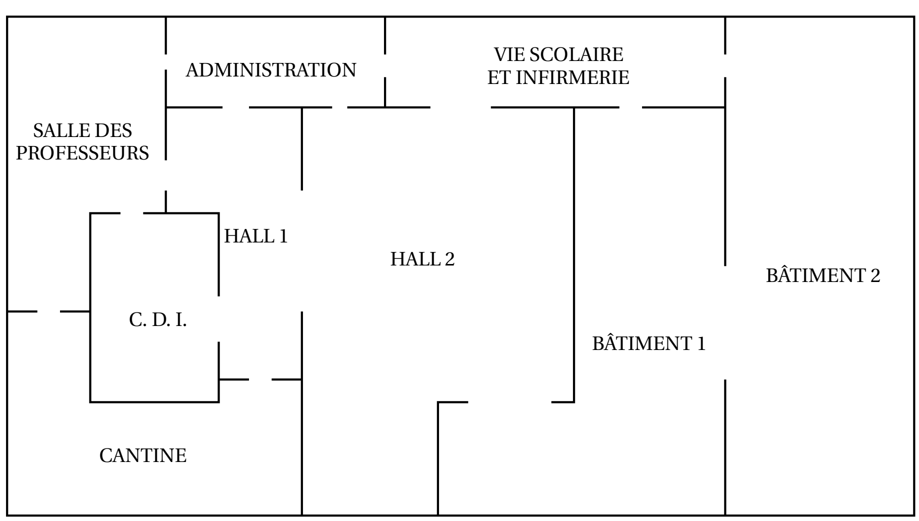


1. **a.** Déterminer en justifiant si le graphe $\mathcal{G}$ est complet.
   b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathcal{G}$ est connexe.
2. **a.** Donner le degré de chacun des sommets du graphe $\mathcal{G}$.
   b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathcal{G}$ admet un cycle eulérien ou une chaîne eulérienne.
3. **a.** Donner la matrice M associée au graphe $\mathcal{G}$ (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique).
   b. On donne : $M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.
   Montrer, par le calcul, que le coefficient de la septième ligne et quatrième colonne de la matrice M^3 est égal à 3.

Partie B : Applications

Dans cette partie, on pourra justifier les réponses en s'aidant de la partie A

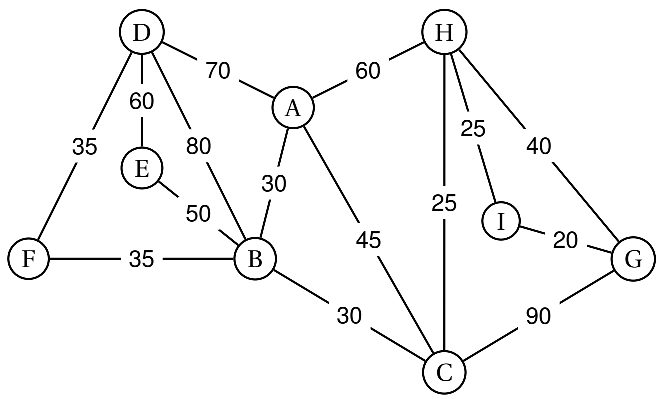
On donne ci-dessous le plan simplifié d'un lycée



1. Le graphe $\mathscr{G}$ donné en partie A modélise cette situation.
   Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet du graphe $\mathscr{G}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Lieu correspondant dans le lycée									

2. Un élève a cours de mathématiques dans le bâtiment 1. À la fin du cours, il doit rejoindre la salle des professeurs pour un rendez vous avec ses parents.
   Déterminer le nombre de chemins en trois étapes permettant à l'élève de rejoindre ses parents puis indiquer quels sont ces chemins.
3. Le lycée organise une journée portes-ouvertes.
   a. Déterminer, en justifiant, s'il est possible de visiter le lycée en empruntant une seule fois chaque passage entre les différents lieux.
   b. Sur les arêtes du graphe $\mathscr{G}$ sont indiqués les temps de parcours exprimés en seconde entre deux endroits du lycée.



Déterminer, à l'aide de l'algorithme de Dijkstra, le chemin permettant de relier le sommet G au sommet D en un temps minimal.
Déterminer ce temps minimal, exprimé en seconde.

*

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

L'entreprise Printfactory fabrique, en grande quantité, des cartouches d'encre noire pour imprimante.
Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse **en justifiant votre réponse**.

1. On considère la variable aléatoire X qui, à chaque cartouche produite, associe sa durée de vie exprimée en nombre de pages.
   On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type $\sigma = 10$.
   a. Affirmation 1 : Environ 95 % des cartouches produites ont une durée de vie comprise entre 230 et 270 pages.
   b. Affirmation 2 : Moins de 50 % des cartouches produites ont une durée de vie inférieure à 300 pages.

2. L'entreprise Printfactory a amélioré son procédé industriel et déclare que 80 % des cartouches produites ont une durée de vie supérieure à 250 pages.

   Un contrôleur désigné par l'entreprise effectue un test en prélevant de façon aléatoire un échantillon de cartouches dans la production.

   Dans un échantillon de taille 1 000, le contrôleur a obtenu 240 cartouches vides d'encre avant l'impression de 250 pages.

   Affirmation 3 : Le contrôleur valide la déclaration de l'entreprise.

3. L'entreprise Printfactory souhaite connaître l'opinion de ses 10 000 clients quant à la qualité d'impression de ses cartouches.

   Pour cela, elle souhaite obtenir, à partir d'un échantillon aléatoire, une estimation de la proportion de clients satisfaits au niveau $0,95$ avec un intervalle de confiance d'amplitude inférieure ou égale à 4 %.

   Affirmation 4 : L'entreprise doit interroger au moins un quart de ses clients.

*

∽ Baccalauréat ES Polynésie 13 juin 2014 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Document 1 : « *En France, pendant l'année scolaire 2009-2010, sur* 81 135 *étudiants inscrits en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE), on pouvait trouver* 34 632 *filles.* »
(Source : Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche Edition 2010)

Selon l'INSEE, la proportion de filles parmi les jeunes entre 15 et 24 ans est de 49,2 %.

Peut-on considérer, en s'appuyant sur le document 1 que les filles inscrites sont sous-représentées en CPGE ? Justifier la réponse.
On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.

Partie B

Les étudiants des CPGE se répartissent en 3 filières :
— la filière scientifique (S) accueille 61,5 % des étudiants ;
— la série économique et commerciale (C) accueille 24 % des étudiants ;
— les autres étudiants suivent une filière littéraire (L).

Document 2 : « *En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion (*30 %*) alors qu'on est proche de la parité dans les classes économiques et commerciales.* »
(Même source)

On considère que parmi tous les inscrits en CPGE en 2009-2010, la proportion de fille est 42,7 %. On interroge au hasard un étudiant en CPGE. On considère les évènements suivants :

F : l'étudiant interrogé est une fille ;

S : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière scientifique ;

C : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière économique et commerciale ;

L : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière littéraire.

1. Donner les probabilités $P(S)$, $P(C)$, $P_L(F)$, $P_S(F)$ et $P(F)$.
   Construire un arbre pondéré traduisant cette situation. Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. **a.** Calculer la probabilité que l'étudiant interrogé au hasard soit une fille inscrite en L.
   b. Calculer la probabilité de l'évènement $F \cap S$.
   c. En déduire que la probabilité de l'évènement $F \cap C$ est 0,133 75.
3. Sachant que l'étudiant interrogé suit la filière économique et commerciale, quelle est la probabilité qu'il soit une fille ? On arrondira le résultat au millième.
   Confronter ce résultat avec les informations du document 2.
4. Sachant que l'étudiant interrogé est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite dans la filière littéraire L ? On arrondira le résultat au millième.

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Une entreprise fabrique chaque jour des objets. Cette production ne peut dépasser 700 objets par jour.
On modélise le coût total de production par une fonction C.
Lorsque x désigne le nombre d'objets fabriqués, exprimé en centaines, $C(x)$, le coût total correspondant, est exprimé en centaines d'euros.
La courbe représentative de la fonction C est donnée en annexe.

Partie A

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en arrondissant au mieux. On laissera apparents les traits de construction sur la figure donnée en annexe.

1. Quel est le coût total de production pour 450 objets ?
2. Combien d'objets sont produits pour un coût total de 60 000 euros ? On considère que le coût marginal est donné par la fonction C' dérivée de la fonction C.
   a. Estimer le coût marginal pour une production de 450 objets puis de 600 objets.
   b. Que pensez-vous de l'affirmation : « le coût marginal est croissant sur l'intervalle $[0 ; 7]$ » ?

Partie B

Le prix de vente de chacun de ces objets est de 75 euros.

1. On note r la fonction « recette ». Pour tout nombre réel x dans l'intervalle $[0 ; 7]$, $r(x)$ est le prix de vente, en centaines d'euros, de x centaines d'objets. Représenter la fonction r dans le repère donné en annexe.
2. En utilisant les représentations graphiques portées sur l'annexe, répondre aux questions qui suivent.
   a. En supposant que tous les objets produits sont vendus, quelle est, pour l'entreprise, la fourchette maximale de rentabilité ? Justifier la réponse.
   b. Que penser de l'affirmation : « il est préférable pour l'entreprise de fabriquer 500 objets plutôt que 600 objets » ?

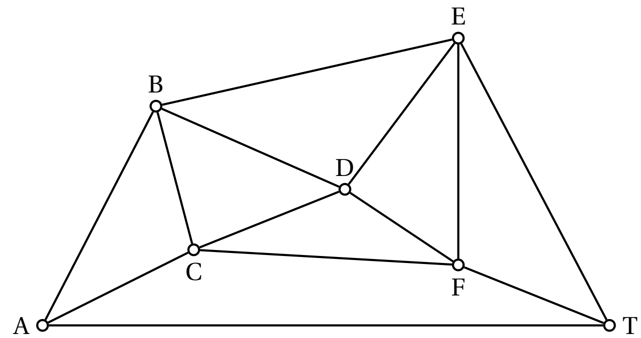
*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

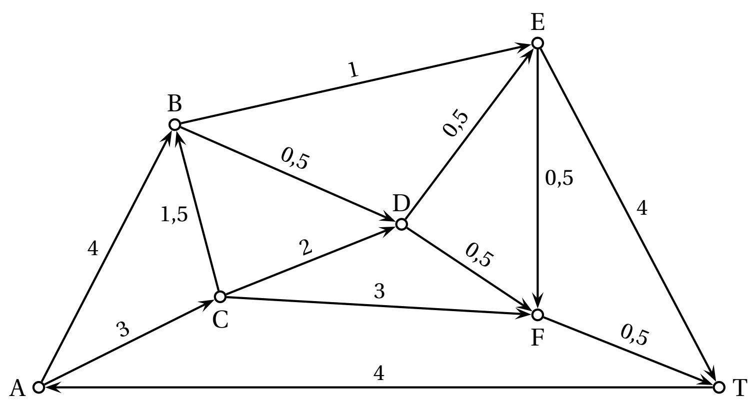
Le graphe ci-dessous représente, dans un aéroport donné, toutes les voies empruntées par les avions au roulage. Ces voies, sur lesquelles circulent les avions avant ou après atterrissage, sont appelées *taxiways*.
Les arêtes du graphe représentent les voies de circulation (les « taxiways ») et les sommets du graphe sont les intersections.



1. Déterminer le nombre de voies de circulation au total.
2. Afin que l'aéroport soit déneigé le plus rapidement possible, est-il possible de planifier un parcours pour que les chasse-neige passent par toutes les voies sans emprunter plusieurs fois la même route ? Justifier la réponse et donner un tel parcours.

Partie B

Dans le graphe ci-dessous, on a indiqué le sens de circulation pour les avions dans les différentes voies ainsi que le temps de parcours pour chacune en minute(s).



1. **a.** Écrire la matrice M associée à ce graphe (ranger les sommets dans l'ordre alphabétique).

   b. Citer tous les chemins de longueur 3 reliant A à T.
2. L'avion qui a atterri est en bout de piste en A et doit se rendre le plus rapidement possible au terminal situé au point T.

   Déterminer l'itinéraire le plus rapide et en donner la durée.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

La suite (u_n) est définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 5 \\ u_{n+1} & = & \frac{1}{2}u_n + 1 \end{array}\right.$$

Partie A

1. On souhaite écrire un algorithme affichant, pour un entier naturel n non nul donné, tous les termes de la suite, du rang 0 au rang n.

   Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient.

   Indiquer lequel et justifier pourquoi les deux autres ne peuvent donner le résultat attendu.

Variables : U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N U prend la valeur 5 Pour i de 0 à N faire Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U + 1$ Fin Pour Afficher U **Fin**	**Variables :** U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N Pour i de 0 à N faire U prend la valeur 5 Afficher U Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U + 1$ Fin Pour **Fin**	**Variables :** U est un nombre réel i et N sont des nombres entiers **Début** Saisir une valeur pour N U prend la valeur 5 Pour i de 0 à N faire Afficher U Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U + 1$ Fin Pour **Fin**
algorithme 1	**algorithme 2**	**algorithme 3**

2. On saisit la valeur 9 pour N, l'affichage est le suivant :

5	3,5	2,75	2,375	2,185	2,093 8	2,046 9	2,023 4	2,011 7	2,005 9

   Quelle conjecture peut-on émettre sur le sens de variation de cette suite ?

Partie B

On introduit une suite auxiliaire (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 2$.

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison q et son premier terme v_0.
2. Montrer que, pour tout nombre entier naturel n, on a $u_n = 2 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$.
3. Étudier les variations de la suite (u_n).
4. Déterminer la limite de la suite (u_n).
5. À partir de quel rang a-t-on : $u_n - 2 \leqslant 10^{-6}$?

*

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation.

Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

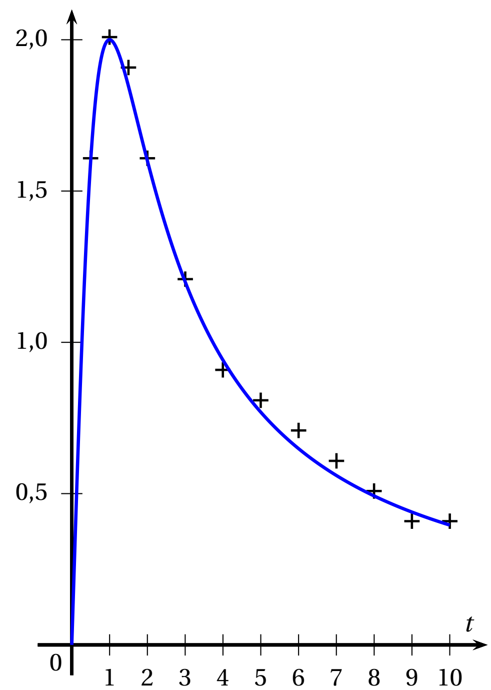
Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/l	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0~;~10]$ par

$$g(t) = \frac{4t}{t^2 + 1}.$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en mg/l de l'antibiotique.

Le graphique suivant représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.



1. Par lecture graphique donner sans justification :

a. les variations de la fonction g sur $[0 ; 10]$;

b. la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;

c. l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à 1,2 mg/l.

2. a. La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 10]$ et sa dérivée est g'.

Montrer que :

$g'(t) = \dfrac{4\left(1-t^2\right)}{\left(t^2+1\right)^2}$.

b. En utilisant l'expression de $g'(t)$, montrer que la concentration maximale serait, avec cette modélisation, atteinte exactement 1 heure après l'injection.

3. On admet que G définie sur $[0 ; 10]$ par $G(t) = 2\ln\left(t^2+1\right)$ est une primitive de g sur cet intervalle.

Quelle est la concentration moyenne de l'antibiotique pendant les 10 premières heures ? Donner la valeur exacte et la valeur arrondie au millième.

Rappel : la valeur moyenne d'une fonction f sur $[a ; b]$ est donnée par

$\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

4. On définit la CMI (Concentration Minimale Inhibitrice) d'un antibiotique comme étant la concentration au dessus de laquelle les bactéries ne peuvent plus se multiplier.

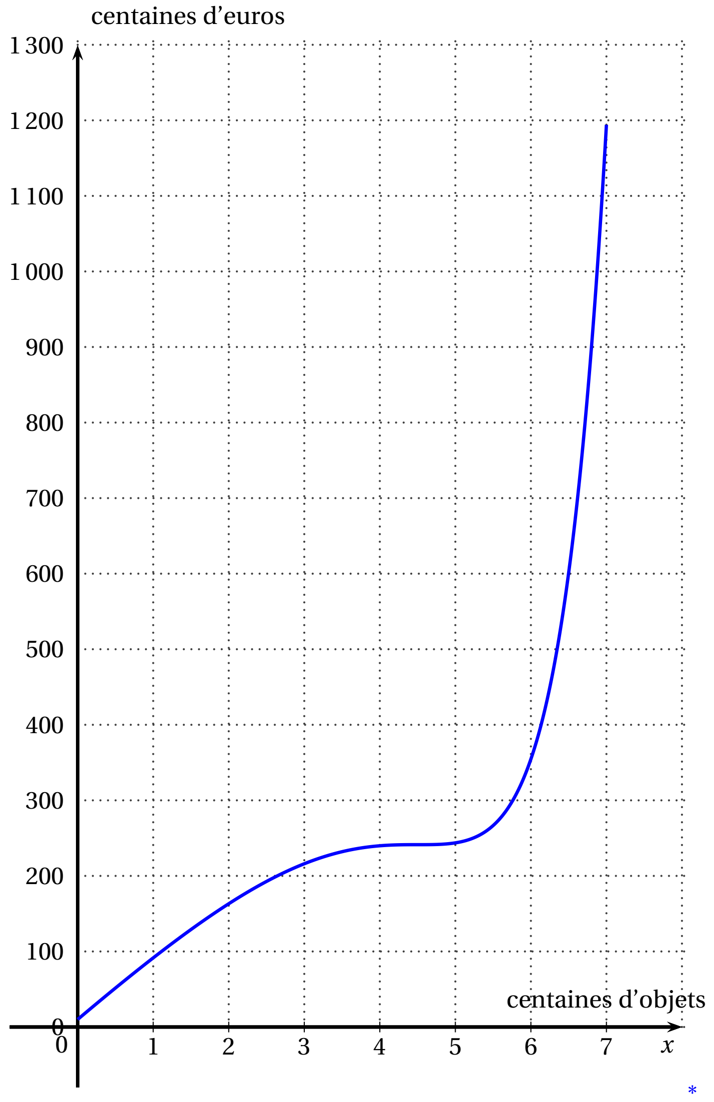
La CMI de l'antibiotique injecté est $1,2$ mg/l.

Déterminer, par le calcul, le temps d'antibiotique utile c'est-à-dire la durée pendant laquelle la concentration de l'antibiotique étudié est supérieure à sa CMI.

*

ANNEXE

Exercice 2 enseignement obligatoire et spécialité L



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane 19 juin 2014

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie

1. La somme $S = 1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{30}$ est égale à :
   - **a.** $-1+2^{31}$
   - **b.** $1-2^{31}$
   - **c.** $-1+2^{30}$
   - **d.** $1-2^{30}$
2. L'équation $-\dfrac{x^3}{3}+x^2+3x=0$ admet sur $\mathbb{R}$:
   - **a.** la solution -2
   - **b.** trois solutions distinctes
   - **c.** aucune solution
   - **d.** une unique solution
3. Soit la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x)=\ln x$.
   Une primitive de f est la fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :
   - **a.** $F(x)=\dfrac{1}{x}$
   - **b.** $F(x)=x\ln x$
   - **c.** $F(x)=x\ln x-x$
   - **d.** $F(x)=\mathrm{e}^x$
4. Les nombres entiers n solutions de l'inéquation $\left(\frac{1}{2}\right)^n < 0{,}003$ sont tous les nombres entiers n tels que :
   - **a.** $n \geqslant 8$
   - **b.** $n \geqslant 9$
   - **c.** $n \leqslant 8$
   - **d.** $n \leqslant 9$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8 % de ses précédent abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés.
En 2013 le nombre d'abonnés est de 20 millions.
On s'intéresse au nombre d'abonnés, en millions, pour l'année $2013+n$. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 & = & 20 \\ u_{n+1} & = & 0,92u_n + 3. \end{cases}$$

Le terme u_n donne une estimation du nombre d'abonnés pour l'année $2013 + n$.

Partie A

1. **a.** En utilisant cette modélisation, l'opérateur décide d'arrondir les résultats à 10^{-3}.
   À quoi correspond ce choix d'arrondi ?
   b. Déterminer le nombre d'abonnés en 2014 et en 2015.
   On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 37,5$ pour tout entier naturel n.
2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,92. Préciser son premier terme.
3. Exprimer v_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = -17,5 \times 0,92^n + 37,5$.
4. Déterminer le nombre d'abonnés en millions en 2020. Arrondir les résultats à 10^{-3}.
5. Déterminer la limite de la suite (u_n).
6. L'opérateur peut-il espérer dépasser 30 millions d'abonnés ?

Partie B

Compte tenu des investissements, l'opérateur considère qu'il réalisera des bénéfices lorsque le nombre d'abonnés dépassera 25 millions.

1. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le nombre d'années nécessaires à partir de 2013 pour que l'opérateur fasse des bénéfices.

Variables :	N un nombre entier naturel non nul
	U un nombre réel
Traitement :	Affecter à U la valeur 20
	Affecter à N la valeur 0
	Tant que ....
	affecter à U la valeur $0,92 \times U + 3$
	affecter à N la valeur $N + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher ....

2. En quelle année l'opérateur fera-t-il des bénéfices pour la première fois ?

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les services commerciaux d'une grande surface de produits alimentaires ont défini un profil de client qui a été appelé « consommateur bio ».

Sur la base d'observations réalisées les années précédentes, il a été constaté que :

90 % des clients « consommateur bio » maintenaient cette pratique l'année suivante ;

15 % des clients n'ayant pas le profil de « consommateur bio » entraient dans la catégorie « consommateur bio » l'année suivante.

On suppose que cette évolution se poursuit d'une année à l'autre à partir de 2013, année au cours de laquelle il a été constaté que 20 % des clients ont le profil « consommateur bio ».
Par un tirage aléatoire effectué tous les ans, on choisit un client de cette grande surface.
Pour tout nombre entier naturel n on note :

b_n, la probabilité que le client choisi lors de l'année 2013 + n soit un « consommateur bio » ;

c_n, la probabilité que le client choisi lors de l'année $2013 + n$ ne soit pas un « consommateur bio » ;

P_n, la matrice ligne $(b_n \ c_n)$ donnant l'état probabiliste lors de l'année $2013 + n$.

1. **a.** Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets B et C où B correspond à l'état « consommateur bio ».

b. Donner P_0 l'état probabiliste en 2013 et la matrice M de transition correspondant à ce graphe, les sommets B et C étant classés dans cet ordre.

c. On donne la matrice M^2 :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0,825 & 0,175 \\ 0,2625 & 0,7375 \end{pmatrix}.$$

En précisant la méthode de calcul, déterminer la probabilité que le client choisi en 2015 soit un « consommateur bio ».

d. Déterminer l'état stable $(b \ c)$ du graphe probabiliste.

2. Le directeur du supermarché affirme que, dans un futur proche, plus de la moitié de sa clientèle aura le profil de « consommateur bio ».

a. Recopier et compléter l'algorithme suivant qui doit permettre de déterminer le nombre minimal d'années pour que l'affirmation du directeur soit vérifiée.

Variables :	N un nombre entier naturel non nul
	B un nombre réel
Traitement :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à B la valeur $0,2$
	Affecter à C la valeur $0,8$
	Tant que ...
	affecter à B la valeur $0,9 \times B + 0,15 \times C$
	affecter à C la valeur $1 - B$
	affecter à N la valeur $N + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher ...

b. Déterminer le nombre minimal d'années recherché en expliquant la démarche.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

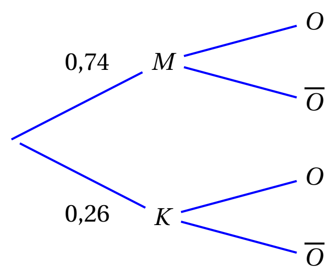
D'après une étude récente il y a 216 762 médecins en France métropolitaine parmi lesquels 0,6 % pratiquent l'ostéopathie et on compte 75 164 kinésithérapeutes parmi lesquels 8,6 % pratiquent l'ostéopathie,

Partie A

On choisit une personne au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes.
On note les évènements suivants :

— M : « la personne choisie est médecin » ;
— K : « la personne choisie est kinésithérapeute » ;
— O : « la personne choisie pratique l'ostéopathie ».

On représente la situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant :



1. Reproduire l'arbre de probabilité puis le compléter.

2. Montrer que la probabilité $P(O)$ de l'évènement O est égale à 0,026 8.

3. Un patient vient de suivre une séance d'ostéopathie chez un praticien d'une des deux catégories.

Déterminer la probabilité que le praticien soit un kinésithérapeute. Donner le résultat arrondi au centième.

Partie B

On note T la variable aléatoire associant à chaque patient la durée de visite, en minutes, chez un médecin-ostéopathe. On admet que T suit la loi normale d'espérance 30 et d'écart-type 10.
Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminer la probabilité $P(20 \leqslant T \leqslant 40)$.

2. Déterminer la probabilité qu'une visite dure plus de trois quart d'heure.

Partie C

On rappelle qu'en France métropolitaine 0,6 % des médecins pratiquent l'ostéopathie. Une région compte 47 000 médecins dont 164 médecins-ostéopathes.
On note I l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de médecins ostéopathes de la région.

1. a. Vérifier que les conditions d'utilisation de cet intervalle sont remplies.

b. Justifier que $I = [0{,}0053\ ;\ 0{,}0067]$, les bornes ayant été arrondies à 10^{-4} près.

Peut-on considérer que pour la pratique de l'ostéopathie par les médecins, cette région est représentative, privilégiée ou défavorisée par rapport à la situation en France métropolitaine ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique et vend aux écoles primaires des lots constitués de cahiers et de stylos.

Partie A

L'entreprise possède une machine qui peut fabriquer au maximum 1 500 lots par semaine. Le coût total de fabrication hebdomadaire est modélisé par la fonction g définie sur $[0\,;15]$ par

$$g(x) = 18x + \mathrm{e}^{0,5x-1}.$$

Lorsque x représente le nombre de centaines de lots, $g(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.

1. Calculer $g'(x)$ où g' désigne la fonction dérivée de g.

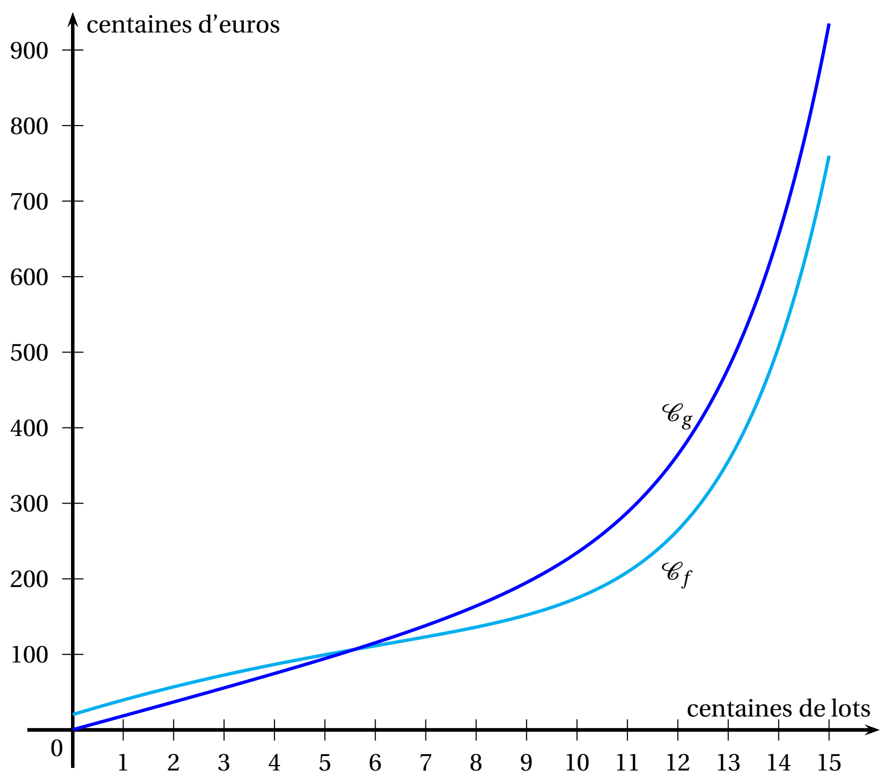
2. Justifier que g est strictement croissante sur $[0\,;\,15]$.

Partie B

L'entreprise acquiert une nouvelle machine qui permet d'obtenir un coût total de fabrication hebdomadaire modélisé par la fonction f définie sur $[0\,;\,15]$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{0,5x-1} - x^2 + 20x + 20,$$

Lorsque x représente le nombre de centaines de lots, $f(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.
On note $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_f$ les représentations graphiques respectives des fonctions g et f.



1. Par lecture graphique, donner un encadrement d'amplitude 100 du nombre k de lots à partir duquel cette nouvelle machine permet de diminuer le coût total de production,

2. On cherche à préciser le résultat précédent par le calcul.

a. Montrer que la détermination de k conduit à résoudre l'inéquation $-x^2 + 2x + 20 \leqslant 0$.

b. Résoudre cette inéquation sur l'intervalle $[0\,;\,15]$.

c. En déduire le nombre entier de lots à partir duquel cette nouvelle machine permet de diminuer le coût total de production.

3. **3.** On rappelle que le coût marginal obtenu avec cette nouvelle machine est donné par la fonction f'.

   Déterminer la valeur moyenne, arrondie à l'euro, du coût marginal lorsqu'on fabrique entre 5 centaines et 8 centaines de lots.

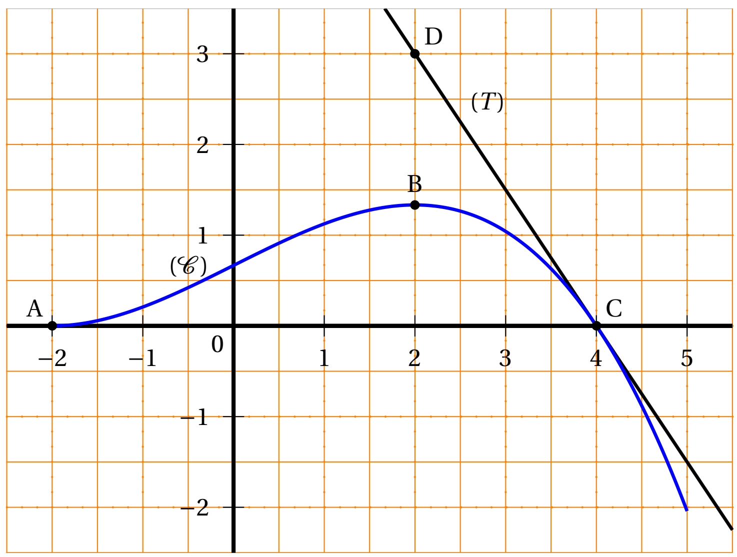
   Rappel : la valeur moyenne d'une fonction h sur $[a~;~b]$ *est donnée par* $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b h(x)\,\text{d}x$.

*

↜ Baccalauréat ES Asie 18 juin 2014 ↝

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$, croissante sur $[-2\ ;\ 2]$ et décroissante sur $[2\ ;\ 5]$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
La courbe $(\mathscr{C})$ tracée ci-dessous représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé ; elle passe par les points $A(-2\ ;\ 0)$; $B\left(2\ ;\ \frac{4}{3}\right)$ et $C(4\ ;\ 0)$.
Elle admet en chacun des points A et B une tangente parallèle à l'axe des abscisses et sa tangente (T) au point C passe par le point $D(2\ ;\ 3)$.



Pour chacune des quatre propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie. La justification peut reposer sur le graphique ou sur un calcul.

Proposition 1 : $f'(4) = -\dfrac{2}{3}$

Proposition 2 : La fonction f est concave sur $[-2\ ;\ 2]$.

Proposition 3 : $2 \leqslant \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 3$

Proposition 4 : L'équation $f(x) = \ln 2$ n'admet pas de solution sur $[-2\ ;\ 5]$.

*

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement obligatoire et spécialité L

On s'intéresse aux résultats d'un concours où l'on ne peut pas se présenter plus de deux fois.

Partie A : étude des résultats de mai 2013

Les statistiques dressées à partir des résultats de la session de mai 2013 ont permis d'établir que :

— 60 % des personnes qui présentaient le concours le présentaient pour la première fois ;
— 10 % de ceux qui le présentaient pour la première fois ont été admis ;

— 40 % de ceux qui le présentaient pour la seconde fois l'ont réussi.

On interroge au hasard une personne parmi toutes celles ayant passé ce concours en mai 2013.
On note :

- C_1 l'évènement : « La personne présentait le concours pour la première fois » ;
- R l'évènement : « La personne a été reçue à ce concours ».

On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.

1. Déterminer les probabilités suivantes : $P_{C_1}(R)$; $P_{\overline{C_1}}(R)$ et $P(C_1)$.
   Aucune justification n'est attendue.
   Pour traiter la suite de l'exercice, on pourra s'aider d'un arbre.
2. Déterminer la probabilité que cette personne se soit présentée au concours pour la première fois et ait été admise.
3. Montrer que la probabilité que cette personne ait été admise à ce concours en mai 2013 est de $0,22$.
4. Sachant que cette personne a réussi le concours, déterminer la probabilité qu'elle l'ait présenté pour la première fois. Donner une valeur arrondie au centième.

Partie B : résultats d'un établissement

Dans cette partie, les valeurs numériques sont arrondies au centième.

Dans un établissement, parmi les 224 étudiants inscrits à la préparation à ce concours, 26 % ont été admis à la session de mai 2013.
On admet que dans cette population, on a également 60 % des personnes qui se présentaient pour la première fois.
Le directeur de l'établissement prétend que ce résultat, supérieur au taux de réussite global de 22 %, ne peut être simplement dû au hasard et il affirme que la qualité de l'enseignement dispensé dans son établissement a permis à ses élèves de mieux réussir que l'ensemble des candidats.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % du pourcentage d'étudiants admis dans un groupe de 224 personnes.
2. Que penser de l'affirmation du directeur de l'établissement ? Justifier.

*

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Partie A

Une entreprise E commande chaque semaine ses fournitures auprès de deux fournisseurs A et H.
Les constats faits les premières semaines conduisent à modéliser l'évolution du choix du fournisseur pour les commandes d'une semaine à l'autre par un graphe probabiliste de sommets A et H où :

- A désigne l'état : « La commande est passée auprès du fournisseur A » ;
- H désigne l'état : « La commande est passée auprès du fournisseur H ».

La matrice de transition M de ce graphe, en considérant les sommets dans l'ordre A et H, est $M = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$.

1. Dessiner le graphe probabiliste associé à la matrice M.

2. Donner la signification du nombre $0,95$ dans la matrice M.

Pour tout entier naturel n, on note :

— a_n la probabilité de l'évènement : « La semaine n, l'entreprise E commande ses fournitures auprès du fournisseur A » ;

— h_n la probabilité de l'évènement : « La semaine n, l'entreprise E commande ses fournitures auprès du fournisseur H » ;

— P_n la matrice $\begin{pmatrix} a_n & h_n \end{pmatrix}$ correspondant à l'état probabiliste pour la semaine n.

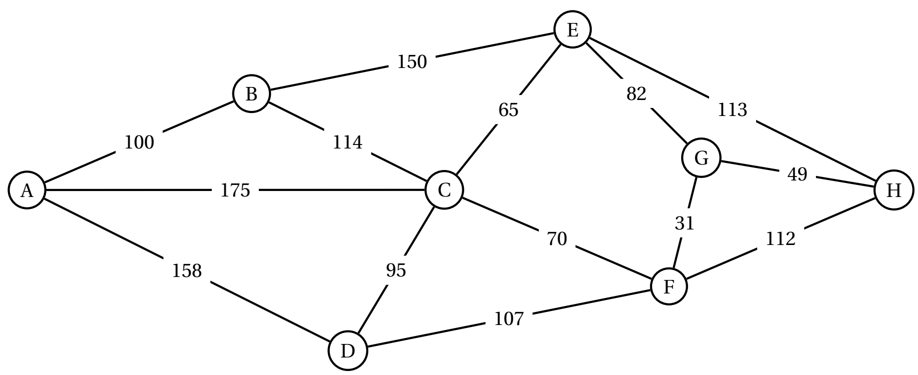
3. Vérifier que la matrice ligne $P = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ correspond à l'état stable du système. En donner une interprétation.

4. On donne $P_0 = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$ et on rappelle que $P_k = P_0 \times M^k$, pour k entier naturel.

Déterminer la semaine où, pour la première fois, la probabilité que l'entreprise E commande ses fournitures auprès du fournisseur A dépasse la probabilité qu'elle les commande auprès du fournisseur H.

Partie B

Le directeur de l'entreprise E rend visite à ses fournisseurs, il se rend du fournisseur A au fournisseur H et souhaite effectuer le moins de kilomètres possible.
Son assistant dresse le graphe suivant qui schématise les trajets, en kilomètres, entre les six villes de la région, notées B ; C ; D ; E ; F et G et les deux sites, A et H.



Déterminer l'itinéraire le plus court reliant les deux sites A et H et indiquer le nombre de kilomètres à effectuer. Justifier la réponse.*

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On étudie la propagation d'une maladie lors d'une épidémie.

Partie A

Des relevés statistiques ont permis de modéliser, par une fonction f, le nombre de malades durant l'épidémie.
Cette fonction f est définie sur $[1 ; 26]$ par :

$$f(t) = 24t\ln(t) - 3t^2 + 10$$

où t est le nombre de semaines écoulées depuis le premier cas constaté et $f(t)$ est le nombre de milliers de malades comptabilisés après t semaines.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[1 ; 26]$, $f'(t) = 24\ln(t) - 6t + 24$.

2. Les variations de la fonction f' sont données dans le tableau suivant :

t	1		4		26
$f'(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	

   a. Montrer que l'équation $f'(t) = 0$ admet, dans l'intervalle $[1~;~26]$, une solution et une seule qu'on notera α et donner l'encadrement de α par deux entiers naturels consécutifs.

   b. En déduire le signe de $f'(t)$ sur $[1~;~26]$ et les variations de f sur $[1~;~26]$.

3. Le réel $f'(t)$ représente la vitesse de propagation de la maladie au bout de t semaines.

   a. Dans le contexte du problème, donner une interprétation de l'expression mathématique suivante : « sur $[4~;~26]$, f' est décroissante. »

   b. À partir des questions précédentes, déterminer le nombre de semaines écoulées à partir duquel le nombre de malades par semaine a commencé à diminuer.

Partie B

On admet que la fonction G définie par :

$$G(t) = 12t^2\ln(t) - 6t^2$$

est une primitive sur $[1~;~26]$ de la fonction g définie par : $g(t) = 24t\ln(t)$.

1. Déterminer, sur $[1~;~26]$, une primitive F de la fonction f.
2. On a trouvé que l'arrondi à l'entier de $\frac{1}{26-1}\left[F(26) - F(1)\right]$ est 202. Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte du problème.

*

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On étudie l'évolution de la population d'une ville, depuis le 1^er^ janvier 2008.

Partie A : un premier modèle

Pour cette partie, on admet que la population augmente de 3,5 % par an depuis le 1^er^ janvier 2008.

1. Déterminer le pourcentage d'augmentation de la population entre le 1^er^ janvier 2008 et le 1^er^ janvier 2014. Donner une réponse à 0,1 % près.
2. À partir de 2008, on modélise la population de cette ville au 1^er^ janvier à l'aide d'une suite :

   Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants, exprimé en centaines de milliers d'habitants, au 1^er^ janvier de l'année $2008 + n$.

   Au 1^er^ janvier 2008, cette ville comptait 100 000 habitants.

   a. Que vaut u_0 ?

   b. Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1,035^n$.

c. Suivant ce modèle, en quelle année la population aura-t-elle doublé ? Justifier la réponse.

Partie B : un second modèle.

On modélise la population de cette ville à partir du 1er janvier 2008 par la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3}{1+2\text{e}^{-0,05x}}$$

où x désigne le nombre d'années écoulées depuis le 1er janvier 2008 et $f(x)$ le nombre d'habitants en centaines de milliers.
On admet que f est croissante sur $[0~;~+\infty[$.

On considère l'algorithme suivant :

Initialisation :	X prend la valeur 0
Traitement :	Tant que $f(X) \leqslant 2$
	X prend la valeur $X+1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher X

Si l'on fait fonctionner cet algorithme, alors le résultat affiché en sortie est 28. Interpréter ce résultat dans le contexte de ce problème.*

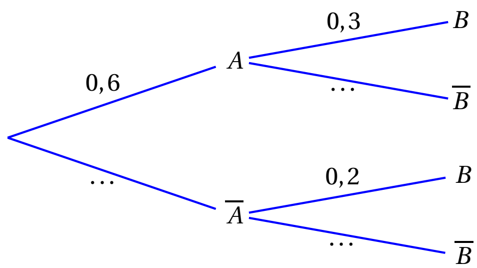
∾ Baccalauréat ES/L Métropole 20 juin 2014 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point.*
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. L'arbre de probabilités ci-dessous représente une situation où A et B sont deux évènements, dont les évènements contraires sont respectivement notés $\overline{A}$ et $\overline{B}$.



Alors

a. $P_A(B) = 0,18$ **b.** $P(A \cap B) = 0,9$ **c.** $P_A\left(\overline{B}\right) = 0,7$ **d.** $P(B) = 0,5$

2. Avec le même arbre, la probabilité de l'évènement B est égale à :

a. 0,5 **b.** 0,18 **c.** 0,26 **d.** 0,38

3. On considère une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[1 ; 15]$. Son tableau de variation est indiqué ci-dessous.

x	1	3	4	12	15
$f(x)$	3 ↘	0 ↘	-2 ↗	-1 ↘	-3

Soit F une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 15]$. On peut être certain que :

a. La fonction F est négative sur l'intervalle $[3 ; 4]$.
b. La fonction F est positive sur l'intervalle $[4 ; 12]$.
c. La fonction F est décroissante sur l'intervalle $[4 ; 12]$.
d. La fonction F est décroissante sur l'intervalle $[1 ; 3]$.

4. Pour tout réel x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$:
l'équation $\ln x + \ln(x+3) = 3\ln 2$ est équivalente à l'équation :

a. $2x+3=6$ **b.** $2x+3=8$ **c.** $x^2+3x=6$ **d.** $x^2+3x=8$

5. g est la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{5}{x}$.

On note C sa courbe représentative.

L'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine délimité par la courbe C, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 6$, est égale à :

a. $5(\ln 6 - \ln 2)$ **b.** $\dfrac{1}{6-2}\displaystyle\int_2^6 g(x)\,\text{d}x$ **c.** $5\ln 6 + 5\ln 2$ **d.** $g(6) - g(2)$

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas choisi la spécialité et L

À l'automne 2010, Claude achète une maison à la campagne ; il dispose d'un terrain de 1 500 m^2 entièrement engazonné. Mais tous les ans, 20 % de la surface engazonnée est détruite et remplacée par de la mousse. Claude arrache alors, à chaque automne, la mousse sur une surface de 50 m^2 et la remplace par du gazon.

Pour tout nombre entier naturel n, on note u_n la surface en m^2 de terrain engazonné au bout de n années, c'est-à-dire à l'automne $2010 + n$. On a donc $u_0 = 1500$.

1. Calculer u_1.

2. Justifier que, pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 0,8u_n + 50$.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout nombre entier naturel n par : $v_n = u_n - 250$.

  a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.

  b. Exprimer v_n en fonction de n.
  En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, $u_n = 250 + 1250 \times 0,8^n$.

  c. Quelle est la surface de terrain engazonné au bout de 4 années ?

4. **a.** Déterminer par le calcul la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que :

$$250 + 1250 \times 0,8^n < 500$$

  Interpréter le résultat obtenu.

  b. Compléter l'algorithme fourni en annexe 1 pour qu'il affiche la solution obtenue à la question précédente.

5. Claude est certain que les mauvaises herbes ne peuvent envahir la totalité de son terrain.

A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Annexe à rendre avec la copie

Initialisation	
	u prend la valeur 1 500
	n prend la valeur 0
Traitement	
	Tant que .... faire
	u prend la valeur ....
	n prend la valeur ....
	Fin Tant que
Sortie	
	Afficher n

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant choisi la spécialité

Alice participe à une compétition de tir à l'arc ; elle effectue plusieurs lancers de flèches.
Lorsqu'elle atteint la cible à un lancer, la probabilité qu'elle atteigne la cible au lancer suivant est égale à $0,9$.
Lorsqu'elle a manqué la cible à un lancer, Alice se déconcentre et la probabilité qu'elle atteigne la cible au lancer suivant est égale à $0,4$.
On suppose qu'au premier lancer, elle a autant de chances d'atteindre la cible que de la manquer.
Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on note :

a_n la probabilité qu'Alice atteigne la cible au n-ième lancer ;

b_n la probabilité qu'Alice manque la cible au n-ième lancer ;

$P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste au n-ième lancer.

1. **a.** Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B (A représentant l'état « Alice atteint la cible » et B l'état « Alice manque sa cible »).

b. Indiquer la matrice de transition M associée à ce graphe. On prendra les sommets A et B dans l'ordre (A, B).

c. Justifier que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$ et $P_2 = \begin{pmatrix} 0,65 & 0,35 \end{pmatrix}$.

2. **a.** Montrer que, pour tout nombre entier n strictement positif, $a_{n+1} = 0,9a_n + 0,4b_n$.

b. En déduire que, pour tout nombre entier n strictement positif, $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4$.

3. **a.** Compléter l'algorithme fourni en annexe 1 de façon à ce qu'il affiche l'état probabiliste au n-ième lancer.

b. Déterminer l'affichage de cet algorithme pour $n = 5$.

4. **a.** On considère la suite (u_n) définie pour tout nombre entier naturel n strictement positif par : $u_n = a_n - 0,8$.
Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Donner l'expression de u_n en fonction de n, puis en déduire que pour tout nombre entier naturel n strictement positif, $a_n = 0,8 - 0,3 \times 0,5^{n-1}$.

c. À long terme, que peut-on penser de la probabilité qu'Alice atteigne la cible ?

d. Par quelle autre méthode aurait-on pu trouver le résultat précédent ?

Annexe à rendre avec la copie

Entrées	
	Saisir n
Traitement	
	a prend la valeur 0,5
	b prend la valeur 0,5
	Pour i allant de 2 à n
	a prend la valeur ...... $\times a + \dots$
	b prend la valeur $1 - a$
	Fin Pour
Sortie	
	Afficher a, b

*

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A :

Chaque jour, Antoine s'entraine au billard américain pendant une durée comprise entre 20 minutes et une heure. On modélise la durée de son entrainement, en minutes, par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[20 ; 60]$.

1. Calculer la probabilité p pour que l'entrainement dure plus de 30 minutes.
2. Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat

Partie B :

Dans cette partie les probabilités seront, si besoin, arrondies au millième.

Les boules de billard américain avec lesquelles Antoine s'entraine sont dites de premier choix si leur diamètre est compris entre $56,75$ mm et $57,25$ mm ; sinon elles sont dites de second choix.

On note D la variable aléatoire qui, à chaque boule prélevée au hasard dans la production de l'entreprise, associe son diamètre, en millimètres.
On suppose que D suit la loi normale d'espérance 57 et d'écart-type $0,11$.

1. Déterminer la probabilité p_1 que la boule prélevée ait un diamètre inférieur à 57 mm.
2. Déterminer la probabilité p_2 que la boule prélevée soit une boule de premier choix.
3. En déduire la probabilité p_3 que la boule prélevée soit une boule de second choix.

Partie C :

Le président de la fédération française de billard (FFB) souhaite estimer le niveau de satisfaction de ses 14 000 licenciés quant à l'organisation des tournois.

Antoine estime que les 80 adhérents de son club constituent un échantillon représentatif des licenciés de la FFB. Il est chargé de faire une étude au sein de son club : les 80 adhérents ont répondu, et 66 ont déclaré qu'ils étaient satisfaits.

1. Quelle est, sur cet échantillon, la fréquence observée f de personnes satisfaites de la FFB ?
2. Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance $0,95$ de la proportion p de licenciés satisfaits de la FFB. Les bornes de l'intervalle seront arrondies au millième.

*

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

On injecte à un patient un médicament et on mesure régulièrement, pendant 15 heures, la concentration, en grammes par litre, de ce médicament dans le sang.

On obtient la courbe fournie en annexe 2.

A. Étude graphique

Avec la précision permise par le graphique, indiquer :

1. la concentration à l'instant initial ;
2. l'intervalle de temps pendant lequel la concentration est supérieure ou égale à 0,4 gramme par litre.

   On fera apparaitre sur le graphique les traits de construction nécessaires.

B. Étude théorique :

On admet que la concentration peut être modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 15]$ par $f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-0,5x}$, où x représente le nombre d'heures écoulées depuis l'instant initial et $f(x)$ la concentration, en grammes par litre, du médicament dans le sang.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Justifier que $f'(x) = -0,5x\mathrm{e}^{-0,5x}$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f sur $[0 ; 15]$.
2. Justifier que l'équation $f(x) = 0,1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0;15]$.
3. Déterminer un encadrement de α d'amplitude un dixième.
4. Un logiciel de calcul formel donne le résultat ci-dessous :

1	`deriver` $((x+2)*\exp(-0.5*x))$
	$\exp(-0.5x)-0.5*\exp(-0.5x)*(x+2)$
2	`deriver` $(\exp(-0.5*x)-0.5*\exp(-0.5*x)*(x+2))$
	$-\exp(-0.5*x)+0.25*\exp(-0.5*x)*(x+2)$
3	`factoriser` $(-\exp(-0.5*x)+0.25*\exp(-0.5*x)*$ $(x+2))$
	$(0.25*x-0.5)*\exp(-0.5*x)$

   En vous appuyant sur ces résultats, étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 15]$ et préciser l'abscisse d'un éventuel point d'inflexion.

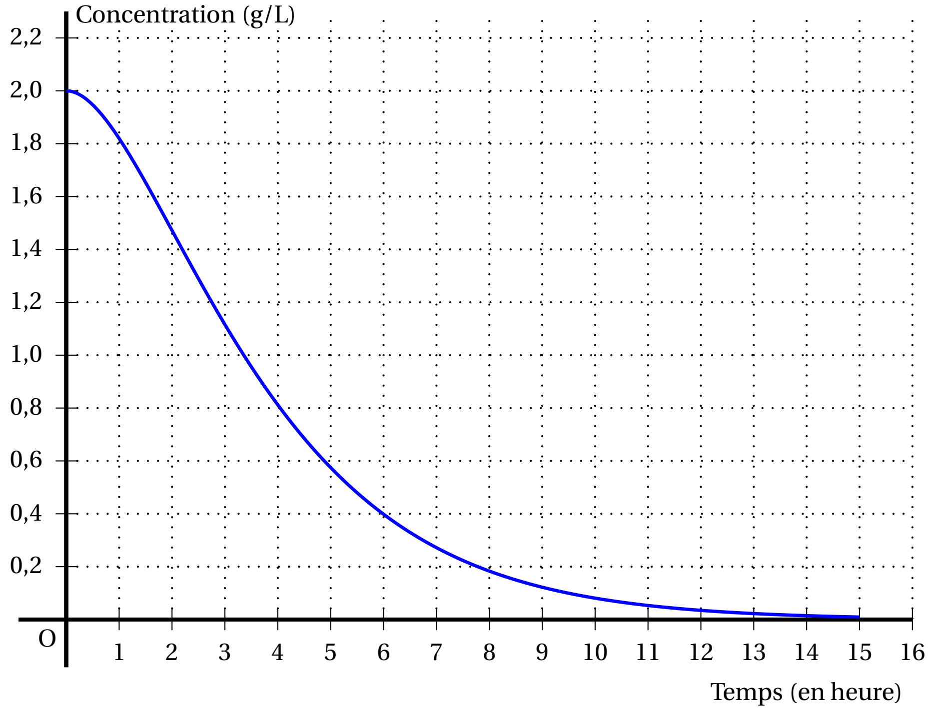
C. Interprétation des résultats :

En vous aidant des résultats obtenus, soit dans la partie B, soit par lecture graphique et sans justifier, répondre aux questions ci-dessous.

1. On estime que le médicament n'est plus actif lorsque la concentration est strictement inférieure à 0,1 gramme par litre. Pendant combien de temps le médicament est-il actif ?
2. Au bout de combien d'heures la baisse de concentration ralentit-elle ?

*

Annexe 2 à rendre avec la copie



Baccalauréat ES Polynésie (spécialité)
10 septembre 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[0\,;\,3]$ ainsi que la tangente au point A d'abscisse 1.

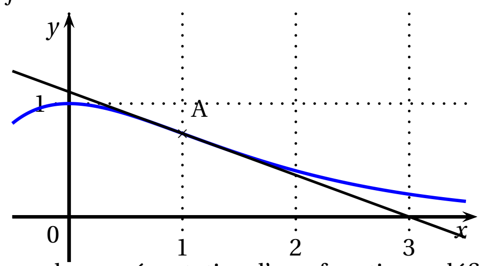
En $x = 1$, le nombre dérivé de f est :

a. $-2\mathrm{e}$

b. 3

c. $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

d. $-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$



2. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction g définie et dérivable sur $[0\,;\,5]$ ainsi que sa tangente horizontale au point A d'abscisse 3.

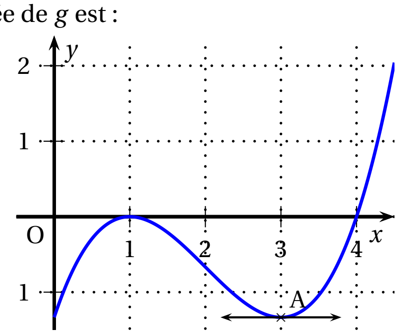
Le signe de la fonction dérivée de g est :

a. négatif sur $[0\,;\,1]$

b. positif sur $[3\,;\,4]$

c. négatif sur $[1\,;\,4]$

d. change en $x = 4$



3. La fonction H définie sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ est une primitive de la fonction h définie par :

a. $\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ **b.** $-\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ **c.** $-x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ **d.** $-2x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$

4. Soit j la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $j(x) = 1 + \ln x$.

L'équation $j(x) = 0$ a pour solution :

a. e **b.** -1 **c.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ **d.** 1

5. On considère la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = 3x + 5$.

L'aire, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe représentative de k, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$ est :

a. 6,5 **b.** 8 **c.** 4,5 **d.** 8,5

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

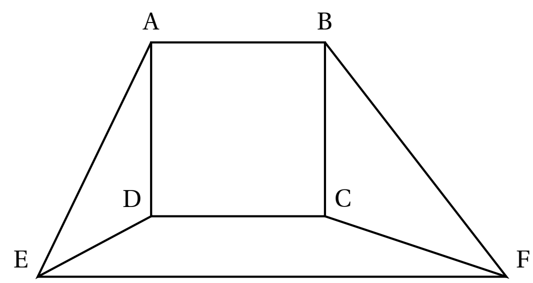
Le graphe suivant représente le plan d'une ville. Les arêtes du graphe représentent les principales avenues et les sommets du graphe les carrefours entre ces avenues.

1. Donner l'ordre du graphe puis le degré de chacun des sommets.

2. Un piéton peut-il parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue :

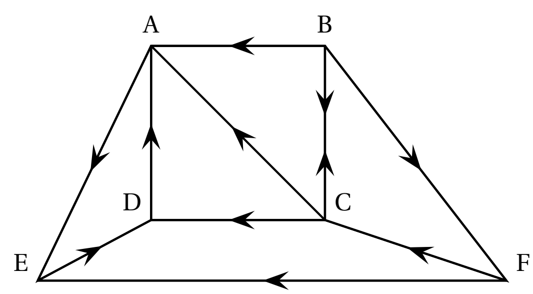
a. en partant d'un carrefour et en revenant à son point de départ ? Justifier la réponse.

b. en partant d'un carrefour et en arrivant à un carrefour différent ? Justifier la réponse.



Partie B

Dans le graphe ci-contre, on a indiqué, pour cette même ville, le sens de circulation pour les véhicules sur les différentes avenues.



1. Peut-on trouver un trajet de longueur quelconque qui permet d'aller de D à B en respectant les sens de circulation ? Justifier la réponse.

2. Écrire la matrice M associée à ce graphe (on rangera les sommets dans l'ordre alphabétique)

3. On donne la matrice

$$M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a. Que représentent les coefficients de cette matrice ?

b. Combien y-a-t-il de chemins de longueur 3 partant du carrefour B et arrivant en A ?

Écrire tous ces chemins.

c. Combien y-a-t-il de chemins de longueur 3 arrivant au point E ? Expliquer la démarche.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise produit à la chaîne des jouets pesant en moyenne 400 g. Suite à une étude statistique, on considère que la masse d'un jouet est une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 400$ et d'écart-type $\sigma = 11$.

Dans tout l'exercice les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1. Déterminer $P(385 \leqslant X \leqslant 415)$. Interpréter ce résultat.
2. Justifier, en utilisant des propriétés du cours, que $P(X \geqslant 411) \approx 0,16$.
3. Un jouet est commercialisable s'il pèse au maximum 420 g.
   Quelle est la probabilité que le jouet soit commercialisable ?
4. On cherche à contrôler la qualité des jouets. Pour cela on choisit de façon aléatoire un échantillon de 300 jouets.
   a. Vérifier que les conditions de détermination de l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de jouets commercialisables sont vérifiées.
   b. Déterminer cet intervalle.
   c. On constate que 280 jouets de l'échantillon sont commercialisables.
   Ce résultat remet-il en question la modélisation effectuée par l'entreprise ?

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une personne décide d'ouvrir un compte épargne le premier janvier 2014 et d'y placer 2 000 euros. Le placement à intérêts composés est au taux annuel de 3 %. Elle verse 150 euros sur ce compte tous les 1er janvier suivants.
Pour tout entier naturel n , on note u_n le montant présent sur ce compte au premier janvier de l'année $2014 + n$ après le versement de 150 euros. On a $u_0 = 2000$.
Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près.*

Partie A

1. Calculer les termes u_1 et u_2 de la suite (u_n).
2. Justifier que pour tout entier naturel n on a : $u_{n+1} = 1,03u_n + 150$.
3. Pour tout entier n, on pose $v_n = u_n + 5000$.
   Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,03.
4. Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout nombre entier n on a :

$$u_n = 7000 \times 1,03^n - 5000.$$

5. À partir de quelle année, cette personne aura-t-elle au moins 4 000 euros sur son compte épargne ? Indiquer la façon dont la réponse a été trouvée.

Partie B

L'algorithme ci-dessous modélise l'évolution d'un autre compte épargne, ouvert le premier janvier 2014, par une seconde personne.

Variables :	C et D sont des nombres réels
	N est un nombre entier
Entrée :	Saisir une valeur pour C
Traitement :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à D la valeur 2× C
	Tant que C < D faire
	affecter à C la valeur $1,03 \times C + 600$
	affecter à N la valeur N +1
	Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N

1. **a.** Que représente la variable C dans cet algorithme ?
   b. Quel est le taux de ce placement ?
   c. Quel est le versement annuel fait par cette personne ?
2. On saisit, pour la variable C, la valeur 3 000.
   a. Pour cette valeur de C, en suivant pas à pas l'algorithme précédent, recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de C	3 000			
Valeur de N	0			
Valeur de D	6 000			
Test $C < D$	vrai			

   b. Qu'affiche l'algorithme ? Interpréter ce résultat.

*

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane
12 septembre 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1. La valeur exacte de $\ln\left(10\mathrm{e}^2\right)$ est :

a. $2\ln(10)+2$ **b.** 4,302 585 093 **c.** $\ln(10)+2$ **d.** $2\ln(10\mathrm{e})$

2. On désigne par n un nombre entier naturel. L'inégalité $0,7^n \leqslant 0,01$ est réalisée dès que :

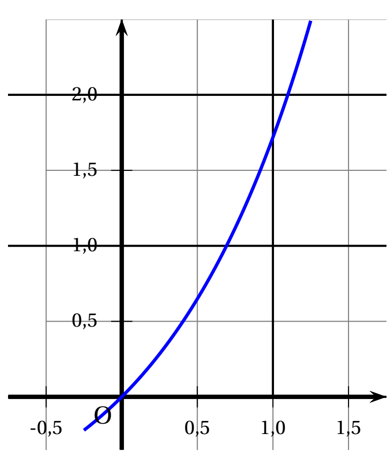
a. $n \geqslant 12$ **b.** $n \geqslant 13$ **c.** $n \leqslant 13$ **d.** $n \geqslant 70$

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{5x+2}$.
L'expression $f'(x)$ de la dérivée de f est :

a. $5\mathrm{e}^{5x+2}$ **b.** e^{5x+2} **c.** $2\mathrm{e}^{5x+2}$ **d.** $(5x+2)\mathrm{e}^{5x+2}$

4. On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f dans un repère du plan.
La valeur de $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

a. $\mathrm{e}-2$ **b.** 2 **c.** $1/4$ **d.** $\ln(1/2)$



5. La tangente au point d'abscisse 1 à la courbe ci-dessus, donnée à la question 4, a pour équation :

   a. $y = \text{e}x + 1$ **b.** $y = \text{e}x - 1$ **c.** $y = -\text{e}x + 1$ **d.** $y = -\text{e}x - 1$

*

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.

Partie A

Une entreprise fabrique des balles de tennis et dispose de trois chaines de fabrication appelées A, B, C.

La chaine A fabrique 30 % de la production totale de l'entreprise.

La chaine B en fabrique 10 %.

La chaine C fabrique le reste de la production.

En sortie de chaines, certaines balles peuvent présenter un défaut.

5 % des balles issues de la chaine A présentent un défaut.

5 % des balles issues de la chaine B présentent un défaut.

4 % des balles issues de la chaine C présentent un défaut.

On choisit au hasard une balle dans la production de l'entreprise et on note les évènements :

A : « la balle provient de la chaine A » ;

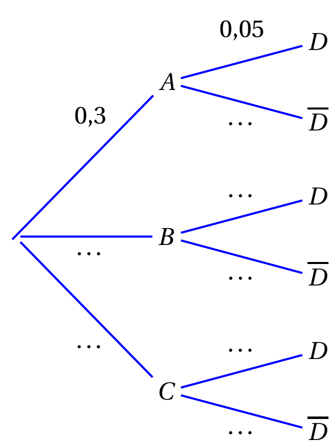
B : « la balle provient de la chaine B » ;

C : « la balle provient de la chaine C » ;

D : « la balle présente un défaut ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. Comment se note la probabilité de l'évènement « la balle présente un défaut et provient de la chaine B » ?
3. Montrer que $P(D)$, la probabilité de l'évènement D, vaut $0,044$.
4. Calculer $P_D(A)$, la probabilité de A sachant D, et donner un résultat arrondi à $0,001$.
5. On choisit 5 balles au hasard dans la production totale qui est suffisamment importante pour que ce choix puisse être assimilé à cinq tirages indépendants avec remise.

   Quelle est la probabilité pour que 3 balles possèdent un défaut ? Arrondir le résultat à 0,000 1 et justifier la réponse.



Partie B

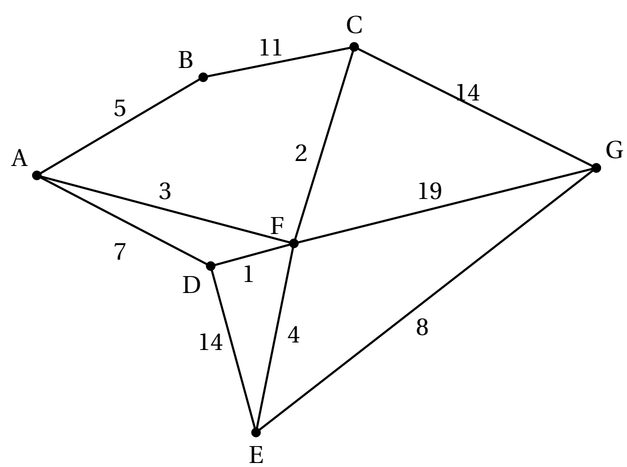
Pour être homologuée par la Fédération Internationale de Tennis, le poids d'une balle de tennis doit être compris entre 56,7 grammes et 58,5 grammes.
On suppose que la variable aléatoire X qui, à une balle choisie au hasard dans la production, associe son poids en gramme, suit la loi normale d'espérance $\mu = 57,6$ et d'écart-type $\sigma = 0,3$.
On arrondira les résultats au millième.

1. Quelle est la probabilité qu'une balle choisie au hasard soit homologuée ?
2. Quelle est la probabilité qu'une balle choisie au hasard ait un poids supérieur à 58 grammes ?

*

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans le jeu vidéo « Save the princess », l'objectif est d'aller délivrer une princesse tout en récoltant des trésors situés dans les couloirs du château.
Le plan du château est représenté par le graphe pondéré ci-dessous. Les sommets de ce graphe représentent les salles et les arêtes représentent les couloirs reliant les salles entre elles.



Partie A

1. Le joueur se trouve dans la salle A. Il décide de visiter chacun des couloirs afin de trouver le plus de trésors possibles. Peut-il trouver un trajet lui permettant de passer par tous les couloirs une et une seule fois ? Justifier la réponse.
2. Dans chaque couloir se trouve un certain nombre de monstres. Les étiquettes du graphe pondéré donnent le nombre de monstres présents dans les couloirs.

   Le joueur souhaite, en partant de A, rejoindre la princesse enfermée dans la salle G. Déterminer le chemin qu'il doit prendre pour délivrer la princesse en combattant le moins de monstres possible.

   Combien de monstres aurait-il alors à affronter ?

Partie B

Pour un joueur régulier, on estime que :

s'il gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est $0,7$;

s'il perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est $0,6$.

On note $P_n = \begin{pmatrix} u_n & v_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste lors de la n-ième partie où u_n désigne la probabilité que la partie soit gagnée et v_n celle que la partie soit perdue.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste. On nommera les sommets U (pour la partie gagnée) et V (pour la partie perdue).
2. En déduire la matrice de transition en considérant les sommets dans l'ordre U, V.
3. On suppose la première partie perdue, l'état probabiliste initial est donc $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$.
   Montrer que la probabilité que le joueur gagne la 3e partie est $0,52$.
4. Déterminer la probabilité que le joueur gagne la 15e partie.
   Arrondir le résultat au centième.

*

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les trois parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.
Un producteur de légumes souhaite s'implanter dans une commune et livrer directement chez le consommateur des paniers de 5 kg de légumes variés labélisés « bio ».

Partie A

Avant de se lancer, le producteur fait réaliser un sondage auprès de 2500 foyers de la commune ; 80 foyers se déclarent intéressés par l'achat d'un panier par mois.

1. Déterminer l'intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion de foyers de la commune susceptibles de passer commande d'un panier mensuel.
2. Quelle aurait dû être la taille de l'échantillon pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude $0,02$?
3. La commune compte 15 000 foyers. La condition pour démarrer l'entreprise est de réaliser une recette minimale de 3 500 euros par mois. Sachant que les paniers seront vendus 20 euros l'un, le producteur peut-il envisager de se lancer ? Justifier la réponse.

Partie B

La production mensuelle de légumes permettra de livrer au maximum 1 000 paniers par mois. Le coût total de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$C(x) = -\frac{1}{48}x^4 + \frac{5}{16}x^3 + 5x + 10.$$

Lorsque x est exprimé en centaines de paniers, $C(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.
On admet que, pour tout nombre x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, le coût marginal est donné par la fonction $C_m = C'$ où C' est la fonction dérivée de C.

1. Calculer $C_m(6)$, le coût marginal pour six cents paniers vendus.
2. On note C'' la fonction dérivée seconde de C et on a $C''(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{8}x$.
   a. Déterminer le plus grand intervalle de la forme $[0\,;\,a]$ inclus dans $[0\,;\,10]$ sur lequel la fonction C est convexe.

b. Que peut-on dire du point d'abscisse a de la courbe de la fonction C ? Interpréter cette valeur de a en termes de coût.

Partie C

On admet que l'entreprise produit entre 0 et 1 000 paniers de légumes (par mois) et que tout ce qui est produit est vendu au prix de 20 euros le panier.
La recette mensuelle R, exprimée en centaines d'euros, ainsi que la fonction C sont représentées par les courbes C_R et C_C sur le graphique donné en annexe.
Par lecture graphique, répondre aux questions qui suivent.

1. Indiquer le nombre minimal de paniers que le producteur doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice. Donner une valeur approchée à la dizaine.
2. Indiquer le bénéfice réalisé par le producteur s'il produit et vend 500 paniers dans le mois.

   Donner une valeur approchée à la centaine d'euros.
3. Le producteur peut-il espérer réaliser un bénéfice de 5 000 euros dans un mois ? Argumenter la réponse.

*

EXERCICE 4 **4 points**
Commun à tous les candidats

En 2008, une entreprise internationale s'est dotée d'un centre de visio-conférence qui permet de réaliser de grandes économies dans le budget « déplacement des cadres ».
Lors d'un conseil d'administration de fin d'année, le responsable du centre de visio-conférence fait le compte rendu suivant : on a observé un fort accroissement de l'utilisation de cette technologie, le nombre de visio-conférences, qui était de 30 en 2008, a augmenté de 20 % tous les ans.

1. On s'intéresse au nombre d'utilisations de la visio-conférence lors de l'année $2008+n$. On modélise la situation par une suite géométrique (u_n) où le terme u_n est une estimation de ce nombre d'utilisations lors de l'année $2008+n$.
   a. Donner la raison q et le premier terme u_0 de cette suite.
   b. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
   c. Vérifier qu'en 2013 on a atteint 74 utilisations de la visio-conférence.
2. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un nombre entier naturel U et A sont des nombres réels
Entrée :	Saisir A

Traitement :	Affecter à U la valeur 30
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $U < A$ faire
	    U prend la valeur $U+U\times 0,2$
	    n prend la valeur $n+1$
	Fin Tant que

Sortie :	Afficher n

   a. On donne la valeur 100 à A. Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant.

   Les valeurs de U seront données approchées par défaut à l'entier près.

Test $U < A$		vrai		....
Valeur de U	30	36		....
Valeur de n	0	1		....

b. Quelle est la valeur affichée en sortie de cet algorithme ?

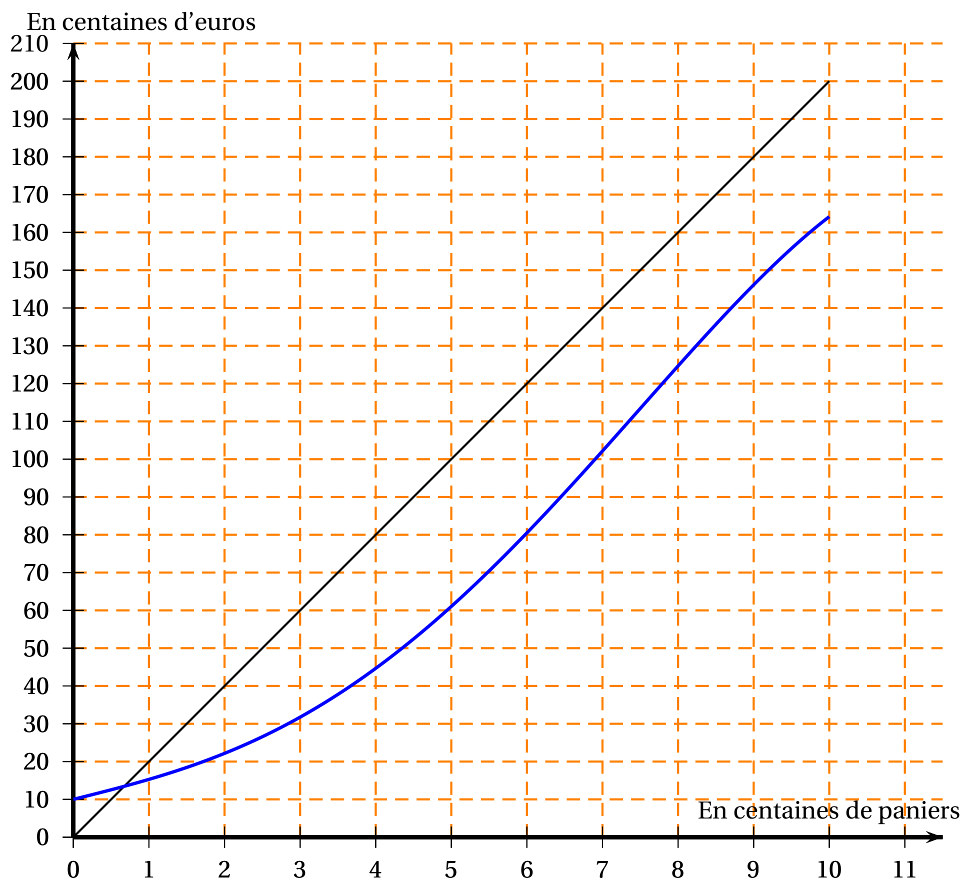
c. Interpréter cette valeur affichée dans le contexte de ce problème.

3. Le coût de l'installation des appareils de visio-conférence sera amorti quand le nombre total d'utilisations aura dépassé 400.
À partir de quelle année cette installation sera-t-elle amortie ? Justifier la réponse.

*

ANNEXE

Exercice 3 Partie C



*

∽ Baccalauréat ES/L Métropole 12 septembre 2014 ∾

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Avant de réaliser une opération marketing en début de saison, un revendeur de piscines fait une étude dans son fichier client. Il s'intéresse à deux caractéristiques :

- Le type de piscine déjà installée (piscine traditionnelle, piscine en bois, coque en résine) ;
- l'existence d'un système de chauffage.

Il obtient les résultats suivants :

- 50 % des clients choisissent une piscine traditionnelle, et parmi eux, 80 % ont fait installer un système de chauffage ;
- 40 % des clients choisissent une piscine avec coque en résine, dont 60 % seront chauffées ;
- les autres clients ont préféré une piscine en bois.

On choisit au hasard la fiche d'un client dans le fichier informatique du revendeur de piscine, chaque fiche ayant la même probabilité d'être tirée. On note les évènements suivants :

T : « Le client choisit une piscine traditionnelle » ;

R : « Le client choisit une piscine avec coque en résine » ;

B : « Le client choisit une piscine en bois » ;

C : « Le client fait installer un chauffage ».

On note $p(T)$ la probabilité de l'évènement T et $p_T(C)$ la probabilité de l'évènement C sachant que l'évènement T est réalisé.
Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.
Lorsque ce sera nécessaire, les résultats demandés seront arrondis au millième.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation. L'arbre pourra être complété tout au long de cet exercice.
2. Montrer que la probabilité que le client choisisse une piscine traditionnelle chauffée est $0,4$.
3. On sait aussi que 70 % des clients ont choisi de faire installer un chauffage pour leur piscine.
   - **a.** Calculer la probabilité $p(B \cap C)$.
   - **b.** En déduire $p_B(C)$ et compléter l'arbre pondéré précédent.
4. Sachant que la piscine du client dont la fiche a été tirée est chauffée, calculer la probabilité que ce soit une piscine traditionnelle.

Partie B

On prélève un lot de 120 fiches dans le fichier client du revendeur.
On s'intéresse, dans un tel lot, au nombre de clients ayant choisi d'installer un chauffage pour leur piscine. On modélise ce nombre par la variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 84$ et d'écart-type $\sigma = 5$.

1. Calculer la probabilité qu'il y ait entre 74 et 94 piscines chauffées.
2. Calculer la probabilité qu'au moins deux tiers des clients du lot aient choisi d'installer un chauffage pour leur piscine.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et L

On comptait 700 élèves dans un lycée lors de la rentrée de 2012.
À la fin de chaque année scolaire, après le départ des nouveaux bacheliers et des élèves quittant l'établissement, le lycée conserve 70 % de son effectif pour l'année suivante.
Il reçoit 240 nouveaux élèves à chaque rentrée.

1. Calculer le nombre d'élèves dans le lycée aux rentrées 2013 et 2014.
2. On définit la suite (a_n) par :

$$a_0 = 700 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n,\ a_{n+1} = 0,7 \times a_n + 240.$$

   Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = a_n - 800$.
   - **a.** Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $0,7$.
     Préciser son premier terme.
   - **b.** Exprimer u_n en fonction de n.
   - **c.** En déduire l'expression de a_n en fonction de n.
3. On choisit de modéliser le nombre d'élèves du lycée par les termes de la suite (a_n).
   Il faudra agrandir le lycée dès que l'effectif sera supérieur ou égal à 780 élèves.
   - **a.** Montrer que résoudre l'inéquation $800 - 100 \times 0,7^n \geqslant 780$ revient à résoudre l'inéquation $0,7^n \leqslant 0,2$.
   - **b.** En quelle année faudra-t-il agrandir le lycée ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour satisfaire ses adhérents, un club de sport a instauré trois niveaux d'apprentissage :

DÉBUTANT (D), CONFIRMÉ (C) et EXPERT (E).

Au 1er septembre 2012, lors de l'inscription, le club comptait :
- 30 % de débutants ;
- 50 % de confirmés ;
- 20 % d'experts.

D'une année sur l'autre, on constate que :
- parmi les adhérents de niveau débutant, 40 % restent à ce niveau et 60 % passent au niveau confirmé ;
- parmi les adhérents de niveau confirmé, 60 % restent à ce niveau et 40 % passent au niveau expert ;
- parmi les adhérents de niveau expert, 80 % restent à ce niveau, 10 % redescendent au niveau confirmé et les autres 10 % préfèrent reprendre les bases au niveau débutant.

On considère qu'il n'y a pas de nouveaux venus ni de départs dans le club.

Soit $P_n = (d_n \quad c_n \quad e_n)$ la matrice ligne décrivant l'état probabiliste de la répartition parmi les trois niveaux d'apprentissage D, C et E au 1er septembre de l'année $2012+n$ pour tout entier naturel n.

1. **a.** Donner sans justification la matrice P_0.

b. Traduire la situation par un graphe probabiliste de sommets D, C et E.
On donne la matrice carrée M de transition en respectant l'ordre D, C, E des sommets.

$$M = \begin{pmatrix} 0,4 & \boldsymbol{0,6} & 0 \\ 0 & 0,6 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & \boldsymbol{0,8} \end{pmatrix}$$

Dans la suite de l'exercice, on pourra utiliser les résultats suivants (résultats arrondis au millième) :

$$M^5 = \begin{pmatrix} 0,085 & 0,331 & 0,584 \\ 0,097 & 0,293 & 0,610 \\ 0,104 & 0,298 & 0,598 \end{pmatrix} \qquad M^{10} = \begin{pmatrix} 0,100 & 0,299 & 0,601 \\ 0,100 & 0,300 & 0,600 \\ 0,100 & 0,300 & 0,600 \end{pmatrix}$$

2. Dans cette matrice on lit ***0,6*** et ***0,8*** en italique gras.

a. Préciser, à l'aide d'une phrase, à quoi correspondent ces deux valeurs en lien avec la situation étudiée.

b. Calculer P_1.

c. Déterminer la répartition prévisible, en pourcentages, des adhérents dans ce club de sport au 1er septembre 2017. Les résultats seront donnés à 0, 1 % près.

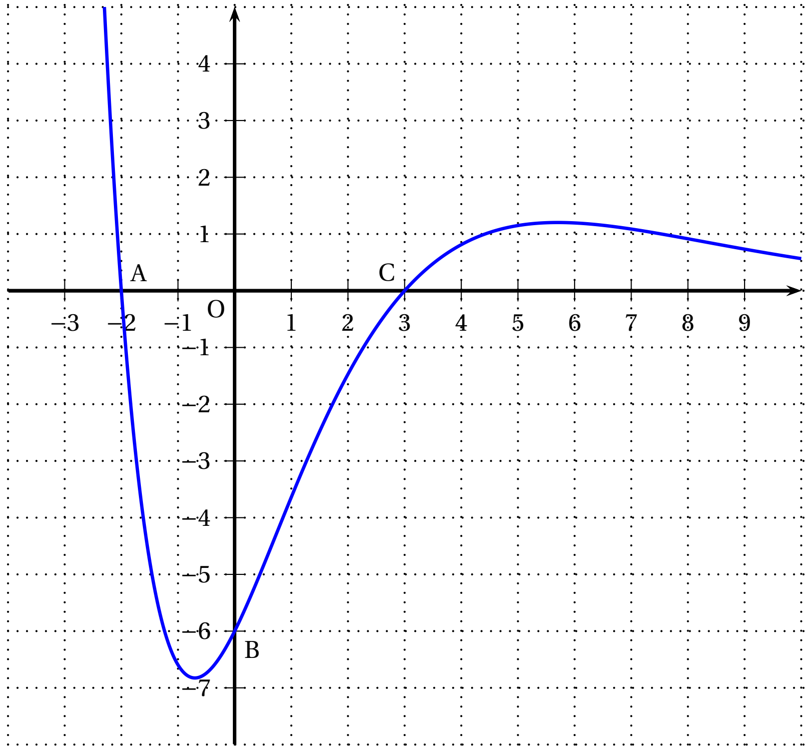
3. **a.** En calculant P_{10}, émettre une conjecture sur la matrice P correspondant à l'état probabiliste stable.

b. Vérifier cette conjecture.

c. Quelle conclusion peut-on en tirer pour la répartition des adhérents ?

EXERCICE 3 **3 points**
Commun à tous les candidats

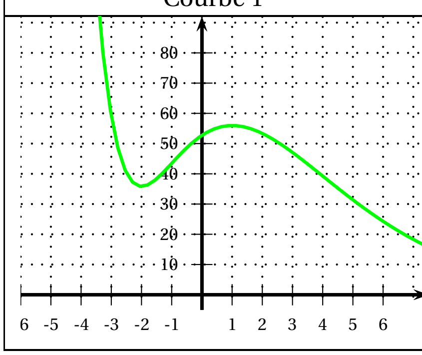
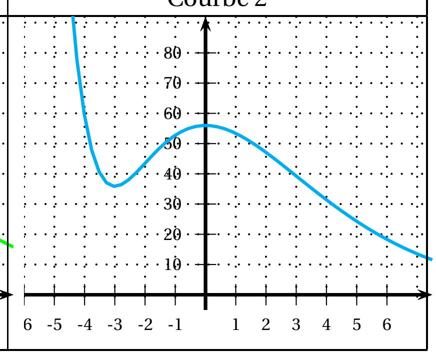
On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et deux fois dérivable. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, dans un repère orthonormé.
Les points suivants appartiennent à la courbe : A$(-2\,;\,0)$; B$(0\,;\,-6)$ et C$(3\,;\,0)$.



Courbe représentative de la fonction f''

Dans tout cet exercice, chaque réponse sera justifiée à partir d'arguments graphiques.

1. La courbe représentative de f admet-elle des points d'inflexion ?
2. Sur $[-2 ; 3]$, la fonction est-elle convexe ? Est-elle concave ?
3. Parmi les deux courbes données ci-dessous, une seule est la représentation graphique de la fonction f : laquelle ? Justifier la réponse.

Courbe 1	Courbe 2
	

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $[0,5 ; 10]$ par :

$$f(x) = -x^2 - 4x + 15 + 6\ln(x).$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{-2x^2 - 4x + 6}{x}$.

2. Étudier le signe de la fonction f' sur $[0,5\,;\,10]$, en déduire le tableau de variations de f sur $[0,5\,;\,10]$.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0,5\,;\,10]$.

   Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} par défaut.
4. On considère la fonction F définie et dérivable sur $[0,5\,;\,10]$ telle que :

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 9x + 6x\ln(x).$$

   Montrer que F est une primitive de f sur $[0,5\,;\,10]$.
5. Calculer $I = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$. En donner la valeur exacte, puis une valeur approchée au millième.
6. En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,3]$: en donner une valeur approchée au millième.

*

∽ Baccalauréat ES/L Amérique du Sud ∾
17 novembre 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point. Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

Une bibliothèque municipale dispose pour ses usagers de deux types de livres : les livres à support numérique et les livres à support papier.

Le service des prêts observe que 85 % des livres empruntés sont à support papier.
Un livre est rendu dans les délais s'il est rendu dans les quinze jours suivant son emprunt.
Une étude statistique montre que 62 % des livres à support numérique sont rendus dans les délais et que 32 % des livres à support papier sont rendus dans les délais.

Un lecteur, choisi au hasard, emprunte un livre de cette bibliothèque. On note :
- N l'évènement : « le livre a un support numérique » ;
- D l'évènement : « le livre est rendu dans les délais ».

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ son évènement contraire.

1. La probabilité de D sachant N est égale à :

a. 0,62 **b.** 0,32 **c.** 0,578 **d.** 0,15

2. $P\left(\overline{N} \cap \overline{D}\right)$ est égale à :

a. 0,907 **b.** 0,272 **c.** 0,578 **d.** 0,057

3. La probabilité de l'évènement D est égale à :

a. 0,272 **b.** 0,365 **c.** 0,585 **d.** 0,94

4. On appelle X la variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,62$.

4.1 La probabilité à 10^{-3} près d'avoir $X \geqslant 1$ est :

a. 0,8 **b.** 0,908 **c.** 0,092 **d.** 0,992

4.2 L'espérance de X est :

a. 3,1 **b.** 5 **c.** 2,356 **d.** 6,515

*

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$f(x) = (3x-4)\mathrm{e}^{-x}+2.$$

1. On désigne par f' la dérivée de la fonction f.
   Montrer que l'on a, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,4]$,
   $f'(x) = (7-3x)\mathrm{e}^{-x}$.
2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle. Toutes les valeurs du tableau seront données sous forme exacte.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
   b. Donner à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de α à 0,01 près.
4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par
   $$F(x) = (1-3x)\mathrm{e}^{-x}+2x.$$
   a. Montrer que F est une primitive de f sur $[0\,;\,4]$.
   b. Calculer la valeur moyenne de f sur $[0\,;\,4]$
5. On admet que la dérivée seconde de la fonction f est la fonction f'' définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par $f''(x) = (3x-10)\mathrm{e}^{-x}$.
   a. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.
   b. Montrer que la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f possède un point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Une agence de presse a la charge de la publication d'un journal hebdomadaire traitant des informations d'une communauté de communes dans le but de mieux faire connaître les différents évènements qui s'y déroulent.

Un sondage prévoit un accueil favorable de ce journal dans la population.
Une étude de marché estime à 1 200 le nombre de journaux vendus lors du lancement du journal avec une progression des ventes de 2 % chaque semaine pour les éditions suivantes.
L'agence souhaite dépasser les 4 000 journaux vendus par semaine.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de journaux vendus n semaines après le début de l'opération. On a donc $u_0 = 1\,200$.

1. Calculer le nombre u_1 de journaux vendus une semaine après le début de l'opération.
2. Écrire, pour tout entier naturel n, l'expression de u_n en fonction de n.
3. Déterminer à partir de combien de semaines le nombre de journaux vendus sera supérieur à 1 500.
4. Voici un algorithme :

VARIABLES :	U est un réel
	N est un entier naturel
INITIALISATION :	U prend la valeur 1 200
	N prend la valeur 0
TRAITEMENT :	Tant que $U < 4000$
	N prend la valeur $N+1$
	U prend la valeur $1,02 \times U$
	Fin du Tant que
SORTIE :	Afficher N

a. Déterminer la valeur de N affichée par cet algorithme.

b. Interpréter le résultat précédent.

5. a. Montrer que, pour tout entier n, on a :

$$1+1,02+1,02^2+\cdots+1,02^n = 50 \times \left(1,02^{n+1}-1\right).$$

b. On pose, pour tout entier n, $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
À l'aide de la question précédente, montrer que l'on a :
$S_n = 60\,000 \times \left(1,02^{n+1}-1\right)$.

c. Déduire de la question précédente le nombre total de journaux vendus au bout de 52 semaines. Le résultat sera arrondi à l'unité.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

La première semaine de l'année, le responsable de la communication d'une grande entreprise propose aux employés de se déterminer sur un nouveau logo, le choix devant être fait par un vote en fin d'année.
Deux logos, désignés respectivement par A et B, sont soumis au choix.
Lors de la présentation qui se déroule la première semaine de l'année, 24 % des employés sont favorables au logo A et tous les autres employés sont favorables au logo B.
Les discussions entre employés font évoluer cette répartition tout au long de l'année.
Ainsi 9 % des employés favorables au logo A changent d'avis la semaine suivante et 16 % des employés favorables au logo B changent d'avis la semaine suivante.

Pour tout n, $n \geqslant 1$, on note :

- a_n la probabilité qu'un employé soit favorable au logo A la semaine n ;
- b_n la probabilité qu'un employé soit favorable au logo B la semaine n ;
- P_n la matrice $(a_n \quad b_n)$ traduisant l'état probabiliste la semaine n.

On a donc, pour tout $n \geqslant 1$, $a_n + b_n = 1$ et $P_1 = (0,24 \quad 0,76)$.

1. Traduire la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.

2. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe, en rangeant les sommets dans l'ordre alphabétique.

3. a. À l'aide de la relation $P_{n+1} = P_n \times M$, exprimer, pour tout $n \geqslant 1$, a_{n+1} en fonction de a_n et de b_n.

b. En déduire que l'on a, pour tout $n \geqslant 1$, $a_{n+1} = 0,75a_n + 0,16$.

4. À l'aide de la calculatrice, donner, sans justifier, la probabilité à 0,001 près qu'un employé soit favorable au logo A la semaine 4.

5. On note $P = (a \quad b)$ l'état stable de la répartition des employés.

a. Déterminer un système de deux équations que doivent vérifier a et b.

b. Résoudre le système obtenu dans la question précédente.

c. On admet que l'état stable est $P = (0,64 \quad 0,36)$. Interpréter le résultat.

6. On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES :	A est un réel
	N est un entier naturel
INITIALISATION :	A prend la valeur $0,24$
	N prend la valeur 0
TRAITEMENT :	Tant que $A < 0,639$
	N prend la valeur $N+1$
	A prend la valeur $0,75 \times A + 0,16$
	Fin du Tant que
SORTIE :	Afficher N

Préciser ce que cet algorithme permet d'obtenir (on ne demande pas de donner la valeur de N affichée).

*

EXERCICE 4 **4 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties 1 *et* 2 *sont indépendantes.*

Les probabilités et les fréquences demandées seront données à $0,001$ *près.*

Dans un atelier de confiserie, une machine remplit des boîtes de berlingots après avoir mélangé différents arômes.

Partie 1

On admet que la variable aléatoire X qui, à chaque boîte prélevée au hasard, associe sa masse (en gramme) est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi normale de paramètres $\mu = 500$ et $\sigma = 9$.

1. a. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité que la masse X soit comprise entre 485 g et 515 g.

b. L'atelier proposera à la vente les boîtes dont la masse est comprise entre 485 g et 515 g.

Déterminer le nombre moyen de boîtes qui seront proposées à la vente dans un échantillon de 500 boîtes prélevées au hasard.

La production est suffisamment importante pour assimiler cet échantillon à un tirage aléatoire avec remise.

2. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité que la masse X soit supérieure ou égale à 490 g.

3. a. À l'aide de la calculatrice, déterminer à l'unité près l'entier m tel que $p(X \leqslant m) = 0,01$.

b. Interpréter ce résultat.

Partie 2

La machine est conçue pour que le mélange de berlingots comporte 25 % de berlingots parfumés à l'anis.

On prélève 400 berlingots au hasard dans le mélange et on constate que 84 sont parfumés à l'anis.

1. Déterminer un intervalle I de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence des berlingots parfumés à l'anis dans un échantillon de 400 berlingots.
2. Calculer la fréquence f des berlingots parfumés à l'anis dans l'échantillon prélevé.
3. Déterminer si, au seuil de confiance de 95 %, la machine est correctement programmée.

*

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ∾
17 novembre 2014

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des cinq questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie sans justifier le choix effectué.
Une bonne réponse rapporte 1 *point Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point*

Pour relier une île au continent, les touristes doivent obligatoirement utiliser une des deux compagnies de ferries A ou B qui se partagent l'ensemble des transports vers cette île.
Une enquête de satisfaction réalisée auprès de touristes s'y étant rendus a produit les résultats suivants :
• 60 % des touristes se rendant sur l'île utilisent la compagnie A, les autres utilisent la compagnie B ;
• parmi les touristes ayant choisi la compagnie A pour se rendre sur l'île, 20 % sont satisfaits de leur transport ;
• 48 % de l'ensemble des touristes sont satisfaits du transport vers l'île.
On interroge au hasard un touriste s'étant rendu sur l'île :

1. La probabilité que ce touriste ait choisi la compagnie A et soit satisfait de son transport est :

a. 0,08 **b.** 0,12 **c.** 0,24 **d.** 0,88

2. La probabilité que ce touriste ait choisi la compagnie A sachant qu'il est satisfait de son transport est :

a. 0,34 **b.** 0,20 **c.** 0,25 **d.** 0,83

3. On rappelle que 48 % de l'ensemble des touristes sont satisfaits par le transport vers l'île. Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 100 touristes choisis au hasard et de façon indépendante et ayant visité l'île, associe la fréquence de touristes satisfaits par le transport vers l'île.
Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de F est :

a. [0,382 ; 0,578] **b.** [0,431 ; 0,529] **c.** [0,470 ; 0,490] **d.** [0,475 ; 0,485]

4. On choisit de modéliser le nombre de touristes satisfaits par le transport vers l'île parmi les 100 touristes choisis au hasard et de façon indépendante par une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 48$ et d'écart-type $\sigma = 5$.
La probabilité, selon ce modèle, qu'il y ait moins de 40 touristes satisfaits est, à 0,001 près :

a. 0,055 **b.** 0,309 **c.** 0,347 **d.** 0,374

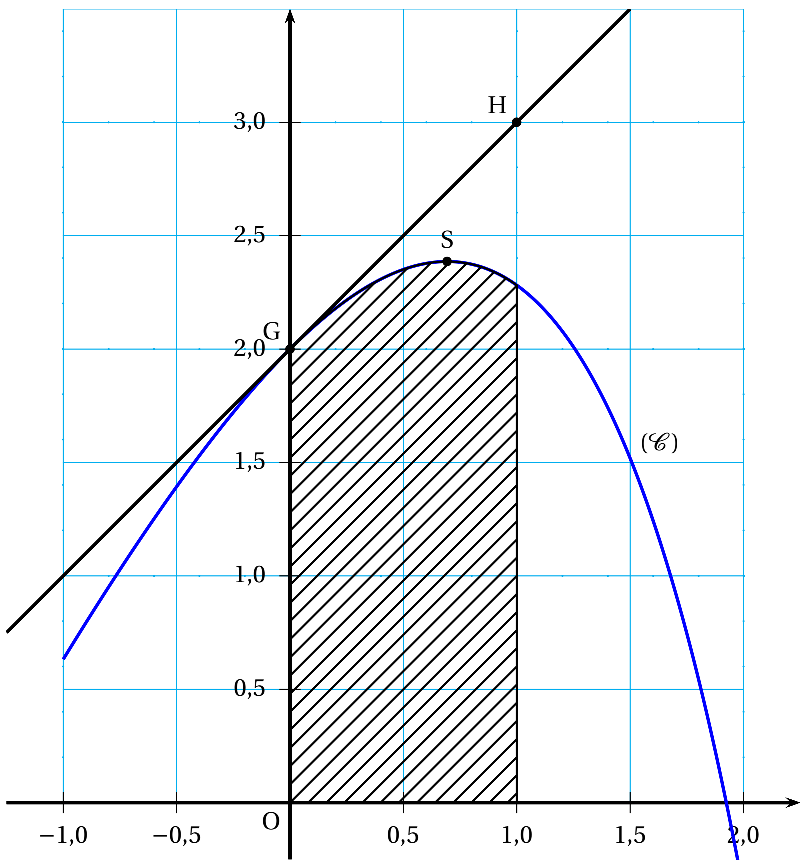
5. La durée (en minutes) de la traversée entre le continent et l'île est modélisée par une variable aléatoire D qui suit une loi uniforme sur l'intervalle [30 ; 50].
La probabilité que la traversée entre le continent et l'île dure au moins 35 minutes est :

a. 0,25 **b.** 0,35 **c.** 0,70 **d.** 0,75

*

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et L

La courbe ($\mathscr{C}$) ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1\,;2]$.



On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Le point G a pour coordonnées (0 ; 2).
Le point H a pour coordonnées (1 ; 3).
La droite (GH) est la tangente à la courbe ($\mathscr{C}$) au point G.
La courbe ($\mathscr{C}$) admet une tangente horizontale au point S d'abscisse $\ln 2$.
Le domaine hachuré est délimité par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la droite d'équation $x = 1$ et la courbe ($\mathscr{C}$).

Partie A

Dans cette partie aucune justification n'est demandée. Par lecture graphique :

1. Donner les valeurs de $f(0)$ et $f'(0)$.

2. Résoudre sur $[-1 ; 2]$ l'inéquation $f'(x) \leqslant 0$.
3. Encadrer par deux entiers consécutifs l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine hachuré sur le graphique.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $[-1 ; 2]$ par

$$f(x) = ax + b - \mathrm{e}^x$$

où a et b sont deux réels.

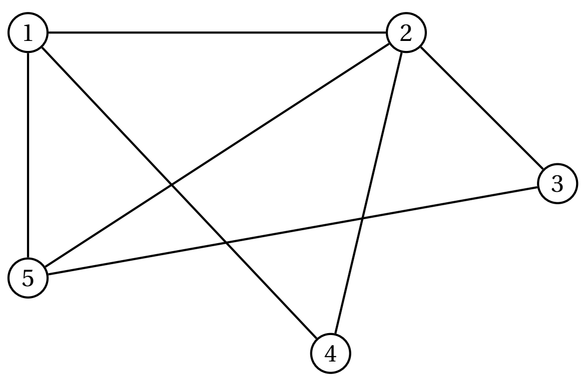
1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier que $a = 2$ et $b = 3$.
3. Déterminer, sur $[-1 ; 2]$, une primitive F de la fonction f.
4. En déduire la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire du domaine hachuré sur le graphique.

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un parc de loisirs propose à ses visiteurs des parcours d'accrobranches.
Les différents parcours sont modélisés par le graphe Γ ci-dessous où les sommets correspondent aux cinq arbres marquant leurs extrémités. Chaque parcours est représenté par une arête du graphe et peut être réalisé dans les deux sens.



1. L'organisateur du parc de loisirs souhaite que les visiteurs puissent, s'ils le souhaitent, réaliser un itinéraire complet d'accrobranches, c'est-à-dire un itinéraire empruntant une fois et une seule chaque parcours et en commençant cet itinéraire par l'arbre numéro 1.
   Justifier que ce souhait est réalisable et proposer un tel itinéraire.
2. On note M la matrice associée au graphe Γ en considérant les sommets pris dans l'ordre croissant des numéros d'arbres.
   a. Écrire la matrice M.
   b. On donne, ci-dessous, les matrices M^2 et M^3.

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 3 & 5 & 7 \\ 7 & 6 & 6 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 3 \\ 7 & 7 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

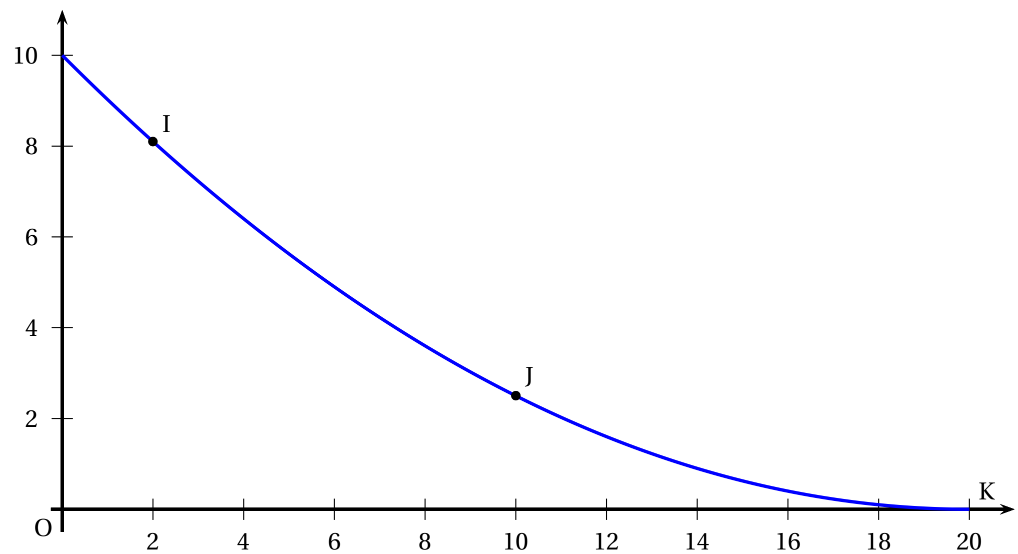
L'organisateur du parc de loisir souhaite organiser des « itinéraires express » qui débuteront à l'arbre numéro 1, emprunteront trois parcours d'accrobranches et finiront à l'arbre 4. Ces itinéraires peuvent éventuellement emprunter plusieurs fois le même parcours.

Déterminer, en justifiant votre résultat, le nombre « d'itinéraires express » réalisables.

(On ne demande pas de donner ces différents itinéraires)

3. Pour terminer ces « itinéraires express », on installe un toboggan géant sur l'arbre 4.

La forme de ce toboggan est modélisée par une fonction f dont la courbe $\mathscr{C}$ est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé.



Cette courbe passe par les points I, J et K de coordonnées respectives (2 ; 8,1), (10 ; 2,5) et (20 ; 0).

La fonction f est définie sur [0 ; 20] par

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont trois nombres réels.

a. Justifier que a, b et c sont solutions du système : $\begin{cases} 400a + 20b + c &= 0 \\ 100a + 10b + c &= 2,5 \\ 4a + 2b + c &= 8,1 \end{cases}$

b. Déterminer les matrices X et V pour que le système précédent soit équivalent à

$$UX = V \quad \text{où} \quad U = \begin{pmatrix} 400 & 20 & 1 \\ 100 & 10 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

c. Déterminer a, b et c.

* EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Le service commercial d'une société possédant plusieurs salles de sport dans une grande ville a constaté que l'évolution du nombre d'abonnés était définie de la manière suivante :

- chaque année, la société accueille 400 nouveaux abonnés ;
- chaque année 40 % des abonnements de l'année précédente ne sont pas renouvelés.

En 2010 cette société comptait 1 500 abonnés.
On considère la suite (a_n) définie par

$$a_{n+1} = 0,6a_n + 400 \quad \text{et} \quad a_0 = 1\,500.$$

1. Justifier que la suite (a_n) modélise le nombre d'abonnés pour l'année $2010 + n$.

2. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = a_n - 1\,000$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.

c. En déduire que : $a_n = 500 \times 0,6^n + 1\,000$.

3. En 2010 le prix d'un abonnement annuel dans une salle de sport de cette société était de 400 €.

a. Quelle a été la recette de cette société en 2010 ?
Chaque année le prix de cet abonnement augmente de 5 %.
On note P_n le prix de l'abonnement annuel pour l'année $2010 + n$.

b. Indiquer la nature de la suite (P_n) en justifiant la réponse.
En déduire l'expression de P_n en fonction de n.

c. Montrer que, pour l'année $2010 + n$, la recette totale annuelle R_n réalisée par la société pour l'ensemble de ses salles de sport est donnée par :

$$R_n = \left(500 \times 0,6^n + 1\,000\right) \times \left(400 \times 1,05^n\right).$$

d. Trouver, à l'aide de votre calculatrice, l'année où, pour la première fois, la recette de cette société dépassera celle obtenue en 2010.

*

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

On a utilisé un logiciel de calcul formel et on a obtenu les résultats suivants :

1	dériver $\left(\frac{\ln(x)}{x}\right)$ $\frac{1-\ln(x)}{x^2}$
2	dériver $\left(\frac{1}{x^2}\right)$ $-\frac{2}{x^3}$
3	dériver $\left(\frac{\ln(x)}{x^2}\right)$ $\frac{1-2\ln(x)}{x^3}$

On pourra utiliser les résultats obtenus par ce logiciel pour répondre à certaines questions de l'exercice.

On considère la fonction f définie sur $[1~;~10]$ par

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.
La fonction f est deux fois dérivable sur $[1~;~10]$, on note f' sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde.

1. **a.** Déterminer $f'(x)$ sur [1 ; 10].
   b. Construire le tableau de variations de la fonction f sur [1 ; 10].
2. **a.** Justifier que $f''(x) = \dfrac{2\ln(x) - 3}{x^3}$ sur [1 ; 10].
   b. Étudier le signe de f'' sur [1 ; 10].
   c. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ possède un point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.
3. On considère l'algorithme suivant :

INITIALISATION	
	X PREND LA VALEUR 2
	Y PREND LA VALEUR $\frac{\ln(2)}{2}$
	Z PREND LA VALEUR $\frac{\ln(2,1)}{2,1}$
TRAITEMENT	
	TANT QUE ($Y < Z$) FAIRE
	X PREND LA VALEUR $X + 0,1$
	Y PREND LA VALEUR $\frac{\ln(X)}{X}$
	Z PREND LA VALEUR $\frac{\ln(X+0,1)}{X+0,1}$
	FIN TANT QUE
SORTIE	
	AFFICHER X

   a. Recopier et compléter le tableau suivant où les résultats sont arrondis au dix millième :

X	Y	Z	Test : $Y < Z$
2	0,346 6	0,353 3	vrai
2,1	0,353 3	0,358 4	vrai
2,2	...		

   b. Quelle est la valeur affichée en sortie ? Que représente-t-elle pour la fonction f ?

∽ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ∾
2 mars 2015

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[1,5\,;\,6]$ par :

$$f(x) = (25x - 32)\mathrm{e}^{-x}.$$

On a utilisé un logiciel pour déterminer, sur l'intervalle $[1,5\,;\,6]$, sa fonction dérivée f' et sa fonction dérivée seconde f''.
On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan.
On a obtenu les résultats suivants qui pourront être utilisés sans justification dans tout l'exercice.

- $f'(x) = (57 - 25x)\mathrm{e}^{-x}$
- $f''(x) = (25x - 82)\mathrm{e}^{-x}$

1. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1,5\,;\,6]$.
   b. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1,5\,;\,6]$ (Les valeurs seront, si nécessaire, arrondies au centième).
2. Montrer que, sur l'intervalle $[1,5\,;\,6]$, la courbe C admet un unique point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.
3. Dans cette question, on s'intéresse à l'équation $f(x) = 1$.
   a. Justifier que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[4\,;\,5]$.
   b. On a écrit l'algorithme suivant permettant de déterminer une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 1$ sur l'intervalle $[4\,;\,5]$.

Initialisation
a prend la valeur 4
b prend la valeur 5

Traitement
Tant que $b - a > 0,1$ faire
    y prend la valeur $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$
    Si $y > 1$ alors
        a prend la valeur $\frac{a+b}{2}$
    Sinon b prend la valeur $\frac{a+b}{2}$
Fin de Tant que
Sortie
Afficher $\frac{a+b}{2}$

   Exécuter l'algorithme précédent en complétant le tableau donné en annexe.
   c. Donner une valeur approchée de α au dixième.

EXERCICE 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise est spécialisée dans la distribution de pommes et la fabrication de jus de pomme.
Elle s'approvisionne en pommes auprès de différents producteurs régionaux.

L'entreprise dispose d'une machine destinée à tester la conformité des pommes ; celles que la machine accepte seront vendues sans transformation ; les autres serviront à produire du jus de pomme en bouteille. Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : sélection des pommes

Une étude a montré que 86 % des pommes fournies par les différents producteurs sont conformes, Les tests étant réalisés très rapidement, la machine commet quelques erreurs :

— 3 % des pommes effectivement conformes sont rejetées à tort par la machine ;
— 2 % des pommes non conformes sont acceptées à tort par la machine.

On prélève au hasard dans le stock de l'entreprise une pomme qui va être testée par la machine.
On note les évènements suivants :

— C : « La pomme prélevée est conforme » ;
— T : « La pomme est acceptée par la machine ».

$\overline{C}$ et $\overline{T}$ sont respectivement les évènements contraires des évènements C et T.
Pour répondre aux questions suivantes, on pourra représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

1. Déterminer la probabilité que la pomme prélevée soit conforme et soit acceptée par la machine.
2. Montrer que $P(T)$,la probabilité de T, est égale à $0,837$.
3. La pomme prélevée est acceptée par la machine. Quelle est la probabilité qu'elle soit conforme ? (On donnera une valeur décimale approchée au millième)

Partie B : contrôle d'un fournisseur

L'entreprise a un doute sur la qualité des pommes fournies par l'un de ses fournisseurs, et elle envisage de s'en séparer.
Elle procède donc à un contrôle en prélevant, au hasard, un échantillon de 80 pommes et en vérifiant manuellement la conformité de chaque pomme.
On formule l'hypothèse que 86 % des pommes de ce fournisseur sont conformes.

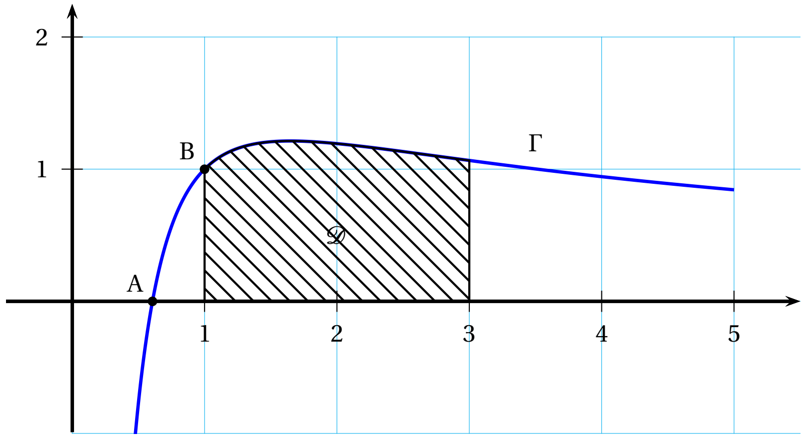
1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de pommes conformes contenues dans un lot de 80 pommes. (*les bornes de l'intervalle seront arrondies au millième*).
2. L'entreprise a constaté que seulement 65 pommes de l'échantillon étaient conformes.

   Quelle décision est-elle amenée à prendre ?

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats
On considère la fonction g, définie et dérivable sur l'intervalle [0,5 ; 5], et telle que pour tout nombre réel x, on a :

$$g(x) = \frac{2\ln(x)+1}{x}.$$

On note g' sa fonction dérivée et Γ sa courbe représentative dans le repère ci-dessous.
Soit B le point de Γ d'abscisse 1 ; la droite (OB) est tangente en B à la courbe Γ.



1. Déterminer les coordonnées exactes du point A, point d'intersection de la courbe Γ avec l'axe des abscisses.

2. a. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$, on a $g'(x) = \dfrac{1 - 2\ln(x)}{x^2}$.

b. Étudier le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$.

c. En déduire les variations de g sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$.

3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe Γ au point B d'abscisse 1.

4. a. On note $\mathscr{D}$ le domaine défini par l'axe des abscisses, la courbe Γ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$.

Par lecture graphique, encadrer par deux entiers l'aire de $\mathscr{D}$, exprimée en unités d'aire.

b. On définit la fonction G sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$ par

$$G(x) = \ln(x)[\ln(x) + 1].$$

Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$.

c. Déterminer l'aire de $\mathscr{D}$ exprimée en unités d'aire.

EXERCICE 4 — 5 points

Enseignement obligatoire

Dans une grande entreprise, les commerciaux ont le choix de services de téléphonie mobile exclusivement entre deux opérateurs concurrents : A et B.
On s'intéresse aux parts de marché de ces deux opérateurs chez les commerciaux de cette entreprise.
Chaque commercial dispose d'un seul abonnement chez l'un ou l'autre des opérateurs : A et B.
Les abonnements sont souscrits pour une période d'un an, à partir du 1$^{\text{er}}$ janvier.
Une statistique, menée sur les choix des commerciaux, a révélé que :

- parmi les abonnés de l'opérateur A, 18 % d'entre eux, en fin d'année, changent d'opérateur ;
- parmi les abonnés de l'opérateur B, 22 % d'entre eux, en fin d'année, changent d'opérateur.

On admet que les mouvements d'abonnés d'un opérateur à l'autre se poursuivront dans ces proportions dans les années à venir.
De plus on sait qu'au 1$^{\text{er}}$ janvier 2014, 40 % des commerciaux avaient souscrit un abonnement chez A et 60 % chez B.
On note, pour tout entier naturel n :

- u_n la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez A au 1[er] janvier de l'année $2014+n$:
- v_n la proportion de commerciaux disposant d'un abonnement chez B au 1[er] janvier de l'année $2014+n$.

On a donc $u_0 = 0,4$ et $v_0 = 0,6$.

1. Justifier que $u_{n+1} = 0,82u_n + 0,22v_n$ et que $u_n + v_n = 1$.
2. En déduire que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,6u_n + 0,22$.
3. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = u_n - 0,55$.
   a. Montrer que (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b. En déduire l'expression de w_n en fonction de n.
   c. Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 0,55 - 0,15 \times (0,6)^n$.
4. Conjecturer la limite de la suite (u_n). Comment interpréter ce résultat sur l'évolution des parts de marché dans les années futures ?

EXERCICE 4 **5 points**

Enseignement de spécialité

Une société est spécialisée dans la vente en ligne de produits de haute technologie sur internet.

Partie A

La société réalise tout au long de l'année des journées promotionnelles pour attirer ses clients sur son site internet. Elle leur envoie un courrier électronique annonçant chaque journée de promotion.

Parmi les clients, 5 % d'entre eux ont visité le site internet de la société lors de la première journée de promotion.

Une étude portant sur le comportement des clients auxquels la société a envoyé ce type de message a mis en évidence que :

- trois clients sur cinq ayant visité le site internet lors d'une journée promotionnelle, le visitent à nouveau lors de 1a journée promotionnelle suivante ;
- un client sur cinq n'ayant pas visité le site internet lors d'une journée promotionnelle, le visite lors de la journée promotionnelle suivante.

On choisit. au hasard, un client ayant reçu le message annonçant la première journée promotionnelle.

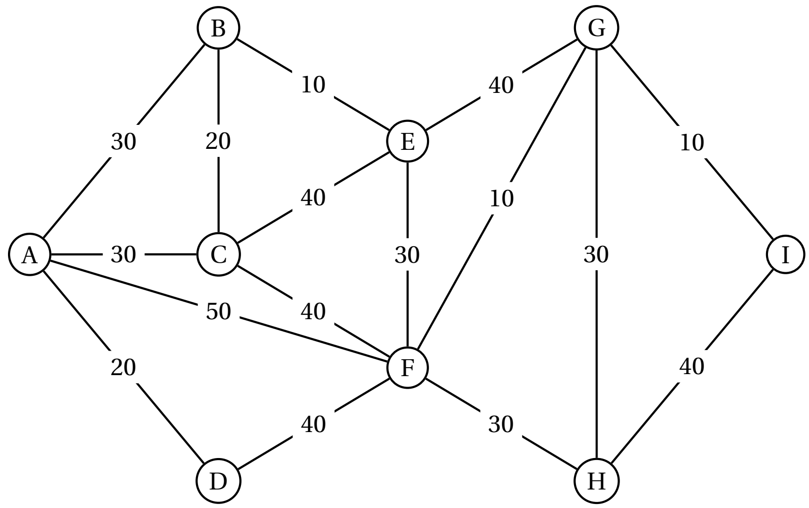
On formule l'hypothèse que les comportements des clients observés lors de l'étude n'évoluent pas d'une journée promotionnelle à la suivante.

Pour tout entier naturel n non nul, on note l'état probabiliste ainsi défini par la matrice ligne $P_n = \begin{pmatrix} x_n & y_n \end{pmatrix}$, où x_n désigne la probabilité que le client, pris au hasard, visite le site internet de la société lors de la n-ième journée de promotion.

1. Pour une journée promotionnelle donnée, on note V, l'évènement « le client a visité le site internet lors de la journée promotionnelle ».
   Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets V et $\overline{V}$.
2. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en prenant les sommets V et $\overline{V}$ dans cet ordre.
3. En remarquant que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,95 \end{pmatrix}$, déterminer P_2. Interpréter ce résultat.
4. On admet que le taux de visites se stabilise à long terme. Montrer que $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ est un état stable de ce système.

Partie B

Le réseau informatique de cette société est constitué d'un ensemble de routeurs interconnectés à l'aide de fibres optiques haut débit. Le graphe qui suit schématise l'architecture de ce réseau. Les sommets représentent les routeurs et les arêtes représentent les fibres optiques.
On a fait figurer les durées de transfert des données (en millisecondes) d'un routeur à un autre sur les fibres optiques du réseau de la société.



1. Chaque année la société doit vérifier l'état physique de la fibre optique installée sur son réseau. Un robot inspecte toute la longueur de la fibre optique afin de s'assurer qu'elle ne présente pas de détérioration apparente.

   Peut-il parcourir l'ensemble du réseau en suivant les fibres optiques et en empruntant chaque fibre optique une et une seule fois ? Justifier la réponse.

   Si un tel parcours est possible, préciser par quel(s) routeur(s) du réseau le robot doit commencer son inspection.

2. Un ordinateur, relié au routeur A envoie un paquet de données à un ordinateur relié au routeur I.

   Le paquet de données a mis 70 ms pour transiter du routeur A au routeur I. Ce paquet de données a-t-il emprunté le chemin le plus rapide sur le réseau ? Justifier la réponse.

Annexe (à rendre avec la copie)

	$\dfrac{a+b}{2}$	y à 10^{-3} près	a	b	$b-a$	Sortie
Initialisation			4	5	1	
1re boucle « Tant que »	4,5	0,894	4	4,5	0,5	
2e boucle « Tant que »						
3e boucle « Tant que »						
4e boucle « Tant que »						

* Retour début

Index

∽ Baccalauréat ES 2015 ∾

L'intégrale d'avril à septembre 2015

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

À la fin index des notions abordées

À la fin de chaque exercice cliquez sur * pour aller à l'index

∽ Baccalauréat ES Pondichéry ∾
16 avril 2015

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des propositions suivantes, dire si la proposition est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

L'entreprise MICRO vend en ligne du matériel informatique notamment des ordinateurs portables et des clés USB.

Partie A

Durant la période de garantie, les deux problèmes les plus fréquemment relevés par le service après-vente portent sur la batterie et sur le disque dur, ainsi :

* Parmi les ordinateurs vendus, 5 % ont été retournés pour un défaut de batterie et parmi ceux-ci, 2 % ont aussi un disque dur défectueux.
* Parmi les ordinateurs dont la batterie fonctionne correctement, 5 % ont un disque dur défectueux.

On suppose que la société MICRO garde constant le niveau de qualité de ses produits.
Suite à l'achat en ligne d'un ordinateur :

Proposition 1
La probabilité que l'ordinateur acheté n'ait ni problème de batterie ni problème de disque dur est égale à $0,08$ à $0,01$ près.

Proposition 2
La probabilité que l'ordinateur acheté ait un disque dur défectueux est égale à $0,048\,5$.

Proposition 3
Sachant que l'ordinateur a été retourné pendant sa période de garantie car son disque dur était défectueux, la probabilité que sa batterie le soit également est inférieure à $0,02$.

Partie B

L'autonomie de la batterie qui équipe les ordinateurs portables distribués par la société MICRO, exprimée en heure, suit une loi normale d'espérance $\mu = 8$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

Proposition 4
La probabilité que l'ordinateur ait une autonomie supérieure ou égale à 10 h est inférieure à $0,2$.

Partie C

L'entreprise MICRO vend également des clés USB et communique sur ce produit en affirmant que 98 % des clés commercialisées fonctionnent correctement.
Sur 1 000 clés prélevées dans le stock, 50 clés se révèlent défectueuses.

Proposition 5
Ce test, réalisé sur ces 1 000 clés, ne remet pas en cause la communication de l'entreprise.*

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région. En juillet 2014, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région.
Après renseignements pris auprès des services spécialisés, il s'attend à perdre 8 % des colonies durant l'hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il a prévu d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps.

1. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un nombre entier naturel
	C est un nombre réel
Traitement :	Affecter à C la valeur 300
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $C < 400$ faire
	C prend la valeur $C - C \times 0,08 + 50$
	n prend la valeur $n + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

Test $C < 400$		vrai		...
Valeur de C	300	326		...
Valeur de n	0	1		...

b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de ce problème.

2. On modélise l'évolution du nombre de colonies par une suite (C_n) le terme C_n donnant une estimation du nombre de colonies pendant l'année $2014+n$.
Ainsi $C_0 = 300$ est le nombre de colonies en 2014.

a. Exprimer pour tout entier n le terme C_{n+1} en fonction de C_n.

b. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier n par $V_n = 625 - C_n$.
Montrer que pour tout nombre entier n on a $V_{n+1} = 0,92 \times V_n$.

c. En déduire que pour tout entier naturel n, on a $C_n = 625 - 325 \times 0,92^n$.

d. Combien de colonies l'apiculteur peut-il espérer posséder en juillet 2024 ?

3. L'apiculteur espère doubler son nombre initial de colonies. Il voudrait savoir combien d'années il lui faudra pour atteindre cet objectif.

a. Comment modifier l'algorithme pour répondre à sa question ?

b. Donner une réponse à cette question de l'apiculteur.*

Exercice 2 **5 points**
Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les sites internet A, B, C ont des liens entre eux. Un internaute connecté sur un de ces trois sites peut, à toutes les minutes, soit y rester soit utiliser un lien vers un des deux autres sites.

- Pour un internaute connecté sur le site A, la probabilité d'utiliser le lien vers B est de 0,2 et celle d'utiliser le lien vers C est de 0,2.
- Pour un internaute connecté sur le site B, la probabilité d'utiliser le lien vers A est de 0,1 et celle d'utiliser le lien vers C est de 0,4.
- Pour un internaute connecté sur le site C, la probabilité d'utiliser le lien vers A est de 0,2 mais il n'y a pas de lien direct avec B.

L'unité de temps est la minute, et à un instant $t = 0$, le nombre de visiteurs est, respectivement sur les sites A, B et C : 100, 0 et 0.
On représente la distribution des internautes sur les trois sites après t minutes par une matrice N_t ; ainsi $N_0 = \begin{pmatrix}100 & 0 & 0\end{pmatrix}$.
On suppose qu'il n'y a ni déconnexion pendant l'heure (de $t = 0$ à $t = 60$) ni nouveaux internautes visiteurs.

1. Représenter le graphe probabiliste de sommets A, B et C correspondant à la situation décrite.
2. Écrire la matrice M de transition associée à ce graphe (dans l'ordre A, B, C).
3. On donne

$$M^2 = \begin{pmatrix}0,42 & 0,22 & 0,36\\ 0,19 & 0,27 & 0,54\\ 0,28 & 0,04 & 0,68\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M^{20} \approx \begin{pmatrix}0,3125 & 0,125 & 0,5625\\ 0,3125 & 0,125 & 0,5625\\ 0,3125 & 0,125 & 0,5625\end{pmatrix}.$$

   Calculer N_2. Interpréter le résultat obtenu.
4. Calculer $N_0 \times M^{20}$. Conjecturer la valeur de l'état stable et interpréter la réponse.
5. Un des internautes transmet un virus à tout site qu'il visitera.
   Il se connecte initialement sur le site C et commence sa navigation.
   À l'instant $t = 0$, le site C est donc infecté.
   a. Quelle est la probabilité qu'à l'instant $t = 1$ le site A soit infecté ?
   b. Quelle est la probabilité qu'à l'instant $t = 2$ les trois sites soient infectés ?*

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

On s'intéresse à la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

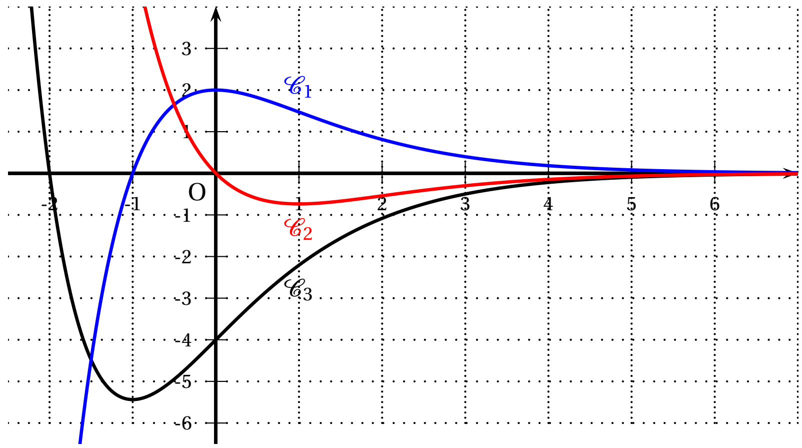
$$f(x) = -2(x+2)\mathrm{e}^{-x}.$$

Partie A

1. Calculer $f(-1)$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
2. Justifier que $f'(x) = 2(x+1)\mathrm{e}^{-x}$ où f' est la fonction dérivée de f.
3. En déduire les variations de la fonction f.

Partie B

Dans le repère orthogonal ci-dessous trois courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ ont été représentées.
L'une de ces courbes représente la fonction f, une autre représente sa dérivée et une troisième représente sa dérivée seconde.
Expliquer comment ces représentations graphiques permettent de déterminer la convexité de la fonction f.
Indiquer un intervalle sur lequel la fonction f est convexe.



*

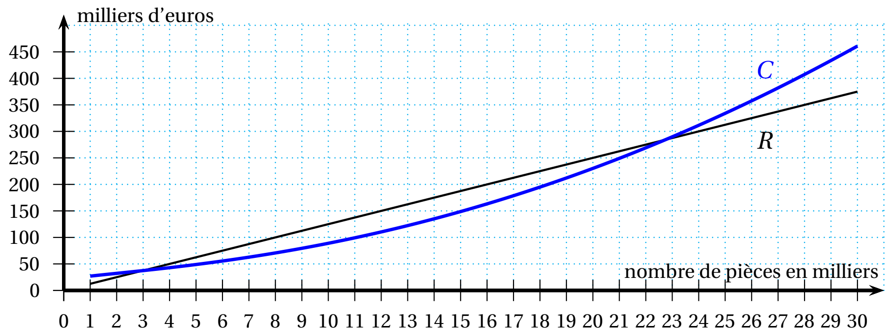
EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise produit et vend des composants électroniques.
Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 1 000 et 30 000 pièces. On suppose que toute la production est commercialisée.
Les parties A *et* B *peuvent être traitées de façon indépendante.*

Partie A

On donne ci-dessous R et C les représentations graphiques respectives des fonctions recette et coût sur l'intervalle $[1\,;\,30]$.



Par lecture graphique, donner une estimation des valeurs demandées.

1. Quel est le coût de production de 21 000 pièces ?
2. Pour quelles quantités de pièces produites l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
3. Pour quel nombre de pièces produites le bénéfice est-il maximal ?

Partie B

Le bénéfice en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x milliers de pièces, est donné sur l'intervalle $[1\,;\,30]$ par

$$B(x) = -0,5x^2 + 6x - 20 + 2x\ln x.$$

1. Montrer que $B'(x) = -x + 8 + 2\ln x$, où B' est la dérivée de B sur l'intervalle $[1~;~30]$.

2. On admet que $B''(x) = -1 + \dfrac{2}{x}$, où B'' est la dérivée seconde de B sur l'intervalle $[1~;~30]$.

Justifier le tableau de variation ci-dessous de la fonction dérivée B' sur l'intervalle $[1~;~30]$.

x	1		2		30
$B'(x)$	7	$\nearrow$	$6 + 2\ln 2$	$\searrow$	$-22 + 2\ln 30$

3. **a.** Montrer que l'équation $B'(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1~;~30]$.

b. Donner une valeur approchée au millième de la valeur de α.

4. En déduire le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[1~;~30]$, et donner le tableau de variation de la fonction bénéfice B sur ce même intervalle.

5. Quel est le nombre de pièces à produire, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal ?

Quel est ce bénéfice maximal (arrondi au millier d'euros) ?*

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Liban
27 mai 2015

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

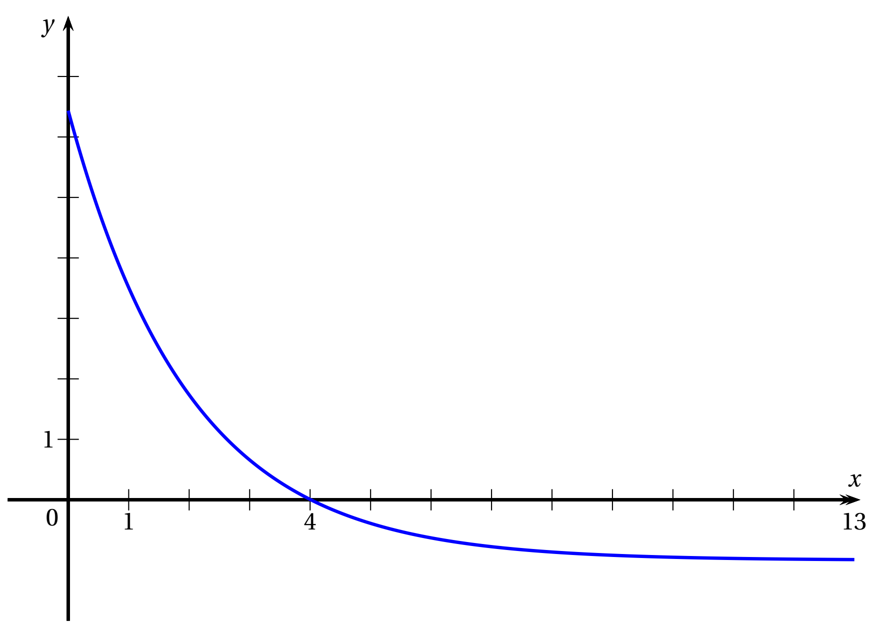
Pour chacune des situations suivantes, déterminer si elle est vraie ou faussent justifier la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3 ; 1]$.

x	-3		-1		0		1
Variations de f	-6	↗	-1	↘	-2	↗	4

Proposition 1 : L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[-3 ; 1]$.

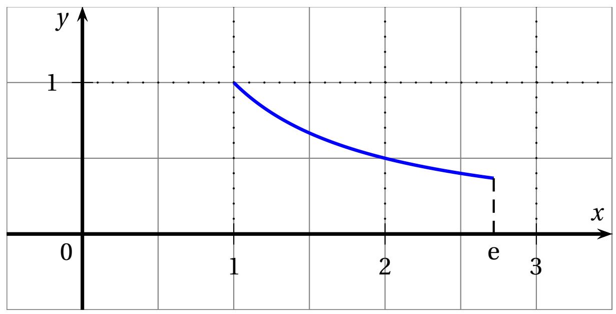
2. On considère une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 13]$ et on donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction g', fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 13]$.



Proposition 2 : La fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

Proposition 3 : La fonction g est concave sur l'intervalle $[0 ; 13]$.

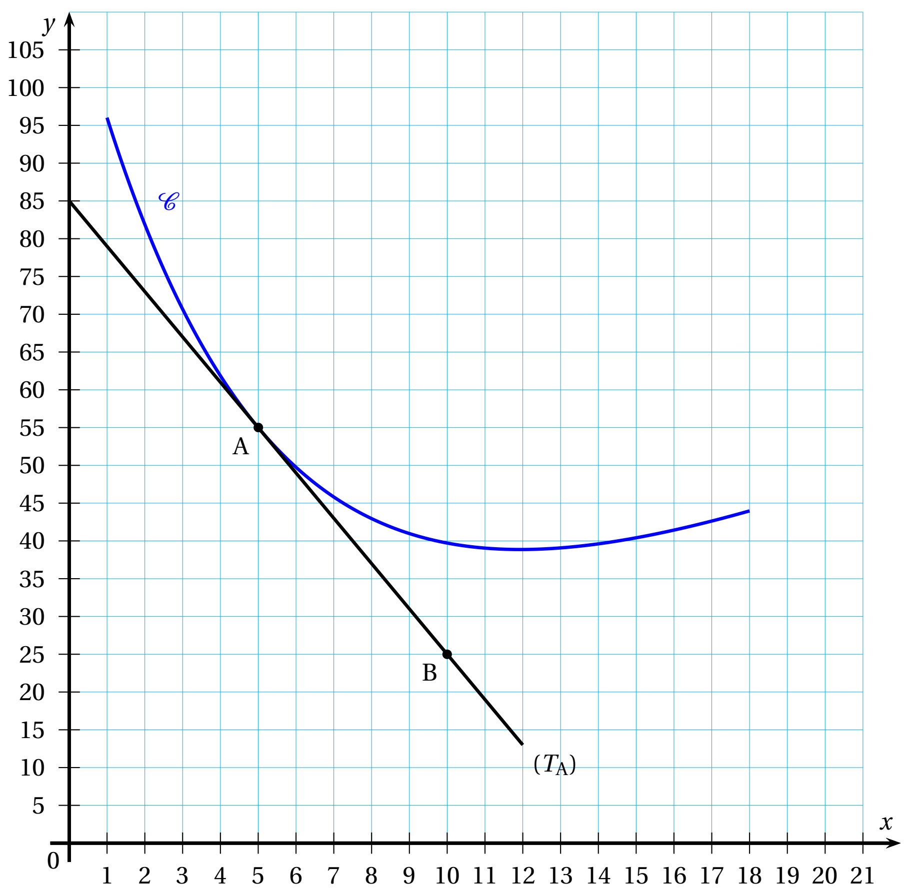
3. La courbe ci-dessous est la représentation graphique de la fonction h définie sur l'intervalle $[1 ; \mathrm{e}]$ par $h(x) = \dfrac{1}{x}$.



Proposition 4 : La fonction h est une fonction de densité de probabilité sur l'intervalle $[1 ; \text{e}]$.*

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise artisanale produit des parasols. Elle en fabrique entre 1 à 18 par jour.
Le coût de fabrication unitaire est modélisé par une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1 ; 18]$.
On note x le nombre de parasols produits par jour et $f(x)$ le coût de fabrication unitaire exprimé en euros.
Dans le repère orthogonal ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f et la tangente (T_A) au point A(5 ; 55). Le point B(10 ; 25) appartient à la tangente (T_A).



On admet que

$f(x) = 2x + 5 + 40\text{e}^{-0,2x+1}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1\,;18]$

1. **a.** Déterminer graphiquement la valeur de $f'(5)$ en expliquant la démarche utilisée.
   b. Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1\,;\,10]$.
   c. Expliquer comment retrouver la réponse obtenue dans la question **1. a.**
2. **a.** Montrer que $2 - 8\text{e}^{-0,2x+1} \geqslant 0$ est équivalente à $x \geqslant 5 + 5\ln 4$.
   b. En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau de variations de f sur $[1\,;\,18]$. Les valeurs seront arrondies au centime d'euro dans le tableau de variations.
3. Déterminer, par le calcul, le nombre de parasols que doit produire l'entreprise pour que le coût de fabrication unitaire soit minimal.
4. **a.** Montrer que la fonction F définie par $F(x) = x^2 + 5x - 200\text{e}^{-0,2x+1}$ est une primitive de f sur l'intervalle $[1\,;\,18]$.
   b. Déterminer la valeur exacte de l'intégrale $I = \displaystyle\int_5^{15} f(x)\,\text{d}x$.
   c. Interpréter dans le contexte de l'exercice la valeur de $\frac{1}{10}I$. *

Exercice 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les trois parties peuvent être traitées indépendamment.

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3}.

Une entreprise fabrique en grande quantité des médailles circulaires.
La totalité de la production est réalisée par deux machines M_A et M_B.
La machine M_A fournit 40 % de la production totale et M_B le reste.
La machine M_A produit 2 % de médailles défectueuses et la machine M_B produit 3 % de médailles défectueuses.

Partie A

On prélève au hasard une médaille produite par l'entreprise et on considère les évènements suivants :

- A : « la médaille provient de la machine M_A » ;
- B : « la médaille provient de la machine M_B » ;
- D : « la médaille est défectueuse » ;
- $\overline{D}$ est l'évènement contraire de l'évènement D.

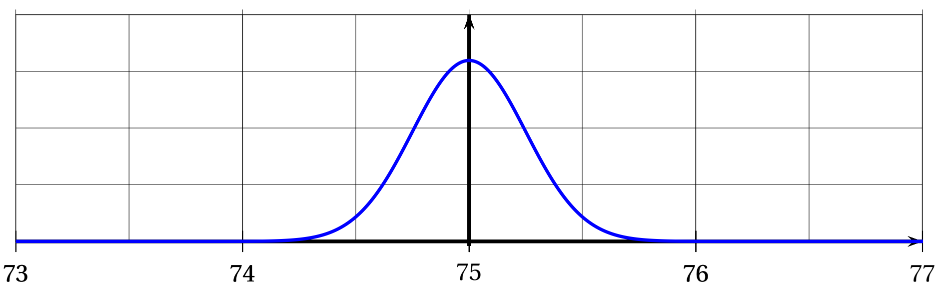
1. **a.** Traduire cette situation par un arbre pondéré.
   b. Montrer que la probabilité qu'une médaille soit défectueuse est égale à $0,026$.
   c. Calculer la probabilité qu'une médaille soit produite par la machine M_A sachant qu'elles défectueuse.
2. Les médailles produites sont libres par lots de 20.
   On prélève au hasard un lot de 20 médailles dans la production.
   On suppose que la production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise. Les tirages sont supposés indépendants.
   On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de médailles défectueuses contenues dans ce lot.

a. Préciser la loi que suit X et donner ses paramètres.

b. Calculer la probabilité qu'il y ait au plus une médaille défectueuse dans ce lot.

Partie B

Le diamètre exprimé en millimètre, d'une médaille fabriquée par cette entreprise est conforme lorsqu'il appartient à l'intervalle [74,4 ; 75,6].
On note Y la variable aléatoire qui, à chaque médaille prélevée au hasard dans la production, associe son diamètre en millimètre. On suppose que la variable aléatoire Y suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type $0,25$.
La courbe ci-dessous est la représentation graphique de la densité de probabilité de Y.



1. Indiquer par lecture graphique la valeur de μ.
2. Déterminer à l'aide de la calculatrice la probabilité $P(74,4 \leqslant Y \leqslant 75,6)$.
3. En utilisant un résultat du cours, déterminer la valeur de h pour que

$$P(75 - h \leqslant Y \leqslant 75 + h) \approx 0,95.$$

Partie C

Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la machine M_B, on admet que la proportion des médailles ayant une épaisseur non conforme dans la production est de 3 %.
Pour contrôler le bon fonctionnement de la machine M_B, on a prélevé au hasard un échantillon de 180 médailles et on a constaté que 11 médailles ont une épaisseur non conforme.

1. Calculer, dans l'échantillon prélevé, la fréquence des médailles dont l'épaisseur n'est pas conforme.
2. Déterminer, en justifiant, si le résultat de la question précédente rend pertinente la prise de décision d'arrêter la production pour procéder au réglage de la machine M_B.*

Exercice 4 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Une retenue d'eau artificielle contient 100 000 m^3 d'eau le 1$^{\text{er}}$ juillet 2013 au matin.
La chaleur provoque dans la retenue une évaporation de 4 % du volume total de l'eau par jour. De plus, chaque soir, on doit libérer de la retenue 500 m^3 pour l'irrigation des cultures aux alentours.

Cette situation peut être modélisée par une suite (u_n).
Le premier juillet 2013 au matin, le volume d'eau en m^3 est $u_0 = 100\,000$.
Pour tout entier naturel n supérieur à 0, u_n désigne le volume d'eau en m^3 au matin du n-ième jour qui suit le 1er juillet 2013.

1. **a.** Justifier que le volume d'eau u_1 au matin du 2 juillet 2013 est égal à 95 500 m^3.

   b. Déterminer le volume d'eau u_2, au matin du 3 juillet 2013.

   c. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0,96u_n - 500$.

2. Pour déterminer à quelle date la retenue ne contiendra plus d'eau, on a commencé par élaborer l'algorithme ci-dessous. Recopier et compléter les lignes L6, L7 et L9 de cet algorithme pour qu'il donne le résultat attendu.

L1	**Variables :**	u est un nombre réel
L2		$n$est un entier naturel
L3	**Traitement :**	Affecter à u la valeur 100 000
L4		Affecter à n la valeur 0
L5		Tant que $u > 0$
L6		Affecter à n la valeur …
L7		Affecter à u la valeur …
L8		Fin Tant que
L9	**Sortie :**	Afficher …

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par
   $v_n = u_n + 12\,500$.

   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,96. Préciser son premier terme.

   b. Exprimer v_n en fonction de n.

   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 112\,500 \times 0,96^n - 12\,500$.

4. **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $112\,500 \times 0,96^n - 12\,500 \leqslant 0$.

   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.*

Exercice 4 **5 points**
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans un pays, seulement deux opérateurs de téléphonie mobile SAFIR et TECIM proposent la 4G (standard de transmission de données).
Une étude a montré que d'une année à l'autre :

- 41 % des clients de l'opérateur SAFIR le quittent pour l'opérateur TECIM ;
- 9 % des clients de l'opérateur TEcIM le quittent pour l'opérateur SAFIR ;
- Aucun client ne renonce à l'utilisation de la 4G.

Cette situation peut être modélisée par un graphe probabiliste $\mathscr{G}$ de sommets S et T où :

- S est l'évènement « l'utilisateur de la 4G est un client de l'opérateur SAFIR » ;
- T est l'évènement « l'utilisateur de la 4G est un client de l'opérateur TECIM ».

Chaque année on choisit au hasard un utilisateur de la 4G et on note pour tout entier naturel n :

- s_n la probabilité que cet utilisateur soit un client de l'opérateur SAFIR en $2014 + n$;

- t_n la probabilité que cet utilisateur soit un client de l'opérateur TECIM en $2014+n$.

On note $P_n = (s_n \quad t_n)$ la matrice ligne de l'état probabiliste pour l'année $2014+n$.
Dans cet exercice, on se propose de savoir si l'opérateur TECIM atteindra l'objectif d'avoir comme clients au moins 80 % de la population utilisatrice de la 4G.

Partie A

1. Dessiner le graphe probabiliste $\mathscr{G}$.
2. On admet que la matrice de transition du graphe $\mathscr{G}$ en considérant les sommets dans l'ordre S et T est $M = \begin{pmatrix} 0,59 & 0,41 \\ 0,09 & 0,91 \end{pmatrix}$.

   On note $P = (a \quad b)$ la matrice ligne correspondant à l'état stable de ce graphe $\mathscr{G}$.

   a. Montrer que les nombres a et b sont solutions du système $\left\{\begin{array}{lcl} 0,41a - 0,09b & = & 0 \\ a+b & = & 1 \end{array}\right.$.

   b. Résoudre le système précédent.
3. On admet que $a = 0,18$ et $b = 0,82$. Déterminer, en justifiant, si l'opérateur TECIM peut espérer atteindre son objectif.

Partie B

En 2014, on sait que 35 % des utilisateurs de la 4G sont des clients de l'opérateur SAFIR et que 65 % sont des clients de l'opérateur TECIM. Ainsi $P_0 = (0,35 \quad 0,65)$.

1. Déterminer la répartition des clients de la 4G au bout de 2 ans.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $t_{n+1} = 0,5t_n + 0,41$.
3. Pour déterminer au bout de combien d'années l'opérateur TECIM atteindra son objectif, on a commencé par élaborer l'algorithme ci-dessous. Recopier et compléter les lignes L6, L7 et L9 de cet algorithme pour qu'il donne le résultat attendu.

L1	**Variables :**	T est un nombre
L2		N est un nombre entier
L3	**Traitement :**	Affecter à T la valeur 0,65
L4		Affecter à N la valeur 0
L5		Tant que $T < 0,80$
L6		Affecter à T la valeur …
L7		Affecter à N la valeur …
L8		Fin Tant que
L9	**Sortie :**	Afficher …

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = t_n - 0,82$.

   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $0,5$. Préciser son premier terme.

   b. En déduire que : $t_n = -0,17 \times 0,5^n + 0,82$.

   c. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation : $-0,17 \times 0,5^n + 0,82 \geqslant 0,80$.

   d. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.*

∽ Baccalauréat ES Amérique du Nord ∾
2 juin 2015

EXERCICE 1 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

PARTIE A

Un industriel veut lancer sur le marché une gamme de produits spécialement conçus pour les gauchers. Auparavant il cherche à estimer la proportion de gauchers dans la population française. Une première étude portant sur un échantillon de 4 000 Français révèle que l'on dénombre de 484 gauchers.

1. Un intervalle de confiance au niveau de confiance de 0,95 permettant de connaître la proportion de gauchers dans la population française est (les bornes ont été arrondies à 10^{-3}) :

   a. $[0,120\ ;\ 0,122]$ **b.** $[0,863\ ;\ 0,895]$ **c.** $[0,105\ ;\ 0,137]$ **d.** $[0,090\ ;\ 0,152]$

2. La taille n de l'échantillon que l'on doit choisir afin d'obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 ayant une amplitude de 0,01 est :

   a. $n = 15$ **b.** $n = 200$ **c.** $n = 10000$ **d.** $n = 40000$

PARTIE B

Des chercheurs ont conçu un test pour évaluer la rapidité de lecture d'élèves de CE2. Ce test consiste à chronométrer la lecture d'une liste de 20 mots. On a fait passer ce test à un très grand nombre d'élèves de CE2. On appelle X la variable aléatoire qui donne le temps en seconde mis par un élève de CE2 pour passer le test. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 32$ et d'écart-type $\sigma = 13$.

3. La probabilité $p(19 \leqslant X \leqslant 45)$ arrondie au centième est :

   a. $0,50$ **b.** $0,68$ **c.** $0,84$ **d.** $0,95$

4. On note t la durée de lecture vérifiant $p(X \leqslant t) = 0,9$. La valeur de t arrondie à l'entier est :

   a. $t = 32\ s$ **b.** $t = 45\ s$ **c.** $t = 49\ s$ **d.** $t = 58\ s$ *

EXERCICE 2 5 points

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Les parties A et B sont indépendants.

Dans un grand collège, 20,3 % des élèves sont inscrits à l'association sportive.
Une enquête a montré que 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs.
De plus, parmi les élèves non fumeurs, 22,5 % sont inscrits à l'association sportive.

On choisit au hasard un élève de ce collège. On note :

- S l'évènement « l'élève choisi est inscrit à l'association sportive » ;
- F l'évènement « l'élève choisi est fumeur ».

Rappel des notations :

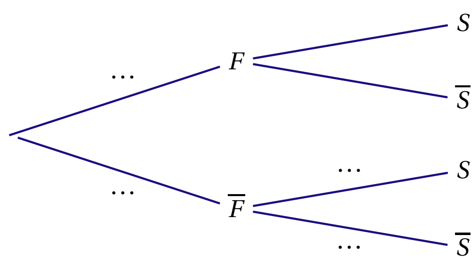
Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

PARTIE A

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les valeurs des probabilités $p(S)$ et $p_{\overline{F}}(S)$.

2. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



3. Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{F} \cap S$ et interpréter le résultat.

4. On choisit au hasard un élève parmi ceux inscrits à l'association sportive. Calculer la probabilité que cet élève soit non fumeur.

5. On choisit au hasard un élève parmi les élèves fumeurs. Montrer que la probabilité que cet élève soit inscrit à l'association sportive est de 0,101.

PARTIE B

Une loterie, à laquelle tous les élèves du collège participent, est organisée pour la journée anniversaire de la création du collège. Quatre lots sont offerts. On admet que le nombre d'élèves est suffisamment grand pour que cette situation soit assimilée à un tirage avec remise.
On rappelle que 20,3 % de l'ensemble des élèves sont inscrits à l'association sportive.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que parmi les quatre élèves gagnants, il y ait au moins un qui soit inscrit à l'association sportive.*

EXERCICE 2 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Un créateur d'entreprise a lancé un réseau d'agences de services à domicile. Depuis 2010, le nombre d'agences n'a fait qu'augmenter. Ainsi, l'entreprise qui comptait 200 agences au 1$^{\text{er}}$ janvier 2010 est passée à 300 agences au 1$^{\text{er}}$ janvier 2012 puis à 500 agences au 1$^{\text{er}}$ janvier 2014.

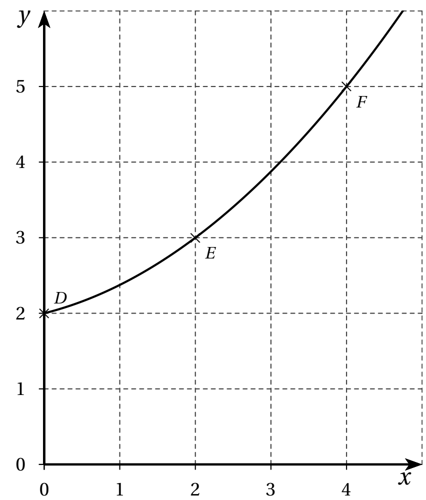
On admet que l'évolution du nombre d'agences peut être modélisée par une fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois nombres réels.
La variable x désigne le nombre d'années écoulées depuis 2010 et $f(x)$ exprime le nombre d'agences en centaines. la valeur 0 de x correspond donc à l'année 2010.
Sur le dessin ci-dessous, on a représenté graphiquement la fonction f.

PARTIE A

On cherche à déterminer la valeur des cœfficients a, b et c.

1. **a.** À partir des données de l'énoncé, écrire un système d'équations traduisant cette situation.

   b. En déduire que le système précédent est équivalent à : $MX = R$ avec $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et R une matrice colonne que l'on précisera.



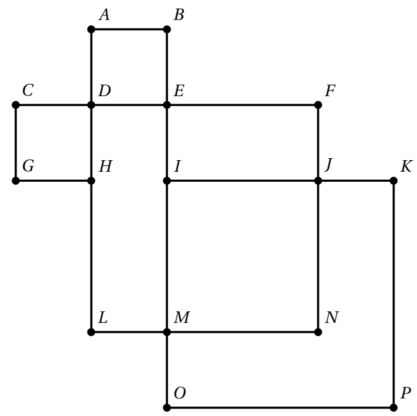
2. On admet que $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0,125 & -0,25 & 0,125 \\ -0,75 & 1 & -0,25 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

   À l'aide de cette matrice, déterminer les valeurs des cœfficients a, b et c, en détaillant les calculs.

3. Suivant ce modèle, déterminer le nombre d'agences que l'entreprise possédera au 1er janvier 2016.

PARTIE B

Le responsable d'une agence de services à domicile implantée en ville a représenté par le graphe ci-dessous toutes les rues dans lesquelles se trouvent des clients qu'il doit visiter quotidiennement. Dans ce graphe, les arêtes sont les rues et les sommets sont les intersections des rues.



1. **a.** Déterminer si le graphe est connexe.

   b. Déterminer si le graphe est complet.

Ce responsable voudrait effectuer un circuit qui passe une et une seule fois par chaque rue dans laquelle se trouvent des clients.

2. Déterminer si ce circuit existe dans les deux cas suivants :

   a. Le point d'arrivée est le même que le point de départ.

   b. Le point d'arrivée n'est pas le même que le point de départ.

EXERCICE 3 — 6 points

Commun à tous les candidats

Dans une réserve naturelle, on étudie l'évolution de la population d'une race de singes en voie d'extinction à cause d'une maladie.

PARTIE A

Une étude sur cette population de singes a montré que leur nombre baisse de 15 % chaque année.
Au 1$^{\text{er}}$ janvier 2004, la population était estimée à 25 000 singes.
A l'aide d'une suite, on modélise la population au 1$^{\text{er}}$ janvier de chaque année. Pour tout entier naturel n, le terme u_n de la suite représente le nombre de singes au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2004+n$. On a ainsi $u_0 = 25000$.

1. Calculer l'effectif de cette population de singes :

   a. au 1$^{\text{er}}$ janvier 2005 ;

   b. au 1$^{\text{er}}$ janvier 2006, en arrondissant à l'entier.

2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 25000 \times 0,85^n$.

3. Suivant ce modèle, on souhaite savoir, à l'aide d'un algorithme, au bout de combien d'années après le 1er janvier 2004 le nombre de singes sera inférieur à 5 000.
   Recopier et compléter les lignes L4, L5 et L6 de l'algorithme ci-dessous.

L1 :	Variables	u un réel, n un entier
L2 :	Initialisation	u prend la valeur 25 000
L3 :		n prend la valeur 0
L4 :	Traitement	Tant que ………… faire
L5 :		u prend la valeur …………
L6 :		n prend la valeur …………
L7 :		Fin Tant que
L8 :	Sortie	Afficher n

4. Montrer que la valeur n affichée après l'exécution de l'algorithme est 10.

PARTIE B

Au 1er janvier 2014, une nouvelle étude a montré que la population de cette race de singes, dans la réserve naturelle, ne comptait plus que 5 000 individus. La maladie prenant de l'ampleur, on met en place un programme de soutien pour augmenter le nombre de naissances. À partir de cette date, on estime que, chaque année, un quart des singes disparaît et qu'il se produit 400 naissances.
On modélise la population de singes dans la réserve naturelle à l'aide d'une nouvelle suite. Pour tout entier naturel n, le terme v_n de la suite représente le nombre de singes au 1er janvier de l'année $2014 + n$. On a ainsi $v_0 = 5000$.

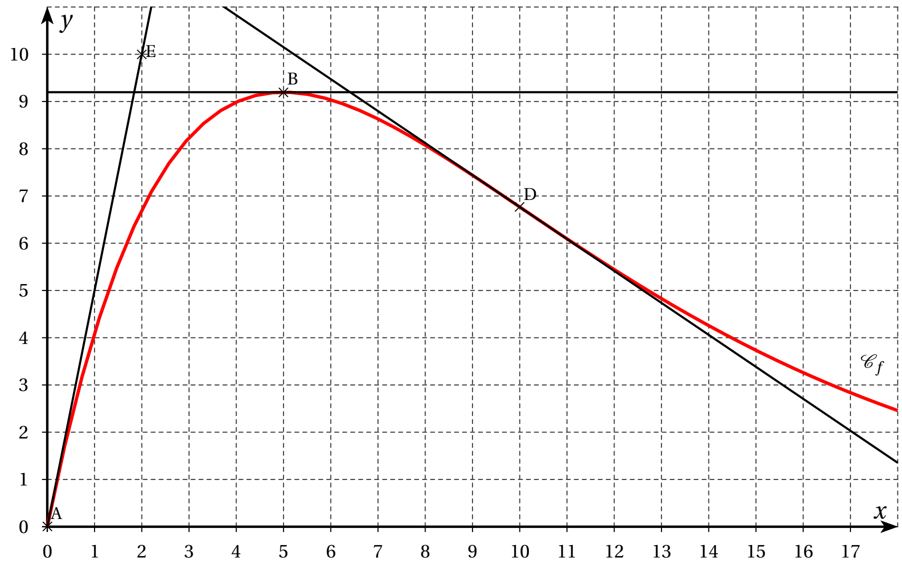
1. **a.** Calculer v_1 et v_2.
   b. justifier que, pour tout entier naturel n, on a $v_{n+1} = 0,75 \times v_n + 400$.
2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n - 1600$.
   a. Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser la valeur de w_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer w_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, on a $v_n = 1600 + 3400 \times 0,75^n$.
   d. Calculer la limite de la suite (v_n) et interpréter ce résultat.*

EXERCICE 4 5 points

Commun à tous les candidats

PARTIE A

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 18] ainsi que les tangentes au point A d'abscisse 0, au point B d'abscisse 5 et au point D d'abscisse 10.
On sait aussi que la tangente au point A passe par le point E de coordonnées (2 ; 10) et que la tangente au point B est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Donner les valeurs de $f'(5)$ et de $f'(0)$.
2. On admet que D est un point d'inflexion. Donner une interprétation graphique de ce résultat.

PARTIE B

Une entreprise s'apprête à lancer sur le marché français un nouveau jouet destiné aux écoliers. Les ventes espérées ont été modélisées par la fonction f dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ a été tracée ci-dessus.
En abscisses, x représente le nombre de jours écoulés depuis le début de la campagne publicitaire.
En ordonnées, $f(x)$ représente le nombre de milliers de jouets vendus le x-ième jour.

Ainsi, par exemple, le 10-ième jour après le début de la campagne publicitaire, l'entreprise prévoit de vendre environ 6 800 jouets.
On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; 18]$ par $f(x) = 5x\mathrm{e}^{-0,2x}$.

1. Montrer que $f'(x) = (5 - x)\mathrm{e}^{-0,2x}$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0 ; 18]$.
2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur $[0 ; 18]$ puis dresser le tableau de variations de f sur $[0 ; 18]$.
3. Déterminer le nombre de jours au bout duquel le maximum de ventes par jour est atteint. Préciser la valeur de ce maximum, arrondie à l'unité.

PARTIE C

1. On admet que la fonction F définie sur $[0 ; 18]$ par $F(x) = (-25x - 125)\mathrm{e}^{-0,2x}$ est une primitive de la fonction f.
   a. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   b. En déduire une estimation du nombre moyen de jouets vendus par jour durant la période des 10 premiers jours. On arrondira le résultat à l'unité.
2. Un logiciel de calcul formel nous donne les résultats suivants :

1	*dériver*$[(5-x)*\exp(-0.2*x)]$
	$-\exp(-0.2*x)-\dfrac{1}{5}*\exp(-0.2*x)*(-x+5)$
2	*Factoriser*$[-\exp(-0.2*x)-\dfrac{1}{5}*\exp(-0.2*x)*(-x+5)]$
	$\dfrac{x-10}{5}*\exp(-0.2*x)$

Utiliser ces résultats pour déterminer, en justifiant, l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.*

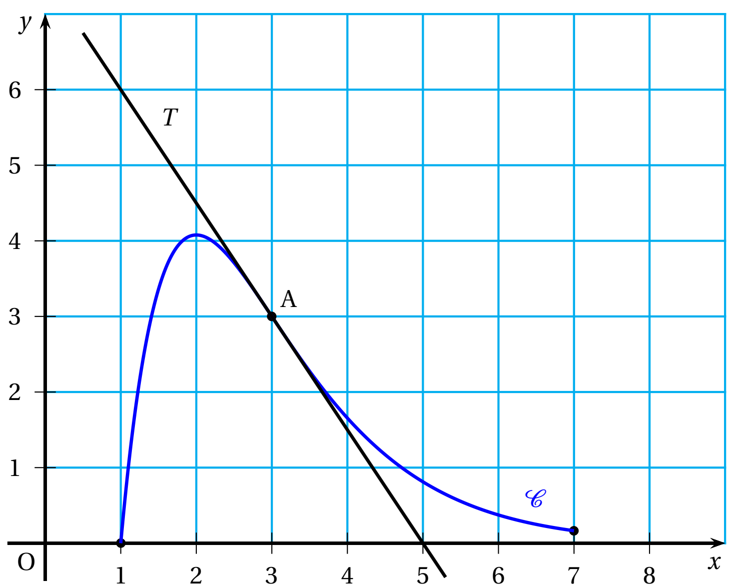
☙ Baccalauréat ES Centres étrangers 10 juin 2015 ❧

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,7]$.
La droite T est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A$(3\,;\,3)$ et passe par le point de coordonnées $(5\,;\,0)$.
Le point A est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$.



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f :

a. $f'(3) = 3$ **b.** $f'(3) = \dfrac{3}{2}$ **c.** $f'(3) = -\dfrac{2}{3}$ **d.** $f'(3) = -\dfrac{3}{2}$

2. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f :

a. $f''(3) = 3$ **b.** $f''(3) = 0$ **c.** $f''(5) = 0$ **d.** $f''(2) = 0$

3. Toute primitive F de la fonction f est nécessairement :

a. croissante sur $[1\,;\,7]$ **b.** décroissante sur $[2\,;\,7]$ **c.** négative sur $[2\,;\,7]$ **d.** positive sur $[1\,;\,7]$

4. On note $I = \displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$:

a. $1 \leqslant I \leqslant 2$ **b.** $2 \leqslant I \leqslant 3$ **c.** $3 \leqslant I \leqslant 4$ **d.** $4 \leqslant I \leqslant 5$

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Depuis le 1er janvier 2015, une commune dispose de vélos en libre service. La société Bicycl'Aime est chargée de l'exploitation et de l'entretien du parc de vélos.
La commune disposait de 200 vélos au 1er janvier 2015.
La société estime que, chaque année, 15 % des vélos sont retirés de la circulation à cause de dégradations et que 42 nouveaux vélos sont mis en service.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de vélos de cette commune au 1er janvier de l'année $2015 + n$.

1. Déterminer le nombre de vélos au 1er janvier 2016.
2. Justifier que la suite (u_n) est définie par $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n, par :

$$u_{n+1} = 0,85u_n + 42.$$

3. On donne l'algorithme suivant :

Variables :	N entier
	U réel
Initialisation :	N prend la valeur 0
	U prend la valeur 200
Traitement :	Tant que $N < 4$
	U prend la valeur $0,85 \times U +$ 42
	N prend la valeur $N + 1$
	Fin tant que
Sortie :	Afficher U

   a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à l'unité. Quel nombre obtient-on à l'arrêt de l'algorithme ?

U	200				
N	0	1	2	3	4
Condition $N < 4$	Vrai				

   b. Interpréter la valeur du nombre U obtenue à l'issue de l'exécution de cet algorithme.

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 280$.

   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,85 et de premier terme
   $v_0 = -80$.

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = -80 \times 0,85^n + 280$.

   d. Calculer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat.

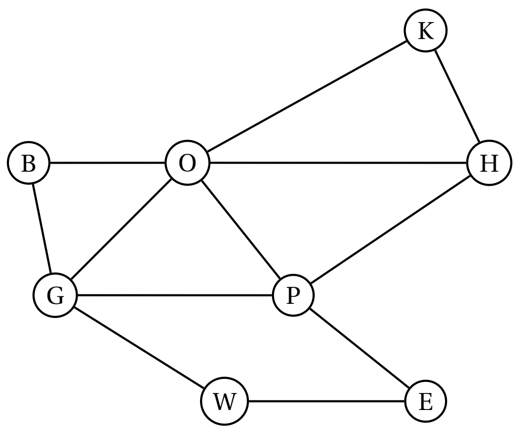
5. La société Bicycl'Aime facture chaque année à la commune 300 € par vélo en circulation au 1er janvier.

   Déterminer le coût total pour la période du 1er janvier 2015 au 31 décembre 2019, chacun des termes utilisés de la suite (u_n) étant exprimé avec un nombre entier.*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

On a schématisé ci-dessous une partie du plan du métro londonien par un graphe Γ dont les sommets sont les stations et les arêtes sont les lignes desservant ces stations. Chaque station de métro est désignée par son initiale comme indiqué dans la légende.



Légende :
B : Bond Street
E : Embankment
G : Green Park
H : Holborn
K : King's Cross St Pancras
O : Oxford Circus
P : Piccadilly Circus
W : Westminster

1. **a.** Déterminer en justifiant si le graphe Γ est connexe.

   b. Déterminer en justifiant si le graphe Γ est complet.

2. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ admet une chaîne eulérienne. Si oui, donner une telle chaîne.

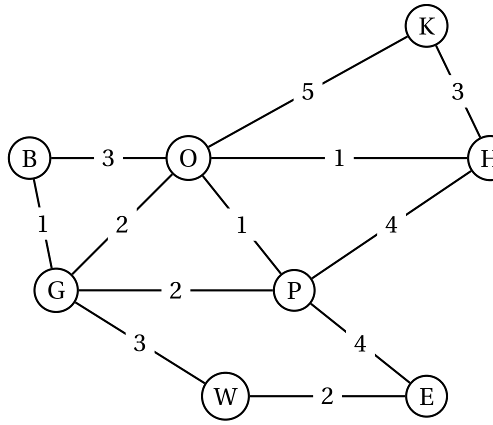
3. Donner la matrice d'adjacence M du graphe Γ (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique).

   Pour la suite de l'exercice, on donne la matrice $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 4 & 2 & 7 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 6 & 4 \\ 6 & 1 & 4 & 4 & 4 & 9 & 10 & 6 \\ 4 & 1 & 4 & 4 & 5 & 8 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 5 & 2 & 7 & 3 & 1 \\ 7 & 3 & 9 & 8 & 7 & 8 & 10 & 3 \\ 3 & 6 & 10 & 8 & 3 & 10 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 6 & 3 & 1 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Un touriste se trouve à la station Holborn. Il prévoit de se rendre à la station Green Park en utilisant exactement trois lignes de métro sur son trajet.

   a. Sans utiliser le graphe, donner le nombre de trajets possibles et justifier la réponse.

   b. Donner les trajets possibles .



Légende :
B : Bond Street
E : Embankment
G : Green Park
H : Holborn
K : King's Cross St Pancras
O : Oxford Circus
P : Piccadilly Circus
W : Westminster

Sur le graphe pondéré ci-dessus, on a indiqué la durée, exprimée en minutes, des trajets entre chaque station (la durée est indiquée sur chaque arête du graphe Γ).

5. À partir de la station Westminster, ce touriste doit rejoindre la station King's Cross St Pancras le plus rapidement possible pour prendre un train.

En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le trajet permettant de relier la station Westminster à la station King's Cross St Pancras en une durée minimale. On précisera cette durée. *

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante. Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

Une entreprise spécialisée dans la fabrication de confitures fait appel à des producteurs locaux. À la livraison, l'entreprise effectue un contrôle qualité à l'issue duquel les fruits sont sélectionnés ou non pour la préparation des confitures.
Une étude statistique a établi que :

- 22 % des fruits livrés sont issus de l'agriculture biologique ;
- parmi les fruits issus de l'agriculture biologique, 95 % sont sélectionnés pour la préparation des confitures ;
- parmi les fruits non issus de l'agriculture biologique, 90 % sont sélectionnés pour la préparation des confitures.

On prélève au hasard un fruit et on note :

B l'évènement « le fruit est issu de l'agriculture biologique » ;

S l'évènement « le fruit est sélectionné pour la préparation des confitures ».

Pour tout évènement E, on note $p(E)$ sa probabilité, $p_F(E)$ la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé et $\overline{E}$ évènement contraire de E.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que le fruit soit sélectionné pour la préparation des confitures et qu'il soit issu de l'agriculture biologique.
3. Montrer que $p(S) = 0,911$.

4. Sachant que le fruit a été sélectionné pour la préparation des confitures, déterminer la probabilité qu'il ne soit pas issu de l'agriculture biologique.

Partie B

Cette entreprise conditionne la confiture en pots de 300 grammes.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque pot de confiture, associe sa masse en gramme.
On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 300$ et d'écart-type $\sigma = 2$.
L'entreprise ne commercialise les pots de confiture que si l'écart entre la masse affichée (c'est-à-dire 300 g) et la masse réelle ne dépasse pas 4 grammes.

1. On prélève un pot au hasard. Déterminer la probabilité que le pot soit commercialisé.

2. Déterminer le réel a tel que $p(X < a) = 0,01$.

Partie C

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Le directeur commercial affirme que 90 % des consommateurs sont satisfaits de la qualité des produits commercialisés par son entreprise.
On réalise une étude de satisfaction sur un échantillon de 130 personnes.
Parmi les personnes interrogées, 15 déclarent ne pas être satisfaites des produits.
Déterminer, en justifiant, si l'on doit remettre en question l'affirmation du directeur commercial.*

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B ne sont pas indépendantes

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[1 ; 11]$ par

$$f(x) = -0,5x^2 + 2x + 15\ln x.$$

1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{-x^2 + 2x + 15}{x}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

2. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 11]$. On donnera les valeurs exactes des éléments du tableau.

3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1 ; 11]$.

b. Donner une valeur approchée de α à 0,01 près.

c. Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x dans l'intervalle $[1 ; 11]$.

4. **a.** On considère la fonction F définie sur $[1 ; 11]$ par

$$F(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 - 15x + 15x\ln x.$$

Montrer que F est une primitive de la fonction f

b. Calculer $\displaystyle\int_1^{11} f(x)\,\mathrm{d}x$. On donnera le résultat exact puis sa valeur arrondie au centième.

c. En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,11]$. (On donnera la valeur arrondie au centième.)

Partie B

Une société fabrique et vend des chaises de jardin. La capacité de production mensuelle est comprise entre 100 et 1 100 chaises.
Le bénéfice mensuel réalisé par la société est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, où x représente le nombre de centaines de chaises de jardin produites et vendues et $f(x)$ représente le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros.
On précise qu'un bénéfice peut être positif ou négatif, ce qui correspond, dans ce deuxième cas, à une perte.

1. Quelles quantités de chaises la société doit-elle produire et vendre pour obtenir un bénéfice mensuel positif ?
2. Déterminer le nombre de chaises que la société doit produire et vendre pour obtenir un bénéfice mensuel maximal.*

Baccalauréat ES Polynésie 12 juin 2015

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante

1. Soit la fonction g définie pour tout nombre réel x strictement positif par

$$g(x) = 2\text{e}^{3x} + \frac{1}{2}\ln(x).$$

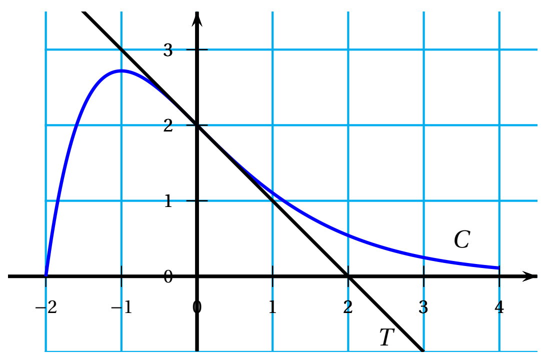
Si g' désigne la fonction dérivée de g, on a :

a. $g'(x) = 2\text{e}^{3x} + \frac{2}{x}$ **b.** $g'(x) = 6\text{e}^{3x} + \frac{2}{x}$ **c.** $g'(x) = 6\text{e}^{3x} + \frac{1}{2x}$ **d.** $g'(x) = 6\text{e}^{x} + \frac{1}{2x}$

2. La courbe représentative C d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ est donnée ci-dessous. La tangente T à la courbe au point d'abscisse 0 traverse la courbe en ce point.

La fonction f est convexe sur l'intervalle :

a. $[-1 ; 4]$
b. $[-2 ; 0]$
c. $[-2 ; -1]$
d. $[0 ; 4]$



3. On donne l'algorithme ci-dessous.

La valeur affichée en sortie de cet algorithme est :

a. 7,1
b. 7,6
c. 8
d. 17

Variables
  n : un nombre entier naturel
Traitement
  Affecter à n la valeur 0
  Tant que $1,9^n < 100$
    Affecter à n la valeur $n+1$
  Fin Tant que
Sortie
  Afficher n

4. Une variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 5]$ dont la fonction de densité est représentée ci-dessous.

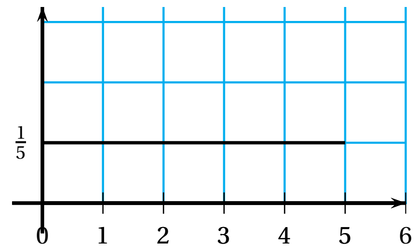
On a alors :

a. $P(X \geqslant 3) = P(X < 3)$

b. $P(1 \leqslant X \leqslant 4) = \dfrac{1}{3}$

c. $E(X) = \dfrac{5}{2}$

d. $E(X) = \dfrac{1}{5}$



EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Les parties A et B sont indépendantes

Sur une exploitation agricole, une maladie rend la conservation de fruits difficile. Un organisme de recherche en agronomie teste un traitement sur un champ : sur une partie du champ, les fruits sont traités, sur l'autre, non.
On considère que le nombre de fruits récoltés est extrêmement grand et que la maladie touche les fruits de manière aléatoire.

Partie A Étude de l'efficacité du traitement

On prélève au hasard 100 fruits sur la partie du champ traité et 100 fruits sur l'autre partie du champ. On constate que :

— sur l'échantillon des 100 fruits traités, 18 sont abimés;
— sur l'échantillon des 100 fruits non traités, 32 sont abimés.

1. Déterminer un intervalle de confiance de la proportion de fruits abimés par la maladie au niveau de confiance de 95 % :

a. pour la partie du champ traitée;

b. pour la partie du champ non traitée.

2. Au vu des intervalles obtenus à la question 1, peut-on considérer que le traitement est efficace ?

Partie B Qualité de la production

Une étude plus poussée permet d'estimer la proportion de fruits abimés à 0,12 dans la partie du champ traitée et à 0,30 dans la partie non traitée. On sait de plus qu'un quart du champ a été traité.
Une fois récoltés, les fruits sont mélangés sans distinguer la partie du champ d'où ils proviennent.
On prélève au hasard un fruit récolté dans le champ et on note :

T l'évènement « Le fruit prélevé provient de la partie traitée »;

A l'évènement « Le fruit prélevé est abimé ».

On arrondira les résultats au millième.

1. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.

2. **a.** Calculer la probabilité que le fruit prélevé soit traité et abimé.

b. Montrer que $P(A) = 0,255$.

3. Un fruit prélevé au hasard dans la récolte est abimé, Peut -on affirmer qu'il y a une chance sur quatre pour qu'il provienne de la partie du champ traitée ?

4. Dans le but d'effectuer un contrôle, cinq fruits sont prélevés au hasard dans le champ. Calculer la probabilité qu'au plus un fruit soit abimé.*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Un constructeur de planches de surf fabrique 3 modèles. La conception de chaque modèle nécessite le passage par 3 postes de travail. Le **tableau 1** indique le nombre d'heures nécessaires par modèle et par poste pour réaliser les planches et le **tableau 2** indique le coût horaire par poste de travail.

Tableau 1	Poste 1	Poste 2	Poste 3		Tableau 2	
Modèle 1	8 h	10 h	14 h		Poste 1	25 €/h
Modèle 2	6 h	6 h	10 h		Poste 2	20 €/h
Modèle 3	12 h	10 h	18 h		Poste 3	15 €/h

1. Soit H et C les deux : matrices suivantes : $H = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 \\ 6 & 6 & 10 \\ 12 & 10 & 18 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix}$.

  a. Donner la matrice produit $P = H \times C$.

  b. Que représentent les coefficients de la matrice $P = H \times C$?

2. Après une étude de marché, le fabricant souhaite que les prix de revient par modèle soient les suivants :

Modèle 1 : 500 € ; Modèle 2 : 350 € ; Modèle 3 : 650 €

Il cherche à déterminer les nouveaux coûts horaires par poste, notés a, b et c, permettant d'obtenir ces prix de revient.

  a. Montrer que les réels a, b et c doivent être solutions du système $H \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix}$.

  b. Déterminer les réels a, b et c.

Partie B

La façade du magasin dans lequel sont commercialisées les planches est illuminée par un très grand nombre de spots qui sont programmés de la manière suivante :

- les spots s'allument tous à 22 heures ;
- toutes les 10 secondes à partir de 22 heures, et ce de manière aléatoire, 30 % des spots allumés s'éteignent et 50 % de ceux qui sont éteints se rallument.

On note : A l'état : « le spot est allumé » et E l'état : « le spot est éteint ».

1. **a.** Dessiner un graphe probabiliste traduisant la situation.

  b. Recopier et compléter la matrice de transition (dans l'ordre A, E) associée au graphe, $M = \begin{pmatrix} \cdots & 0,3 \\ 0,5 & \cdots \end{pmatrix}$.

2. On note n le nombre d'étapes (c'est à dire d'intervalles de temps de 10 secondes) qui s'écoulent à partir de 22 heures et $P_n = (a_n \quad b_n)$ l'état d'un spot à l'étape n, où a_n est la probabilité qu'il soit allumé et b_n la probabilité qu'il soit éteint.
   On a alors, pour tout entier naturel n : $P_{n+1} = P_n \times M$.
   a. Justifier que $a_0 = 1$ et $b_0 = 0$. Écrire une relation entre P_0 et P_n.
   b. Déterminer les coefficients de la matrice P_3. Quelle est la probabilité que le spot considéré soit éteint à 22 heures et 30 secondes ?
3. Déterminer l'état stable $(a \quad b)$ du graphe probabiliste.*

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les techniciens d'un aquarium souhaitent régler le distributeur automatique d'un produit visant à améliorer la qualité de l'eau dans un bassin. La concentration recommandée du produit, exprimée en mg.l^{-1} (milligramme par litre), doit être comprise entre 140 mg.l^{-1} et 180 mg.l^{-1}.
Au début du test, la concentration du produit dans ce bassin est de 160 mg.l^{-1}.
On estime que la concentration du produit baisse d'environ 10 % par semaine.
Afin de respecter les recommandations portant sur la concentration du produit, les techniciens envisagent de régler le distributeur automatique de telle sorte qu'il déverse chaque semaine une certaine quantité de produit.
Les techniciens cherchent à déterminer cette quantité de façon à ce que :

- la concentration du produit soit conforme aux recommandations sans intervention de leur part, pendant une durée de 6 semaines au moins ;
- la quantité de produit consommée soit minimale.

Partie A

Dans cette partie, on suppose que la quantité de produit déversée chaque semaine par le distributeur automatique est telle que la concentration augmente de 10 mg.l^{-1}.
On s'intéresse à l'évolution de la concentration chaque semaine. La situation peut être modélisée par une suite (C_n), le terme en donnant une estimation de la concentration du produit, en mg.l^{-1}, au début de la n-ième semaine. On a $C_0 = 160$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, $C_{n+1} = 0,9 \times C_n + 10$.
2. Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par : $V_n = C_n - 100$.
   a. Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison 0,9 et que $V_0 = 60$.
   b. Exprimer V_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $C_n = 0,9^n \times 60 + 100$.
3. **a.** Déterminer la limite de la suite (C_n) quand n tend vers l'infini. Justifier la réponse.
   Interpréter le résultat au regard de la situation étudiée.
   b. Au bout de combien de semaines la concentration devient -elle inférieure à 140 mg.l^{-1} ?
4. Le réglage envisagé du distributeur répond-il aux attentes ?

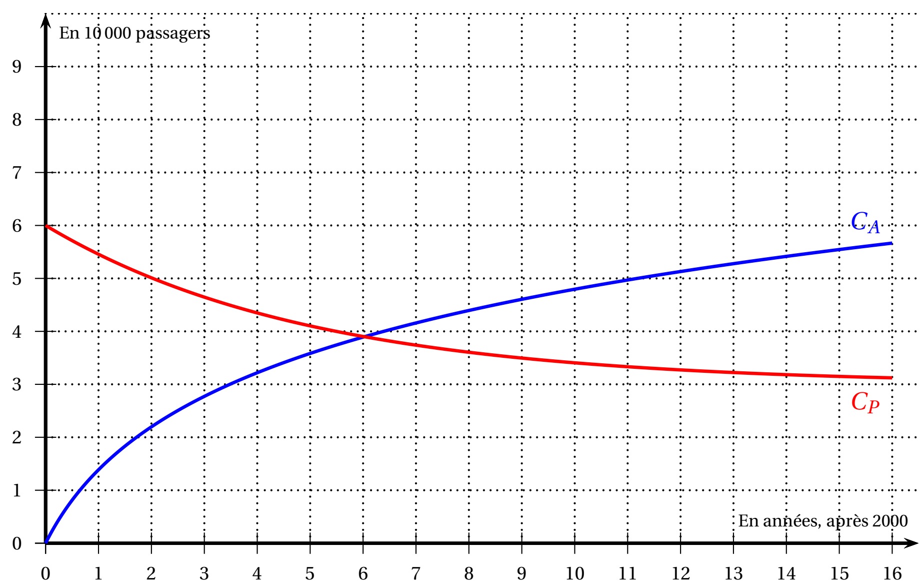
Partie B

Dans cette partie, on suppose que la quantité de produit déversée chaque semaine par le distributeur automatique est telle que la concentration augmente de 12 mg.l^{-1}.
Que penser de ce réglage au regard des deux conditions fixées par les techniciens ?*

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une compagnie aérienne propose à partir du premier janvier de l'année 2000 une nouvelle formule d'achat de billets, la formule *Avantage* qui s'ajoute à la formule *Privilège* déjà existante.
Une étude a permis de modéliser l'évolution du nombre de passagers transportés depuis l'année 2000 et la compagnie admet que ce modèle est valable sur la période allant de l'année 2000 à l'année 2016.
Le nombre de passagers choisissant la formule *Privilège* est modélisé par la fonction P définie sur l'intervalle $[0\,;\,16]$ et le nombre de passagers choisissant la formule *Avantage* est modélisé par la fonction A définie sur l'intervalle $[0\,;\,16]$. Le graphique donné ci-dessous représente les courbes représentatives C_P et C_A de ces deux fonctions.
Lorsque x représente le temps en année à partir de l'année 2000, $P(x)$ représente le nombre de passagers, exprimé en dizaine de milliers, choisissant la formule *Privilège* et $A(x)$ représente le nombre de passagers, exprimé en dizaine de milliers, choisissant la formule *Avantage*.



Partie A

Dans cette partie, les estimations seront obtenues par lecture graphique.

1. Donner une estimation du nombre de passagers qui, au cours de l'année 2002, avaient choisi la formule *Privilège*.
2. Donner une estimation de l'écart auquel la compagnie peut s'attendre en 2015 entre le nombre de passagers ayant choisi la formule *Avantage* et ceux ayant choisi la formule *Privilège*.
3. Comment peut-on interpréter les coordonnées du point d'intersection des deux courbes au regard de la situation proposée ?
4. Justifier que la compagnie aérienne peut, selon ce modèle, estimer que le nombre total de passagers ayant choisi la formule *Privilège* durant la période entre 2007 et 2015 sera compris entre 240 000 et 320 000.

Partie B

On admet que la fonction A est définie sur l'intervalle $[0\,;\,16]$ par

$$A(x) = 2\ln(x+1)$$

et que la fonction P est définie sur l'intervalle $[0\,;\,16]$ par

$$P(x) = 3 + 3\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

On s'intéresse à la différence en fonction du temps qu'il y a entre le nombre de passagers ayant choisi la formule *Avantage* et ceux ayant choisi la formule *Privilège*. Pour cela, on considère la fonction E définie sur l'intervalle $[0\,;\,16]$ par $E(x) = A(x) - P(x)$.

1. On note E' la fonction dérivée de E sur l'intervalle $[0\,;\,16]$.

   a. On admet que $E'(x) = \dfrac{2}{x+1} + 0,6\mathrm{e}^{-0,2x}$. Justifier que E' est strictement positive sur l'intervalle $[0\,;\,16]$.

   b. Dresser le tableau de variation de la fonction E sur l'intervalle $[0\,;\,16]$.

2. **a.** Montrer que l'équation $E(x) = 0$ admet une unique solution, notée α, sur l'intervalle $[0\,;\,16]$. Donner la valeur de α en arrondissant au dixième.

   b. Dresser le tableau de signes de la fonction E sur l'intervalle $[0\,;\,16]$. Interpréter les résultats obtenus au regard des deux formules proposées par la compagnie aérienne.*

∽ Baccalauréat ES Asie 16 juin 2015 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point

1. On lance une pièce de monnaie bien équilibrée 10 fois de suite. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de « pile » obtenus.
   La probabilité d'obtenir exactement 5 « pile » est, arrondie au centième :

   a. 0,13 **b.** 0,19 **c.** 0,25 **d.** 0,5

2. X est une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 3 et d'écart-type 2 ; alors une valeur approchée au centième de la probabilité $p(X \geqslant 5)$ est :

   a. 0,14 **b.** 0,16 **c.** 0,32 **d.** 0,84

3. Dans une ville donnée, pour estimer le pourcentage de personnes ayant une voiture rouge, on effectue un sondage. L'amplitude de l'intervalle de confiance au seuil de $0,95$ étant inférieure ou égale à $0,04$ la taille de l'échantillon choisi est :

   a. 400 **b.** 1 000 **c.** 2 000 **d.** 2 500

4. Une entreprise vendant des parquets flottants s'approvisionne auprès de deux fournisseurs A et B. Le fournisseur A livre 70 % du stock de l'entreprise. On sait que 2 % des pièces livrées par A présentent un défaut et 3 % des pièces livrées par B présentent un défaut.
   On prélève au hasard une pièce du stock de l'entreprise, quelle est la probabilité, que cette pièce soit sans défaut ?

   a. 0,023 **b.** 0,05 **c.** 0,97 **d.** 0,977

5. Pour une puissance électrique donnée, le tarif réglementé du kilowattheure est passé de 0,114 0 € au 01/07/2007 à 0,137 2 € au 01/07/2014.
   Cette augmentation correspond à un taux d'évolution arrondi au centième, chaque année, de :

   a. 1,72 % **b.** 1,67 % **c.** 2,68 % **d.** 1,33 %

   *

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Valentine place un capital c_0 dans une banque le 1$^{\text{er}}$ janvier 2014 au taux annuel de 2 %. À la fin de chaque année les intérêts sont ajoutés au capital, mais les frais de gestion s'élèvent à 25 € par an.

On note c_n la valeur du capital au 1er janvier de l'année $2014 + n$.

Partie A

On considère l'algorithme ci-dessous :

Initialisation
Affecter à N la valeur 0
Traitement
Saisir une valeur pour C
Tant que $C < 2\,000$ faire
Affecter à N la valeur $N+1$
Affecter à C la valeur $1,02C -$
25
Fin Tant que
Sortie
Afficher N

1. **a.** On saisit la valeur 1 900 pour C. Pour cette valeur de C, recopier le tableau ci-dessous et le compléter, en suivant pas à pas l'algorithme précédent et en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de N	0		
Valeur de C	1 900		

   b. Quel est le résultat affiché par l'algorithme ? Dans le contexte de l'exercice, interpréter ce résultat.

2. Que se passerait-il si on affectait la valeur 1 250 à C ?

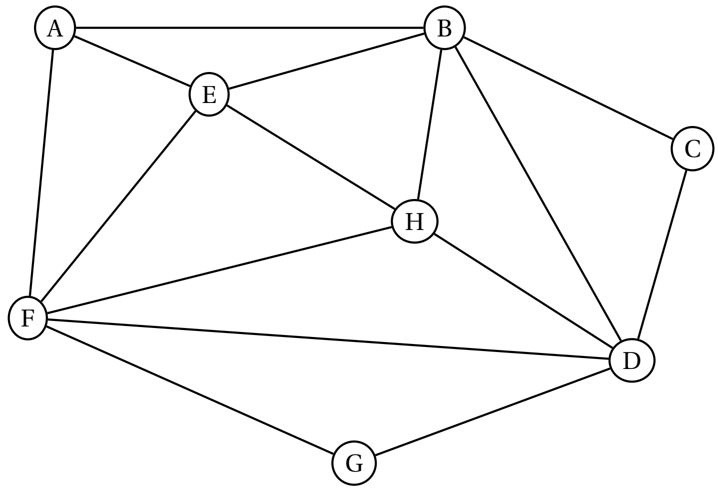
Partie B

Valentine a placé 1 900 € à la banque au 1er janvier 2014. On a donc $c_0 = 1900$.

1. Expliquer pourquoi, pour tout nombre entier naturel n, on a :
   $c_{n+1} = 1,02c_n - 25$.
2. Soit (u_n) la suite définie, pour tout nombre entier naturel n, par $u_n = c_n - 1250$.
   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.
   b. Soit n un nombre entier naturel ; exprimer u_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a : $c_n = 650 \times 1,02^n + 1250$.
3. Montrer que la suite (c_n) est croissante.
4. Déterminer, par la méthode de votre choix, le nombre d'années nécessaires pour que la valeur du capital dépasse 2 100 €.*

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

La coopérative LAFRUITIERE collecte le lait de 7 exploitations de montagne. La situation géographique est représentée par le graphe ci-dessous, noté G_L. La coopérative est située au sommet A, les autres sommets B, C, D, E, F, G et H représentent les différentes exploitations ; les arêtes représentent le réseau routier reliant ces exploitations.



Partie A

1. **a.** Le graphe G_L est-il complet ? Justifier.

   b. Le graphe G_L est-il connexe ? Justifier.

2. Est-il possible d'organiser une tournée de toutes les exploitations en partant de A et en terminant en A et en passant au moins une fois par chaque client, tout en empruntant une fois et une seule chaque route ? Justifier la réponse.

3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe G_L (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).

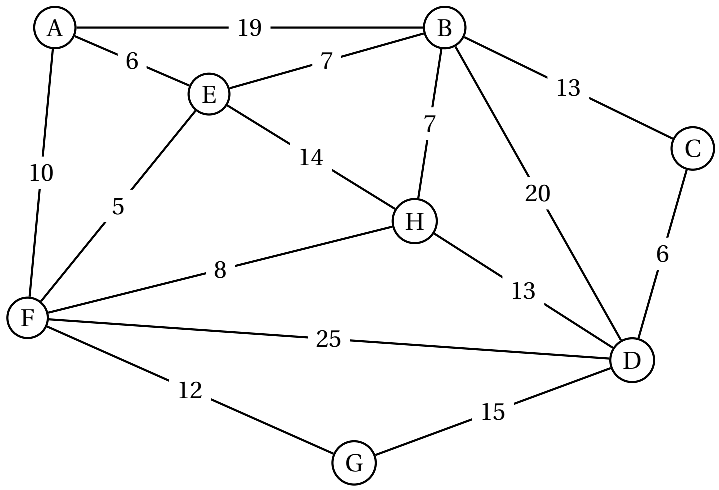
   On donne la matrice $M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 & 7 & 8 & 11 & 3 & 6 \\ 11 & 8 & 7 & 13 & 12 & 8 & 6 & 13 \\ 3 & 7 & 2 & 7 & 5 & 6 & 2 & 4 \\ 7 & 13 & 7 & 8 & 8 & 13 & 7 & 12 \\ 8 & 12 & 5 & 8 & 8 & 12 & 5 & 11 \\ 11 & 8 & 6 & 13 & 12 & 8 & 7 & 13 \\ 3 & 6 & 2 & 7 & 5 & 7 & 2 & 4 \\ 6 & 13 & 4 & 12 & 11 & 13 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

   Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant A à H.

   Indiquer ces chemins.

Partie B

Les arêtes sont pondérées par les distances entre les exploitations, exprimées en kilomètres. La coopérative doit collecter du lait provenant de l'exploitation D ; quel est le plus court parcours pour se rendre de A à D ? Justifier.



*

Exercice 3 **7 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = x + \mathrm{e}^{-x+1}.$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

1	$f(x) := x + \exp(-x+1)$
	// Interprète f // Succès lors de la compilation f
	$x \longmapsto x + \exp(-x+1)$
2	derive $(f(x))$
	$-\exp(-x+1)+1$
3	solve $(-\exp(-x+1)+1>0)$
	$[x>1]$
4	derive $(-\exp(-x+1)+1)$
	$\exp(-x+1)$

1. Étude des variations de la fonction f
   a. En s'appuyant sur les résultats ci-dessus, déterminer les variations de la fonction f puis dresser son tableau de variation.
   b. En déduire que la fonction f admet un minimum dont on précisera la valeur.
2. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

Partie B

Une entreprise fabrique des objets. Sa capacité de production est limitée, compte tenu de l'outil de production utilisé, à mille objets par semaine.

Le coût de revient est modélisé par la fonction f où x est le nombre d'objets fabriqués exprimé en centaines d'objets et $f(x)$ le coût de revient exprimé en milliers d'euros.

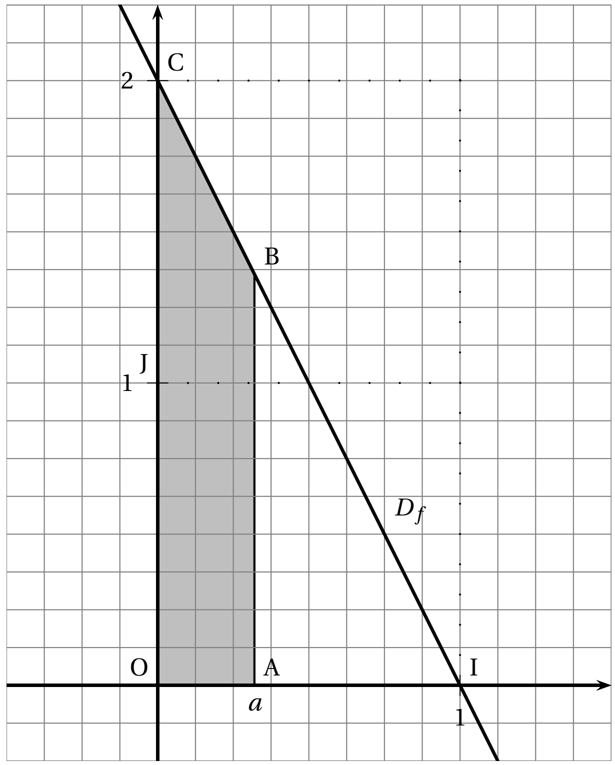
1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût de revient soit minimum ?
2. Un objet fabriqué par cette entreprise est vendu 12 €. On appelle marge brute pour x centaines d'objets, la différence entre le montant obtenu par la vente de ces objets et leur coût de revient.
   a. Justifier que le montant obtenu par la vente de x centaines d'objets est $1,2x$ milliers d'euros.
   b. Montrer que la marge brute pour x centaines d'objets, notée $g(x)$, en milliers d'euros, est donnée par : $g(x) = 0,2x - \mathrm{e}^{-x+1}$.
   c. Montrer que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
3. **a.** Montrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une unique solution α sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
   b. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 0,01.
4. En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise une marge brute positive sur la vente de ces objets.*

EXERCICE 4 **3 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,1]$ par :

$$f(x) = 2 - 2x.$$

On a tracé ci-dessous la droite D_f, représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan.
Le point C a pour coordonnées $(0\,;\,2)$.
Δ est la partie du plan intérieure au triangle OIC.
Soit a un nombre réel compris entre 0 et 1 ; on note A le point de coordonnées $(a\,;\,0)$ et B le point de D_f de coordonnées $(a\,;\,f(a))$.
Le but de cet exercice est de trouver la valeur de a, telle que le segment [AB] partage Δ en deux parties de même aire.
Déterminer la valeur exacte de a, puis une valeur approchée au centième.


C
2
B
J
1
D_f
O
A
I
a
1

*

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane
24 juin 2015

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 6x^2$ est convexe sur l'intervalle :

a. $]-\infty\,;\,+\infty[$ **b.** $[-2\,;\,+\infty[$ **c.** $]-\infty\,;\,-2]$ **d.** $[-6\,;\,+\infty[$

2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-2)\mathrm{e}^x$. L'équation $g(x) = 0$ admet sur $\mathbb{R}$:

a. aucune solution **b.** une seule solution
c. exactement deux solutions **d.** plus de deux solutions

3. On pose : $I = \displaystyle\int_0^1 -2x\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x$. La valeur de I est :

a. $1-\mathrm{e}^{-1}$ **b.** $\mathrm{e}^{-1}-1$ **c.** $-\mathrm{e}^{-1}$ **d.** e^{-1}

4. La fonction h est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = (2x+4)\ln x$.
On note h' la fonction dérivée de la fonction h.
Pour tout nombre x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $h'(x)$ est égale à :

a. $\dfrac{2}{x}$ **b.** $2\ln x + \dfrac{4}{x}$ **c.** $\dfrac{2x+4}{x}$ **d.** $2\ln x + \dfrac{2x+4}{x}$

5. Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 5 % et cela pendant 3 mois consécutifs.
Globalement, le prix de l'action a été multiplié par :

a. $1,05^3$ **b.** 1,15 **c.** $3\times 1,05$ **d.** 1,45

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.
L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.
Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.
On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Montrer que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T est 0,59.
4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.
   Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ?
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement.
   Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves pratiquant le tri sélectif parmi les 4 élèves interrogés.
   Le nombre d'élèves de l'établissement est suffisamment grand pour que l'on considère que X suit une loi binomiale.
   a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne pratique le tri sélectif.
   c. Calculer la probabilité qu'au moins deux des quatre élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

U ne municipalité vient de mettre en place le service « vélo en liberté ». Il s'agit d'un service de location de vélos à la journée.
Les vélos sont disponibles sur deux sites A et B et doivent être ramenés en fin de journée indifféremment dans l'un des deux sites.
Après une étude statistique, on considère que :

— si un vélo est loué sur le site A, la probabilité d'être ramené en A est 0,6 ;
— si un vélo est loué sur le site B, la probabilité d'être ramené en B est 0,7.

Les résultats numériques seront arrondis à 10^{-2} près.

1. En notant respectivement A et B les états « le vélo est en A » et « le vélo est en B », traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets A et B.
2. Donner M la matrice de transition de ce graphe en considérant les sommets dans l'ordre A, B.
3. Pour tout entier naturel n, on note a_n (respectivement b_n) la probabilité qu'un vélo quelconque soit, après n jours, sur le site A (respectivement sur le site B).
   On note P_n la matrice $\begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ correspondant à l'état probabiliste après n jours.
   Le premier jour, tous les vélos sont distribués également sur les deux sites. On a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$.
   a. On donne :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0,48 & 0,52 \\ 0,39 & 0,61 \end{pmatrix}.$$

   Calculer P_2 en donnant le détail des calculs matriciels.

b. Calculer P_4 et interpréter le résultat dans le contexte du problème.

c. Déterminer l'état stable du graphe, noté $\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$.

d. Tous les mois, un véhicule est affecté à la redistribution des vélos afin de rétablir au mieux la répartition initiale qui était de 70 vélos sur chaque site.

La municipalité envisage d'affecter un véhicule pouvant contenir 12vélos.

Ce choix parait-il adapté à la situation ?*

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

En 2010, un opérateur de téléphonie mobile avait un million de clients. Depuis, chaque année, l'opérateur perd 10 % de ses clients, mais regagne dans le même temps 60 000 nouveaux clients.

1. a. On donne l'algorithme ci-dessous. Expliquer ce que l'on obtient avec cet algorithme.

```
Variables :     k, NbClients
Traitement :    Affecter à k la valeur 0
                Affecter à NbClients la valeur 1 000 000
                Tant que k < 8
                   | affecter à k la valeur k + 1
                   | affecter à NbClients la valeur 0,9 × NbClients + 60000
                   | Afficher NbClients
                Fin Tant que
```

b. Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec toutes les valeurs affichées pour k de 0 jusqu'à 5.

k	0	1	2	3	4	5
NbClients						

2. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} U_0 & = & 1\,000 \\ U_{n+1} & = & 0,9U_n + 60. \end{array}\right.$$

Le terme U_n donne une estimation du nombre de clients, en millier, pour l'année $2010 + n$.

Pour étudier la suite (U_n), on considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n - 600$.

a. Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison 0,9.

b. Déterminer l'expression de V_n en fonction de n.

c. Montrer que pour tout entier naturel n, on a $U_n = 400 \times 0,9^n + 600$.

d. Montrer que la suite (U_n) est décroissante. Interpréter le résultat dans le contexte de ce problème.

3. À la suite d'une campagne publicitaire conduite en 2013, l'opérateur de téléphonie observe une modification du comportement de ses clients.

Chaque année à compter de l'année 2014, l'opérateur ne perd plus que 8 % de ses clients et regagne 100 000 nouveaux clients.

On admet que le nombre de clients comptabilisés en 2014 était égal à 860 000.

En supposant que cette nouvelle évolution se poursuive durant quelques années, déterminer le nombre d'années nécessaire pour que l'opérateur retrouve au moins un million de clients.*

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties sont indépendantes

Une machine permet le conditionnement d'un jus de fruit dans des bouteilles.
La quantité de jus injecté dans une bouteille par la machine, exprimée en ml (millilitre), est modélisée avec une variable aléatoire réelle X.
On admet que celle-ci suit une loi normale de moyenne $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

Partie A

On prélève une bouteille au hasard en fin de chaîne de remplissage.

1. Déterminer $P(X \leqslant 496)$. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.
2. Déterminer la probabilité que la bouteille ait un contenu compris entre 497 et 500 millilitres. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.
3. Comment choisir la valeur de α afin que $P(500 - \alpha \leqslant X \leqslant 500 + \alpha)$ soit approximativement égale à 0,95 à 10^{-2} près.

Partie B

Une association de consommateurs a testé un lot de 200 bouteilles issues de cette chaine de production. Il a été constaté que 15 bouteilles contiennent moins de 500 ml de jus de fruit contrairement à ce qui est annoncé sur l'étiquetage.
L'entreprise qui assure le conditionnement de ce jus de fruit affirme que 97 % des bouteilles produites contiennent au moins 500 millilitres de jus de fruit.
Le test réalisé par l'association remet-il en cause l'affirmation de l'entreprise ?*

∾ Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion ∾
24 juin 2015

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Le service marketing d'un magasin de téléphonie a procédé à une étude du comportement de sa clientèle. Il a ainsi observé que celle-ci est composée de 42 % de femmes, 35 % des femmes qui entrent dans le magasin y effectuent un achat, alors que cette proportion est de 55 % pour les hommes.
Une personne entre dans le magasin. On note :

- F l'évènement : « La personne est une femme » ;
- R l'évènement : « La personne repart sans rien acheter » ;

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ son évènement contraire et $p(A)$ sa probabilité.
Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième.
Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

PARTIE A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que la personne qui est entrée dans le magasin soit une femme et qu'elle reparte sans rien acheter.
3. Montrer que $p(R) = 0,534$.

PARTIE B

Un client du magasin s'inquiète de la durée de vie du téléphone de type T_1 qu'il vient de s'offrir.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque téléphone mobile de type T_1 prélevé au hasard dans la production, associe sa durée de vie, en mois.
On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 48$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. Justifier que la probabilité que le téléphone de type T_1 prélevé fonctionne plus de 3 ans, c'est-à-dire 36 mois, est d'environ $0,885$.
2. On sait que le téléphone de type T_1 prélevé a fonctionné plus de 3 ans. Quelle est la probabilité qu'il fonctionne moins de 5 ans ?

PARTIE C

Le gérant du magasin émet l'hypothèse que 30 % des personnes venant au magasin achètent uniquement des accessoires (housse, chargeur, ...).
Afin de vérifier son hypothèse, le service marketing complète son étude.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de personnes ayant uniquement acheté des accessoires dans un échantillon de taille 1 500.
2. Le service marketing interroge un échantillon de 1 500 personnes. L'étude indique que 430 personnes ont acheté uniquement des accessoires. Doit-on rejeter au seuil de 5 % l'hypothèse formulée par le gérant ?*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Le fonctionnement de certaines centrales géothermiques repose sur l'utilisation de la chaleur du sous-sol. Pour pouvoir exploiter cette chaleur naturelle, il est nécessaire de creuse plusieurs puits suffisamment profonds.

Lors de la construction d'une telle centrale, on modélise le tarif pour le forage du premier puits par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul, par :

$$u_n = 2\,000 \times 1,008^{n-1}$$

où u_n représente le coût en euros du forage de la n-ième dizaine de mètres.

On a ainsi $u_1 = 2\,000$ et $u_2 = 2\,016$, c'est-à-dire que le forage des dix premiers mètres coûte 2 000 euros, et celui des dix mètres suivants coûte 2 016 euros.

Dans tout l'exercice, arrondir les résultats obtenus au centième.

1. Calculer u_3 puis le coût total de forage des 30 premiers mètres.

2. Pour tout entier naturel n non nul :

a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et préciser la nature de la suite (u_n).

b. En déduire le pourcentage d'augmentation du coût du forage de la $(n+1)$-ième dizaine de mètres par rapport à celui de la n-ième dizaine de mètres.

3. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
INITIALISATION
u prend la valeur 2 000
S prend la valeur 2 000
TRAITEMENT
Saisir n
Pour i allant de 2 à n
        u prend la valeur u × 1,008
        S prend la valeur S + u
Fin Pour
SORTIE
Afficher S
```

La valeur de n saisie est 5.

a. Faire fonctionner l'algorithme précédent pour cette valeur de n.

Résumer les résultats obtenus à chaque étape dans le tableau ci-dessous (à recopier sur la copie et à compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire).

Valeur de i		2	
Valeur de u	2 000		
Valeur de S	2 000		

b. Quelle est la valeur de S affichée en sortie ? Interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.

4. On note $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ la somme des n premiers termes de la suite (u_n), n étant un entier naturel non nul. On admet que :

$$S_n = -250\,000 + 250\,000 \times 1,008^n.$$

Le budget consenti pour le forage du premier puits est de 125 000 euros, On souhaite déterminer la profondeur maximale du puits que l'on peut espérer avec ce budget.

a. Calculer la profondeur maximale par la méthode de votre choix (utilisation de la calculatrice, résolution d'une inéquation ...).

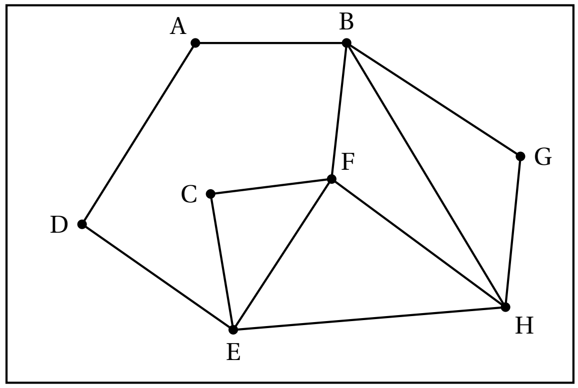
b. Modifier l'algorithme précédent afin qu'il permette de répondre au problème posé.*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

PARTIE A

On considère le graphe $\mathscr{G}$ ci-dessous :



1. Déterminer en justifiant si ce graphe :
   a. est connexe ;
   b. admet une chaîne eulérienne.
2. On note M la matrice d'adjacence associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique. On donne :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 3 & 2 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 5 & 9 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 6 & 6 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 5 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 6 & 5 & 4 & 8 & 3 & 9 \\ 2 & 9 & 6 & 3 & 8 & 6 & 3 & 9 \\ 1 & 6 & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 6 \\ 3 & 8 & 3 & 2 & 9 & 9 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

   Donner, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à B.

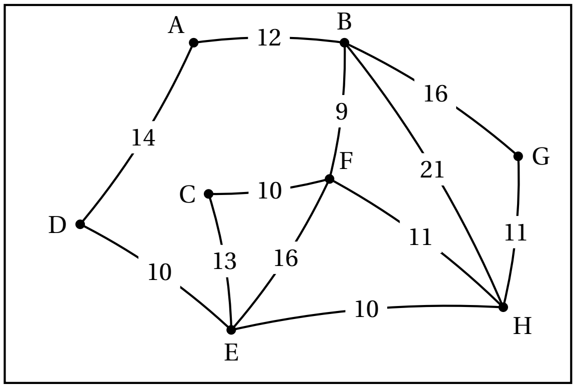
PARTIE B

Un club alpin souhaite proposer à ses membres des randonnées de plusieurs jours dans les Alpes. À cet effet, huit refuges notés A, B, C, D, E, F, G et H ont été sélectionnés.

Le graphe $\mathscr{G}$ de la partie A permet de visualiser les différents itinéraires possibles, les sommets représentant les refuges et les arêtes schématisant tous les sentiers de randonnée balisés les reliant.

1. D'après l'étude effectuée dans la partie A, le club alpin est-il en mesure de proposer :
   a. un itinéraire au départ du refuge A qui passerait par tous les refuges en empruntant une fois et une seule fois chacun des sentiers ? Si oui, proposer un tel itinéraire ;
   b. des itinéraires de trois jours (un jour correspondant à une liaison entre deux refuges) reliant le refuge E au refuge B ? Si oui, combien peut-il en proposer ?

2. Le graphe $\mathscr{G}$ est complété ci-dessous par la longueur en kilomètres de chacun des sentiers.



Le club alpin désire aussi proposer à ses membres l'itinéraire le plus court reliant A à H.

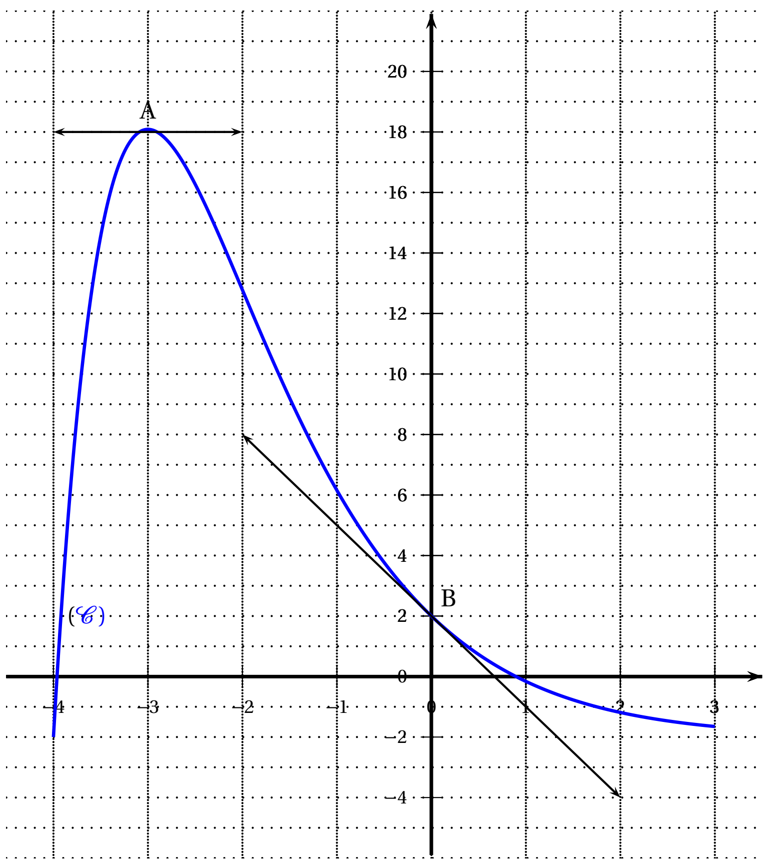
Déterminer cet itinéraire et en préciser la longueur en kilomètres.*

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous représente dans un repère orthogonal une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4~;~3]$. Les points A d'abscisse -3 et B$(0~;~2)$ sont sur la courbe $(\mathscr{C})$.

Sont aussi représentées sur ce graphique les tangentes à la courbe $(\mathscr{C})$ respectivement aux points A et B, la tangente au point A étant horizontale. On note f' la fonction dérivée de f.



Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

1. Par lecture graphique, déterminer :

  a. $f'(-3)$;

  b. $f(0)$ et $f'(0)$.

2. La fonction f est définie sur $[-4\ ;\ 3]$ par

$$f(x) = a + (x+b)\mathrm{e}^{-x}$$

où a et b sont deux réels que l'on va déterminer dans cette partie.

  a. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de $[-4\ ;\ 3]$.

  b. À l'aide des questions 1. b. et 2. a., montrer que les nombres a et b vérifient le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} a+b &=& 2\\ 1-b &=& -3\end{array}\right.$$

  c. Déterminer alors les valeurs des nombres a et b.

PARTIE B

On admet que la fonction f est définie sur $[-4\ ;\ 3]$ par

$$f(x) = -2 + (x+4)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Justifier que, pour tout réel x de $[-4\ ;\ 3]$, $f'(x) = (-x-3)\mathrm{e}^{-x}$ et en déduire le tableau de variation de f sur $[-4\ ;\ 3]$.

2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[-3\ ;\ 3]$, puis donner une valeur approchée de α à 0,01 près par défaut.

3. On souhaite calculer l'aire S, en unité d'aire, du domaine délimité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -3$ et $x = 0$.

  a. Exprimer, en justifiant, cette aire à l'aide d'une intégrale.

  b. Un logiciel de calcul formel dorme les résultats ci-dessous :

1	$F(x) := -2x + (-x-5) * \exp(-x)$
	//Interprète F
	// Succès lors de la compilation F
	$x \mapsto -2*x+(-x-5)*\exp(-x)$
2	derive $(F(x))$
	$-\exp(-x)-\exp(-x)*(-x-5)-2$
3	simplifier$(-\exp(-x)-\exp(-x)*(-x-5)-2)$
	$x*\exp(-x)+4*\exp(-x)-2$

  À l'aide de ces résultats, calculer la valeur exacte de l'aire S puis sa valeur arrondie au centième.*

EXERCICE 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 3x - 3x\ln(x).$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé et T la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Quelle est la position relative de $\mathcal{C}_f$ par rapport à T ?*

Baccalauréat ES Polynésie 9 septembre 2015

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Partie A

À une roue de loterie dans une fête foraine, la probabilité annoncée de gagner une partie est égale à $0,12$. Un joueur a la possibilité de jouer plusieurs parties.

1. Un joueur achète un carnet de tickets permettant de faire quatre parties. La valeur la plus approchée de la probabilité que le joueur gagne une seule fois sur les quatre parties est :

   a. 0,327 1 **b.** 0,000 2 **c.** 0,482 4 **d.** 0,121 5

2. Après avoir gagné une partie, le joueur a la possibilité d'emporter son lot ou de le remettre en jeu. La probabilité qu'un joueur emporte son lot sachant qu'il a gagné est 0,8. La valeur la plus approchée de la probabilité qu'il parte avec son lot après une seule partie est :

   a. 0,024 **b.** 0,12 **c.** 0,096 **d.** 0,8

   On modélise le nombre de parties jouées par jour à cette loterie par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 150$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

3. Une valeur approchée à 10^{-3} près de $P(140 < X < 160)$ est :

   a. 0,954 **b.** 0,683 **c.** 0,997 **d.** 0,841

Partie B

4. la fonction f', dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+1)\text{e}^{-x}$, a pour expression :

   a. $(-x-1)\text{e}^{-x}$ **b.** $(-2x-3)\text{e}^{-x}$ **c.** $(2x+3)\text{e}^{-x}$ **d.** $(-2x+1)\text{e}^{-x}$

5. Soit un nombre réel strictement positif a. Parmi ces suites d'inégalités quelle est l'inégalité correcte ?

   a. $a < \ln a < \text{e}^a$ **b.** $\text{e}^a < a < \ln a$ **c.** $\ln a < \text{e}^a < a$ **d.** $\ln a < a < \text{e}^a$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans un plan de lutte contre la pollution urbaine, une municipalité a décidé de réduire l'utilisation des automobiles en ville en instaurant une taxe pour les automobiles circulant dans une zone du centre ville appelée ZTL (Zone à Trafic Limité) et de développer un réseau de navettes.

Partie A

L'objectif affiché par la municipalité est de réduire de moitié la présence des automobiles dans la zone ZTL, dans les deux ans à venir.
Initialement, 40 % des automobiles circulant dans la ville, circulaient dans cette zone ZTL. Suite à l'instauration de la taxe, l'évolution du trafic dans la ville a été suivie mois après mois.
L'étude a révélé que, parmi les automobiles circulant dans la ville :

* 3 % des automobiles circulant dans la zone ZTL n'y circulaient plus le mois suivant.
* 0,2 % des automobiles qui ne circulaient pas dans la zone ZTL ont été amenés à y circuler le mois suivant.

On note Z l'état : « l'automobile a circulé dans la zone ZTL au cours du mois »et $\overline{Z}$ l'état : « l'automobile n'a pas circulé dans la zone ZTL au cours du mois ».
Pour tout entier naturel n, on note :

* a_n la proportion d'automobiles circulant dans la zone ZTL au cours du n-ième mois ;
* b_n la proportion d'automobiles ne circulant pas dans la zone ZTL au cours du n-ième mois ;
* $P_n = (a_n\ b_n)$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste après n mois.

On a : $a_n + b_n; = 1$ et $P_0 = \begin{pmatrix}0,4 & 0,6\end{pmatrix}$.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets Z et $\overline{Z}$.

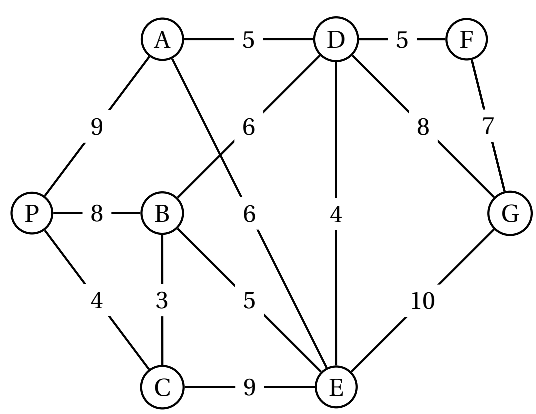
2. **a.** Donner la matrice de transition M associée à ce graphe (la première colonne concerne Z et la deuxième concerne $\overline{Z}$).

b. Vérifier que $P_1 = \begin{pmatrix}0,3892 & 0,6108\end{pmatrix}$.

3. L'objectif affiché par la municipalité sera-t-il atteint ?

Partie B

Un réseau de navettes gratuites est mis en place entre des parkings situés aux abords de la ville et les principaux sites de la ville.
Le graphe ci-contre indique les voies et les temps des liaisons, en minutes, entre ces différents sites.



1. Peut-on envisager un itinéraire qui relierait le parking P à la gare G en desservant une et une seule fois tous les sites ?

2. Peut-on envisager un itinéraire qui emprunterait une et une seule fois toutes les voies ?

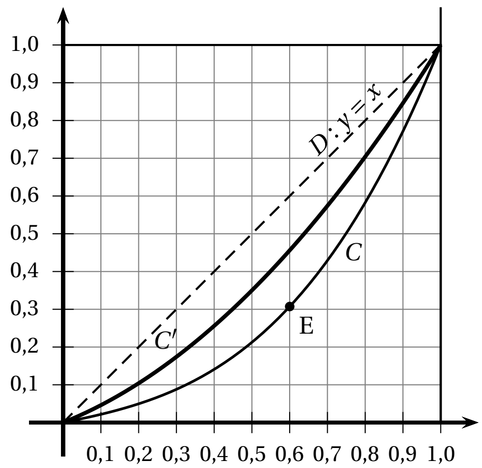
3. Déterminer un trajet de durée minimale pour se rendre du parking P à la gare G.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Étude de la répartition des salaires dans deux entreprises

Un cabinet d'audit a été chargé d'étudier la répartition des salaires dans deux filiales d'une entreprise, appelées A et B. Pour l'étude, les salaires sont classés par ordre croissant.

Le cabinet d'audit a modélisé la répartition de salaires par la fonction u pour la filiale A et par la fonction v pour la filiale B.
Les fonctions u et v sont définies sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par :
$u(x) = 0,6x^2 + 0,4x$ et
$v(x) = 0,7x^3 + 0,1x^2 + 0,2x$.
On a tracé ci-contre les courbes représentatives C et C' des fonctions u et v.



1. Déterminer la courbe représentative de la fonction u en justifiant la réponse.

2. Lorsque x représente un pourcentage de salariés, $u(x)$ et $v(x)$ représentent le pourcentage de la masse salariale que se partagent ces salariés dans leurs filiales respectives.

Exemple : pour la courbe C, le point E(0,60 ; 0,3072) signifie que 60 % des salariés ayant les plus bas salaires se partagent 30,72 % de la masse salariale.

- **a.** Calculer le pourcentage de la masse salariale que se répartissent les 50 % des salariés de la filiale A ayant les plus bas salaires.
- **b.** Pour les 50 % des salariés ayant les plus bas salaires, laquelle des filiales, A ou B, distribue la plus grande part de la masse salariale ?
- **c.** Quelle filiale parait avoir une distribution des salaires la plus inégalitaire ?

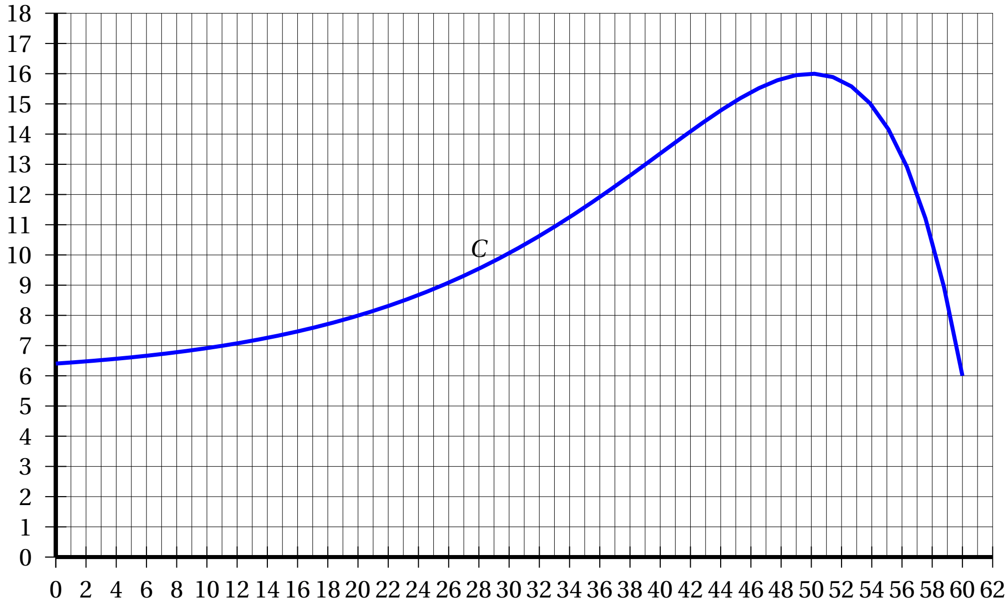
3. Pour mesurer ces inégalités de salaires, on définit le coefficient de Gini associé à une fonction f modélisant la répartition des salaires, rangés en ordre croissant, par la formule :

$$c_f = 2\left(\frac{1}{2} - \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x\right).$$

- **a.** Montrer que $c_u = 0,2$.
- **b.** En observant que $\dfrac{c_v}{2} = \displaystyle\int_0^1 x\,\mathrm{d}x - \int_0^1 v(x)\,\mathrm{d}x$, donner une interprétation graphique de $\dfrac{c_v}{2}$ en termes d' aires.
- **c.** En déduire que c_v est compris entre 0 et 1.
- **d.** Justifier l'inégalité $c_u \leqslant c_v$.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère une fonction P définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,60]$.
On donne, ci-dessous, la courbe représentative C de la fonction P.



Partie A

À partir d'une lecture graphique répondre aux questions qui suivent :

1. En argumentant la réponse, donner le signe de $P'(54)$, où P' est la fonction dérivée de P.
2. Donner un intervalle sur lequel la fonction P est convexe.
3. Donner, à l'unité près, les solutions de l'équation $P(x) = 10$.
4. On note A le nombre $\displaystyle\int_0^{10} P(x)\,\mathrm{d}x$; choisir l'encadrement qui convient pour A.

   $0 < A < 60$ $\quad$ $60 < A < 70$ $\quad$ $6 < A < 7$ $\quad$ $10 < A < 11$

Partie B

La fonction P est définie sur l'intervalle $[0\,;60]$ par :

$$P(x) = 6 + (60 - x)\mathrm{e}^{0,1x-5}.$$

À l'aide d'un logiciel de calcul formel on a obtenu les résultats suivants :

Actions	**Résultats**
definir(P(x)=6+(60-x)*exp(0,1*x-5))	x ↦ 6+(60-x)*exp(0.1*x-5)
deriver(P(x),x)	(-0.1*x+5)exp(0.1*x-5)
deriver(deriver(P(x),x),x)	(-0.01*x+0.4)*exp(0.1*x-5)

1. **a.** Étudier le signe de $P'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;60]$ où P' est la fonction dérivée de P.

   b. En déduire les variations de la fonction P sur l'intervalle $[0\,;60]$ et vérifier que la fonction P admet, sur cet intervalle, un maximum valant 16.
2. Montrer que l'équation $P(x) = 10$ a une solution unique x_0 sur l'intervalle $[0\,;40]$.

   Donner une valeur approchée de x_0 à 0,1 près.
3. En exploitant un des résultats donnés par le logiciel de calcul formel, étudier la convexité de la fonction P.

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2015

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. Soit la fonction f définie sur $[1\,;\,100]$ par $f(x) = 200\ln x + 10x$, $f'(x)$ désigne la fonction dérivée de f. On a :

a. $f'(x) = 200 + \dfrac{1}{x}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{200}{x} + 10$ **c.** $f'(x) = 200 + 10x$ **d.** $f'(x) = \dfrac{200}{x} + 10x$

2. On note L une primitive sur $]0\,;\,+\infty[$ de la fonction ln. Cette fonction L est :

a. croissante puis décroissante

b. décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$

c. croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

d. décroissante puis croissante

3. La fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = x - \ln x$ est :

a. convexe sur $]0\,;\,+\infty[$

b. concave sur $]0\,;\,+\infty[$

c. ni convexe ni concave sur $]0\,;\,+\infty[$

d. change de convexité sur $]0\,;\,+\infty[$

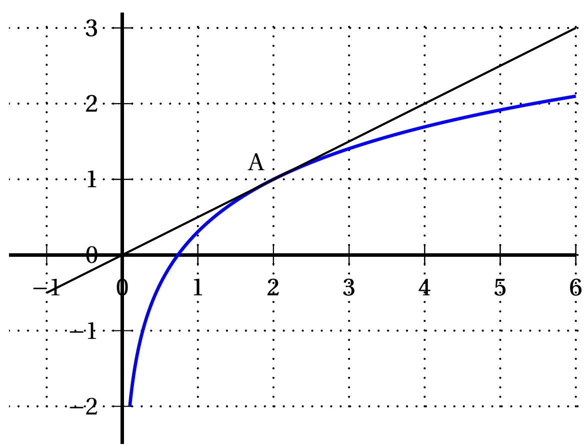
4. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction h définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ ainsi que sa tangente au point A d'abscisse 2. Par lecture graphique, on peut conjecturer que :

a. $h'(2) = 2$

b. $h'(2) = \dfrac{1}{2}$

c. $h'(2) = 0$

d. $h'(2) = 1$



5. La variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance $\mu = 0$ et d'écart type σ inconnu mais on sait que $P(-10 < X < 10) = 0{,}8$. On peut en déduire :

a. $P(X < 10) = 0{,}1$

b. $P(X < 10) = 0{,}2$

c. $P(X < 10) = 0,5$

d. $P(X < 10) = 0,9$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Un supermarché dispose d'un stock de pommes. On sait que 40 % des pommes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B.
Il a été constaté que 85 % des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisables. La proportion de pommes commercialisables est de 95 % pour le fournisseur B.
Le responsable des achats prend au hasard une pomme dans le stock. On considère les évènements suivants :
A : « La pomme provient du fournisseur A ».
B : « La pomme provient du fournisseur B ».
C : « La pomme est commercialisable ».

PARTIE A

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Montrer que la probabilité que la pomme ne soit pas commercialisable est 0,09.
3. La pomme choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois plus de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. A-t-il raison ?

Pour les parties B et C, on admet que la proportion de pommes non commercialisables est 0,09 et, quand nécessaire, on arrondira les résultats au millième.

PARTIE B

On prend au hasard 15 pommes dans le stock. Le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

1. Quelle est la probabilité que les 15 pommes soient toutes commercialisables ?
2. Quelle est la probabilité qu'au moins 14 pommes soient commercialisables ?

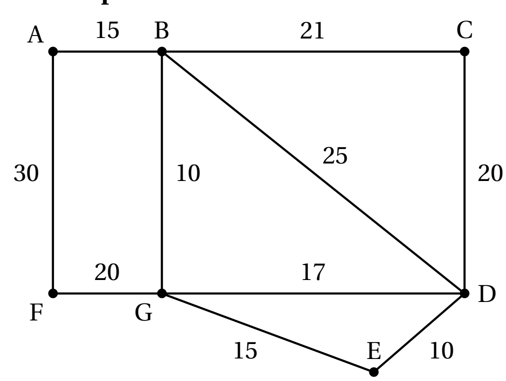
PARTIE C

Le responsable des achats prélève dans le stock un échantillon de 200 pommes. Il s'aperçoit que 22 pommes sont non commercialisables.
Est-ce conforme à ce qu'il pouvait attendre ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un cycliste désire visiter plusieurs villages notés A, B, C, D, E, F et G reliés entre eux par un réseau de pistes cyclables.
Le graphe ci-contre schématise son plan ; les arêtes représentent les pistes cyclables et les distances sont en kilomètre.



Partie A

Pour faire son parcours, le cycliste décide qu'il procèdera selon l'algorithme ci-dessous :

ligne 1	Marquer sur le plan tous les villages comme non « visités »
ligne 2	Choisir un village de départ
ligne 3	Visiter le village et le marquer « visité »
ligne 4	Rouler vers le village le plus proche
ligne 5	Tant que le village où il arrive n'est pas un village déjà visité
ligne 6 ligne 7	|visiter le village et le marquer « visité » |rouler vers le village le plus proche sans revenir en arrière
ligne 8	Fin Tant que
ligne 9	afficher la liste des villages visités

1. Quelle propriété du graphe permet à la ligne 4 d'être toujours exécutable ?
2. En partant du village noté G, quelle sera la liste des villages visités ?
3. Existe-t-il un village de départ qui permette, en suivant cet algorithme, de visiter tous les villages ?
4. Le cycliste abandonne l'idée de suivre l'algorithme. Il souhaite maintenant, partant d'un village, y revenir après avoir emprunté toutes les pistes cyclables une et une seule fois. Cela sera-t-il possible ?

Partie B

1. Écrire la matrice M de transition de ce graphe (dans l'ordre $A, B, C, \ldots, G$).
2. On donne la matrice M^4 :

$$M^4 = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccccc} A & B & C & D & E & F & G \end{array} \\ \begin{array}{c} A\\ B\\ C\\ D\\ E\\ F\\ G \end{array} & \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 & 11 & 4 & 1 & 16 \\ 5 & 30 & 12 & 23 & 18 & 16 & 16 \\ 9 & 12 & 12 & 14 & 9 & 4 & 18 \\ 11 & 23 & 14 & 28 & 14 & 11 & 23 \\ 4 & 18 & 9 & 14 & 12 & 9 & 12 \\ 1 & 16 & 4 & 11 & 9 & 10 & 5 \\ 16 & 16 & 18 & 23 & 12 & 5 & 30 \end{pmatrix} \end{array}$$

   Interpréter le terme en gras, ligne A, colonne F (valant 1) dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un couple fait un placement au taux annuel de 2 % dont les intérêts sont capitalisés tous les ans. Son objectif est de constituer un capital de 18 000 euros.

Le couple a placé le montant de 1 000 euros à l'ouverture le 1er janvier 2010 puis, tous les ans à chaque 1er janvier, verse 2 400 euros.

1. Déterminer le capital présent sur le compte le 1er janvier 2011 après le versement annuel.
2. On veut déterminer la somme présente sur le compte après un certain nombre d'années.

   On donne ci-dessous trois algorithmes :

```
Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
    | Affecter 1,02 × U + 2400 à U
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement
```

algorithme 1

```
Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Pour i de 1 à N faire
    | Affecter 1 000 à U
    | Affecter 1,02 × U + 2400 à U
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement
```

algorithme 2

```
Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
    | Affecter 1,02 × U + 2400 à U
    | Affecter N + 1 à N
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement
```

algorithme 3

a. Pour la valeur 5 de N saisie dans l'algorithme 1, recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous (arrondir les valeurs calculées au centième).

valeur de i	xxx	1	...
valeur de U	1 000		...

b. Pour la valeur 5 de N saisie, quel affichage obtient-on en sortie de cet algorithme ?

Comment s'interprète cet affichage ?

c. En quoi les algorithmes 2 et 3 ne fournissent pas la réponse attendue ?

3. À partir de la naissance de son premier enfant en 2016, le couple décide de ne pas effectuer le versement du premier janvier 2017 et de cesser les versements annuels tout en laissant le capital sur ce compte rémunéré à 2 %.

Au premier janvier de quelle année l'objectif de 18 000 euros est-il atteint ?

EXERCICE 4 — 6 points

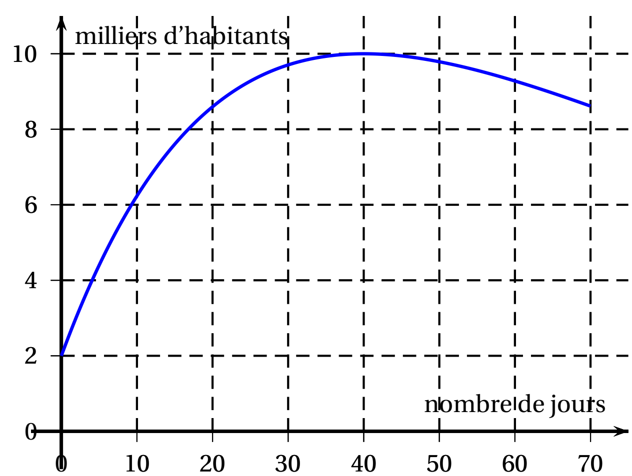
Commun à tous les candidats

L'évolution de la population d'une station balnéaire pour l'été 2015 a été modélisée par une fonction f, définie sur l'intervalle $[0 ; 70]$, dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.

Lorsque x est le nombre de jours écoulés après le 1er juillet, $f(x)$ désigne la population en milliers d'habitants.

Ainsi $x = 30$ correspond au 31 juillet et $f(30)$ représente la population qu'il est prévu d'accueillir le 31 juillet.

On estime qu'un habitant utilisera chaque jour entre 45 et 55 litres d'eau par jour.



Partie A *Dans cette partie, les réponses sont à fournir par lecture graphique*

1. **a.** Estimer le nombre maximal d'habitants présents dans la station balnéaire selon ce modèle durant l'été 2015 et préciser à quelle date ce maximum serait atteint.

   b. La commune est en capacité de fournir 600 000 litres d'eau par jour, est-ce suffisant ?

2. Estimer le nombre de jours durant lesquels le nombre d'habitants de la station balnéaire devrait rester supérieur à 80 % du nombre maximal prévu.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,70]$ par

$$f(x) = 2 + 0,2x\mathrm{e}^{-0,025x+1}.$$

1. Calculer $f(9)$ puis vérifier que la consommation d'eau le 10 juillet serait, selon ce modèle, au plus de 324 890 litres.

2. **a.** Démontrer que $f'(x) = (0,2 - 0,005x)\mathrm{e}^{-0,025x+1}$ où f' est la fonction dérivée de f.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,70]$.

   c. En déduire la date de la consommation d'eau maximale.

Partie C

On note g la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,70]$ par

$$g(x) = 55f(x) = 110 + 11x\mathrm{e}^{-0,025x+1}.$$

Lorsque x est le nombre de jours écoulés après le 1er juillet, $g(x)$ représente alors la consommation maximale d'eau prévue ce jour là et exprimée en m^3.
Soit la fonction G définie sur l'intervalle $[0\,;\,70]$ par

$$G(x) = 110x - (440x + 17600)\mathrm{e}^{-0,025x+1}.$$

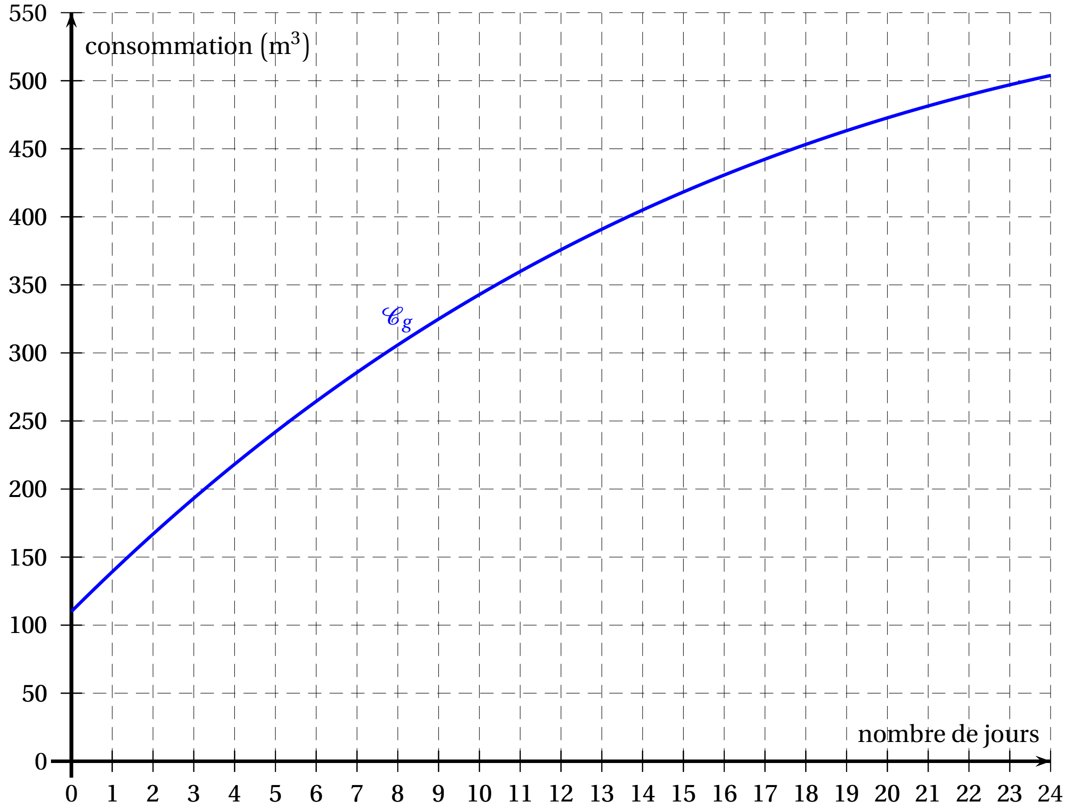
On admet que la fonction G est une primitive de la fonction g.
La somme $S = g(10) + g(11) + g(12) + \cdots + g(20)$ représente la consommation maximale d'eau du 10e au 20e jour exprimée en m^3.

1. En l'illustrant sur la courbe $\mathscr{C}_g$ de l'**annexe** à rendre avec la copie, donner une interprétation graphique en termes d'aires de la somme S.

2. En déduire une valeur approximative de cette quantité d'eau consommée du 10e au 20e jour.

ANNEXE

Annexe à l'exercice 4 à rendre avec la copie



∽ Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion ∾ 11 septembre 2015

EXERCICE 1 **7 points**

Commun à tous les candidats

Lors d'une opération promotionnelle, un magasin d'électroménager propose deux modèles de téléviseurs : un modèle A et un modèle B.
On s'intéresse aux acheteurs qui profitent de cette promotion.
70 % des acheteurs choisissent un téléviseur de modèle A.
Pour ces deux téléviseurs, le magasin propose une extension de garantie de 5 ans.
40 % des acheteurs du téléviseur de modèle A choisissent l'extension de garantie et 50 % des acheteurs du téléviseur de modèle B choisissent cette extension.
On interroge au hasard un acheteur à la sortie du magasin.
Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième. Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.
On note :
A l'évènement « Un acheteur choisit le téléviseur de modèle A » ;
B l'évènement « Un acheteur choisit le téléviseur de modèle B » ;
E l'évènement « Un acheteur choisit l'extension de garantie »,

On note $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'un acheteur choisisse le modèle A avec l'extension de garantie.
3. Montrer que $p(E) = 0,43$.
4. Un acheteur n'a pas pris l'extension de garantie, calculer la probabilité qu'il ait acheté le modèle A.

Partie B

Le directeur du magasin souhaite estimer, parmi tous ses clients, le pourcentage de personnes qui trouvent l'opération promotionnelle intéressante.
Pour cela, il interroge au hasard 210 clients et note que 123 la trouvent intéressante.
Donner un intervalle de confiance au seuil de 95 % pour la proportion de clients qui trouvent l'opération promotionnelle intéressante.

Partie C

Pour sa prochaine promotion, le directeur s'intéresse à l'âge de ses clients. On modélise l'âge des clients en années par une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 40$ et d'écart-type $\sigma = 8$.

1. Calculer la probabilité qu'un client ait plus de 60 ans.
2. Calculer la probabilité qu'un client ait un âge compris entre 30 et 50 ans.

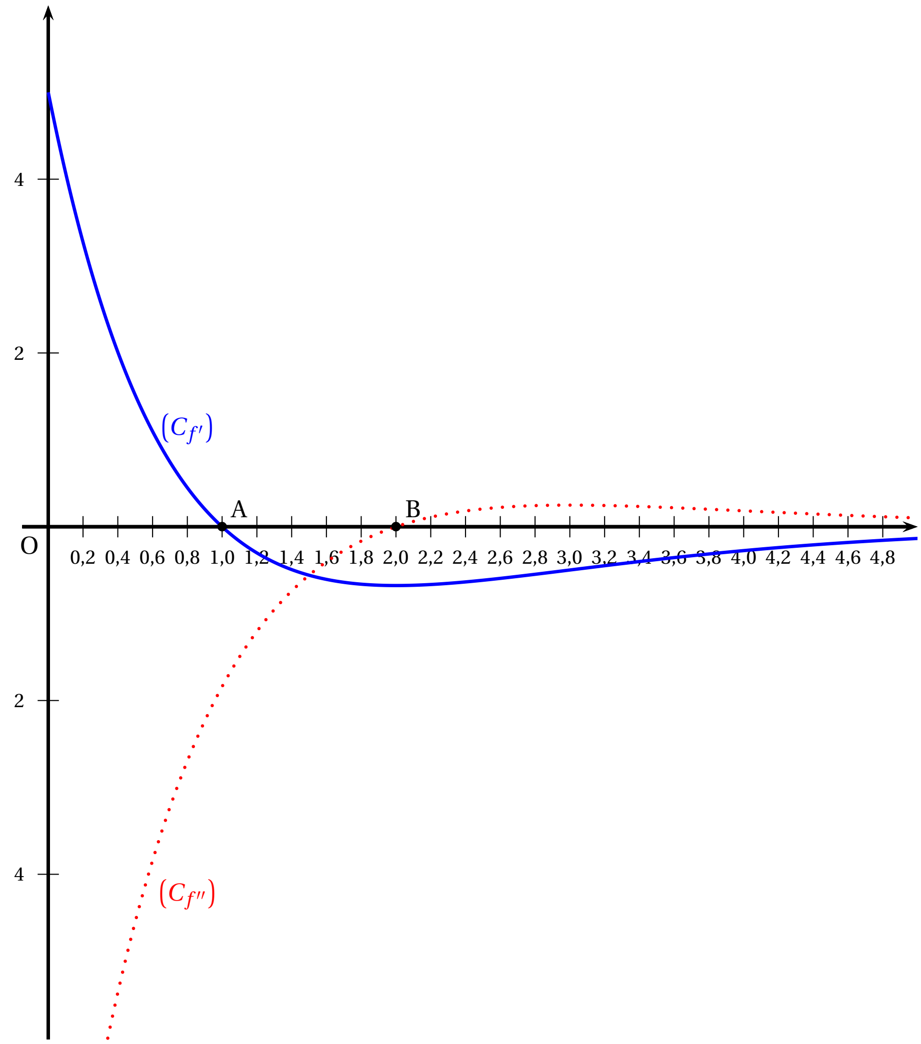
EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

Partie A - À l'aide d'un graphique

On a représenté ci-dessous la courbe $\left(C_{f'}\right)$ de la fonction dérivée f' ainsi que la courbe $\left(C_{f''}\right)$ de la fonction dérivée seconde f'' sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.
Le point A de coordonnées $(1\,;\,0)$ appartient à $\left(C_{f'}\right)$ et le point B de coordonnées $(2\,;\,0)$ appartient à la courbe $\left(C_{f''}\right)$.



1. Déterminer le sens de variation de la fonction f. Justifier.
2. Déterminer sur quel(s) intervalle(s), la fonction f est convexe. Justifier.
3. La courbe de f admet-elle des points d'inflexion ? Justifier. Si oui, préciser leur(s) abscisse(s).

Partie B - Étude de la fonction

La fonction f est définie sur $[0\,;\,5]$ par

$$f(x) = 5x\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Justifier que la fonction f est positive sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.
2. Montrer que la fonction F définie sur $[0\,;\,5]$ par $F(x) = (-5x - 5)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f sur $[0\,;\,5]$.

3. Déterminer alors la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par la courbe de f, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité, candidats de L

Dans une ville, un opéra décide de proposer à partir de 2014 un abonnement annuel pour ses spectacles.
L'évolution du nombre d'abonnés d'une année à la suivante est modélisée par le directeur de l'opéra qui prévoit que 75 % des personnes abonnées renouvelleront leur abonnement l'année suivante et qu'il y aura chaque année 300 nouveaux abonnés.
Ainsi, pour tout entier naturel n, u_n modélise le nombre d'abonnés pour l'année $(2014+n)$.
Pour l'année 2014, il y a 500 abonnés, autrement dit $u_0 = 500$.

1. Calculer u_1 et u_2. Arrondir à l'entier.

2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,75u_n + 300$.

3. On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 1\,200$.

  a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,75 et préciser v_0.

  b. En déduire alors que pour tout entier naturel n, $u_n = -700 \times 0,75^n + 1\,200$.

  c. Calculer u_{10} (arrondir à l'entier). Donner une interprétation concrète de la valeur trouvée.

4. On souhaite écrire un algorithme qui permette d'afficher l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnements sera supérieur à 1 190.

On propose trois algorithmes :

Algorithme 1
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que $U \leqslant 1\,190$
    Affecter à n la valeur $n+1$
    Affecter à U la valeur
    $-700 \times 0,75^n + 1\,200$
Fin Tant que
Affecter à n la valeur $n + 2\,014$
Afficher n

Algorithme 2
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que $U \leqslant 1\,190$
    Affecter à U la valeur
    $-700 \times 0,75^n + 1\,200$
    Affecter à n la valeur $n+1$
Fin Tant que
Affecter à n la valeur $n + 2\,014$
Afficher n

Algorithme 3
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que $U \leqslant 1\,190$
    Affecter à n la valeur $n+1$
    Affecter à U la valeur
    $-700 \times 0,75^n + 1\,200$
    Affecter à n la valeur $n + 2\,014$
Fin Tant que
Afficher n

Parmi ces trois algorithmes, déterminer lequel convient pour répondre au problème posé et expliquer pourquoi les deux autres ne conviennent pas.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une société d'assurance, les clients peuvent choisir de payer leur cotisation chaque mois (paiement mensuel) ou en une fois (paiement annuel).
On constate que 30 % de ceux qui paient en une fois choisissent le paiement mensuel l'année suivante, alors que 85 % de ceux qui paient chaque mois conservent ce mode de paiement l'année suivante.
En 2014, 60 % des clients paient en une fois et 40 % paient mensuellement.

Dans toute la suite de l'exercice, n désigne un nombre entier naturel.
On note :

- a_n la probabilité qu'un client choisi au hasard paie en une fois pour l'année $2014+n$;
- b_n la probabilité qu'un client choisi au hasard paie mensuellement pour l'année $2014+n$.

On a $a_0 = 0,6$ et $b_0 = 0,4$ et on note P_n l'état probabiliste pour l'année $2014+n$. Ainsi $P_0 = \begin{pmatrix}0,6 & 0,4\end{pmatrix}$.
On note :

- A l'état « le client paie en une fois » ;
- B l'état « le client paie mensuellement ».

1. Représenter un graphe probabiliste de sommets A et B.

2. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.

3. Déterminer la probabilité qu'un client paie en une fois durant l'année 2018 (arrondir les résultats au millième).

4. Déterminer l'état stable et en donner une interprétation.

5. Pour tout entier naturel n, justifier que $a_{n+1} = 0,55a_n + O,15$.

6. On cherche à déterminer le plus petit entier n tel que $a_n < 0,333\,4$.

a. Écrire un algorithme permettant de déterminer cet entier n.

b. On admet que pour tout entier naturel n,

$$a_n = \frac{4}{15} \times 0,55^n + \frac{1}{3}.$$

Déterminer par le calcul le plus petit entier n tel que $a_n < 0,333\,4$.

EXERCICE 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = 2x^2 \ln(x)$$

sur [0,2 ; 10] et on note $\left(C_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
Le but de cet exercice est de prouver que la courbe $\left(C_f\right)$ admet sur [0,2 ; 10] une seule tangente passant par l'origine du repère.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Montrer que pour $x \in [0,2\ ;\ 10]$, $f'(x) = 2x(2\ln(x)+1)$.

2. Soit a un réel de [0,2 ; 10], montrer que la tangente à la courbe $\left(C_f\right)$ au point d'abscisse a a pour équation $y = 2a(2\ln(a)+1)x - 2a^2(\ln(a)+1)$.

3. Répondre alors au problème posé.

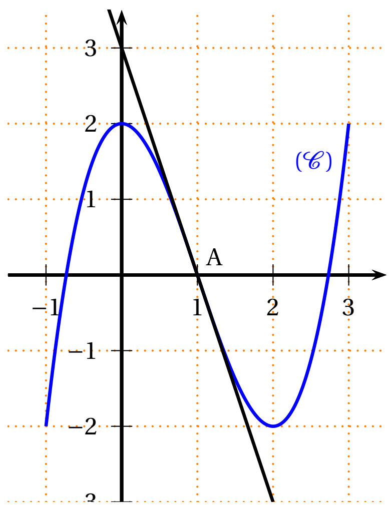
Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie
19 novembre 2015

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte un point Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

On donne ci-dessous la représentation graphique $(\mathscr{C})$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1 ; 3]$.
On note f' la fonction dérivée de f et F une primitive de f.
La tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point $A(1 ; 0)$ est tracée, elle passe par le point de coordonnées $(0 ; 3)$.



1. Calcul de $f'(1)$

a. $f'(1) = 3$ **b.** $f'(1) = -3$
c. $f'(1) = -\frac{1}{3}$ **d.** $f'(1) = 0$

2. La fonction f est :

a. concave sur $[-1 ; 1]$ **b.** convexe sur $[-1 ; 1]$
c. concave sur $[0 ; 2]$ **d.** convexe sur $[0 ; 2]$

3. On pose $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. Un encadrement de I est :

a. $0 \leqslant I \leqslant 1$ **b.** $1 \leqslant I \leqslant 2$
c. $2 \leqslant I \leqslant 3$ **d.** $3 \leqslant I \leqslant 4$

4. La fonction F est :

a. croissante sur $[0 ; 1]$ **b.** décroissante sur $[0 ; 1]$
c. croissante sur $[-1 ; 0]$ **d.** croissante sur $[-1 ; 1]$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Dans une ville, un service périscolaire comptabilise 150 élèves inscrits en septembre 2014. On admet que, chaque année, 80 % des élèves inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 40 nouveaux élèves inscrits. La capacité d'accueil du périscolaire est de 190 élèves maximum.
On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au périscolaire en septembre de l'année $2014+n$, avec n un nombre entier naturel.
On a donc $u_0 = 150$.

1. Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au périscolaire en septembre 2015.
2. Pour tout entier naturel n, justifier que $u_{n+1} = 0,8u_n + 40$.
3. On donne l'algorithme suivant :

Initialisation
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 150

Traitement
Tant que $U \leqslant 190$
    n prend la valeur $n+1$
    U prend la valeur $0,8U+40$
Fin tant que

Sortie Afficher le nombre $2014+n$

   a. Recopier et compléter le tableau suivant par autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme. Arrondir les résultats au centième.

Valeur de n	0	1	2	
Valeur de U	150			
Condition $U \leqslant 190$	vraie			

   b. En déduire l'affichage obtenu en sortie de l'algorithme et interpréter ce résultat.

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 200$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b. Pour tout entier naturel n, démontrer que $u_n = 200 - 50 \times 0,8^n$.
   c. Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel n tel que :

$$200 - 50 \times 0,8^n > 190.$$

   d. À partir de quelle année la directrice du périscolaire sera-t-elle obligée de refuser des inscriptions faute de places disponibles ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

L'été un centre de loisirs propose aux adolescents la pratique du canoë-kayak ou de la planche à rame.

Tous les matins, chaque adolescent doit choisir un et un seul sport parmi les deux proposés.
On admet que :

- si un adolescent choisit le canoë-kayak un jour donné, alors la probabilité qu'il choisisse la planche à rame le jour suivant est égale à $0,4$;
- si un adolescent choisit la planche à rame un jour donné, alors la probabilité qu'il choisisse le canoë-kayak le jour suivant est égale à $0,2$;
- le premier jour, la proportion d'adolescents qui choisissent le canoë-kayak est égale à $0,85$.

On note :

- K l'état : « l'adolescent choisit le canoë-kayak » ;
- $\overline{K}$ l'état : « l'adolescent choisit la planche à rame ».

On note, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$:

- p_n la probabilité qu'un adolescent pris au hasard choisisse le canoë-kayak lors du n-ième jour ;
- q_n la probabilité qu'un adolescent pris au hasard choisisse la planche à rame le n-ième jour ;
- $P_n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste lors du n-ième jour.

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets K et $\overline{K}$.
2. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe, les sommets K et $\overline{K}$ étant classés dans cet ordre.
3. Justifier que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,15 \end{pmatrix}$.
4. Avec la calculatrice, déterminer l'état probabiliste lors du 3e jour.
5. Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, montrer que $p_{n+1} = 0,4p_n + 0,2$.
6. On considère l'algorithme suivant :

```
Initialisation
Choisir un nombre entier naturel N ⩾ 2
p prend la valeur 0,85

Traitement
Pour i allant de 2 à N
    p prend la valeur 0,4p + 0,2
Fin pour

Sortie
Afficher p
```

   a. Pour la valeur $N = 5$ saisie, recopier et compléter le tableau suivant par autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme. Arrondir les résultats au millième.

Valeur de i		2		
Valeur de p	0,85			

   b. En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de N saisie est 5.

   c. Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme.

Partie B

D'après la partie A, on sait que $p_{n+1} = 0,4p_n + 0,2$ pour tout entier naturel $n \geqslant 1$.
On admet que $p_n = \dfrac{31}{60} \times 0,4^{n-1} + \dfrac{1}{3}$ pour tout entier naturel $n \geqslant 1$.

1. Conjecturer la limite de la suite (p_n).

2. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Pierre a des pommiers dans son verger. Il décide de faire du jus de pomme avec ses fruits.
Dans sa récolte :

- il dispose de 80 % de pommes de variété A et de 20 % de pommes de variété B.
- 15 % des pommes de variété A et 8 % des pommes de variété B sont avariées et devront être jetées.

On prend une pomme au hasard dans la récolte et on note :

- A l'évènement « la pomme est de variété A » ;
- B l'évènement « la pomme est de variété B » ;
- J l'évènement « la pomme est jetée » ;
- $\overline{J}$ l'évènement contraire de l'évènement J.

On note $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième.

Partie A

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité que la pomme soit de variété A et soit jetée.

3. Montrer que la probabilité qu'une pomme soit jetée est égale à $0,136$.

4. Calculer la probabilité qu'une pomme soit de variété A sachant qu'elle a été jetée.

Partie B

Une pomme pèse en moyenne 150 g.
On modélise le poids d'une pomme en grammes par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 150$ et d'écart type $\sigma = 10$.

1. Déterminer la probabilité que la pomme ait un poids inférieur à 150 g.

2. Déterminer $p(120 \leqslant X \leqslant 170)$. Interpréter ce résultat.

Partie C

Pierre a pris rendez-vous dans une fabrique de jus de pomme artisanale. Il arrive au hasard entre 8 heures et 9 heures 30 minutes.
Son heure d'arrivée est modélisée par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur [8 ; 9,5].
Déterminer la probabilité que Pierre arrive entre 8 h 30 et 8 h 45.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = (2x-5)\mathrm{e}^{-x+4}+20.$$

Partie A

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, $f'(x) = (-2x+7)\mathrm{e}^{-x+4}$.
2. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

   Si nécessaire, arrondir au millième les valeurs présentes dans le tableau de variation.
3. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,10]$ et déterminer un encadrement d'amplitude $0,01$ de α.
4. On admet que la fonction F définie sur $[0\,;\,10]$ par

   $$F(x) = (-2x+3)\mathrm{e}^{-x+4}+20x$$

   est une primitive de f sur $[0\,;\,10]$.

   Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$. Arrondir le résultat au millième.

Partie B

Une entreprise fabrique entre 0 et 1 000 objets par semaine.
Le bénéfice, en milliers d'euros, que réalise cette entreprise lorsqu'elle fabrique et vend x centaines d'objets est modélisé par la fonction f définie sur $[0\,;\,10]$ par :

$$f(x) = (2x-5)\mathrm{e}^{-x+4}+20.$$

Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats de la partie A et en arrondissant les résultats à l'unité.

1. Quel est le nombre d'objets à vendre pour réaliser un bénéfice maximum ?

   Quel est ce bénéfice maximal en euros ?
2. À partir de combien d'objets fabriqués et vendus l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice positif ?
3. Interpréter le résultat de la question 4 de la partie A.

Baccalauréat ES/L Amérique du Sud
25 novembre 2015

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.
Les probabilités demandées seront données à $0,001$ *près.*

Une étude est menée par une association de lutte contre la violence routière. Des observateurs, sur un boulevard d'une grande ville, se sont intéressés au comportement des conducteurs d'automobile au moment de franchir un feu tricolore.

Partie A

Dans cette partie, on s'intéresse au respect de la signalisation par les automobilistes.

Sur un cycle de deux minutes (120 secondes), le feu est à la couleur « rouge » pendant 42 secondes, « orange » pendant 6 secondes et « vert » pendant 72 secondes.
Par ailleurs, les observateurs notent que les comportements diffèrent selon la couleur du feu :

- lorsque le feu est rouge, 10 % des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent ;
- lorsque le feu est orange, 86 % des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent ;
- lorsque le feu est vert, tous les conducteurs continuent de rouler.

On s'intéresse à un conducteur pris au hasard, et on observe son comportement selon la couleur du feu. On note :

- R l'évènement « le feu est au rouge » ;
- O l'évènement « le feu est à l'orange » ;
- V l'évènement « le feu est au vert » ;
- C l'évènement « le conducteur continue de rouler ».

Pour tout évènement A, on note $p(A)$ sa probabilité, $p_B(A)$ la probabilité de A sachant que B est réalisé et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. Modéliser cette situation par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité que le conducteur continue de rouler au feu est $0,678$.
3. Sachant qu'un conducteur continue de rouler au feu, quelle est la probabilité que le feu soit vert ?

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse au trafic aux heures de pointe.

On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de voitures par heure à proximité du feu évoqué dans la partie A.
On admet que X suit la loi normale de moyenne 3 000 et d'écart type 150.

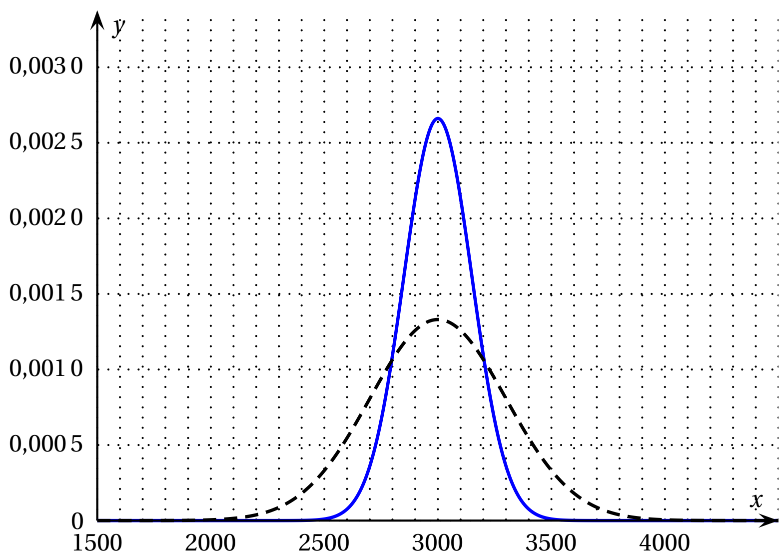
1. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité de compter entre 2 800 et 3 200 voitures par heure à cet endroit.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité de compter plus de 3 100 voitures par heure à cet endroit.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

À un autre endroit du boulevard, à proximité d'un pont, la variable aléatoire Y qui compte le nombre de voitures par heure suit la loi normale de moyenne 3 000 et d'écart type σ strictement supérieur à 150.

Sur le graphique ci-dessous, la courbe correspondant à X est en traits pleins et la courbe correspondant à Y est en pointillés.

Déterminer à quel endroit du boulevard, à proximité du feu ou du pont, la probabilité qu'il passe en une heure, entre 2 800 et 3 200 voitures, est la plus grande. Justifier à l'aide du graphique.



EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

La fonction f est définie pour tout réel x élément de l'intervalle $[1 ; 7]$ par :

$$f(x) = 1,5x^3 - 9x^2 + 24x + 48.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' sa dérivée seconde sur $[1 ; 7]$.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 7]$:
   a. Calculer $f'(x)$.
   b. Calculer $f''(x)$.
2. Déterminer sur quel intervalle la fonction f est convexe.

Partie B

Une entreprise fabrique et commercialise un article dont la production est comprise entre 1 000 et 7 000 articles par semaine.
On modélise le coût de fabrication, exprimé en milliers d'euros, par la fonction f définie dans la partie A où x désigne le nombre de milliers d'articles fabriqués.

On note c la fonction définie sur $[1 ; 7]$ représentant le coût moyen par article fabriqué, exprimé en euros. On a, par conséquent, pour tout x de $[1 ; 7]$:

$$c(x) = \frac{f(x)}{x} = 1,5x^2 - 9x + 24 + \frac{48}{x}.$$

On admet que la fonction c est dérivable sur $[1 ; 7]$. On note c' sa fonction dérivée.

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[1 ; 7]$, on a :

$$c'(x) = \frac{3(x-4)\left(x^2+x+4\right)}{x^2}.$$

2. **a.** Étudier les variations de la fonction c sur l'intervalle $[1 ; 7]$.

b. Déterminer, en milliers, le nombre d'articles à fabriquer pour que le coût moyen par article soit minimal.

3. On considère la fonction Γ définie sur l'intervalle $[1 ; 7]$ par :

$$\Gamma(x) = 0,5x^3 - 4,5x^2 + 24x + 1 + 48\ln x.$$

a. Montrer que Γ est une primitive de c sur l'intervalle $[1 ; 7]$.

b. Calculer la valeur moyenne μ de c sur l'intervalle $[1 ; 7]$. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-2}.

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité, de la série L

Claudine est une passionnée de lecture abonnée à l'hebdomadaire littéraire « La Lecture ». Elle se rend une fois par semaine à la bibliothèque et elle demande ou non l'avis du bibliothécaire sur le livre mis en valeur dans l'hebdomadaire « La Lecture ». Son souhait de demander un avis change d'une semaine sur l'autre selon le plaisir qu'elle a eu à lire le livre et selon la pertinence du conseil donné par le bibliothécaire la semaine précédente.
La première semaine, on suppose que la probabilité que Claudine demande un avis vaut $0,1$.
Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on note a_n la probabilité que Claudine demande un avis la n-ième semaine. On a ainsi $a_1 = 0,1$.

On admet que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4.$$

1. Calculer la probabilité a_2 que Claudine demande un avis la deuxième semaine.

2. Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on définit la suite (v_n) par :

$$v_n = a_n - 0,8.$$

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,5$.
Préciser son premier terme v_1.

b. Montrer que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_n = 0,8 - 0,7 \times 0,5^{n-1}.$$

c. Déterminer la limite de la suite (v_n).

d. En déduire la limite de la suite (a_n). Interpréter ce résultat.

3. On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES :	A est un réel N est un entier naturel L est un réel strictement compris entre 0,1 et 0,8
INITIALISATION :	A prend la valeur 0,1 N prend la valeur 1
TRAITEMENT :	Tant que $A \leqslant L$ N prend la valeur $N+1$ A prend la valeur $0,5 \times A + 0,4$ Fin du Tant que
SORTIE :	Afficher N

a. Pour la valeur $L = 0,7$, recopier et compléter autant que nécessaire les colonnes du tableau suivant :

Valeur de N	1	2	…	
Valeur de A	0,1		…	
Condition $A \leqslant L$	vraie		…	

b. En déduire l'affichage de N obtenu en sortie d'algorithme quand la valeur de L est 0,7.

c. Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment on peut interpréter le nombre N obtenu en sortie de l'algorithme quand le nombre L est compris strictement entre 0,1 et 0,8.

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Déterminer le nombre de semaines à partir duquel la probabilité que Claudine demande un avis soit supérieure à 0,799.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Claudine est une passionnée de lecture abonnée à l'hebdomadaire littéraire « La Lecture ». Elle se rend une fois par semaine à la bibliothèque et demande ou non l'avis de la bibliothécaire sur le livre mis en valeur dans l'hebdomadaire « La Lecture ».

Lorsque Claudine demande à la bibliothécaire son avis, la probabilité qu'elle le demande de nouveau la semaine suivante est 0,9.

Lorsque Claudine ne demande pas à la bibliothécaire son avis, la probabilité qu'elle ne le demande pas non plus la semaine suivante est 0,6.

La première semaine, on suppose que la probabilité que Claudine demande un avis vaut 0,1.

Pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on note :

- a_n la probabilité que Claudine demande un avis à la bibliothécaire la n-ième semaine ;
- b_n, la probabilité que Claudine ne demande pas d'avis à la bibliothécaire la n-ième semaine ;
- $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste la n-ième semaine.

On a ainsi $a_1 = 0,1$ et $b_1 = 0,9$.

1. **a.** Illustrer la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B : A représente l'état « Claudine demande un avis à la bibliothécaire » ; B représente l'état « Claudine ne demande pas d'avis à la bibliothécaire ».

   b. Indiquer la matrice de transition M associée à ce graphe. On prendra les sommets A et B dans l'ordre (A, B).

2. Montrer que l'on a $P_2 = \begin{pmatrix}0,45 & 0,55\end{pmatrix}$.

3. **a.** Montrer que l'état stable de la répartition du choix de la demande d'avis est $P = \begin{pmatrix}0,8 & 0,2\end{pmatrix}$.

   b. Interpréter ce résultat.

4. On admet que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4.$$

On considère l'algorithme suivant :

VARIABLES :	A est un réel et N est un entier naturel
INITIALISATION :	A prend la valeur $0,1$ N prend la valeur 1
TRAITEMENT :	Tant que $A \leqslant 0,79$ N prend la valeur $N+1$ A prend la valeur $0,5 \times A + 0,4$ Fin du Tant que
SORTIE :	Afficher N

Préciser ce que cet algorithme permet d'obtenir. (On ne demande pas de donner la valeur de N affichée en sortie d'algorithme.)

5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

On admet que, pour tout nombre entier naturel n strictement positif, on a :

$$a_n = 0,8 - 0,7 \times 0,5^{n-1}.$$

Déterminer le nombre de semaines à partir duquel la probabilité que Claudine demande un avis soit supérieure à $0,799$.

EXERCICE 4 — 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Les probabilités sont données à $0,001$ *près.*

Pour la fête du village de Boisjoli, le maire a invité les enfants des villages voisins.
Les services de la mairie ayant géré les inscriptions dénombrent 400 enfants à cette fête ; ils indiquent aussi que 32 % des enfants présents sont des enfants qui habitent le village de Boisjoli.

1. Le nombre d'enfants issus des villages voisins est :

   a. 128 **b.** 272 **c.** 303 **d.** 368

Lors de cette fête, huit enfants sont choisis au hasard afin de former une équipe qui participera à un défi sportif. On admet que le nombre d'enfants est suffisamment grand pour que cette situation puisse être assimilée à un tirage au hasard avec remise.

On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre d'enfants de l'équipe habitant le village de Boisjoli.

2. La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres :

a. $n = 400$ et $p = 0,32$ **b.** $n = 8$ et $p = 0,32$
c. $n = 400$ et $p = 8$ **d.** $n = 8$ et $p = 0,68$

3. La probabilité que dans l'équipe il y ait au moins un enfant habitant le village de Boisjoli est :

a. 0,125 **b.** 0,875 **c.** 0,954 **d.** 1

4. L'espérance mathématique de X est :

a. 1,740 8 **b.** 2,56 **c.** 87,04 **d.** 128

* Retour début

Index

Baccalauréat ES 2016

L'intégrale d'avril à novembre 2016

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

À la fin index des notions abordées

À la fin de chaque exercice cliquez sur * pour aller à l'index

∽ Baccalauréat ES Pondichéry ∾
21 avril 2016

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des quatre questions posées, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.*

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 3x - x\ln x$$

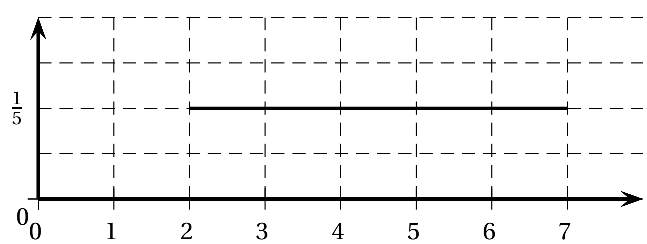
On admet que f est dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ et on désigne par f' sa fonction dérivée. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ on a :

a. $f'(x) = 3 - \dfrac{1}{x}$ **b.** $f'(x) = 3 - \ln x$ **c.** $f'(x) = 2 - \ln x$

2. On considère la suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2.
La somme des 13 premiers termes de cette suite vaut :

a. 4 095 **b.** 8 191 **c.** $\dfrac{1-2^{14}}{1-2}$

3. Une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur l'intervalle $[2\,;\,7]$ dont la fonction de densité est représentée ci-dessous.



$P(A)$ désigne la probabilité d'un évènement A et $E(X)$ l'espérance de la variable aléatoire X.

a. $P(3 \leqslant X \leqslant 7) = \dfrac{1}{4}$ **b.** $P(X \geqslant 4) = P(2 \leqslant X \leqslant 5)$ **c.** $E(X) = \dfrac{9}{5}$

4. On réalise un sondage sur un échantillon de n personnes (n, entier naturel non nul).
Parmi les tailles de l'échantillon proposées ci-dessous, quelle est celle qui permet d'obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance $0,95$ avec une amplitude de $0,02$?

a. $n = 5000$ **b.** $n = 100$ **c.** $n = 10000$

*

Exercice 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

La partie A peut être traitée indépendamment des parties B et C.

L'entreprise *BBE (Bio Bois Énergie)* fabrique et vend des granulés de bois pour alimenter des chaudières et des poêles chez des particuliers ou dans des collectivités.
L'entreprise produit entre 1 et 15 tonnes de granulés par jour.

- Les coûts de fabrication quotidiens sont modélisés par la fonction C définie sur l'intervalle $[1\,;\,15]$ par :

$$C(x) = 0,3x^2 - x + \mathrm{e}^{-x+5}$$

 où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $C(x)$ le coût de fabrication quotidien correspondant en centaines d'euros.
- Dans l'entreprise *BBE* le prix de vente d'une tonne de granulés de bois est de 300 euros.
 La recette quotidienne de l'entreprise est donc donnée par la fonction R définie sur l'intervalle $[1\,;\,15]$ par :

$$R(x) = 3x$$

 où x désigne la quantité de granulés en tonnes et $R(x)$ la recette quotidienne correspondante en centaines d'euros.
- On définit par $D(x)$ le résultat net quotidien de l'entreprise en centaines d'euros, c'est-à-dire la différence entre la recette $R(x)$ et le coût $C(x)$, où x désigne la quantité de granulés en tonnes.

Partie A : Étude graphique

Sur le graphique situé en annexe (page 10), on donne $\mathscr{C}$ et Δ les représentations graphiques respectives des fonctions C et R dans un repère d'origine O.
Dans cette partie A, répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique, et avec la précision permise par celui-ci. Aucune justification n'est demandée.

1. Déterminer la quantité de granulés en tonnes pour laquelle le coût quotidien de l'entreprise est minimal.
2. **a.** Déterminer les valeurs $C(6)$ et $R(6)$ puis en déduire une estimation du résultat net quotidien en euros dégagé par l'entreprise pour 6 tonnes de granulés fabriqués et vendus.

 b. Déterminer les quantités possibles de granulés en tonnes que l'entreprise doit produire et vendre quotidiennement pour dégager un résultat net positif, c'est-à-dire un bénéfice.

Partie B : Étude d'une fonction

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[1\,;\,15]$ par :

$$g(x) = -0,6x + 4 + \mathrm{e}^{-x+5}$$

On admet que la fonction g est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,15]$ et on note g' sa fonction dérivée.

1. **a.** Calculer $g'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,15]$.

 b. En déduire que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $[1\,;\,15]$.

2. **a.** Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $[1 ; 15]$, en précisant les valeurs $g(1)$ et $g(15)$ arrondies à l'unité.

b. Le tableau de variation permet d'affirmer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1 ; 15]$.
Donner une valeur approchée de α à $0,1$ près.

c. Déduire des questions précédentes le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 15]$.

Partie C : Application économique

1. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 15]$, on a :

$$D(x) = -0,3x^2 + 4x - \mathrm{e}^{-x+5}$$

2. On admet que la fonction D est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 15]$ et on note D' sa fonction dérivée.
Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 15]$, on a $D'(x) = g(x)$, où g est la fonction étudiée dans la partie B.

3. En déduire les variations de la fonction D sur l'intervalle $[1 ; 15]$.

4. **a.** Pour quelle quantité de granulés l'entreprise va-t-elle rendre son bénéfice maximal ?
On donnera une valeur approchée du résultat à $0,1$ tonne près.

b. Calculer alors le bénéfice maximal à l'euro près.

*

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A

On dispose des renseignements suivants à propos du baccalauréat session 2015 :

- 49 % des inscrits ont passé un baccalauréat général, 20 % un baccalauréat technologique et les autres un baccalauréat professionnel ;
- 91,5 % des candidats au baccalauréat général ont été reçus ainsi que 90,6 % des candidats au baccalauréat technologique.

Source : DEPP (juillet 2015)

On choisit au hasard un candidat au baccalauréat de la session 2015 et on considère les évènements suivants :

- G : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat général » ;
- T : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat technologique » ;
- S : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel » ;
- R : « Le candidat a été reçu ».

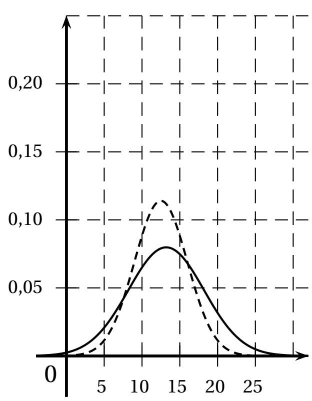
Pour tout évènement A, on note $P(A)$ sa probabilité et $\overline{A}$ son évènement contraire.
De plus, si B est un autre évènement, on note $P_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

1. Préciser les probabilités $P(G), P(T), P_T(R)$ et $P_G(R)$.
2. Traduire la situation par un arbre pondéré. On indiquera les probabilités trouvées à la question précédente. Cet arbre pourra être complété par la suite.
3. Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat technologique et l'ait obtenu est égale à 0,181 2.
4. Le ministère de l'Éducation Nationale a annoncé un taux global de réussite pour cette session de 87,8 % pour l'ensemble des candidats présentant l'un des baccalauréats.
   a. Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat professionnel et l'ait obtenu est égale à 0,248 45.
   b. Sachant que le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel, déterminer la probabilité qu'il ait été reçu. On donnera une valeur approchée du résultat au millième.

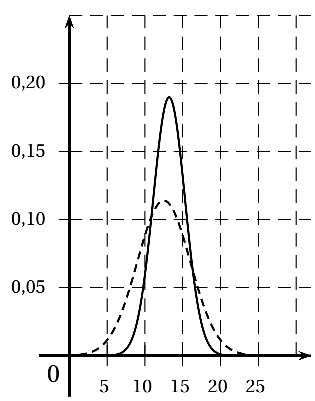
Partie B

À l'issue des épreuves du baccalauréat, une étude est faite sur les notes obtenues par les candidats en mathématiques et en français.
On admet que la note de mathématiques peut être modélisée par une variable aléatoire X_M qui suit la loi normale de moyenne 12,5 et d'écart-type 3,5.
De même la note de français peut être modélisée par une variable aléatoire X_F qui suit la loi normale de moyenne 13,2 et d'écart-type 2,1.

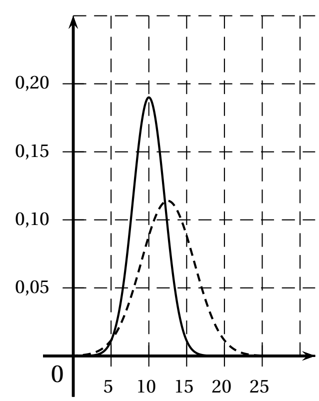
1. Déterminer $P(9 \leqslant X_M \leqslant 16)$ en donnant le résultat arrondi au centième.
2. Sur les graphiques ci-dessous, on a représenté en pointillé la fonction densité associée à la variable aléatoire X_M.
   La fonction densité associée à X_F est représentée sur un seul de ces graphiques.
   Quel est ce graphique? Expliquer le choix.



Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3

Exercice 4 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

En janvier 2016, une personne se décide à acheter un scooter coûtant 5 700 euros sans apport personnel. Le vendeur lui propose un crédit à la consommation d'un montant de 5 700 euros, au taux mensuel de 1,5 %. Par ailleurs, la mensualité fixée à 300 euros est versée par l'emprunteur à l'organisme de crédit le 25 de chaque mois. Ainsi, le capital restant dû augmente de 1,5 % puis baisse de 300 euros.

Le premier versement a lieu le 25 février 2016.
On note u_n le capital restant dû en euros juste après la n-ième mensualité (n entier naturel non nul).
On convient que $u_0 = 5\,700$.
Les résultats seront donnés sous forme approchée à 0,01 près si nécessaire.

1. **a.** Démontrer que u_1, capital restant dû au 26 février 2016 juste après la première mensualité, est de 5 485,50 euros.

   b. Calculer u_2.

2. On admet que la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 1,015u_n - 300$$

On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un entier naturel u est un nombre réel

Traitement :	Affecter à u la valeur 5 700
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $u > 4\,500$ faire
	    u prend la valeur $1,015 \times u - 300$
	    n prend la valeur $n + 1$
	Fin Tant que

Sortie :	Afficher n

   a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaires entre la deuxième et la dernière colonne.

Valeur de u	5 700	…		
Valeur de n	0	…		
$u > 4500$ (vrai/faux)	vrai	…	vrai	faux

   b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ?
   Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

3. Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 20\,000$.

   a. Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $v_{n+1} = 1,015 \times v_n$.

   b. En déduire que pour tout entier naturel n, on a :
   $u_n = 20\,000 - 14\,300 \times 1,015^n$.

4. À l'aide de la réponse précédente, répondre aux questions suivantes :

   a. Démontrer qu'une valeur approchée du capital restant dû par l'emprunteur au 26 avril 2017 est 2 121,68 euros.

   b. Déterminer le nombre de mensualités nécessaires pour rembourser intégralement le prêt.

   c. Quel sera le montant de la dernière mensualité ?

   d. Lorsque la personne aura terminé de rembourser son crédit à la consommation, quel sera le coût total de son achat ?

*

Exercice 4 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une étude statistique sur une population d'acheteurs a montré que :

- 90 % des personnes qui ont fait leur dernier achat en utilisant internet affirment vouloir continuer à utiliser internet pour faire le suivant. Les autres personnes comptent faire leur prochain achat en magasin ;
- 60 % des personnes qui ont fait leur dernier achat en magasin affirment vouloir continuer à effectuer le suivant en magasin. Les autres comptent effectuer leur prochain achat en utilisant internet.

Dans toute la suite de l'exercice, n désigne un entier naturel non nul. Une personne est choisie au hasard parmi les acheteurs. On note :

- a_n la probabilité que cette personne fasse son n-ième achat sur internet ;
- b_n la probabilité que cette personne fasse son n-ième achat en magasin.

On suppose de plus que $a_1 = 1$ et $b_1 = 0$.
On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & bn \end{pmatrix}$ l'état probabiliste correspondant au n-ième achat. Ainsi $P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$.
On note :

- A l'état : « La personne effectue son achat sur internet » ;
- B l'état : « La personne effectue son achat en magasin ».

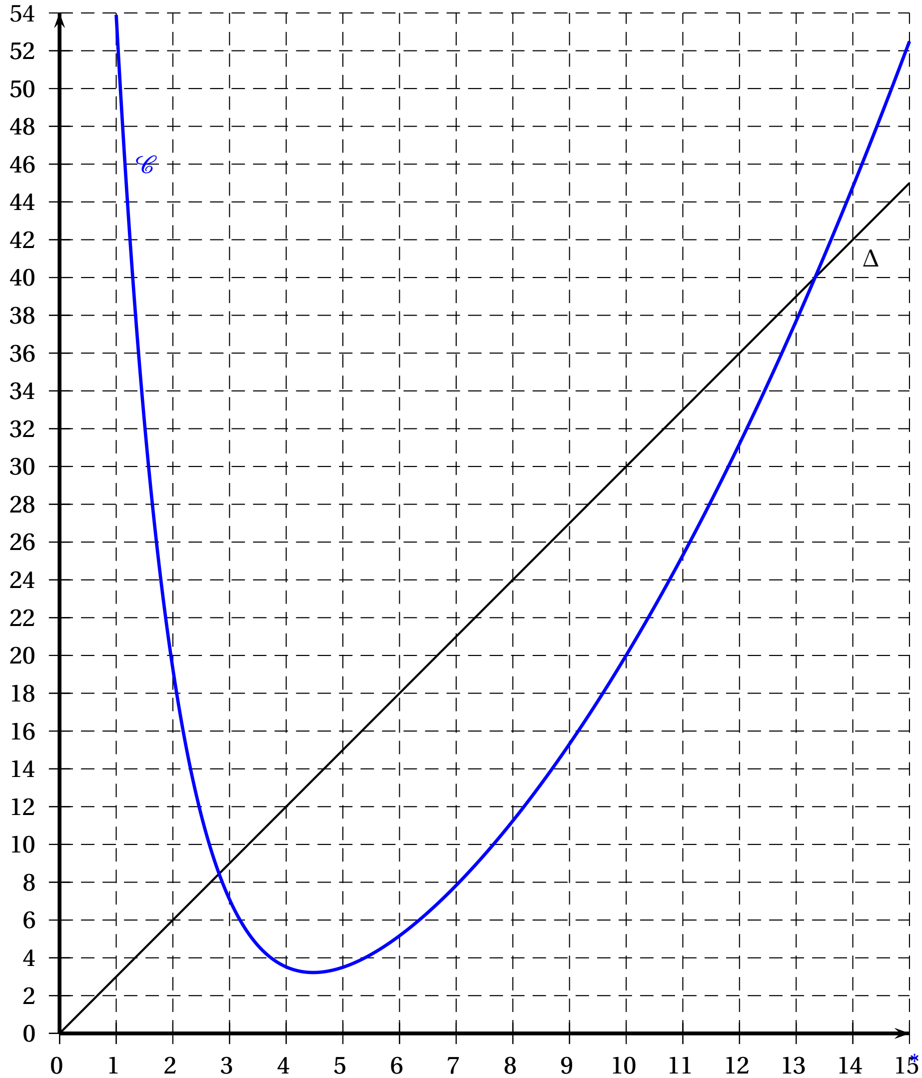
1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
2. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.
3. **a.** Calculer la matrice M^4.
   b. En déduire que la probabilité que la personne interrogée fasse son 5ᵉ achat sur internet est égale à 0,812 5.
4. On note $P = (a \quad b)$ l'état stable associé à ce graphe.
   a. Montrer que les nombres a et b sont solutions du système :
   $$\left\{\begin{array}{rcrcl} 0,1a & - & 0,4b & = & 0 \\ a & + & b & = & 1 \end{array}\right.$$
   b. Résoudre le système précédent.
   c. À long terme, quelle est la probabilité que cette personne fasse ses achats sur internet ?
5. **a.** Montrer que pour tout entier naturel n non nul, on a :
   $$a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4$$
   b. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il affiche le plus petit entier naturel n non nul tel que $a_n \leqslant 0,801$.

Variables :	N est un entier naturel
	A est un nombre réel
Initialisation :	Affecter à N la valeur 1
	Affecter à A la valeur 1
Traitement :	Tant que ...
	Affecter à A la valeur $0,5 \times A + 0,4$
	Affecter à N la valeur ....
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher N

c. Quelle est la valeur affichée par l'algorithme en sortie ?

ANNEXE

N'est pas à rendre avec la copie



Durée : 3 heures

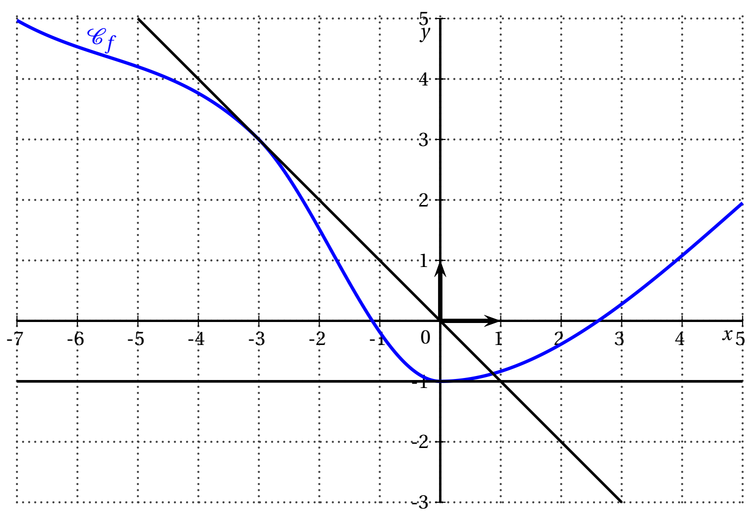
∽ Baccalauréat ES/L Liban ∽ 31 mai 2016

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre propositions est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la proposition choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



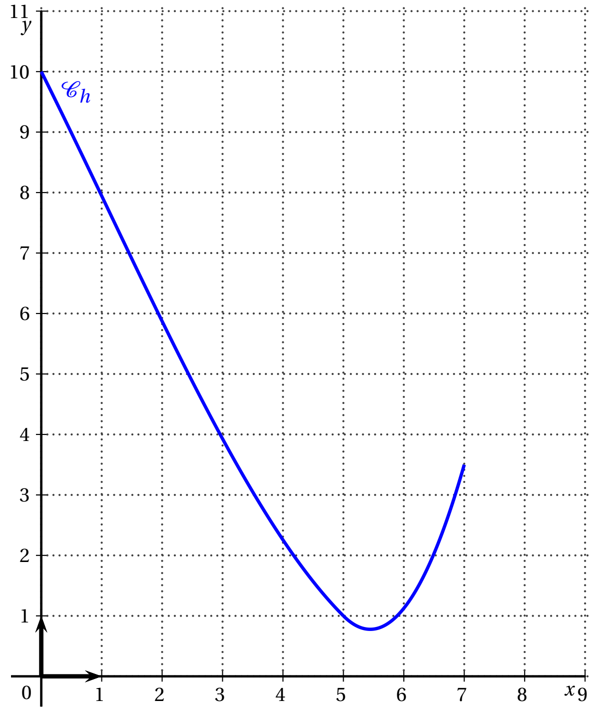
a. $f'(0) = -1$ **b.** $f'(-1) = 0$ **c.** $f'(-3) = -1$ **d.** $f'(-3) = 3$

2. On note g la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par : $g(x) = (x+1)\ln(x)$.

a. $g'(x) = \dfrac{1}{x}$ **b.** $g'(x) = 1 + \ln(x)$

c. $g'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$ **d.** $g'(x) = 1 + \dfrac{1}{x} + \ln(x)$

3. On considère la fonction h définie sur $[0\,;\,7]$ et représentée par la courbe ci-dessous :



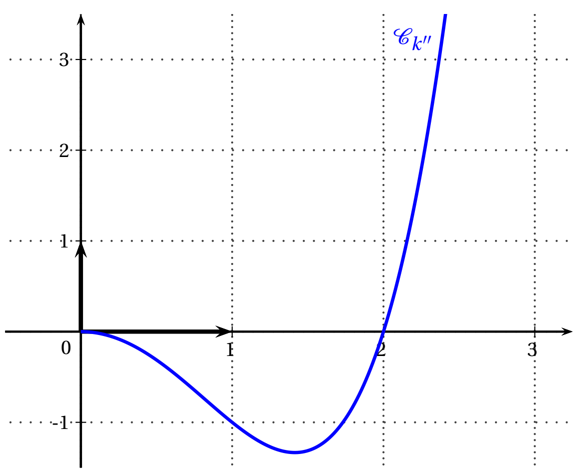
a. $\displaystyle\int_0^5 h(x)\,\mathrm{d}x = h(5) - h(0)$

b. $20 < \displaystyle\int_0^5 h(x)\,\mathrm{d}x < 30$

c. $15 < \displaystyle\int_0^5 h(x)\,\mathrm{d}x < 20$

d. $\displaystyle\int_0^5 h(x)\,\mathrm{d}x = 20$

4. On a tracé ci-dessous la représentation graphique de la dérivée seconde k'' d'une fonction k définie sur $[0~;~+\infty[$.



a. k est concave sur l'intervalle $[1~;2]$.

b. k est convexe sur l'intervalle $[0~;2]$.

c. k est convexe sur $[0~;~+\infty[$.

d. k est concave sur $[0~;~+\infty[$.

*

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Un centre de loisirs destiné aux jeunes de 11 ans à 18 ans compte 60 % de collégiens et 40 % de lycéens. Le directeur a effectué une étude statistique sur la possession de téléphones portables. Cette étude a montré que 80 % des jeunes possèdent un téléphone portable et que, parmi les collégiens, 70 % en possèdent un.
On choisit au hasard un jeune du centre de loisirs et on s'intéresse aux évènements suivants :

— C : « le jeune choisi est un collégien » ;

— L : « le jeune choisi est un lycéen » ;

— T : « le jeune choisi possède un téléphone portable ».

Rappel des notations

Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé. On note aussi $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. Donner les probabilités : $p(C)$, $p(L)$, $p(T)$, $p_C(T)$.
2. Faire un arbre de probabilités représentant la situation et commencer à le renseigner avec les données de l'énoncé.
3. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien possédant un téléphone portable.
4. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien sachant qu'il possède un téléphone portable.
5. **a.** Calculer $p(T \cap L)$, en déduire $p_L(T)$.

   b. Compléter l'arbre construit dans la question 2.

Partie B

En 2012 en France, selon une étude publiée par l'Arcep (Autorité de régulation des communications électroniques et des postes), les adolescents envoyaient en moyenne 83 SMS (messages textes) par jour, soit environ 2 500 par mois. On admet qu'en France le nombre de SMS envoyés par un adolescent en un mois peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 2500$ et d'écart-type $\sigma = 650$.

Dans les questions suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice et les probabilités arrondies au millième.

1. Calculer la probabilité qu'un adolescent envoie entre 2 000 et 3 000 SMS par mois.
2. Calculer $p(X \geqslant 4000)$.
3. Sachant que $p(X \leqslant a) = 0,8$, déterminer la valeur de a. On arrondira le résultat à l'unité.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

*

Exercice 3 **5 points**
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

L'entreprise PiscinePlus, implantée dans le sud de la France, propose des contrats annuels d'entretien aux propriétaires de piscines privées.

Le patron de cette entreprise remarque que, chaque année, 12 % de contrats supplémentaires sont souscrits et 6 contrats résiliés. Il se fonde sur ce constat pour estimer le nombre de contrats annuels à venir.
En 2015, l'entreprise PiscinePlus dénombrait 75 contrats souscrits.
On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de contrats souscrits auprès de l'entreprise PiscinePlus l'année $2015 + n$. Ainsi, on a $u_0 = 75$.

1. **a.** Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2016.
   b. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 1,12u_n - 6$.
2. L'entreprise PiscinePlus peut prendre en charge un maximum de 100 contrats avec son nombre actuel de salariés. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.
   On cherche à connaître en quelle année l'entreprise devra embaucher. Pour cela, on utilise l'algorithme suivant :

L1	Variables :	n est un nombre entier naturel
L2		U est un nombre réel
L3		Traitement : Affecter à n la valeur 0
L4		Affecter à U la valeur 75
L5		Tant que $U \leqslant 100$ faire
L6		n prend la valeur $n+1$
L7		U prend la valeur $1,12U - 6$
L8		Fin Tant que
L9	Sortie :	Afficher …

   a. Recopier et compléter la ligne L9.
   b. Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour permettre la réalisation de l'algorithme ci-dessus. On arrondira les résultats à l'unité.

Valeur de n	0		
Valeur de U	75		

   c. Donner la valeur affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme puis interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.
3. On rappelle que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 1,12u_n - 6$ et $u_0 = 75$.
   On pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 50$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
   b. En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis montrer que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 25 \times 1,12^n + 50$.
   c. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n > 100$.
   d. Quel résultat de la question 2 retrouve-t-on ?

*

Exercice 3 **5 points**
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'entreprise PiscinePlus, implantée dans le sud de la France, propose des contrats annuels d'entretien aux propriétaires de piscines privées.

C'est la seule entreprise dans les environs. Aussi, les propriétaires de piscines n'ont que deux choix possibles : soit ils s'occupent eux-mêmes de l'entretien de leur piscine, soit ils souscrivent un contrat avec l'entreprise PiscinePlus.
On admet que le nombre de propriétaires de piscines est constant.
Le patron de cette entreprise remarque que chaque année :

- 12 % des particuliers qui entretenaient eux-mêmes leur piscine décident de souscrire un contrat avec l'entreprise PiscinePlus ;
- 20 % de particuliers sous contrat avec l'entreprise PiscinePlus décident de le résilier pour entretenir eux-mêmes leur piscine.

Cette situation peut être modélisée par un graphe probabiliste de sommets C et L où :

- C est l'évènement « Le particulier est sous contrat avec l'entreprise PiscinePlus » ;
- L est l'évènement « Le particulier effectue lui-même l'entretien de sa piscine ».

Chaque année, on choisit au hasard un particulier possédant une piscine et on note pour tout entier naturel n :

- c_n la probabilité que ce particulier soit sous contrat avec l'entreprise PiscinePlus l'année $2015+n$;
- l_n la probabilité que ce particulier entretienne lui-même sa piscine l'année $2015+n$.

On note $P_n = \begin{pmatrix} c_n & l_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne de l'état probabiliste pour l'année $2015+n$.
Dans cet exercice, on se propose de savoir si l'entreprise PiscinePlus atteindra l'objectif d'avoir au moins 35 % des propriétaires de piscines comme clients sous contrat d'entretien.

Partie A

1. Dessiner le graphe probabiliste représentant cette situation et donner la matrice de transition associée au graphe dont les sommets sont pris dans l'ordre C et L.
2. **a.** Montrer que l'état stable de ce graphe est $P = \begin{pmatrix} 0,375 & 0,625 \end{pmatrix}$.

   b. Déterminer, en justifiant, si l'entreprise PiscinePlus peut espérer atteindre son objectif.

Partie B

En 2015, on sait que 15 % des propriétaires de piscines étaient sous contrat avec l'entreprise PiscinePlus. On a ainsi $P_0 = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,85 \end{pmatrix}$.

1. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a $c_{n+1} = 0,68c_n + 0,12$.
2. À l'aide d'un algorithme, on cherche à connaître au bout de combien d'années l'entreprise PiscinePlus atteindra son objectif :

Variables :	n est un nombre entier naturel
	C est un nombre réel
Traitement :	Affecter à n la valeur 0
	Affecter à C la valeur 0,15
	Tant que $C < 0,35$ faire
	n prend la valeur $n+1$
	C prend la valeur $0,68C + 0,12$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

   a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour permettre la réalisation de l'algorithme ci-dessus. On arrondira les résultats au millième.

Valeur de n	0		
Valeur de C	0,15		

b. Donner la valeur affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme puis interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

3. On rappelle que, pour tout entier naturel n, on a $c_{n+1} = 0,68c_n + 0,12$ et que $c_0 = 0,15$.
On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = c_n - 0,375$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
On admet que, pour tout entier naturel n, on a $c_n = -0,225 \times 0,68^n + 0,375$.

b. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $c_n \geqslant 0,35$.

c. Quel résultat de la question 2. retrouve-t-on ?

*

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[3\,;\,13]$ par :

$$f(x) = -2x + 20 - \mathrm{e}^{-2x+10}.$$

Partie A : Étude de la fonction f

1. Montrer que la fonction dérivée f', de la fonction f, définie pour tout x de l'intervalle $[3\,;\,13]$, a pour expression :

$$f'(x) = 2\left(-1 + \mathrm{e}^{-2x+10}\right).$$

2. **a.** Résoudre dans l'intervalle $[3\,;\,13]$ l'inéquation : $f'(x) \geqslant 0$.

b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[3\,;\,13]$ et dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle. Les valeurs du tableau seront, si besoin, arrondies à 10^{-3}.

c. Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_3^{13} f(x)\,\mathrm{d}x$.
On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-3} près.

Partie B : Application

Une usine fabrique et commercialise des toboggans. Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 300 et 1 300. On suppose que toute la production est commercialisée.
Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x centaines de toboggans est modélisé sur l'intervalle $[3\,;\,13]$ par la fonction f.
En utilisant la partie A, répondre aux questions suivantes :

1. Déterminer le nombre de toboggans que l'usine doit produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice, arrondi à l'euro.

2. Calculer le bénéfice moyen pour une production mensuelle comprise entre 300 et 1 300 toboggans. Arrondir le résultat à l'euro.

Partie C : Rentabilité

Pour être rentable, l'usine doit avoir un bénéfice positif.
Déterminer le nombre minimum et le nombre maximum de toboggans que l'usine doit fabriquer en un mois pour qu'elle soit rentable. Justifier la réponse.*

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat Terminale ES Amérique du Nord ∾ 1^er^ juin 2016

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

À une sortie d'autoroute, la gare de péage comporte trois voies.
Une étude statistique a montré que :

- 28 % des automobilistes empruntent la voie de gauche, réservée aux abonnés ; un automobiliste empruntant cette voie franchit toujours le péage en moins de 10 secondes ;
- 52 % des automobilistes empruntent la voie du centre, réservée au paiement par carte bancaire ; parmi ces derniers, 75 % franchissent le péage en moins de 10 secondes ;
- les autres automobilistes empruntent la voie de droite en utilisant un autre moyen de paiement (pièces ou billets).

On choisit un automobiliste au hasard et on considère les évènements suivants :

- G : « l'automobiliste emprunte la voie de gauche » ;
- C : « l'automobiliste emprunte la voie du centre » ;
- D : « l'automobiliste emprunte la voie de droite » ;
- T : « l'automobiliste franchit le péage en moins de 10 secondes ».

On note $\overline{T}$ l'évènement contraire de l'évènement T.

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
   Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer la probabilité $p(C \cap T)$.
3. L'étude a aussi montré que 70 % des automobilistes passent le péage en moins de 10 secondes.
   a. Justifier que $p(D \cap T) = 0,03$.
   b. Calculer la probabilité qu'un automobiliste empruntant la voie de droite passe le péage en moins de 10 secondes.

Partie B

Quelques kilomètres avant la sortie de l'autoroute, un radar automatique enregistre la vitesse de chaque automobiliste. On considère la variable aléatoire V qui, à chaque automobiliste, associe sa vitesse exprimée en km.h^{-1}.
On admet que V suit la loi normale d'espérance $\mu = 120$ et d'écart-type $\sigma = 7,5$.

1. Déterminer la probabilité $p(120 < V < 130)$. On arrondira le résultat au millième.
2. Une contravention est envoyée à l'automobiliste lorsque sa vitesse est supérieure ou égale à 138 km.h^{-1}.
   Déterminer la probabilité qu'un automobiliste soit sanctionné. On arrondira le résultat au millième.*

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Une société propose un service d'abonnement pour jeux vidéo sur téléphone mobile.
Le 1er janvier 2016, on compte 4 000 abonnés.
À partir de cette date, les dirigeants de la société ont constaté que d'un mois sur l'autre, 8 % des anciens joueurs se désabonnent mais que, par ailleurs, 8 000 nouvelles personnes s'abonnent.

1. Calculer le nombre d'abonnés à la date du 1er février 2016.

   Pour la suite de l'exercice, on modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre de milliers d'abonnés au bout de n mois après le 1er janvier 2016.

   La suite (u_n) est donc définie par :

$$u_0 = 4 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0,92u_n + 8.$$

2. On considère l'algorithme suivant :

Variables
N est un nombre entier naturel
U est un nombre réel
Traitement
U prend la valeur 4
N prend la valeur 0
Tant que $U < 40$
U prend la valeur $0,92 \times U + 8$
N prend la valeur $N + 1$
Fin Tant que
Sortie
Afficher N

   a. Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les valeurs de U seront arrondies au dixième.

Valeur de U	4	…	…
Valeur de N	0	…	…
Condition $U < 40$	vraie	…	…

   b. Donner la valeur affichée en sortie par cet algorithme et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 100$.

   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,92 et calculer son premier terme v_0.

   b. Donner l'expression de v_n en fonction de n.

   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 100 - 96 \times 0,92^n$.

4. En résolvant une inéquation, déterminer la date (année et mois) à partir de laquelle le nombre d'abonnés devient supérieur à 70 000.*

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un groupe de presse édite un magazine qu'il propose en abonnement.
Jusqu'en 2010, ce magazine était proposé uniquement sous forme papier. Depuis 2011, les abonnés du magazine ont le choix entre la version numérique et la version papier.

Une étude a montré que, chaque année, certains abonnés changent d'avis : 10 % des abonnés à la version papier passent à la version numérique et 6 % des abonnés à la version numérique passent à la version papier.
On admet que le nombre global d'abonnés reste constant dans le temps.
Pour tout nombre entier naturel n, on note :

a_n la probabilité qu'un abonné pris au hasard ait choisi la version papier l'année $2010+n$;

b_n la probabilité qu'un abonné pris au hasard ait choisi la version numérique l'année $2010+n$;

$P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année $2010+n$.

On a donc $a_0 = 1$, $b_0 = 0$ et $P_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. **a.** Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B où le sommet A représente l'état « abonné à la version papier » et B l'état « abonné à la version numérique ».
   b. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre A, B des sommets.
   c. Montrer que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \end{pmatrix}$.
2. On admet que, pour tout entier naturel n, on a $a_{n+1} = 0,9a_n + 0,06b_n$ et $b_{n+1} = 0,1a_n + 0,94b_n$.
   Le directeur du groupe de presse souhaite visualiser l'évolution des deux types d'abonnements. Pour cela, on lui propose les deux algorithmes suivants :

Algorithme 1

Entrée
Saisir n
Traitement
a prend la valeur 1
b prend la valeur 0
Pour i allant de 1 à n
a prend la valeur $0,9 \times a + 0,06 \times b$
b prend la valeur $0,1 \times a + 0,94 \times b$
Afficher a et b
Fin Pour

Algorithme 2

Entrée
Saisir n
Traitement
a prend la valeur 1
b prend la valeur 0
Pour i allant de 1 à n
c prend la valeur a
a prend la valeur $0,9 \times a + 0,06 \times b$
b prend la valeur $0,1 \times c + 0,94 \times b$
Afficher a et b
Fin Pour

   Sachant qu'un seul des algorithmes proposés permet de répondre au souhait du directeur, préciser lequel en justifiant la réponse.
3. **a.** Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $a_{n+1} = 0,84a_n + 0,06$.
   b. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = a_n - 0,375$.
   Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,84 et calculer u_0.
   c. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $a_n = 0,375 + 0,625 \times 0,84^n$.
4. En résolvant une inéquation, déterminer l'année à partir de laquelle la proportion d'abonnés à la version papier du magazine devient inférieure à 50 %.

*

Exercice 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

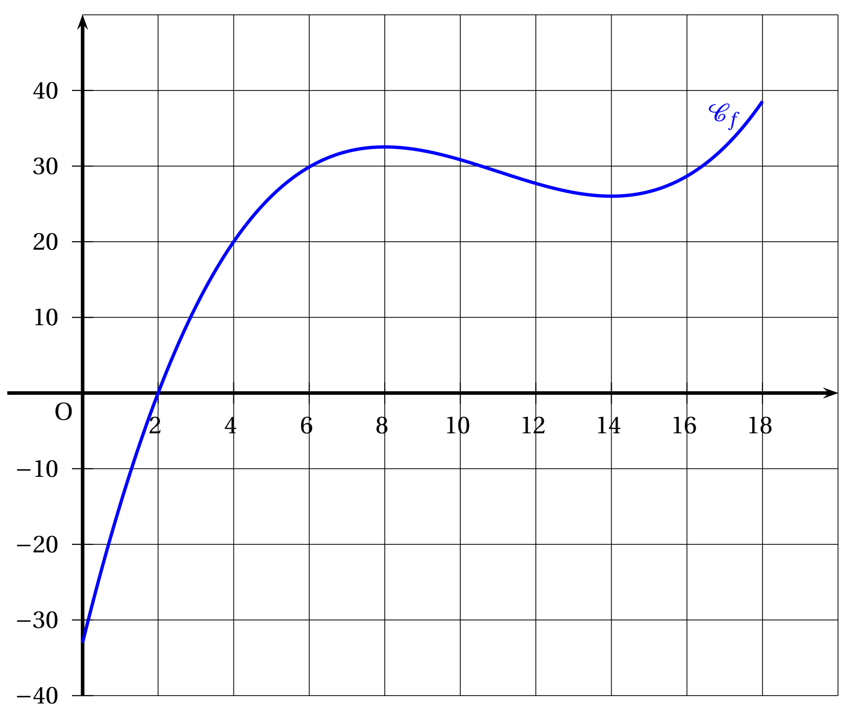
1. On choisit au hasard un nombre réel dans l'intervalle $[10\,;\,50]$. La probabilité que ce nombre appartienne à l'intervalle $[15\,;\,20]$ est :

a. $\dfrac{5}{50}$ **b.** $\dfrac{1}{8}$ **c.** $\dfrac{1}{40}$ **d.** $\dfrac{1}{5}$

2. Le prix d'un produit est passé de 200 € à 100 €.
Cette évolution correspond à deux baisses successives et identiques d'environ :

a. 50 % **b.** 25 % **c.** 29 % **d.** 71 %

3. On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[0\,;\,18]$.



On peut affirmer que :

a. Toutes les primitives de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,18]$ sont négatives sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

b. Toutes les primitives de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,18]$ sont négatives sur l'intervalle $[8\,;\,12]$.

c. Toutes les primitives de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,18]$ sont croissantes sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

d. Toutes les primitives de la fonction f sur l'intervalle $[0;18]$ sont croissantes sur l'intervalle $[8;12]$.

4. Lors d'un sondage, 53,5 % des personnes interrogées ont déclaré qu'elles voteront pour le candidat A aux prochaines élections. L'intervalle de confiance au seuil de 95 % donné par l'institut de sondage est [51 % ; 56 %]. Le nombre de personnes qui ont été interrogées est alors :

a. 40 **b.** 400 **c.** 1 600 **d.** 6 400

*

Exercice 4 **6 points**

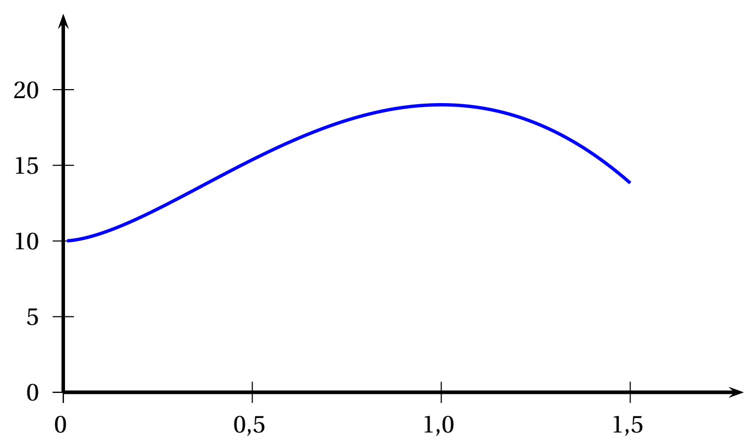
Commun à tous les candidats

Partie A : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;1{,}5]$ par

$$f(x)=9x^2(1-2\ln x)+10.$$

La courbe représentative de f est donnée ci-dessous :



1. a. Montrer que $f'(x)=-36x\ln x$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]0;1{,}5]$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $]0;1{,}5]$.

c. Déduire de la question précédente les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0;1{,}5]$.

2. On admet que $f''(x)=-36\ln x-36$ où f'' désigne la dérivée seconde de la fonction f sur l'intervalle $]0;1{,}5]$.

Montrer que la courbe représentative de la fonction f admet un point d'inflexion dont l'abscisse est e^{-1}.

3. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $]0;1{,}5]$ par

$$F(x)=10x+5x^3-6x^3\ln x.$$

a. Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $]0;1{,}5]$.

b. Calculer $\displaystyle\int_1^{1{,}5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

On donnera le résultat arrondi au centième.

Partie B : Application économique

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Une société est cotée en bourse depuis un an et demi.
Le prix de l'action depuis un an et demi est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, où x représente le nombre d'années écoulées depuis l'introduction en bourse et $f(x)$ représente le prix de l'action, exprimé en euros.
Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si la proposition est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Proposition 1 :
« Sur la période des six derniers mois, l'action a perdu plus d'un quart de sa valeur. »

Proposition 2 :
« Sur la période des six derniers mois, la valeur moyenne de l'action a été inférieure à 17 €. »*

Baccalauréat ES Centres étrangers 8 juin 2016

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

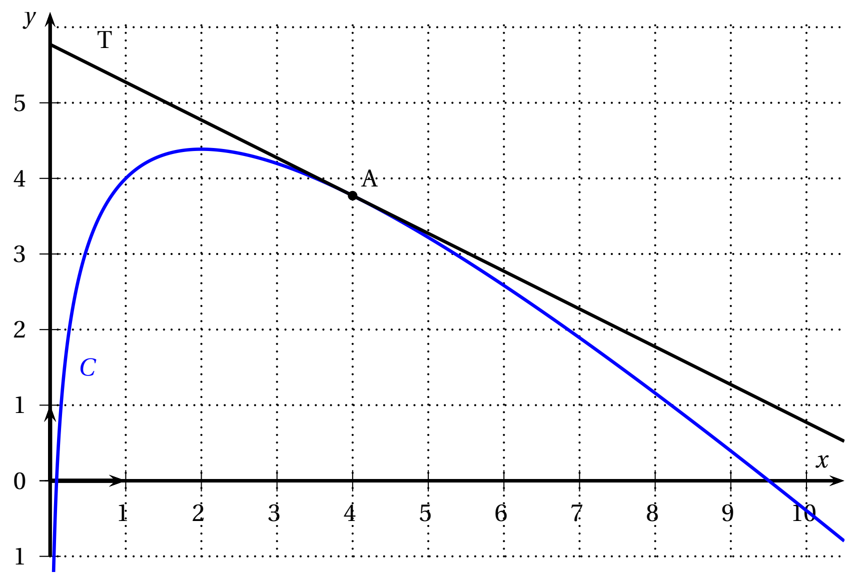
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n 'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point, Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante

Soit la fonction f définie pour tout réel x strictement positif par

$$f(x) = 5 - x + 2\ln x.$$

On a représenté ci-dessous la courbe représentative C de la fonction f, ainsi que T, la tangente à la courbe C au point A d'abscisse 4.



1. On note f' la fonction dérivée de f, on a :

a. $f'(x) = -1 + 2x$

b. $f'(x) = -2\ln x + (5 - x)\dfrac{2}{x}$

c. $f'(x) = \dfrac{-x+2}{x}$

d. $f'(x) = 4 + \dfrac{2}{x}$.

2. Sur l'intervalle $]0\,;\,10]$, l'équation $f'(x) = 0$ admet :

a. Aucune solution

b. Une seule solution

c. Deux solutions

d. Plus de deux solutions

3. Une équation de T est :

a. $y = \dfrac{1}{2}x + 5,7$

b. $y = 5,7x - \dfrac{1}{2}$

c. $y = -\dfrac{1}{2}x + 1 + 2\ln 4$

d. $y = -\dfrac{1}{2}x + 3 + 2\ln 4$

4. La valeur de l'intégrale $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ appartient à l'intervalle :

a. $[1\,;\,3]$ **b.** $[4\,;\,5]$ **c.** $[8\,;\,9]$ **d.** $[10\,;\,15]$

*

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Un fabricant produit des pneus de deux catégories, la catégorie « pneu neige » et la catégorie « pneu classique ». Sur chacun d'eux, on effectue des tests de qualité pour améliorer la sécurité.
On dispose des informations suivantes sur le stock de production :

— le stock contient 40 % de pneus neige ;

— parmi les pneus neige, 92 % ont réussi les tests de qualité ;

— parmi les pneus classiques, 96 % ont réussi les tests de qualité.

Un client choisit un pneu au hasard dans le stock de production. On note :

— N l'évènement : « Le pneu choisi est un pneu neige » ;

— C l'évènement : « Le pneu choisi est un pneu classique » ;

— Q l'évènement : « Le pneu choisi a réussi les tests de qualité ».

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé. On notera aussi $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Dans tout cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

1. Illustrer la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $N \cap Q$ et interpréter ce résultat par une phrase.
3. Montrer que $p(Q) = 0,944$.
4. Sachant que le pneu choisi a réussi les tests de qualité, quelle est la probabilité que ce pneu soit un pneu neige ?

Partie B

On appelle durée de vie d'un pneu la distance parcourue avant d'atteindre le témoin d'usure.
On note X la variable aléatoire qui associe à chaque pneu classique sa durée de vie, exprimée en milliers de kilomètres. On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 30$ et d'écart-type $\sigma = 8$.

1. Quelle est la probabilité qu'un pneu classique ait une durée de vie inférieure à 25 milliers de kilomètres ?
2. Déterminer la valeur du nombre d pour que, en probabilité, 20 % des pneus classiques aient une durée de vie supérieure à d kilomètres.

Partie C

Une enquête de satisfaction effectuée l'an dernier a révélé que 85 % des clients étaient satisfaits de la tenue de route des pneus du fabricant. Ce dernier souhaite vérifier si le niveau de satisfaction a été le même cette année.
Pour cela, il décide d'interroger un échantillon de 900 clients afin de conclure sur l'hypothèse d'un niveau de satisfaction maintenu.
Parmi les 900 clients interrogés, 735 sont satisfaits de la tenue de route.
Quelle va être la conclusion du directeur avec un niveau de confiance 0,95? Détailler les calculs, la démarche et l'argumentation.*

EXERCICE 3 **5 points**
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger.
Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %.

Partie A

On modélise le nombre de films proposés par une suite géométrique (u_n) où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site. On a donc $u_0 = 500$.

1. Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Déterminer la limite de la suite (u_n).

Partie B

Dans cette partie, on souhaite déterminer à partir de combien de mois le site aura doublé le nombre de films proposés par rapport au nombre de films proposés à l'ouverture.

1. On veut déterminer cette valeur à l'aide d'un algorithme.
Recopier et compléter les lignes L3, L5 et L7 pour que l'algorithme donne le résultat attendu.

L1 :	**Initialisation**	Affecter à U la valeur 500
L2 :		Affecter à N la valeur 0
L3 :	**Traitement**	Tant que U ......
L4 :		Affecter à N la valeur $N+1$
L5 :		Affecter à U la valeur ......
L6 :		Fin Tant que
L7 :	**Sortie**	Afficher ......

2. On veut maintenant utiliser une méthode algébrique Calculer le nombre de mois recherché.

Partie C

En raison d'une offre de bienvenue, le nombre d'abonnés au lancement est 15 000. Sur la base des premiers mois, on estime que le nombre des clients abonnés au site évolue suivant la règle suivante : chaque mois, 10 % des clients se désabonnent et 2 500 nouveaux abonnés sont enregistrés.
On note v_n l'estimation du nombre d'abonnés n mois après l'ouverture, on a ainsi $v_0 = 15000$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $v_{n+1} = 0,9 \times v_n + 2500$.

2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n - 25\,000$.

a. Montrer que la suite (w_n) est géométrique de raison 0,9 et préciser son premier terme.

b. En déduire que, pour tout entier n, $v_n = 25\,000 - 10\,000 \times 0,9^n$.

c. Peut-on prévoir, à l'aide de ce modèle, une stabilisation du nombre d'abonnés sur le long terme ? Justifier la réponse.

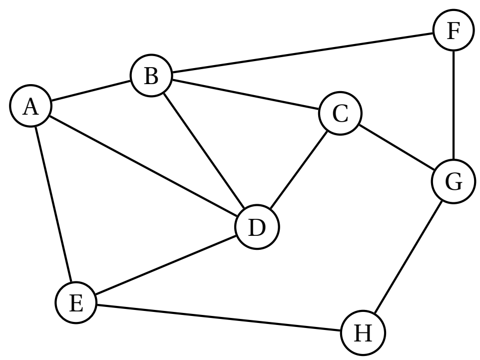
*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une compagnie aérienne utilise huit aéroports que l'on nomme A, B, C, D, E, F, G et H.
Entre certains de ces aéroports, la compagnie propose des vols dans les deux sens.
Cette situation est représentée par le graphe Γ ci-contre, dans lequel :

- les sommets représentent les aéroports,
- les arêtes représentent les liaisons assurées dans les deux sens par la compagnie.



Partie A

1. **a.** Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ est complet.

b. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ est connexe.

2. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ admet une chaîne eulérienne. Si oui, donner une telle chaîne.

3. Donner la matrice d'adjacence M du graphe Γ en respectant l'ordre alphabétique des sommets du graphe.

4. Pour la suite de l'exercice, on donne les matrices suivantes :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3&1&2&2&1&1&0&1\\ 1&4&1&2&2&0&2&0\\ 2&1&3&1&1&2&0&1\\ 2&2&1&4&1&1&1&1\\ 1&2&1&1&3&0&1&0\\ 1&0&2&1&0&2&0&1\\ 0&2&0&1&1&0&3&0\\ 1&0&1&1&0&1&0&2 \end{pmatrix} \text{ et } M^3 = \begin{pmatrix} 4&8&3&7&6&1&4&1\\ 8&4&8&8&3&6&1&4\\ 3&8&2&7&4&1&6&1\\ 7&8&7&6&7&3&3&2\\ 6&3&4&7&2&3&1&4\\ 1&6&1&3&3&0&5&0\\ 4&1&6&3&1&5&0&4\\ 1&4&1&2&4&0&4&0 \end{pmatrix}$$

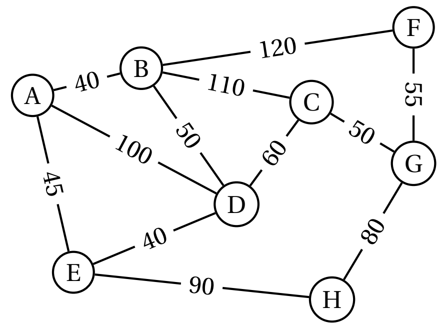
Un voyageur souhaite aller de l'aéroport B à l'aéroport H.

a. Déterminer le nombre minimal de vols qu'il doit prendre, Justifier les réponses à l'aide des matrices données ci-dessus.

b. Donner tous les trajets possibles empruntant trois vols successifs.

Partie B

Les arêtes sont maintenant pondérées par le coût de chaque vol, exprimé en euros.
Un voyageur partant de l'aéroport A doit se rendre à l'aéroport G.
En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le trajet le moins cher.



EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,8]$ par

$$f(x) = \frac{0,4}{20\mathrm{e}^{-x}+1} + 0,4.$$

1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{8\mathrm{e}^{-x}}{\left(20\mathrm{e}^{-x}+1\right)^2}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
2. Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

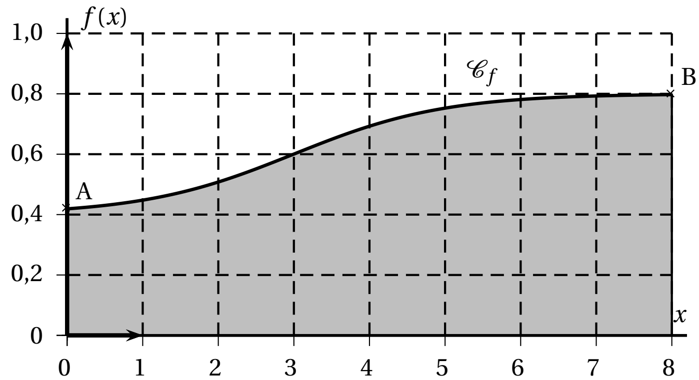
1	$f'(x) := 8 * \mathrm{e}\,\hat{}\,(-x)\,/\,(20 * \mathrm{e}\,\hat{}\,(-x)+1)^2$ $\rightarrow f'(x) : \dfrac{8\cdot\mathrm{e}^{-x}}{400\left(\mathrm{e}^{-x}\right)^2+40\mathrm{e}^{-x}+1}$
2	$g(x) :=$ Dérivée $[f'(x)]$ $\rightarrow g(x) := \dfrac{160\left(\mathrm{e}^{-x}\right)^2 - 8\mathrm{e}^{-x}}{8000\left(\mathrm{e}^{-x}\right)^3+1200\left(\mathrm{e}^{-x}\right)^2+60\mathrm{e}^{-x}+1}$
3	Factoriser $[g(x)]$ $\rightarrow 8\mathrm{e}^{-x}\cdot\dfrac{20\mathrm{e}^{-x}-1}{\left(20\mathrm{e}^{-x}+1\right)^3}$

En s'appuyant sur ces résultats, déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

Partie B

Dans une région montagneuse, une entreprise étudie un projet de route reliant les villages A et B situés à deux altitudes différentes. La fonction f, définie dans la partie A, modélise le profil de ce projet routier. La variable x représente la distance horizontale, en kilomètres, depuis le village A et $f(x)$ représente l'altitude associée, en kilomètres.

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous.



Dans cet exercice, le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en un point M est appelé « pente en M ».
On précise aussi qu'une pente en M de 5 % correspond à un coefficient directeur de la tangente à la courbe de f en M égal à $0,05$.
Il est décidé que le projet sera accepté à condition qu'en aucun point de $\mathscr{C}_f$ la pente ne dépasse 12 %.

Pour chacune des propositions suivantes, dire si la proposition est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Proposition 1
L'altitude du village B est 0,6 km.
Proposition 2
L 'écart d'altitude entre les villages A et B est 378 mètres, valeur arrondie au mètre.
Proposition 3
La pente en A vaut environ 1,8 %.
Proposition 4
Le projet de route ne sera pas accepté.*

∽ Baccalauréat ES Polynésie 10 juin 2016 ∾

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes

On s'intéresse à l'ensemble des demandes de prêts immobiliers auprès de trois grandes banques.
Une étude montre que 42 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Karl, 35 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Lofa, alors que cette proportion est de 23 % pour la banque Miro.
Par ailleurs :

- 76 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Karl sont acceptées ;
- 65 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Lofa sont acceptées ;
- 82 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Miro sont acceptées.

On choisit au hasard une demande de prêt immobilier parmi celles déposées auprès des trois banques.
On considère les évènements suivants :

- K : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Karl » ;
- L : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Lofa » ;
- M : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Miro » ;
- A : « la demande de prêt est acceptée ».

On rappelle que pour tout évènement E, on note $P(E)$ sa probabilité et on désigne par $\overline{E}$ son évènement contraire.

Dans tout l'exercice on donnera, si nécessaire, des valeurs approchées au millième des résultats.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée.
3. Montrer que $P(A) \approx 0,735$.
4. La demande de prêt est acceptée. Calculer la probabilité qu'elle ait été déposée à la banque Miro.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse à la durée moyenne d'un prêt immobilier.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque prêt immobilier, associe sa durée, en années.
On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 20$ et d'écart-type $\sigma = 7$.

1. Calculer la probabilité que la durée d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans.
2. Déterminer une valeur approchée à 0,01 près du nombre réel a tel que
   $P(X > a) = 0,1$.
   Interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.*

EXERCICE 2 **7 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise s'intéresse au nombre d'écrans 3D qu'elle a vendus depuis 2010 :

Année	2010	2011	2012
Nombre d'écrans 3D vendus	0	5 000	11 000

Le nombre d'écrans 3D vendus par l'entreprise l'année $(2010+n)$ est modélisé par une suite (u_n), arithmético-géométrique, de premier terme $u_0 = 0$.
On rappelle qu'une suite arithmético-géométrique vérifie, pour tout entier naturel n, une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = a \times u_n + b$ où a et b sont deux réels.

1. **a.** En supposant que $u_1 = 5000$, déterminer la valeur de b.

b. En supposant de plus que $u_2 = 11000$, montrer que pour tout entier naturel n, on a :

$$u_{n+1} = 1,2 \times u_n + 5000.$$

2. **a.** Calculer u_3 et u_4.

b. En 2013 et 2014, l'entreprise a vendu respectivement 18 000 et 27 000 écrans 3D.
La modélisation semble-t-elle pertinente ?

Dans toute la suite, on fait l'hypothèse que le modèle est une bonne estimation du nombre d'écrans 3D que l'entreprise va vendre jusqu'en 2022.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = u_n + 25000.$$

a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,2.
Préciser la valeur de son premier terme v_0.

b. Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 25000 \times 1,2^n - 25000$.

4. On souhaite connaître la première année pour laquelle le nombre de ventes d'écrans 3D dépassera 180 000 unités.

a. Prouver que résoudre l'inéquation $u_n > 180000$ revient à résoudre l'inéquation $1,2^n > 8,2$.

b. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il détermine et affiche le plus petit entier naturel n, solution de l'inéquation $1,2^n > 8,2$.

Variables :	N est un entier naturel
	W est un nombre réel
Initialisation :	N prend la valeur 0
	W prend la valeur ……
Traitement :	Tant que ……
	W prend la valeur $W \times 1,2$
	……
	Fin du Tant que
Sortie :	Afficher …

c. Déterminer cet entier naturel n.

d. À partir de 2023, l'entreprise prévoit une baisse de 15 % par an du nombre de ses ventes d'écrans 3D. Combien d'écrans 3D peut-elle prévoir de vendre en 2025 ?

*

EXERCICE 3 **5 points**

Enseignement obligatoire

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.
Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

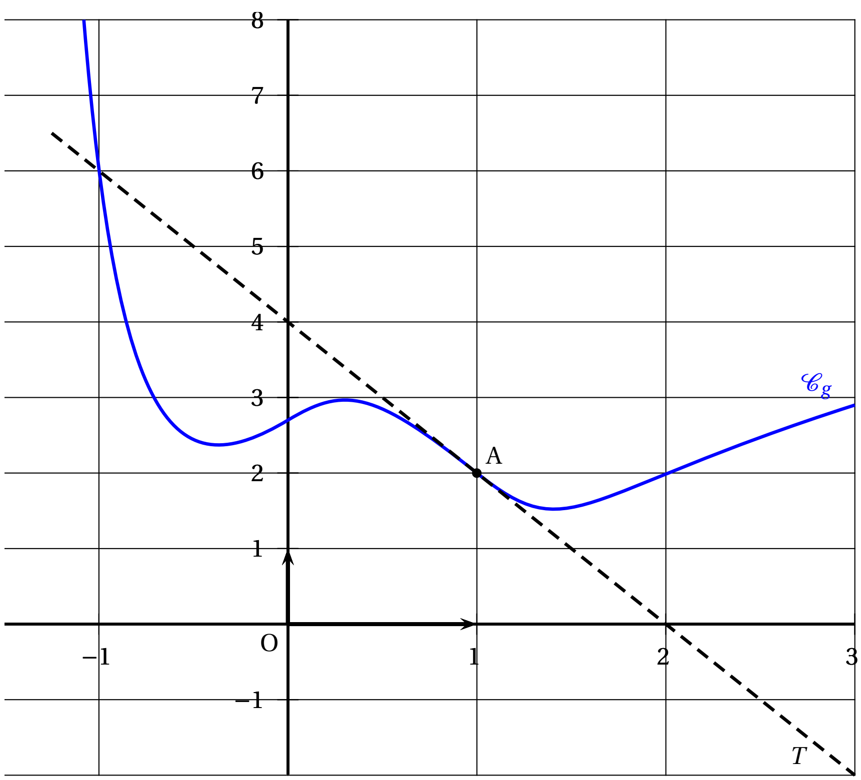
On rappelle que $\mathbb{R}$ désigne l'ensemble des nombres réels.

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = x\ln x - x + 1.$$

Affirmation A : La fonction f est croissante sur l'intervalle $]0\,;1[$.
Affirmation B : La fonction f est convexe sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
Affirmation C : Pour tout x appartenant à l'intervalle $]0~;~+\infty[$, $f(x) \leqslant 50$.

2. On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$.
On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on rappelle que g' désigne la fonction dérivée de la fonction g.
On a tracé en pointillé la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point A de cette courbe, d'abscisse 1 et d'ordonnée 2. Cette tangente coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 2.



Affirmation D : $g'(1) = -2$.

Affirmation E : $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x < 3$.

*

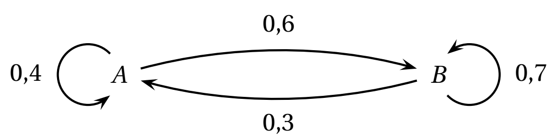
EXERCICE 3 **5 points**

Enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

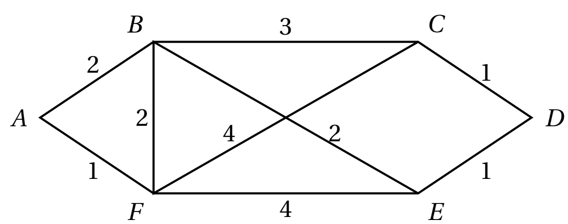
Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes

1. On donne le graphe probabiliste suivant :



Affirmation A : L'état stable associé à ce graphe est $\begin{pmatrix}\frac{2}{3} & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$.

2. On donne le graphe pondéré G suivant :



Affirmation B : Il existe une chaîne passant une et une seule fois par toutes les arêtes de ce graphe.

Affirmation C : La plus courte chaîne entre les sommets A et D est une chaîne de poids 5.

3. On considère la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

On suppose que M est la matrice d'adjacence d'un graphe à quatre sommets A, B, C, D dans cet ordre.

Affirmation D : Il existe exactement 3 chaînes de longueur 4 reliant le sommet B au sommet D.

4. On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$.

Affirmation E : Il existe un nombre réel a pour lequel B est l'inverse de A.

*

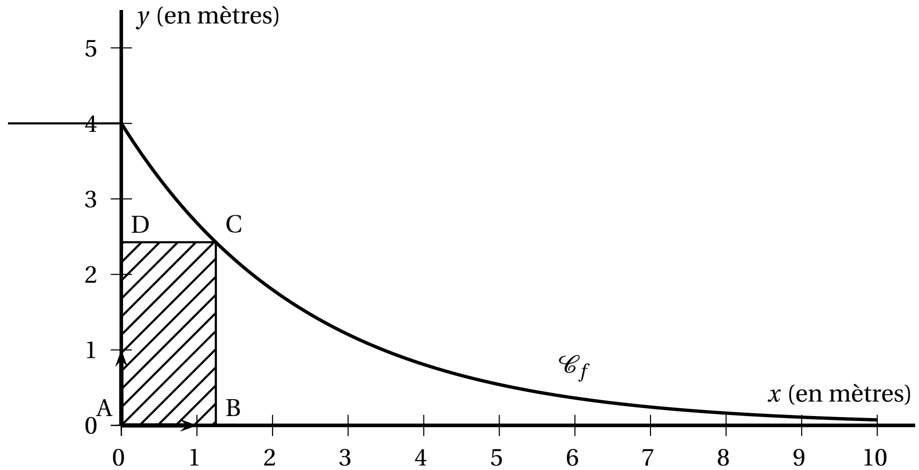
EXERCICE 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

Un publicitaire envisage la pose d'un panneau rectangulaire sous une partie de rampe de skateboard. Le profil de cette rampe est modélisé par la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$f(x) = 4\mathrm{e}^{-0,4x}.$$

Cette courbe $\mathscr{C}_f$ est tracée ci-dessous dans un repère d'origine O :



Le rectangle ABCD représente le panneau publicitaire et répond aux contraintes suivantes : le point A est situé à l'origine du repère, le point B est sur l'axe des abscisses, le point D est sur l'axe des ordonnées et le point C est sur la courbe $\mathscr{C}_f$.

1. On suppose dans cette question que le point B a pour abscisse $x = 2$.
Montrer qu'une valeur approchée de l'aire du panneau publicitaire est $3,6$ m^2.

2. Parmi tous les panneaux publicitaires qui répondent aux contraintes de l'énoncé, quelles sont les dimensions de celui dont l'aire est la plus grande possible ?
On donnera les dimensions d'un tel panneau au centimètre près.

*

∾ Baccalauréat ES Métropole – La Réunion ∾
22 juin 2016

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie sans justifier le choix effectué.
Une bonne réponse rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Un organisme de formation désire estimer la proportion de stagiaires satisfaits de la formation reçue au cours de l'année 2013. Pour cela, il interroge un échantillon représentatif de 300 stagiaires. On constate que 225 sont satisfaits.
Alors, un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la proportion de stagiaires satisfaits de la formation reçue au cours de l'année 2013 est :

a. $[0{,}713 ; 0{,}771]$ **b.** $[0{,}692 ; 0{,}808]$
c. $[0{,}754 ; 0{,}813]$ **d.** $[0{,}701 ; 0{,}799]$

2. En suivant la loi uniforme, on choisit un nombre au hasard dans l'intervalle $[4 ; 11]$. La probabilité que ce nombre soit inférieur à 10 est :

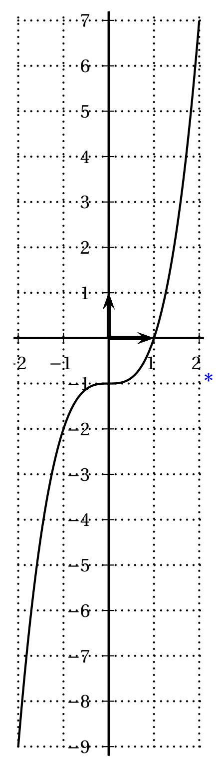
a. $\dfrac{6}{11}$ **b.** $\dfrac{10}{7}$ **c.** $\dfrac{10}{11}$ **d.** $\dfrac{6}{7}$

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-2x+3}$. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée f' est donnée par :

a. $f'(x) = -2\mathrm{e}^{-2x+3}$ **b.** $f'(x) = \mathrm{e}^{-2x+3}$
c. $f'(x) = (-2x+3)\mathrm{e}^{-2x+3}$ **d.** $f'(x) = (-2x-1)\mathrm{e}^{-2x+3}$

4.

On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que sa fonction dérivée f' soit aussi dérivable sur $\mathbb{R}$. La courbe ci-contre représente la fonction f''.



On peut alors affirmer que :

a. f est convexe sur $[-2 ; 2]$.
b. f est concave sur $[-2 ; 2]$.
c. La courbe représentative de f sur $[-2 ; 2]$ admet un point d'inflexion.
d. f' est croissante sur $[-2 ; 2]$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Un loueur de voitures dispose au 1^er^ mars 2015 d'un total de 10 000 voitures pour l'Europe.
Afin d'entretenir son parc, il décide de revendre, au 1^er^ mars de chaque année, 25 % de son parc automobile et d'acheter 3 000 voitures neuves.

On modélise le nombre de voitures de l'agence à l'aide d'une suite :
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de voitures présentes dans le parc automobile au 1^er^ mars de l'année $2015 + n$.
On a donc $u_0 = 10000$.

1. Expliquer pourquoi pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,75u_n + 3000$.
2. Pour tout entier naturel n, on considère la suite (v_n) définie par

$$v_n = u_n - 12000.$$

   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser son premier terme.

   b. Exprimer v_n en fonction de n.
   Déterminer la limite de la suite (v_n).

   c. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_n = 12000 - 2000 \times 0,75^n$.

   d. En vous appuyant sur les réponses données aux deux questions précédentes, que pouvez-vous conjecturer sur le nombre de voitures que comptera le parc automobile de ce loueur au bout d'un grand nombre d'années ?

3. On admet dans cette question que la suite (u_n) est croissante.
   On aimerait déterminer l'année à partir de laquelle le parc automobile comptera au moins 11 950 voitures.

   a. Recopier l'algorithme suivant et compléter les pointillés afin qu'il permette de répondre au problème posé.

Initialisation	U prend la valeur 10 000
	N prend la valeur 0
Traitement	Tant que ...
	N prend la valeur ...
	U prend la valeur ...
	Fin Tant que
Sortie	Afficher ...

   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année recherchée.

   c. Retrouver ce résultat en résolvant l'inéquation $12000 - 2000 \times 0,75^n \geqslant 11950$.

*

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Afin de se préparer à courir des marathons, Hugo aimerait effectuer quotidiennement un footing à compter du 1^er^ janvier 2014.
On admet que :

- Si Hugo court un jour donné, la probabilité qu'il ne coure pas le lendemain est de 0,2 ;
- s'il ne court pas un jour donné, la probabilité qu'il ne coure pas le lendemain est de 0,4.

On note C l'état « Hugo court » et R l'état « Hugo ne court pas ».
Pour tout entier naturel n, on note :

- c_n la probabilité de l'évènement « Hugo court le $(n+1)$-ième jour » ;
- r_n la probabilité de l'évènement « Hugo ne court pas le $(n+1)$-ième jour » ;
- P_n la matrice $\begin{pmatrix} c_n & r_n \end{pmatrix}$ correspondant à l'état probabiliste le $(n+1)$-ième jour.

Le 1er janvier 2014, motivé, le jeune homme court.
On a donc : $P_0 = \begin{pmatrix} c_0 & r_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets C et R.
2. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
3. On donne $M^6 = \begin{pmatrix} 0{,}750016 & 0{,}249984 \\ 0{,}749952 & 0{,}250048 \end{pmatrix}$.
   Quel calcul matriciel permet de déterminer la probabilité c_6 qu'Hugo coure le 7e jour ?
   Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de c_6.
4. **a.** Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n.
   b. Montrer que, pour tout entier naturel n, $c_{n+1} = 0,2c_n + 0,6$.
5. Pour tout entier naturel n, on considère la suite (v_n) définie par $v_n = c_n - 0,75$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,2$. Préciser le premier terme.
   b. Exprimer v_n en fonction de n.
   Déterminer la limite de la suite (v_n).
   c. Justifier que, pour tout entier naturel n, $c_n = 0,75 + 0,25 \times 0,2^n$.
   d. Que peut-on conjecturer concernant la probabilité qu'Hugo coure le 29 décembre 2014 ?
   e. Conjecturer alors l'état stable de ce graphe.
   Comment valider votre conjecture ?

*

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un téléphone portable contient en mémoire 3 200 chansons archivées par catégories : rock, techno, rap, reggae ... dont certaines sont interprétées en français.
Parmi toutes les chansons enregistrées, 960 sont classées dans la catégorie rock.

Une des fonctionnalités du téléphone permet d'écouter de la musique en mode « lecture aléatoire » : les chansons écoutées sont choisies au hasard et de façon équiprobable parmi l'ensemble du répertoire.
Au cours de son footing hebdomadaire, le propriétaire du téléphone écoute une chanson grâce à ce mode de lecture.
On note :
- R l'évènement : « la chanson écoutée est une chanson de la catégorie rock » ;
- F l'évènement : « la chanson écoutée est interprétée en français ».

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

PARTIE A

1. Calculer $p(R)$, la probabilité de l'évènement R.

2. 35 % des chansons de la catégorie rock sont interprétées en français ; traduire cette donnée en utilisant les évènements R et F.
3. Calculer la probabilité que la chanson écoutée soit une chanson de la catégorie rock et qu'elle soit interprétée en français.
4. Parmi toutes les chansons enregistrées 38,5 % sont interprétées en français.
   Montrer que $p\left(F \cap \overline{R}\right) = 0,28$.
5. En déduire $p_{\overline{R}}(F)$ et exprimer par une phrase ce que signifie ce résultat.

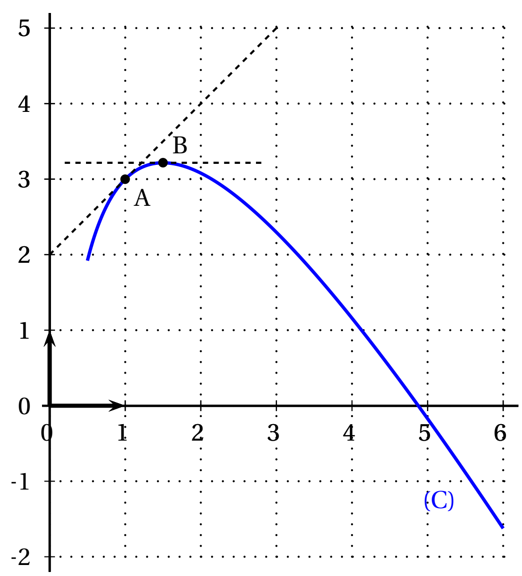
Partie B *Les résultats de cette partie seront arrondis au millième.*

Le propriétaire du téléphone écoute régulièrement de la musique à l'aide de son téléphone portable. On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque écoute de musique, associe la durée (en minutes) correspondante ; on admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 30$ et d'écart-type $\sigma = 10$.
Le propriétaire écoute de la musique.

1. Quelle est la probabilité que la durée de cette écoute soit comprise entre 15 et 45 minutes ?
2. Quelle est la probabilité que cette écoute dure plus d'une heure ? *

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

La courbe (C) ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et dérivable sur $[0,5 ; 6]$. Les points A (1 ; 3) et B d'abscisse 1,5 sont sur la courbe (C).
Les tangentes à la courbe (C) aux points A et B sont aussi représentées en pointillés sur ce graphique, la tangente au point B est horizontale.
On note f' la fonction dérivée de f.



Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : Étude graphique

1. Déterminer $f'(1,5)$.

2. La tangente à la courbe (C) passant par A passe par le point de coordonnées (0 ; 2). Déterminer une équation de cette tangente.
3. Donner un encadrement de l'aire, en unités d'aire et à l'unité près, du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.
4. Déterminer la convexité de la fonction f sur [0,5 ; 6]. Argumenter la réponse.

PARTIE B :ÉTUDE ANALYTIQUE

On admet que la fonction f est définie sur [0,5; 6] par

$$f(x) = -2x + 5 + 3\ln(x).$$

1. Pour tout réel x de [0,5; 6], calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{-2x+3}{x}$.
2. Étudier le signe de f' sur [0,5; 6] puis dresser le tableau de variation de f sur [0,5; 6].
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement une solution α sur [0,5 ; 6].
   Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
4. En déduire le tableau de signe de f sur [0,5; 6].
5. On considère la fonction F définie sur [0,5; 6] par $F(x) = -x^2 + 2x + 3x\ln(x)$.
   - **a.** Montrer que F est une primitive de f sur [0,5; 6].
   - **b.** En déduire l'aire exacte, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$. En donner ensuite une valeur arrondie au dixième.

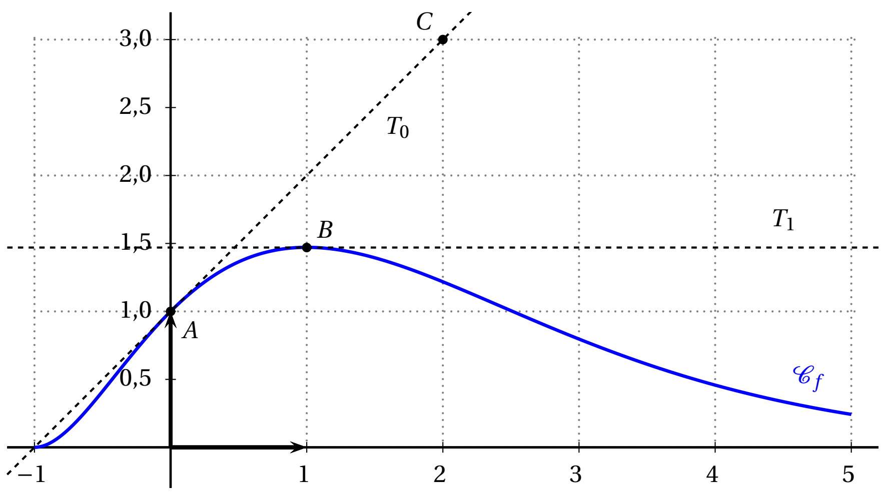
*

☙ Baccalauréat ES – Asie ❧
23 juin 2016

EXERCICE 1 — 6 points

Commun à tous les candidats

Dans un repère orthonormé du plan, on donne la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1\,;\,5]$.
On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $A(0\,;\,1)$ et par le point B d'abscisse 1.
La tangente T_0 à la courbe au point A passe par le point $C(2\,;\,3)$ et la tangente T_1 au point B est parallèle à l'axe des abscisses.



PARTIE A

Dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée. Pour chacune des question, une seule des réponses proposées est correcte.
Une bonne réponse rapporte 0,75 point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.
Noter sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. La valeur exacte de $f'(1)$ est :
   a. 0
   b. 1
   c. 1,6
   d. autre réponse
2. La valeur exacte de $f'(0)$ est :
   a. 0
   b. 1
   c. 1,6
   d. autre réponse

3. La valeur exacte de $f(1)$ est :
a. 0
b. 1
c. 1,6
d. autre réponse

4. Un encadrement de $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ par des entiers naturels successifs est :

a. $3 \leqslant \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 4$ **b.** $2 \leqslant \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 3$

c. $1 \leqslant \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 2$ **d.** autre réponse

PARTIE B

1. On admet que la fonction F définie sur $[-1\,;\,5]$ par $F(x) = -(x^2+4x+5)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de la fonction f.
  a. En déduire l'expression de $f(x)$ sur $[-1\,;\,5]$.
  b. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine du plan limité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

2. Montrer que sur l'intervalle $[1\,;\,5]$, l'équation $f(x) = 1$ admet au moins une solution.*

EXERCICE 2 — 6 points

Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.
Dans ce qui suit, les résultats approchés sont à arrondir au millième.

Une entreprise produit en grande série des clés USB pour l'industrie informatique.

PARTIE A

On prélève au hasard 100 clés dans la production de la journée pour vérification. La production est assez grande pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 clés.
On admet que la probabilité qu'une clé USB prélevée au hasard dans la production d'une journée soit défectueuse est égale à 0,015.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de clés défectueuses de ce prélèvement.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer les probabilités $p(X = 0)$ et $p(X = 1)$.
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux clés soient défectueuses.

PARTIE B

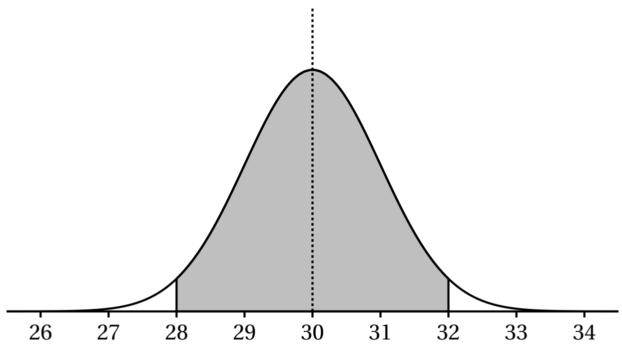
Une clé est dite conforme pour la lecture lorsque sa vitesse de lecture, exprimée en Mo/s, appartient à l'intervalle $[98\,;\,103]$. Une clé est dite conforme pour l'écriture lorsque sa vitesse d'écriture exprimée en Mo/s appartient à l'intervalle $[28\,;\,33]$.

1. On note R la variable aléatoire qui, à chaque clé prélevée au hasard dans le stock, associe sa vitesse de lecture. On suppose que la variable aléatoire R suit la loi normale d'espérance $\mu = 100$ et d'écart-type $\sigma = 1$.

   Calcule la probabilité qu'une clé soit conforme pour la lecture.

2. On note W la variable aléatoire qui, chaque clé prélevée au hasard dans le stock, associe sa vitesse d"écriture On suppose que la variable aléatoire W suit une loi normale.

   Le graphique ci-après représente la densité de probabilité de la variable aléatoire W.



   L'unité d'aire est choisie de façon à ce que l'aire sous la courbe soit égale à un et l'aire grisée est environ égale à $0,95$ unité d'aire. La droite d'équation $x = 30$ est un axe de symétrie de la courbe.

   Déterminer l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire W. Justifier.

PARTIE C

Dans cette partie, on considère une grande quantité de clés devant être livrées à un éditeur de logiciels. On considère un échantillon de 100 clés prélevées au hasard dans cette livraison. La livraison est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce tirage à un tirage avec remise.
On constate que 94 clés sont sans défaut.

Déterminer un intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95 %, de la proportion des clés USB qui sont sans défaut.*

EXERCICE 3 — 5 points

Élèves de ES n'ayant pas suivi la spécialité mathématiques, et élèves de L

Le 1^er^ septembre 2015, un ensemble scolaire compte 3 000 élèves.
Une étude statistique interne a montré que chaque 1^er^ septembre :

- 10 % de l'effectif quitte l'établissement ;
- 250 nouveaux élèves s'inscrivent.

On cherche à modéliser cette situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre d'élèves le 1^er^ septembre de l'année $2015 + n$.

1. Justifier qu'on peut modéliser la situation avec la suite (u_n) telle que
   $u_0 = 3000$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,9\,u_n + 250$.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 2500$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,9. Préciser v_0.

b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 500 \times 0,9^n + 2500$.

3. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -50 \times 0,9^n$.
En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

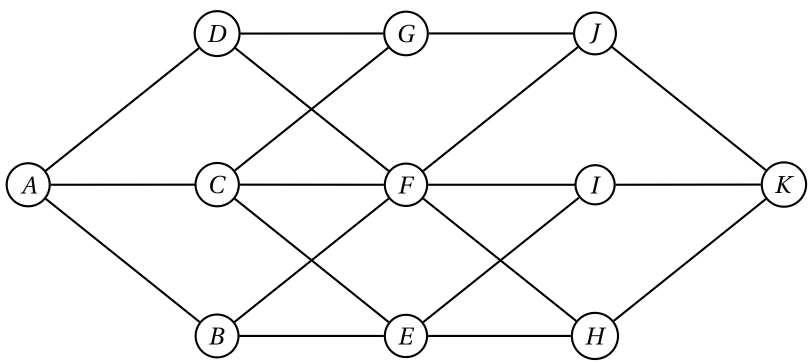
4. La capacité optimale d'accueil est de 2 800 élèves. Ainsi, au 1er septembre 2015, l'ensemble scolaire compte un sureffectif de 200 élèves.
Écrire un algorithme permettant de déterminer à partir de quelle année, le contexte restant le même, l'ensemble scolaire ne sera plus en sureffectif.*

EXERCICE 3 — 5 points

Élèves de ES ayant suivi la spécialité mathématiques

PARTIE A

On considère le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous



1. En justifiant la réponse, dire si ce graphe admet une chaîne eulérienne.
Si oui, donner une telle chaîne.

2. On considère la matrice M ci-après (a, b, c et d sont des nombres réels).

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a. Déterminer les réels a, b, c et d pour que la matrice M représente la matrice d'adjacence associée au graphe $\mathcal{G}$, les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique.

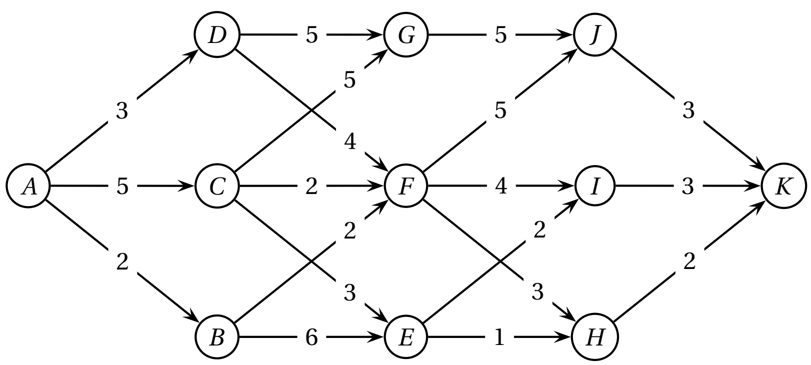
b. On donne

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 10 & 8 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 5 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 10 & 13 & 6 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & 11 & 16 & 9 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 7 & 12 & 8 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 10 & 11 & 7 & 0 & 0 & 0 & 10 & 10 & 7 & 0 \\ 0 & 13 & 16 & 12 & 0 & 0 & 0 & 13 & 13 & 12 & 0 \\ 0 & 6 & 9 & 8 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 7 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 10 & 13 & 5 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 10 & 13 & 5 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 7 & 12 & 7 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 5 & 6 & 4 & 0 & 0 & 0 & 8 & 8 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant A à J. Préciser ces chemins.

PARTIE B

On oriente et on pondère le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessus pour qu'il représente un réseau d'irrigation.



- Le sommet A correspond au départ d'eau, le sommet K au bassin d'infiltration et les autres sommets représentent les stations de régulation.
- Les arêtes représentent les canaux d'irrigation et les flèches, le sens du ruissellement.
- La pondération donne, en km, les distances entre les différentes stations du réseau.

Déterminer un chemin de longueur minimale entre le départ d'eau en A et le bassin d'infiltration en K et donner sa longueur.*

EXERCICE 4 — 3 points

Commun à tous les candidats

D'après une enquête menée auprès d'une population, on a constaté que :

- 60 % de la population sont des femmes ;
- 56 % des femmes travaillent à temps partiel ;
- 36 % de la population travaillent à temps partiel.

On interroge une personne dans la population. Elle affirme qu'elle travaille à temps partiel.
Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?*

∽ Baccalauréat ES–L Antilles–Guyane ∾ juin 2016

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1 ; 3]$:

Dans l'intervalle $[-1 ; 3]$, l'équation $f(x) = 0$ admet :

a. exactement 3 solutions

b. exactement 2 solutions

c. exactement 1 solution

d. pas de solution

x	-1		1		2		3
variations de f	-2	↗	2	↘	-1	↗	$-0,5$

2. L'équation $\ln(2x) = 2$ admet une unique solution x_0 sur $\mathbb{R}$. On a :

a. $x_0 = 0$ **b.** $x_0 = \dfrac{\mathrm{e}^2}{2}$ **c.** $x_0 = \dfrac{\ln 2}{2}$ **d.** $x_0 = 3{,}694\,5$

3. La suite (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 400$ et de raison $\dfrac{1}{2}$.

La somme $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$ est égale à :

a. $2 \times \left(1 - 0,5^{10}\right)$ **b.** $2 \times \left(1 - 0,5^{11}\right)$

c. $800 \times \left(1 - 0,5^{10}\right)$ **d.** $800 \times \left(1 - 0.5^{11}\right)$

4. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Variables :     n est un nombre entier naturel
                U est un nombre réel
Traitement :    Affecter à n la valeur 0
                Affecter à U la valeur 50
                Tant que U < 120 faire
                  | U prend la valeur 1,2 × U
                  | n prend la valeur n + 1
                Fin Tant que
Sortie :        Afficher n
```

En fin d'exécution, cet algorithme affiche la valeur :

a. 4 **b.** $124,416$ **c.** 5 **d.** 96

5. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 2 + 3\ln(x)$.

La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 a pour équation :

a. $y = \dfrac{3}{x}$ **b.** $y = 3x - 1$ **c.** $y = 3x$ **d.** $y = 3x + 2$

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L.

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

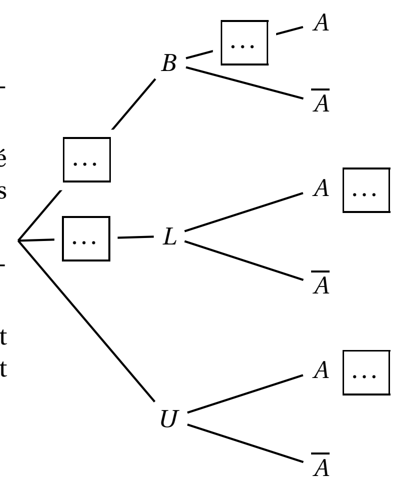
Une agence de location de voitures dispose de trois types de véhicules : berline, utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance sans franchise.
Une étude statistique a permis d'établir que :

- 30 % des clients ont loué une berline et 10 % ont loué un véhicule de luxe.
- 40 % des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 9 % des clients ont loué un véhicule de luxe et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les évènements suivants :

- B : le client a loué une berline.
- L : le client a loué un véhicule de luxe.
- U : le client a loué un véhicule utilitaire.
- A : le client a choisi l'option d'assurance sans franchise.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre avec les données de l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que le client ait loué une berline et ait choisi l'option d'assurance sans franchise ?
3. Calculer la probabilité qu'un client ait choisi l'option d'assurance sans franchise.
4. Calculer $P_L(A)$, la probabilité que le client ait souscrit une assurance sans franchise sachant qu'il a loué une voiture de luxe.



Partie B

Le temps d'attente au guichet de l'agence de location, exprimé en minutes, peut être modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[1\,;\,20]$.

1. Quelle est la probabilité d'attendre plus de douze minutes ?
2. Préciser le temps d'attente moyen.

Partie C

Cette agence de location propose l'option retour du véhicule dans une autre agence.
Une étude statistique a établi que le nombre mensuel de véhicules rendus dans une autre agence peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 220$ et d'écart-type $\sigma = 30$.
Si pour un mois donné, le nombre de véhicules rendus dans une autre agence dépasse 250 véhicules, l'agence doit prévoir un rapatriement des véhicules.
À l'aide de la calculatrice, déterminer, à 0,01 près, la probabilité que l'agence doive prévoir un rapatriement de véhicules.*

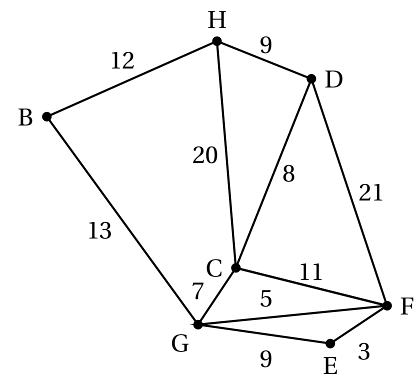
EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Des touristes sont logés dans un hôtel H.
Un guide souhaite faire visiter la région à ces touristes en empruntant les routes signalées comme d'intérêt touristique par l'office du tourisme.
Les tronçons de route qu'il souhaite emprunter sont représentés sur le graphe ci-contre.
Le long de chaque arête figure la distance en kilomètres des différents tronçons.



1. **a.** Le guide peut-il emprunter tous les tronçons de route en passant une et une seule fois sur chacun d'eux, en partant de l'hôtel et en y revenant ? Justifier la réponse.
   b. Le guide peut-il emprunter tous les tronçons de route en passant une et une seule fois sur chacun d'eux, en partant de l'hôtel mais sans forcément y revenir ? Justifier la réponse.
2. Un musée est situé en E. Déterminer le plus court chemin menant de l'hôtel H au musée E. Justifier la réponse.

Partie B

L'office de tourisme évalue chaque année les hôtels de sa région et répertorie les meilleurs sur son site internet. On admet que dans cette région, la création ou la disparition d'hôtels est négligeable. On constate que, chaque année :

- 10 % des hôtels répertoriés ne seront plus répertoriés l'année suivante ;
- 20 % des hôtels non répertoriés sur le site seront répertoriés l'année suivante.

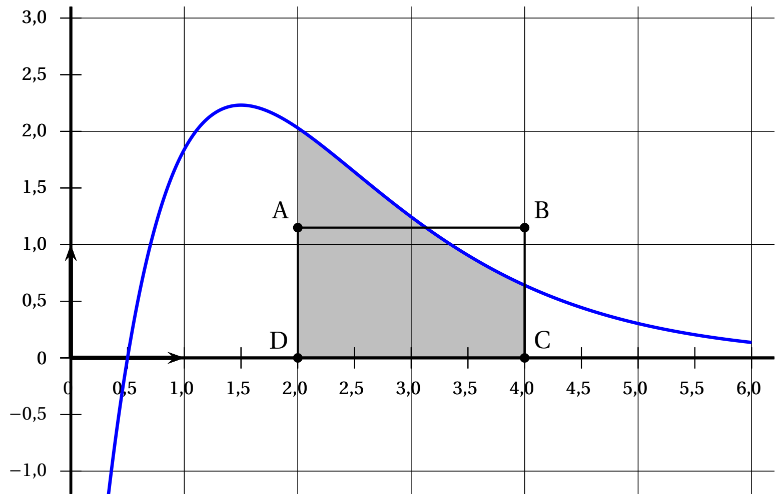
1. Réaliser un graphe décrivant cette situation (on notera R l'évènement « l'hôtel est répertorié » et $\overline{R}$ son évènement contraire).
2. Écrire la matrice de transition de ce graphe.
3. En 2015, 30 % des hôtels de la région étaient répertoriés.
   Quel pourcentage d'hôtels sera répertorié en 2016 ? en 2017 ?
4. Quel pourcentage d'hôtel serait répertorié à long terme ?

*

EXERCICE 3 **7 points**

Commun à tous les candidats

La courbe ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
ABCD est un rectangle, le point D a pour coordonnées $(2 ; 0)$ et le point C a pour coordonnées $(4 ; 0)$.



Partie A

Dans cette partie A, les réponses seront données à partir d'une lecture graphique.

1. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$.
2. Avec la précision permise par le graphique, donner une valeur approchée du maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
3. Quel semble être le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[2\,;\,6]$? Justifier.
4. Pour quelle(s) raison(s) peut-on penser que la courbe admet un point d'inflexion ?
5. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie B

La fonction f est la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par

$$f(x) = (10x-5)\mathrm{e}^{-x}.$$

Un logiciel de calcul formel a donné les résultats suivants (on ne demande pas de les justifier) :

$$f'(x) = (-10x+15)\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad f''(x) = (10x-25)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Dresser le tableau de variation de f en précisant la valeur de l'extremum et les valeurs aux bornes de l'ensemble de définition.
2. Étudier la convexité de f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
3. Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par $F(x) = (-10x-5)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
4. En déduire la valeur exacte puis une valeur approchée au centième de $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.
5. On souhaiterait que l'aire du rectangle ABCD soit égale à l'aire du domaine grisé sur la figure. Déterminer, à $0,01$ près, la hauteur AD de ce rectangle.

EXERCICE 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

Afin de lutter contre la pollution de l'air, un département a contraint dès l'année 2013 certaines entreprises à diminuer chaque année la quantité de produits polluants qu'elles rejettent dans l'air.
Ces entreprises ont rejeté 410 tonnes de ces polluants en 2013 et 332 tonnes en 2015. On considère que le taux de diminution annuel de la masse de polluants rejetés est constant.

1. Justifier que l'on peut considérer que l'évolution d'une année sur l'autre correspond à une diminution de 10 %.
2. En admettant que ce taux de 10 % reste constant pour les années à venir, déterminer à partir de quelle année la quantité de polluants rejetés par ces entreprises ne dépassera plus le seuil de 180 tonnes fixé par le conseil départemental.

*

∽ Baccalauréat ES Métropole – La Réunion ∾
14 septembre 2016

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir au millième.
À partir d'une étude statistique dans une chaîne de restaurants, on a modélisé le comportement des clients par :

- 60 % des clients sont des hommes ;
- 80 % des hommes mangent un dessert alors que seulement 45 % des femmes en mangent un.

On interroge au hasard un client de cette chaîne. On note :

- H l'évènement « le client interrogé est un homme » ;
- D l'évènement « le client interrogé a mangé un dessert ».

On note également :

- $\overline{A}$ l'évènement contraire d'un évènement A ;
- $p(A)$ la probabilité d'un évènement A.

PARTIE A

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le client interrogé soit un homme et ait mangé un dessert.
3. Montrer que $p(D) = 0,66$.
4. Le client interrogé affirme avoir pris un dessert. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

PARTIE B

Le directeur de cette chaîne souhaite savoir si ses clients actuels sont satisfaits des menus proposés dans ses restaurants.
Une enquête de satisfaction est réalisée sur un échantillon de 300 clients et 204 se déclarent satisfaits des menus proposés.

1. Donner un intervalle de confiance au niveau de 95 % de la proportion de clients satisfaits.
2. Le directeur souhaite cependant avoir une estimation plus précise et donc veut un intervalle de confiance au niveau de 95 % d'amplitude 0,06.
   Déterminer le nombre de personnes à interroger pour obtenir un tel intervalle. *

EXERCICE 2 **4 points**
Commun à tous les candidats

Dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.
Une bonne réponse rapporte un point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponses n'enlève ni ne rapporte aucun point.
Noter sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Les parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

1. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 90 et d'écart-type 6. Une valeur arrondie au millième de $p(X \geqslant 100)$ est :

a. 0,500 **b.** 0,452 **c.** 0,048 **d.** 0,952

2. Soit Y une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance μ et d'écart-type 10. Une valeur arrondie au millième de $p\left(\mu - 20 \leqslant Y \leqslant \mu + 20\right)$ est :

a. 0,68 **b.** 0,5 **c.** 0,8 **d.** 0,95

PARTIE B

Pour les deux questions suivantes, on considère une fonction f deux fois dérivable sur $[-5\,;3]$. On donne ci-dessous le tableau de variation de f'.

x	-5		-1		1		3
Variation de f'	$-0,5$	↘	-3	↗	0	↗	4

3. La fonction f est :

a. croissante sur $[-5\,;\,3]$

b. décroissante sur $[-5\,;\,1]$

c. décroissante sur $[-5\,;\,3]$

d. croissante sur $[-1\,;\,3]$

4. La fonction f est :

a. convexe sur $[-5\,;\,-1]$

b. concave sur $[-5\,;\,-1]$

c. concave sur $[-5\,;\,1]$

d. convexe sur $[-5\,;\,3]$

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Le 31 décembre 2015 une forêt comportait 1 500 arbres. Les exploitants de cette forêt prévoient que chaque année, 5 % des arbres seront coupés et 50 arbres seront plantés.
On modélise le nombre d'arbres de cette forêt par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n est le nombre d'arbres au 31 décembre de l'année $(2015 + n)$.
Ainsi $u_0 = 1\,500$.

PARTIE A

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,95 \times u_n + 50$.
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 1\,000$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
   b. Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 1\,000 + 500 \times 0,95^n$.
   c. En déduire le nombre d'arbres prévisibles dans cette forêt le 31 décembre 2030.

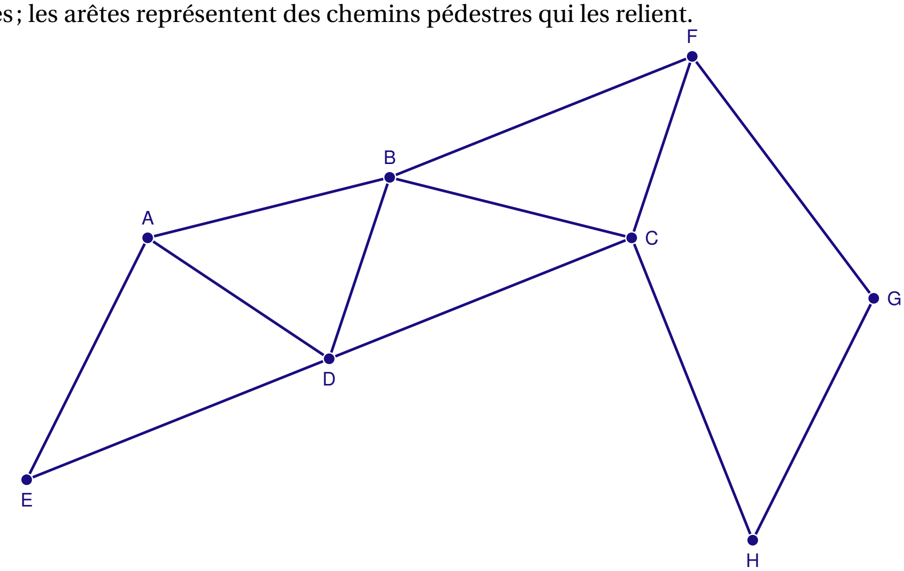
PARTIE B

Les arbres coupés dans cette forêt sont utilisés pour le chauffage. Le prix d'un stère de bois (unité de volume mesurant le bois) augmente chaque année de 3 %.
Au bout de combien d'années le prix d'un stère de bois aura-t-il doublé ?

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un parc de loisirs décide d'ouvrir une nouvelle attraction pour les jeunes enfants : un parcours pédestre où chaque enfant doit recueillir, sur différents lieux, des indices pour résoudre une énigme. Le parcours est représenté par le graphe ci-dessous. Les sommets représentent des lieux où sont placés les indices ; les arêtes représentent des chemins pédestres qui les relient.



PARTIE A

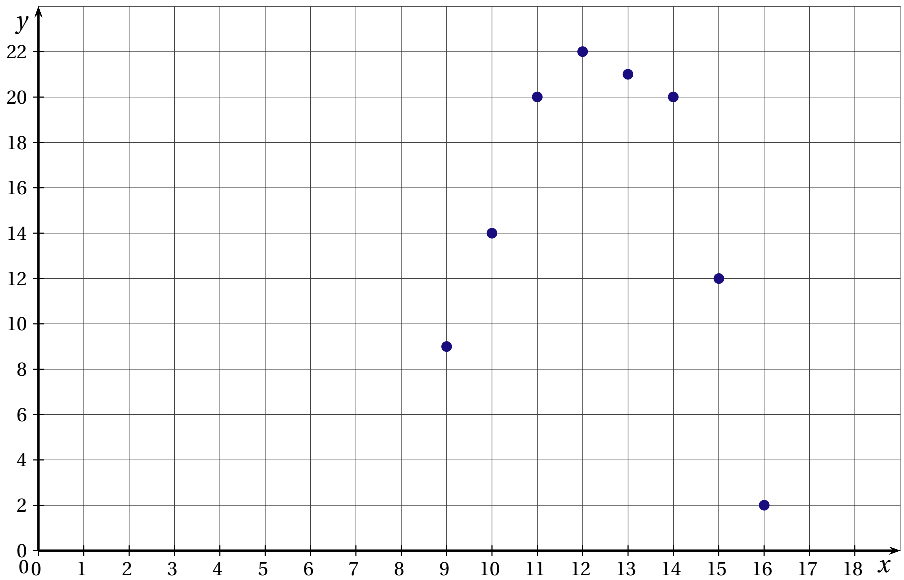
1. Un enfant pourra-t-il parcourir chaque chemin pédestre du circuit une fois et une seule ? Si oui, indiquer un circuit possible et sinon expliquer pourquoi.
2. On note M la matrice d'adjacence associée à ce graphe (les sommets sont pris dans l'ordre alphabétique).

   On donne la matrice $M^4 = \begin{pmatrix} 20 & 18 & 20 & 21 & 11 & 13 & 5 & 5 \\ 18 & 32 & 25 & 25 & 17 & 16 & 10 & 10 \\ 20 & 25 & 31 & 19 & 13 & 13 & 14 & 5 \\ 21 & 25 & 19 & 31 & 13 & 21 & 4 & 12 \\ 11 & 17 & 13 & 13 & 11 & 6 & 4 & 3 \\ 13 & 16 & 13 & 21 & 6 & 20 & 3 & 13 \\ 5 & 10 & 14 & 4 & 4 & 3 & 9 & 1 \\ 5 & 10 & 5 & 12 & 3 & 13 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

   Déterminer le nombre de parcours allant de E à H en 4 chemins pédestres. Les citer tous.

PARTIE B

Afin d'améliorer la qualité de ses services, une étude statistique a relevé la durée moyenne d'attente en minutes à la billetterie du parc en fonction de l'heure. Ce relevé a eu lieu chaque heure de 9 h à 16 h. On obtient le relevé suivant :



Ainsi, à 10 h, il y avait 14 minutes d'attente à la billetterie.
On souhaite modéliser cette durée d'attente par une fonction qui à l'heure associe la durée d'attente en minutes. Ainsi, il sera possible d'avoir une estimation de la durée d'attente.
On choisit de modéliser cette situation à l'aide de la fonction f définie par

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

avec a, b, c des réels et a non nul telle que les trois points (9 ; 9), (11 ; 20) et (16 ; 2) appartiennent à la représentation graphique de f.

1. Calculer les trois réels a, b et c.
2. En utilisant ce modèle, déterminer sur quelle(s) plage(s) horaire(s) l'attente peut être inférieure à dix minutes.*

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On définit une fonction g sur l'intervalle $[0,5~;~5]$ par

$$g(x) = 5x - 3x\ln x.$$

1. Montrer que pour x appartenant à $[0,5~;~5]$, $g'(x) = 2 - 3\ln x$.
2. Étudier le signe de $g'(x)$ et en déduire le sens de variation de g sur $[0,5;5]$.
3. En déduire pour quelle valeur x_0, arrondie au centième, la fonction g atteint un maximum.
4. Montrer que l'équation $g(x) = 4$ admet deux solutions sur $[0,5;5]$ que l'on note α_1 et α_2. En donner un encadrement d'amplitude 0,01.
5. Résoudre $g(x) \geqslant 4$.
6. Montrer que la fonction G définie sur $[0,5~;~5]$ par

$$G(x) = -\frac{3}{2}x^2\ln x + \frac{13}{4}x^2$$

est une primitive de g sur $[0,5~;~5]$.

7. Calculer alors la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[0,5~;~5]$. On donnera la valeur arrondie au millième.

*

∽ Baccalauréat ES (spécialité) Antilles–Guyane ∾ septembre 2016

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\text{e}^{x}$; la fonction f est :

a. concave sur $]-\infty\,;\,0]$ **b.** convexe sur $]-\infty\,;\,0]$
c. concave sur $[0\,;\,+\infty]$ **d.** convexe sur $[0\,;\,+\infty[$

2. On considère l'équation d'inconnue x :

$$(3x+1)\text{e}^{5x} = 0.$$

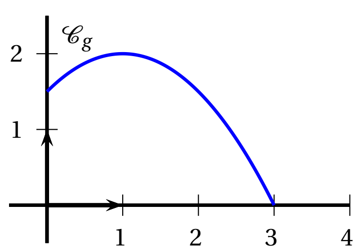
Cette équation admet sur $\mathbb{R}$:

a. 0 solution **b.** 1 solution **c.** 2 solutions **d.** plus de 3 solutions

3. On a constaté que, sur 10 ans, le prix d'une certaine denrée a augmenté de 8 % par an.
On peut affirmer que, sur 10 ans, le prix de cette denrée a augmenté, à l'unité près, de :

a. 80 % **b.** 116 % **c.** 216 % **d.** 43 %

4.
La courbe $\mathscr{C}_g$ ci-contre représente une fonction g définie et dérivable sur $[0; 3]$.
On note g' sa fonction dérivée ; on a :
a. $g'(2) = -1$
b. $g'(2) = -5$
c. $g'(2) = \dfrac{4}{3}$
d. $g'(2) = 2$

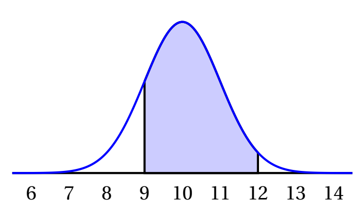


5. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \text{e}^{3x+2}$.
Une primitive H de h peut être définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $H(x) = 3\text{e}^{3x+2}$ **b.** $H(x) = \frac{1}{3}\text{e}^{3x+2}$
c. $H(x) = (3x+2)\text{e}^{3x+2}$ **d.** $H(x) = \text{e}^{3x+2}$

6.
Pour la loi normale représentée ci-contre on a $P(9 < X < 12) \approx 0,82$ (à 10^{-2} près).
Les paramètres de la loi X sont :
a. $\mu = 10$ et $\sigma = 2$
b. $\mu = 11$ et $\sigma = 2$
c. $\mu = 10$ et $\sigma = 1$
d. $\mu = 11$ et $\sigma = 3$

*



EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une salle de sport, trois activités sont proposées : Pilates (P), Step (S) et Zumba (Z).
D'une semaine sur l'autre les abonnés peuvent changer d'activité.
Au 1er septembre 2015, il y a 10 % des abonnés inscrits en Pilates, 85 % en Step et 5 % en Zumba.
D'après l'analyse des données des années précédentes, le gérant prévoit que, d'une semaine sur l'autre :

- Si l'abonné était en Pilates, la semaine suivante il conserve Pilates dans 30 % des cas, sinon il choisit Step dans 10 % des cas et Zumba dans 60 % des cas.
- Si l'abonné était en Step, la semaine suivante il conserve Step dans 30 % des cas, sinon il choisit Pilates dans 50 % des cas et Zumba dans 20 % des cas.
- Si l'abonné était en Zumba, la semaine suivante il conserve Zumba dans 20 % des cas, sinon il choisit Pilates dans 20 % des cas et Step dans 60 % des cas.

On considère qu'il n'y a pas de nouveaux abonnés et pas de départ tout au long de l'année. Soit $E_n = \begin{pmatrix} p_n & s_n & z_n \end{pmatrix}$, la matrice ligne décrivant l'état probabiliste de la répartition parmi les trois activités P, S et T, n semaines après le 1er septembre 2015.

1. Donner, sans justification, la matrice E_0.
2. Traduire la situation par un graphe probabiliste de sommets P, S et Z.
3. On donne M la matrice carrée 3×3 de transition respectant l'ordre P, S et Z.

$$M = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,6 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

   a. Préciser la signification du coefficient $0,5$ dans la matrice M.
   b. Calculer E_1.
   c. Déterminez la répartition prévisible dans chaque activité au bout de trois semaines.

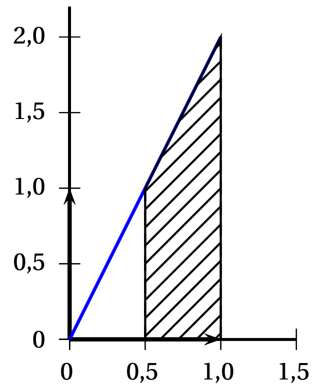
4. Peut-on affirmer, à 10^{-2} près, qu'au bout de 6 semaines environ $1/3$ des abonnés se répartissent dans chaque activité.
5. Au 1er septembre 2015 on compte 120 abonnés dans cette salle de sport. Combien peut-on prévoir d'abonnés dans chaque activité, 8 semaines après cette date ?
6. **a.** Conjecturer la valeur exacte des coefficients de la matrice ligne E correspondant à l'état probabiliste stable.
   b. Vérifier cette conjecture.

*

EXERCICE 3 **3 points**

Commun à tous les candidats

La fonction f est définie sur $[0\,;\ 1]$ par $f(x) = 2x$.
On considère une variable aléatoire X qui suit la loi de probabilité dont la fonction de densité est f.
Cette fonction de densité est représentée ci-dessous.



1. **a.** Quelle est la valeur, en unité d'aire, de la surface hachurée ? Préciser la démarche utilisée.
   b. Interpréter ce résultat en terme de probabilité.
2. Calculer la probabilité $P(0 \leqslant X \leqslant 0,75)$.*

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Une association confectionne et porte, chaque jour, à domicile des repas à des personnes dépendantes.
En 2015, 600 personnes étaient abonnées à ce service.
Pour étudier son développement, cette association a fait une enquête selon laquelle l'évolution peut être modélisée de la façon suivante :

- Chaque année, 5 % des abonnements ne sont pas renouvelés .
- Chaque année, on compte 80 nouveaux abonnements à ce service.

1. Pour suivre l'évolution du nombre d'abonnés, un gestionnaire réalise l'algorithme suivant :

Variables :	n et U sont des nombres
Traitement :	Affecter à U la valeur 600
	Affecter à n la valeur 0
	Tant que $U < 800$ faire
	U prend la valeur $U - U \times 0,05 + 80$
	n prend la valeur $n + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

   a. Recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous (arrondir les valeurs calculées à l'unité).

valeur de U	600		...
valeur de n	0		...
test $U < 800$	vrai		...

   b. Déterminer la valeur affichée en fin d'exécution de l'algorithme.
   c. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. Cette évolution peut s'étudier à l'aide d'une suite (u_n) où u_n est le nombre d'abonnés pendant l'année $2015 + n$.
   On a ainsi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,95u_n + 80$ et $u_0 = 600$.

a. Donner u_1 et u_2 (arrondir les valeurs à l'unité).

b. On introduit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1\,600$.
Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
Préciser la raison et le premier terme de cette suite.

c. En déduire que l'on a, pour tout entier naturel n, $u_n = 1\,600 - 1\,000 \times 0,95^n$.

3. La taille des locaux ne permet pas de servir plus de 1 000 repas.
Si cette évolution se poursuit au même rythme, l'association devra-t-elle envisager un jour des travaux d'agrandissement ?*

∾ Baccalauréat ES Métropole – La Réunion ∾
14 septembre 2016

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir au millième.
À partir d'une étude statistique dans une chaîne de restaurants, on a modélisé le comportement des clients par :

- 60 % des clients sont des hommes ;
- 80 % des hommes mangent un dessert alors que seulement 45 % des femmes en mangent un.

On interroge au hasard un client de cette chaîne. On note :

- H l'évènement « le client interrogé est un homme » ;
- D l'évènement « le client interrogé a mangé un dessert ».

On note également :

- $\overline{A}$ l'évènement contraire d'un évènement A ;
- $p(A)$ la probabilité d'un évènement A.

PARTIE A

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le client interrogé soit un homme et ait mangé un dessert.
3. Montrer que $p(D) = 0,66$.
4. Le client interrogé affirme avoir pris un dessert. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?

PARTIE B

Le directeur de cette chaîne souhaite savoir si ses clients actuels sont satisfaits des menus proposés dans ses restaurants.
Une enquête de satisfaction est réalisée sur un échantillon de 300 clients et 204 se déclarent satisfaits des menus proposés.

1. Donner un intervalle de confiance au niveau de 95 % de la proportion de clients satisfaits.
2. Le directeur souhaite cependant avoir une estimation plus précise et donc veut un intervalle de confiance au niveau de 95 % d'amplitude 0,06.
   Déterminer le nombre de personnes à interroger pour obtenir un tel intervalle.*

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.
Une bonne réponse rapporte un point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponses n'enlève ni ne rapporte aucun point.
Noter sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Les parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

1. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 90 et d'écart-type 6. Une valeur arrondie au millième de $p(X \geqslant 100)$ est :

a. 0,500 **b.** 0,452 **c.** 0,048 **d.** 0,952

2. Soit Y une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance μ et d'écart-type 10. Une valeur arrondie au millième de $p\left(\mu - 20 \leqslant Y \leqslant \mu + 20\right)$ est :

a. 0,68 **b.** 0,5 **c.** 0,8 **d.** 0,95

PARTIE B

Pour les deux questions suivantes, on considère une fonction f deux fois dérivable sur $[-5;3]$. On donne ci-dessous le tableau de variation de f'.

x	-5		-1		1		3
Variation de f'	$-0,5$	↘	-3	↗	0	↗	4

3. La fonction f est :

a. croissante sur $[-5 ; 3]$

b. décroissante sur $[-5 ; 1]$

c. décroissante sur $[-5 ; 3]$

d. croissante sur $[-1 ; 3]$

4. La fonction f est :

a. convexe sur $[-5 ; -1]$

b. concave sur $[-5 ; -1]$

c. concave sur $[-5 ; 1]$

d. convexe sur $[-5 ; 3]$

*

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Le 31 décembre 2015 une forêt comportait 1 500 arbres. Les exploitants de cette forêt prévoient que chaque année, 5 % des arbres seront coupés et 50 arbres seront plantés.
On modélise le nombre d'arbres de cette forêt par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n est le nombre d'arbres au 31 décembre de l'année $(2015+n)$.
Ainsi $u_0 = 1500$.

PARTIE A

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,95 \times u_n + 50$.
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 1000$.
    a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
    b. Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 1000 + 500 \times 0,95^n$.
    c. En déduire le nombre d'arbres prévisibles dans cette forêt le 31 décembre 2030.

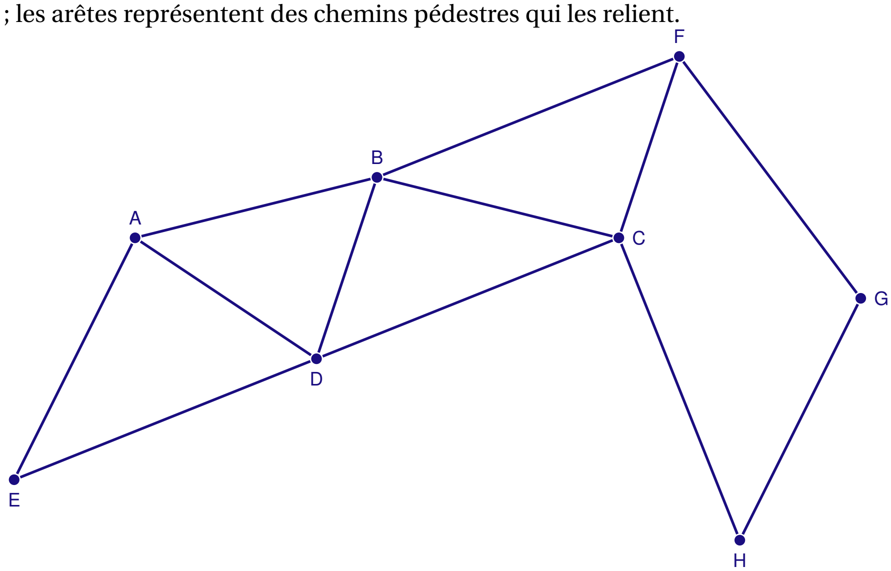
PARTIE B

Les arbres coupés dans cette forêt sont utilisés pour le chauffage. Le prix d'un stère de bois (unité de volume mesurant le bois) augmente chaque année de 3 %.
Au bout de combien d'années le prix d'un stère de bois aura-t-il doublé ? *

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un parc de loisirs décide d'ouvrir une nouvelle attraction pour les jeunes enfants : un parcours pédestre où chaque enfant doit recueillir, sur différents lieux, des indices pour résoudre une énigme. Le parcours est représenté par le graphe ci-dessous. Les sommets représentent des lieux où sont placés les indices ; les arêtes représentent des chemins pédestres qui les relient.



PARTIE A

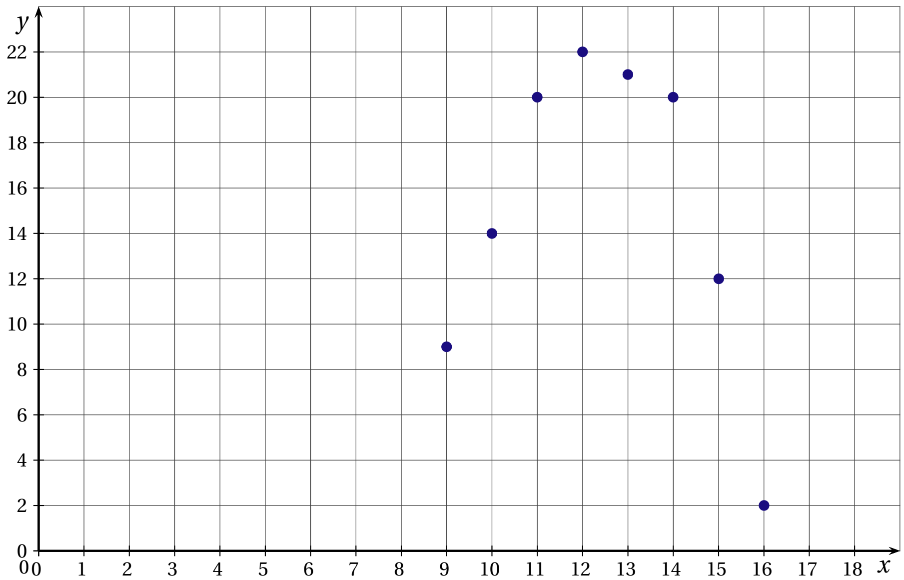
1. Un enfant pourra-t-il parcourir chaque chemin pédestre du circuit une fois et une seule ? Si oui, indiquer un circuit possible et sinon expliquer pourquoi.
2. On note M la matrice d'adjacence associée à ce graphe (les sommets sont pris dans l'ordre alphabétique).

   On donne la matrice $M^4 = \begin{pmatrix} 20 & 18 & 20 & 21 & 11 & 13 & 5 & 5 \\ 18 & 32 & 25 & 25 & 17 & 16 & 10 & 10 \\ 20 & 25 & 31 & 19 & 13 & 13 & 14 & 5 \\ 21 & 25 & 19 & 31 & 13 & 21 & 4 & 12 \\ 11 & 17 & 13 & 13 & 11 & 6 & 4 & 3 \\ 13 & 16 & 13 & 21 & 6 & 20 & 3 & 13 \\ 5 & 10 & 14 & 4 & 4 & 3 & 9 & 1 \\ 5 & 10 & 5 & 12 & 3 & 13 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

   Déterminer le nombre de parcours allant de E à H en 4 chemins pédestres. Les citer tous.

PARTIE B

Afin d'améliorer la qualité de ses services, une étude statistique a relevé la durée moyenne d'attente en minutes à la billetterie du parc en fonction de l'heure. Ce relevé a eu lieu chaque heure de 9 h à 16 h. On obtient le relevé suivant :



Ainsi, à 10 h, il y avait 14 minutes d'attente à la billetterie.
On souhaite modéliser cette durée d'attente par une fonction qui à l'heure associe la durée d'attente en minutes. Ainsi, il sera possible d'avoir une estimation de la durée d'attente.
On choisit de modéliser cette situation à l'aide de la fonction f définie par

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

avec a, b, c des réels et a non nul telle que les trois points (9 ; 9), (11 ; 20) et (16 ; 2) appartiennent à la représentation graphique de f.

1. Calculer les trois réels a, b et c.
2. En utilisant ce modèle, déterminer sur quelle(s) plage(s) horaire(s) l'attente peut être inférieure à dix minutes.*

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On définit une fonction g sur l'intervalle $[0,5~;~5]$ par

$$g(x) = 5x - 3x\ln x.$$

1. Montrer que pour x appartenant à $[0,5~;~5]$, $g'(x) = 2 - 3\ln x$.
2. Étudier le signe de $g'(x)$ et en déduire le sens de variation de g sur $[0,5~;~5]$.
3. En déduire pour quelle valeur x_0, arrondie au centième, la fonction g atteint un maximum.
4. Montrer que l'équation $g(x) = 4$ admet deux solutions sur $[0,5~;~5]$ que l'on note α_1 et α_2. En donner un encadrement d'amplitude 0,01.
5. Résoudre $g(x) \geqslant 4$.
6. Montrer que la fonction G définie sur $[0,5~;~5]$ par

$$G(x) = -\frac{3}{2}x^2\ln x + \frac{13}{4}x^2$$

   est une primitive de g sur $[0,5~;~5]$.
7. Calculer alors la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[0,5~;~5]$. On donnera la valeur arrondie au millième. *

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie
16 novembre 2016

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (2x+3)\mathrm{e}^{-x}.$$

a. $f'(x) = 2\mathrm{e}^{-x}$	**b.** $f'(x) = -2\mathrm{e}^{-x}$
c. $f'(x) = (2x+5)\mathrm{e}^{-x}$	**d.** $f'(x) = (-2x-1)\mathrm{e}^{-x}$

2. On considère le nombre $I = \displaystyle\int_0^1 \left(2\mathrm{e}^{2x}+3\right)\,\mathrm{d}x$.

a. $I = \mathrm{e}^2+3$	**b.** $I = \mathrm{e}^2+2$
c. $I = 2\mathrm{e}^2+3$	**d.** $I = 2\mathrm{e}^2-2$

3. On considère g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 5\mathrm{e}^{x}+3.$$

La tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 0 passe par le point :

a. A(1 ; 5e + 3)	**b.** B(−1 ; 5)
c. C(1 ; 13)	**d.** D(0 ; 3)

4. On considère h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = x^3-6x+3.$$

a. h est strictement croissante sur $\mathbb{R}$	**b.** h est concave sur $[0\ ;\ +\infty[$
c. h est concave sur $\mathbb{R}$	**d.** h est convexe sur $[0\ ;\ +\infty[$

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 350 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0,5u_n + 100.$$

1. Calculer u_1 et u_2.

2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par :
$w_n = u_n - 200$.

  a. Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

  b. Démontrer que, pour tout entier naturel n,

$$u_n = 200 + 150 \times 0,5^n.$$

Partie B

Une commune propose aux enfants d'adhérer à une association sportive. Au premier septembre 2015 le nombre d'enfants inscrits dans cette association est 500 dont 350 filles.
Les statistiques relatives aux années précédentes nous amènent, pour l'évolution du nombre d'adhérents lors des prochaines années à la modélisation suivante :

— Chaque année, la moitié des filles inscrites l'année précédente ne renouvellent pas leur inscription ; par ailleurs l'association accueille chaque année 100 nouvelles filles.

— D'une année à l'autre, le nombre de garçons inscrits à l'association augmente de 10 %.

1. On représente l'évolution du nombre de filles inscrites dans ce club par une suite (F_n) où F_n désigne le nombre de filles adhérentes à l'association en l'année $2015 + n$. On a donc $F_0 = 350$.
Pour tout entier naturel n, exprimer F_{n+1} en fonction de F_n.

2. On représente l'évolution du nombre de garçons inscrits dans ce club par une suite (G_n), où G_n désigne le nombre de garçons adhérents à l'association l'année $2015 + n$.

  a. Pour tout entier naturel n, exprimer G_n en fonction de n.

  b. À partir de quelle année le club comptera-t-il plus de 300 garçons ?

3. On souhaite savoir à partir de quelle année le nombre de garçons, dans cette association, va dépasser celui des filles. On propose l'algorithme suivant :

```
Initialisation
Affecter à n la valeur 0
Affecter à G la valeur 150
Affecter à F la valeur 350
Traitement

Tant que G ⩽ F
    n prend la valeur n + 1
    G prend la valeur 1,1G
    F prend la valeur 0,5F + 100
Fin tant que

Sortie Afficher le nombre n
```

a. Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de n	0	1	...	
Valeur de G	150	...	...	
Valeur de F	350			
Condition $G \leqslant F$	vrai	...		

b. En déduire l'affichage obtenu, puis répondre au problème posé.

*

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pierre prend des cours de natation; il effectue plusieurs plongeons.
Lorsque Pierre réussit un plongeon, il prend confiance en lui et la probabilité qu'il réussisse le plongeon suivant est de 0,7.
Par contre, lorsqu'il ne réussit pas un plongeon, la probabilité qu'il réussisse le plongeon suivant est égale à 0,2.
On suppose que Pierre a réussi son premier plongeon.
L'état « plongeon réussi » est noté R.
L'état « plongeon non réussi » est noté $\overline{R}$.
Pour tout entier naturel $n > 1$, la probabilité que Pierre réussisse son n-ième plongeon est notée a_n, tandis que la probabilité que Pierre ne réussisse pas son n-ième plongeon est notée b_n.
La matrice ligne $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ donne l'état probabiliste du système lors du n-ième plongeon.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets R et $\overline{R}$.
2. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe, les sommets R et $\overline{R}$ étant classés dans cet ordre.
3. Justifier que $P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$.
4. Avec la calculatrice, déterminer la probabilité que Pierre réussisse son quatrième plongeon.
5. Montrer que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,2$.
6. Lorsque la probabilité que Pierre réussisse son plongeon devient inférieure ou égale à $0,41$, le maître-nageur demande à Pierre de faire une pause.
   On cherche alors à déterminer au bout de combien d'essais Pierre arrête sa série de plongeons.
   On cherche donc à déterminer le plus petit entier naturel $n \geqslant 1$ tel que
   $a_n \leqslant 0,41$.
   Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il permette de répondre à la question posée.

```
Initialisation
Affecter à N la valeur 1
A prend la valeur 1

Traitement
Tant que .........
    N prend la valeur .......
    A prend la valeur .......
Fin Tant que

Sortie
Afficher .........
```

7. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel $n \geqslant 1$ par

$$u_n = a_n - 0,4.$$

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Démontrer que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $a_n = 0,6 \times 0,5^{n-1} + 0,4$.

c. Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel n tel que $a_n \leqslant 0,41$.

d. Au bout de combien d'essais Pierre arrête-t-il sa série de plongeons ?

*

EXERCICE 3 **5 points**

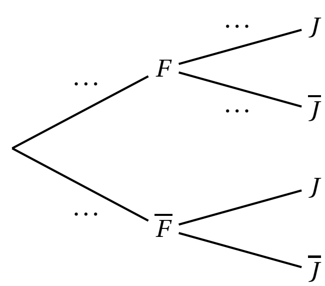
Commun à tous les candidats

Les trois parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

Une enquête révèle que dans un lycée, 67 % des élèves jouent régulièrement aux jeux vidéo.
On sait de plus que 57 % des élèves du lycée sont des filles et que, parmi elles, 49 % jouent régulièrement aux jeux vidéo.
On choisit au hasard un élève du lycée.
On note : J l'évènement : « l'élève joue régulièrement aux jeux vidéo », et F l'évènement : « l'élève est une fille ».

1. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



2. Calculer la probabilité que l'élève soit une fille qui joue régulièrement aux jeux vidéo.

3. Montrer que la probabilité que l'élève soit un garçon qui joue régulièrement aux jeux vidéo est égale à 0,390 7.

4. Calculer la probabilité que l'élève joue régulièrement aux jeux vidéo sachant que c'est un garçon. Arrondir au dix-millième.

Partie B

Zoé, grande amatrice de jeux vidéo, souhaite s'offrir une tablette numérique pour son anniversaire.
Elle pense commander sur un site web marchand une tablette de marque Alpha.
Elle s'inquiète quant à l'autonomie de sa tablette en mode veille.
On admet que l'on peut modéliser la durée d'autonomie de chaque tablette de marque Alpha en mode veille par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 120$ et d'écart-type $\sigma = 10$.
La durée X est exprimée en heures.

1. Déterminer la probabilité que la tablette numérique ait en mode veille une autonomie strictement inférieure à 5 jours.
2. Déterminer $p(96 \leqslant X \leqslant 144)$. Arrondir le résultat au millième.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Le service des ventes de la société Alpha affirme que 91 % des utilisateurs de cette tablette sont satisfaits de leur achat.
Le gestionnaire du site marchand organise une enquête afin de vérifier cette affirmation.
Il interroge au hasard 150 clients ayant acheté cette tablette ; parmi eux, 130 se déclarent satisfaits de leur acquisition.
Peut-on valider l'affirmation du service des ventes de la société ? Justifier.*

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A *et* B *peuvent être traitées de façon indépendante*

La fonction f est définie sur l'intervalle [0,5 ; 10] par :

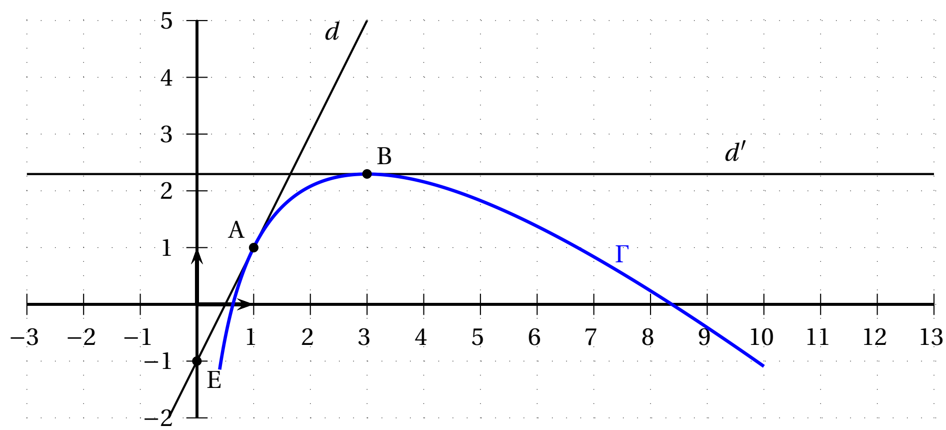
$$f(x) = ax + 2 + b\ln(x)$$

où a et b sont deux nombres réels.
On note f' la fonction dérivée de f.
Sur le graphique ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormé :

— la courbe représentative Γ de la fonction f ;

— la droite d tangente à la courbe Γ au point A de coordonnées (1 ; 1) ;

— la droite d' tangente à la courbe Γ au point B d'abscisse 3.



On sait de plus que :

— la tangente au point A passe par le point E de coordonnées (0 ; −1).

— la tangente au point B est parallèle à l'axe des abscisses.

Partie A

1. Donner par lecture graphique la valeur de $f'(1)$, puis celle de $f'(3)$.
2. Calculer $f'(x)$.

3. En déduire les valeurs des nombres a et b.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0,5\,;\,10]$ par :

$$f(x) = -x + 2 + 3\ln(x).$$

1. Montrer que pour x dans $[0,5\,;\,10]$,

$$f'(x) = \frac{-x+3}{x}.$$

2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe Γ au point A d'abscisse 1.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,5\,;\,10]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.

4. Montrer que sur l'intervalle $[0,5\,;\,3]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution. Donner une valeur approchée de cette solution arrondie au centième.

5. Un logiciel de calcul formel nous donne le résultat suivant :

1	*intégrer* $[3\ln(x) - x + 2]$
	$3x\ln(x) - x - \frac{x^2}{2}$

Calculer, en unités d'aire, l'aire S du domaine délimité par la courbe Γ, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 8$.

On donnera la valeur exacte de S puis sa valeur arrondie au centième.

Partie C

Tom observe que sur le dessin précédent, la courbe représentative de f est située en dessous des deux tangentes aux points A et 8. Il affirme :

« La courbe représentative de f sur l'intervalle $[0,5\,;\,10]$ est entièrement située en dessous de chacune de ses tangentes. »

Démontrer que l'affirmation de Tom est exacte.*

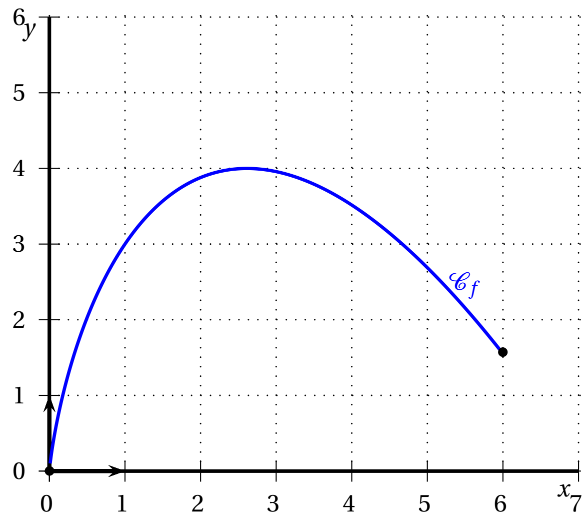
∽ Baccalauréat ES/L Amérique du Sud ∾
24 novembre 2016

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$.



On pose $\mathrm{I} = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$. Un encadrement de I est :

a. $0 \leqslant \mathrm{I} \leqslant 2$ **b.** $2 \leqslant \mathrm{I} \leqslant 4$ **c.** $4 \leqslant \mathrm{I} \leqslant 6$ **d.** $6 \leqslant \mathrm{I} \leqslant 8$

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2\mathrm{e}^x - 3x^2$.
La courbe représentative de g admet un point d'inflexion qui a pour abscisse :

a. 1 **b.** 0 **c.** $\ln 3$ **d.** $\ln 2$

3. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathscr{B}(10 ; 0,6)$.
La probabilité qui admet pour valeur approchée $0,012$ est :

a. $p(X = 2)$ **b.** $p(X \geqslant 2)$ **c.** $p(X \leqslant 2)$ **d.** $p(X < 2)$

4. Une société de vente en ligne de chaussures souhaite connaître la proportion d'articles présentant un défaut de coloris. Pour cela, on prélève au hasard dans le stock 400 paires de chaussures. On constate que 24 paires présentent ce défaut.

L'intervalle de confiance, au seuil de confiance de 95 %, de la proportion p de paires de chaussures présentant un défaut de coloris est :

a. $[0,89\,;\,0,99]$ **b.** $[0,01\,;\,0,11]$ **c.** $[0,05\,;\,0,07]$ **d.** $[0,92\,;\,0,96]$

*

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[1\,;\,45]$ par

$$g(x) = -20x + 5x\ln(x) + 30.$$

1. **a.** On note g' la fonction dérivée de g.
Montrer que, pour tout x appartenant à $[1\,;\,45]$, on a $g'(x) = -15 + 5\ln(x)$.
b. Montrer que l'inéquation $-15 + 5\ln(x) \geqslant 0$ est équivalente à $x \geqslant \mathrm{e}^3$.
c. Dresser le tableau de variations de la fonction g (les valeurs seront arrondies au centième si besoin).
2. **a.** Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1\,;\,45]$.
b. Donner un encadrement de α d'amplitude $0,01$.
c. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x dans l'intervalle $[1\,;\,45]$.
3. On considère la fonction G définie sur l'intervalle $[1\,;\,45]$ par

$$G(x) = -11,25x^2 + 2,5x^2\ln(x) + 30x.$$

Montrer que G est une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[1\,;\,45]$.
4. **a.** Calculer une valeur approchée au dixième de l'intégrale $\displaystyle\int_{10}^{45} g(x)\,\mathrm{d}x$.
b. Déduire de la question précédente la valeur moyenne de g sur l'intervalle $[10\,;\,45]$. Arrondir le résultat à l'unité.

Partie B

Un ballon sonde, lâché à une altitude de 1 km, relève en continu la température atmosphérique jusqu'à 45 km d'altitude.
On admet que la fonction g définie dans la partie A modélise la température de l'air, exprimée en degrés Celsius, en fonction de l'altitude x du ballon sonde, exprimée en km.

À l'aide des résultats de la partie A, répondre aux questions suivantes.

1. Déterminer l'altitude à partir de laquelle la température devient inférieure à 0 degré Celsius.
2. Déterminer la température minimale relevée par la sonde.
3. On appelle stratosphère la couche atmosphérique se situant entre 10 km et 45 km d'altitude.
Déterminer la température moyenne de la stratosphère. Le résultat sera arrondi au degré.

*

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Le gérant d'un hôtel situé dans la ville de Lyon étudie la fréquentation de son établissement afin de prévoir au mieux son budget pour les années futures.
Le 5 décembre 1998, le site historique de Lyon a été inscrit au patrimoine mondial de l'UNESCO et l'hôtel a vu son nombre de clients augmenter significativement comme l'indique le tableau ci-dessous :

Année	1997	1998	1999	2000
Nombre de clients	950	1 105	2 103	2 470

1. Déterminer le pourcentage d'augmentation du nombre de clients entre 1997 et 2000.

Par ailleurs, depuis le 1er janvier 2000, une étude statistique a permis de mettre en évidence que, chaque année, l'hôtel compte 1 200 nouveaux clients et que 70 % des clients de l'année précédente reviennent.

On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre total de clients de l'hôtel durant l'année $2000 + n$.

On a ainsi $u_0 = 2\,470$ et, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0,7u_n + 1\,200$.

2. Déterminer le nombre total de clients durant l'année 2001.

3. Le gérant de l'hôtel souhaite déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de clients annuel dépassera 3 900.

Indiquer, en justifiant, lequel des algorithmes suivants donne l'année correspondante.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
U prend la valeur 2 470	U prend la valeur 2 470	U prend la valeur 2 470
N prend la valeur 0	N prend la valeur 0	N prend la valeur 0
Tant que $U < 3900$	Tant que $U > 3900$	Tant que $U < 3900$
U prend la valeur $0,7 \times U + 1200$	U prend la valeur $0,7 \times U + 1200$	U prend la valeur $0,7 \times U + 1200$
N prend la valeur $N + 1$	N prend la valeur $N + 1$	N prend la valeur $N + 1$
Fin tant que	Fin tant que	Fin tant que
Afficher 2000 + N	Afficher 2000 + N	Afficher U

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par
$v_n = u_n - 4\,000$.

- **a.** Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$ et préciser le premier terme.
- **b.** Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
- **c.** Justifier que $u_n = 4\,000 - 1\,530 \times 0,7^n$ pour tout entier naturel n.
- **d.** Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de clients a dépassé 3 900.

5. À long terme, déterminer le nombre de clients que le gérant de l'hôtel peut espérer avoir chaque année.*

EXERCICE 3 **6 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *peuvent être traitées de façon indépendante.*

Partie A

Un groupe de touristes a réservé toutes les chambres d'un hôtel-restaurant à Venise qui propose tous les soirs à ses pensionnaires le choix entre un menu gastronomique et un menu traditionnel.
On considère, pour la modélisation, que chaque soir les clients choisissent un des deux menus et que le restaurant est réservé aux clients de l'hôtel.
Une étude sur les habitudes des clients montre que, si un soir donné, un client choisit le menu gastronomique, il choisit également le menu gastronomique le soir suivant dans 60 % des cas.
Si le client choisit le menu traditionnel un soir donné, il choisit également le menu traditionnel le soir suivant dans 70 % des cas.

Afin de mieux prévoir ses commandes pour la saison estivale, le gérant souhaite connaître la proportion de clients choisissant le menu gastronomique ou le menu traditionnel à partir du 1er juin 2015. Ce soir-là, 55 % des clients ont choisi le menu gastronomique.

On note g_0 la probabilité qu'un client ait choisi le menu gastronomique le soir du 1er juin 2015 ; on a donc $g_0 = 0,55$.
Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on note g_n la probabilité qu'un client choisi au hasard prenne le menu gastronomique le n-ième soir après le 1er juin 2015.
Ainsi, g_1 est la probabilité qu'un client ait choisi le menu gastronomique le soir du 2 juin 2015.
De la même façon, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on note t_n la probabilité qu'un client, choisi au hasard, prenne le menu traditionnel le n-ième soir après le 1er juin 2015.

On note P_n la matrice $\begin{pmatrix} g_n & t_n \end{pmatrix}$ correspondant à l'état probabiliste au n-ième soir.

On note G l'état « le client choisit le menu gastronomique » et T l'état « le client choisit le menu traditionnel ».

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets G et T.

Dans la suite de l'exercice, on admet que la matrice de transition M de ce graphe, en considérant les sommets dans l'ordre alphabétique, est $M = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}$.

2. **a.** Donner la matrice P_0 correspondant à l'état initial.
   b. Calculer la probabilité qu'un client choisisse le menu gastronomique le 4 juin 2015. On arrondira le résultat au centième.
3. **a.** Déterminer la matrice $P = (g \quad t)$ correspondant à l'état stable du graphe probabiliste.
   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

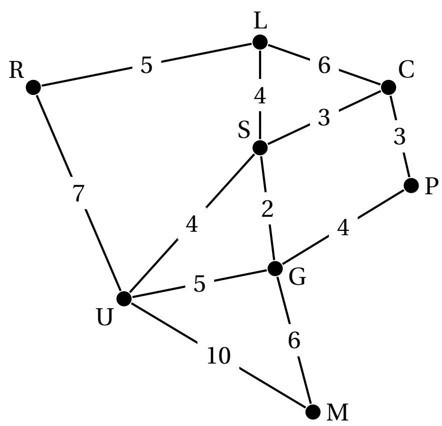
Partie B

L'hôtel propose également à ses clients des balades en gondole sur les canaux de Venise.
Le graphe ci-dessous représente les principaux canaux de Venise empruntés par le gondolier.
Chaque arête représente un canal et chaque sommet un lieu de la ville.
Le poids de chaque arête représente la durée de parcours, exprimée en minutes, entre deux lieux de la ville en empruntant les canaux.
Le gondolier employé par l'hôtel inspecte régulièrement les canaux pour en vérifier la navigabilité.
Il souhaite optimiser son trajet en inspectant une fois et une seule chaque canal.

1. Justifier qu'un tel trajet est possible et indiquer quels sont les lieux possibles de départ et d'arrivée.
2. Déterminer la durée pour effectuer ce trajet.

*

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats



C : Ca'Pesaro
G : Palazzo Grimani di San Luca
L : Palazzo Labia
M : Piazza San Marco
P : Ponte Di Rialto
R : Piazzale Roma
S : Campo Di San Polo
U : Universita Ca'Foscari

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

Partie A

L'entreprise Éclairage vend des ampoules à deux magasins de bricolage : Atelier et Bricolo. Cette entreprise propose trois types d'ampoules : les ampoules fluocompactes qui représentent 30 % du stock, les ampoules halogènes qui représentent 25 % du stock et les ampoules à LED qui représentent 45 % du stock.
On sait que :

- 65 % des ampoules fluocompactes sont achetées par le magasin Atelier ;
- 70 % des ampoules halogènes sont achetées par le magasin Bricolo ;
- 50 % des ampoules à LED sont achetées par le magasin Atelier.

On prélève au hasard une ampoule provenant du stock de l'entreprise Éclairage.
On considère les évènements suivants :

F : « l'ampoule est une ampoule fluocompacte » ;

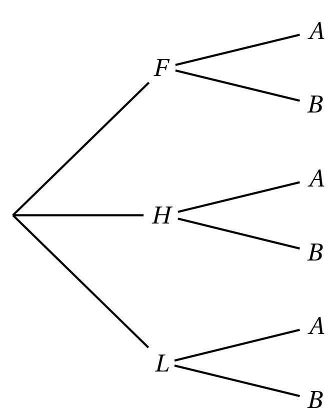
H : « l'ampoule est une ampoule halogène » ;

L : « l'ampoule est une ampoule à LED » ;

A : « l'ampoule est achetée par le magasin Atelier » ;

B : « l'ampoule est achetée par le magasin Bricolo ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



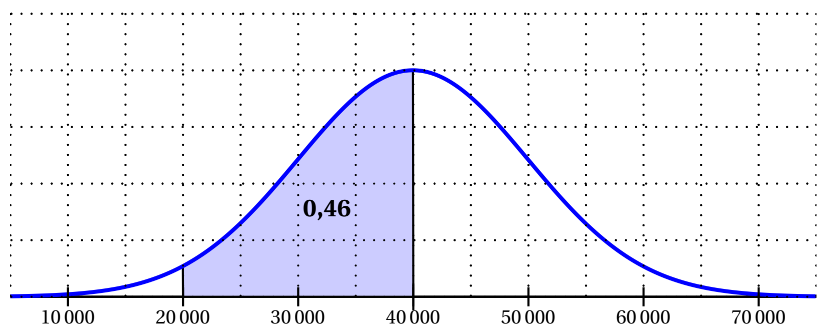
2. Calculer $p(F \cap A)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Calculer la probabilité qu'une ampoule soit achetée par le magasin Bricolo.

Partie B

Une norme de qualité stipule qu'une marque peut commercialiser ses ampoules si leur durée de vie est supérieure à 20 000 heures avec une probabilité d'au moins 0,95.

1. On note X la variable aléatoire correspondant à la durée de vie, en heures, d'une ampoule de la marque ÉclaireBien. On admet que X suit la loi normale dont la fonction de densité est tracée ci-après.
L'aire grisée comprise entre la courbe et l'axe des abscisses est égale à 0,46.



À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

a. Donner l'espérance mathématique de X.

b. Déterminer $p(20000 < X < 60000)$.

c. Déterminer si la marque ÉclaireBien pourra commercialiser ses ampoules. Justifier la réponse.

2. On note Y la variable aléatoire correspondant à la durée de vie, en heures, d'une ampoule de la marque BelleLampe.
On admet que Y suit la loi normale d'espérance 42 000 et d'écart-type 15 000.

a. Justifier que la marque BelleLampe ne pourra pas commercialiser ses ampoules.

b. Déterminer le nombre a, arrondi à l'unité, tel que $p(Y < a) = 0,05$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.*

∽ Baccalauréat ES (spécialité) Nouvelle-Calédonie ∾ mars 2017

EXERCICE 1 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Dans tout l'exercice, si nécessaire, les résultats seront arrondis au millième.

A l'occasion de la fête des Mères, un fleuriste décide de proposer à ses clients plusieurs types de bouquets spéciaux.

Partie A

Chaque bouquet spécial fête des Mères est composé uniquement d'œillets, uniquement de tulipes ou uniquement de marguerites. Chaque bouquet est composé de fleurs d'une même couleur, soit blanches, soit jaunes.
Ce fleuriste a choisi de préparer 60 % de ces bouquets spéciaux avec uniquement des tulipes, 28 % avec uniquement des œillets, les autres bouquets ne comportant que des marguerites.
On sait d'autre part que :

— la moitié des bouquets confectionnés avec des tulipes sont de couleur jaune ;
— la proportion de bouquets de coloris jaune parmi les bouquets d'œillets est de un cinquième ;
— parmi les bouquets de marguerites, on compte un quart de jaunes.

Un client entre dans le magasin et achète au hasard un bouquet parmi les bouquets spéciaux « Fête des Mères ».
On note :

- T l'évènement : « Je bouquet acheté est un bouquet de tulipes » ;
- O l'évènement : « le bouquet acheté est un bouquet d'œillets » ;
- M l'évènement : « le bouquet acheté est un bouquet de marguerites » ;
- J l'évènement : « les fleurs du bouquet acheté sont jaunes » ;
- B l'évènement : « les fleurs du bouquet acheté sont blanches ».

1. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
2. Calculer la probabilité que le client ait acheté un bouquet de tulipes blanches.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement B notée $p(B)$ est égale à $0,614$.
4. Sachant que les fleurs du bouquet acheté par ce client sont blanches, déterminer la probabilité que ce soit un bouquet d'œillets.

Partie B

L'un des fournisseurs du fleuriste est un jardinier spécialisé dans la production d'une espèce de rosiers nommée « Arlequin ».
On note X la variable aléatoire qui, à chaque rosier de cette espèce pris au hasard, cultivé chez ce jardinier, associe sa hauteur exprimée en centimètres. On admet, d'après les observations et mesures réalisées, que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 50$ et d'écart-type $\sigma = 3$.

1. On choisit au hasard un rosier « Arlequin » chez ce fournisseur.
   a. Déterminer la probabilité que ce rosier mesure entre 47 et 53 centimètres.
   b. Déterminer la probabilité que ce rosier mesure plus de 56 centimètres.

2. Le fournisseur veut prévoir quelle sera la hauteur atteinte ou dépassée par 80 % de ses rosiers « Arlequin ».

   Déterminer la hauteur cherchée (on l'arrondira au mm).

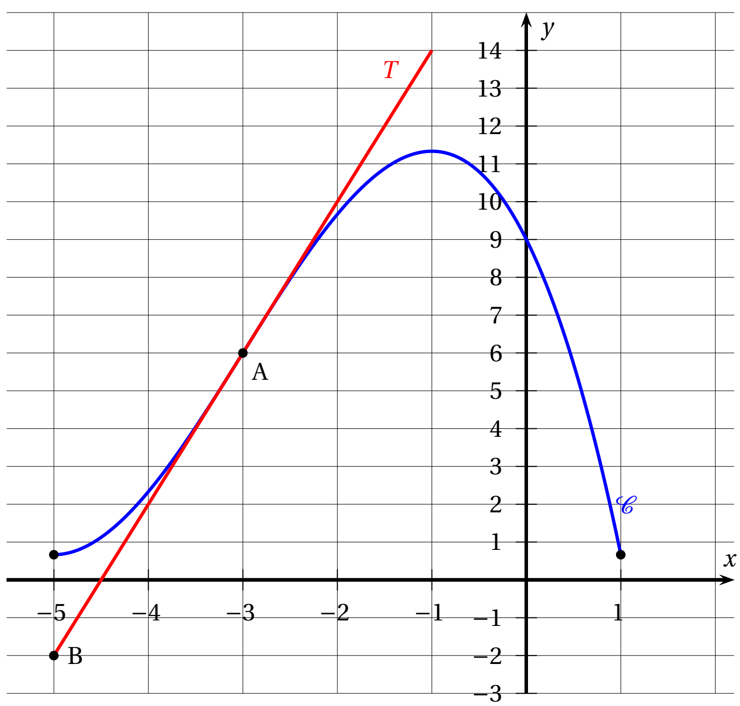
Partie C

En se basant sur les ventes réalisées l'année précédente, cc fleuriste suppose que 85 % de ses clients viendront ce jour-là acheter un des bouquets pour la fête des Mères.
Quelques semaines avant de préparer ses commandes, il décide de vérifier son hypothèse en envoyant un questionnaire à 75 de ses clients, ces derniers étant supposés représentatifs de l'ensemble de sa clientèle.
Les réponses reçues montrent que, parmi les 75 clients interrogés, 16 déclarent qu'ils ne lui achèteront pas de bouquet pour la fête des Mères.
Le fleuriste doit-il rejeter son hypothèse ?

EXERCICE 2 **3 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question posée, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 0,5 *point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

On a représenté dans le repère orthogonal ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-5 ; 1]$.
La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A$(-3 ; 6)$ et passe par le point $(-5 ; -2)$.
Le point A est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur $[-5 ; 1]$.



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Alors :

A. $f'(-3) = 6$ **B.** $f'(-3) = 4$ **C.** $f'(-3) = \dfrac{1}{4}$ **D.** $f'(-3) = \dfrac{1}{6}$

2. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f. Alors :

A. $f''(-3) = 6$ **B.** $f''(-3) = 4$ **C.** $f''(-3) = 0$ **D.** $f''(-3) = \dfrac{1}{4}$

3. La fonction f est :

A. convexe sur $[-5~;~-3]$ **B.** convexe sur $[-5~;~-1]$
C. convexe sur $[-3~;~1]$ **D.** concave sur $[-5~;~1]$

4. La fonction dérivée f est :

A. décroissante sur $[-3~;~-1]$ **B.** croissante sur $[-3~;~-1]$
C. croissante sur $[-1~;~1]$ **D.** croissante sur $[-5~;~-1]$

5. Toute primitive F de la fonction f est :

A. décroissante sur $[-5~;~1]$ **B.** croissante sur $[-5~;~1]$
C. constante sur $[-5~;~1]$ **D.** décroissante sur $[-1~;~1]$

6. On note $I = \displaystyle\int_{-5}^{-4} f(x)\,\mathrm{d}x$. Alors :

A. $-2 \leqslant I \leqslant 0$ **B.** $-5 \leqslant I \leqslant -4$ **C.** $0 < I \leqslant 2$ **D.** $2 < I < 4$

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les jeunes abonnés (c'est-à-dire de moins de 12 ans) inscrits à une médiathèque se voient proposer une formule d'emprunt mensuel unique : chaque mois, chacun de ces abonnés peut choisir d'emprunter exclusivement soit un livre, soit un film en DVD. On suppose d'une part que le nombre d'inscrits ne varie pas et d'autre part que tous les abonnés de moins de 12 ans respectent cette formule et réalisent un emprunt chaque mois.

Les statistiques réalisées lors des mois précédents sur les choix d'emprunt des jeunes abonnés permettent au responsable de la médiathèque de constater que l'on peut modéliser ainsi la situation : d'un mois à l'antre,

- 89 % des jeunes abonnés ayant choisi d'emprunter un livre, optent encore pour un livre le mois suivant;
- parmi les jeunes abonnés ayant emprunté un film, 14 % changent le mois suivant en décidant de choisir un livre.

Lors du lancement de cette formule d'emprunt, en janvier 2016, 80 % des abonnés de moins de 12 ans empruntent un livre.

Chaque mois, on choisit au hasard un abonné de moins de 12 ans de cette médiathèque, et pour tout entier naturel n, on note :

- a_n la probabilité que cet abonné emprunte un livre le n-ième mois après janvier 2016;
- b_n la probabilité que cet abonné emprunte un film le n-ième mois après janvier 2016;

- $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste le n-ième mois après janvier 2016.

Ainsi $P_0 = \begin{pmatrix} a_0 & b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$.

1. **a.** Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et B, où :

- A est l'état « le jeune abonné choisit d'emprunter un livre » ;
- B est l'état « le jeune abonné choisit d'emprunter un film ».

b. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe, en prenant les sommets A et B dans cet ordre.

c. Déterminer la répartition des jeunes abonnés selon leur choix d'emprunt, en février 2016 et en mars 2016.

2. **a.** Montrer que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,89a_n + 0,14b_n$.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,75a_n + 0,14$.

c. Pour déterminer au bout de combien de mois le pourcentage de jeunes abonnés empruntant un livre deviendra pour la première fois strictement inférieur à 60 %, on décide de programmer un algorithme. Modifier l'algorithme ci-dessous pour qu'il permette d'afficher la réponse à cette question.

Initialisation
  a prend la valeur 0,8
  n prend la valeur 1
Traitement
  Tant que $a \geqslant 0,6$
    a prend la valeur $0,75 \times a + 0,14$
  Fin Tant que
Sortie
  Afficher n

3. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $u_n = a_n - 0,56$.

a. Démontrer que la suite (u_n) est géométrique de raison 0,75 et préciser son terme initial.

b. En déduire que, pour tout entier naturel n : $a_n = 0,24 \times 0,75^n + 0,56$.

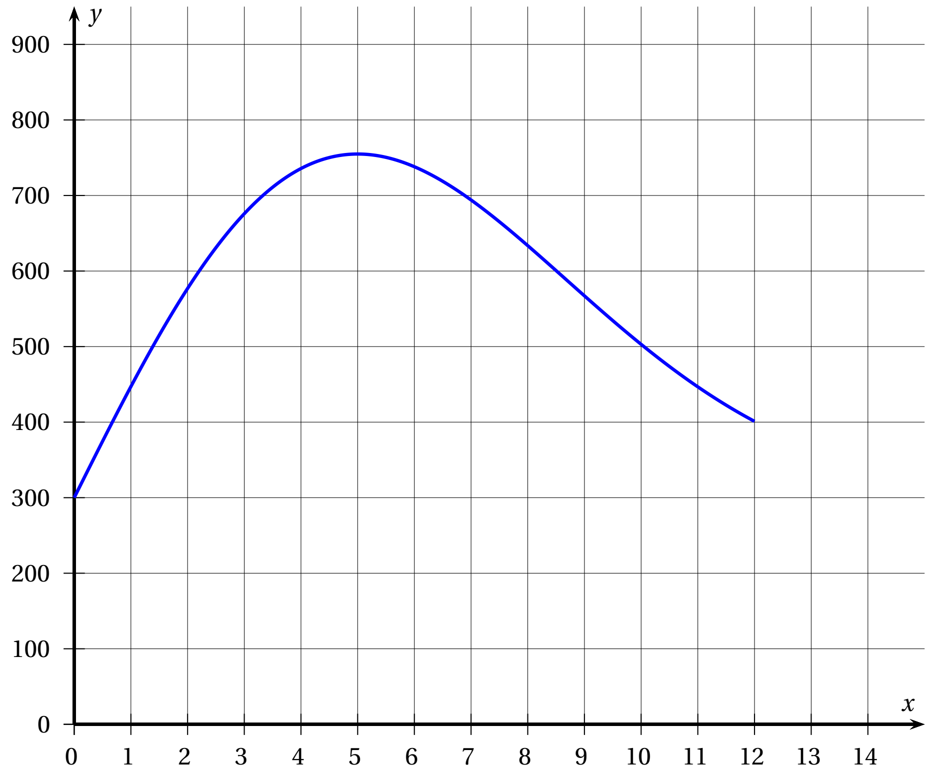
c. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $a_n < 0,6$ et interpréter le résultat dans le contexte.

d. À long terme, que peut-on penser de la probabilité qu'un jeune abonné choisisse d'emprunter un livre ?

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

La directrice d'une association sportive décide de proposer à ses adhérents une randonnée pédestre, longue de 12 km, sur des sentiers de montagne.
Afin que les membres de son association puissent décider de participer ou non à cette randonnée en fonction de leur niveau et de leur condition physique, elle leur envoie le graphique ci-dessous avant de procéder aux inscriptions.
Dans un repère orthogonal, cette courbe représente la fonction f définie sur $[0 ; 12]$ donnant l'altitude du parcours en fonction du nombre de kilomètres effectués depuis le départ.
Ainsi x est la distance parcourue, en kilomètres, depuis le point de départ de la randonnée :
$x \in [0 ; 12]$ et $f(x)$ est l'altitude. en mètres, à laquelle se situe le chemin de randonnée au bout de x km parcourus.



Partie A

Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes :

1. À quelle altitude se situent les randonneurs après avoir parcouru 2 kilomètres ?
2. Dans la partie descendante de cette randonnée, l'organisatrice a prévu de faire une pause avec les participants, dans un refuge situé à 600 mètres d'altitude.
   Quelle distance auront-ils alors parcourue depuis le départ ?
3. À la fin du chemin de randonnée, les randonneurs seront-ils revenus à leur point de départ ? Justifier la réponse.

Partie B

Dans toute cette partie, les réponses devront être justifiées.
Aucune lecture graphique ne sera considérée comme une justification valable.

Une modélisation du parcours proposé permet d'affirmer que la fonction f est définie sur $[0\,;\,12]$ par :

$$f(x) = 150x\mathrm{e}^{-0,02x^2} + 300.$$

1. On note f' la dérivée de la fonction f et on admet que :
   $$\text{pour tout } x \in [0\,;\,12], \quad f'(x) = \left(150 - 6x^2\right)\mathrm{e}^{-0,02x^2}$$
   Déterminer le signe de $f'(x)$ et le tableau de variation de f sur $[0\,;\,12]$.
2. Quelle sera, au mètre près, l'altitude maximale atteinte par les randonneurs ?
   Au bout de quelle distance parcourue depuis le départ ?

3. L'un des participants de cette randonnée affirme : « Dans ce parcours, nous n'atteindrons qu'une seule fors une altitude de 350 m ».

   Démontrer que cette affirmation est vraie, et donner une valeur approchée, arrondie au mètre près, de la distance qu'auront parcourue les randonneurs depuis le départ pour parvenir à cette altitude.

4. Soit F la fonction définie sur $[0\,;\,12]$ par :

$$F(x) = 300x - 3\,750\mathrm{e}^{-0{,}02x^2}.$$

   Montrer que F est une primitive de f.

5. Quelle est la valeur de l'altitude moyenne de la phase d'ascension de cette randonnée ? (Déterminer la valeur exacte, puis une valeur approchée arrondie au mètre près).

Index

∽ Baccalauréat ES 2017 ∾

L'intégrale d'avril à novembre 2017

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

À la fin index des notions abordées

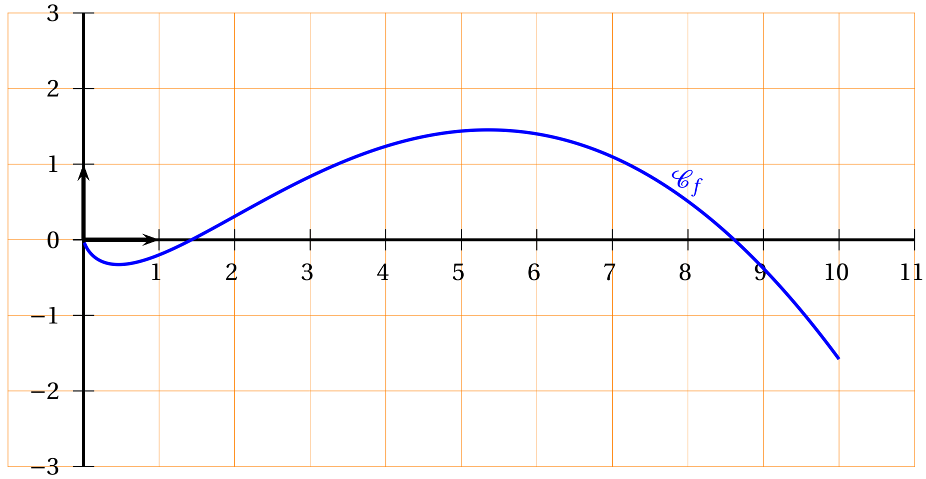
Baccalauréat ES Pondichéry 26 avril 2017

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.*

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ 10]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous dans un repère d'origine O :



On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

1. Le nombre de solutions sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ de l'équation $f'(x) = 0$ est égal à :

a. 1 **b.** 2 **c.** 3

2. Le nombre réel $f'(7)$ est :

a. nul **b.** strictement positif **c.** strictement négatif

3. La fonction f' est :

a. croissante sur $]0\,;\,10]$ **b.** croissante sur $[4\,;\,7]$ **c.** décroissante sur $[4\,;\,7]$

4. On admet que pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,10]$ on a : $f'(x) = \ln x - \dfrac{x}{2} + 1$.
La courbe $\mathscr{C}_f$ admet sur cet intervalle un point d'inflexion :

a. d'abscisse 2,1 **b.** d'abscisse 0,9 **c.** d'abscisse 2

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.
Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-3} près.
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Une étude portant sur le marathon de Tartonville montre que :

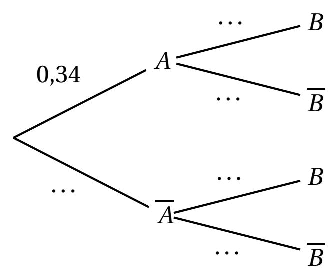
- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

On sélectionne au hasard un coureur et on considère les évènements suivants :

- A : « le coureur a terminé le marathon en moins de 234 minutes » ;
- B : « le coureur a moins de 60 ans ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous associé à la situation de l'exercice :



2. a. Calculer la probabilité que la personne choisie ait terminé le marathon en moins de 234 minutes et soit âgée de plus de 60 ans.

b. Vérifier que $P\left(\overline{B}\right) \approx 0,123$.

c. Calculer $P_{\overline{B}}(A)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Partie B

On suppose que le temps en minutes mis par un marathonien pour finir le marathon de Tartonville est modélisé par une variable aléatoire T qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart type $\sigma = 39$.

1. Calculer $P(210 \leqslant T \leqslant 270)$.

2. Un coureur est choisi au hasard parmi les coureurs qui ont mis entre 210 minutes et 270 minutes pour finir le marathon.

Calculer la probabilité que ce coureur ait terminé la course en moins de 240 minutes.

3. a. Calculer $P(T \leqslant 300)$.

b. Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel t, arrondi à l'unité, vérifiant $P(T \geqslant t) = 0,9$.

c. Interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.

Exercice 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité, candidats L

Soit la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 150 \text{ et pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0,8u_n + 45.$$

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Voici deux propositions d'algorithmes :

Algorithme 1	Algorithme 2
Variables :	**Variables :**
N est un entier naturel	N est un entier naturel
U est un nombre réel	U est un nombre réel
Initialisation :	**Initialisation :**
U prend la valeur 150	U prend la valeur 150
N prend la valeur 0	N prend la valeur 0
Traitement :	**Traitement :**
Tant que $U \geqslant 220$	Tant que $U < 220$
U prend la valeur $0,8 \times U + 45$	U prend la valeur $0,8 \times U + 45$
N prend la valeur $N + 1$	N prend la valeur $N + 1$
Fin Tant que	Fin Tant que
Sortie :	**Sortie :**
Afficher N	Afficher N

Algorithme 1 **Algorithme 2**

a. Un seul de ces algorithmes permet de calculer puis d'afficher le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geqslant 220$.

Préciser lequel en justifiant pourquoi l'autre algorithme ne le permet pas.

b. Quelle est la valeur numérique affichée par l'algorithme choisi à la question précédente ?

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$v_n = u_n - 225$.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser son premier terme et sa raison.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 225 - 75 \times 0,8^n$.

4. Une petite ville de province organise chaque année une course à pied dans les rues de son centre. En 2015, le nombre de participants à cette course était de 150.

On fait l'hypothèse que d'une année sur l'autre :

- 20 % des participants ne reviennent pas l'année suivante ;
- 45 nouveaux participants s'inscrivent à la course.

La petite taille des ruelles du centre historique de la ville oblige les organisateurs à limiter le nombre de participants à 250.

Vont-ils devoir refuser des inscriptions dans les années à venir ? Justifier la réponse.

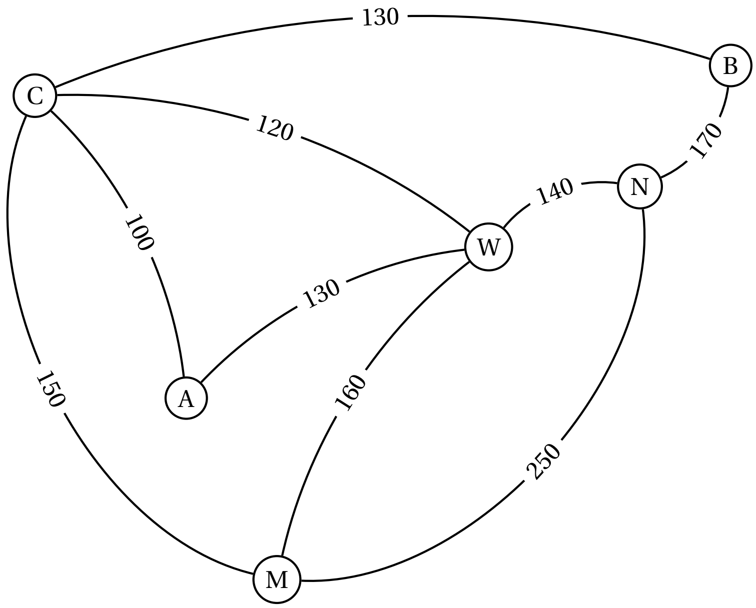
Exercice 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Alexis part en voyage dans l'Est des Etats-Unis. Il souhaite visiter les villes suivantes :

Atlanta (A), Boston (B), Chicago (C), Miami (M), New York (N) et Washington (W).

Une compagnie aérienne propose les liaisons suivantes représentées par le graphe ci-dessous :



Les nombres présents sur chacune des branches indiquent le tarif, en dollars, du vol en avion.

1. **a.** Quelles caractéristiques du graphe permettent d'affirmer qu'il existe un trajet qui permet à Alexis d'emprunter chaque liaison aérienne une et une seule fois ?
   b. Donner un exemple d'un tel trajet.
2. Alexis veut relier Boston à Miami.
   En utilisant un algorithme, déterminer le trajet le moins cher ainsi que le coût de ce trajet.
3. **a.** Donner la matrice d'adjacence P de ce graphe en classant les sommets par ordre alphabétique.
   b. Alexis souhaite aller d'Atlanta à Boston en utilisant au maximum trois liaisons aériennes. Combien y a-t-il de trajets possibles ? Justifier la démarche puis décrire chacun de ces trajets.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, les réponses seront données sans justification, avec la précision permise par le graphique situé en annexe.
Celui-ci présente dans un repère d'origine O la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;7]$.

1. Encadrer par deux entiers consécutifs chacune des solutions de l'équation
   $f(x) = 10$ sur l'intervalle $[0\,;7]$.
2. Donner le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;7]$ et préciser la valeur en laquelle il est atteint.
3. La valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ appartient à un seul des intervalles suivants. Lequel ?

   a. $[9\,;17]$ **b.** $[18\,;26]$ **c.** $[27\,;35]$

Partie B

La courbe donnée en annexe est la représentation graphique de la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ d'expression :

$$f(x) = 2x\mathrm{e}^{-x+3}.$$

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

1. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,7]$, $f'(x) = (-2x+2)\mathrm{e}^{-x+3}$.

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ puis en déduire le tableau de variation de la fonction f sur ce même intervalle.

b. Calculer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.

3. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 10$ admet deux solutions sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ que l'on notera α et β avec $\alpha < \beta$.

b. On admet que $\alpha \approx 0,36$ à 10^{-2} près.
Donner une valeur approchée de β à 10^{-2} près.

4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ par :

$$F(x) = (-2x-2)\mathrm{e}^{-x+3}.$$

a. Justifier que F est une primitive de f sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.

b. Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine plan délimité par les droites d'équation $x = 1$, $x = 3$, l'axe des abscisses et la courbe $\mathscr{C}$.

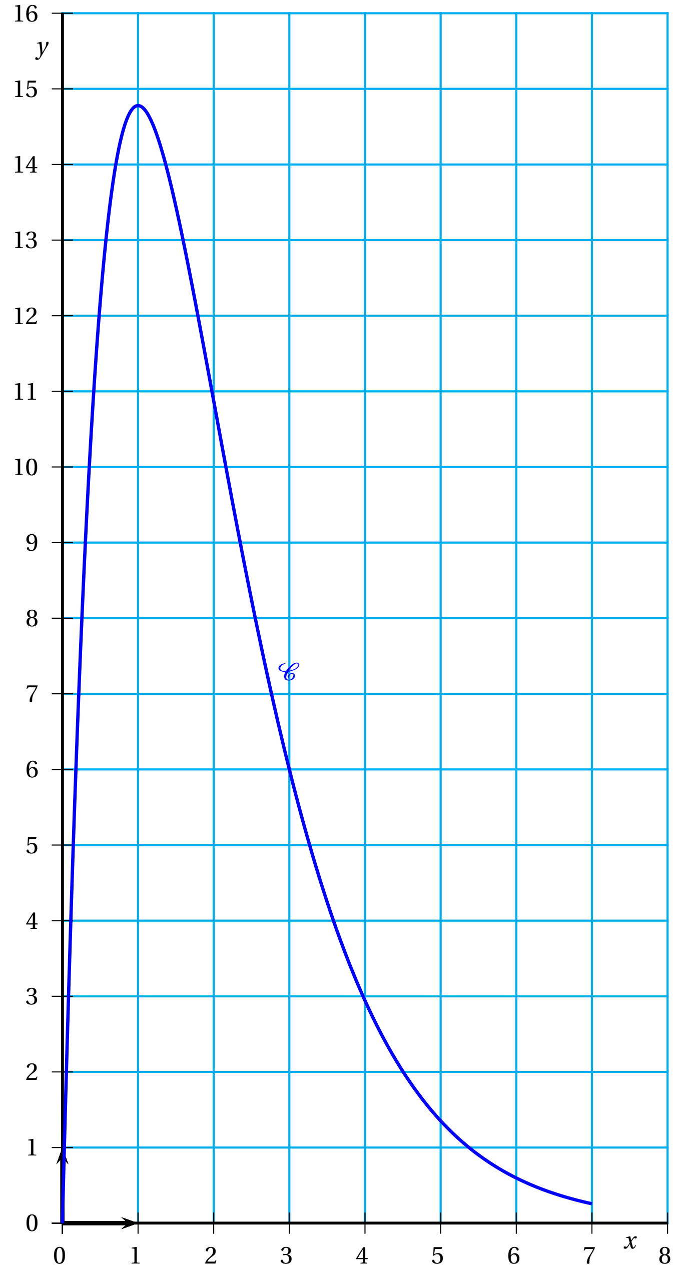
5. La fonction f étudiée modélise le bénéfice d'une entreprise, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x centaines d'objets (x compris entre 0 et 7).

a. Calculer la valeur moyenne du bénéfice, à l'euro près, lorsque l'entreprise vend entre 100 et 300 objets.

b. L'entreprise souhaite que son bénéfice soit supérieur à 10 000 euros.
Déterminer le nombre d'objets possibles que l'entreprise devra vendre pour atteindre son objectif.

ANNEXE

N'est pas à rendre avec la copie



Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Amérique du Nord 2 juin 2017

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple 011 l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x\ln(x) - x$. On note f' sa fonction dérivée. On a alors :

   a. $f'(x) = 0$ **b.** $f'(x) = \ln(x)$ **c.** $f'(x) = \dfrac{1}{x} - 1$ **d.** $f'(x) = \dfrac{1}{x} - x$

2. Les entiers naturels n vérifiant l'inéquation $6 \times 0,95^n - 1 \leqslant 2$ appartiennent à l'intervalle :

   a. $\left]-\infty\,;\,\dfrac{\ln 3}{\ln(5,7)}\right]$ **b.** $\left]-\infty\,;\,\ln\left(\frac{0,5}{0,95}\right)\right]$ **c.** $\left]-\infty\,;\,\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,95)}\right]$ **d.** $\left[\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,95)}\,;\,+\infty\right[$

3. Une entreprise fabrique des tubes métalliques de longueur 2 m.
   Un tube métallique est considéré comme étant dans la norme si sa longueur est comprise entre 1,98 m et 2,02 m. On prélève au hasard un échantillon de 1 000 tubes, on observe que 954 tubes sont dans la norme.
   L'intervalle de confiance de la fréquence des tubes dans la norme pour cette entreprise au niveau de confiance de 95 %, avec les bornes arrondies à 10^{-3}, est :

   a. $[0,922\,;\,0,986]$ **b.** $[0,947\,;\,0,961]$ **c.** $[1,98\,;\,2,02]$ **d.** $[0,953\,;\,0,955]$

4. Pour un archer, la probabilité d'atteindre la cible est de $0,8$. Les tirs sont supposés indépendants.
   Quelle est la probabilité qu'il touche 3 fois la cible sur une série de 6 tirs ?

   a. 0,512 **b.** 2,4 **c.** 0,262 144 **d.** 0,081 92

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une grande université, en pleine croissance d'effectifs, accueillait 27 500 étudiants en septembre 2016.
Le président de l'université est inquiet car il sait que, malgré une gestion optimale des locaux et une répartition des étudiants sur les divers sites de son université, il ne pourra pas accueillir plus de 33 000 étudiants.
Une étude statistique lui permet d'élaborer un modèle de prévisions selon lequel, chaque année :

- 150 étudiants démissionnent en cours d'année universitaire (entre le 1er septembre et le 30 juin) ;

- les effectifs constatés à la rentrée de septembre connaissent une augmentation de 4 % par rapport à ceux du mois de juin qui précède.

Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'étudiants estimé selon ce modèle à la rentrée de septembre $2016+n$, on a donc $u_0 = 27\,500$.

1. **a.** Estimer le nombre d'étudiants en juin 2017.

   b. Estimer le nombre d'étudiants à la rentrée de septembre 2017.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 1,04u_n - 156$.
3. Recopier et compléter les lignes L5, L6, L7 et L9 de l'algorithme suivant afin qu'il donne l'année à partir de laquelle le nombre d'étudiants à accueillir dépassera la capacité maximale de l'établissement.

L1	Variables :	n est un nombre entier naturel
L2		U est un nombre réel
L3	Traitement :	n prend la valeur 0
L4		U prend la valeur 27 500
L5		Tant que $U \leqslant$ ...... faire
L6		n prend la valeur ...
L7		U prend la valeur ...
L8		Fin Tant que
L9	Sortie :	Afficher ....

4. **a.** On fait fonctionner cet algorithme pas à pas.

   Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant le nombre nécessaire de colonnes ; on arrondira les valeurs de U à l'unité.

	Initialisation	Étape 1	...
Valeur de n	0	...	
Valeur de U	27 500	...	

   b. Donner la valeur affichée en sortie de cet algorithme.
5. On cherche à calculer explicitement le terme général u_n en fonction de n.

   Pour cela, on note (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 3\,900$.

   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 23\,600 \times 1,04^n + 3\,900$.

   c. Déterminer la limite de la suite (u_n) et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

D'après l'AFDIAG (Association Française Des Intolérants au Gluten), la maladie cœliaque, aussi appelée intolérance au gluten, est une des maladies digestives les plus fréquentes. Elle touche environ 1 % de la population.

On estime que seulement 20 % des personnes intolérantes au gluten passent le test pour être diagnostiquées.

On considère que si une personne n'est pas intolérante au gluten, elle ne passe pas le test pour être diagnostiquée.

On choisit au hasard une personne dans la population française qui compte environ 66,6 millions d'habitants au 1er janvier 2016.

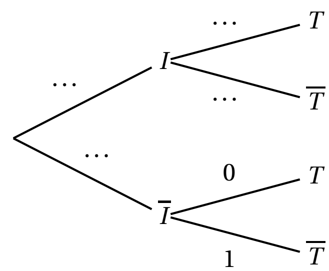
On considère les évènements :

- I : « la personne choisie est intolérante au gluten » ;

- T : « la personne choisie passe le test pour être diagnostiquée ».

PARTIE A

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :

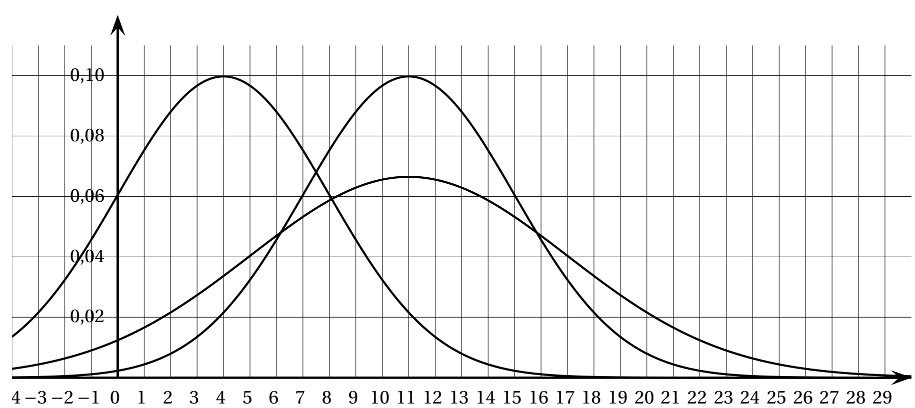


2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit intolérante au gluten et ne passe pas le test pour être diagnostiquée.
3. Montrer que $p(T) = 0,002$.

PARTIE B

L'AFDIAG a fait une enquête et a constaté que la maladie cœliaque était diagnostiquée en moyenne 11 ans après les premiers symptômes.
On note X la variable aléatoire représentant le temps en années mis pour diagnostiquer la maladie cœliaque à partir de l'apparition des premiers symptômes.
On admet que la loi de X peut être assimilée à la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$.

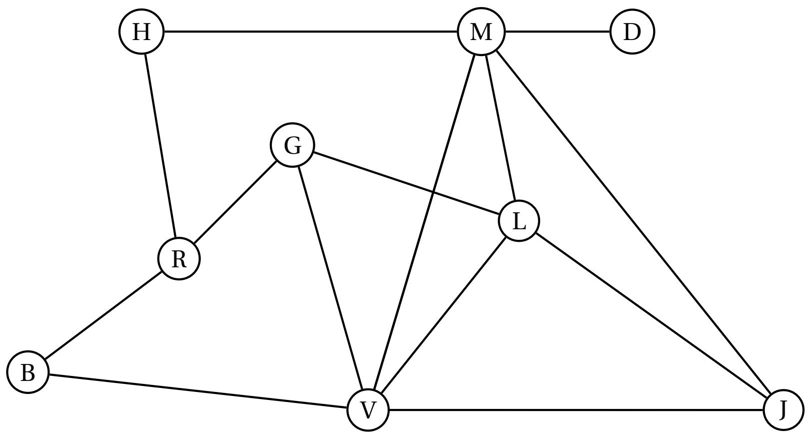
1. Calculer la probabilité que la maladie soit diagnostiquée entre 9 ans et 13 ans après les premiers symptômes. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
2. Calculer $p(X \leqslant 6)$. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
3. Sachant que $p(X \leqslant a) = 0,84$, donner la valeur de a arrondie à l'unité.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Laquelle de ces trois courbes représente la fonction de densité de la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$? Justifier le choix. On pourra s'aider des réponses aux questions précédentes.



Exercice 3 **4 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Sarah, une jeune étudiante en géologie, souhaite partir en voyage en Islande avec des amis. Elle a loué une voiture tout terrain pour pouvoir visiter les lieux remarquables qu'elle a sélectionnés.
Sarah a construit le graphe ci-dessous dont les sommets représentent les lieux à visiter et les arêtes représentent les routes ou pistes :



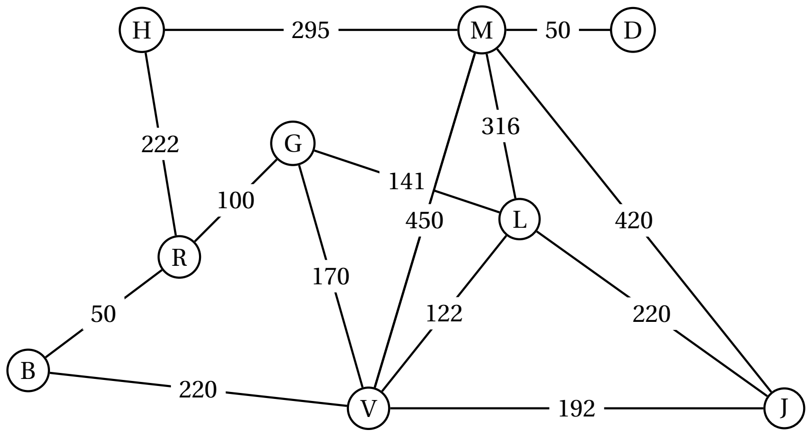
B : Le lagon bleu.
D : Chute d'eau de Dettifoss.
G : Geyser de Geysir.
H : Rocher Hvitserkur.
J : Lagune glacière de Jökulsárlón.
L : Massif du Landmannalaugar.
M : Lac de Mývatn.
R : Capitale Reykjavik.
V : Ville de Vik.

1. Dans cette question, chaque réponse sera justifiée.
   a. Déterminer l'ordre du graphe.
   b. Déterminer si le graphe est connexe.
   c. Déterminer si le graphe est complet.
2. Sarah désire emprunter toutes les routes une et une seule fois. Déterminer, en justifiant, si cela est possible.
3. On appelle M la matrice associée au graphe précédent sachant que les sommets sont placés dans l'ordre alphabétique. On donne ci-dessous une partie de la matrice M ainsi que la matrice M^4 :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M^4 = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 16 & 8 & 14 & 13 & 15 & 2 & 10 \\ 3 & 5 & 5 & 6 & 9 & 11 & 6 & 3 & 12 \\ 16 & 5 & 24 & 11 & 23 & 21 & 26 & 5 & 20 \\ 8 & 6 & 11 & 10 & 13 & 14 & 9 & 3 & 14 \\ 14 & 9 & 23 & 13 & 28 & 29 & 29 & 8 & 30 \\ 13 & 11 & 21 & 14 & 29 & 38 & 32 & 15 & 40 \\ 15 & 6 & 26 & 9 & 29 & 32 & 43 & 14 & 34 \\ 2 & 3 & 5 & 3 & 8 & 15 & 14 & 15 & 21 \\ 10 & 12 & 20 & 14 & 30 & 40 & 34 & 21 & 49 \end{pmatrix}$$

   a. Il manque certains coefficients de la matrice M. Compléter et recopier uniquement la partie manquante de cette matrice.
   b. Donner, en le justifiant, le nombre de chemins de longueur 4 permettant d'aller de B à D.

4. Sur le graphe pondéré ci-dessous, on a indiqué sur les arêtes les distances en kilomètre entre les différents lieux :



Déterminer à l'aide de l'algorithme de Dijkstra la distance minimale permettant d'aller du sommet B (Lagon bleu) au sommet D (Chute d'eau de Dettifoss).

Préciser alors le trajet à emprunter.

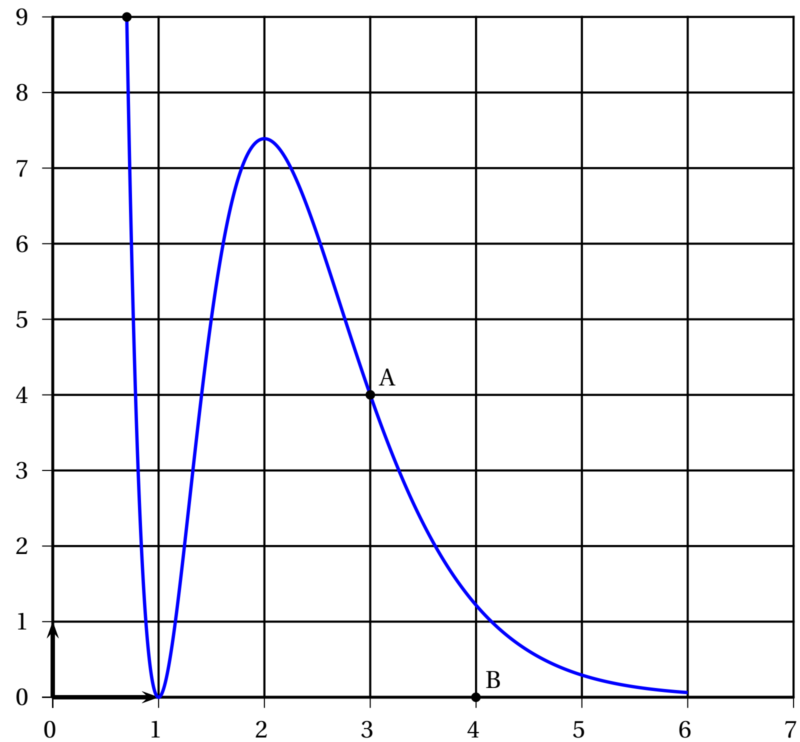
Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0{,}7\,;\,6]$; on suppose que f est dérivable.

PARTIE A : Étude graphique

On a représenté la fonction f sur le graphique ci-dessous.



1. La tangente au point d'abscisse 3 à la courbe représentative de f passe par les points A$(3\,;\,4)$ et B$(4\,;\,0)$. Déterminer $f'(3)$.
2. D'après le graphique ci-dessus, donner le tableau de signe de f' sur l'intervalle $[0{,}7\,;\,6]$.

PARTIE B : Étude théorique

On admet que la fonction f est définie par

$$f(x) = \left(x^2 - 2x + 1\right) \mathrm{e}^{-2x+6}.$$

1. Montrer que $f'(x) = \left(-2x^2 + 6x - 4\right) \mathrm{e}^{-2x+6}$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0{,}7\,;6]$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0{,}7\,;\,6]$.
   On ne demande pas de calculer les ordonnées.
3. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient les résultats ci-dessous qui pourront être utilisés sans être démontrés.

L1	$f'(x) := (-2x\hat{\ }2 + 6x - 4) * \mathrm{e}\hat{\ }(-2x+6)$ $\rightarrow f'(x) = \left(-2x^2 + 6x - 4\right) \mathrm{e}^{-2x+6}$
L2	$g(x) :=$ Dérivée$[f'(x)]$ $\rightarrow g(x) = -16x\mathrm{e}^{-2x+6} + 4x^2\mathrm{e}^{-2x+6} + 14\mathrm{e}^{-2x+6}$
L3	Factoriser$[g(x)]$ $\rightarrow 2\mathrm{e}^{-2x+6}\left(2x^2 - 8x + 7\right)$
L4	Résoudre$[g(x) = 0]$ $\rightarrow \left\{x = \frac{-\sqrt{2}+4}{2}\ ;\ x = \frac{\sqrt{2}+4}{2}\right\}$
L5	$F(x) :=$ Primitive$[f(x)]$ $\rightarrow F(x) = \dfrac{1}{4}\left(-2x^2 + 2x - 1\right) \mathrm{e}^{-2x+6}$

a. Déterminer le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est concave.

b. La courbe représentative de la fonction f admet-elle des points d'inflexion ? Si oui, en donner l'abscisse.

c. On pose $I = \displaystyle\int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x$. Calculer la valeur exacte de I puis la valeur arrondie à 10^{-1}.

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat Terminale ES/L Liban 5 juin 2017 ∾

Exercice 1 **3 points**

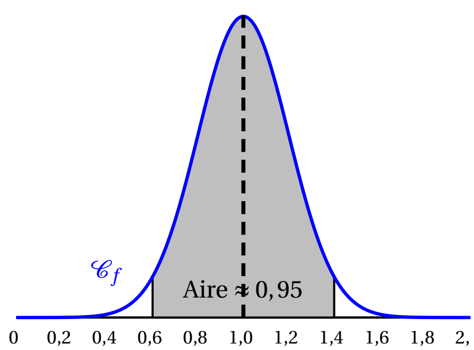
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{2}{x}$.
   La valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$ est :

   a. 2 **b** $\frac{1}{\mathrm{e}-1}$ **c.** $\frac{2}{\mathrm{e}-1}$ **d.** $\frac{-2}{\mathrm{e}-1}$

2. On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale. La courbe de la figure ci-dessous représente la fonction de densité f associée à la variable X.



   a. L'espérance de X est 0,4.
   b. L'espérance de X est 0,95.
   c. L'écart-type de X est environ 0,4.
   d. L'écart-type de X est environ 0,2.

3. À l'occasion de son inauguration, un hypermarché offre à ses clients un ticket à gratter par tranche de 10 euros d'achats. L'hypermarché affirme que 15 % des tickets à gratter sont gagnants, c'est-à-dire donneront droit à un bon d'achat de 5 euros.
   Amandine a reçu 50 tickets à gratter après un achat de 500 euros dans cet hypermarché. Deux d'entre eux étaient gagnants.
   On suppose que le nombre de tickets à gratter est suffisamment important pour considérer qu'un échantillon de 50 tickets correspond à un tirage aléatoire avec remise.

   a. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est [0,051 ; 0,249], les bornes étant arrondies au millième.

b. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est [0,100 ; 0,200], les bornes étant arrondies au millième.

c. La fréquence de tickets gagnants reçus par Amandine est $\dfrac{50}{500}$.

d. Amandine peut annoncer avec un risque de 5 % que l'affirmation de l'hypermarché n'est pas mensongère.

Exercice 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties sont indépendantes

Partie A : L'accord de Kyoto (1997)

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone, noté CO_2.
En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent CO_2 contre 559 mégatonnes en 1990.

1. Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8 % entre 1990 et 2012.
   Peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà cet engagement? Justifier la réponse.
2. Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6 % par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à $0,1$.

Partie B : Étude des émissions de gaz à effet de serre d'une zone industrielle

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installées sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de 2 % d'une année sur l'autre et que, chaque année, les implantations de nouvelles entreprises sur le site génèrent 200 tonnes de GES en équivalent CO_2.
En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de CO_2 au total.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone industrielle au cours de l'année $2005 + n$.

1. Déterminer u_0 et u_1.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,98 \times u_n + 0,2$.
3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 10$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,98$. Préciser son premier terme.
   b. Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 31 \times (0,98)^n + 10$.
4. **a.** Calculer la limite de la suite (u_n).
   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on se propose de déterminer l'année à partir de laquelle la zone industrielle aura réduit au moins de moitié ses émissions de CO_2, par rapport à l'année 2005.

a. Recopier et compléter les lignes 7 et 9 de l'algorithme

```
1   Variables
2     U est du type nombre
3     n est du type nombre entier
4   Début Algorithme
5     U prend la valeur 41
6     n prend la valeur 0
7     Tant que (......) faire
8       Début Tant que
9       U prend la valeur ...
10      n prend la valeur n+1
11      Fin Tant que
12    Afficher n
13  Fin Algorithme
```

b. L'algorithme affiche 54. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Les parties A et B sont indépendantes.

Notations :
Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.
Si A et B sont deux évènements, on note $p_B(A)$ la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé.

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au millième.

Une agence Pôle Emploi étudie l'ensemble des demandeurs d'emploi selon deux critères, le sexe et l'expérience professionnelle.
Cette étude montre que :

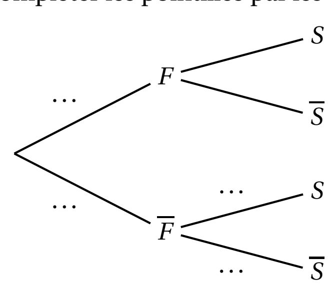
- 52 % des demandeurs d'emploi sont des femmes et 48 % sont des hommes ;
- 18 % des demandeurs d'emploi sont sans expérience et les autres sont avec expérience ;
- parmi les hommes qui sont demandeurs d'emploi, on sait que 17,5 % sont sans expérience.

Partie A

On prélève au hasard la fiche d'un demandeur d'emploi de cette agence. On note :

- S : l'évènement « le demandeur d'emploi est sans expérience » ;
- F : l'évènement « le demandeur d'emploi est une femme ».

1. Préciser $p(S)$ et $p_{\overline{F}}(S)$.
2. Recopier l'arbre ci-dessous et compléter les pointillés par les probabilités associées.



3. Démontrer que $p\left(\overline{F} \cap S\right) = 0,084$. Interpréter le résultat.

4. La fiche prélevée est celle d'un demandeur d'emploi sans expérience. Calculer la probabilité pour que ce soit un homme.
5. Sachant que la fiche prélevée est celle d'une femme, calculer la probabilité que ce soit la fiche d'un demandeur d'emploi sans expérience.

Partie B

La responsable de l'agence décide de faire le point avec cinq demandeurs d'emploi qui sont suivis dans son agence. Pour cela, elle prélève cinq fiches au hasard. On admet que le nombre de demandeurs d'emplois dans son agence est suffisamment grand pour assimiler cette situation à un tirage avec remise.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que, parmi les cinq fiches tirées au hasard, il y ait au moins une fiche de demandeur d'emploi sans expérience.

Exercice 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

Partie A

Deux opérateurs Alpha et Bravo se partagent le marché de la téléphonie mobile dans un pays.

En 2015, l'opérateur Alpha possède 30 % du marché de téléphonie mobile. Le reste appartient à l'opérateur Bravo.

On étudie l'évolution dans le temps du choix des abonnés de 2015 pour l'un ou l'autre des opérateurs. Chaque abonné conserve un abonnement téléphonique, soit chez l'opérateur Alpha soit chez l'opérateur Bravo.

On estime que, chaque année :

- 12 % des abonnés de l'opérateur Alpha le quittent et souscrivent un abonnement chez l'opérateur Bravo.
- 86 % des abonnés de l'opérateur Bravo lui restent fidèles, les autres le quittent pour l'opérateur Alpha.

On modélise cette situation par un graphe probabiliste à deux sommets Alpha et Bravo :

- A est l'évènement : « l'abonné est chez l'opérateur Alpha » ;
- B est l'évènement : « l'abonné est chez l'opérateur Bravo ».

1. Dessiner ce graphe probabiliste.

   On admet que la matrice de transition de ce graphe probabiliste, en considérant les sommets dans l'ordre alphabétique, est : $M = \begin{pmatrix} 0,88 & 0,12 \\ 0,14 & 0,86 \end{pmatrix}$.

   On note pour tout entier naturel n :

   - a_n la probabilité qu'un abonné soit chez l'opérateur Alpha l'année $2015 + n$;
   - b_n la probabilité qu'un abonné soit chez l'opérateur Bravo l'année $2015 + n$.

   On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne de l'état probabiliste pour l'année $2015 + n$.
2. Donner a_0 et b_0.
3. Montrer qu'en 2018, il y aura environ 44,2 % des abonnés chez l'opérateur Alpha.
4. Les deux opérateurs voudraient connaître la répartition de l'ensemble des abonnés sur le long terme. On note $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ l'état stable de la répartition des abonnés.

   a. Montrer que les nombres x et y sont solutions du système $\left\{\begin{array}{lcl} 0,12x - 0,14y &=& 0 \\ x + y &=& 1 \end{array}\right.$

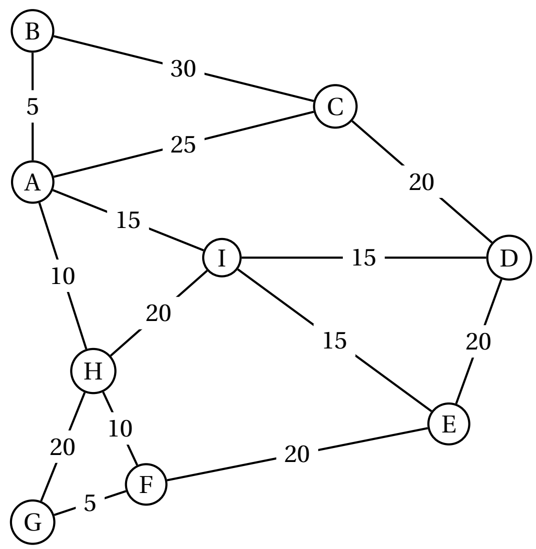
   b. Résoudre le système précédent dans l'ensemble des réels.

c. Déterminer la répartition des abonnés entre les deux opérateurs au bout d'un grand nombre d'années. Arrondir les pourcentages à 0,1 %.

Partie B

Un opérateur français doit développer son réseau de fibre optique dans la région des stations de ski notées A, B, C, D, E, F, G, H, I à l'approche de la saison touristique. À ce jour, seule la station C est reliée au réseau national de fibre optique.
Le coût des tronçons du réseau de fibre optique varie selon le relief des montagnes et des vallées.
L'opérateur a mené une étude afin de déterminer son plan de déploiement.
Dans le graphe ci-dessous :

- les sommets représentent les stations de ski ;
- les arêtes représentent les différents tronçons qu'il est possible de déployer ;
- le poids de chaque arête correspond au coût associé, en milliers d'euros.



1. À l'aide de l'algorithme de Dijkstra, déterminer le tracé de fibre optique le moins cher à déployer, entre les stations C et G.

2. Déterminer, en milliers d'euros, le coût de ce tracé.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties sont liées.

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = \frac{1}{0,5 + 100\,\mathrm{e}^{-x}}.$$

On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

1. Montrer que, pour tout réel x dans l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a

$$f'(x) = \frac{100\,\mathrm{e}^{-x}}{(0,5+100\,\mathrm{e}^{-x})^2}.$$

On note f'' la fonction dérivée seconde de f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
Un logiciel de calcul formel fournit l'expression suivante de $f''(x)$:

$$f''(x) = \frac{100\,\mathrm{e}^{-x}\,(100\,\mathrm{e}^{-x}-0,5)}{(0,5+100\,\mathrm{e}^{-x})^3}.$$

2. a. Montrer que, dans l'intervalle $[0\,;\,10]$, l'inéquation $100\,\mathrm{e}^{-x}-0,5 \geqslant 0$ est équivalente à l'inéquation $x \leqslant -\ln(0,005)$.

b. En déduire le tableau de signes de la fonction f'' sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

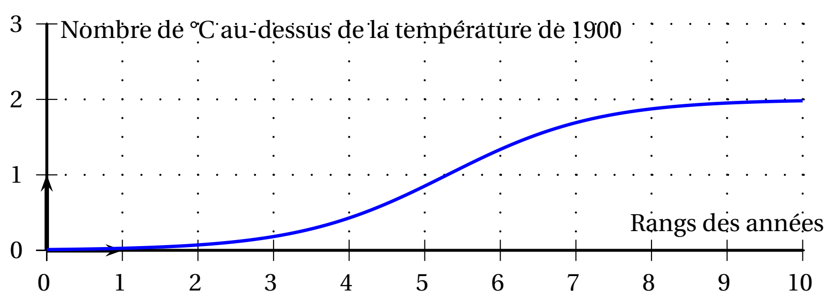
3. On appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f tracée dans un repère.
Montrer, à l'aide de la question 2, que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet un point d'inflexion noté I, dont on précisera la valeur exacte de l'abscisse.

4. En utilisant les résultats de la question 2, déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est concave.

Partie B

Dans toute cette partie les températures seront exprimées en degrés Celsius, notés °C.

La COP21, conférence sur les changements climatiques des Nations Unies, a adopté le 12 décembre 2015 le premier accord universel sur le climat, appelé accord de Paris, signé par 195 pays.
Cet accord confirme l'objectif, d'ici l'année 2100, que la température terrestre ne dépasse pas de plus de 2 °C la température de l'année 1900.
Dans cette partie, on modélise, par la fonction f de la partie A, une évolution de température possible permettant d'atteindre l'objectif de l'accord de Paris.
La courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction est tracée ci-dessous, et I est son point d'inflexion.
Sur l'axe des abscisses, l'année 1900 correspond à 0 et une unité représente 25 ans, donc l'année 1925 correspond à 1.
Sur l'axe des ordonnées, on a représenté le nombre de degrés Celsius au-dessus de la température de 1900.



1. a. Calculer $f(10)$, en arrondissant le résultat au centième.

b. En déduire qu'en 2150, avec ce modèle, l'objectif de l'accord de Paris sera respecté.

2. a. En utilisant la partie A, déterminer l'année correspondant à l'abscisse du point I d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$. Arrondir le résultat à l'unité.

b. Calculer, pour cette année-là, le nombre de degrés Celsius supplémentaires par rapport à 1900.

3. On appelle vitesse du réchauffement climatique la vitesse d'augmentation du nombre de degrés Celsius. On admet que, à partir de 1900, la vitesse du réchauffement climatique est modélisée par la fonction f'.

   a. Est-il vrai de dire qu'après 2033 la température terrestre diminuera ? Justifier la réponse.

   b. Est-il vrai de dire qu'après 2033 la vitesse du réchauffement climatique diminuera ? Justifier la réponse.

4. Pour sauvegarder les îles menacées par la montée des eaux, la température terrestre ne doit pas dépasser de plus de 1,5 °C la température de l'année 1900.

   Déterminer l'année au cours de laquelle la température terrestre atteindra ce seuil, selon ce modèle.

Annexe

À rendre avec la copie

Exercice 4 – Question 1. a.
Candidats ayant sui l'enseignement de spécialité

k	0	1	2	3	4	5	6	7
a_{2k+1}								
$2a_{2k+1}$								
R								
I								

Baccalauréat Centres étrangers Terminale ES 13 juin 2017

EXERCICE 1 **4 POINTS**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples

Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur l'intervalle $[1~;~9]$, alors :

a. $p(1 < X < 9) = \frac{1}{8}$ **b.** $p(5 < X < 9) = \frac{1}{2}$ **c.** $p(1 < X < 3) = \frac{3}{8}$ **d.** $p(1 < X < 2) = \frac{1}{2}$

2. Une enquête sanitaire a pour objectif d'estimer la proportion de personnes qui respectent le calendrier de vaccinations préconisé par le Haut Conseil de la Santé Publique. Pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude $0,01$ au niveau de confiance $0,95$ de cette proportion, il faut interroger :

a. 200 personnes **b.** 400 personnes **c.** 10 000 personnes **d.** 40 000 personnes

3. La solution de l'équation $x^{23} = 92$ est égale à :

a. 4 **b.** 1,2 **c.** $\mathrm{e}^{\frac{\ln(92)}{23}}$ **d.** $\mathrm{e}^{\frac{\ln(23)}{92}}$

4. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-10~;~10]$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-10		-5		3		10
	7				4		
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			2				-6

On note $I = \displaystyle\int_{-5}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x$. On peut affirmer que :

a. $-5 \leqslant I \leqslant 3$ **b.** $2 \leqslant I \leqslant 4$ **c.** $16 \leqslant I \leqslant 32$ **d.** $4 \leqslant I \leqslant 8$

EXERCICE 2 6 POINTS
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-20~;~20]$ par

$$f(x) = (-2x+30)\mathrm{e}^{0,2x-3}.$$

1. **a.** Montrer que $f'(x) = (-0,4x+4)\text{e}^{0,2x-3}$ pour tout réel x de l'intervalle $[-20 ; 20]$.
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-20 ; 20]$.
   On précisera la valeur exacte du maximum de f.
2. **a.** Montrer que, sur l'intervalle $[-20 ; 20]$, l'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution α.
   b. Donner un encadrement de α d'amplitude 0,1.
3. Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

1	Dériver $(-10x+200)\text{e}^{0,2x-3}$ $(-2x+30)\text{e}^{0,2x-3}$
2	Dériver $(2x+30)\text{e}^{0,2x-3}$ $(-0,4x+4)\text{e}^{0,2x-3}$
3	Dériver $(-0,4x+4)\text{e}^{0,2x-3}$ $(-0,08x+0,4)\text{e}^{0,2x-3}$

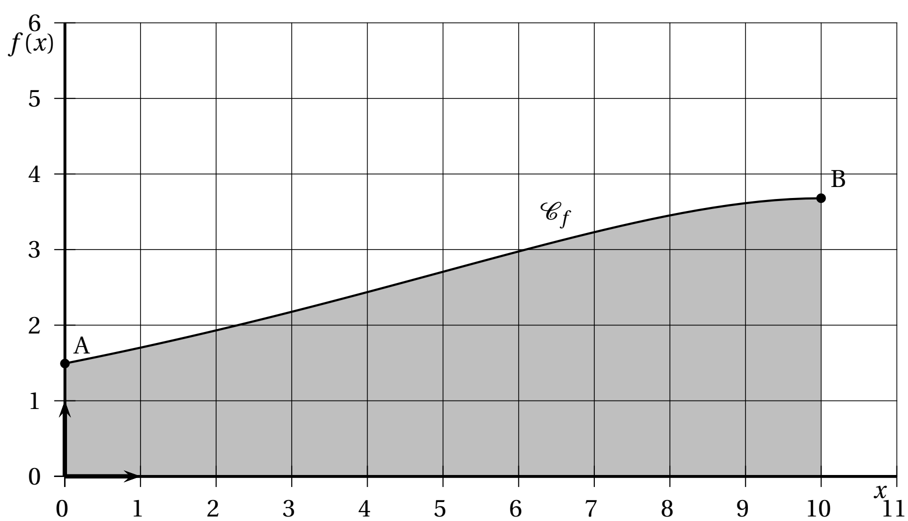
Répondre aux deux questions suivantes en utilisant les résultats donnés par le logiciel :

a. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{10}^{15} f(x)\,\text{d}x$.

b. Déterminer le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est convexe et préciser l'abscisse du point d'inflexion.

Partie B

Une station de ski souhaite ouvrir une nouvelle piste au public. Le relief de cette piste est modélisé ci-dessous par la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie dans la partie A sur l'intervalle $[0 ; 10]$. Le point B représente le départ de la nouvelle piste et le point A représente la station de ski où se trouve l'arrivée.



Le réel x représente la distance horizontale, exprimée en km, depuis la station de ski et $f(x)$ représente l'altitude, exprimée en km.
On appelle pente de la piste au point M, le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point M. Par exemple, une pente de 15 % en un point de la piste correspond à un coefficient directeur de $\dfrac{15}{100} = 0,15$.

1. On appelle dénivelé d'une piste de ski, la différence d'altitude entre le point de départ et le point d'arrivée de cette piste. Calculer le dénivelé de cette nouvelle piste. On arrondira le résultat au mètre.
2. La station de ski doit déterminer la difficulté de cette nouvelle piste en fonction de la pente.
   — La piste sera classée noire, c'est-à-dire très difficile, si au moins une portion de la piste a une pente supérieure ou égale à 40 %.
   — La piste sera classée rouge, c'est-à-dire difficile, si au moins une portion de la piste a une pente strictement comprise entre 25 % et 40 % (et aucune portion avec une pente supérieure ou égale à 40 %).
   — Si toutes les portions de la piste ont une pente inférieure ou égale à 25 % alors la piste sera classée bleue, c'est-à-dire facile.

   Déterminer le niveau de difficulté de cette nouvelle piste. Justifier la réponse.

EXERCICE 3 — 5 POINTS

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

La renouée du Japon est une plante à croissance très rapide et très invasive.
Un jardinier souhaite faire disparaître de son terrain cette espèce qui occupe une superficie de 120 m^2 au 1$^{\text{er}}$ janvier 2017. Pour cela, chaque année au printemps, il procède à un arrachage qui permet de réduire de 10 % la superficie de terrain envahi l'année précédente. Cependant, cette espèce de plante ayant une puissance de dissémination très importante, de nouvelles pousses apparaissent chaque été et envahissent une nouvelle parcelle de terrain d'une superficie de 4 m^2.

1. Déterminer la superficie de terrain envahi par cette plante au 1$^{\text{er}}$ janvier 2018.

   On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n représente la superficie de terrain en m^2 envahi par la Renouée du Japon au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2017 + n$.

   La suite (u_n) est donc définie par $u_0 = 120$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = 0,9u_n + 4$.
2. Le jardinier souhaite connaître l'année à partir de laquelle il aura réduit au moins de moitié la superficie de terrain envahi par rapport au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année 2017.

   Recopier et compléter les lignes L1, L3, L4 et L7 de l'algorithme suivant afin qu'il détermine l'année souhaitée.

   On ne demande pas de faire fonctionner l' algorithme.

```
L1   U prend la valeur ...
L2   N prend la valeur 0
L3   Tant que ..............................
L4       U prend la valeur...................
L5       N prend la valeur N + 1
L6   Fin tant que
L7   Afficher ...............................
```

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 40$.

   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,9$ et préciser le premier terme.

   b. Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

   c. Justifier que $u_n = 80 \times 0,9^n + 40$ pour tout entier naturel n.

4. **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation
   $80 \times 0,9^n + 40 \leqslant 60$.

   b. En déduire l'année à partir de laquelle la superficie envahie par la plante sera réduite au moins de moitié par rapport au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année 2017 .

5. Le jardinier arrivera-t-il à faire disparaître complètement la plante de son terrain ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 5 POINTS

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un parti politique organise une élection en son sein pour désigner son candidat à l'élection présidentielle. Seuls les adhérents de ce parti peuvent voter à cette élection et ils ont le choix entre deux candidats A et B.
Pendant la campagne électorale, certains adhérents indécis changent d'avis.
Un institut de sondage consulte chaque mois le même échantillon d'adhérents et recueille leurs intentions de vote.
Il observe que l'évolution de l'état de l'opinion peut être modélisée de la façon suivante.
Chaque mois :

- 5 % des adhérents ayant déclaré vouloir voter pour le candidat A le mois précédent changent d'avis et déclarent vouloir voter pour le candidat B.
- 3 % des adhérents ayant déclaré vouloir voter pour le candidat B le mois précédent déclarent vouloir voter pour le candidat A.

Au début de la campagne électorale, 65 % des adhérents déclarent vouloir voter pour le candidat A.
On représente ce modèle par un graphe probabiliste $(\mathcal{G})$ de sommets A et B où :

- A est l'évènement : « l'adhérent déclare vouloir voter pour le candidat A » ;
- B est l'évènement : « l'adhérent déclare vouloir voter pour le candidat B ».

Dans la suite de l'exercice, on note :

- a_n la probabilité qu'un adhérent déclare vouloir voter pour le candidat A, le n-ième mois après le début de la campagne. On a donc $a_0 = 0,65$.
- b_n la probabilité qu'un adhérent déclare vouloir voter pour le candidat B, le n-ième mois après le début de la campagne.

On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste correspondant aux intentions de vote le n-ième mois après le début de la campagne. On a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 0,65 & 0,35 \end{pmatrix}$.

1. **a.** Dessiner le graphe probabiliste $(\mathcal{G})$ de sommets A et B.

b. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.

2. Démontrer que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,628 & 0,372 \end{pmatrix}$.

3. On note $P = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ l'état stable associé à ce graphe.

a. Démontrer que les nombres a et b sont solutions du système

$$\left\{\begin{array}{rcl} 0,05a - 0,03b & = & 0 \\ a + \quad b & = & 1 \end{array}\right. .$$

b. Résoudre le système précédent.

c. Interpréter dans le contexte de l'exercice la solution obtenue à la question **3. b.**

4. **a.** Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a $a_{n+1} = 0,92a_n + 0,03$.

b. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par
$v_n = a_n - 0,375$.
Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,92$ et préciser le premier terme.

c. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et en déduire que :
$a_n = 0,275 \times 0,92^n + 0,375$.

5. La campagne électorale dure 11 mois. Si la modélisation de l'institut de sondage est valable, quel candidat sera probablement élu ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 5 POINTS

Commun à tous les candidats

Une base nautique propose la location de différentes embarcations pour visiter les gorges du Verdon. Les touristes peuvent louer des kayaks, des pédalos ou des bateaux électriques, pour une durée de 1 heure ou 2 heures.

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

Partie A

Une étude statistique met en évidence que :

- 40 % des embarcations louées sont des pédalos ;
- 35 % des embarcations louées sont des kayaks ;
- les autres embarcations louées sont des bateaux électriques ;
- 60 % des pédalos sont loués pour une durée de 1 heure ;
- 70 % des kayaks sont loués pour une durée de 1 heure ;
- la moitié des bateaux électriques sont loués pour une durée de 1 heure.

On interroge au hasard un touriste qui vient pour louer une embarcation. On note A, B, C, D et E les évènements suivants :

- A : « l'embarcation louée est un pédalo » ;
- B : « l'embarcation louée est un kayak » ;
- C : « l'embarcation louée est un bateau électrique » ;
- D : « l'embarcation est louée pour une durée de 1 heure » ;
- E : « l'embarcation est louée pour une durée de 2 heures ».

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité $p(A \cap E)$.

3. Montrer que la probabilité que l'embarcation soit louée pour une durée de 2 heures est égale à $0,39$.

4. Sachant que l'embarcation a été louée pendant 2 heures, quelle est la probabilité que ce soit un bateau électrique ? Arrondir le résultat au centième.

5. La base nautique pratique les tarifs suivants :

	1 heure	2 heures
Pédalo	15 €	25 €
Kayak	10 €	16 €
Bateau électrique	35 €	60€

En moyenne, 200 embarcations sont louées par jour. Déterminer la recette journalière que peut espérer la base nautique.

Partie B

Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième

Les bateaux électriques sont équipés d'une batterie d'une autonomie moyenne de 500 minutes.
Les batteries des bateaux sont rechargées uniquement à la fin de chaque journée d'utilisation.
On note X la variable aléatoire correspondant à la durée de fonctionnement de la batterie d'un bateau, exprimée en minutes. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. À l'aide de la calculatrice, calculer $p(490 < X < 520)$.
2. Chaque jour, les bateaux sont utilisés pendant une durée de 8 heures sans être rechargés.
   Déterminer la probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée.
3. Déterminer l'entier a tel que $p(X < a) \approx 0,01$.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Antilles-Guyane 16 juin 2017

Exercice 1 **5 points**

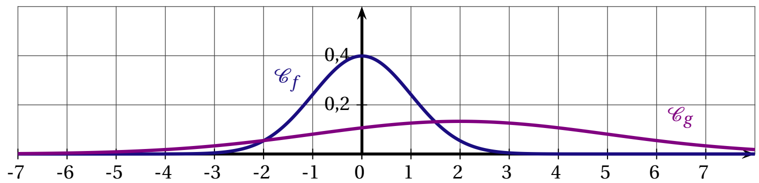
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

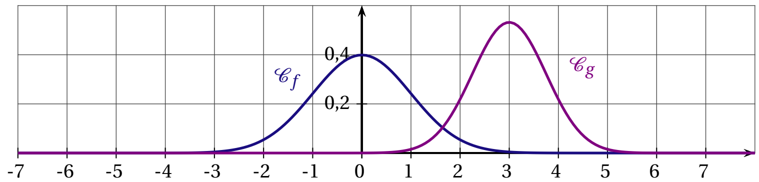
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. A et B sont deux évènements d'une expérience aléatoire. On note $\overline{B}$ l'évènement contraire de B. On sait que : $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,42$. On peut affirmer que :
   a. $P_A(B) = 0,3$.
   b. $P(A \cup B) = 0,58$.
   c. $P_B(A) = 0,84$.
   d. $P\left(A \cap \overline{B}\right) = 0,28$.
2. Dans une station de ski, le temps d'attente à un télésiège donné, exprimé en minute, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 5]$.
   a. L'espérance de cette loi X est $\dfrac{2}{5}$.
   b. $p(X > 2) = \dfrac{3}{5}$.
   c. $p(X \leqslant 2) = \dfrac{3}{5}$.
   d. $p(X \leqslant 5) = 0$.
3. Une machine remplit des flacons dont le volume annoncé est de 100 mL. On admet que le volume contenu dans le flacon peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance 100 mL et d'écart type 2 mL.
   a. $p(Y \leqslant 100) = 0,45$.
   b. $p(Y > 98) = 0,75$.
   c. $p(96 \leqslant Y \leqslant 104) \approx 0,95$.
   d. $p(Y \leqslant 110) \approx 0,85$.
4. Un article de journal affirme, qu'en France, il y a 16 % de gauchers. Un chercheur souhaite vérifier cette affirmation. Pour cela, il veut déterminer la taille de l'échantillon de la population française à étudier qui permettrait d'obtenir un intervalle de confiance d'amplitude égale à 0,1 au niveau de confiance de 0,95. La taille de l'échantillon est :
   a. 30.
   b. 64.
   c. 100.
   d. 400.
5. La fonction f est la fonction densité de probabilité associée à la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0 ; 1)$. La fonction g est la fonction de densité de probabilité associée à la loi normale de moyenne $\mu = 3$ et d'écart type $\sigma = 2$.
   La représentation graphique de ces deux fonctions est :

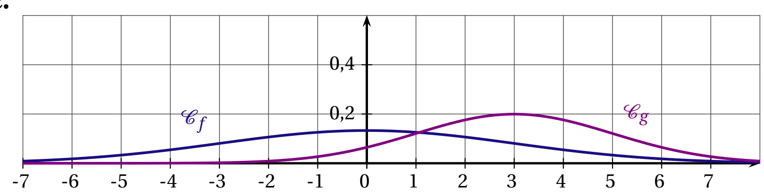
a.



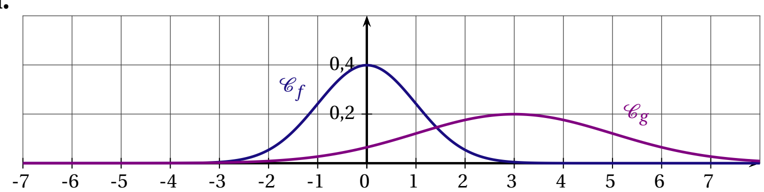
b.



c.



d.



Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Un particulier possède une piscine et décide de s'équiper d'un système automatique de remplissage pour tenir compte de l'évaporation pendant la période estivale. Sur un site spécialisé, il apprend que les conditions climatiques dans sa région pendant cette période sont telles qu'il peut prévoir une évaporation quotidienne de 4 % de la quantité d'eau. Il décide alors de régler son système de remplissage automatique à un apport de 2 m^3 d'eau par jour.
Le premier jour de la mise en fonctionnement du système automatique de remplissage, la piscine contient 75 m^3.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le volume d'eau dans la piscine, exprimé en mètre cube (m^3), n jours après la mise en fonctionnement du système automatique de remplissage.
Ainsi, $u_0 = 75$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que la suite (u_n) n'est pas arithmétique.
   Est-elle géométrique ?
3. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,96 \times u_n + 2$.
4. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 50$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,96 et de premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 25 \times 0,96^n + 50$.

d. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

5. Si le volume d'eau dans la piscine est inférieur à 65m^3, le niveau de l'eau est insuffisant pour alimenter les pompes de filtration ce qui risque de les endommager. Pour connaître le nombre de jours pendant lesquels le niveau d'eau reste suffisant sans risquer de panne en conservant ce réglage, on construit l'algorithme suivant :

Variables :	n est un nombre entier naturel	L1
	u est un nombre réel	L2
Traitement :	n prend la valeur 0	L3
	u prend la valeur 75	L4
	Tant que u	L5
	u prend la valeur	L6
	n prend la valeur $n+1$	L7
	Fin Tant que	L8
Sortie :	Afficher n	L9

a. Recopier et compléter les lignes L5 et L6 de cet algorithme.

b. Quel est le résultat affiché en sortie de cet algorithme ?

c. Pendant combien de jours le niveau de l'eau est-il suffisant si on conserve ce réglage ?

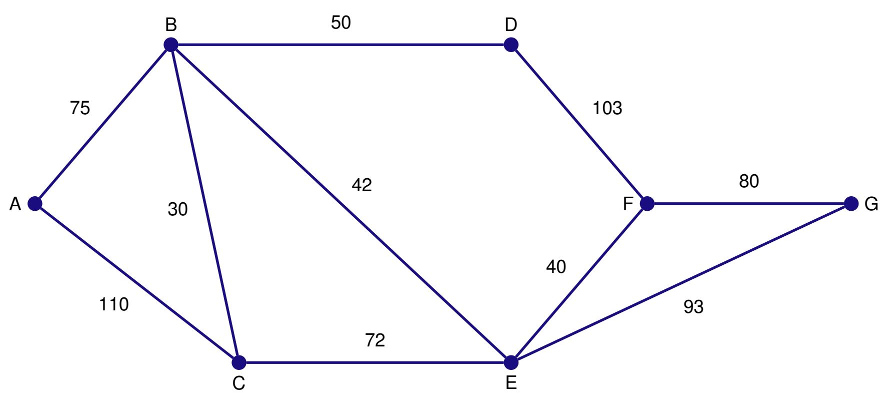
Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

Le graphe ci-dessous représente le plan d'un centre de vacances. Les arêtes représentent les allées et les sommets, les carrefours. On a indiqué sur chaque arête la longueur en mètre des allées entre deux carrefours.



1. Le service d'entretien doit nettoyer toutes les allées. En partant du carrefour C, peut-on nettoyer toutes les allées en passant une et une seule fois par chacune d'elles ? Justifier la réponse.

2. Existe-t-il un parcours permettant de nettoyer toutes les allées en passant une et une seule fois par chacune d'elles et de revenir au point de départ ? Justifier la réponse.

3. Déterminer le trajet le plus court pour aller du carrefour A au carrefour G.

PARTIE B

Dans ce centre de vacances, les vacanciers peuvent, chaque jour, déjeuner au restaurant du centre ou à l'extérieur. On constate chaque jour que :

— 5 % des vacanciers ayant déjeuné au centre de vacances ne se réinscrivent pas pour le lendemain;
— 20 % des vacanciers ayant déjeuné à l'extérieur s'inscrivent pour déjeuner au centre de vacances le lendemain.

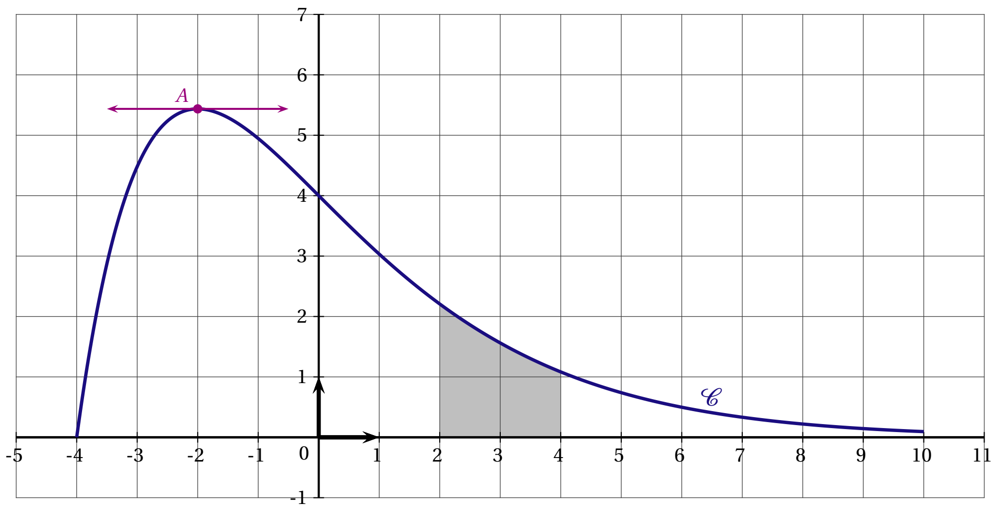
On note D l'état « Déjeuner au centre de vacances » et E l'évènement « Déjeuner à l'extérieur ».

1. Construire un graphe modélisant cette situation.
2. Écrire la matrice de transition de ce graphe, les sommets étant rangés selon l'ordre alphabétique.
3. Le premier jour, le quart des vacanciers a déjeuné au centre de vacances. Quel pourcentage de vacanciers déjeunera au centre de vacances le deuxième jour? Le cinquième jour?
4. L'état $\begin{pmatrix}0,5 & 0,5\end{pmatrix}$ est-il stable?
5. Peut-on affirmer qu'à terme, si les comportements des vacanciers restent les mêmes, 75 % des vacanciers prendront leur déjeuner au centre?

Exercice 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4~;~10]$. On note f' la fonction dérivée de f, et f'' sa dérivée seconde.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses.
Le domaine S grisé sur la figure est le domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = 2$ et la droite d'équation $x = 4$.



PARTIE A

1. Déterminer, en la justifiant, la valeur de $f'(-2)$.
2. Par une lecture graphique, quel semble être le signe de $f'(4)$?
3. Déterminer, par une lecture graphique, un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire du domaine S grisé sur la figure.

PARTIE B

La fonction f précédente est définie sur l'intervalle $[-4~;~10]$ par

$$f(x) = (x+4)\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

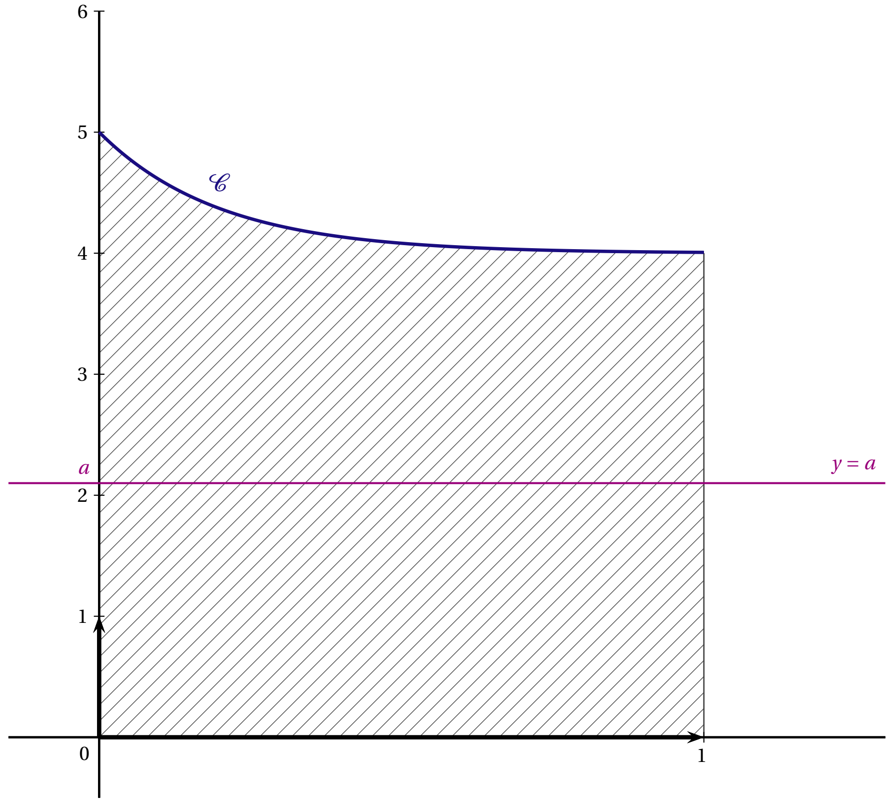
1. **a.** Montrer que $f'(x) = (-0,5x-1)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   b. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-4~;~10]$.
   c. Montrer que sur l'intervalle $[1~;~6]$ l'équation $f(x) = 1,5$ admet une unique solution. On notera α cette unique solution.
   d. Donner une valeur approchée à 10^{-2} de α.
2. On admet que la dérivée seconde de f est définie par $f''(x) = 0,25x\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   a. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-4~;~10]$.
   b. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion I dont on calculera les coordonnées.
3. **a.** On considère la fonction F définie par $F(x) = (-2x-12)\mathrm{e}^{-0,5x}$. Comment peut-on montrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $[-4;10]$? *On ne demande pas d'effectuer cette vérification.*
   b. Calculer $S = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   On en donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

Exercice 4 **3 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~1]$ par

$$f(x) = 4 + \mathrm{e}^{-5x}.$$

On a tracé dans le repère orthogonal ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans un repère du plan.
Le domaine $\mathscr{D}$ hachuré sur la figure est le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
On veut partager le domaine hachuré en deux domaines de même aire par une droite d'équation $y = a$, parallèle à l'axe des abscisses, selon l'exemple donné ci-dessous.



1. Justifier que la valeur $a = 3$ ne convient pas.

2. Déterminer à $0,1$ près une valeur de a qui convienne.

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Polynésie 16 juin 2017

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.*

1. La solution exacte de l'équation $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x = \dfrac{3}{10}$ est :

a. 1,74 **b.** $\dfrac{\ln 10 - \ln 3}{\ln 2}$ **c.** $-\dfrac{\ln 3}{\ln 5}$ **d.** 0,5

2. f est la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 2x\mathrm{e}^{x^2}$.

La valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

a. $4\mathrm{e}^4 - 4\mathrm{e}^{-4}$ **b.** $4\left(\mathrm{e}^4 + \mathrm{e}^{-4}\right)$ **c.** 0 **d.** 1

3. f est la fonction définie pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par

$f(x) = (2x+3)\ln x$.

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ on a :

a. $f'(x) = \dfrac{2x+3}{x}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{2}{x}$

c. $f'(x) = 2\ln x + \dfrac{3}{x} + 2$ **d.** $f'(x) = 2\ln x + \dfrac{3}{x}$

4. Une grandeur a été augmentée de 5 % la première année, puis de 7 % la deuxième année.

Sur ces deux années, le pourcentage global d'augmentation est égal à :

a. 12 % **b.** 35 % **c.** 0,35 % **d.** 12,35 %

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

D'après le « bilan des examens du permis de conduire » pour l'année 2014 publiée par le ministère de l'Intérieur en novembre 2015, 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve pratique du permis de conduire avaient suivi la filière de l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC). Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen. Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière AAC, le taux de réussite à l'examen était seulement de 56,6 %.
On choisit au hasard l'un des candidats à l'épreuve pratique du permis de conduire en 2014.
On considère les évènements suivants :
— A « le candidat a suivi la filière AAC » ;
— R « le candidat a été reçu à l'examen ».
On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. **a.** Donner les probabilités $P(A)$, $P_A(R)$ et $P_{\overline{A}}(R)$.
   b. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité $P(A \cap R)$.
   b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.
3. Justifier que $P(R) = 0{,}6028$.
4. Sachant que le candidat a été reçu à l'examen, calculer la probabilité qu'il ait suivi la filière AAC.
   On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près de cette probabilité.

PARTIE B

Un responsable d'auto-école affirme que pour l'année 2016, la probabilité d'être reçu à l'examen est égale à 0,62.
Ayant des doutes sur cette affirmation, une association d'automobilistes décide d'interroger 400 candidats à l'examen parmi ceux de 2016. Il s'avère que 220 d'entre eux ont effectivement obtenu le permis de conduire.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de candidats reçus dans un échantillon aléatoire de 400 candidats.
2. Peut-on émettre des doutes sur l'affirmation du responsable de cette auto-école ?
   Justifier votre réponse.

PARTIE C

Selon une enquête menée en 2013 par l'association « Prévention Routière », le coût moyen d'obtention du permis de conduire atteignait environ 1 500 €. On décide de modéliser le coût d'obtention du permis de conduire par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 1500$ et d'écart-type $\sigma = 410$.

1. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de la probabilité que le coût du permis de conduire soit compris entre 1 090 € et 1 910 €.
2. Déterminer $P(X \leqslant 1155)$.
   On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.

3. a. Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel a arrondi à l'unité, vérifiant $P(X \geqslant a) = 0,2$.

   b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

Exercice 3 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

En 2015, les forêts couvraient environ 4 000 millions d'hectares sur terre. On estime que, chaque année, cette surface diminue de 0,4 %. Cette perte est en partie compensée par le reboisement, naturel ou volontaire, qui est estimé à 7,2 millions d'hectares par an.
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 4\,000$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,996 \times u_n + 7,2$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, u_n permet d'obtenir une estimation de la surface mondiale de forêt, en millions d'hectares l'année $2015 + n$.
2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule et affiche la première année pour laquelle la surface totale de forêt couvre moins de 3 500 millions d'hectares sur terre.

Variables :	N est un entier naturel
	U est un nombre réel
Initialisation :	Affecter à N la valeur 2015
	Affecter à U la valeur 4 000
Traitement :	
Sortie :	Afficher N

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1\,800$.

   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique puis préciser son premier terme et sa raison.

   b. En déduire que pour tout entier naturel n, on a : $u_n = 2\,200 \times 0,996^n + 1\,800$.

   c. Selon ce modèle et si le phénomène perdure, la surface des forêts sur terre va-t-elle finir par disparaître ? Justifier la réponse.

4. Une étude montre que, pour compenser le nombre d'arbres détruits ces dix dernières années, il faudrait planter 140 millions d'arbres en 10 ans.
   En 2016 on estime que le nombre d'arbres plantés par l'Organisation des Nations unies (ONU) est de 7,3 milliards.
   On suppose que le nombre d'arbres plantés par l'ONU augmente chaque année de 10 %.
   L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 millions d'arbres de 2016 à 2025 ?
   Justifier la réponse.

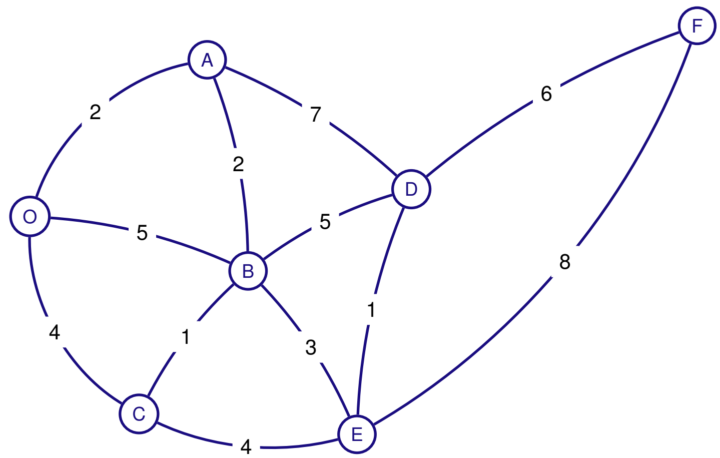
Exercice 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

Alex a téléchargé sur son smartphone un jeu lui permettant de combattre des animaux virtuels par localisation GPS. Le graphe pondéré représenté ci-dessous illustre le trajet qu'Alex doit suivre en marchant dans les rues de sa ville et le nombre d'animaux virtuels qu'il doit combattre sur la route suivie.



À l'aide d'un algorithme, déterminer le nombre minimal de créatures qu'Alex doit combattre s'il part du point O pour arriver au point F de la ville. Détailler les étapes de l'algorithme.

PARTIE B

Alex retrouve d'autres personnes, ayant le même jeu, dans le parc de la ville dans le but de comparer le nombre de créatures qu'ils ont combattues.

Le premier jour, 8 personnes se sont retrouvées dans le parc. Le second jour, on comptait 25 personnes et le troisième jour, 80 personnes se sont retrouvées dans le parc.

Soit f la fonction définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont trois nombres réels et x un nombre entier compris entre 1 et 10. On admet que la fonction f modélise le nombre de personnes qui se retrouvent dans le parc le x-ième jour.

1. Traduire l'énoncé par un système de trois équations à trois inconnues a, b et c.

2. Vérifier que ce système est équivalent à l'équation $AX = B$ avec :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \ X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 8 \\ 25 \\ 80 \end{pmatrix}$$

3. Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 0,5 & -1 & 0,5 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

a. Calculer $M \times A$.

b. Que représente la matrice M pour la matrice A ?

4. Le parc de la ville a une capacité d'accueil de 2 500 personnes.
Selon ce modèle, le parc risque-t-il de refuser d'accueillir des personnes un de ces dix jours ?
Justifier la réponse.

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

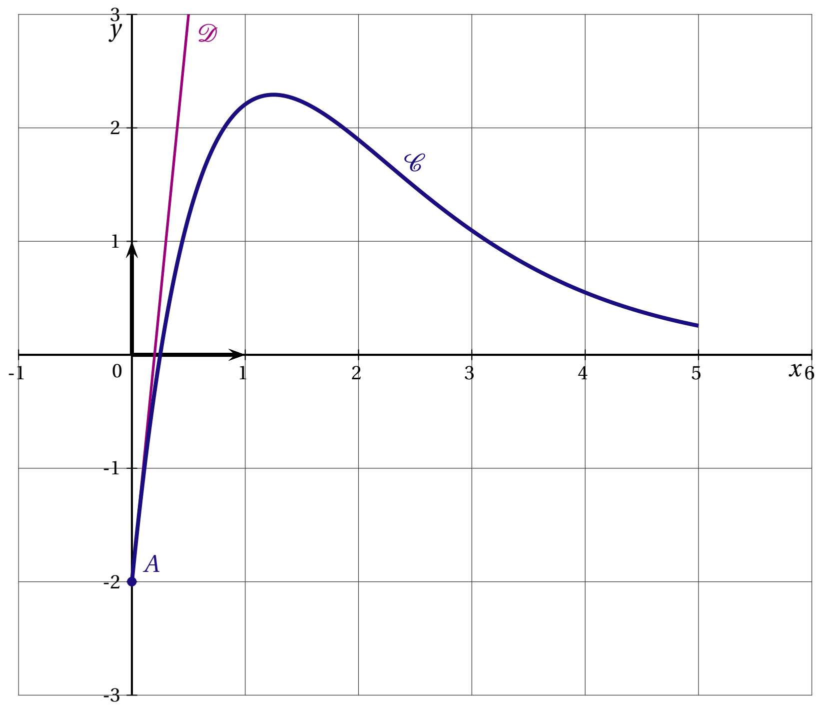
Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0~;~5]$ par

$$f(x) = (ax - 2)\mathrm{e}^{-x},$$

où a est un nombre réel.

On admet dans tout l'exercice que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $[0~;~5]$.

La courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f est donnée ci-dessous dans un repère d'origine O.



Les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$ passent toutes les deux par le point $A(0\ ;\ -2)$.
La droite $\mathscr{D}$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A et admet pour équation $y = 10x - 2$.
On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

1. Donner, à l'aide des informations ci-dessus et sans justifier les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.

2. **a.** Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\ ;\ 5]$ on a :

$$f'(x) = (-ax + a + 2)\mathrm{e}^{-x}$$

b. Déduire des questions précédentes que $a = 8$.

c. Donner l'expression de $f'(x)$.

3. **a.** Préciser le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$. On pourra faire un tableau.

b. En déduire le tableau des variations de la fonction f sur ce même intervalle.

c. Résoudre sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$ l'équation $f(x) = 0$.

4. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats suivants :

1	$g(x) := (-8 * x + 10) * \exp(-x)$ $\rightarrow g(x) := (-8x + 10)\,\mathrm{e}^{-x}$
2	Dériver $[g(x), x]$ $\rightarrow (8 * x - 18) * \exp(-x)$
3	Résoudre $[(8 * x - 18) * \exp(-x) > 0, x]$ $\rightarrow x > 9/4$

En utilisant ces résultats :

a. Donner l'expression de f'', fonction dérivée seconde de la fonction f.

b. Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion dont on donnera la valeur exacte de l'abscisse.

5. Une entreprise fabrique des grille-pains. Après avoir fait une étude, son directeur constate que si l'entreprise fabrique chaque jour x milliers de grille-pains (où x est un nombre réel de l'intervalle $[0~;~5]$), alors le bénéfice quotidien est donné, en centaine de milliers d'euros, par la fonction f définie par :

$$f(x) = (8x-2)\mathrm{e}^{-x}$$

a. Quelle quantité de grille-pains l'entreprise doit-elle fabriquer afin de réaliser un bénéfice maximal ?

b. Quel est alors la valeur de ce bénéfice maximal ?
On donnera une valeur approchée du résultat à l'euro près.

Baccalauréat ES Métropole 21 juin 2017

Exercice 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au millième près.

1. Un supermarché dispose de plusieurs caisses. Un client qui se présente à une caisse doit attendre un certain temps T_1 avant d'être pris en charge par le caissier. On considère que ce temps d'attente T_1 exprimé en minute, est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0\,;\,12]$.

a. Quelle est la probabilité qu'un client attende au moins 5 minutes avant d'être pris en charge ?

b. Quel est le temps moyen d'attente à une caisse ?

2. Le gérant du magasin décide de mettre à disposition des clients des caisses automatiques, de façon à réduire le temps d'attente pour les clients ayant un panier contenant peu d'articles.

Le temps d'attente T_2, exprimé en minute, à chacune de ces caisses automatiques est modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 5 et d'écart type $1,5$.

Calculer la probabilité que le temps d'attente à une caisse automatique soit compris entre $0,75$ minute et 6 minutes.

3. Ces caisses automatiques tombent souvent en panne. On donne les informations suivantes.

- Le nombre de caisses automatiques est $n = 10$.
- La probabilité qu'une caisse automatique tombe en panne pendant une journée donnée est $p = 0,1$.
- Une panne constatée sur une caisse automatique n'influence pas les autres caisses automatiques.

Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de caisses automatiques qui tombent en panne pendant une journée donnée.

a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres.

b. Calculer la probabilité pour qu'aucune caisse automatique ne tombe en panne pendant une journée donnée.

4. Sur la devanture de son magasin, le gérant du supermarché affiche :

« Plus de 90 % des clients de notre magasin sont satisfaits par la mise en place de nos caisses automatiques. »

Une association de consommateurs souhaite examiner cette affirmation. Pour cela, elle réalise un sondage : 860 clients sont interrogés, et 763 d'entre eux se disent satisfaits par la mise en place de ces caisses automatiques.

Cela remet-il en question l'affirmation du gérant ?

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Au 1er janvier 2017, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque mois :

- 25 % des adhérents de l'association ne renouvellent pas leur adhésion ;
- 12 nouvelles personnes décident d'adhérer à l'association.

PARTIE A

On modélise le nombre d'adhérents de l'association par la suite (u_n) telle que
$u_0 = 900$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = 0,75u_n + 12.$$

Le terme u_n donne ainsi une estimation du nombre d'adhérents de l'association au bout de n mois.

1. Déterminer une estimation du nombre d'adhérents au 1er mars 2017.
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 48$ pour tout entier naturel n.
   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.
   b. Préciser v_0 et exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n,

$$u_n = 852 \times 0,75^n + 48.$$

3. La présidente de l'association déclare qu'elle démissionnera si le nombre d'adhérents devient inférieur à 100. Si on fait l'hypothèse que l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit de la même façon, faudra-t-il que la présidente démissionne ?
   Si oui, au bout de combien de mois ?

Partie B

Chaque adhérent verse une cotisation de 10 euros par mois. Le trésorier de l'association souhaite prévoir le montant total des cotisations pour l'année 2017.
Le trésorier souhaite utiliser l'algorithme suivant dans lequel la septième et la dernière ligne sont restées incomplètes (pointillés).

1. Recopier et compléter l'algorithme de façon qu'il affiche le montant total des cotisations de l'année 2017.

Variables	S est un nombre réel N est un entier U est un nombre réel
Initialisation	S prend la valeur 0 U prend la valeur 900

	Pour N allant de 1 à 12 :
	  Affecter à S la valeur ...
	  Affecter à U la valeur $0,75U + 12$
	Fin Pour

Sortie	...

2. Quelle est la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017 ?

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Dans un jeu vidéo, une suite d'énigmes est proposée au joueur. Ces énigmes sont classées en deux catégories : les énigmes de catégorie A sont les énigmes faciles ; les énigmes de catégorie B sont les énigmes difficiles.
Le choix des énigmes successives est aléatoire et vérifie les conditions suivantes :

- la première énigme est facile ;
- si une énigme est facile, la probabilité que la suivante soit difficile est égale à 0,15 ;
- si une énigme est difficile, la probabilité que la suivante soit facile est égale à 0,1.

Pour $n \geqslant 1$, on note :

- a_n la probabilité que l'énigme numéro n soit facile (de catégorie A) ;
- b_n la probabilité que l'énigme numéro n soit difficile (de catégorie B) ;
- $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste pour l'énigme numéro n.

1. Donner la matrice P_1.

2. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.

3. Écrire la matrice M associée à ce graphe, puis donner la matrice ligne P_2.

4. Sachant que, pour tout entier $n \geqslant 1$, on a : $a_n + b_n = 1$, montrer que, pour tout entier $n \geqslant l$, on a :

$$a_{n+1} = 0,75a_n + 0,1.$$

5. Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on pose $v_n = a_n - 0,4$.

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b. Exprimer v_n en fonction de n, puis montrer que pour tout entier $n \geqslant 1$:

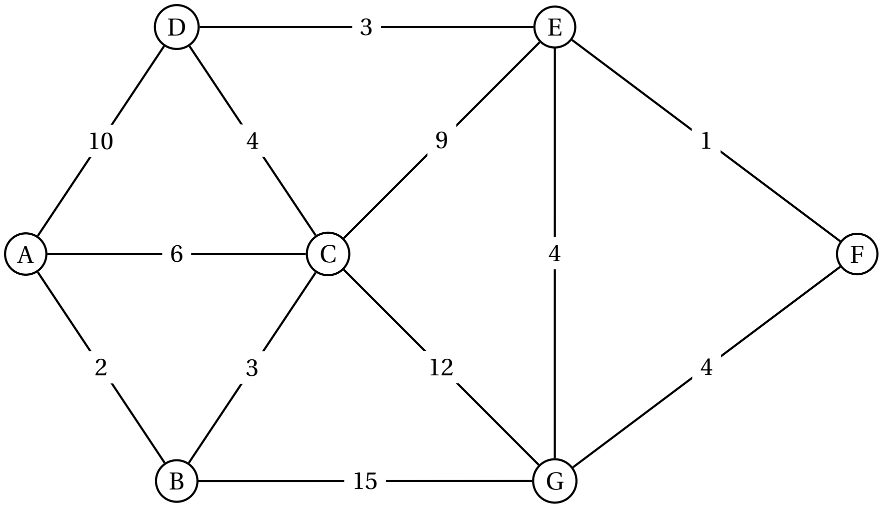
$$a_n = 0,8 \times 0,75^n + 0,4.$$

c. Préciser la limite de la suite (v_n).

d. Une revue spécialisée dans les jeux vidéo indique que plus le joueur évolue dans le jeu, plus il risque d'avoir à résoudre des énigmes difficiles. Que penser de cette analyse ?

Partie B

Une des énigmes consiste à réaliser un parcours en un minimum de temps. Le graphe suivant schématise le parcours. L'étiquette de chaque arête indique le temps de parcours en minute entre les deux sommets qu'elle relie. Par exemple, le temps de parcours de C vers D, ou de D à C, est égal à quatre minutes.



Quel chemin le joueur doit-il prendre pour aller de A à G en minimisant son temps de parcours ? Expliquer la démarche utilisée.

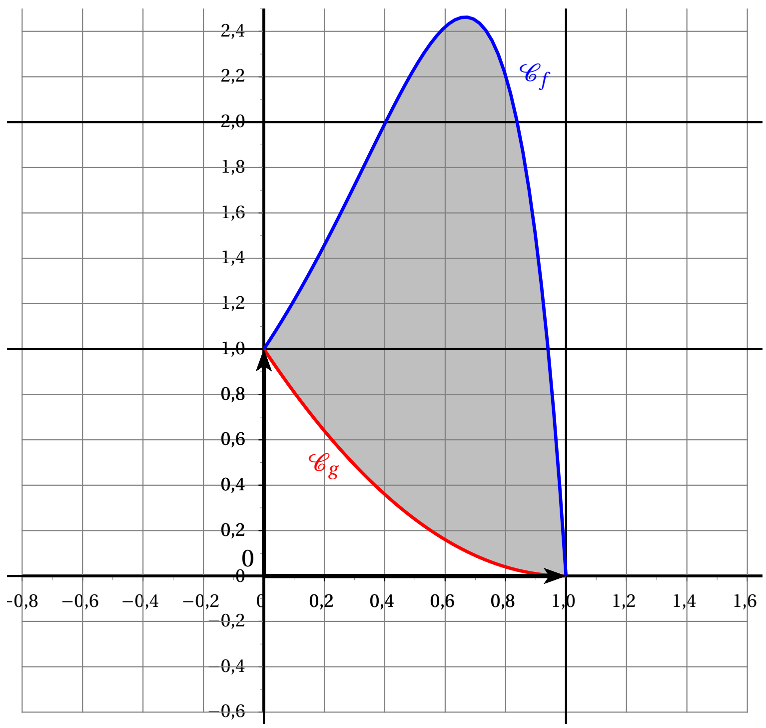
Exercice 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise souhaite utiliser un motif décoratif pour sa communication.
Pour réaliser ce motif, on modélise sa forme à l'aide de deux fonctions f et g définies par :
pour tout réel x de $[0\,;\,1]$,

$$f(x) = (1-x)\mathrm{e}^{3x} \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 2x + 1.$$

Leurs courbes représentatives seront notées $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



Partie A

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

dériver $(1-x)*\exp(3x)$

: $-3x*\exp(3*x)+2*\exp(3*x)$

factoriser $-3x*\exp(3*x)+2*\exp(3*x)$

: $\exp(3x)*(-3x+2)$

factoriser(dériver$(\exp(3x)(-3x+2))$)

: $3*\exp(3*x)(1-3x)$

Lecture : la dérivée de la fonction f est donnée par $f'(x) = -3x\mathrm{e}^{3x} + 2\mathrm{e}^{3x}$, ce qui, après factorisation, donne $f'(x) = (-3x+2)\mathrm{e}^{3x}$.

1. Étudier sur $[0~;~1]$ le signe de la fonction dérivée f', puis donner le tableau de variation de f sur $[0~;~1]$ en précisant les valeurs utiles.
2. La courbe $\mathcal{C}_f$ possède un point d'inflexion. Déterminer ses coordonnées.

Partie B

On se propose de calculer l'aire de la partie grisée sur le graphique.

1. Vérifier que les points A et B de coordonnées respectives $(1~;0)$ et $(0~;1)$ sont des points communs aux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
2. On admet que : pour tout x dans $[0~;1]$, $f(x) - g(x) = (1-x)\left(\mathrm{e}^{3x} - 1 + x\right)$.
   a. Justifier que pour tout x dans $[0~;1]$, $\mathrm{e}^{3x} - 1 \geqslant 0$.
   b. En déduire que pour tout x dans $[0~;1]$, $\mathrm{e}^{3x} - 1 + x \geqslant 0$.
   c. Étudier le signe de $f(x) - g(x)$ pour tout x dans $[0~;1]$.
3. **a.** Calculer $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$.
   b. On admet que :
   $$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^3 - 4}{9}.$$
   Calculer l'aire S, en unité d'aire, de la partie grisée. Arrondir le résultat au dixième.

Exercice 4 **3 points**

Dans cet exercice, on considère le premier chiffre des entiers naturels non nuls, en écriture décimale. Par exemple, le premier chiffre de 2 017 est 2 et le premier chiffre de 95 est 9.
Dans certaines circonstances, le premier chiffre d'un nombre aléatoire non nul peut être modélisé par une variable aléatoire X telle que pour tout entier c compris entre 1 et 9,

$$P(X = c) = \frac{\ln(c+1) - \ln(c)}{\ln(10)}.$$

Cette loi est appelée loi de Benford.

1. Que vaut $P(X = 1)$?
2. On souhaite examiner si la loi de Benford est un modèle valide dans deux cas particuliers.
   a. Premier cas
   Un fichier statistique de l'INSEE indique la population des communes en France au 1er janvier 2016 (champ : France métropolitaine et départements d'outre-mer de la Guadeloupe, de la Guyane, de la Martinique et de la Réunion).
   À partir de ce fichier, on constate qu'il y a 36 677 communes habitées. Parmi elles, il y a 11 094 communes dont la population est un nombre qui commence par le chiffre 1.
   Cette observation vous semble-t-elle compatible avec l'affirmation : « le premier chiffre de la population des communes en France au 1 er janvier 2016 suit la loi de Benford » ?
   b. Deuxième cas
   Pour chaque candidat au baccalauréat de la session 2017, on considère sa taille en centimètres.
   On désigne par X la variable aléatoire égale au premier chiffre de la taille en centimètres d'un candidat pris au hasard.
   La loi de Benford vous semble-t-elle une loi adaptée pour X ?

∽ Baccalauréat ES – Asie 22 juin 2017 ∾

EXERCICE 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 1 + \ln(x).$$

On note C la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$.
Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Affirmation 1
On note F la primitive sur $]0\,;\,+\infty[$ de la fonction f qui vérifie $F(1) = 0$.
Pour tout réel x strictement positif, $F(x) = x\ln(x)$.

Affirmation 2
La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

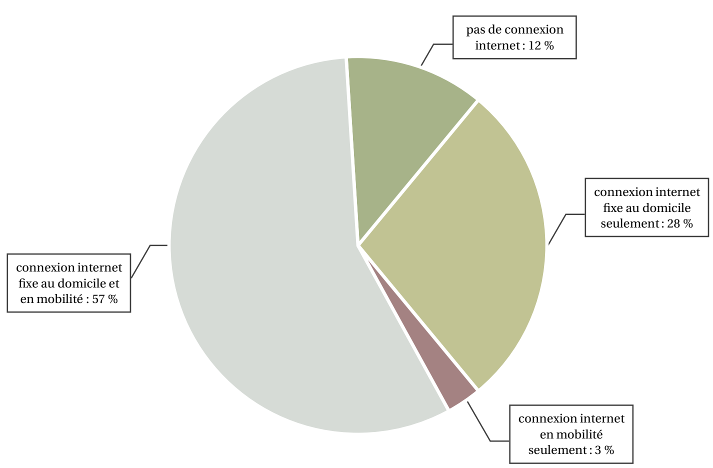
Affirmation 3
L'équation $f(x) = 2$ possède exactement une solution dans l'intervalle $[1\,;\,10]$.

Affirmation 4
Il existe au moins un point de la courbe C pour lequel la tangente en ce point est située entièrement sous la courbe C.

EXERCICE 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

Le graphique suivant indique le type de connexion à internet dont disposent les Français âgés de plus de 12 ans en juin 2016.



Source : CREDOC, Enquêtes sur les « Conditions de vie et les aspirations », juin 2016.

On choisit au hasard une personne âgée de plus de 12 ans dans la population française.
On note D l'évènement « la personne dispose d'une connexion internet fixe au domicile ».
On note M l'évènement« la personne dispose d'une connexion internet en mobilité ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

Partie A

1. Donner sans justification $p(D \cap M)$, puis justifier que $p(D) = 0,85$.
2. Calculer la probabilité que la personne dispose d'une connexion internet fixe au domicile sachant qu'elle dispose d'une connexion internet en mobilité.
3. Calculer la probabilité de l'évènement « la personne dispose d'une connexion internet ».
4. Calculer $p_{\overline{M}}\left(\overline{D}\right)$.

Partie B

On interroge un échantillon aléatoire de 100 personnes dans la population française.
Soit X la variable aléatoire qui, à cet échantillon, associe le nombre de personnes ayant une connexion internet fixe au domicile.

1. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
2. Déterminer $P(X \leqslant 75)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

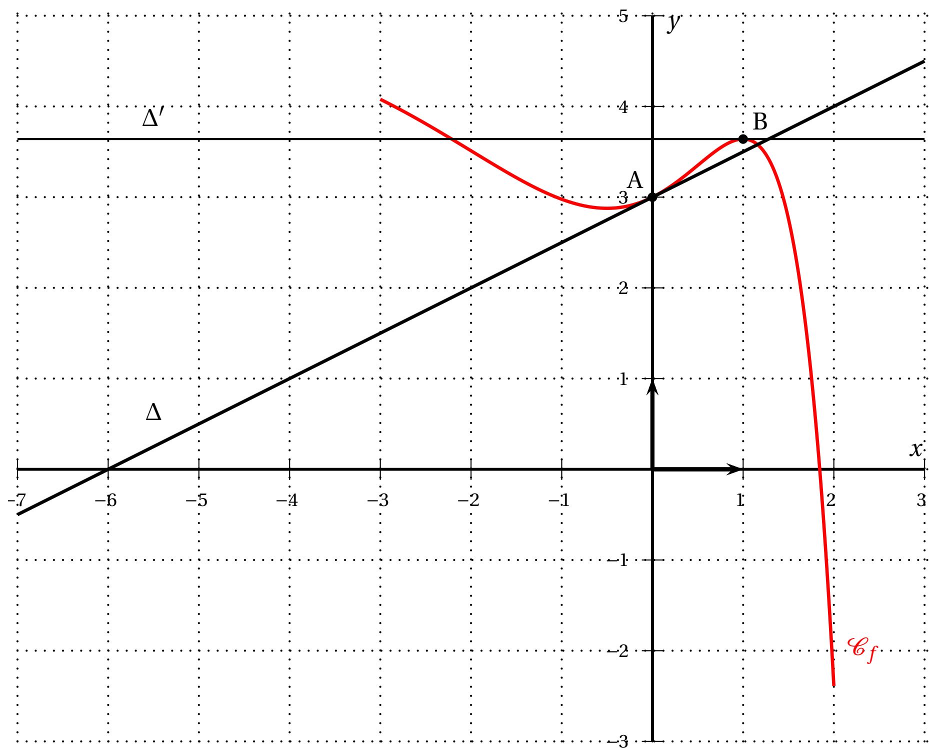
1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de Français ayant une connexion internet fixe au domicile pour un échantillon de taille 100.
2. Une enquête sur les usages du numérique, menée en juin 2016 auprès des habitants d'un petit village de montagne, amène au constat suivant : parmi les 100 habitants de plus de 12 ans de ce village, 76 d'entre eux disposent d'une connexion internet fixe au domicile.
   Que peut-on penser de l'équipement en connexion internet fixe au domicile dans ce village ?

EXERCICE 3 — 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-3 ; 2]$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Le point A de coordonnées (0 ; 3) appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
B est le point d'abscisse 1 appartenant à la courbe $\mathscr{C}_f$.



On dispose des informations suivantes :

- la fonction f est strictement décroissante sur les intervalles $[-3\ ;\ -0,5]$ et $[1\ ;\ 2]$ et elle est strictement croissante sur $[-0,5\ ;\ 1]$;
- la droite Δ d'équation $y = 0,5x + 3$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A ;
- la tangente Δ' à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B est parallèle à l'axe des abscisses.

Chaque réponse devra être justifiée.

1. Donner la valeur de $f'(1)$.
2. Quel est le signe de $f'(-2)$?
3. Donner la valeur de $f'(0)$.
4. Le point A est-il un point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$?
5. Déterminer un encadrement par deux entiers consécutifs de $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie B

On admet qu'il existe trois réels a, b et c pour lesquels la fonction f représentée dans la partie A est définie, pour tout réel x de $[-3\ ;\ 2]$, par :

$$f(x) = \left(ax^2 + bx + c\right)\mathrm{e}^x + 5.$$

1. En utilisant l'un des points du graphique, justifier que $c = -2$.
2. On admet que la fonction dérivée f' est donnée, pour tout réel x de $[-3\ ;\ 2]$, par :

$$f'(x) = \left(ax^2 + (2a + b)x - 2 + b\right)\mathrm{e}^x.$$

En utilisant les résultats de la partie A, justifier que $b = 2,5$ puis que $a = -1$.

Partie C

On admet que la fonction f est définie pour tout réel x de $[-3 ; 2]$ par

$$f(x) = \left(-x^2 + 2,5x - 2\right)\text{e}^x + 5.$$

1. Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle $[-3 ; 2]$

$$f'(x) = \left(-x^2 + 0,5x + 0,5\right)\text{e}^x.$$

2. Étudier le signe de f' puis dresser le tableau de variation de f sur $[-3 ; 2]$.

3. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[1 ; 2]$.

b. Donner la valeur de α arrondie au centième.

EXERCICE 4 — 5 points

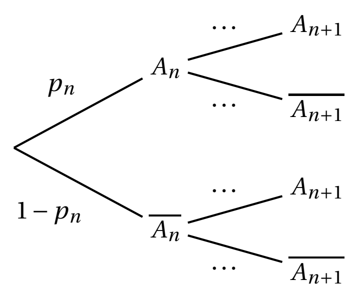
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Pour l'année scolaire, un professeur de mathématiques propose aux élèves de sa classe le choix entre deux types d'accompagnement : « Approfondissement » ou « Ouverture culturelle ».
Chaque semaine, un élève doit s'inscrire dans un et un seul des deux accompagnements proposés.
La première semaine, 20 % des élèves de la classe ont choisi « Approfondissement » et tous les autres ont choisi « Ouverture culturelle ». On admet que

- 20 % des élèves ayant choisi « Ouverture culturelle » une certaine semaine s'inscrivent en « Approfondissement » la semaine suivante ;
- 30 % des élèves ayant choisi « Approfondissement » une certaine semaine s'inscrivent en « Ouverture culturelle » la semaine suivante.

On s'intéresse à l'évolution de la répartition des élèves de cette classe entre les deux types d'accompagnement au fil des semaines. Chaque semaine, on interroge au hasard un élève de la classe.
Pour tout entier naturel n non nul, on note A_n l'évènement « l'élève a choisi « Approfondissement » la n-ième semaine » et p_n la probabilité de l'évènement A_n. On a alors $p_1 = 0,2$.

1. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



2. Montrer que, pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,2$.

3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = p_n - 0,4.$$

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5 et préciser la valeur de son premier terme u_1.

b. En déduire pour tout entier naturel n l'expression de u_n en fonction de n, puis l'expression de p_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

4. On considère l'algorithme suivant :

Variables	I et N sont des entiers naturels strictement supérieurs à 1 P est un nombre réel
Entrée	Saisir N
Initialisation	P prend la valeur $0,2$
Traitement	Pour I allant de 2 à N : P prend la valeur $0,5P+0,2$ Fin Pour
Sortie	Afficher P

a. Écrire ce qu'affiche cet algorithme lorsque l'utilisateur entre la valeur $N=5$.

b. Modifier l'algorithme afin qu'il affiche le numéro de la première semaine pour laquelle le pourcentage des élèves de la classe ayant choisi « Approfondissement » dépasse $39,9$.

EXERCICE 4 — 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour l'année scolaire, un professeur propose aux élèves de sa classe le choix entre deux types d'accompagnement : « Approfondissement » ou « Ouverture culturelle ».
Chaque semaine, un élève doit s'inscrire dans un et un seul des deux accompagnements proposés.
La première semaine, 20 % des élèves de la classe ont choisi « Approfondissement » et tous les autres ont choisi « Ouverture culturelle ». On admet que, chaque semaine,

- 20 % des élèves ayant choisi « Ouverture culturelle » une certaine semaine s'inscrivent en « Approfondissement » la semaine suivante ;
- 30 % des élèves ayant choisi « Approfondissement » une certaine semaine s'inscrivent en « Ouverture culturelle » la semaine suivante.

On s'intéresse à l'évolution de la répartition des élèves de cette classe entre les deux types d'accompagnement au fil des semaines.
On interroge au hasard un élève de la classe et on suit son choix d'option au fil des semaines.

1. On note A l'état « L'élève a choisi Approfondissement » et B l'état « L'élève a choisi Ouverture culturelle ».

a. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.

b. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.

2. On note P_1 la matrice traduisant l'état probabiliste de la première semaine. Ainsi $P_1 = \begin{pmatrix}0,2 & 0,8\end{pmatrix}$.

a. Donner la matrice M^2 puis déterminer la probabilité que l'élève ait choisi « Approfondissement » lors de la troisième semaine.

b. À long terme, quelle est la probabilité qu'un élève choisisse « Approfondissement » ?

3. Pour tout entier naturel non nul n on note :

- a_n la probabilité que l'élève interrogé ait choisi « Approfondissement » lors de la n-ième semaine,
- b_n la probabilité que l'élève interrogé ait choisi « Ouverture culturelle » lors de la n-ième semaine.

Montrer que pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$a_{n+1} = 0,5a_n + 0,2.$$

4. On admet que pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$a_n = 0,4 - 0,4 \times 0,5^n.$$

Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation suivante :

$$0,4 - 0,4 \times 0,5^n > 0,399.$$

5. a. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il affiche le plus petit entier naturel n non nul tel que $a_n > 0,399$.

Variables	N est un entier naturel A est un nombre réel
Initialisation	Affecter à N la valeur 1 Affecter à A la valeur 0,2

Traitement	……
	    Affecter à A la valeur $0,5 \times A + 0,2$
	    ……
	……

Sortie	Afficher N

b. Quelle est la valeur affichée par l'algorithme en sortie ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat ES candidats ayant repassé l'épreuve ∽ 28 juin 2017

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées; une seule de ces réponses convient. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Si X est une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 3$ et d'écart type $\sigma = 1$ alors $P(X \leqslant 2,5)$ a pour valeur approchée arrondie au centième :

a. 0,16 **b.** 0,26 **c.** 0,31 **d.** 0,54

2. Soit Y une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 0 et d'écart-type σ. Si $P(-5 \leqslant Y \leqslant 5) \approx 0,95$ alors, parmi les réponses suivantes, la meilleure valeur approchée de σ est :

a. 5 **b.** 2,5 **c.** 1,3 **d.** 0,95

3. Un institut de sondage réalise une enquête afin de mesurer le degré de satisfaction du service après-vente d'une société. Une première étude portant sur un échantillon aléatoire de 500 clients révèle que l'on dénombre 438 clients satisfaits. Un intervalle de confiance au niveau de confiance $0,95$ permettant d'estimer la proportion de clients satisfaits est :

a. $[0,079 ; 0,169]$ **b.** $[0,455 ; 0,545]$ **c.** $[0,831 ; 0,921]$ **d.** $[0,874 ; 0,878]$

4. Cet institut souhaite réduire l'amplitude de l'intervalle de confiance. Combien de personnes au minimum faut-il interroger pour que cet intervalle de confiance ait une amplitude d'au plus 0,05?

a. 1 500 **b.** 40 **c.** 2 000 **d.** 400

Remarque : l'amplitude d'un intervalle $[e ; f]$ est le nombre $f - e$.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

En 2016, un institut de sondage mène une enquête régionale sur la manière dont les particuliers paient leur assurance. Les assurés se répartissent en deux catégories distinctes :

- la catégorie A, composée des assurés qui paient en agence;
- la catégorie B, composée des assurés qui paient en ligne.

En 2016, 92 % des assurés paient en agence.
On admet que, d'une année à l'autre, 4 % des assurés de la catégorie A passent à la catégorie B et que 1 % des assurés de la catégorie B passent à la catégorie A.
On suppose que le nombre d'assurés est constant et que chaque année un assuré fait partie d'une seule catégorie.
Pour tout entier naturel n, on considère l'année $(2016+n)$ et on note :

- a_n la probabilité qu'un assuré, pris au hasard, soit de catégorie A cette année-là,
- b_n la probabilité qu'un assuré, pris au hasard, soit de catégorie B cette année-là,
- P_n la matrice ligne $\begin{pmatrix}a_n & b_n\end{pmatrix}$. Ainsi $P_0 = \begin{pmatrix}0,92 & 0,08\end{pmatrix}$.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste.
On notera A l'état « l'assuré est de catégorie A » et B l'état « l'assuré est de catégorie B ».

2. On admet que la matrice de transition M associée à cette situation est $M = \begin{pmatrix}0,96 & 0,04\\0,01 & 0,99\end{pmatrix}$.

a. Exprimer P_1 en fonction de M et de P_0.

b. En déduire la probabilité qu'un assuré soit de catégorie A en 2017. Arrondir le résultat au centième.

3. Soit $P = \begin{pmatrix}a & b\end{pmatrix}$ la matrice ligne donnant l'état stable du graphe.

a. Justifier que $\left\{\begin{array}{rcl}-0,04a+0,01b &=& 0\\ a+\quad b &=& 1\end{array}\right.$.

b. Résoudre le système précédent. Quelle conclusion peut-on tirer quant à la répartition à long terme des assurés ?

4. a. Montrer que, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,95a_n + 0,01$.
On admet que, pour tout entier naturel n, $a_n = 0,2 + 0,72 \times 0,95^n$ et que la suite (a_n) est décroissante.

b. On souhaite déterminer au bout de combien d'années moins d'un assuré sur deux sera de catégorie A. Recopier et compléter l'algorithme pour qu'il donne le résultat attendu.

Variables :	A est un nombre réel N est un entier naturel
Initialisation	Affecter à A la valeur 0,92 Affecter à N la valeur 0
Traitement	Tant que .... Affecter à N la valeur .... Affecter à A la valeur .... Fin Tant que
Sortie	Afficher ...

c. La proportion d'assurés de catégorie A va-t-elle devenir inférieure à 0,5 ? Si oui, à partir de quelle année ? Expliquer la démarche choisie.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale).
On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.
L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas ;
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- B l'évènement : « l'angine du malade est bactérienne » ;
- T l'évènement : « le test effectué sur le malade est positif ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de E sachant que F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

2. **a.** Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif?

b. Montrer que la probabilité que le test soit positif est $0,22$.

c. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne?

3. On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine.

On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.

a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

b. Calculer la probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif.

c. Calculer l'espérance mathématique de X.

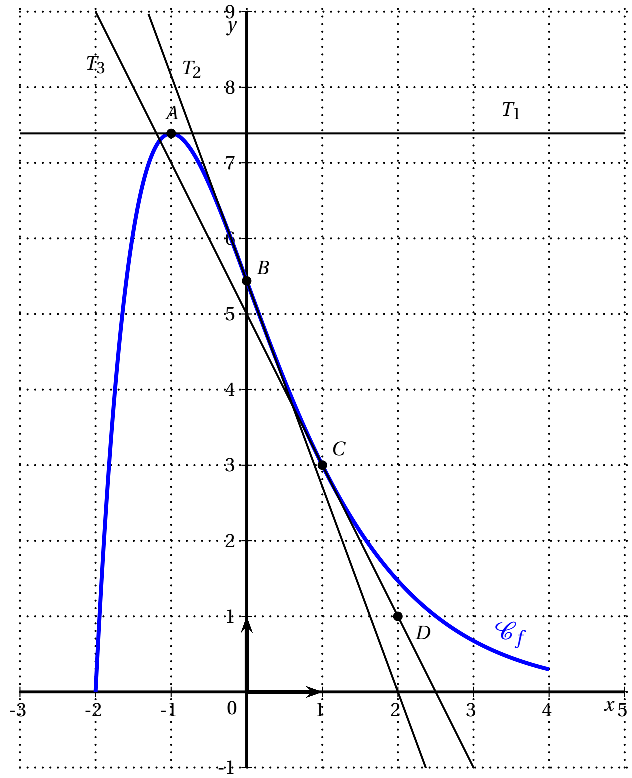
Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

PARTIE A

Dans le repère ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ ainsi que plusieurs tangentes à $\mathscr{C}_f$:

- T_1 est la tangente au point A de coordonnées $\left(-1 ; \mathrm{e}^2\right)$,
- T_2 est la tangente au point B de coordonnées $(0 ; 2\mathrm{e})$,
- T_3 est la tangente au point C de coordonnées $(1 ; 3)$.

On sait que la tangente T_1 est parallèle à l'axe des abscisses et que la tangente T_3 passe par le point D de coordonnées $(2 ; 1)$.



1. Déterminer $f'(-1)$ et $f'(1)$.
2. On admet que B est un point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$. Quelle interprétation graphique peut-on faire ?
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point C.

PARTIE B

On admet que la fonction f de la partie A est définie, pour tout réel x de l'intervalle $[-2 ; 4]$, par :

$$f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-x+1}$$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[-2 ; 4]$, on a $f'(x) = -(x+1)\mathrm{e}^{-x+1}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.

PARTIE C

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	factoriser(dériver $\left[-(x+1)*\exp(-x+1)\right]$
	$x*\exp(-x+1)$
2	intégrer $\left((x+2)*\exp(-x+1)\right)$
	$-(x+3)*\exp(-x+1)$

En utilisant ces résultats, répondre aux questions suivantes.

1. Déterminer un intervalle sur lequel la fonction f est convexe. Justifier.

2. **a.** Montrer que $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = -4 + \mathrm{e}^3$.

b. En déduire la valeur moyenne arrondie au millième de la fonction f sur l'intervalle $[-2~;~1]$.

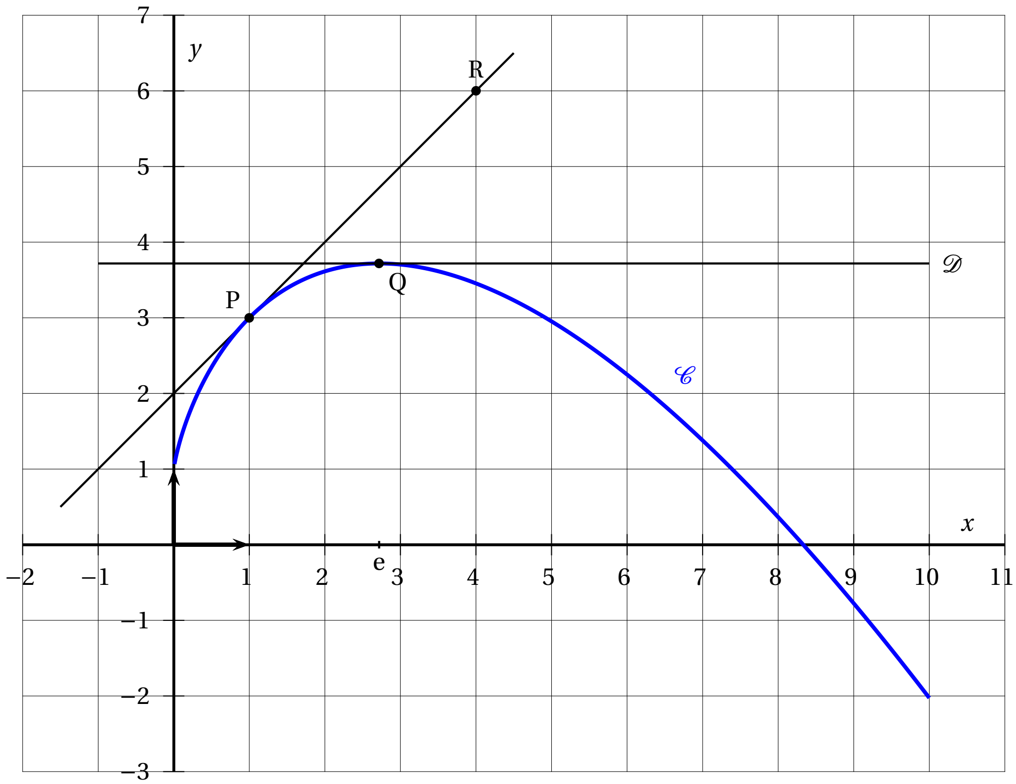
Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat Terminale ES Polynésie 4 septembre 2017 ∾

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}$ tracée ci-dessous dans un repère orthonormé d'origine O est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0 ; 10]$.



On considère les points P(1 ; 3) et R(4 ; 6). Le point Q a pour abscisse e, avec e $\approx 2,718$.
Les points P et Q appartiennent à la courbe $\mathscr{C}$. La droite $\mathscr{D}$ est parallèle à l'axe des abscisses et passe par le point Q.
La droite (PR) est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point P et la droite $\mathscr{D}$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point Q.
On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront donnés à l'aide d'une lecture graphique et sans justification.

1. Parmi les trois propositions ci-dessous, quelle est celle qui désigne l'équation de la droite (PR) ?

   a. $y = 2x+1$ **b.** $y = x+2$ **c.** $y = 2x+2$

2. Donner les valeurs de $f(1)$ et $f'(1)$.
3. Une seule de ces trois propositions est exacte :
   a. f est convexe sur l'intervalle $]0\,;\,10]$;
   b. f est concave sur l'intervalle $]0\,;\,10]$;
   c. f n'est ni convexe ni concave sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.

   Laquelle ?
4. Encadrer l'intégrale $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ par deux entiers consécutifs.

Partie B

La courbe $\mathscr{C}$ est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ par :

$$f(x) = -x\ln x + 2x + 1.$$

1. a. Calculer $f'(x)$.
   b. Démontrer que la fonction f admet un maximum sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.
   c. Calculer la valeur exacte du maximum de la fonction f sur ce même intervalle.
2. Montrer que la courbe $\mathscr{C}$ est entièrement située en dessous de chacune de ses tangentes sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.
3. On admet que la fonction F définie par $F(x) = -\dfrac{x^2}{2}\ln x + \dfrac{5}{4}x^2 + x - 7$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.

   Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ par :

$$f(x) = 4\mathrm{e}^{-0,5x+1} + x - 1$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ et on note f' sa fonction dérivée.
On donne en annexe, à remettre avec la copie, la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ dans un repère d'origine O.

Partie A

1. Démontrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1\,;\,10]$ on a : $f'(x) = -2\mathrm{e}^{-0,5x+1} + 1$.
2. a. Montrer que sur l'intervalle $[1\,;\,10]$, l'équation $f'(x) = 0$ admet pour unique solution le nombre $\alpha = 2 + 2\ln 2$.
   b. Placer sur le graphique fourni en annexe le point de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse α.
3. On admet que l'ensemble des solutions sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ de l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ est $[2 + 2\ln 2\,;\,10]$.

   En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,10]$.

Partie B

L'entreprise « COQUE EN STOCK » fabrique et commercialise des coques pour téléphone portable. Son usine est en mesure de produire entre 100 et 1 000 coques par jour.
La fonction f permet de modéliser le coût de production d'une coque en fonction du nombre de centaines de coques produites par jour. Ainsi, si x désigne le nombre de centaines de coques produites alors $f(x)$ représente le coût, en euros, de production d'une coque.

1. Calculer, au centime près, le coût de production d'une coque dans le cas de la fabrication de 500 coques par jour.
2. **a.** Montrer que produire 339 coques par jour permet de minimiser le coût unitaire de production.

   b. En déduire le coût minimal de production d'une coque, en euros, au centime près.

Partie C

Le prix de vente d'une coque peut être modélisé par la fonction g définie sur l'intervalle $[1 ; 10]$ par :

$$g(x) = -\frac{1}{4}x + 6$$

où x désigne le nombre de centaines de coques produites et $g(x)$ le prix de vente d'une coque en euros.
Estimer les quantités de coques à produire par jour afin d'assurer un bénéfice à l'entreprise.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la suite géométrique (u_n), de raison 0,9 et de premier terme $u_0 = 50$.

1. **a.** Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il calcule et affiche le 25$^{\text{e}}$ terme de cette suite, c'est-à-dire u_{24} :

Variables :	N est un entier naturel
	U est un nombre réel
Initialisation :	U prend la valeur ...
Traitement :	Pour N allant de 1 à 24
	U prend la valeur ...
	Fin Pour
Sortie :	Afficher U

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

   c. Calculer u_{24} et donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près.

2. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n < 0,01$.
3. On souhaite calculer la somme $S_{24} = u_0 + u_1 + \cdots + u_{24}$.
   Voici trois propositions d'algorithmes :

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables :	**Variables** :	**Variables** :
N est un entier naturel	N est un entier naturel	N est un entier naturel
S est un nombre réel	S est un nombre réel	S est un nombre réel
Initialisation :	**Initialisation** :	**Initialisation** :
S prend la valeur 0	S prend la valeur 0	S prend la valeur 50
Traitement :	**Traitement** :	**Traitement** :
Pour N allant de 0 à 24	Pour N allant de 0 à 24	Pour N allant de 0 à 24
S prend la valeur	S prend la valeur	S prend la valeur
$S+50\times 0,9^N$	$50\times 0,9^N$	$S+50\times 0,9^N$
Fin Pour	Fin Pour	Fin Pour
Sortie :	**Sortie** :	**Sortie** :
Afficher S	Afficher S	Afficher S

a. Un seul de ces algorithmes permet de calculer la somme u_{24} et de l'afficher.
Préciser lequel en justifiant la réponse.

b. Calculer la somme S_{24}.
On donnera une valeur approchée du résultat à l'unité près.

4. Pour tout entier naturel n, on note $S_n = u_0 + \cdots + u_n$.
On admet que la suite (S_n) est croissante et que pour tout entier naturel n,
$S_n = 500 - 450 \times 0,9^n$.

a. Déterminer la limite de la suite (S_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

b. Alex affirme que S_n peut dépasser 500 pour une valeur de l'entier n suffisamment grande.
Que pensez-vous de son affirmation ? Justifier la réponse.

Exercice 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Une entreprise spécialisée dans la personnalisation des étuis de smartphones fait ses achats chez deux fournisseurs :

- un fournisseur A qui lui garantit 99 % d'étuis non défectueux ;
- un fournisseur B qui lui garantit 94 % d'étuis non défectueux.

On sait également que 80 % des étuis achetés par l'entreprise proviennent du fournisseur A (le reste provenant du fournisseur B).
On choisit au hasard un étui de smartphone et on considère les évènements suivants :

- A : « l'étui provient du fournisseur A » ;
- B : « l'étui provient du fournisseur B » ;
- D : « l'étui est défectueux ».

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'un étui soit défectueux.
3. On choisit un étui au hasard et on constate qu'il est défectueux.
   Montrer que la probabilité qu'il provienne du fournisseur B est égale à 0,6.

Partie B

On rappelle que le fournisseur B garantit 94 % d'étuis non défectueux.
Un employé de l'entreprise prélève un échantillon de 400 étuis qui proviennent du fournisseur B.
Il constate que 350 de ces étuis ne sont pas défectueux.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence des étuis défectueux dans un échantillon aléatoire de 400 étuis provenant du fournisseur B.

   On donnera des valeurs approchées au millième des bornes de cet intervalle.
2. Faut-il informer le fournisseur B d'un problème ?

Partie C

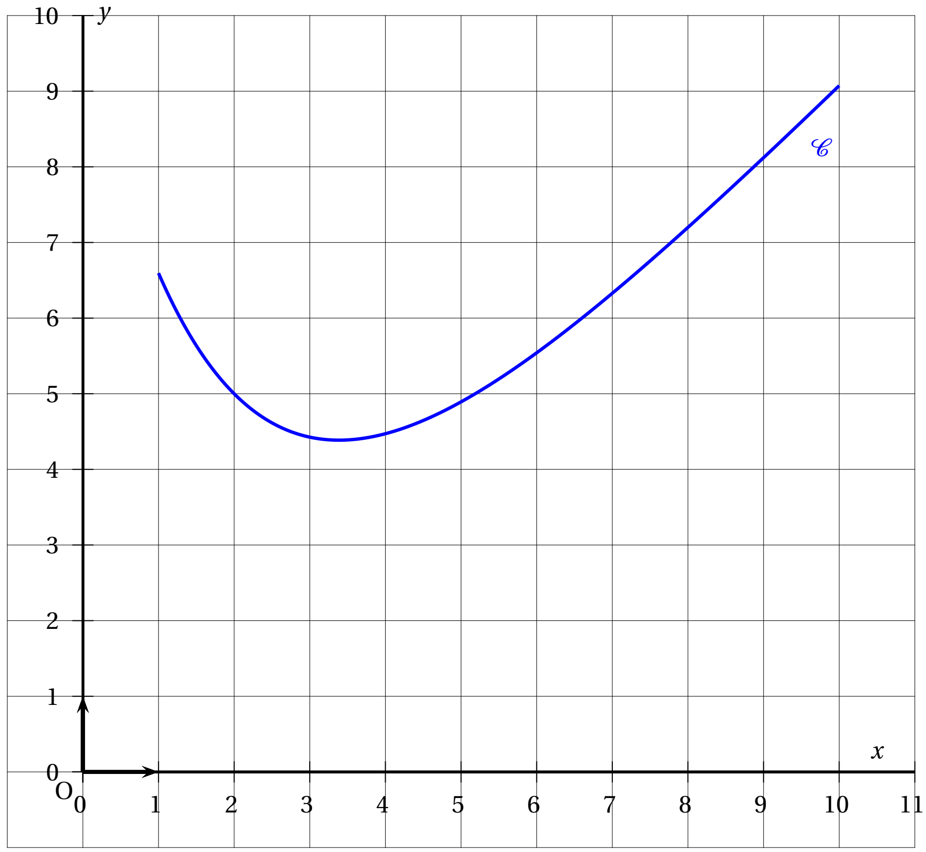
Un étui est considéré comme conforme si son épaisseur est comprise entre 19,8 mm et 20,2 mm.
Le fournisseur B souhaite qu'au moins 95 % des étuis produits soient conformes. Pour cela, il veut vérifier les réglages des machines de production.
On choisit un étui au hasard dans la production du fournisseur B.
On note X la variable aléatoire associée à l'épaisseur (en mm) de l'étui. On admet que X suit une loi normale d'espérance 20 mm.

1. En observant les réglages des machines de production, le fournisseur B constate que l'écart-type de X est égal à 0,2.

   Justifier qu'il faut revoir les réglages des machines.
2. Déterminer une valeur de l'écart-type de X pour laquelle la probabilité qu'un étui soit conforme est environ égale à 0,95.

ANNEXE

À remettre avec la copie



Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Antilles-Guyane 7 septembre 2017

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre affirmations proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier l'affirmation choisie.

1. Des élections doivent se dérouler dans un certain pays. Deux candidats se présentent, le candidat A et le candidat B.

   Avant les élections, un organisme de sondage veut estimer la proportion d'électeurs qui voteront pour le candidat A. Pour cela il réalise un sondage auprès d'un échantillon de 1 050 électeurs. Parmi eux, 504 annoncent vouloir voter pour le candidat A et tous les autres pour le candidat B.

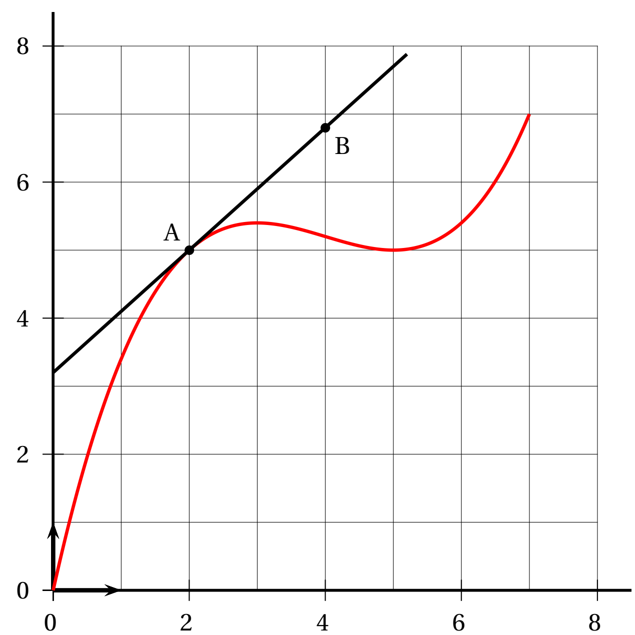
   Affirmation 1 : c'est certain, le candidat A va perdre l'élection.

   Affirmation 2 : le candidat A aura 48 % des voix le jour de l'élection.

   Affirmation 3 : la probabilité que le candidat A obtienne entre 44,91 % et 51,09 % des votes est d'environ 0,48.

   Affirmation 4 : la probabilité que le candidat A obtienne entre 44,91 % et 51,09 % des votes est d'environ 0,95.

2. Sur le graphique ci-dessous est représentée la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[0\,;\,7]$. Les points A et B ont pour coordonnées A$(2\,;\,5)$ et B$(4\,;\,6{,}8)$. La droite (AB) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.



a. La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A admet pour équation :

Affirmation 1 : $y = -0,9x + 3,2$

Affirmation 2 : $y = 0,9x + 3,5$

Affirmation 3 : $y = 0,9x + 3,2$

Affirmation 4 : $y = 1,8x + 3,2$

b. **Affirmation 1 :** $f(0) \leqslant \displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant f(5)$

Affirmation 2 : $2 \leqslant \displaystyle\int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 7$

Affirmation 3 : $18 \leqslant \displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 19$

Affirmation 4 : $25 \leqslant \displaystyle\int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 31$

3. On écrit les deux algorithmes suivants :

Variables :
V est un nombre réel
S est un nombre réel
N est un entier naturel
Traitement :
Affecter la valeur 10 à V
Affecter la valeur 10 à S
Affecter la valeur 0 à N
Tant que $S \leqslant 50$
  V prend la valeur $1,05 \times V$
  S prend la valeur $S + V$
  N prend la valeur $N + 1$
Fin Tant que
Sortie :
Afficher N

algorithme 1

Variables :
V est un nombre réel
S est un nombre réel
K est un nombre réel
Traitement :
Affecter la valeur 10 à V
Affecter la valeur 10 à S
Pour K allant de 1 à 4
  V prend la valeur $1,05 \times V$
  S prend la valeur $S + V$
Fin Pour
Sortie :
Afficher S

algorithme 2

a. **Affirmation 1 :** l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur comprise entre 43 et 44.

Affirmation 2 : l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur comprise entre 55 et 56.

Affirmation 3 : l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur égale à 3.

Affirmation 4 : l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur égale à 4.

b. **Affirmation 1 :** l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur comprise entre 43 et 44.

Affirmation 2 : l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur comprise entre 55 et 56.

Affirmation 3 : l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur égale à 3.

Affirmation 4 : l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur égale à 4.

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Une petite ville dispose d'un service municipal de location de vélos. La municipalité souhaite être informée sur le nombre de vélos en circulation et le coût engendré.

Le responsable du service de location de vélos constate que, chaque année, 20 % des vélos sont devenus inutilisables car perdus, volés ou détériorés. Le budget alloué au service lui permet de racheter 30 vélos par an.

Le 1$^{\text{er}}$ janvier 2017, le parc contient 200 vélos utilisables.

On modélise l'évolution du nombre de vélos utilisables par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n, u_n est le nombre de vélos le 1er janvier de l'année $2017+n$.
Ainsi $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 30$.

1. **a.** Justifier le coefficient 0,8 dans l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

   b. Combien y aura-t-il de vélos dans ce parc au 1er janvier 2018 ?
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 150$ pour tout entier naturel n.

   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 50 \times 0,8^n + 150$.

   d. La municipalité a décidé de maintenir ce service de location tant que le nombre de vélos reste supérieur à 160.
   En quelle année le service de location s'arrêtera-t-il ?
3. Pour l'aider à maintenir le service de location, la municipalité a obtenu une subvention de la région qui sera versée de 2017 inclus à 2025 inclus. Par commodité, on suppose qu'elle est versée pour chaque année le 1er janvier, de 2017 inclus à 2025 inclus.
   Cette subvention s'élève à 20 euros par vélo disponible à la location.

   a. Justifier que la somme des subventions reçues pour les deux premières années s'élève à 7 800 euros.

   b. Déterminer la somme totale perçue grâce à cette subvention du 1er janvier 2017 au 1er janvier 2025.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties sont indépendantes

Partie A

Une petite ville dispose d'un service municipal de location de vélos réservé à ses habitants.
Pour cette étude, on suppose que la population de la ville reste constante.
Le 1er janvier 2017, la ville compte 5 % d'abonnés parmi ses habitants. Ces dernières années, le responsable du service location a constaté que :

- 93 % des abonnements sont renouvelés ;
- 1 % des habitants qui n'étaient pas abonnés l'année précédente souscrivent un abonnement.

On note A l'état : « un habitant est abonné » et P l'état : « un habitant n'est pas abonné ».
Pour tout entier naturel n, on désigne par a_n la probabilité qu'un habitant soit abonné l'année $2017+n$ et p_n la probabilité qu'un habitant ne soit pas abonné l'année $2017+n$.
La matrice ligne $R_n = \begin{pmatrix} a_n & p_n \end{pmatrix}$ donne l'état probabiliste du nombre d'abonnés l'année $2017+n$.
Ainsi $R_0 = \begin{pmatrix} a_0 & p_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,95 \end{pmatrix}$.

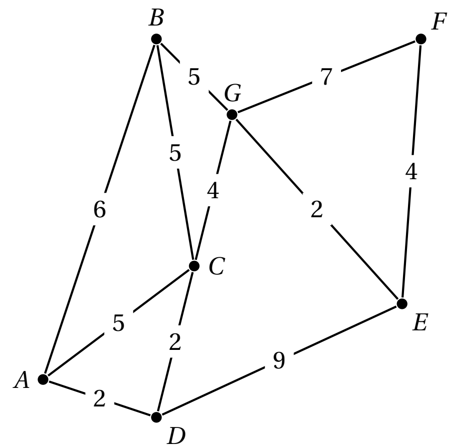
1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et P où le sommet A représente l'état « un habitant est abonné » et P l'état « un habitant n'est pas abonné ».
2. Déterminer la matrice de transition T de ce graphe en respectant l'ordre A puis P des sommets.
3. Déterminer R_1.
4. Déterminer l'état probabiliste en 2021.
   Les résultats seront arrondis au millième.
5. On admet qu'il existe un état stable $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$.

a. Justifier que x et y sont solutions du système : $\begin{cases} -7x+y &= 0 \\ x+y &= 1 \end{cases}$.

b. Déterminer l'état stable de ce graphe.

Partie B

Le responsable du service de location souhaite vérifier l'état des pistes cyclables reliant les parkings à vélos de location disposés dans la ville. On modélise la disposition des lieux par le graphe étiqueté ci-contre dont les sommets représentent les parkings à vélo. Les poids des arêtes sont les durées moyennes de parcours, en minute, pour se rendre d'un parking à l'autre en suivant la piste cyclable.



1. Le responsable peut-il planifier un parcours partant de son bureau situé en A jusqu'à la mairie située en F en passant par toutes les pistes cyclables sans emprunter deux fois le même chemin ?
2. Le responsable est pressé. Déterminer le parcours le plus rapide possible permettant d'aller de A à F.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Chaque année, les organisateurs d'une course de montagne proposent trois parcours de difficulté croissante : vert, bleu et rouge.
Les organisateurs ont constaté que 50 % des coureurs choisissent le parcours vert, 30 % choisissent le parcours bleu, le reste des coureurs choisit le parcours rouge.
Ils ont également constaté, en observant les années précédentes, que :

- 3,2 % de l'ensemble des coureurs abandonnent la course ;
- 2 % des coureurs du parcours vert abandonnent la course ;
- 5 % des coureurs du parcours rouge abandonnent la course.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre quelconque.

Partie A

À la fin de la course, on choisit au hasard un des participants de telle façon que tous ont la même probabilité d'être choisis. On note :

- V l'évènement « Le coureur a choisi le parcours vert » ;
- B l'évènement « Le coureur a choisi le parcours bleu » ;
- R l'évènement « Le coureur a choisi le parcours rouge » ;
- A l'évènement « Le coureur a abandonné la course ».

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $V \cap A$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Un coureur se blesse et abandonne la course. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi le parcours vert ?

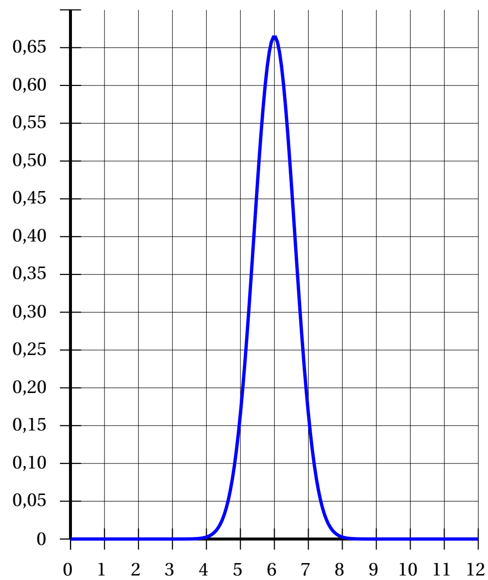
4. Démontrer que $P(B \cap A) = 0,012$.

5. En déduire la probabilité $P_B(A)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

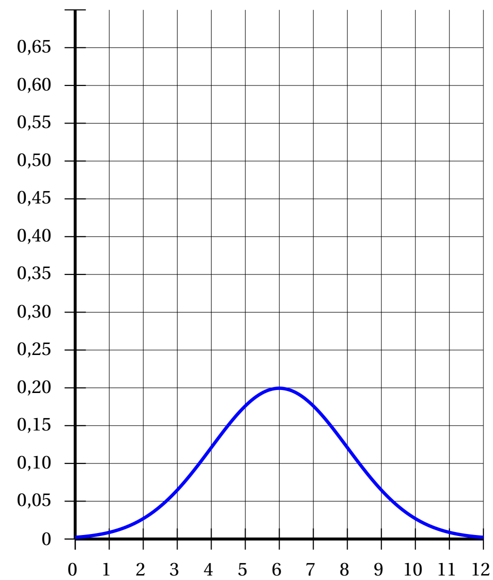
Partie B

Le temps hebdomadaire d'entraînement des coureurs du parcours rouge, exprimé en heure, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale dont l'espérance est de 6 heures et l'écart type est de 2 heures.

1. Lequel des deux graphiques suivants, graphique 1 ou graphique 2, représente la fonction de densité de la loi normale de paramètres $\mu = 6$ et $\sigma = 2$? Justifier la réponse.



graphique 1



graphique 2

2. Un magazine spécialisé interroge au hasard quelques participants du parcours rouge afin de mener une enquête sur la durée de leur entraînement. On arrondira les résultats au millième.

a. Quelle est la probabilité d'interroger un coureur dont la durée d'entraînement est comprise entre 5 h et 7 h ?

b. Quelle est la probabilité d'interroger un coureur dont la durée d'entraînement est inférieure à 4 h ?

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1 ; 25]$ par

$$f(x) = 10 - \frac{\mathrm{e}^{0,2x+1}}{x}.$$

Un logiciel de calcul formel fournit les résultats suivants que l'on pourra utiliser :

$f(x) : 10 - \mathrm{e}\hat{\ }(0.2x+1)/x$
$x \rightarrow 10 - \dfrac{\exp(0.2x+1)}{x}$
factoriser(deriver($f(x)$))
$\dfrac{\exp(0.2x+1) * (1-0.2x)}{x^2}$
factoriser (deriver(deriver($f(x)$)))
$\dfrac{\exp(0.2x+1) * (-x^2+10x-50)}{25x^3}$

1. Retrouver par le calcul l'expression factorisée de $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.
2. Étudier le signe de f' sur l'intervalle $[1\,;\,25]$ et dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[1\,;\,25]$. On arrondira les valeurs au millième.
3. On s'intéresse à l'équation $f(x) = 0$.
   - **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution sur l'intervalle $[1\,;\,5]$.
   - **b.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[5\,;\,25]$.
   - **c.** Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de la solution α.
   - **d.** En utilisant un des résultats donnés par le logiciel de calcul formel, justifier que la fonction f est concave sur l'intervalle $[1\,;\,25]$.

Partie B

Une société agro-alimentaire fabrique des aliments pour bétail. On s'intéresse au bénéfice réalisé, en millier d'euros, correspondant à la production d'une quantité de x dizaines de tonnes d'aliments.
On admet que ce bénéfice peut être modélisé par la fonction f étudiée dans la partie A ci-dessus.
La production minimale est de 10 tonnes, ainsi $x \geqslant 1$.
Les réponses aux questions suivantes seront justifiées grâce à la partie A.

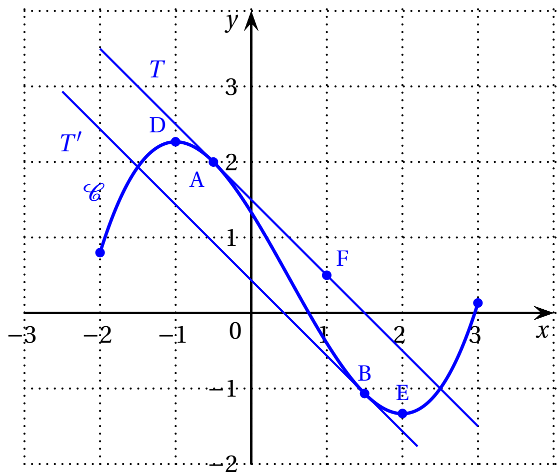
1. Quel est le montant en euro du bénéfice maximal que peut dégager la société ?
   Pour quelle quantité d'aliments ce bénéfice maximal est-il obtenu ?
2. Déterminer, à la tonne près, la quantité maximale d'aliments qu'il faut fabriquer pour que la société réalise un bénéfice.

Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion – 12 septembre 2017

EXERCICE 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$. On note f' la fonction dérivée de cette fonction sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.



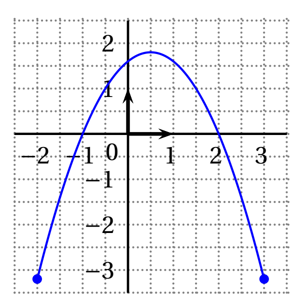
On dispose des renseignements suivants :

- T est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A $(-0,5\,;\,2)$, elle passe par le point F $(1\,;\,0,5)$.
- T' est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point B d'abscisse $\dfrac{3}{2}$.
- Les droites T et T' sont parallèles.
- Les tangentes à $\mathcal{C}$ aux points D d'abscisse -1 et E d'abscisse 2 sont parallèles à l'axe des abscisses.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.

Affirmation 1.
Les nombres $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ et $f'\left(\dfrac{3}{2}\right)$ sont tous deux égaux à -1.

Affirmation 2.
La courbe ci-contre représente la fonction f' sur $[-2\,;\,3]$.



Affirmation 3.
La fonction f est concave sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

Affirmation 4.
Sur $[-2\,;\,0]$, toute primitive de f est croissante.

EXERCICE 2 — 4 points

Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

En janvier 2015, le directeur d'un musée d'art contemporain commande une enquête concernant les habitudes des visiteurs.

Partie A

Le musée dispose d'un site internet. Pour acheter son billet, une personne intéressée peut se rendre au guichet d'entrée du musée ou commander un billet en ligne.
Trois types de visites sont proposés :

- La visite individuelle sans location d'audioguide.
- La visite individuelle avec location d'audioguide.
- La visite en groupe d'au moins 10 personnes. Dans ce cas, un seul billet est émis pour le groupe.

Le site internet permet uniquement d'acheter les billets individuels avec ou sans audioguide.
Pour la visite de groupe, il est nécessaire de se rendre au guichet d'entrée du musée.

Sur l'année 2015 l'enquête a révélé que :

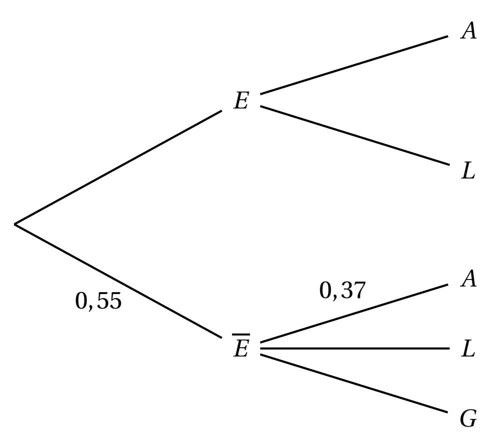
- 55 % des billets d'entrée ont été achetés au guichet du musée ;
- parmi les billets achetés au guichet du musée, 51 % des billets correspondent à des visites individuelles sans location d'audioguide, et 37 % à des visites avec location d'audioguide ;
- 70 % des billets achetés en ligne correspondent à des visites individuelles sans location d'audioguide.

On choisit au hasard un billet d'entrée au musée acheté en 2015.
On considère les évènements suivants :

- E : « le billet a été acheté en ligne » ;
- A : « le billet correspond à une visite individuelle avec location d'audioguide » ;
- L : « le billet correspond à une visite individuelle sans location d'audioguide » ;
- G : « le billet correspond à une visite de groupe ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant qui représente la situation décrite dans l'énoncé :



2. Montrer que la probabilité que le billet ait été acheté en ligne et corresponde à une visite individuelle avec location d'audioguide est égale à $0,135$.
3. Montrer que $p(A) = 0{,}3385$.
4. Le billet choisi correspond à une visite individuelle avec location d'audioguide. Quelle est la probabilité que ce billet ait été acheté au guichet du musée ?

   On arrondira le résultat au millième.

Partie B

Pour gérer les flux des visiteurs, une partie de l'enquête a porté sur la durée d'une visite de ce musée. Il a été établi que la durée D d'une visite, en minutes, suit la loi normale de moyenne $\mu = 90$ et d'écart-type $\sigma = 15$.

1. Déterminer $p(90 \leqslant D \leqslant 12)$ puis interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Le directeur précise qu'il augmentera la capacité d'accueil de l'espace restauration du musée si plus de 2 % des visiteurs restent plus de 2 heures et 30 minutes par visite. Quelle sera alors sa décision ?

Partie C

Sur l'ensemble des musées d'art contemporain, 22 % des visiteurs sont de nationalité étrangère. Sur un échantillon aléatoire de 2000 visiteurs du musée considéré précédemment, 490 visiteurs sont de nationalité étrangère.
Que peut en conclure le directeur de ce musée ? Argumenter.

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Dans cet exercice, on étudie le tirage moyen journalier des quotidiens français d'information générale et politique, c'est-à-dire le nombre moyen d'exemplaires imprimés par jour.
Le tableau suivant donne, entre 2007 et 2014, pour chaque année ce tirage moyen journalier, en milliers d'exemplaires :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Tirage moyen journalier en milliers d'exemplaires	10 982	10 596	10 274	10 197	10 182	9 793	9 321	8 854

Source : D.G.M.I.C (Direction générale des médias et des industries culturelles)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis si nécessaire au centième.

1. Calculer le taux d'évolution du tirage moyen journalier entre 2007 et 2008.

   Pour tout entier naturel n, on note V_n le tirage moyen journalier, en milliers d'exemplaires, de l'année $(2007 + n)$.

   On modélise la situation en posant : $V_0 = 10982$ et, pour tout entier naturel n,

$$V_{n+1} = 0,96V_n + 100.$$

2. Calculer V_1 puis V_2.

3. Soit (W_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $W_n = V_n - 2\,500$.

a. Montrer que (W_n) est une suite géométrique de raison $0,96$ puis déterminer son premier terme.

b. Déterminer l'expression de W_n en fonction de n.

c. En déduire que pour tout entier naturel n, $V_n = 8\,482 \times 0,96^n + 2\,500$.

4. a. Déterminer le tirage moyen journalier prévu selon ce modèle pour l'année 2017.

b. Déterminer la limite de la suite (W_n). Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

c. Proposer un algorithme affichant le tirage moyen journalier, à partir de 2007 jusqu'à l'année $(2007+n)$, pour un nombre d'années n saisi par l'utilisateur.

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une commune, l'école de musique propose des cours d'éveil musical.
En 2013, 20 % des enfants de la commune suivaient les cours d'éveil musical de cette école. Chaque année, 70 % des enfants inscrits restent dans l'école l'année suivante, et par ailleurs, 20 % des enfants de la commune qui n'y étaient pas inscrits viennent s'y ajouter.
Pour tout entier naturel n, on note :

- c_n la proportion des enfants de la commune inscrits à cet éveil musical en $(2013+n)$,
- d_n la proportion des enfants de la commune qui ne sont pas inscrits à cet éveil musical en $(2013+n)$,
- $E_n = \begin{pmatrix} c_n & d_n \end{pmatrix}$ la matrice traduisant l'état probabiliste de l'année $(2013+n)$.

Ainsi, on a $E_0 = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$.
On choisit au hasard un enfant de la commune.

Partie A

1. Traduire la situation par un graphe probabiliste. On note :
- C l'état « l'enfant est inscrit aux cours d'éveil musical »
- D l'état « l'enfant n'est pas inscrit aux cours d'éveil musical »

2. Déterminer la matrice A de transition, c'est-à-dire la matrice vérifiant, pour tout entier naturel n, $E_{n+1} = E_n \times A$.

3. Déterminer E_1 et E_2.

4. Déterminer l'état probabiliste stable en justifiant votre réponse. Interpréter les résultats.

Partie B

1. On rappelle que pour tout entier naturel n, on a $c_n + d_n = 1$.
Justifier que pour tout entier naturel n, on a $c_{n+1} = 0,5c_n + 0,2$.
On admet pour la suite de l'exercice que tout entier naturel n, $c_n = -0,2 \times 0,5^n + 0,4$.

2. Montrer que la suite (c_n) est croissante.

3. a. Proposer un algorithme affichant la proportion des enfants de la commune inscrits à cet éveil musical à partir de 2013 jusqu'à l'année $(2013+n)$, pour un nombre d'années n saisi par l'utilisateur.

b. La proportion des enfants de la commune inscrits à cet éveil musical franchira-t-elle le seuil de 39 % ? Si oui, indiquer l'année en expliquant la démarche.

4. Le directeur de cette école affirme que si ce modèle d'évolution reste valable, la proportion d'enfants de la commune inscrits à cet éveil musical dépassera le seuil de 50 %.
Peut-on valider cette affirmation ? Argumenter la réponse.

EXERCICE 4 5 points

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique des enceintes acoustiques sans fil. Le coût de production d'une enceinte est de 300 euros.
On note x le prix de vente en centaines d'euros d'une enceinte.
Une étude de marché permet de modéliser la situation : pour tout réel x de l'intervalle $[3\,;\,10]$, si le prix de vente d'une enceinte est x centaines d'euros, alors le nombre d'acheteurs est modélisé par

$$f(x) = \mathrm{e}^{-0,25x+5}.$$

Ainsi, $f(x)$ est une approximation du nombre d'acheteurs pour un prix de vente de x centaines d'euros. Par exemple, si le prix de vente d'une enceinte est fixé à 400 euros, le nombre d'acheteurs est approché par $f(4)$.

1. Donner une valeur approximative du nombre d'acheteurs pour un prix de vente de 400 euros.

On appelle marge brute la différence entre le montant obtenu par la vente des enceintes et leur coût de production.

2. Quelle est la marge brute de cette entreprise pour un prix de vente de 400 euros par enceinte ?

On note $g(x)$ la marge brute, en centaines d'euros, réalisée par l'entreprise pour une prix de vente de x centaines d'euros par enceinte.

3. Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[3\,;\,10]$,

$$g(x) = (x-3)\mathrm{e}^{-0,25x+5}.$$

4. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

factoriser$\left(\text{dériver}\left[(x-3)*\exp(-0,25x+5)\right]\right)$
$-\dfrac{x-7}{4}\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}x+5}$

a. En utilisant le résultat du logiciel de calcul formel, étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $[3\,;\,10]$.

b. Pour quel prix de vente unitaire l'entreprise réalisera-t-elle la marge brute maximale ? Donner alors une valeur approchée de cette marge brute à l'euro près.

5. Soit G la fonction telle que $G(x) = (-4x-4)\mathrm{e}^{-0,25x+5)}$ pour tout réel x de $[3\,;\,10]$.

a. Montrer que G est une primitive de la fonction g.

b. On pose $I = \displaystyle\int_3^{10} g(x)\,\mathrm{d}x$. Déterminer la valeur exacte de I.

∽ Baccalauréat ES/L Amérique du Sud 23 novembre 2017 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 11 + 5\ln(x)$.
Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 5x + 11$ **b.** $y = 5x + 6$ **c.** $y = 11x - 6$ **d.** $y = 5x + 16$

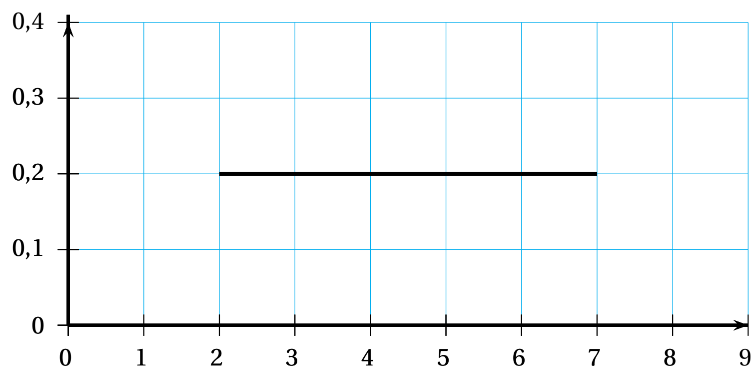
2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 11 + 5\ln(x)$.
L'équation $f(x) = 0$ d'inconnue x a pour solution :

a. $-\dfrac{\mathrm{e}^{11}}{5}$ **b.** $-\ln\left(\dfrac{11}{5}\right)$ **c.** $\mathrm{e}^{\frac{-11}{5}}$ **d.** $\dfrac{\mathrm{e}^{-11}}{5}$

3. On lance cinq fois de suite un dé équilibré à six faces.
On note X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de 6 qu'on obtient.
La probabilité $p(X = 1)$ d'obtenir exactement un 6, arrondie à 10^{-2}, est :

a. 0,08 **b.** 0,17 **c.** 0,40 **d.** 0,80

4. On considère une variable aléatoire T qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[2\,;\,7]$.
La fonction de densité de T est représentée ci-dessous.



La probabilité conditionnelle $P_{(T\geqslant 3)}(T \leqslant 5)$ est égale à :

a. $\dfrac{1}{2}$ **b.** $\dfrac{3}{5}$ **c.** $\dfrac{2}{5}$ **c.** $\dfrac{3}{4}$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Mathieu dispose d'un capital de 20 000 euros qu'il veut placer. Sa banque lui propose de choisir entre deux contrats d'épargne.

Contrat A : Le capital augmente chaque année de 4 %.
Contrat B : Le capital augmente chaque année de 2,5 % et une prime annuelle fixe de 330 euros est versée à la fin de chaque année et s'ajoute au capital.

On note a_n le capital, en euro, acquis au bout de n années si Mathieu choisit le contrat A.
b_n le capital, en euro, acquis au bout de n années si Mathieu choisit le contrat B.
On a donc $a_0 = b_0 = 20000$ et, pour tout entier naturel n,

$$a_{n+1} = 1,04a_n \quad \text{et} \quad b_{n+1} = 1,025b_n + 330.$$

1. Dans cette question, on suppose que Mathieu choisit le contrat A.
   - **a.** Calculer la valeur, arrondie à l'euro, du capital disponible au bout de 10 ans.
   - **b.** Déterminer le pourcentage d'augmentation du capital entre le capital de départ et celui obtenu au bout de 10 ans. Arrondir le résultat à 1 %.
2. Dans cette question, on suppose que Mathieu choisit le contrat B.
   On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par
   $u_n = 13200 + b_n$.
   - **a.** Montrer que la suite (u_n) est géométrique de raison 1,025 et calculer son premier terme u_0.
   - **b.** Donner l'expression de u_n en fonction de n.
   - **c.** En déduire que, pour tout entier naturel n, on a

     $$b_n = 33200 \times 1,025^n - 13200.$$

   - **d.** Déterminer au bout de combien d'années le capital disponible devient supérieur à 40 000 euros.
3. On considère l'algorithme suivant :

Variables
A est un nombre réel
B est un nombre réel
N est un nombre entier naturel
Traitement
A prend la valeur 20 000
B prend la valeur 20 000
N prend la valeur 0
Tant que $A \leqslant B$
A prend la valeur $1,04 \times A$
B prend la valeur $1,025 \times B + 330$
N prend la valeur $N + 1$
Fin Tant que
Sortie
Afficher N

   - **a.** Le tableau ci-dessous traduit l'exécution pas à pas de l'algorithme.
     Recopier et compléter ce tableau en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les valeurs de A et de B seront arrondies à l'unité.

Valeur de A	20 000	....	....
Valeur de B	20 000	....	....
Valeur de N	0	....	....
Condition $A \leqslant B$	vraie	....	....

b. Donner la valeur affichée en sortie par cet algorithme et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.*

Partie A

Pour les déplacements entre les principales villes d'une région, les habitants peuvent acquérir soit la carte d'abonnement bus (PassBus), soit la carte d'abonnement train (PassTrain), toutes les deux étant valables un an.

Une étude récente montre que le nombre global d'abonnements reste constant dans le temps et que, chaque année, la répartition des abonnements évolue de la manière suivante :

- 10 % des abonnements PassBus sont remplacés par des abonnements PassTrain ;
- 15 % des abonnements PassTrain sont remplacés par des abonnements PassBus.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets B et T où le sommet B représente l'état « abonné PassBus » et T l'état « abonné PassTrain ».

2. Déterminer la matrice de transition de ce graphe en respectant l'ordre B, T des sommets.

3. En 2016, les abonnements PassBus représentaient 25 % de l'ensemble des abonnements, tandis que les abonnements PassTrain en représentaient 75 %.

Quelle sera la part, en 2019, des abonnements PassBus dans l'ensemble des abonnements ?

Donner le résultat en pourcentage arrondi à 0,1 %.

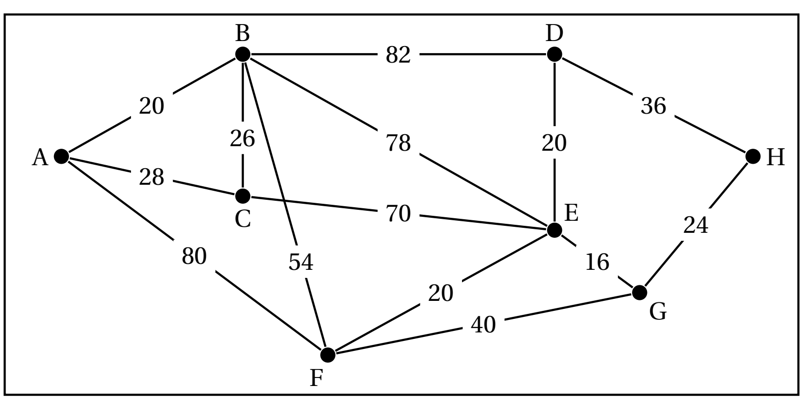
4. Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Le réseau ferroviaire de la région est schématisé par le graphe ci-dessous.

Les sommets représentent les villes et les arêtes représentent les voies ferrées.

Sur les arêtes du graphe sont indiquées les distances exprimées en kilomètre entre les villes de la région.



Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le trajet le plus court pour aller de la ville A à la ville H. Préciser la longueur en kilomètre de ce trajet.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise d'élevage de poissons en bassin a constaté qu'une partie de sa production est infectée par une nouvelle bactérie.
Un laboratoire a réalisé deux prélèvements, l'un au mois de janvier et l'autre au mois de juin, afin d'étudier l'évolution de l'infection.

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Au mois de janvier, lors du premier test, le laboratoire a prélevé au hasard 1 000 poissons parmi l'ensemble des poissons du bassin.
La fréquence de poissons infectés par la bactérie dans cet échantillon est $f_1 = 5\,\%$.
Au mois de juin, le laboratoire a prélevé de nouveau 1 000 poissons.
Pour ce second test, la fréquence de poissons infectés est $f_2 = 10\,\%$.
La fréquence de poissons infectés dans les deux échantillons ayant doublé en cinq mois, le laboratoire préconise d'arrêter la vente des poissons de l'entreprise.
On note p_1 la proportion de poissons infectés parmi tous les poissons du bassin au mois de janvier et p_2 la proportion de poissons infectés parmi tous les poissons du bassin au mois de juin.

1. Déterminer les intervalles de confiance au niveau de confiance 95 % de la proportion p_1 puis de la proportion p_2.
   On arrondira les bornes des intervalles à 10^{-3}.
2. Quel argument pourrait donner l'entreprise pour éviter l'arrêt de la vente ?

Partie B

Pour déterminer la fréquence de poissons infectés dans un prélèvement, le laboratoire dispose d'un test de dépistage dont les résultats sont les suivants :

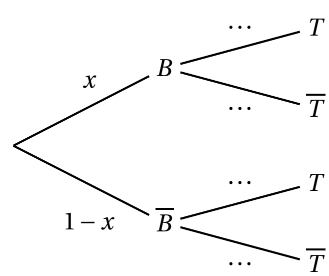
- sur des poissons infectés par la bactérie, le test est positif dans 60 % des cas ;
- sur des poissons non infectés par la bactérie, le test est positif dans 10 % des cas.

Pour un poisson prélevé au hasard, on note :

- B l'évènement : « le poisson est infecté par la bactérie » ;
- T l'évènement : « le test du poisson est positif » ;
- $\overline{B}$ et $\overline{T}$ les évènements contraires de B et T.

On note x la probabilité qu'un poisson soit infecté par la bactérie.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré traduisant cette situation.



2. **a.** Démontrer que $p(T) = 0,5x + 0,1$.

b. Le laboratoire a constaté que 12,5 % des poissons d'un prélèvement ont eu un test positif.
Quelle estimation de la proportion de poissons infectés le laboratoire va-t-il proposer pour ce prélèvement ?

Partie C

Un traitement antibiotique permet de guérir les poissons infectés par la bactérie.
Le temps de guérison d'un poisson infecté, exprimé en jours, peut être modélisé par une variable aléatoire X suivant la loi normale de moyenne $\mu = 21$ et d'écart-type $\sigma = 5$.

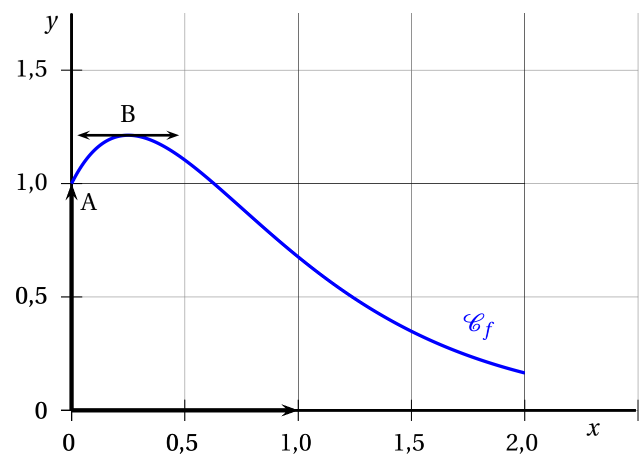
Les résultats seront arrondis au millième.

1. Déterminer la probabilité $p(14 < X < 28)$.
2. Déterminer la probabilité qu'un poisson infecté ne soit pas encore guéri après 5 semaines de traitement antibiotique.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Le graphique ci-dessous représente, dans un repère orthonormal, la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$.
On suppose que f est deux fois dérivable et on note f' la fonction dérivée de f.

On sait que :
- le point A(0 ; 1) appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 0,25 est parallèle à l'axe des abscisses.



Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

On suppose que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par $f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-2x}$ où a et b sont deux réels à déterminer.

1. En utilisant le graphique et les données de l'énoncé, déterminer $f(0)$ et $f'(0,25)$.
2. Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a et b.
3. Déduire des deux questions précédentes les valeurs des réels a et b.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par

$$f(x) = (4x+1)\mathrm{e}^{-2x}.$$

On admet par ailleurs que $f'(x) = (2-8x)\mathrm{e}^{-2x}$ et $f''(x) = (16x-12)\mathrm{e}^{-2x}$ où f'' désigne la dérivée seconde de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

1. Étudier le signe de f' sur $[0\,;\,2]$ puis en déduire les variations de f sur $[0\,;\,2]$.
2. Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet, sur l'intervalle $[0\,;\,2]$, un unique point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.
3. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par $F(x) = (-2x-1,5)\mathrm{e}^{-2x}$.
   - **a.** Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $[0\,;\,2]$.
   - **b.** En déduire l'aire exacte $\mathscr{A}$, en unité d'aire, du domaine D du plan situé entre $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.
   - **c.** Déterminer la valeur moyenne, arrondie à 10^{-1}, de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie 28 novembre 2017

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.

Affirmation 1.

Pour tout réel a strictement positif, $\ln\left(a^3\right) - \ln\left(a^2\right) = \ln\left(a^{25}\right) - \ln\left(a^{24}\right)$.

Affirmation 2.

Si la variable aléatoire X suit la loi uniforme sur $[0\,;\,100]$, alors $P(X < 75) = P(X > 25)$.

Affirmation 3.

On a prélevé un échantillon aléatoire de 400 pièces dans une production et observé 6 pièces défectueuses. La borne supérieure de l'intervalle de confiance de la proportion de pièces défectueuses dans la production au niveau de confiance de 95 % est égale à $0,08$.

Affirmation 4.

L'équation $x\ln(x) = 2\ln(x)$ admet exactement deux solutions : 2 et 1 sur $]0\,;\,+\infty[$.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième

Une agence de voyage propose des itinéraires touristiques pour lesquels chaque client effectue un aller et un retour en utilisant soit un bateau, soit un train touristique. Le choix du mode de transport peut changer entre l'aller et le retour.
À l'aller, le bateau est choisi dans 65 % des cas.
Lorsque le bateau est choisi à l'aller, il l'est également pour le retour 9 fois sur 10.
Lorsque le train a été choisi à l'aller, le bateau est préféré pour le retour dans 70 % des cas.

On interroge au hasard un client. On considère les évènements suivants :

- A : « le client choisit de faire l'aller en bateau » ;
- R : « le client choisit de faire le retour en bateau ».

On rappelle que si E est un évènement, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.
2. On choisit au hasard un client de l'agence.
   a. Calculer la probabilité que le client fasse l'aller-retour en bateau.
   b. Montrer que la probabilité que le client utilise les deux moyens de transport est égale à $0,31$.
3. On choisit au hasard 20 clients de cette agence. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients qui utilisent les deux moyens de transport.
   On admet que le nombre de clients est assez grand pour que l'on puisse considérer que X suit une loi binomiale.
   a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   b. Déterminer la probabilité qu'exactement 12 clients utilisent les deux moyens de transport différents.

c. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 2 clients qui utilisent les deux moyens de transport différents.

4. Le coût d'un trajet aller ou d'un trajet retour est de 1 560 € en bateau ; il est de 1 200 € en train.
On note Y la variable aléatoire qui associe, à un client pris au hasard, le coût en euro de son trajet aller-retour.

a. Déterminer la loi de probabilité de Y.

b. Calculer l'espérance mathématique de Y. Interpréter le résultat.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties sont indépendantes

Partie A

En 2012, un village ne comptait qu'un seul médecin, Albert.
Début 2013, un nouveau médecin, Brigitte, s'installe dans ce village.
À l'arrivée de Brigitte, 90 % des habitants du village choisirent Albert comme médecin, les autres choisirent Brigitte.
On suppose que chaque habitant du village est patient du même médecin, Albert ou Brigitte, tout au long d'une année.
On observe, à partir de 2013, que chaque année :

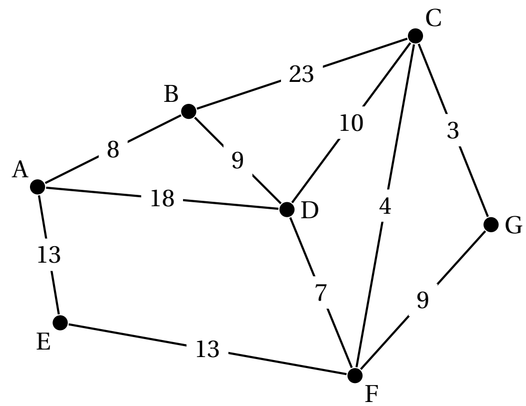
- 13 % des patients d'Albert changent de médecin et deviennent des patients de Brigitte ;
- 8 % des patients de Brigitte deviennent des patients d'Albert.

On choisit au hasard un habitant de ce village. Pour tout entier naturel n,
a_n est la probabilité que cet habitant soit un patient d'Albert pour l'année (2013+n),
b_n est la probabilité que cet habitant soit un patient de Brigitte pour l'année (2013+n),
$P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ est la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année
$(2013 + n)$.

1. Déterminer la matrice ligne P_0 de l'état probabiliste initial.
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste.
3. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe.
4. Montrer que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,791 & 0,209 \end{pmatrix}$.
5. Exprimer P_n en fonction de P_0, M et n.
6. En déduire la matrice ligne P_4 et interpréter le résultat. Les résultats seront arrondis au millième.
7. Déterminer l'état stable $\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ de la répartition des patients des médecins Albert et Brigitte.
   En donner une interprétation.

Partie B

Le médecin Albert, qui officie dans le village A, doit rendre visite à un patient d'un village voisin G. Il a construit le graphe ci-dessous où les sommets représentent les villages alentours. Sur les arêtes sont indiquées les distances en kilomètres.



Déterminer le plus court chemin pour aller du village A au village G.

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Début 2013, la superficie totale des forêts sur la terre représente un peu plus de 4 milliards d'hectares.
Au cours de l'année 2013, on estime qu'environ 15 millions d'hectares ont été détruits.
Des plantations d'arbres et une expansion naturelle des forêts ont ajouté 10,2 millions d'hectares de nouvelles forêts en 2013.

1. Montrer que la superficie totale des forêts détruites au cours de l'année 2013 représente 0,375 % de la superficie totale des forêts mesurée au début de l'année.

On admet dans la suite que chaque année, la proportion des surfaces détruites de forêts et la superficie de nouvelles forêts restent constantes.

On note u_n la superficie (en millions d'hectares) occupée par les forêts sur la Terre au début de l'année $(2013 + n)$ avec $u_0 = 4\,000$.

2. a. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}996\,25 u_n + 10{,}2$.

b. Montrer que la superficie totale des forêts sur la Terre, au début de l'année 2014, en millions d'hectares, est $u_1 = 3\,995{,}2$.

3. Soit (d_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $d_n = u_n - 2\,720$.

a. Montrer que pour tout entier naturel n, $d_{n+1} = 0{,}996\,25 \times d_n$.

b. Quelle est la nature de la suite (d_n) ? Calculer d_0.

c. Déterminer, pour tout entier naturel n, l'expression de d_n, en fonction de n ; en déduire l'expression de u_n en fonction de n.

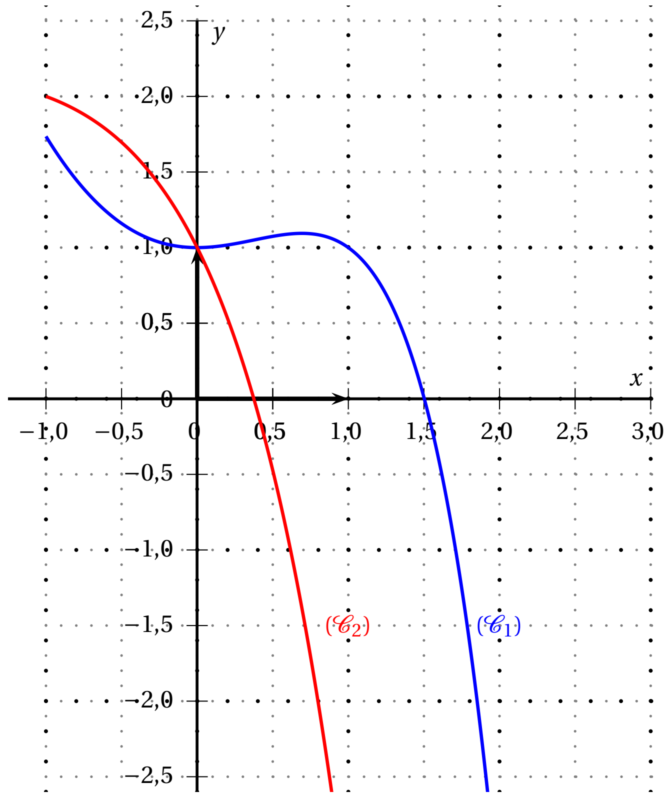
4. a. Proposer un algorithme affichant la superficie (en millions d'hectares) occupée par les forêts sur la Terre, pour chaque année de 2013 à 2029.

b. À partir de quelle année la superficie des forêts présentes sur la Terre sera inférieure à 3,9 milliards d'hectares ? Préciser la démarche utilisée.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathscr{C}_1)$ ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et deux fois dérivable sur $[-1\ ;\ 2]$.
On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée seconde de f.
La courbe $(\mathscr{C}_2)$ ci-dessous représente, dans le repère orthonormé, la fonction f''.

Le point A(0 ; 1) est situé sur la courbe $(\mathscr{C}_1)$.
Le point B est le point d'intersection de $(\mathscr{C}_2)$ avec l'axe des abscisses. Une valeur approchée de l'abscisse de B est 0,37.
La tangente à la courbe $(\mathscr{C}_1)$ au point A est horizontale.



1. Par lecture graphique,

a. Donner la valeur de $f(0)$.

b. Donner la valeur de $f'(0)$.

c. Étudier la convexité de f sur $[-1 ; 2]$. Justifier la réponse.

2. On admet désormais que la fonction f est définie pour tout réel x dans $[-1 ; 2]$ par :

$$f(x) = (1-x)\mathrm{e}^x + x^2.$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	$f(x) :\ = (1-x) * \exp(x) + x^2$ $\rightarrow (1-x)\mathrm{e}^x + x^2$
2	factoriser(dériver($f(x)$)) $\rightarrow x(2-\mathrm{e}^x)$
3	primitive ($f(x)$) $\rightarrow \dfrac{1}{3}x^3 + (-x+2)\mathrm{e}^x$

a. Vérifier le résultat trouvé par le logiciel pour le calcul de $f'(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-1 ; 2]$.

3. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α dans $[-1~;~2]$.

   b. Déterminer un encadrement de α d'amplitude $0,01$.

4. Déterminer une équation de la tangente à $(\mathscr{C}_1)$ au point d'abscisse 1.

5. **a.** Justifier la ligne 3 du tableau de calcul formel.

   b. On admet que la fonction f est positive sur $[-1~;~1]$. En déduire l'aire exacte, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe $(\mathscr{C}_1)$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 1$, puis en donner une valeur arrondie au dixième.

Index

∽ Baccalauréat ES 2018 ∽

L'intégrale de mai à novembre 2018

∽ Baccalauréat ES Pondichéry 4 mai 2018 ∾

Exercice 1 **5 points**

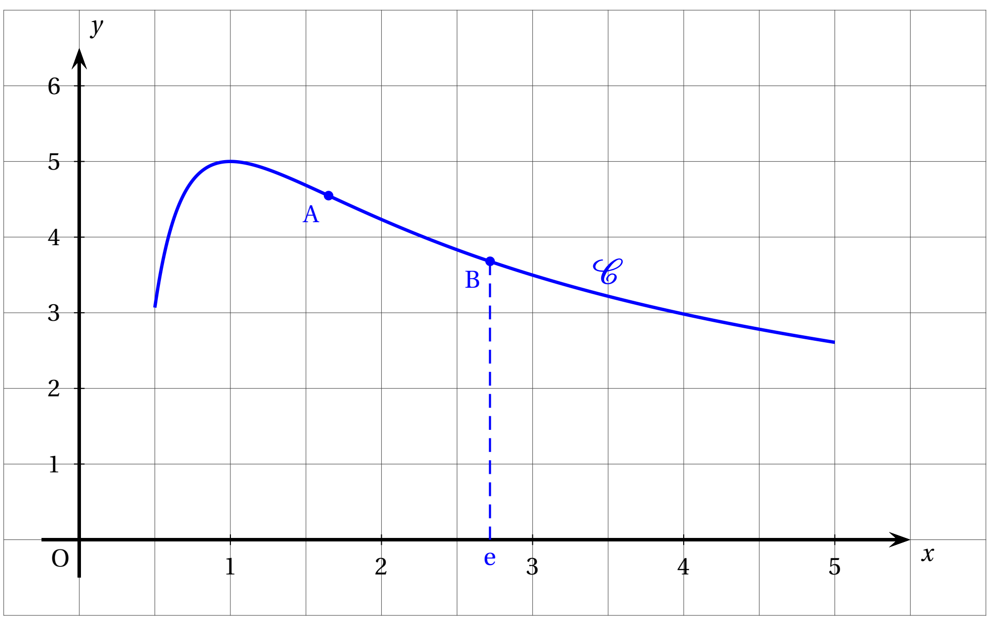
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).
Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.*

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$ par :

$$f(x) = \frac{5+5\ln x}{x}.$$

Sa représentation graphique est la courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous dans un repère d'origine O. On admet que le point A placé sur le graphique est le seul point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$.
On note B le point de cette courbe d'abscisse e.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur cet intervalle.
On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f et f'' sa fonction dérivée seconde.



On admet que pour tout x de l'intervalle $[0,5\,;\,5]$ on a :

$$f'(x) = \frac{-5\ln x}{x^2} \qquad f''(x) = \frac{10\ln x - 5}{x^3}.$$

1. La fonction f' est :

a. positive ou nulle sur l'intervalle $[0,5\,;\,5]$

b. négative ou nulle sur l'intervalle $[1\,;\,5]$

c. négative ou nulle sur l'intervalle $[0,5\,;\,1]$

2. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B est égal à :

a. $-\dfrac{5}{e^2}$ **b.** $\dfrac{10}{e}$ **c.** $\dfrac{5}{e^3}$

3. La fonction f' est :

a. croissante sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,1]$

b. décroissante sur l'intervalle $[1\,;\,5]$

c. croissante sur l'intervalle $[2\,;\,5]$

4. La valeur exacte de l'abscisse du point A de la courbe $\mathscr{C}$ est égale à :

a. 1,65 **b.** 1,6 **c.** $e^{0,5}$

5. On note $\mathscr{A}$ l'aire, mesurée en unités d'aire, du domaine plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 4$. Cette aire vérifie :

a. $20 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 30$ **b.** $10 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 15$ **c.** $5 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 8$

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.
Les résultats numériques seront donnés, si nécessaire, sous forme approchée à 0,01 près.

Partie A

Un commerçant dispose dans sa boutique d'un terminal qui permet à ses clients, s'ils souhaitent régler leurs achats par carte bancaire, d'utiliser celle-ci en mode sans contact (quand le montant de la transaction est inférieur ou égal à 30 €) ou bien en mode code secret (quel que soit le montant de la transaction).
Il remarque que :

- 80 % de ses clients règlent des sommes inférieures ou égales à 30 €. Parmi eux :
  - 40 % paient en espèces;
  - 40 % paient avec une carte bancaire en mode sans contact;
  - les autres paient avec une carte bancaire en mode code secret.
- 20 % de ses clients règlent des sommes strictement supérieures à 30 €. Parmi eux :
  - 70 % paient avec une carte bancaire en mode code secret;
  - les autres paient en espèces.

On interroge au hasard un client qui vient de régler un achat dans la boutique.

On considère les évènements suivants :

- V : « pour son achat, le client a réglé un montant inférieur ou égal à 30 € »;
- E : « pour son achat, le client a réglé en espèces »;
- C : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode code secret »;
- S : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode sans contact ».

1. **a.** Donner la probabilité de l'évènement V, notée $P(V)$, ainsi que la probabilité de S sachant V notée $P_V(S)$.

b. Traduire la situation de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. **a.** Calculer la probabilité que pour son achat, le client ait réglé un montant inférieur ou égal à 30 € et qu'il ait utilisé sa carte bancaire en mode sans contact.

b. Montrer que la probabilité de l'évènement : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en utilisant l'un des deux modes » est égale à $0,62$.

Partie B

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la dépense en euros d'un client suite à un achat chez ce commerçant.
On admet que X suit la loi normale de moyenne $27,5$ et d'écart-type 3.
On interroge au hasard un client qui vient d'effectuer un achat dans la boutique.

1. Calculer la probabilité que ce client ait dépensé moins de 30 €.
2. Calculer la probabilité que ce client ait dépensé entre 24,50 € et 30,50 €.

Partie C

Une enquête de satisfaction a été réalisée auprès d'un échantillon de 200 clients de cette boutique. Parmi eux, 175 trouvent que le dispositif sans contact du terminal est pratique.
Déterminer, avec un niveau de confiance de $0,95$, l'intervalle de confiance de la proportion p de clients qui trouvent que le dispositif sans contact est pratique.

Exercice 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 65$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,8u_n + 18.$$

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 90$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,8$.
   On précisera la valeur de v_0.
   b. Démontrer que, pour tout entier naturel n :
   $$u_n = 90 - 25 \times 0,8^n.$$
3. On considère l'algorithme ci-dessous :

ligne 1	$u \leftarrow 65$
ligne 2	$n \leftarrow 0$
ligne 3	Tant que ....
ligne 4	$\quad n \leftarrow n+1$
ligne 5	$\quad u \leftarrow 0,8 \times u + 18$
ligne 6	Fin Tant que

   a. Recopier et compléter la ligne 3 de cet algorithme afin qu'il détermine le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geqslant 85$.

b. Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

c. Retrouver par le calcul le résultat de la question précédente en résolvant l'inéquation $u_n \geqslant 85$.

4. La société Biocagette propose la livraison hebdomadaire d'un panier bio qui contient des fruits et des légumes de saison issus de l'agriculture biologique. Les clients ont la possibilité de souscrire un abonnement de 52 € par mois qui permet de recevoir chaque semaine ce panier bio.

En juillet 2017, 65 particuliers ont souscrit cet abonnement.

Les responsables de la société Biocagette font les hypothèses suivantes :

- d'un mois à l'autre, environ 20 % des abonnements sont résiliés ;
- chaque mois, 18 particuliers supplémentaires souscrivent à l'abonnement.

a. Justifier que la suite (u_n) permet de modéliser le nombre d'abonnés au panier bio le n-ième mois qui suit le mois de juillet 2017.

b. Selon ce modèle, la recette mensuelle de la société Biocagette va-t-elle dépasser 4 420 € durant l'année 2018 ? Justifier la réponse.

c. Selon ce modèle, vers quelle valeur tend la recette mensuelle de la société Biocagette ? Argumenter la réponse.

Exercice 3 **5 points**

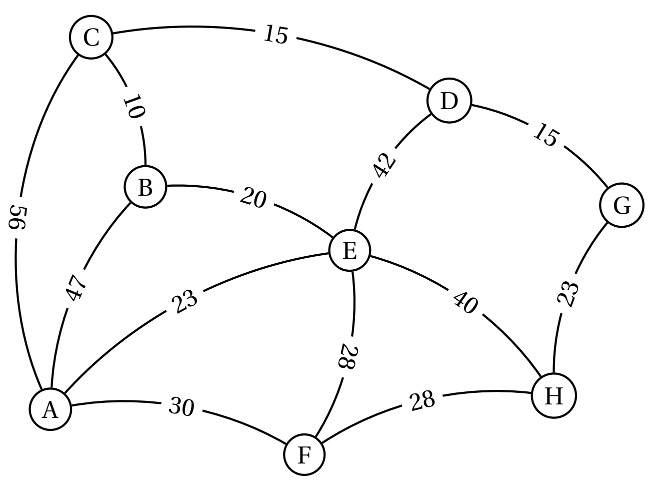
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Le graphe pondéré ci-dessous représente les différents lieux A, B, C, D, E, F, G et H dans lesquels Louis est susceptible de se rendre chaque jour. Le lieu A désigne son domicile et G le lieu de son site de travail.

Le poids de chaque arête représente la distance, en kilomètres, entre les deux lieux reliés par l'arête.



Déterminer le chemin le plus court qui permet à Louis de relier son domicile à son travail. On pourra utiliser un algorithme. Préciser la distance, en kilomètres, de ce chemin.

Partie B

Afin de réduire son empreinte énergétique, Louis décide d'utiliser lors de ses trajets quotidiens soit les transports en commun, soit le covoiturage.

• s'il a utilisé les transports en commun lors d'un trajet, il utilisera le covoiturage lors de son prochain déplacement avec une probabilité de 0,53 ;
• s'il a utilisé le covoiturage lors d'un trajet, il effectuera le prochain déplacement en transport en commun avec une probabilité de 0,78.
Louis décide de mettre en place ces résolutions au 1er janvier 2018.
Pour tout entier naturel n, on note :
• c_n la probabilité que Louis utilise le covoiturage n jour(s) après le 1er janvier 2018 ;
• t_n la probabilité que Louis utilise les transports en commun n jour(s) après le 1er janvier 2018 ;
La matrice ligne $P_n = (c_n \quad t_n)$ traduit l'état probabiliste n jour(s) après le 1er janvier 2018.
Le 1er janvier 2018, Louis décide d'utiliser le covoiturage.

1. **a.** Préciser l'état probabiliste initial P_0.
   b. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste. On notera « C » et « T » ses deux sommets :
   - « C » pour indiquer que Louis utilise le covoiturage ;
   - « T » pour indiquer que Louis utilise les transports en commun.
2. Déterminer la matrice de transition du graphe probabiliste en considérant ses sommets dans l'ordre alphabétique.
3. Calculer l'état probabiliste P_2 et interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.
4. Soit la matrice ligne $P = (x \quad y)$ associée à l'état stable du graphe probabiliste.
   a. Calculer les valeurs exactes de x et de y puis en donner une valeur approchée à 0,01 près.
   b. Selon ce modèle, peut-on dire qu'à long terme, Louis utilisera aussi souvent le covoiturage que les transports en commun ? Justifier la réponse.

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, si nécessaire, les valeurs numériques approchées seront données à 0,01 *près.*

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par :

$$f(x) = (3,6x + 2,4)\mathrm{e}^{-0,6x} - 1,4.$$

Partie A

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 4]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Justifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 4]$ on a :

$$f'(x) = (-2,16x + 2,16)\mathrm{e}^{-0,6x}.$$

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 4]$.
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.
   On donnera les valeurs numériques qui apparaissent dans le tableau de variation sous forme approchée.

3. On admet que la fonction F définie par :

$$F(x) = (-6x - 14)\mathrm{e}^{-0,6x} - 1,4x$$

est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.

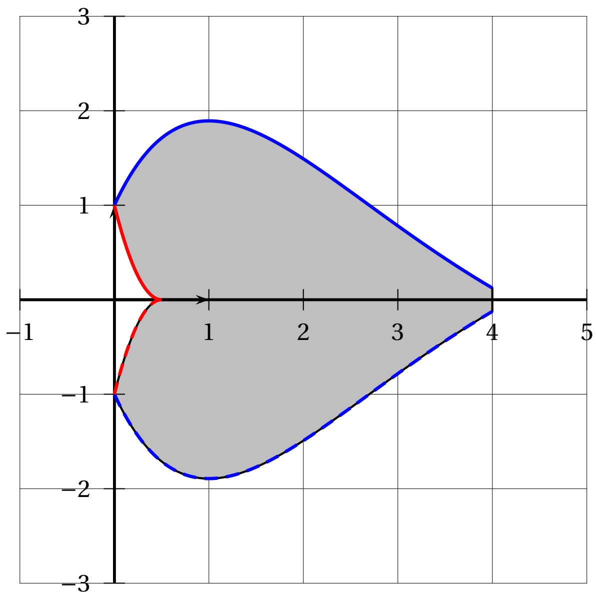
Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ puis en donner une valeur numérique approchée.

Partie B

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = 4x^2 - 4x + 1.$$

On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle $[0\,;\,0,5]$.
On a tracé ci-dessous les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans un repère d'origine O et, en pointillés, les courbes obtenues par symétrie de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ par rapport à l'axe des abscisses :



1. Montrer que $\displaystyle\int_0^{0,5} g(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{6}$.

2. On considère le domaine plan délimité par les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$, leurs courbes symétriques (en pointillés) ainsi que la droite d'équation $x = 4$.

Ce domaine apparaît grisé sur la figure ci-dessus.

Calculer une valeur approchée de l'aire, en unités d'aire, de ce domaine.

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L – Amérique du Nord 29 mai 2018

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre propositions est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point. Pour répondre, vous recopierez sur votre copie le numéro de la question et indiquerez la seule réponse choisie.

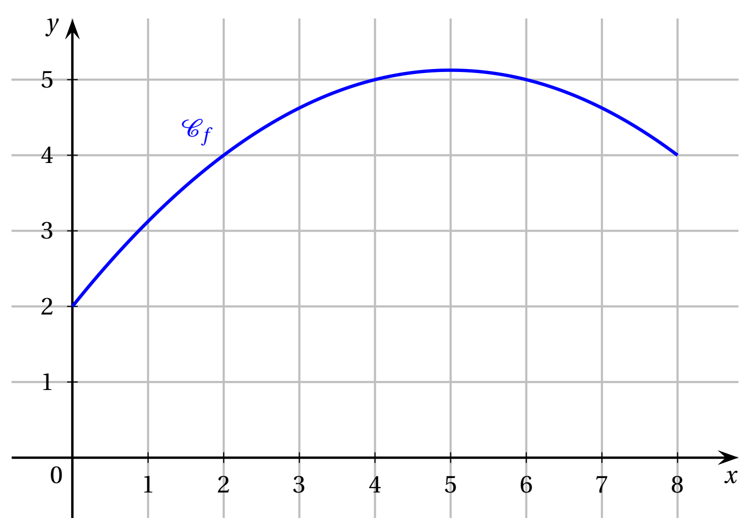
1. Un pépiniériste cultive des bulbes de fleurs. La probabilité qu'un bulbe germe, c'est-à-dire qu'il donne naissance à une plante qui fleurit, est de $0,85$.

Il prélève au hasard 20 bulbes du lot. La production est assez grande pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 20 bulbes.

On peut affirmer que :

A.	La probabilité qu'au maximum 15 bulbes germent est proche de $0,103$.
B.	La probabilité qu'au maximum 15 bulbes germent est proche de $0,067$.
C.	La probabilité qu'au minimum 15 bulbes germent est proche de $0,830$.
D.	La probabilité qu'au minimum 15 bulbes germent est proche de $0,933$.

2. On considère une fonction f définie sur $[0 ; 8]$ dont $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative dessinée ci-dessous :



A. $8 \leqslant \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 9$	**B.** $9 \leqslant \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 10$
C. $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x = f(4) - f(2)$	**D.** $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 9$

3. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \ln(x)$.
Une primitive de g sur $]0\,;\,+\infty[$ est la fonction G définie par :

A. $G(x) = \ln(x)$	**B.** $G(x) = x\ln(x)$
C. $G(x) = x\ln(x) - x$	**D.** $G(x) = \dfrac{1}{x}$

4. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln(x) > 0$ est :

A. $]0\,;\,+\infty[$	**B.** $]0\,;\,1[$
C. $]1\,;\,+\infty[$	**D.** $]\mathrm{e}\,;\,+\infty[$

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Tous les résultats demandés dans cet exercice seront arrondis au millième.
Les parties A, B et C sont indépendantes.

Le site internet « ledislight.com » spécialisé dans la vente de matériel lumineux vend deux sortes de rubans LED flexibles : un premier modèle dit d'« intérieur » et un deuxième modèle dit d'« extérieur ». Le site internet dispose d'un grand stock de ces rubans LED.

Partie A

1. Le fournisseur affirme que, parmi les rubans LED d'extérieur expédiés au site internet, 5 % sont défectueux. Le responsable internet désire vérifier la validité de cette affirmation. Dans son stock, il prélève au hasard 400 rubans LED d'extérieur parmi lesquels 25 sont défectueux.
Ce contrôle remet-il en cause l'affirmation du fournisseur ?

Rappel : *lorsque la proportion p d'un caractère dans la population est connue, l'intervalle I de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % d'une fréquence d'apparition de ce caractère obtenue sur un échantillon de taille n est donnée par :*

$$I = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\,;\, p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

2. Le fournisseur n'a donné aucune information concernant la fiabilité des rubans LED d'intérieur. Le directeur du site souhaite estimer la proportion de rubans LED d'intérieur défectueux. Pour cela, il prélève un échantillon aléatoire de 400 rubans d'intérieur, parmi lesquels 38 sont défectueux.
Donner un intervalle de confiance de cette proportion au seuil de confiance de 95 %.

Partie B

À partir d'une étude statistique réalisée sur de nombreux mois, on peut modéliser le nombre de rubans LED d'intérieur vendus chaque mois par le site à l'aide d'une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 2\,500$ et d'écart-type $\sigma = 400$.

1. Quelle est la probabilité que le site internet vende entre 2 100 et 2 900 rubans LED d'intérieur en un mois ?

2. **a.** Trouver, arrondie à l'entier, la valeur de a telle que $P(X \leqslant a) = 0,95$.

b. Interpréter la valeur de a obtenue ci-dessus en termes de probabilité de rupture de stock.

Partie C

On admet maintenant que :

- 20 % des rubans LED proposés à la vente sont d'extérieur ;
- 5 % des rubans LED d'extérieur sont défectueux.

On prélève au hasard un ruban LED dans le stock.
On appelle :

- E l'évènement : « le ruban LED est d'extérieur » ;
- D l'évènement : « le ruban LED est défectueux ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, que l'on complètera au fur et à mesure.
2. Déterminer la probabilité que le ruban LED soit d'extérieur et défectueux.
3. D'autre part on sait que 6 % de tous les rubans LED sont défectueux.
   Calculer puis interpréter $P_{\overline{E}}(D)$.

Exercice 3 **5 points**
Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité et candidats de L

Une société propose des contrats annuels d'entretien de photocopieurs. Le directeur de cette société remarque que, chaque année, 14 % des contrats supplémentaires sont souscrits et 7 sont résiliés.
En 2017, l'entreprise dénombrait 120 contrats souscrits.
On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n est le nombre de contrats souscrits l'année $2017+n$.
Ainsi on a $u_0 = 120$.

1. **a.** Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 1,14u_n - 7$.
   b. Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2018.
2. Compte tenu de ses capacités structurelles actuelles, l'entreprise ne peut prendre ne charge que 190 contrats. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.
   On cherche donc à savoir en quelle année l'entreprise devra embaucher.
   Pour cela, on utilise l'algorithme suivant :

$n \longleftarrow 0$
$u \longleftarrow 120$
Tant que ....
$\quad n \longleftarrow n+1$
$\quad$ ....
Fin Tant que
Afficher $2017+n$

   a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus.
   b. Quelle est l'année affichée en sortie d'algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
3. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 50$ pour tout entier naturel n.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b. Exprimer v_n en fonction de n puis démontrer que, pour tout entier naturel n,

$$u_n = 70 \times 1,14^n + 50.$$

c. Résoudre par le calcul l'inéquation $u_n > 190$.
Quel résultat de la question **2.** retrouve-t-on ?

Exercice 3 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Deux entreprises concurrentes « Alphacopy » et « Bêtacopy » proposent des contrats annuels d'entretien de photocopieurs. Ces deux entreprises se partagent le marché des contrats d'entretien sur un secteur donné.

Le patron de Alphacopy remarque que, chaque année :

- 15 % des clients qui avaient souscrit un contrat d'entretien chez Alphacopy décident de souscrire un contrat d'entretien chez Bêtacopy. Les autres restent fidèles à Alphacopy ;
- 25 % des clients qui avaient souscrit un contrat d'entretien chez Bêtacopy décident de souscrire un contrat d'entretien chez Alphacopy. Les autres restent fidèles à Bêtacopy.

On définit les évènements suivants :

- A : « le client est sous contrat avec l'entreprise Alphacopy » ;
- B : « le client est sous contrat avec l'entreprise Bêtacopy ».

À partir de 2017, on choisit au hasard un client ayant un contrat d'entretien de photocopieurs et on note, pour tout entier naturel n :

- a_n la probabilité que le client soit sous contrat avec l'entreprise Alphacopy l'année $2017+n$;
- b_n la probabilité que le client soit sous contrat avec l'entreprise Bêtacopy l'année $2017+n$.

On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne de l'état probabiliste pour l'année $2017+n$.

L'objectif de l'entreprise Alphacopy est d'obtenir au moins 62 % des contrats d'entretien des photocopieurs.

Partie A

1. Représenter le graphe probabiliste de cette situation et donner la matrice de transition M associée à ce graphe dont les sommets sont pris dans l'ordre alphabétique.
2. Montrer que $P = \begin{pmatrix} 0,625 & 0,375 \end{pmatrix}$ est l'état stable.
3. À votre avis, l'entreprise Alphacopy peut-elle espérer atteindre son objectif?

Partie B

En 2017, on sait que 46 % des clients ayant un contrat d'entretien de photocopieurs étaient sous contrat avec l'entreprise Alphacopy.
On a ainsi $P_0 = \begin{pmatrix} 0,46 & 0,54 \end{pmatrix}$.

1. On rappelle que pour tout entier naturel n, $P_{n+1} = P_n \times M$.
Démontrer que, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,85a_n + 0,25b_n$ puis que

$$a_{n+1} = 0,60a_n + 0,25.$$

2. À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on cherche à déterminer en quelle année l'entreprise Alphacopy atteindra son objectif.

$n \leftarrow 0$
$a \leftarrow 0,46$
Tant que ....
    $n \leftarrow n+1$
    ....
Fin Tant que
Afficher $2017+n$

a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus.

b. Quelle est l'année en sortie de l'algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

3. On définit la suite (u_n) par $u_n = a_n - 0,625$ pour tout entier naturel n.

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme u_0.

b. Exprimer u_n en fonction de n puis démontrer que, pour tout entier n,

$$a_n = -0,165 \times 0,60^n + 0,625.$$

c. Résoudre par le calcul l'inéquation $a_n \geqslant 0,62$.
Quel résultat de la question **2.** retrouve-t-on ?

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

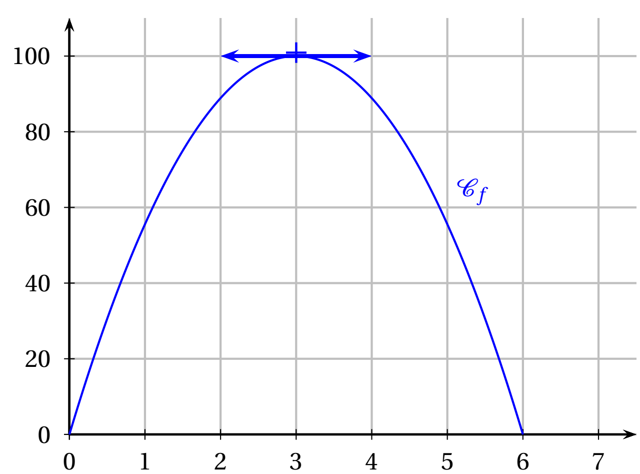
On appelle fonction « *satisfaction* » toute fonction dérivable qui prend ses valeurs entre 0 et 100. Lorsque la fonction « *satisfaction* » atteint la valeur 100, on dit qu'il y a « *saturation* ».
On définit aussi la fonction « *envie* » comme la fonction dérivée de la fonction « *satisfaction* ». On dira qu'il y a « *souhait* » lorsque la fonction « *envie* » est positive ou nulle et qu'il y a « *rejet* » lorsque la fonction « *envie* » est strictement négative.

Dans chaque partie, on teste un modèle de fonction « *satisfaction* » différent.

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

Un étudiant prépare un concours, pour lequel sa durée de travail varie entre 0 et 6 heures par jour. Il modélise sa satisfaction en fonction de son temps de travail quotidien par la fonction « *satisfaction* » f dont la courbe représentative est donnée ci-dessous (x est exprimé en heures).



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Lire la durée de travail quotidien menant à « *saturation* ».
2. Déterminer à partir de quelle durée de travail il y a « *rejet* ».

Partie B

Le directeur d'une agence de trekking modélise la satisfaction de ses clients en fonction de la durée de leur séjour. On admet que la fonction « *satisfaction* » g est définie sur l'intervalle $[0\,;\,30]$ par $g(x) = 12,5x\text{e}^{-0,125x+1}$ (x est exprimé en jour).

1. Démontrer que, pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,30]$,

$$g'(x) = (12,5 - 1,5625x)\text{e}^{-0,125x+1}.$$

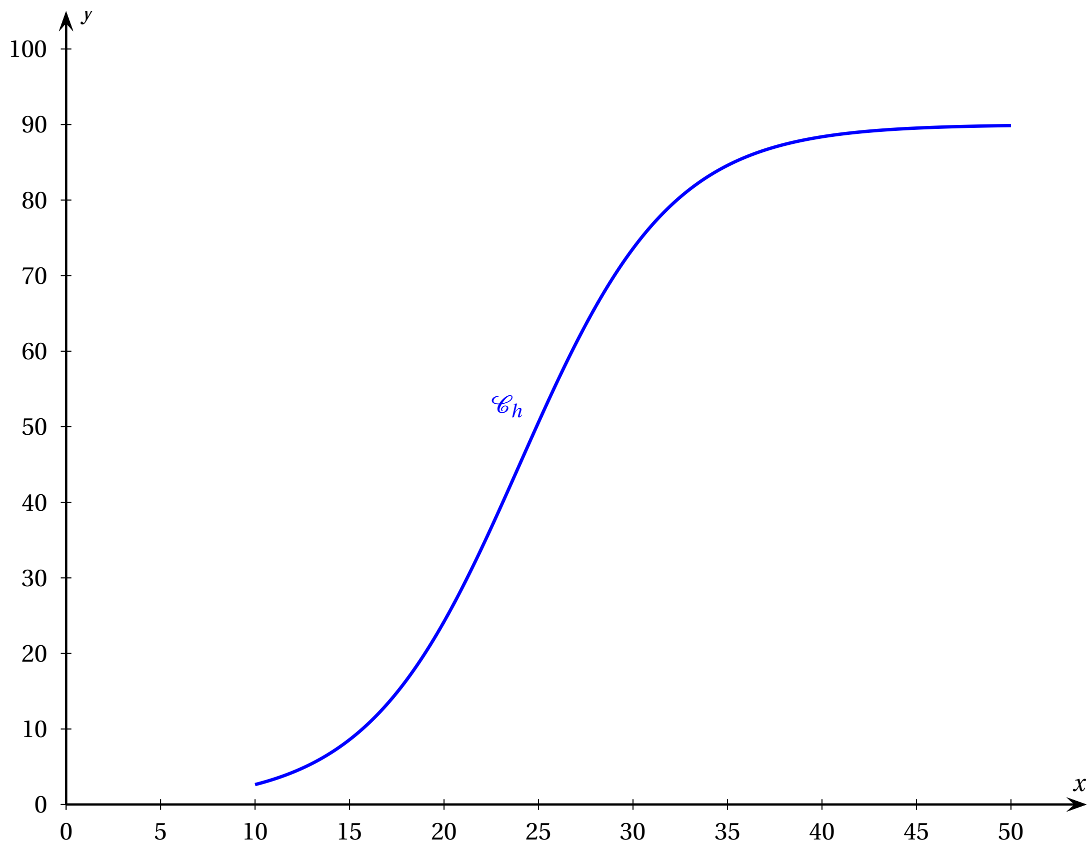
2. Étudier le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,30]$ puis dresser le tableau des variations de g sur cet intervalle.
3. Quelle durée de séjour correspond-elle à l'effet « *saturation* » ?

Partie C

La direction des ressources humaines d'une entreprise modélise la satisfaction d'un salarié en fonction du salaire annuel qu'il perçoit. On admet que la fonction « *satisfaction* » h, est définie sur l'intervalle $[10\,;\,50]$ par

$$h(x) = \frac{90}{1 + \text{e}^{-0,25x+6}}$$

(x est exprimé en millier d'euros).
La courbe $\mathscr{C}_h$ de la fonction h est représentée ci-dessous :



Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	`Dériver(90/(1 + exp(-0.25 * x +6)))` $\dfrac{22,5\mathrm{e}^{-0,25x+6}}{(1+\mathrm{e}^{-0,25x+6})^2}$
2	`Dériver(22.5 * exp(-0,25 x + 6)/(1 + exp(-0,25 * x + 6))²` $\dfrac{5,625\mathrm{e}^{-0,25x+6}(\mathrm{e}^{-0,25x+6}-1)}{(1+\mathrm{e}^{-0,25x+6})^3}$

1. Donner sans justification une expression de $h''(x)$.
2. Résoudre dans l'intervalle $[10\,;\,50]$ l'inéquation $\mathrm{e}^{-0,25x+6}-1>0$.
3. Étudier la convexité de la fonction h sur l'intervalle $[10\,;\,50]$.
4. À partir de quel salaire annuel peut-on estimer que la fonction « *envie* » décroît ? Justifier.
5. Déterminer, en le justifiant, pour quel salaire annuel la fonction « *satisfaction* » atteint 80. *Arrondir au millier d'euros.*

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L – Liban 29 mai 2018

Exercice 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter les voyageurs.
On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.
On note :

- S l'évènement « le voyageur fait sonner le portique » ;
- M l'évènement « le voyageur porte un objet métallique ».

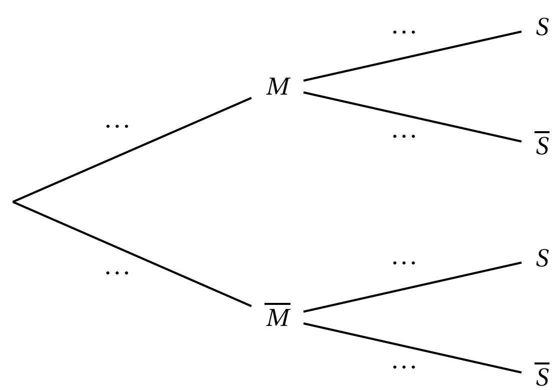
On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.

1. On admet que :

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à $0,98$;
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à $0,98$.

a. À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de $P(M)$, $P_M(S)$ et $P_{\overline{M}}\left(\overline{S}\right)$.

b. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous illustrant cette situation.



c. Montrer que : $P(S) = 0{,}021\,92$.

d. En déduire la probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique. (On arrondira le résultat à 10^{-3}.)

2. 80 personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à $0{,}021\,92$.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 80 personnes de ce groupe.

a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

c. Sans le justifier, donner la valeur arrondie à 10^{-3} de :

- la probabilité qu'au moins une personne du groupe fasse sonner le portique ;
- la probabilité qu'au maximum 5 personnes fassent sonner le portique.

d. Sans le justifier, donner la valeur du plus petit entier n tel que $P(X \leqslant n) \geqslant 0,9$.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité et candidats de L

Maya possède 20 € dans sa tirelire au 1er juin 2018.
À partir de cette date, chaque mois elle dépense un quart du contenu de sa tirelire puis y place 20 € supplémentaires.
Pour tout entier naturel n, on note u_n la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du n-ième mois. On a $u_0 = 20$.

1. **a.** Montrer que la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du 1er mois est de 35 €.

b. Calculer u_2.

2. On admet que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,75u_n + 20$.
On considère l'algorithme suivant :

$U \longleftarrow 20$
$N \longleftarrow 0$
Tant que $U < 70$
  $U \longleftarrow 0,75 \times U + 20$
  $N \longleftarrow N + 1$
Fin Tant que
Afficher N

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui retrace les différentes étapes de l'exécution de l'algorithme. On ajoutera autant de colonnes que nécessaire à la place de celle laissée en pointillés. Arrondir les résultats au centième.

Valeur de U	20			
Valeur de N	0			
Condition $U < 70$	vrai		vrai	faux

b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ?
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

3. Pour tout entier n, on pose $v_n = u_n - 80$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,75$.

b. Préciser son premier terme v_0.

c. En déduire que, pour tout entier n, $u_n = 80 - 60 \times 0,75^n$.

d. Déterminer, au centime près, le montant que Maya possèdera dans sa tirelire au 1er juin 2019.

e. Déterminer la limite de la suite (v_n).

f. En déduire la limite de la suite (u_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Dans un pays deux opérateurs se partagent le marché des télécommunications mobiles. Une étude révèle que chaque année :

- parmi les clients de l'opérateur *EfficaceRéseau*, 70 % se réabonnent à ce même opérateur et 30 % souscrivent un contrat avec l'opérateur *GenialPhone* ;
- parmi les clients de l'opérateur *GenialPhone*, 55 % se réabonnent à ce même opérateur et 45 % souscrivent un contrat avec l'opérateur *Efficaceréseau*.

On note E l'état : « la personne possède un contrat chez l'opérateur *EfficaceRéseau* » et G l'état : « la personne possède un contrat chez l'opérateur *GenialPhone* ».
À partir de 2018, on choisit au hasard un client de l'un des deux opérateurs.

On note également :

- e_n la probabilité que le client possède un contrat avec l'opérateur *EfficaceRéseau* au 1er janvier $(2018+n)$;
- g_n la probabilité que le client possède un contrat avec l'opérateur *GenialPhone* au 1er janvier $(2018+n)$;
- $P_n = \begin{pmatrix} e_n & g_n \end{pmatrix}$ désigne la matrice ligne traduisant l'état probabiliste du système au 1er janvier $(2018+n)$.

Au 1er janvier 2018, on suppose que 10 % des clients possèdent un contrat chez *EfficaceRéseau*, ainsi $P_0 = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets E et G.

2. **a.** Déterminer la matrice de transition M associée au graphe en rangeant les sommets dans l'ordre alphabétique.

b. Vérifier qu'au 1er janvier 2020, environ 57 % des clients ont un contrat avec l'opérateur *EfficaceRéseau*.

3. **a.** On rappelle que pour tout entier naturel n, $P_{n+1} = P_n \times M$.
Exprimer e_{n+1} en fonction de e_n et g_n.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $e_{n+1} = 0,25e_n + 0,45$.

4. **a.** Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous de façon à ce qu'il affiche l'état probabiliste au 1er janvier $(2018+n)$:

```
E ⟵ 0,1
G ⟵ 0,9
Pour I allant de 1 à N
        E ⟵ ··· × E + ···
        G ⟵ ···
Fin Pour
Afficher E et G
```

b. Déterminer l'affichage de cet algorithme pour $N = 3$. Arrondir au centième.

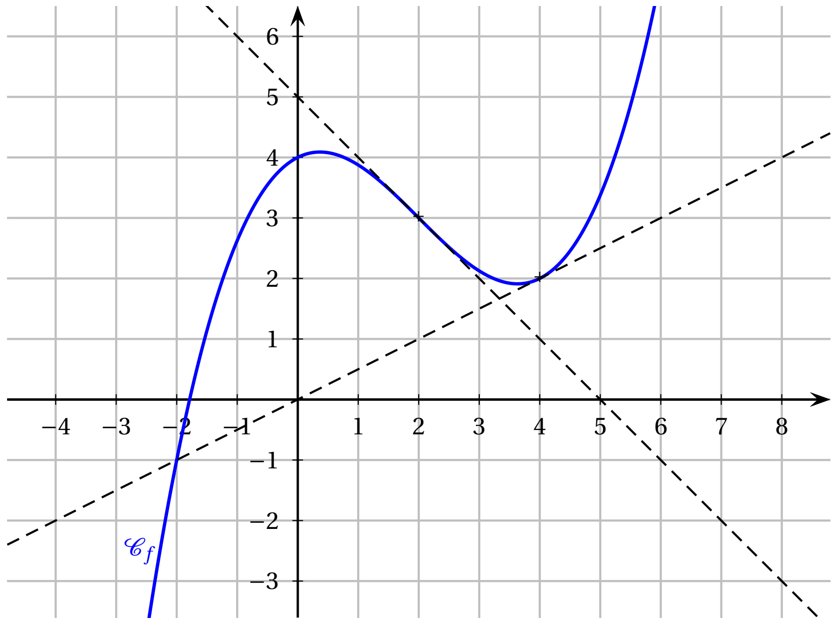
c. Déterminer l'état stable du système et interpréter votre réponse dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre propositions est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point. Pour répondre, vous recopierez ***sur votre copie*** *le numéro de la question et indiquerez la seule bonne réponse.*

Pour les questions **1.** et **2.** et **3.**, on a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f ainsi que deux de ses tangentes aux points d'abscisses respectives 2 et 4.



1. $f'(4)$ est égal à :

A. 2	**B.** -1
C. $0,5$	**D.** 0

2. f est convexe sur l'intervalle :

A. $]-\infty\,;\,2]$	**B.** $]-\infty\,;\,0,5]$
C. $[0\,;\,4]$	**D.** $[2\,;\,5]$

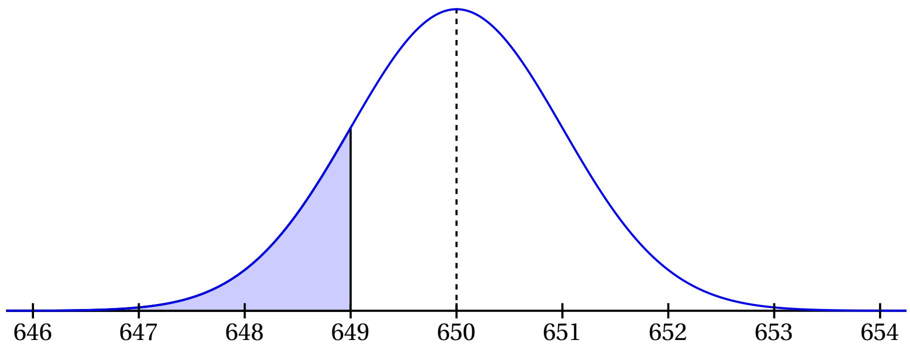
3. Une valeur approchée au dixième de la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ est :

A. $-0,1$	**B.** $2,5$
C. $2,9$	**D.** $14,5$

4. Dans le repère ci-dessous, on a tracé la courbe représentative de la fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire X qui suit une loi normale et telle que

$$P(X \leqslant 649) \approx 0,1587.$$

On note respectivement μ et σ l'espérance et l'écart-type de cette loi normale.



A. $P(X \leqslant 651) \approx 0{,}6587$	**B.** $P(649 \leqslant X \leqslant 651) \approx 0{,}683$
C. $\sigma = 650$	**D.** $\mu = 649$

Exercice 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1\,;\,25]$ par

$$f(x) = \frac{x + 2 - \ln(x)}{x}.$$

a. On admet que f est dérivable sur $[1\,;\,25]$.
Démontrer que pour tout réel x appartient à l'intervalle $[1\,;\,25]$,

$$f'(x) = \frac{-3 + \ln(x)}{x^2}.$$

b. Résoudre dans $[1\,;\,25]$ l'inéquation $-3 + \ln(x) > 0$.

c. Dresser le tableau des variations de la fonction f sur $[1\,;\,25]$.

d. Démontrer que dans l'intervalle $[1\,;\,25]$, l'équation $f(x) = 1{,}5$ admet une seule solution. On notera α cette solution.

e. Déterminer un encadrement d'amplitude $0,01$ de α à l'aide de la calculatrice.

2. Une entreprise fabrique chaque jour entre 100 et 2 500 pièces électroniques pour des vidéoprojecteurs. Toutes les pièces fabriquées sont identiques.
On admet que lorsque x centaines de pièces sont fabriquées, avec $1 \leqslant x \leqslant 25$, le coût moyen de fabrication d'une pièce est de $f(x)$ euros.
En utilisant les résultats obtenus à la question **1.** :

a. Déterminer, à l'unité près, le nombre de pièces à fabriquer pour que le coût moyen de fabrication d'une pièce soit minimal.
Déterminer alors ce coût moyen, au centime d'euro près.

b. Déterminer le nombre minimal de pièces à fabriquer pour que le coût moyen de fabrication d'une pièce soit inférieur ou égal à $1,50$ euro.

c. Est-il possible que le coût moyen d'une pièce soit de 50 centimes ? Justifier.

Baccalauréat Centres étrangers Terminale ES 11 juin 2018

EXERCICE 1 **4 POINTS**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.
Pour répondre, vous recopierez sur votre copie le numéro de la question et indiquerez la seule réponse choisie.

1. Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = \text{e}^{-3x} + \text{e}^2$.

A. $f'(x) = -\text{e}^{-3x} + 2\text{e}$ **B.** $f'(x) = -3\text{e}^{-3x} + \text{e}^2$
C. $f'(x) = -3\text{e}^{-3x}$ **D.** $f'(x) = \text{e}^{-3x}$

2. D'après une étude, le nombre d'objets connectés à Internet à travers le monde est passé de 4 milliards en 2010 à 15 milliards en 2017. L'arrondi au dixième du taux d'évolution annuel moyen est de :

A. 10,5 % **B.** 68,8 %
C. 39,3 % **D.** 20,8 %

3. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 13$ et d'écart-type $\sigma = 2,4$. L'arrondi au centième de $P(X \geqslant 12,5)$ est :

A. 0,58 **B.** 0,42
C. 0,54 **D.** 0,63

4. Soit Y une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[14 ; 16]$. $P(X \leqslant 15,5)$ est égal à :

A. 0,97 **B.** 0,75
C. 0,5 **D.** $\dfrac{1}{4}$

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Des algues prolifèrent dans un étang. Pour s'en débarrasser, le propriétaire installe un système de filtration.
En journée, la masse d'algues augmente de 2 %, puis à la nuit tombée, le propriétaire actionne pendant une heure le système de filtration qui retire 100 kg d'algues. On admet que les algues ne prolifèrent pas la nuit.
Le propriétaire estime que la masse d'algues dans l'étang au matin de l'installation du système de filtration est de 2 000 kg.
On modélise par a_n la masse d'algues dans l'étang, exprimée en kg, après utilisation du système de filtration pendant n jours ; ainsi, $a_0 = 2000$. On admet que cette modélisation demeure valable tant que a_n reste positif.

1. Vérifier par le calcul que la masse a_2 d'algues après deux jours de fonctionnement du système de filtration est de 1 878,8 kg.

2. On affirme que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 1,02a_n - 100$.

a. Justifier à l'aide de l'énoncé la relation précédente.

b. On considère la suite (b_n) définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$b_n = a_n - 5000.$$

Démontrer que la suite (b_n) est géométrique. Préciser son premier terme b_0 et sa raison.

c. En déduire pour tout entier naturel n, une expression de b_n en fonction de n, puis montrer que $a_n = 5000 - 3000 \times 1,02^n$.

d. En déterminant la limite de la suite (a_n), justifier que les algues finissent par disparaître.

3. **a.** Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il détermine le nombre de jours nécessaire à la disparition des algues.

```
N ← 0
A ← 2000
Tant que …
        A ← …
        N ← N + 1
Fin Tant que
Afficher …
```

b. Quel est le résultat renvoyé par l'algorithme ?

4. **a.** Résoudre par le calcul l'inéquation $5000 - 3000 \times 1,02^n \leqslant 0$.

b. Quel résultat précédemment obtenu retrouve-t-on ?

EXERCICE 2 — 5 POINTS

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

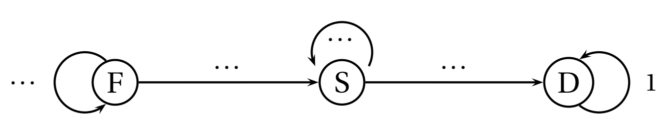
Une société d'autoroute étudie l'évolution de l'état de ses automates de péage en l'absence de maintenance.
Un automate peut se trouver dans l'un des états suivants :

- fonctionnel (F) ;
- en sursis (S) s'il fonctionne encore, mais montre des signes de faiblesse ;
- défaillant (D) s'il ne fonctionne plus.

La société a observé que d'un jour sur l'autre :

- concernant les automates fonctionnels, 90 % le restent et 10 % deviennent en sursis ;
- concernant les automates en sursis, 80 % le restent et 20 % deviennent défaillants.

1. **a.** Reproduire et compléter le graphe probabiliste ci-après qui représente les évolutions possibles de l'état d'un automate.



b. Interpréter le nombre 1 qui apparaît sur ce graphe.

c. Voici la matrice de transition $M = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,8 & 0,2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre F, S, D.
Préciser la signification du coefficient 0,2 dans cette matrice.

2. À compter d'une certaine date, la société relève chaque jour à midi l'état de ses automates. On note ainsi pour tout entier naturel n :

- f_n la probabilité qu'un automate soit fonctionnelle n-ième jour ;
- s_n la probabilité qu'un automate soit en sursis le n-ième jour ;
- d_n la probabilité qu'un automate soit défaillant le n-ième jour.

On note alors $P_n = \begin{pmatrix} f_n & s_n & d_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne de l'état probabiliste le n-ième jour.
Enfin, la société observe qu'au début de l'expérience tous ses automates sont fonctionnels : on a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a. Calculer P_1.

b. Montrer que, le 3^e^ jour, l'état probabiliste est $\begin{pmatrix} 0,729 & 0,217 & 0,054 \end{pmatrix}$.

c. Vérifier que ce graphe possède un unique état stable $P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
Quelle est la signification de ce résultat pour la situation étudiée ?

3. **a.** Justifier que pour tout entier naturel n, $s_{n+1} = 0,1f_n + 0,8s_n$.

b. On vérifierait de même que pour tout entier naturel n,

$$d_{n+1} = 0,2s_n + d_n \quad \text{et} \quad f_{n+1} = 0,9f_n.$$

Compléter l'algorithme ci-dessous de sorte qu'il affiche le nombre de jours au bout duquel 30 % des automates ne fonctionnent plus.

```
D ← 0
S ← ...
F ← 1
N ← 0
Tant que ...
        D ← 0,2 × S + D
        S ← 0,1 × F + 0,8 × S
        F ← 0,9 × F
        N ← ...
Fin Tant que
Afficher ...
```

c. Au bout de combien de jours la proportion d'automates défaillants devient-elle supérieure à 30 % ?

d. Dans le codage de la boucle « Tant que », l'ordre d'affectation des variables D, S et F est-il important ? Justifier.

EXERCICE 3 — 5 POINTS

Une entreprise dispose d'un stock de guirlandes électriques. On sait que 40 % des guirlandes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B.
Un quart des guirlandes provenant du fournisseur A et un tiers des guirlandes provenant du fournisseur B peuvent être utilisées uniquement en intérieur pour des raisons de sécurité. Les autres guirlandes peuvent être utilisées aussi bien en intérieur qu'en extérieur.

1. On choisit au hasard une guirlande dans le stock.

- On note A l'évènement « la guirlande provient du fournisseur A » et B l'évènement « la guirlande provient du fournisseur B ».
- On note I l'évènement « la guirlande peut être utilisée uniquement en intérieur ».

a. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

b. Montrer que la probabilité $P(I)$ de l'évènement I est $0,3$.

c. On choisit une guirlande pouvant être utilisée aussi bien en intérieur qu'en extérieur. Le responsable de l'entreprise estime qu'il y a autant de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B.
Le responsable a-t-il raison ? Justifier.

2. Une guirlande pouvant être utilisée aussi bien en intérieur qu'en extérieur est vendue 5 € et une guirlande pouvant être utilisée uniquement en intérieur est vendue 3 €.
Calculer le prix moyen d'une guirlande prélevée au hasard dans le stock.

3. Lors d'un contrôle qualité, on prélève au hasard 50 guirlandes dans le stock. Le stock est suffisamment grand pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise. On admet que la proportion de guirlandes défectueuses est égale à $0,02$.
Calculer la probabilité qu'au moins une guirlande soit défectueuse. Arrondir le résultat à 10^{-3}.

4. L'entreprise souhaite connaître l'opinion de ses clients quant à la qualité de ses guirlandes électriques. Pour cela elle souhaite obtenir, à partir d'un échantillon aléatoire, une estimation de la proportion de clients satisfaits au niveau de confiance de 95 % à l'aide d'un intervalle de confiance d'amplitude inférieure ou égale à 8 %.
Combien l'entreprise doit-elle interroger de clients au minimum ?

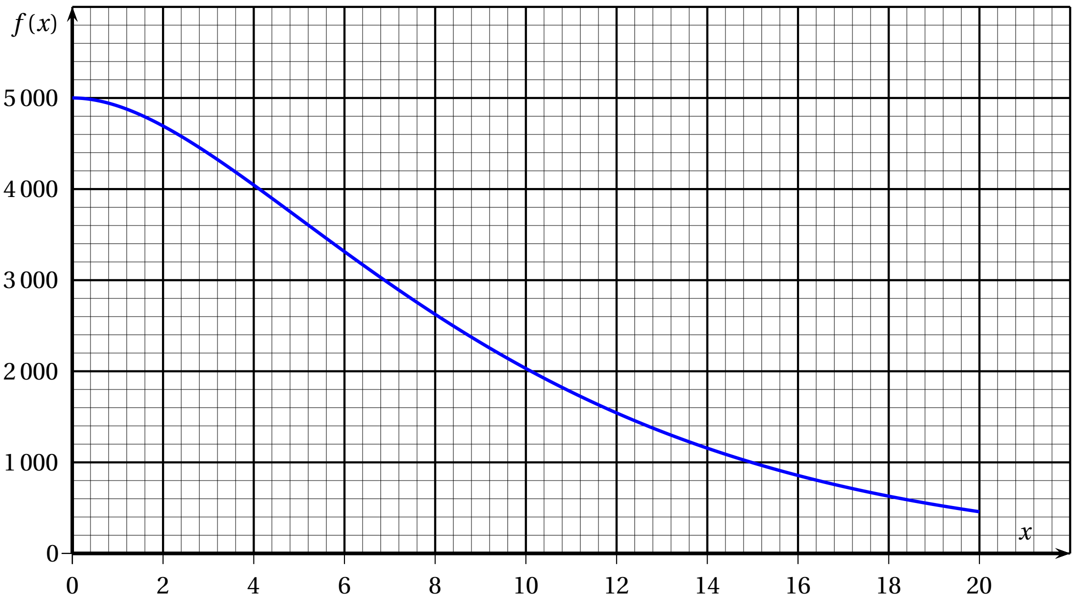
EXERCICE 4 — 6 POINTS

On considère la fonction dérivable f définie sur $I = [0 ; 20]$ par :

$$f(x) = 1\,000(x+5)\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

Partie A - Étude graphique

On a représenté sur le graphique ci-dessous, la courbe représentative de la fonction f.
Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.



1. Résoudre graphiquement et de façon approchée l'équation $f(x) = 3000$.
2. Donner graphiquement une valeur approchée de l'intégrale de f entre 2 et 8 à une unité d'aire près. Justifier la démarche.

Partie B - Étude théorique

1. On note f' la dérivée de la fonction f sur $[0\,;\,20]$.
   Démontrer que pour tout x de $[0\,;\,20]$, $f'(x) = -200x\mathrm{e}^{-0,2x}$.
2. En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau des variations sur l'intervalle $[0\,;\,20]$.
   Si nécessaire, arrondir à l'unité les valeurs présentes dans le tableau.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 3000$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,20]$, puis donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près à l'aide de la calculatrice.
4. On admet que la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ par l'expression
   $F(x) = -5000(x+10)\mathrm{e}^{-0,2x}$ est une primitive de la fonction f sur $[0\,;\,20]$.
   Calculer $\displaystyle\int_2^8 f(x)\,\mathrm{d}x$. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie à l'unité.

Partie C - Application économique

La fonction de demande d'un produit est modélisée sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ par la fonction f étudiée dans les parties A et B.
Le nombre $f(x)$ représente la quantité d'objets demandés lorsque le prix unitaire est égal à x euros.
Utiliser les résultats de la partie B afin de répondre aux questions suivantes :

1. En-dessous de quel prix unitaire, arrondi au centime, la demande est-elle supérieure à 3 000 objets ?
2. Déterminer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[2\,;\,8]$. Interpréter ce résultat.

Baccalauréat ES – Asie 21 juin 2018

EXERCICE 1 **5 POINTS**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 *point; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*

1. Pour la recherche d'un emploi, une personne envoie sa candidature à 25 entreprises.
La probabilité qu'une entreprise lui réponde est de $0,2$ et on suppose que ces réponses sont indépendantes.
Quelle est la probabilité, arrondie au centième, que la personne reçoive au moins 5 réponses?

a. 0,20 **b.** 0,62 **c.** 0,38 **d.** 0,58

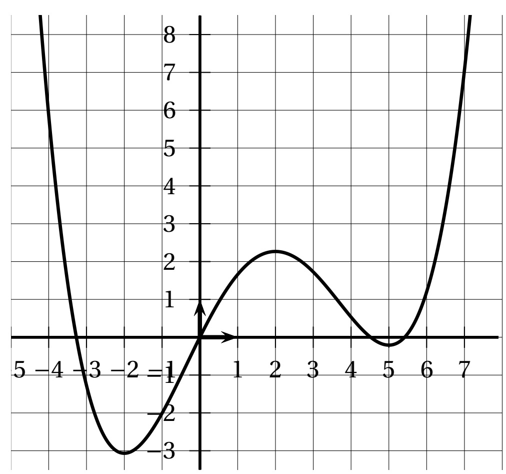
2. Pour tout évènement E on note $P(E)$ sa probabilité. X est une variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance 30 et d'écart type σ. Alors :

a. $P(X) = 30) = 0,5$ **b.** $P(X < 40 < 0,5$
c. $P(X < 20) = P(X > 40)$ **d.** $P(X) < 20) > P(X < 30)$

3. En France, les ventes de tablettes numériques sont passées de $6,2$ millions d'unités en 2014 à 4,3 millions d'unités en 2016. Les ventes ont diminué, entre 2014 et 2016, d'environ :

a. 65 % **b.** 31 % **c.** 20 % **d.** 17 %

Pour les questions 4 et 5, on donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



4. Soit f' la dérivée de f et F une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

a. f' est positive sur [2; 4].

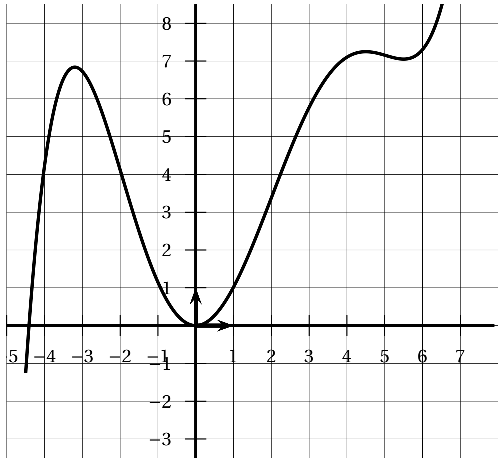
b. f' est négative sur [-3; -1]-

c. F est décroissante sur [2; 4].

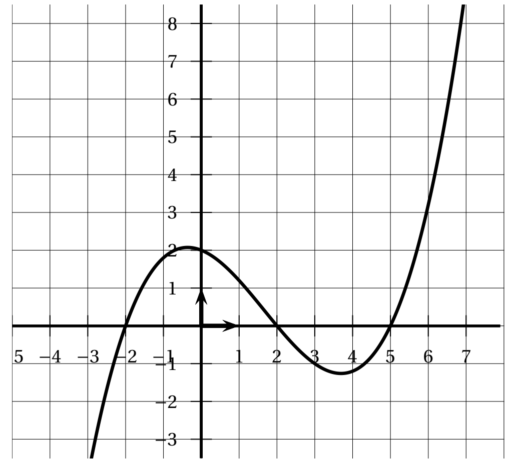
d. F est décroissante sur [-3; -1].

5. Une des courbes ci-dessous représente la fonction f''. Laquelle?

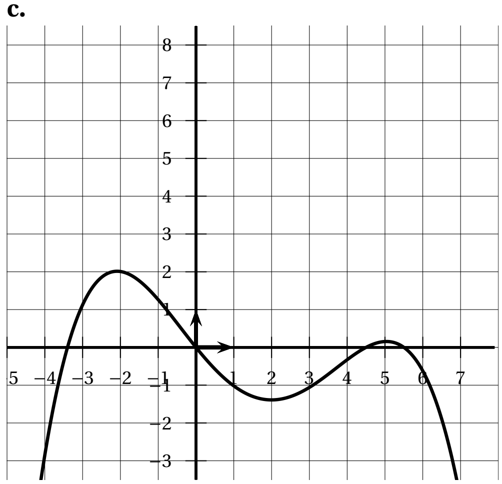
a.



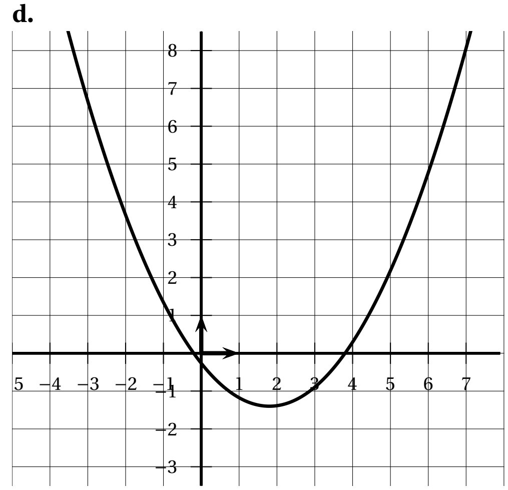
b.



c.



d.



EXERCICE 2 — 4 POINTS

Commun à tous les candidats

Un navigateur s'entraîne régulièrement dans le but de battre le record du monde de traversée de l'Atlantique à la voile.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.

Pour tous évènements A et B, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A, $P(A)$ la probabilité de A et si B est de probabilité non nulle, $P_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

Partie A

Le navigateur décide de modéliser la durée de sa traversée en jour par une loi normale de paramètres $\mu = 7$ et $\sigma = 1$.

1. Quelle est la probabilité que le navigateur termine sa course entre 5 et 8 jours après le départ ?
2. Dans sa catégorie de voilier, le record du monde actuel est de 5 jours.
   Quelle est la probabilité que le navigateur batte le record du monde ?

Partie B

Une entreprise nommée « Régate », s'intéresse aux résultats de ce navigateur.
La probabilité qu'il réalise la traversée en moins de 6 jours est de 0,16.
Si le navigateur réalise la traversée en moins de 6 jours, l'entreprise le sponsorise avec une probabilité de 0,95.
Sinon, l'entreprise hésite et le sponsorise avec une probabilité de 0,50.
On note :

- M l'évènement « la traversée est réalisée par le navigateur en moins de 6 jours » ;
- F l'évènement « l'entreprise sponsorise le navigateur ».

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Montrer que la probabilité que l'entreprise ne sponsorise pas le navigateur à la prochaine course est $0,428$.

3. L'entreprise a finalement choisi de ne pas financer le navigateur.
Calculer la probabilité que le navigateur ait tout de même réalisé la traversée en moins de 6 jours.

Partie C

L'entreprise « Régate »sponsorise plusieurs catégories de sportifs dans le monde nautique.
Ces derniers doivent afficher le slogan « Avec Régate. j'ai 97 % de chance d'être sur le podium ! ».
L'étude des résultats sportifs de l'année a révélé que, parmi 280 sportifs de chez « Régate », 263 sont montés sur le podium. Que penser du slogan ?

EXERCICE 3 **5 POINTS**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Un pays compte 300 loups en 2017. On estime que la population des loups croit naturellement au rythme de 12 % par an. Pour réguler la population des loups. le gouvernement autorise les chasseurs à tuer un quota de 18 loups par an.
On modélise la population par une suite (u_n) le terme u_n représentant le nombre de loups de ce pays en $2017 + n$.

1. **a.** Avec ce modèle vérifier que le nombre de loups de ce pays en 2018 sera de 318.

b. Justifier que, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,12u_n - 18$.

2. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'il détermine au bout de combien d'années la population de loups aura doublé.

```
N ← 0
U ← 300
Tant que ... faire
        U ← ...
        N ← ...
Fin Tant que
```

3. On définit la suite (v_n) par : $v_n = u_n - 150$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $1,12$.
Préciser son terme initial.

b. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n.
En déduire u_n en fonction de n.

c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ? Justifier.
Que peut-on en déduire ?

4. **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation :

$$150 + 1,12^n \times 150 > 600.$$

b. Interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'énoncé.

5. En 2023. avec ce modèle, la population de loups est estimée à 446 loups et le rythme de croissance annuel de la population reste identique. Dans ce cas, une nouvelle décision sera prise par le gouvernement : afin de gérer le nombre de loups dans le pays, il autorisera les chasseurs à tuer un quota de 35 loups par an.

En quelle année la population de loups dépassera-t-elle 600 loups ?

Toute trace de recherche sera valorisée dans cette question.

EXERCICE 3 — 5 POINTS

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour la nouvelle année, Lisa prend la bonne résolution d'aller au travail tous les matins à vélo. Le premier jour, très motivée, Lisa se rend au travail à vélo. Par la suite, elle se rend toujours au travail à vélo ou en voiture.
Elle se rend compte que :

- si elle a pris son vélo un jour, cela renforce sa motivation et elle reprend le vélo le lendemain avec une probabilité de $0,7$;
- si elle a pris sa voiture un jour, la probabilité qu'elle reprenne la voiture le lendemain est de $0,5$.

Cette situation peut être modélisée par un graphe probabiliste de sommets A et B où :

- A est l'évènement « Lisa prend le vélo » ;
- B est l'évènement « Lisa prend la voiture ».

On note, pour tout entier naturel n non nul :

- a_n la probabilité que Lisa aille au travail à vélo le jour n ;
- b_n la probabilité que Lisa aille au travail en voiture le jour n.

1. **a.** Traduire les données par un graphe probabiliste.

b. En déduire la matrice de transition M.

2. **a.** Donner les valeurs de a_1 et b_1 correspondant à l'état initial.

b. Calculer la probabilité arrondie au centième que Lisa prenne le vélo le 8^{e} jour.

3. Déterminer l'état stable du graphe puis interpréter le résultat obtenu.

4. **a.** Montrer que, pour tout nombre entier naturel n non nul : $a_{n+1} = 0,7a_n + 0,5b_n$.

b. En déduire que pour tout entier naturel non nul n : $a_{n+1} = 0,2a_n + 0,5$.

5. **a.** Recopier et compléter l'algorithme suivant permettant de déterminer le plus petit entier n tel que $a_n < 0,626$.

```
N ← 1
A ← 1
Tant que ... faire
        A ← ...
        N ← ...
Fin Tant que
```

b. Quelle est la valeur de N après exécution de l'algorithme ? Interpréter ce résultat.

EXERCICE 4 — 6 POINTS

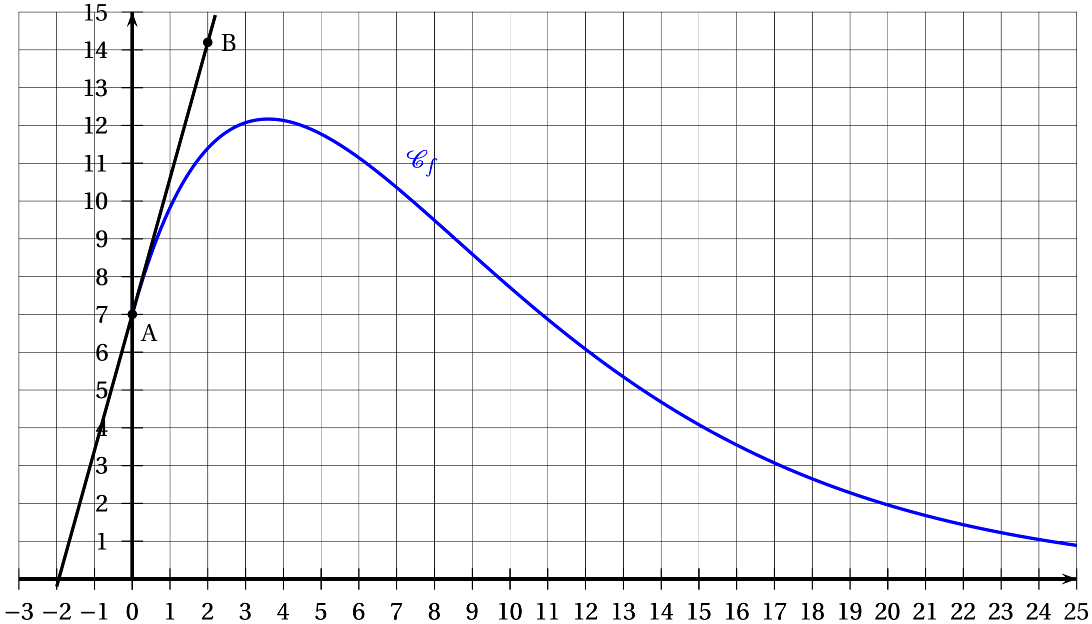
Commun à tous les candidats

Partie A

On a tracé sur le graphique ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur $[0 ; 25]$ par :

$$f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-0,2x}$$

où a et b sont deux nombres réels.
On a représenté également sa tangente T au point A(0 ; -7). T passe par le point B(2 ; 14,2).



1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 6$.
2. **a.** Déterminer, par un calcul le coefficient directeur de la droite T.

   b. Exprimer, pour tout $x \in [0 ; 25]$, $f'(x)$ en fonction de a et b.

   c. Montrer que a et b sont solutions du système

$$\left\{\begin{array}{rcr} a-0,2b & = & 3,6\\ b & = & 7\end{array}\right.$$

   En déduire la valeur de a.

Partie B

1. Étudier les variations de la fonction f définie sur $[0 ; 25]$ par

$$f(x) = (5x+7)\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

   Justifier.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 6$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0 ; 25]$.
   Donner une valeur approchée au dixième de α.
3. Un logiciel de calcul formel donne le résultat suivant.

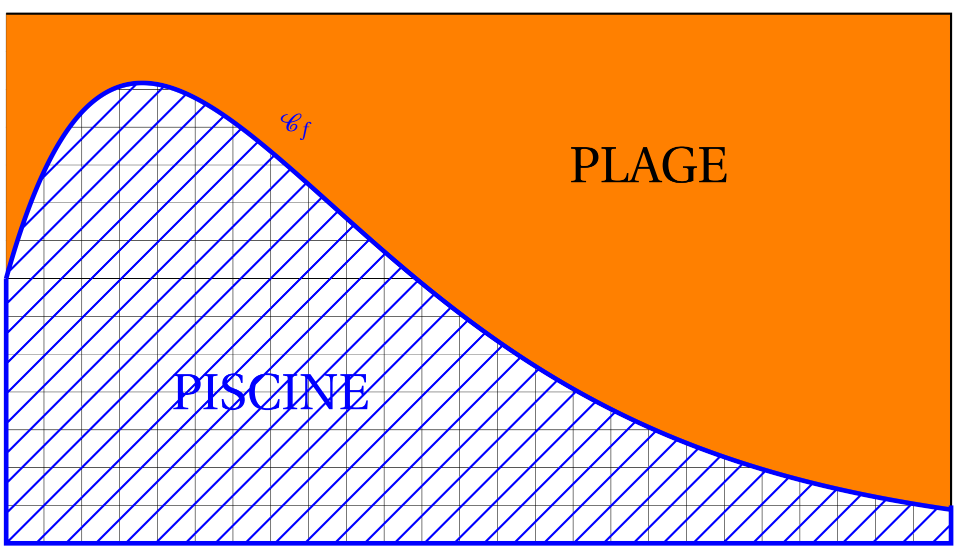
`Dériver` $((-25x-160)\mathrm{e}^{-0,2x}$
$(5x+7)\mathrm{e}^{-0,2x}$

   Exploiter ce résultat pour donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au millième de $\displaystyle\int_0^{25} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie C

Un organisme de vacances souhaite ouvrir un nouveau centre avec une piscine bordée de sable. Il dispose d'un espace rectangulaire de 25 mètres de longueur sur 14 mètres de largeur et souhaite que la piscine et la « plage »se partagent l'espace comme indiqué sur le schéma ci-dessous.
La bordure est modélisée par la fonction f étudiée dans la partie précédente.

1. Quelle est l'aire en m^2 de la zone hachurée représentant la piscine ?
2. L'organisme décide de remplacer cette piscine par une piscine rectangulaire de 25 mètres de longueur et de même superficie.
   Quelle en sera la largeur arrondie au dixième de mètre ?



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Antilles-Guyane 19 juin 2018

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-10\ ;\ 10]$ par $f(x) = (2x-3)\mathrm{e}^{-3x}$.
L'équation $f(x) = 0$ admet sur l'intervalle $[-10\ ;\ 10]$:

a. 0 solution — **b.** 1 solution
c. 2 solutions — **d.** 3 solutions ou plus

2. Dans un repère $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ on considère la courbe représentative de la fonction $x \longmapsto \ln(x)$; l'équation de sa tangente au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 1$ — **b.** $y = x - 1$ — **c.** $y = 1 - x$ — **d.** $y = x + 1$

3. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale de paramètres $\mu = 25$ et $\sigma = 3$.
La meilleure valeur approchée du réel t tel que $P(X > t) = 0,025$ est :

a. $t \approx 0,97$ — **b.** $t \approx 19,12$ — **c.** $t \approx 28$ — **d.** $t \approx 30,88$

4. Anne prévoit d'appeler Benoît par téléphone à un moment choisi au hasard entre 8 h 30 et 10 h.
Benoît sera dans un train à partir de 9 h pour un trajet de plusieurs heures.
Quelle est la probabilité qu'Anne appelle Benoît alors qu'il est dans le train ?

a. $\dfrac{60}{150}$ — **b.** $\dfrac{2}{3}$ — **c.** $\dfrac{6}{13}$ — **d.** $\dfrac{1}{3}$

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Dans tout cet exercice les résultats seront arrondis au centième si nécessaire

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone. Le but de ce jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types : « Terre », « Air » ou « Feu ».
Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut, en cours de partie, conserver ce personnage ou changer une seule fois de type de personnage.
Le jeu a été programmé de telle sorte que :

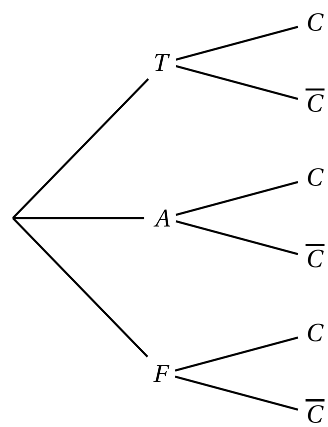
- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Terre » est 0,3 ;

- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Air » est $0,5$;
- si la partie débute avec un personnage de type « Terre », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,5$;
- si la partie débute avec un personnage de type « Air », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,4$;
- si la partie débute avec un personnage de type « Feu », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,9$.

On note les évènements suivants :

- T : la partie débute avec un personnage de type « Terre » ;
- A : la partie débute avec un personnage de type « Air » ;
- F : la partie débute avec un personnage de type « Feu » ;
- C : Victor conserve le même personnage tout au long de la partie.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Calculer la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type « Air ».

3. Justifier que la probabilité que Victor conserve le personnage obtenu en début de partie est $0,53$.

4. On considère une partie au cours de laquelle Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie.
Quelle est la probabilité que ce soit un personnage de type « Air » ?

Partie B

On considère 10 parties jouées par Victor, prises indépendamment les unes des autres. On rappelle que la probabilité que Victor obtienne un personnage de type « Terre » est $0,3$.
Y désigne la variable aléatoire qui compte le nombre de personnages de type « Terre » obtenus au début de ses 10 parties.

1. Justifier que cette situation peut être modélisée par une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu exactement 3 personnages de type « Terre » au début de ses 10 parties.

3. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu au moins une fois un personnage de type « Terre » au début de ses 10 parties.

Exercice 2 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

Franck joue en ligne sur internet.

Partie A

Après plusieurs semaines, des statistiques données par le logiciel lui permettent de dire que :

- quand il gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la suivante est égale à $0,65$;
- quand il perd une partie, la probabilité qu'il gagne la suivante est égale à $0,42$.

On note G l'état : « Franck gagne la partie » et P l'état : « Franck perd la partie ».
Sur une période donnée, on note, pour tout entier naturel n non nul :

- g_n la probabilité que Franck gagne la n-ième partie ;
- p_n la probabilité que Franck perde la n-ième partie.

Dans cette période, Franck a gagné la première partie.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets notés G et P.

2. **a.** Écrire la matrice de transition M dans l'ordre G-P.

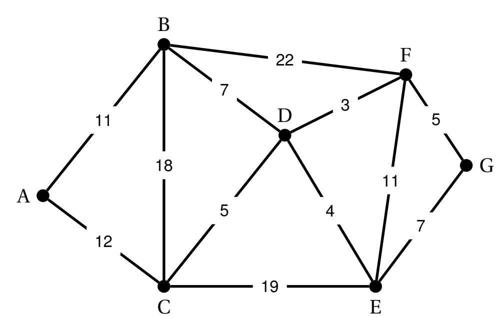
b. Calculer la probabilité que Franck gagne la troisième partie.

3. Déterminer l'état stable du système et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Dans ce jeu vidéo, Franck circule dans des catacombes infestées de monstres qu'il doit combattre.

On a représenté ci-contre le graphe modélisant ces catacombes.
Les sommets représentent les salles et les arêtes représentent les couloirs.
Les étiquettes du graphe correspondent au nombre de monstres présents dans chaque couloir.



1. **a.** Justifier qu'il est possible, au départ d'une salle quelconque, d'y revenir après avoir parcouru tous les couloirs une et une seule fois.

b. Donner un tel chemin.

2. Franck débute le jeu dans la salle A et doit atteindre l'adversaire final en salle G.

Existe-t-il un chemin permettant de se rendre de la salle A à la salle G en passant une et une seule fois par tous les couloirs ?

3. Une fois arrivé en salle G, Franck souhaite revenir en salle A en affrontant le moins de monstres possible afin de recommencer une nouvelle partie.

Déterminer ce trajet minimal et préciser le nombre de monstres affrontés.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

On définit deux suites (u_n) et (v_n) par, pour tout entier naturel n

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 10 \\ u_{n+1} & = & u_n + 0,4 \end{array}\right. \quad \text{et} \quad \left\{\begin{array}{lcl} v_0 & = & 8 \\ v_{n+1} & = & 1,028 v_n \end{array}\right.$$

1. **a.** Parmi ces deux suites, préciser laquelle est arithmétique et laquelle est géométrique ; donner leurs raisons respectives.

   b. Exprimer u_n et v_n en fonction de l'entier naturel n.

2. On donne l'algorithme suivant dans lequel n est un entier naturel, et U et V sont des réels qui désignent respectivement les termes de rang n des suites (u_n) et (v_n) :

```
n ← 0
U ← 10
V ← 8
Tant que U > V
    U ← U + 0,4
    V ← V × 1,028
    n ← n + 1
Fin Tant que
```

   En sortie de cet algorithme, n a pour valeur 46.

   Interpréter ce résultat.

3. En 1798, l'économiste anglais Thomas Malthus publie « An essay on the principle of population » dans lequel il émet l'hypothèse que l'accroissement de la population, beaucoup plus rapide que celui des ressources alimentaires, conduira son pays à la famine.

   Il écrit :

   « *Nous pouvons donc tenir pour certain que, lorsque la population n'est arrêtée par aucun obstacle, elle va doublant tous les vingt-cinq ans, et croît de période en période selon une progression géométrique. [...] Nous sommes donc en état de prononcer, en partant de l'état actuel de la terre habitée, que les moyens de subsistance, dans les circonstances les plus favorables de l'industrie, ne peuvent jamais augmenter plus rapidement que selon une progression arithmétique.* »

   En 1800, la population de l'Angleterre était estimée à 8 millions d'habitants et l'agriculture anglaise pouvait nourrir 10 millions de personnes. Le modèle de Malthus admet que la population augmente de 2,8 % chaque année et que les progrès de l'agriculture permettent de nourrir 0,4 million de personnes de plus chaque année.

   On utilisera ce modèle pour répondre aux questions suivantes.

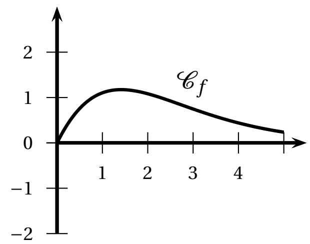
   a. Quelle aurait été, en million d'habitants, la population de l'Angleterre en 1810 ?

   On arrondira le résultat au millième.

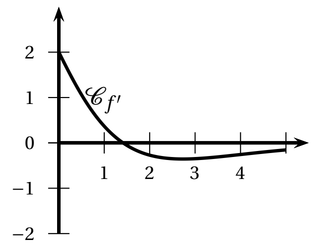
   b. À partir de quelle année la population de l'Angleterre aurait-elle dépassé 16 millions d'habitants ?

   c. À partir de quelle année la population de l'Angleterre serait-elle devenue trop grande pour ne plus être suffisamment nourrie par son agriculture ?

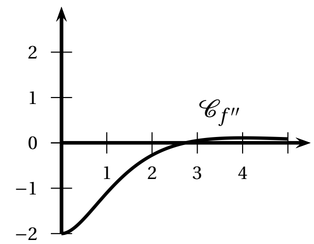
Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats



Courbe $\mathscr{C}_f$



Courbe $\mathscr{C}_{f'}$



Courbe $\mathscr{C}_{f''}$

On donne ci-dessus la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative dans un repère donné d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ ainsi que les courbes représentatives $\mathscr{C}_{f'}$ et $\mathscr{C}_{f''}$ respectivement de la dérivée f' et de la dérivée seconde f'' de la fonction f.

Partie A

Dans cette partie les réponses seront obtenues à l'aide de lectures graphiques.

1. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs du nombre réel pour lequel la fonction f semble atteindre son maximum.

2. a. Donner un intervalle défini par deux entiers sur lequel la fonction f semble convexe.

b. Expliquer pourquoi on peut conjecturer que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet un point d'inflexion.
Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de l'abscisse de ce point d'inflexion.

3. Parmi les équations suivantes quelle est l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 ?

$y = x$ $\qquad$ $y = 2x+1$ $\qquad$ $y = 2x$ $\qquad$ $y = \dfrac{3}{4}x$

4. On note $I = \displaystyle\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x$ où f' est la fonction dérivée de f.
Comment s'interprète graphiquement ce nombre I ?

Partie B

La fonction f représentée ci-dessus est définie sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ par $f(x) = \left(x^2+2x\right)\mathrm{e}^{-x}$.

1. a. Montrer que la dérivée f' de f est définie par $f'(x) = \left(-x^2+2\right)\mathrm{e}^{-x}$ pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,5]$.

b. Déterminer les variations de f sur $[0\,;\,5]$ et préciser l'abscisse de son maximum.

c. Donner la valeur arrondie au millième du maximum de f.

2. Avec un outil de calcul on obtient, pour $\displaystyle\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x$ et $f(1)$, la même valeur approchée 1,103 64.
Ces deux valeurs sont-elles égales ?

Durée : 3 heures

ൟ Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion 22 juin 2018 ൟ

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

Le temps passé par un client, en minute, dans un supermarché peut être modélisé par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance $\mu = 45$ et d'écart-type $\sigma = 12$.

Pour tout évènement E, on note $p(E)$ sa probabilité.

1. Déterminer, en justifiant :

  a. $p(X = 10)$

  b. $p(X \geqslant 45)$

  c. $p(21 \leqslant X \leqslant 69)$

  d. $p(21 \leqslant X \leqslant 45)$

2. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'un client passe entre 30 et 60 minutes dans ce supermarché.

3. Déterminer la valeur de a, arrondie à l'unité, telle que $P(X \leqslant a) = 0,30$. Interpréter la valeur de a dans le contexte de l'énoncé.

Partie B

En 2013, une étude a montré que 89 % des clients étaient satisfaits des produits de ce supermarché.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la proportion de clients satisfaits pour un échantillon de 300 clients pris au hasard en 2013.

Lors d'une enquête réalisée en 2018 auprès de 300 clients choisis au hasard, 286 ont déclaré être satisfaits.

2. Calculer la fréquence de clients satisfaits dans l'enquête réalisée en 2018.

3. Peut-on affirmer, au seuil de 95 %, que le taux de satisfaction des clients est resté stable entre 2013 et 2018 ? Justifier.

Exercice 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Reporter sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Aucune justification n'est demandée.
Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

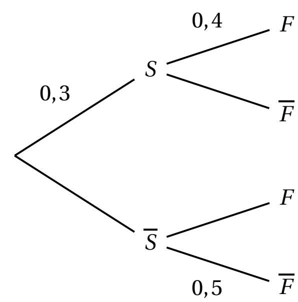
Dans un établissement scolaire, 30 % des élèves sont inscrits dans un club de sport, et parmi eux, 40 % sont des filles. Parmi ceux n'étant pas inscrits dans un club de sport, 50 % sont des garçons.

Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E et $p(E)$ sa probabilité. Pour tout évènement F de probabilité non nulle, on note $P_F(E)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.

On interroge un élève au hasard et on considère les évènements suivants :

- S : « l'élève est inscrit dans un club de sport »
- F : « l'élève est une fille »

La situation est représentée par l'arbre pondéré ci-contre.



1. La probabilité $p_{\overline{F}}(S)$ est la probabilité que l'élève soit :
   a. inscrit dans un club de sport sachant que c'est un garçon ;
   b. un garçon inscrit dans un club de sport ;
   c. inscrit dans un club de sport ou un garçon ;
   d. un garçon sachant qu'il est inscrit dans un club de sport.

2. On admet que $P(F) = 0,47$. La valeur arrondie de $P_F(S)$ est :

   a. 0,141 **b.** 0,255 **c.** 0,400 **d.** 0,638

Partie B

Soit g la fonction définie sur $[-1 ; 4]$ par $g(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère.

1. La tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse 1 a pour équation :

   a. $y = -3x^2 + 6x$ **b.** $y = 3x - 2$ **c.** $y = 3x - 3$ **d.** $y = 2x - 1$

2. La valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[-1 ; a]$ est nulle pour :

   a. $a = 0$ **b.** $a = 1$ **c.** $a = 2$ **d.** $a = 3$

Exercice 3 **5 points**
Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Un lac de montagne est alimenté par une rivière et régulé par un barrage, situé en aval, d'une hauteur de 10 m.
On mesure le niveau de l'eau chaque jour à midi.
Le 1er janvier 2018, à midi, le niveau du lac était de 6,05 m.

Entre deux mesures successives, le niveau d'eau du lac évolue de la façon suivante :

- d'abord une augmentation de 6 % (apport de la rivière) ;
- ensuite une baisse de 15 cm (écoulement à travers le barrage).

1. On modélise l'évolution du niveau d'eau du lac par une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, le terme u_n représentant le niveau d'eau du lac à midi, en cm, n jours après le 1er janvier 2018.
   Ainsi le niveau d'eau du lac, en cm, le 1er janvier 2018 est donné par $u_0 = 605$.

   a. Calculer le niveau du lac, en cm, le 2 janvier 2018 à midi.

b. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,06u_n - 15$.

2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 250$.

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $1,06$.
Préciser son terme initial.

b. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 355 \times 1,06^n + 250$.

3. Lorsque le niveau du lac dépasse 10 m, l'équipe d'entretien doit agrandir l'ouverture des vannes du barrage.

a. Déterminer la limite de la suite (u_n).

b. L'équipe d'entretien devra-t-elle ouvrir les vannes afin de réguler le niveau d'eau ? Justifier la réponse.

4. Afin de déterminer la première date d'intervention des techniciens, on souhaite utiliser l'algorithme incomplet ci-dessous.

```
N ← 0
U ← 605
Tant que .................... faire
        U ← ...................
        N ← N + 1
Fin Tant que
```

a. Recopier et compléter l'algorithme.

b. À la fin de l'exécution de l'algorithme, que contient la variable N ?

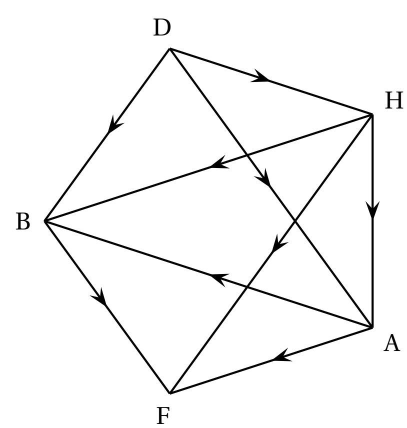
c. En déduire la première date d'intervention des techniciens sur les vannes du barrage.

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Un parcours sportif est composé d'un banc pour abdominaux, de haies et d'anneaux. Le graphe orienté ci-contre indique les différents parcours conseillés partant de D et terminant à F.



Les sommets sont : D (départ), B (banc pour abdominaux), H (haies), A (anneaux) et F (fin du parcours).

Les arêtes représentent les différents sentiers reliant les sommets.

1. Quel est l'ordre du graphe ?

2. On note M la matrice d'adjacence de ce graphe où les sommets sont rangés dans l'ordre alphabétique.

a. Déterminer M.

b. On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

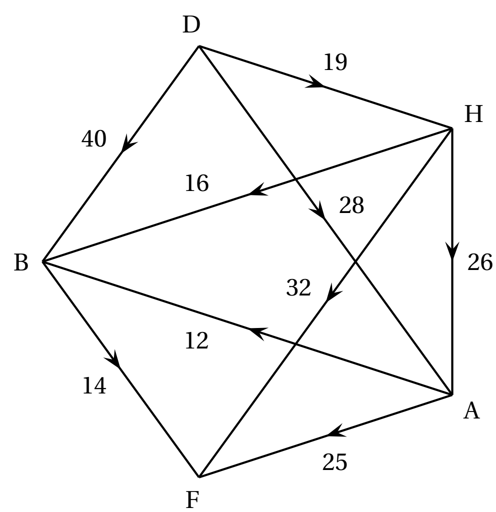
Assia souhaite aller de D à F en faisant un parcours constitué de 3 arêtes.

Est-ce possible ? Si oui, combien de parcours différents pourra-t-elle emprunter ?

Préciser ces trajets.

3. Assia a relevé ses temps de course en minute entre les différents sommets. Ces durées sont portées sur le graphe ci-dessous.

Lors d'un entraînement, Assia souhaite courir le moins longtemps possible en allant de D à F. Déterminer le trajet pour lequel le temps de course est minimal et préciser la durée de sa course.



Partie B

Le responsable souhaite ajouter une barre de traction notée T. De nouveaux sentiers sont construits et de nouveaux parcours sont possibles.

La matrice d'adjacence N associée au graphe représentant les nouveaux parcours, dans lequel les sommets sont classés en ordre alphabétique, est

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Compléter l'annexe 1 à rendre avec la copie, en ajoutant les arêtes nécessaires au graphe orienté correspondant à la matrice N.

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[-2~;~4]$ par

$$f(x) = (2x+1)\mathrm{e}^{-2x} + 3.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans une repère. Une représentation graphique est donnée en annexe.

1. On note f' la fonction dérivée de f. Montrer que, pour tout $x \in [-2~;~4]$,

$$f'(x) = -4x\mathrm{e}^{-2x}.$$

2. Étudier les variations de f.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[-2~;~0]$ et donner une valeur approchée au dixième de cette solution.

4. On note f'' la fonction dérivée de f'. On admet que, pour tout $x \in [-2~;~4]$,

$$f''(x) = (8x-4)\mathrm{e}^{-2x}.$$

a. Étudier le signe de f'' sur l'intervalle $[-2~;~4]$.

b. En déduire le plus grand intervalle sur lequel f est convexe.

5. On note g la fonction définie sur l'intervalle $[-2~;4]$ par $g(x) = (2x+1)\mathrm{e}^{-2x}$.

a. Vérifier que la fonction G définie pour tout $x \in [-2~;~4]$ par $G(x) = (-x-1)\mathrm{e}^{-2x}$ est une primitive de la fonction g.

b. En déduire une primitive F de f.

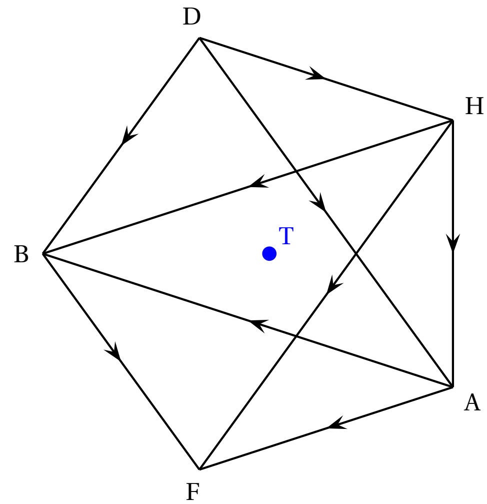
6. On note $\mathscr{A}$ l'aire du domaine $\mathscr{D}$ compris entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

a. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ sur le graphique donné en annexe, à rendre avec la copie.

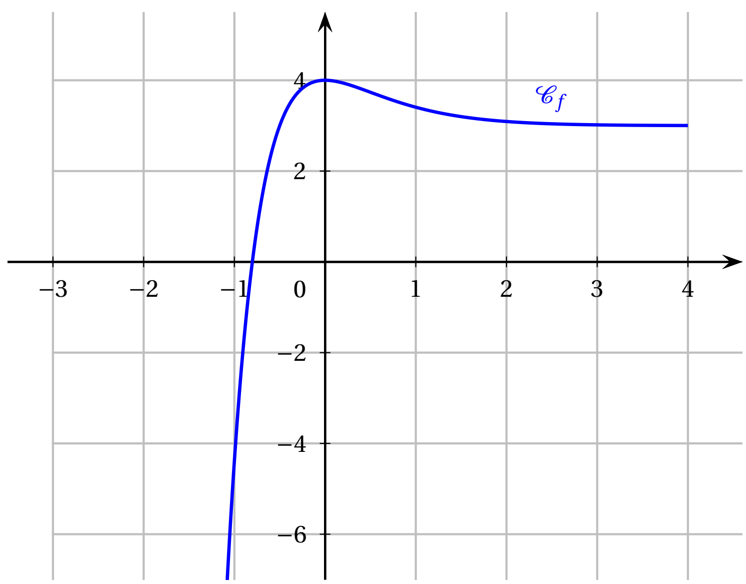
b. Par lecture graphique, donner un encadrement de $\mathscr{A}$, en unité d'aire, par deux entiers consécutifs.

c. Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$, puis une valeur approchée au centième.

Annexe 1
Exercice 3 - Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité



Annexe 2
Exercice 4 - Commun à tous les candidats



Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat Terminale ES Polynésie 22 juin 2018 ∽

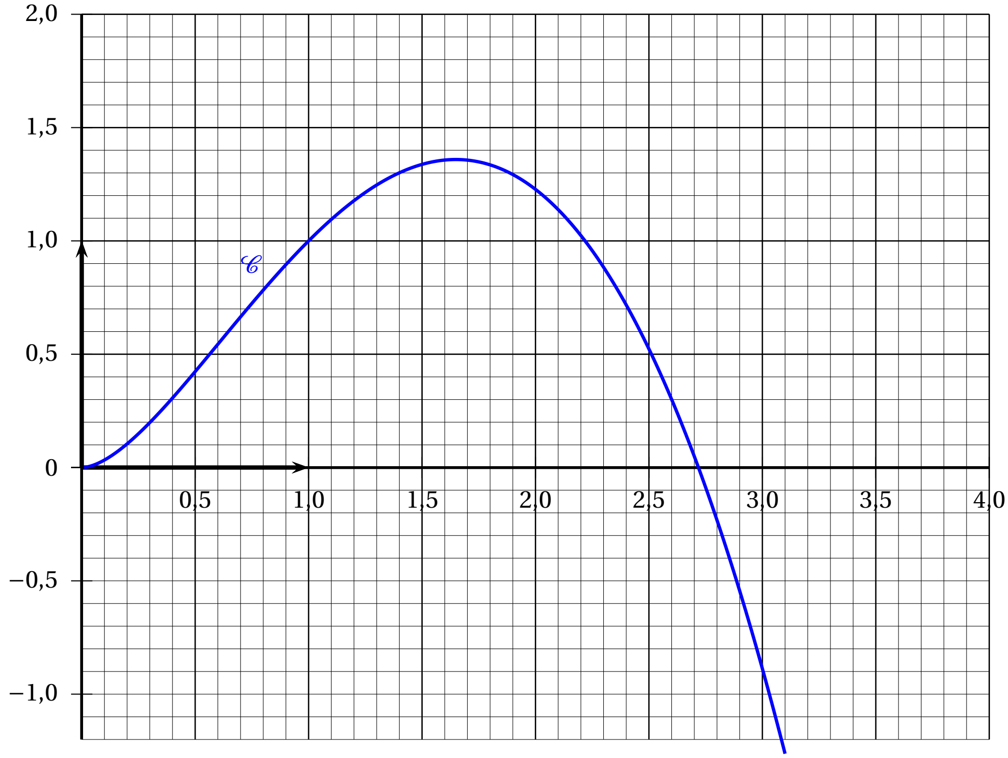
Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,3]$ par

$$f(x) = x^2(1 - \ln x).$$

On donne ci-dessous sa courbe représentative $\mathscr{C}$.



On admet que f est deux fois dérivable sur $]0\,;\,3]$, on note f' sa fonction dérivée et on admet que sa dérivée seconde f'' est définie sur $]0\,;\,3]$ par : $f''(x) = -1 - 2\ln x$.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

1. Sur $]0\,;\,3]$, $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse :

   a. e **b.** 2,72 **c.** $\dfrac{1}{2}\mathrm{e} + 1$

2. $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion d'abscisse :

   a. e **b.** $\dfrac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$ **c.** $\sqrt{\mathrm{e}}$

3. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;\,3]$ on a :

a. $f'(x) = x(1-2\ln x)$ **b.** $f'(x) = -\dfrac{2}{x}$ **c.** $f'(x) = -2$

4. Sur l'intervalle $[1\,;\,3]$:

a. f est convexe **b.** f est décroissante **c.** f' est décroissante

5. Une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse e s'écrit :

a. $y = -x + \text{e}$ **b.** $y = -\text{e}x$ **c.** $y = -\text{e}x + \text{e}^2$

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.
Les résultats numériques seront donnés, si nécessaire, sous forme approchée à 0,001 près.

Partie A

Une entreprise est composée de 3 services A, B et C d'effectifs respectifs 450, 230 et 320 employés.
Une enquête effectuée sur le temps de parcours quotidien entre le domicile des employés et l'entreprise a montré que :

40 % des employés du service A résident à moins de 30 minutes de l'entreprise ;

20 % des employés du service B résident à moins de 30 minutes de l'entreprise ;

80 % des employés du service C résident à moins de 30 minutes de l'entreprise.

On choisit au hasard un employé de cette entreprise et on considère les évènements suivants :

A : « l'employé fait partie du service A » ;

B : « l'employé fait partie du service B » ;

C : « l'employé fait partie du service C » ;

T : « l'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité d'un évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$.

1. **a.** Justifier que $P(A) = 0,45$.
   b. Donner $P_A(T)$.
   c. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré en indiquant les probabilités associées à chaque branche.
2. Déterminer la probabilité que l'employé choisi soit du service A et qu'il réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail.
3. Montrer que $P(T) = 0,482$.
4. Sachant qu'un employé de l'entreprise réside à plus de 30 minutes de son lieu de travail, déterminer la probabilité qu'il fasse partie du service C.
5. On choisit successivement de manière indépendante 5 employés de l'entreprise. On considère que le nombre d'employés est suffisamment grand pour que ce tirage soit assimilé à un tirage avec remise. Déterminer la probabilité qu'exactement 2 d'entre eux résident à moins de 30 minutes de leur lieu de travail.

Partie B

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque employé en France, associe son temps de trajet quotidien, en minutes, entre son domicile et l'entreprise. Une enquête montre que X suit une loi normale d'espérance 40 et d'écart type 10.

1. Calculer la probabilité que le trajet dure entre 20 minutes et 40 minutes.
2. Déterminer $P(X > 50)$.
3. À l'aide de la méthode de votre choix, déterminer une valeur approchée du nombre a à l'unité près, tel que $P(X > a) = 0,2$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Cette entreprise souhaite faire une offre de transport auprès de ses employés. Un sondage auprès de quelques employés est effectué afin d'estimer la proportion d'employés dans l'entreprise intéressés par cette offre de transport. On souhaite ainsi obtenir un intervalle de confiance d'amplitude strictement inférieure à 0,15 avec un niveau de confiance de 0,95. Quel est le nombre minimal d'employés à consulter ?

Exercice 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

En économie le résultat net désigne la différence entre la recette et les charges d'une entreprise sur une période donnée. Lorsqu'il est strictement positif, c'est un bénéfice.

Propriétaire d'une société, Pierre veut estimer son résultat net à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2018, celui-ci était de 10 000 euros.

Pierre modélise ce résultat net par une suite (u_n) de premier terme $u_0 = 10\,000$ et de terme général u_n tel que

$$u_{n+1} = 1,02u_n - 500$$

où n désigne le nombre de mois écoulés depuis janvier 2018.

1. Quel est le montant du résultat net réalisé à la fin du mois de mars 2018 ?
2. Pour tout entier naturel n, on pose $a_n = u_n - 25\,000$.
   a. Montrer que la suite (a_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme a_0 et la raison.
   b. Exprimer a_n en fonction de n et montrer que, pour tout entier naturel n,
   $u_n = 25\,000 - 15\,000 \times 1,02^n$.
   c. Résoudre l'inéquation $25\,000 - 15\,000 \times 1,02^n > 0$ où n désigne un entier naturel.
   Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.
3. À l'aide d'un algorithme, Pierre souhaite déterminer le cumul total des résultats nets mensuels de la société jusqu'au dernier mois où l'entreprise est bénéficiaire.
   Recopier et compléter l'algorithme pour qu'à la fin de son exécution, la variable N contienne le nombre de mois pendant lesquels l'entreprise est bénéficiaire et la variable S le cumul total des résultats nets mensuels sur cette période.

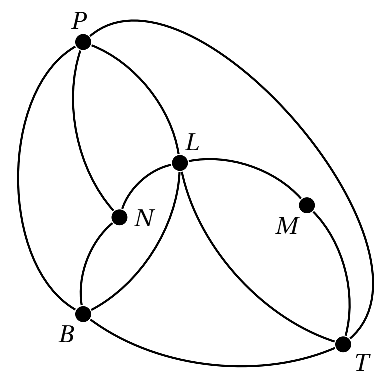
```
U ← 10000
S ← 0
N ← 0
Tant que ......
        S ......
        U ......
        N ......
Fin Tant que
```

Exercice 3 **4 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un journaliste britannique d'une revue consacrée à l'automobile doit tester les autoroutes françaises. Pour remplir sa mission, il décide de louer une voiture et de circuler entre six grandes villes françaises : Bordeaux (B), Lyon (L), Marseille (M), Nantes (N), Paris (P) et Toulouse (T).

Le réseau autoroutier reliant ces six villes est modélisé par le graphe ci-dessous sur lequel les sommets représentent les villes et les arêtes les liaisons autoroutières entre ces villes.



Partie A

1. **a.** Quel est l'ordre du graphe ?

   b. Le graphe est-il complet ? Justifier la réponse.

2. **a.** On admet que le graphe est connexe. Le journaliste envisage de parcourir chacune des liaisons modélisées sur le graphe une fois et une seule. Est-ce possible ? Justifier la réponse.

   b. Le journaliste va-t-il pouvoir louer sa voiture dans un aéroport parisien, parcourir chacune des liaisons une et une seule fois puis rendre la voiture dans le même aéroport ? Justifier la réponse.

3. On nomme G la matrice d'adjacence du graphe (les villes étant rangées dans l'ordre alphabétique). On donne :

$$G = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et } G^3 = \begin{pmatrix} 10 & 13 & 5 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 12 & 8 & 11 & 13 & 12 \\ 5 & 8 & 2 & 5 & 5 & 7 \\ 10 & 11 & 5 & 6 & 10 & 7 \\ 11 & 13 & 5 & 10 & 10 & 12 \\ 12 & 12 & 7 & 7 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

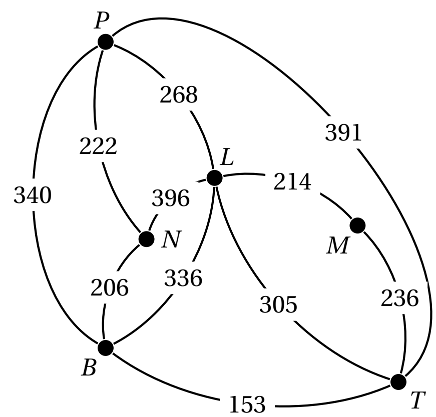
   a. Recopier et compléter la matrice d'adjacence.

   b. Alors qu'il se trouve à Paris, le rédacteur en chef demande au journaliste d'être à Marseille exactement trois jours plus tard pour assister à une course automobile. Le journaliste décide chaque jour de s'arrêter dans une ville différente.

   Déterminer le nombre de trajets possibles.

Partie B

On a indiqué sur le graphe ci-dessous le temps nécessaire en minutes pour parcourir chacune des liaisons autoroutières.



Le journaliste se trouve à Nantes et désire se rendre le plus rapidement possible à Marseille.
Déterminer un trajet qui minimise son temps de parcours.

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment.

Une usine qui fabrique un produit A, décide de fabriquer un nouveau produit B afin d'augmenter son chiffre d'affaires. La quantité, exprimée en tonnes, fabriquée par jour par l'usine est modélisée par :

— la fonction f définie sur $[0\,;\,14]$ par

$$f(x) = 2\,000\mathrm{e}^{-0,2x}$$

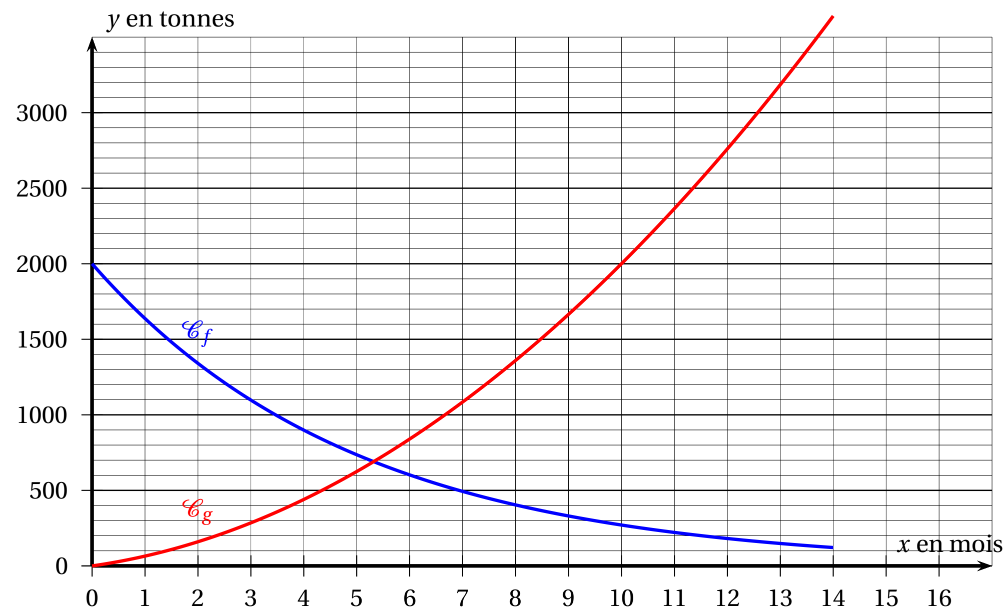
pour le produit A;

— la fonction g définie sur $[0\,;\,14]$ par

$$g(x) = 15x^2 + 50x$$

pour le produit B, où x est la durée écoulée depuis le lancement du nouveau produit B exprimée en mois.

Leurs courbes représentatives respectives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont données ci-dessous.



Partie A

Par lecture graphique, sans justification et avec la précision permise par le graphique :

1. Déterminer la durée nécessaire pour que la quantité de produit B dépasse celle du produit A.
2. L'usine ne peut pas fabriquer une quantité journalière de produit B supérieure à 3 000 tonnes. Au bout de combien de mois cette quantité journalière sera atteinte ?

Partie B

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,14]$ on pose $h(x) = f(x) + g(x)$.
On admet que la fonction h ainsi définie est dérivable sur $[0\,;\,14]$.

1. **a.** Que modélise cette fonction dans le contexte de l'exercice ?
   b. Montrer que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,14]$ $h'(x) = -400\text{e}^{-0,2x} + 30x + 50$.
2. On admet que le tableau de variation de la fonction h' sur l'intervalle $[0\,;\,14]$ est :

x	0	14
variations de h'	-350 $\nearrow$	$h'(14) \approx 446$

   a. Justifier que l'équation $h'(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0\,;\,14]$ et donner un encadrement d'amplitude 0,1 de α.
   b. En déduire les variations de la fonction h sur l'intervalle $[0\,;\,14]$.
3. Voici un algorithme :

$Y \leftarrow -400\exp(-0,2X) + 30X + 50$
Tant que $Y \leqslant 0$
    $X \leftarrow X + 0,1$
    $Y \leftarrow -400\exp(-0,2X) + 30X + 50$
Fin Tant que

a. Si la variable X contient la valeur 3 avant l'exécution de cet algorithme, que contient la variable X après l'exécution de cet algorithme ?

b. En supposant toujours que la variable X contient la valeur 3 avant l'exécution de cet algorithme, modifier l'algorithme de façon à ce que X contienne une valeur approchée à $0,001$ près de α après l'exécution de l'algorithme.

4. **a.** Vérifier qu'une primitive H de la fonction h sur $[0\,;\,14]$ est :

$$H(x) = -10\,000\mathrm{e}^{-0,2x} + 5x^3 + 25x^2.$$

b. Calculer une valeur approchée à l'unité près de $\dfrac{1}{12}\displaystyle\int_0^{12} h(x)\,\mathrm{d}x$.

c. Donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Polynésie 4 septembre 2018

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Une justification est attendue.

Affirmation A

Un objet subit trois augmentations successives de 10 %. Une baisse de 25 % suffit à ramener le prix de cet objet en dessous de son prix initial.

Affirmation B

Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = \ln x - \dfrac{1}{x} + 2$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 passe par le point de coordonnées $(2~;~3)$.

Affirmation C

La valeur exacte de la somme des 12 premiers termes de la suite géométrique (u_n) de premier terme 4 et de raison $\dfrac{1}{3}$ est : $6\left[1 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^{13}\right]$.

Affirmation D

Dans un hôtel, le petit déjeuner n'est servi que jusqu'à 10 heures 15 minutes. Pierre, qui réside dans cet hôtel, se lève entre 9 heures et 11 heures.

On admet que l'heure de lever de Pierre est modélisée par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[9~;~11]$. La probabilité que Pierre ne puisse pas prendre son petit déjeuner est $0,425$.

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les différentes parties de cet exercice sont indépendantes.

Sauf mention contraire, les résultats seront donnés sous forme approchée à 0,001près

Partie A

Une étude portant sur la recharge des véhicules électriques indique que 10 % des recharges sont effectuées sur des bornes publiques. Dans les autres cas, la recharge s'effectue chez des particuliers.

Il existe deux types de recharge : la recharge « standard » et la recharge « accélérée ».

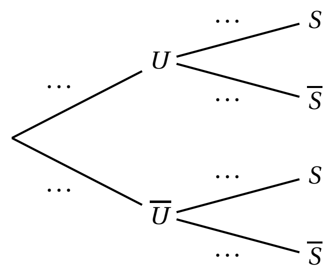
Les recharges « standard » représentent 25 % des recharges effectuées sur des bornes publiques et 95 % des recharges effectuées chez les particuliers.

On choisit au hasard un véhicule électrique qui vient d'être rechargé et on considère les évènements suivants :

- U : « la recharge a été effectuée sur une borne publique » ;
- S : « la recharge a été effectuée de façon standard ».

On rappelle que si A et B sont deux évènements, la probabilité de l'évènement A est notée $P(A)$ et celle de A sachant B est notée $P_B(A)$. De plus, $\overline{A}$ désigne l'évènement contraire de A.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. Justifier que $P(S) = 0,88$.

3. Sachant que le véhicule choisi a été rechargé de façon standard, calculer la probabilité que la recharge ait été effectuée sur une borne publique.

Partie B

Une société fabriquant des batteries pour véhicules électriques effectue une charge complète de chacune de ses batteries lors de la fabrication. Des études statistiques ont permis de modéliser la durée de charge de ces batteries, exprimée en heures, par une variable aléatoire T suivant une loi normale de moyenne 6 et d'écart type σ.

1. Sachant qu'environ 95 % des durées de charge sont comprises entre 2,6 h et 9,4 h, justifier que l'on peut choisir $\sigma = 1,7$.

2. **a.** Calculer $P(T > 7)$.

b. Sachant que l'une des batteries mise en charge n'est pas rechargée complètement au bout de 7 heures, quelle est la probabilité qu'elle ne le soit toujours pas au bout de 9 heures ?

Partie C

Le fabriquant de batteries affirme que 80 % de ses batteries peuvent assurer 350 cycles de rechargement complet sans perte significative de puissance.
Une association de consommateurs réalise une enquête sur 57 batteries de cette marque.
Parmi celles-ci, seules 40 n'ont pas subi de perte de puissance significative. Cette étude peut-elle remettre en cause l'affirmation du constructeur ? Justifier la réponse.

Exercice 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les différentes parties de cet exercice sont indépendantes

Au 1$^{\text{er}}$ janvier 2018, madame DURAND dispose d'un capital de 16 000 €. Le 1$^{\text{er}}$ juillet de chaque année, elle prélève 15 % du capital disponible en prévision de ses vacances estivales.

Partie A

On modélise le montant du capital de madame DURAND au 1$^{\text{er}}$ janvier par une suite (u_n). Plus précisément, si n est un entier naturel, u_n désigne le montant du capital de madame DURAND disponible le 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2018 + n$.
On a donc $u_0 = 16000$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Exprimer u_n en fonction de n pour tout n entier naturel.

3. **a.** Déterminer la limite de la suite (u_n) en justifiant votre réponse.

b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

4. À l'aide d'un algorithme, madame DURAND souhaite déterminer le nombre d'années à partir duquel son capital devient inférieur ou égal à 2 000 €.

a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'à la fin de son exécution, la variable N contienne le résultat attendu.

```
U ← ...
N ← 0
Tant que U ...
    N ← ...
    U ← ...
Fin Tant que
```

b. Quelle est la valeur numérique contenue par la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme ?

Partie B

Cherchant à anticiper la diminution de son capital disponible, madame DURAND décide d'ajouter à son capital disponible 300 € chaque 1$^{\text{er}}$ décembre.
On note v_n la valeur du capital le 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2018 + n$. On a ainsi $v_0 = 16000$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $v_{n+1} = 0,85 \times v_n + 300$.

2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n - 2000$.

a. Calculer w_0.

b. Montrer que la suite (w_n) est géométrique de raison $0,85$.

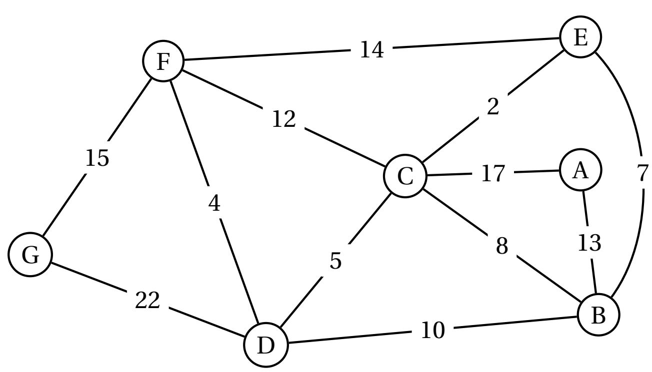
c. En déduire que, pour tout entier n, $v_n = 2000 + 14000 \times 0,85^n$.

3. En s'y prenant ainsi, madame DURAND espère toujours disposer d'un capital supérieur à 2 500 €. A-t-elle raison ?

Exercice 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

En vacances, Assan et Chloé projettent de visiter sept sites touristiques et se sont procurés le plan des sentiers reliant ces sites.
Ci-dessous, ils ont représenté ce plan par un graphe connexe pondéré par les temps de parcours en minutes séparant les lieux de visites notés A, B, C, D, E, F et G.



Partie A

1. Est-il possible, pour Assan et Chloé, d'effectuer un trajet empruntant une et une seule fois tous les sentiers ? Justifier votre réponse.
2. Déterminer, par la méthode de votre choix, le trajet le plus court leur permettant de relier la station A à la station G en précisant le temps de parcours.

Partie B

Sur les sites B et G, l'office de tourisme loue des audio-guides que les visiteurs peuvent rendre sur l'un ou l'autre des deux sites à la fin de la journée. Une étude a mis en évidence que chaque jour :

- 10 % des audio-guides loués sur le site B sont rendus sur le site G, les autres étant rendus sur le site B ;
- 15 % des audio-guides loués sur le site G sont rendus sur le site B, les autres étant rendus sur le site G.

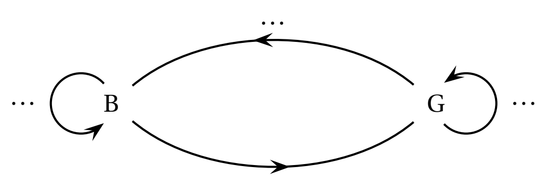
On étudie l'évolution de la répartition des audio-guides sur les deux sites.
Pour tout entier naturel non nul n :

- on note b_n la probabilité qu'un audio-guide choisi au hasard soit rendu sur le site B à la fin de la n-ième journée,
- on note g_n la probabilité qu'un audio-guide choisi au hasard soit rendu sur le site G à la fin de la n-ième journée.

À l'ouverture de la saison, il y a autant d'audio-guides sur le site B que sur le site G.

Pour tout entier naturel non nul n, on note $P_n = \begin{pmatrix} b_n & g_n \end{pmatrix}$ la matrice de l'état probabiliste à la fin de la n-ième journée. On rappelle que $b_n + g_n = 1$. On pose $P_0 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$.

1. Recopier et compléter le graphe probabiliste suivant :



2. Donner la matrice de transition M associée au graphe.
3. On rappelle que, pour tout entier naturel n, $P_{n+1} = P_n M$.
   a. Calculer P_2. On approchera les valeurs à 10^{-3} près.
   b. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Dans la suite, on admettra que pour tout entier naturel n, on a

$$b_{n+1} = 0,75 b_n + 0,15.$$

4. Parmi les quatre propositions suivantes, une seule fournit, pour tout entier n, l'expression de b_n en fonction de n. Préciser laquelle et justifier votre réponse :

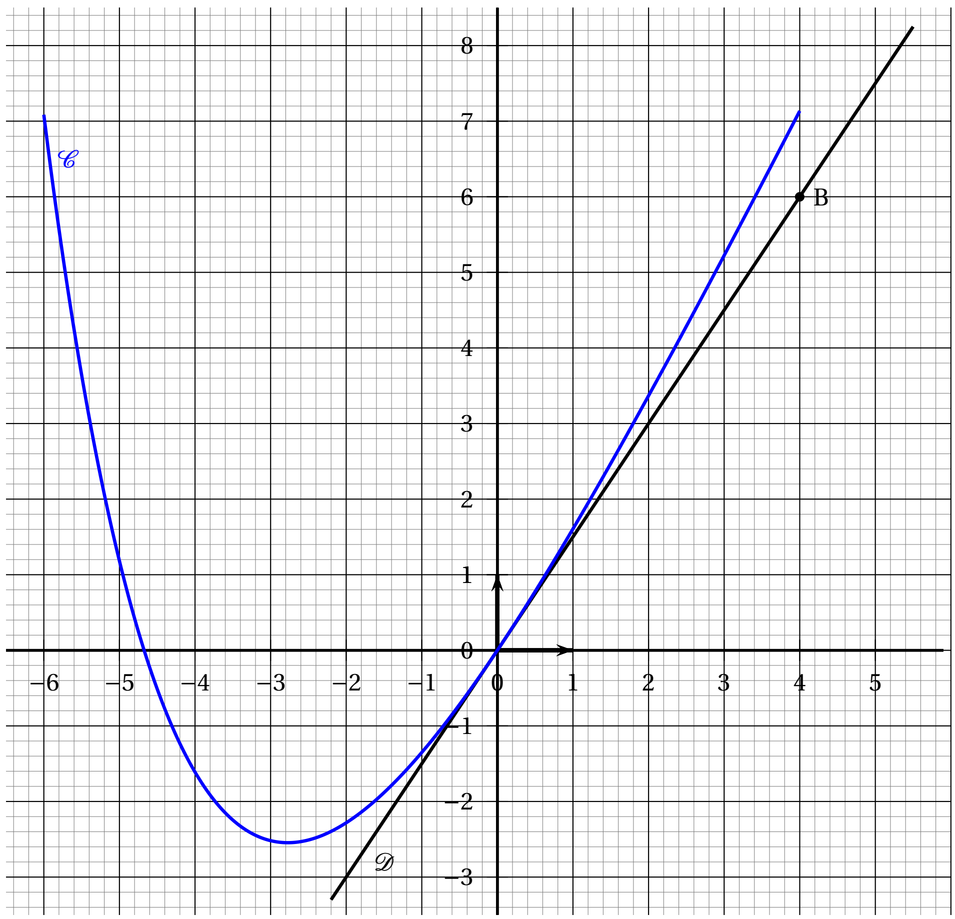
a. $b_n = -0,1 \times 0,75^n + 0,6$ **b.** $b_n = -0,6 \times 0,75^n + 0,1$
c. $b_n = 0,1 \times 0,75^n + 0,6$ **d.** $b_n = -0,1 \times 0,75^n - 0,6$

5. La personne chargée de la gestion des audio-guides prétend que le site G accueillera un jour moins de 35 % des audio-guides. Qu'en pensez-vous ? Justifier votre réponse.

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-6~;~4]$ et dont la courbe $\mathscr{C}$ est représentée ci-dessous.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $[-6~;~4]$.
On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde sur l'intervalle $[-6~;~4]$.



On a représenté $\mathscr{D}$, la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
La droite $\mathscr{D}$ passe par l'origine du repère et par le point B(4 ; 6).

1. Avec la précision permise par le graphique :

- **a.** donner la valeur de $f(0)$;
- **b.** donner la valeur de $f'(0)$;
- **c.** conjecturer la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-6~;~4]$.

2. On admet que la fonction f est définie et dérivable sur l'intervalle $[-6~;~4]$ et que son expression est

$$f(x) = 2x - 1 + \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x}.$$

a. Calculer $f'(x)$ sur l'intervalle $[-6\,;\,4]$.

b. Montrer que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ est l'intervalle $[-2\ln(4)\,;\,4]$.

c. Établir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-6\,;\,4]$.

d. En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[-6\,;\,4]$.

3. Donner un encadrement au centième près de la solution non nulle de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[-6\,;\,4]$.

4. Démontrer la conjecture émise dans la question 1. c.

5. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par

$$g(x) = x^2 - x - 2\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x}.$$

On admet que la fonction g est dérivable sur $[0\,;\,4]$.

a. Montrer que la fonction g est une primitive la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.

b. En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
En donner une valeur approchée à $0,01$ près

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Antilles-Guyane 6 septembre 2018

Exercice 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans tout cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

Une grande enseigne souhaite étudier l'évolution du chiffre d'affaires des ventes de ses produits « bio ». Les données collectées ces dernières années sont les suivantes :

Années	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Chiffre d'affaires (millier d'euros)	330	361	392	432	489	539

1. Calculer le taux d'évolution en pourcentage du chiffre d'affaires entre 2012 et 2013.

2. Un cabinet d'étude avait, en 2012, conduit une étude et modélisé le chiffre d'affaires des ventes de produits bio par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représentait le chiffre d'affaires, exprimé en millier d'euros, de l'année $2012 + n$.

Dans cette modélisation, on suppose que le chiffre d'affaires augmente de 9 % chaque année à partir de 2012 et on construit un algorithme donnant en sortie le terme u_n pour un entier naturel n donné par l'utilisateur.

a. Dans les algorithmes ci-dessous, N est un entier, donné par l'utilisateur, qui désigne le nombre d'années écoulées depuis l'année 2012 et U un nombre réel qui désigne le chiffre d'affaires en $2012 + N$.

Justifier que les algorithmes A et C ne conviennent pas.

Algorithme A	**Algorithme B**	**Algorithme C**

$U \leftarrow 330$
Pour i variant de 1 à N
    $W \leftarrow 1,09 \times U$
Fin Pour
	$U \leftarrow 330$
	Pour i variant de 1 à N
	    $U \leftarrow 1,09 \times U$
	Fin Pour
		Pour i variant de 1 à N
		    $U \leftarrow 330$
		    $U \leftarrow 1,09 \times U$
		Fin Pour

On admet que l'algorithme B convient.

b. Pour la valeur 5 de N saisie dans l'algorithme B, recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous.

valeur de i		1	...
valeur de U	330		...

c. Justifier, qu'au vu de ces résultats, le cabinet d'étude conclut que ce modèle n'est pas pertinent dès 2016.

3. Le cabinet d'étude décide de modéliser ce chiffre d'affaires, exprimé en millier d'euros, par la suite (v_n) définie par $v_0 = 432$ et $v_{n+1} = 0,9v_n + 110$ pour tout entier naturel n.

Le terme v_n représente alors ce chiffre d'affaires en $2015 + n$.

a. Calculer v_1 et v_2.

b. On pose $w_n = v_n - 1\,100$ pour tout entier naturel n. Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

c. Pour tout entier naturel n, exprimer w_n en fonction de n.

En déduire que $v_n = 1\,100 - 668 \times 0,9^n$ pour tout entier naturel n.

d. Ce modèle permet-il d'envisager que le chiffre d'affaires dépasse un jour 2 millions d'euros ?

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de surréservation afin d'abaisser les coûts.
Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site Internet de la compagnie.

Partie A

Une étude réalisée par la compagnie a établi que, sur cette ligne, pour une réservation en agence, 5 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement alors que, pour une réservation par Internet, 2 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement.
Les réservations en agence représentent 30 % de l'ensemble des réservations.
Pour un embarquement donné et une réservation prise au hasard, on considère les évènements suivants :

- A : « la réservation a été faite en agence » ;
- I : « la réservation a été faite par Internet » ;
- E : « le passager se présente à l'embarquement ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Démontrer que la probabilité qu'un client ne se présente pas à l'embarquement est de $0,029$.
3. Calculer la probabilité que la réservation ait été faite en agence sachant que le client ne s'est pas présenté à l'embarquement.

Partie B

Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de 200 places et a vendu 202 réservations.
On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 202$ et $p = 0,971$.

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.
2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement.
3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de surréservation (c'est-à-dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

Partie C

Cette compagnie affirme que 98 % de ses clients sont satisfaits.
Sur les 400 réponses à une enquête de satisfaction, il y a 383 réponses exprimant leur satisfaction.
Ce résultat contredit-il l'affirmation de la compagnie ?

Exercice 2 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un laboratoire en botanique étudie l'évolution d'une espèce végétale en fonction du temps.
Cette espèce compte initialement 2 centaines d'individus.
Au bout de 2 semaines, l'espèce végétale compte 18 centaines d'individus.
Au bout de 3 semaines, l'espèce végétale prolifère et s'élève à 30,5 centaines d'individus.
Au bout de 10 semaines, on en compte 90 centaines.
On modélise cette évolution par une fonction polynomiale f donnant le nombre d'individus de l'espèce, exprimé en centaine, en fonction du temps écoulé x, exprimé en semaine.
Ainsi $f(2) = 18$; $f(3) = 30,5$ et $f(10) = 90$.
On admet que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, où a, b, c et d, sont des réels.

1. Justifier que $d = 2$.
2. Montrer que a, b et c sont solutions du système :

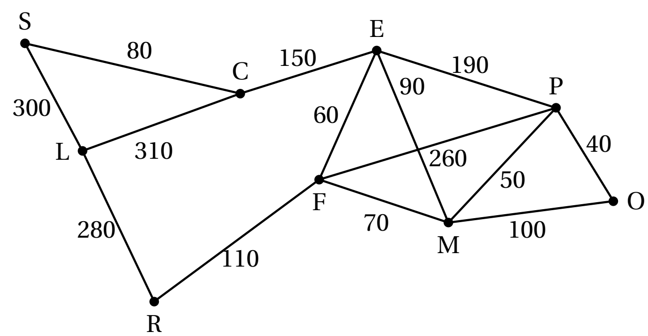
$$\left\{\begin{array}{rcl} 8a + 4b + 2c & = & 16 \\ 27a + 9b + 3c & = & 28,5 \\ 1000a + 100b + 10c & = & 88 \end{array}\right.$$

3. Déterminer les matrices A, X et B qui permettent d'écrire le système précédent sous la forme $AX = B$.
4. Résoudre le système.
5. En supposant que l'évolution suit, sur l'intervalle $[0 ; 13]$, le modèle décrit par la fonction f, déterminer au bout de combien de temps la quantité de l'espèce étudiée sera maximale (arrondir à la semaine près).

Partie B

Le laboratoire en botanique possède un parc d'étude dans lequel est observée l'évolution de différentes espèces d'arbres.

Les agents chargés du nettoyage circulent dans le parc depuis le local technique (L) jusqu'aux différentes parcelles plantées d'arbres : C, E, F, M, O, P, R et S. Les sommets du graphe ci-contre représentent les différentes parcelles, et les arêtes marquent les allées permettant de se déplacer dans le parc. Les étiquettes rapportent la distance en mètre entre les parcelles.



1. **a.** Existe-t-il un parcours empruntant toutes les allées, une et une seule fois, en partant du local technique (L) et en y revenant ? Si oui, donner un tel parcours.

   b. Existe-t-il un parcours empruntant toutes les allées, une et une seule fois, en partant du local technique (L) et sans nécessairement y revenir ? Si oui, donner un tel parcours.
2. Déterminer un parcours de distance minimale joignant le local technique à la parcelle O.

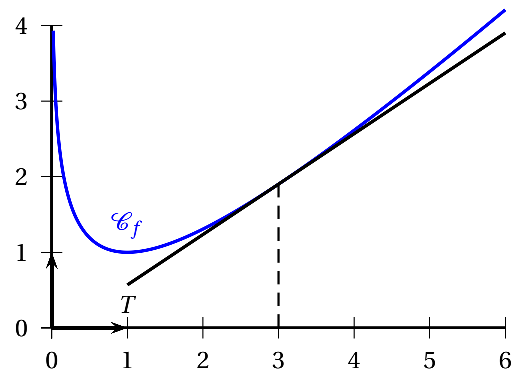
Exercice 3 **3 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x - \ln(x).$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ et T la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $x = 3$.



Cette tangente T à $\mathscr{C}_f$ passe- t -elle par l'origine du repère ?

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

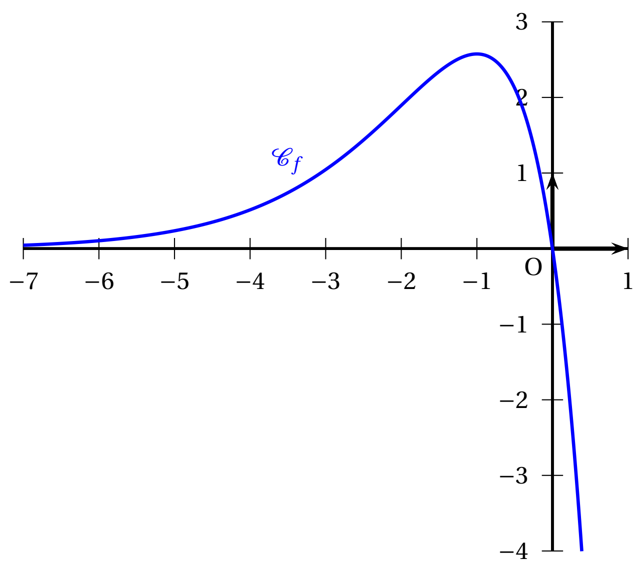
Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -7x\text{e}^{x}.$$

Cette fonction admet sur $\mathbb{R}$ une dérivée f' et une dérivée seconde f''.
On donne ci-contre la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



1. On note F une primitive de f sur $\mathbb{R}$, une expression de $F(x)$ peut être :

a. $(-7-7x)\mathrm{e}^x$ **b.** $-7\mathrm{e}^x$ **c.** $-7x\mathrm{e}^x$ **d.** $(-7x+7)\mathrm{e}^x$

2. Soit A l'aire, exprimée en unité d'aire, comprise entre la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=-3$ et $x=0$. On a :

a. $3 < A < 4$ **b.** $5 < A < 6$ **c.** $A < 0$ **d.** $A > 7$

3. On a :

a. f' est positive sur l'intervalle $[-6\,;\,0]$;

b. f est convexe sur l'intervalle $[-1\,;\,0]$;

c. $\mathscr{C}_f$ admet un point d'inflexion pour $x=-1$;

d. f'' change de signe en $x=-2$.

Partie B

On considère la loi normale X de paramètres $\mu = 19$ et $\sigma = 5$.

4. La meilleure valeur approchée de $P(19 \leqslant X \leqslant 25)$ est :

a. 0,385 **b.** 0,084 **c.** 0,885 **d.** 0,5

5. Une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité $P(X \geqslant 25)$ est :

a. $p \approx 0,885$ **b.** $p \approx 0,115$ **c.** $p \approx 0,385$ **d.** $p \approx 0,501$

6. Le nombre entier k tel que $P(X > k) \approx 0,42$ à 10^{-2} près est :

a. $k=19$ **b.** $k=29$ **c.** $k=20$ **d.** $k=14$

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion 13 septembre 2018

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. On considère l'algorithme ci-contre :
On affecte 3 à la variable N.
Que contient la variable S, arrondie au dixième, à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

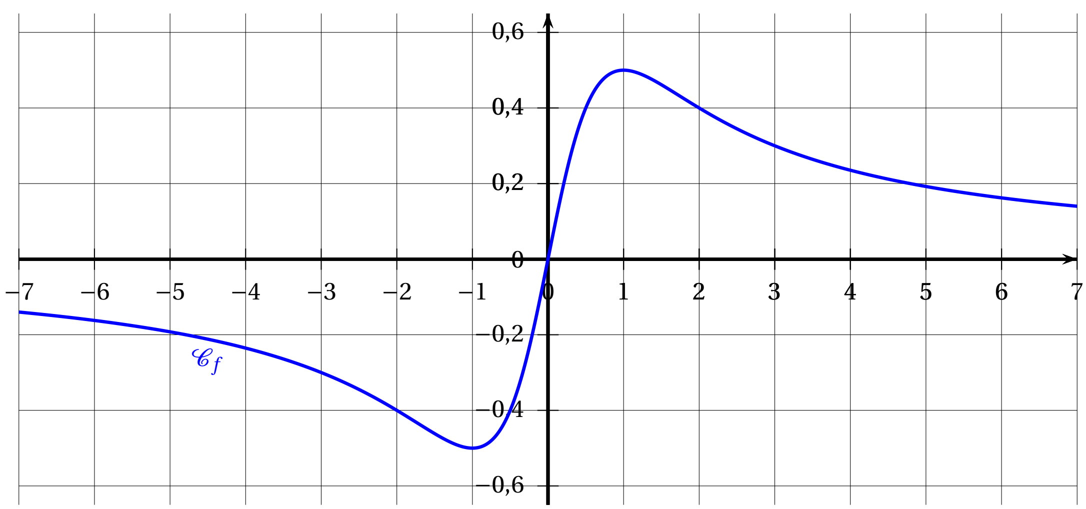
$v \leftarrow 9$
$S \leftarrow 9$
Pour i allant de 1 à N
$\quad v \leftarrow 0,75 \times v$
$\quad S \leftarrow S + v$
Fin Pour

a. 24,6 **b.** -25 **c.** 27 **d.** 20,8

2. Soit a un réel, l'expression $\dfrac{2\mathrm{e}^{a-1}}{\left(\mathrm{e}^{a}\right)^2}$ est égale à :

a. 1 **b.** $2\mathrm{e}^{3a-1}$ **c.** e^{-2} **d.** $\dfrac{2}{\mathrm{e}^{a+1}}$

Pour les questions 3, 4 et 5, on considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous.
On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée de f'.



3. Le nombre de solutions dans $[-7 ; 7]$ de l'équation $f'(x) = 0$ est :

a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3

4. Une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = -0,3$ sur l'intervalle $[-1 ; 6]$ est :

   a. -3 **b.** $-0,3$ **c.** $0,3$ **d.** 3

5. Le nombre de points d'inflexion dans $[-7 ; 7]$ de $\mathscr{C}_f$ est :

   a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis, si besoin, au millième.

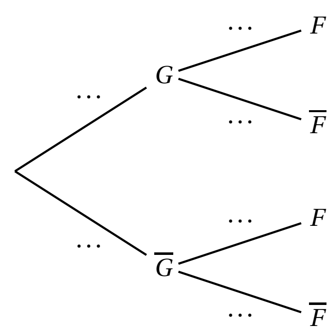
Partie A

Une étude réalisée dans des écoles en France indique que 12,9 % des élèves sont gauchers. Parmi ces gauchers, on trouve 40 % de filles.
On choisit au hasard un élève et on considère les évènements suivants :

- G : « l'élève est gaucher » ;
- F : « l'élève est une fille ».

Pour tout évènement A, on note $p(A)$ sa probabilité et $\overline{A}$ son évènement contraire. De plus, si B est un évènement de probabilité non nulle, on note $P_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

1. Recopier l'arbre pondéré ci-contre et traduire sur cet arbre les données de l'exercice.
2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille gauchère ?
3. Dans ces écoles, il y a 51 % de filles.
   Montrer que $p\left(\overline{G} \cap F\right) = 0,4584$.
4. Sachant que l'on est en présence d'une élève fille, quelle est la probabilité qu'elle soit droitière ?



Partie B

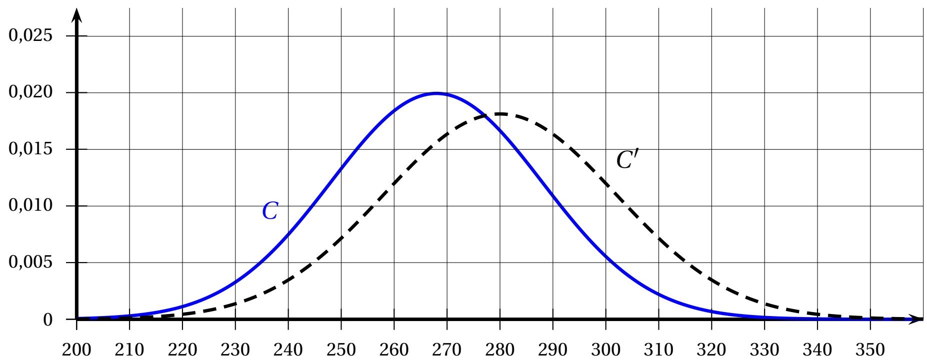
En France, la proportion de gauchers est de 13 %.
Un club d'escrime compte 230 adhérents dont 110 gauchers.

1. Quelle est la fréquence de gauchers observée dans le club d'escrime ?
2. À l'aide d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, déterminer si le club d'escrime est représentatif de la population française.

Partie C

Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs gauchers est modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu_1 = 268$ et d'écart type $\sigma_1 = 20$.
Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs droitiers est modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance $\mu_2 = 280$ et d'écart type $\sigma_2 = 22$.

1. **a.** Déterminer $P(X \leqslant 300)$ et $P(Y \leqslant 300)$.
   b. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
2. Sur le graphique ci-dessous, les courbes C et C' représentent les fonctions de densité des variables aléatoires X et Y.
   Indiquer, pour chaque variable aléatoire X et Y, la courbe correspondante. Justifier.



Exercice 3 **5 points**
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Une école de danse a ouvert ses portes en 2016. Cette année là, elle comptait 800 inscrits.
Chaque année, elle prévoit une augmentation de 15 % des inscriptions ainsi que 90 désinscriptions.

Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'inscrits l'année $2016 + n$.

Chaque inscrit paye une cotisation annuelle de 150 euros, sur laquelle l'école conserve un bénéfice de 20 euros après avoir payé tous ses frais fixes. L'école économise ce bénéfice afin de construire une nouvelle salle de danse. Pour cela, elle a besoin d'un budget de 125 000 euros.

Partie A

Les données sont saisies dans une feuille de calcul donnée en annexe.
Le format de cellule a été choisi pour que les nombres de la colonne C soient arrondis à l'unité.

1. Quelle formule peut-on saisir en C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, le nombre d'inscrits l'année de rang n ?
2. Quelle formule peut-on saisir en E3 pour obtenir, par recopie vers le bas, le bénéfice cumulé à l'année de rang n ?
3. Compléter sur l'annexe, à rendre avec la copie, les six cellules des lignes qui correspondent aux années 2021 et 2022.
4. En quelle année l'école pourra-t-elle construire sa nouvelle salle de danse ?

Partie B

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,15u_n - 90$ et préciser u_0.
2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 600$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   Préciser sa raison et son premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 200 \times 1,15^n + 600$.

3. À partir de quelle année, cette école accueillera-t-elle plus de 2 000 adhérents ?

Exercice 3 **5 points**

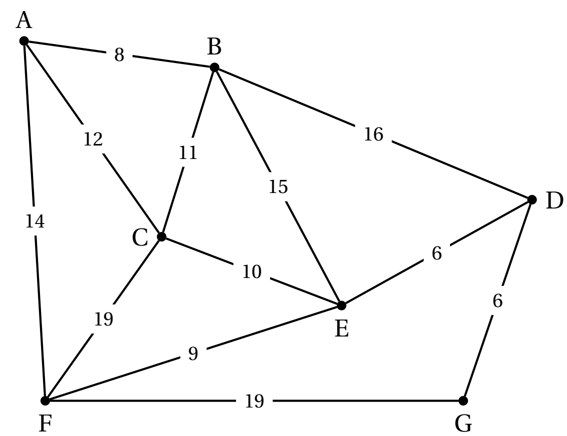
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un investisseur immobilier doit visiter plusieurs biens à vendre dans une ville.

Le graphe ci-contre représente le plan de la ville. Les biens à visiter sont identifiés par les lettres A, B, C, D, E, F et G. Les poids des arêtes sont les durées de parcours, en minute, entre deux biens.



1. **a.** Afin de découvrir la ville, l'investisseur souhaite emprunter, une fois et une seule, chacune des rues reliant les biens. Quelles caractéristiques du graphe permettent d'affirmer qu'il existe un tel trajet ?

b. Donner un exemple d'un tel trajet et préciser sa durée en minute.

2. Lorsque l'investisseur immobilier termine ses visites par le bien A, il souhaite revenir au bien G le plus rapidement possible. Déterminer ce plus court chemin à l'aide d'un algorithme. Quelle est sa durée en minute ?

Partie B

L'investisseur commande une étude sur la population de sa ville qui lui révèle qu'en 2018, 80 % des locataires occupent un studio et 20 % des locataires occupent un T2 (appartement de deux pièces). Le nombre total de locataires ne varie pas mais chaque année :

- la moitié des locataires en studio le conserve tandis que l'autre moitié change pour un T2 ;
- un quart des locataires en T2 change pour un studio tandis que les autres conservent leur T2.

On considère les évènements suivants :

- S : « le locataire occupe un studio » ;
- T : « le locataire occupe un T2 ».

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets S et T.

2. Pour tout entier naturel n, on note s_n la proportion de locataires en studio et t_n la proportion de locataires en T2 l'année $2018 + n$.

a. Donner la matrice de transition associée à ce graphe.

b. Donner l'état initial du graphe.

c. Quel sera le pourcentage, arrondi à 0,1 %, de locataires en studio en 2023 ?

Exercice 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise vend des voitures télécommandées. La vente mensuelle varie entre 1 000 et 5 000 voitures.
Une étude montre que la recette mensuelle totale de l'entreprise est de 70 000 euros lorsqu'elle vend 1 000 voitures.
On note $r(x)$ la recette mensuelle réalisée par l'entreprise, exprimée en dizaine de milliers d'euros, pour la vente de x milliers de voitures.

1. Donner $r(1)$.

2. On admet que, pour tout $x \in [1\ ;\ 5]$, la recette mensuelle est modélisée par :

$$r(x) = 6 + x + 2\ln(x).$$

a. Montrer que, pour tout $x \in [1\ ;\ 5]$,

$$r'(x) = \frac{x+2}{x}$$

b. Étudier les variations de r sur l'intervalle $[1\ ;\ 5]$.

3. **a.** Justifier que l'équation $r(x) = 10$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1\ ;\ 5]$, puis donner une valeur approchée de α au millième.

b. Déterminer le nombre minimal de voitures télécommandées vendues à partir duquel l'entreprise réalise une recette supérieure à 100 000 euros.

4. **a.** Soit g la fonction définie pour tout $x \in [1\ ;\ 5]$ par $g(x) = 2\ln(x)$.
Montrer que la fonction G définie pour tout $x \in [1\ ;\ 5]$ par

$$G(x) = 2x[\ln(x) - 1]$$

est une primitive de la fonction g.

b. En déduire une primitive R de la fonction r sur l'intervalle $[1\ ;\ 5]$.

c. Donner une valeur approchée à la dizaine d'euros de la valeur moyenne de la recette totale lorsque l'entreprise vend entre 2 000 et 4 000 voitures télécommandées.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 3

	A	B	C	D	E
1	année	rang de l'année	nombre d'inscrits	bénéfice annuel	bénéfices cumulés
2	2016	0	800	16 000	16 000
3	2017	1	830	16 600	32 600
4	2018	2	865	17 300	49 900
5	2019	3	904	18 080	67 980
6	2020	4	950	19 000	86 980
7	2021	5			
8	2022	6			

Baccalauréat ES/L Amérique du Sud 14 novembre 2018

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

f est la fonction définie sur $[0\,;\,12]$ par

$$f(x) = 2x\mathrm{e}^{-x}.$$

Partie A

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	Dériver$(2 * x * \exp(-x))$
	$-2 * x * \exp(-x) + 2 * \exp(-x)$
2	Factoriser$(-2 * x * \exp(-x) + 2 * \exp(-x))$
	$2 * (1 - x) * \exp(-x)$
3	Dériver$(2 * (1 - x) * \exp(-x))$
	$2 * x * \exp(-x) - 4 * \exp(-x)$
4	Factoriser$(2 * x * \exp(-x) - 4 * \exp(-x))$
	$2 * (x - 2) * \exp(-x)$

1. Vérifier le résultat de la ligne 1 donné par le logiciel de calcul formel.

Dans la suite, on pourra utiliser les résultats donnés par le logiciel de calcul formel sans les justifier.

2. **a.** Dresser le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,12]$ en le justifiant.

b. Démontrer que l'équation $f(x) = 0,5$ admet deux solutions dans $[0\,;\,12]$.
Donner à l'aide de la calculatrice une valeur approchée au centième de chacune de ces solutions.

3. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,12]$.

Partie B

Le taux d'alcoolémie d'une personne pendant les 12 heures suivant la consommation d'une certaine quantité d'alcool est modélisé par la fonction f :

- x représente le temps (exprimé en heure) écoulé depuis la consommation d'alcool ;
- $f(x)$ représente le taux d'alcoolémie (exprimé en g/L) de cette personne.

1. **a.** Décrire les variations du taux d'alcoolémie de cette personne pendant les 12 heures suivant la consommation d'alcool.

b. À quel instant le taux d'alcoolémie de cette personne est-il maximal ?
Quelle est alors sa valeur ? Arrondir au centième.

2. Le Code de la route interdit toute conduite d'un véhicule lorsque le taux d'alcoolémie est supérieur ou égal à 0,5 g/L.
Une fois l'alcool consommé, au bout de combien de temps le taux d'alcoolémie de l'automobiliste reprend-il une valeur conforme à la législation ?

Exercice 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

Tous les résultats demandés dans cet exercice seront arrondis au millième.

Les parties A, B et C peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

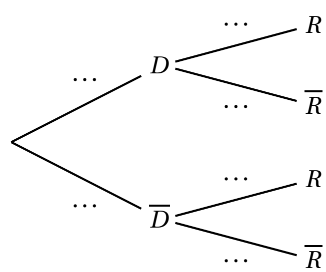
Une entreprise produit des valises de deux types : des valises à deux roues et des valises à quatre roues. Sur chacun des deux modèles, on effectue des tests afin d'évaluer leur solidité.
On dispose des informations suivantes sur le stock de production de cette entreprise :

- le stock contient 30 % de valises à deux roues ;
- 98 % des valises à deux roues réussissent les tests ;
- 95 % des valises à quatre roues réussissent les tests.

On choisit au hasard une valise de ce stock. On considère les évènements suivants :

- D : « La valise a deux roues » ;
- R : « La valise réussit les tests ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous, illustrant cette situation.



2. Démontrer que la probabilité que la valise choisie réussisse les tests est de $0,959$.

3. Sachant que la valise réussit les tests, quelle est la probabilité que ce soit une valise à quatre roues ?

Partie B

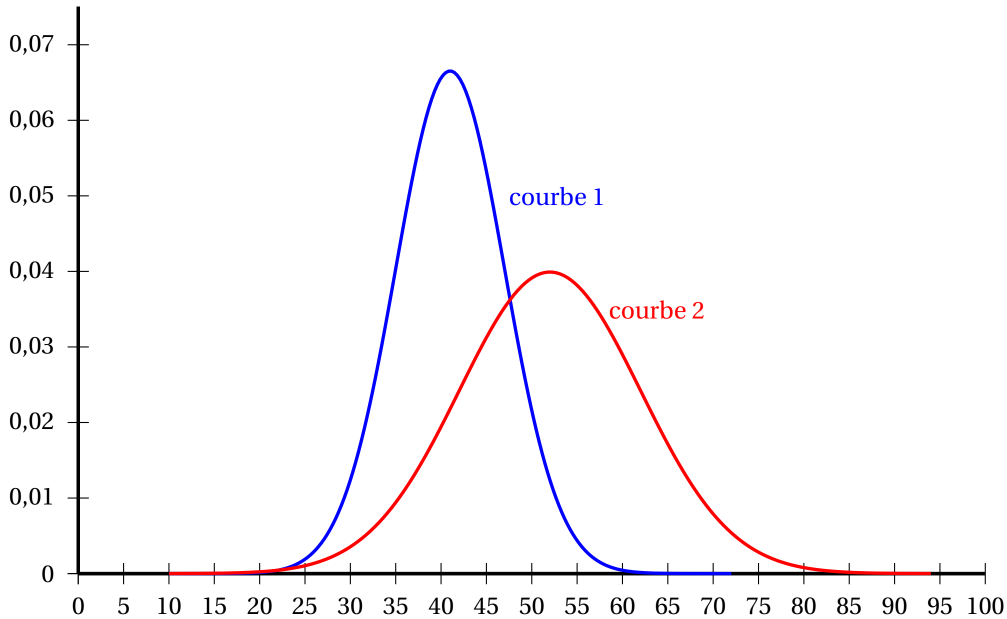
Parmi les tests de solidité effectués, l'un d'eux consiste à charger la valise et à la faire rouler sur une piste bosselée. On appelle « durée de vie » de la valise, le nombre de kilomètres parcourus avant d'atteindre une certaine usure des roues.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque valise à deux roues, associe sa durée de vie en kilomètre. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 41$ et d'écart-type $\sigma = 6$.

On note Y la variable aléatoire qui, à chaque valise à quatre roues, associe sa durée de vie en kilomètre. On admet que Y suit la loi normale d'espérance $\mu' = 52$ et d'écart-type $\sigma' = 10$.

1. Quelle est la probabilité qu'une valise à deux roues ait une durée de vie supérieure à 52 kilomètres ?

2. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté les densités associées aux variables aléatoires X et Y.
À l'aide de ce graphique, déterminer pour quel type de valise (à deux roues ou à quatre roues) la probabilité que la durée de vie soit supérieure ou égale à 50 kilomètres est la plus grande. Expliquer.



Partie C

L'entreprise souhaite commercialiser un nouveau modèle de valises. Afin de mieux connaître les attentes des consommateurs, elle réalise un sondage auprès de 2 000 personnes. Parmi elles, 872 déclarent que la solidité est le principal critère pris en compte lors de l'achat (devant la légèreté, le prix, la couleur ...).

1. Estimer par un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % la proportion de consommateurs pour lesquels la solidité est le principal critère de choix.
2. Quelle aurait dû être la taille de l'échantillon pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude égale à $0,04$?

Exercice 3 **5 points**
Série ES : Enseignement obligatoire – Série L : Enseignement de spécialité

On s'intéresse à l'ensemble des ascenseurs d'une grande ville en 2017. Pour chacun d'eux, un contrat annuel d'entretien doit être souscrit.
Deux sociétés d'ascensoristes, notées A et B, se partagent ce marché. En 2017, la société A entretient 30 % de ces ascenseurs.
On estime que, chaque année :

- 3 % des ascenseurs entretenus par la société A seront entretenus par la société B l'année suivante ;
- 5 % des ascenseurs entretenus par la société B seront entretenus par la société A l'année suivante ;
- les autres ascenseurs ne changeront pas de société d'ascensoristes l'année suivante.

On étudie l'évolution, au fil des années, de la répartition des contrats d'entretien de ces ascenseurs entre les sociétés A et B.
On note a_n la proportion d'ascenseurs entretenus par la société A pendant l'année $(2017+n)$. De même, on note b_n la proportion d'ascenseurs entretenus par la société B lors de l'année $(2017+n)$.
On a donc $a_0 = 0,3$ et $b_0 = 0,7$.

1. **a.** Calculer a_1. Interpréter le résultat.
   b. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $a_{n+1} = 0,97a_n + 0,05b_n$ puis en déduire que $a_{n+1} = 0,92a_n + 0,05$.
2. **a.** Le directeur de la société A constate que la proportion d'ascenseurs entretenus par sa société augmente au cours des années et se stabilise à 62,5 %.
   Indiquer, en le justifiant, lequel des algorithmes suivants donne l'année à partir de laquelle cette proportion dépasse 50 %.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
$A \leftarrow 0,3$	$A \leftarrow 0,3$	$A \leftarrow 0,3$
$N \leftarrow 0$	$N \leftarrow 0$	$N \leftarrow 0$
Tant que $A \leqslant 0,5$	Tant que $A > 0,5$	Tant que $A \leqslant 0,5$
$\quad A \leftarrow 0,92 \times A + 0,05$	$A \leftarrow 0,92 \times A + 0,05$	$A \leftarrow 0,92 \times A + 0,05$
$\quad N \leftarrow N + 1$	$N \leftarrow N + 1$	Fin Tant que
Fin Tant que	Fin Tant que	$N \leftarrow N + 1$
Afficher $2017 + N$	Afficher $2017 + N$	Afficher $2017 + N$

   b. Exécuter l'algorithme qui détermine l'année en question.
3. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = a_n - 0,625$.
   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme u_0.
   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a :

$$a_n = -0,325 \times 0,92^n + 0,625.$$

   c. Déterminer la limite de la suite (a_n). Interpréter le résultat.
4. À l'aide de l'expression donnée dans la question **3. b.**, résoudre l'inéquation $a_n \geqslant 0,5$. Quel résultat antérieur retrouve-t-on ?

Exercice 3 **5 points**
ES Enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante

On s'intéresse à l'ensemble des ascenseurs d'une grande ville en 2017. Pour chacun d'eux, un contrat annuel d'entretien doit être souscrit.
Deux sociétés d'ascensoristes, notées A et B, se partagent ce marché.
En 2017, la société A entretient 30 :% de ces ascenseurs.
On estime que, chaque année :

- 3 % des ascenseurs entretenus par la société A seront entretenus par la société B l'année suivante;
- 5 % des ascenseurs entretenus par la société B seront entretenus par la société A l'année suivante;
- les autres ascenseurs ne changeront pas de société d'ascensoristes l'année suivante.

On étudie l'évolution, au fil des années, de la répartition des contrats d'entretien de ces ascenseurs entre les sociétés A et B.
Pour un ascenseur choisi au hasard, et pour tout entier naturel n, on note :

- a_n la probabilité que l'ascenseur choisi soit entretenu par la société A lors de l'année $(2017+n)$;
- b_n la probabilité que l'ascenseur choisi soit entretenu par la société B lors de l'année $(2017+n)$;

- $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste de l'année $(2017+n)$.

On a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}$.

Partie A

1. **a.** Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.

b. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.

2. Déterminer la probabilité que l'ascenseur choisi soit entretenu par la société A en 2018.

3. Montrer que $P = \begin{pmatrix} 0,625 & 0,375 \end{pmatrix}$ est un état stable de la matrice et interpréter le résultat.

4. Démontrer que pour tout entier naturel n, on a :

$$a_{n+1} = 0,92a_n + 0,05.$$

Partie B

Le directeur de la société A constate que la proportion d'ascenseurs entretenus par sa société augmente au cours des années et se stabilise à 62,5 %.

1. **a.** Indiquer, en le justifiant, lequel des algorithmes suivants donne l'année à partir de laquelle cette proportion dépasse 50 %.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
$A \leftarrow 0,3$	$A \leftarrow 0,3$	$A \leftarrow 0,3$
$N \leftarrow 0$	$N \leftarrow 0$	$N \leftarrow 0$
Tant que $A \leqslant 0,5$	Tant que $A > 0,5$	Tant que $A \leqslant 0,5$
$\quad A \leftarrow 0,92 \times A + 0,05$	$A \leftarrow 0,92 \times A + 0,05$	$A \leftarrow 0,92 \times A + 0,05$
$\quad N \leftarrow N+1$	$N \leftarrow N+1$	Fin Tant que
Fin Tant que	Fin Tant que	$N \leftarrow N+1$
Afficher $2017+N$	Afficher $2017+N$	Afficher $2017+N$

b. Exécuter l'algorithme qui détermine l'année en question.

2. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = a_n - 0,625$.

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme u_0.

b. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a :

$$a_n = -0,325 \times 0,92n + 0,625.$$

c. Déterminer la limite de la suite (a_n). Interpréter le résultat.

3. À l'aide de l'expression donnée dans la question **2. b.**, résoudre l'inéquation

$$a_n \geqslant 0,5.$$

Quel résultat antérieur retrouve-t-on ?

Exercice 4 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Les quatre affirmations sont indépendantes.

1. Un caractère est présent dans une population selon une proportion $p = 0,1$.
   Dans un échantillon de 400 personnes, on observe ce caractère sur 78 individus.

   Affirmation 1 : Au seuil de 95 %, cet échantillon est représentatif de la population totale pour ce caractère.

   Rappel : Lorsque la proportion p d'un caractère dans la population est connue, l'intervalle I de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % d'une fréquence de ce caractère obtenue sur un échantillon de taille n est donné par :

$$I = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right].$$

2. Dans une gare, le temps d'attente à un guichet donné, exprimé en minute, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[1\,;\ 7]$.

   Affirmation 2 : Le temps d'attente moyen à ce guichet est de 4 minutes.

3. La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2$.

   Affirmation 3 : La valeur moyenne de g sur l'intervalle $[-2\ ;\ 2]$ est égale à $\dfrac{16}{3}$.

4. x désigne un nombre réel négatif.

   Affirmation 4 : $\ln\left(\mathrm{e}^{x+1}\right) - \ln\left(\mathrm{e}^{x}\right)$ est un nombre positif quel que soit le nombre réel x.

∽ Baccalauréat ES Nouvelle Calédonie 27 novembre 2018 ∾

EXERCICE 1 **4 POINTS**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Aucune justification n'est demandée.*

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la lettre de la réponse choisie.

1. Soit f la fonction définie et dérivable sur $]0~;~5]$ par $f(x) = x\ln(x) + 1$. Pour tout $x \in]0~;~5]$,

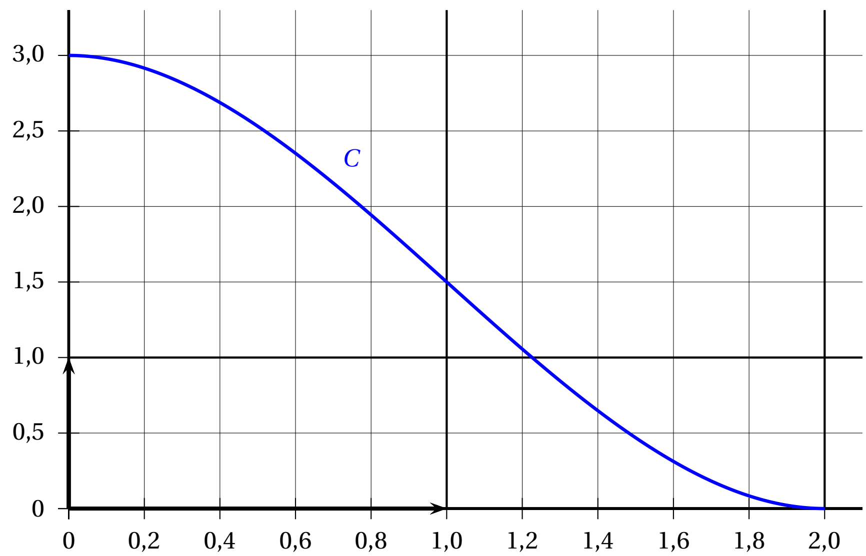
a. $f'(x) = \dfrac{1}{x}$

b. $f'(x) = \dfrac{1}{x} + 1$

c. $f'(x) = \ln(x) + 2$

d. $f'(x) = \ln(x) + 1$

2. On donne ci-dessous la courbe C représentant un fonction g sur $[0~;~2]$.



a. g est concave sur l'intervalle $[0~;~2]$.

b. $g''(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in [0~;~2]$.

c. La courbe C admet un point d'inflexion sur $[0~;~2]$.

d. $g'(1) > 0$.

3. Soit $I = \displaystyle\int_0^{\ln 2} 3\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. On a :

a. $I = 3$

b. $I = 6$

c. $I = -3$

d. $I = 3\ln(2)$

4. Pour tout évènement E, on note $P(E)$ sa probabilité. Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre $n = 10$ et $p = 0,3$.
   a. $P(X = 3) = 120 \times 0,3^2 \times 0,78$
   b. $P(X = 3) = 12 \times 0,3^3 \times 0,7^7$
   c. $P(X \geqslant 1) \approx 0,972$
   d. L'espérance de X est $5,15$.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Dans un quartier d'une petite ville, les services de Pôle Emploi ont relevé le nombre de demandeurs d'emploi chaque trimestre.
Après observations, ils constatent que, chaque trimestre, 123 nouveaux demandeurs d'emploi s'inscrivent tandis que 37,5 % des chômeurs trouvent un emploi et sont retirés des listes.
Au début du premier trimestre 2017 (1er janvier 2017), le nombre de demandeurs d'emploi était de 490.

On note u_n le nombre de demandeurs d'emploi au début du n-ième trimestre après le 1er janvier 2017.
Ainsi, $u_1 = 490$.

Dans tout l'exercice, les valeurs seront arrondies à l'unité.

1. Calculer le nombre de demandeurs d'emploi au début du deuxième et du troisième trimestre 2017.
2. Justifier que l'on peut modéliser la situation précédente par la relation, pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$:

$$u_{n+1} = 0,625u_n + 123.$$

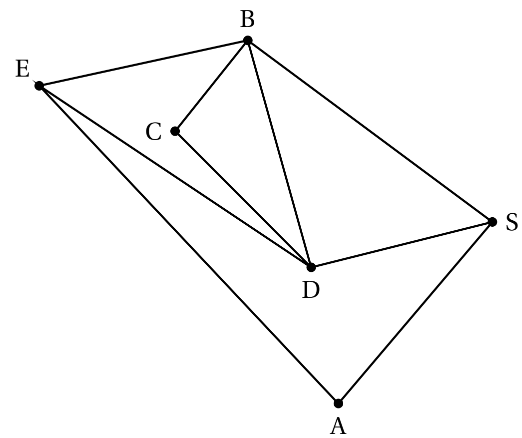
3. On définit la suite (v_n) par : pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = u_n - 328$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le terme initial.
   b. Exprimer, pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, v_n en fonction de n.
   c. En déduire que, pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on a $u_n = 162 \times 0,625^{n-1} + 328$.
4. Calculer le nombre de demandeurs d'emploi au début du deuxième trimestre 2019.
5. Le directeur de l'agence pourra-t-il atteindre son objectif de diminuer le nombre de demandeurs d'emploi de 30 % par rapport au premier trimestre 2017 ?
   Si oui, indiquer à quelle date son objectif sera atteint. Justifier la réponse.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Naïma fait partie d'une école de musique. En vue du spectacle de fin d'année, elle souhaite déposer à vélo des affiches publicitaires sur les panneaux de sa ville. Les pistes cyclables reliant ces panneaux sont représentées sur le graphe $\mathscr{G}$ ci-contre.

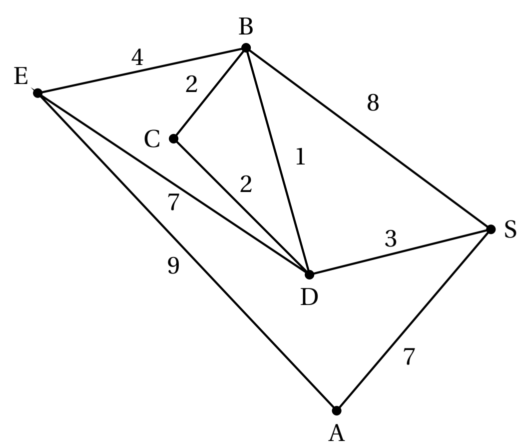
Le sommet E désigne son école de musique, le sommet S la salle de spectacle et les sommets A, B, C, et D les panneaux d'affichage.



1. Déterminer, en justifiant la réponse, si le graphe $\mathscr{G}$ est :
   a. complet ;
   b. connexe.
2. Naïma pourra-t-elle déposer ses affiches sur tous les panneaux en allant de son école de musique à la salle de spectacle et en empruntant une et une seule fois chaque piste cyclable ?
   Justifier la réponse. Si un tel trajet existe, en citer un.
3. Donner la matrice d'adjacence M liée à ce graphe dans laquelle les sommets seront classés dans l'ordre suivant : E, A, B, C, D, S.
4. On donne la matrice incomplète M^2 : $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & \ldots & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 3 & 1 \\ \ldots & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.
   a. Déterminer les coefficients manquants de la matrice M^2, en détaillant les calculs.
   b. Combien existe-t-il de chemins permettant de se rendre de l'école de musique à la salle de spectacle en empruntant exactement deux pistes cyclables ?
5. Lorsqu'elle a déposé ses affiches, Naïma a relevé le temps de trajet entre chaque panneau d'affichage. Le graphe ci-dessous indique ces durées, exprimées en minutes.

   Indiquer, à l'aide d'un algorithme, le chemin permettant à Naïma de se rendre le plus rapidement possible de son école de musique à la salle de spectacle le soir de la représentation.

   Donner la durée de ce parcours.



EXERCICE 3 **6 POINTS**

Commun à tous les candidats

Dans une entreprise, 60 % des salariés viennent au travail en transports en commun et parmi eux, seulement 7,5 % ont un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes. Parmi les employés qui n'utilisent pas les transports en commun, 28,5 % ont un trajet d'une durée inférieure à 30 minutes.
Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E et $P(E)$ sa probabilité. Pour tout évènement F de probabilité non nulle, on note $P_F(E)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.

On interroge au hasard un employé de l'entreprise et on considère les évènements suivants :

- C : « l'employé utilise les transports en commun » ;
- R : « le trajet de l'employé a une durée inférieure à 30 minutes ».

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

1. Construire l'arbre pondéré représentant la situation et le compléter.
2. **a.** Calculer $P(C \cap R)$ et interpréter le résultat obtenu.
   b. Montrer que $P(R) = 0,159$.
3. On interroge un employé choisi au hasard dont la durée du trajet est inférieure à 30 minutes. Calculer la probabilité qu'il utilise les transports en commun.

Partie B

Une étude a montré que la durée du trajet en minutes d'un employé peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 40$ et d'écart type $\sigma = 10$.

1. Déterminer $P(X \leqslant 30)$. Indiquer si ce résultat est cohérent avec la partie A, en justifiant la réponse.
2. Déterminer $P(20 \leqslant X \leqslant 60)$ et en déduire $P(X > 60)$.
3. Dans cette question, on se propose de déterminer le plus petit entier a tel que $P(X \geqslant a) \approx 0,008$.
   a. On admet que lorsque la valeur de a augmente, la valeur de $P(X \geqslant a)$ diminue.
   On considère l'algorithme ci-dessous, où X est une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 40$ et d'écart type $\sigma = 10$.
   Recopier et compléter l'algorithme afin qu'il permette de répondre à la question.

```
a ← 60
Y ← 0,023
Tant que Y > 0,008
    a ← ...
    Y ← P(X ⩾ a)
Fin Tant que
```

   b. On exécute cet algorithme.
   Recopier et compléter le tableau suivant, en utilisant autant de colonnes que nécessaire.

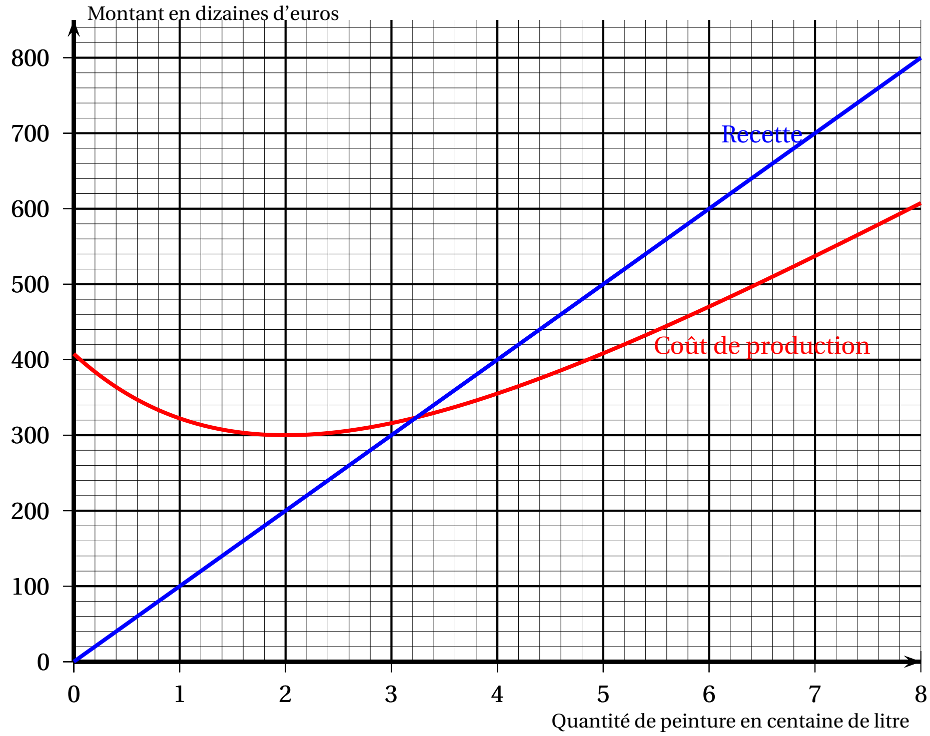
a	60	61	62			
Y	0,023	0,018	0,014			

4. Donner la valeur de a obtenue après exécution de l'algorithme.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

EXERCICE 4 **5 POINTS**

Commun à tous les candidats

L'entreprise ECOLOR est spécialisée dans la production et la vente de peinture éco-responsable. La production quotidienne varie entre 0 et 800 litres. Toute la production est vendue. Les montants de la recette et du coût sont exprimés en dizaine d'euros.



Partie A : lecture graphique

À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

1. Déterminer le coût de production de 200 litres de peinture.
2. Quelle est la production de peinture pour avoir une recette de 5 000 euros ?
3. À partir de combien de litres de peinture vendus l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
4. L'entreprise peut-elle réaliser un bénéfice de plus de 3 000 euros pour une production quotidienne variant entre 0 et 800 litres ? Justifier.

Partie B : étude du bénéfice

Le bénéfice en dizaine d'euros correspondant à la vente de x centaines de litres de peinture est donné par la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~8]$ par :

$$f(x) = 25x - 150\mathrm{e}^{-0,5x+1}.$$

1. Donner les valeurs exactes de $f(0)$ et de $f(8)$, puis en donner les valeurs arrondies au centième.

2. Montrer que la dérivée f' de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$ est :

$$f'(x) = 25 + 75\mathrm{e}^{-0,5x+1}.$$

3. Déterminer le signe de f' et en déduire les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 8]$.
4. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0 ; 8]$ puis en donner la valeur arrondie au centième.

   b. En déduire la quantité de peinture produite et vendue à partir de laquelle l'entreprise ECOLOR réalisera un bénéfice. Donner le résultat au litre près.

Index

Baccalauréat ES 2019

L'intégrale de mai à novembre 2019

À la fin index des notions abordées

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L
Amérique du Nord 28 mai 2019

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} *si nécessaire.*

Partie A

On rappelle que le triathlon est une discipline qui comporte trois sports : la natation, le cyclisme et la course à pied.

Fabien s'entraîne tous les jours pour un triathlon et organise son entraînement de la façon suivante :

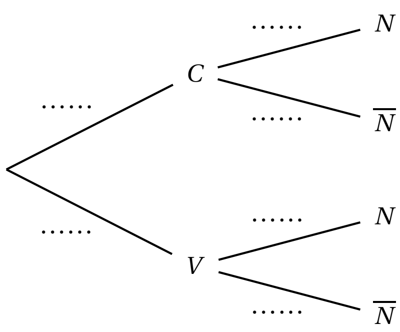
- chaque entraînement est composé d'un ou deux sports et commence toujours par une séance de course à pied ou de vélo ;
- lorsqu'il commence par une séance de course à pied, il enchaîne avec une séance de natation avec une probabilité de 0,4 ;
- lorsqu'il commence par une séance de vélo, il enchaîne avec une séance de natation avec une probabilité de 0,8.

Un jour d'entraînement, la probabilité que Fabien pratique une séance de vélo est de 0,3.

On note :

- C l'évènement : « Fabien commence par une séance de course à pied » ;
- V l'évènement : « Fabien commence par une séance de vélo » ;
- N l'évènement : « Fabien enchaîne par une séance de natation ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant représentant la situation :



2. Quelle est la probabilité que Fabien commence par une séance de course à pied et enchaîne par une séance de natation ?

3. Démontrer que : $P(N) = 0,52$.

4. Sachant que Fabien n'a pas fait de séance de natation, quelle est la probabilité qu'il ait commencé son entraînement par une séance de vélo ?

Partie B

L'épreuve de triathlon s'est déroulée.
Pour chaque participant on enregistre sa performance, c'est-à-dire le temps total pour effectuer les trois épreuves du parcours.
On admet que l'ensemble des performances des participants, exprimées en heure, peut être modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance 2,5 et d'écart-type 0,25.

1. Calculer $P(T \geqslant 3)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer la probabilité qu'une performance prise au hasard se situe entre 2 heures et 3 heures.
3. Déterminer t, à la minute près, pour que $P(T \leqslant t) = 0{,}75$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Chaque participant au triathlon complète une fiche d'inscription comportant différents renseignements, dont le sexe du participant.
L'organisateur affirme que le pourcentage de femmes ayant participé à ce triathlon est de 50 %.
En raison du très grand nombre de participants au triathlon, l'organisateur décide de vérifier cette affirmation sur la base d'un échantillon de 60 fiches tirées au hasard.

1. Calculer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de femmes dans un échantillon aléatoire de 60 fiches.
2. L'échantillon prélevé au hasard comprend 25 fiches correspondant à des femmes.
   Ce constat remet-il en question l'affirmation de l'organisateur ? Justifier la réponse.

Exercice 2 **5 points**
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Une commune dispose de 380 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

- chaque voiture est louée pour une durée d'un mois ;
- la location commence le 1er jour du mois et se termine le dernier jour du même mois ;
- le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.
Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voitures.
Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite (u_n), où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de voitures louées le n-ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi $u_0 = 280$.
On admet que cette modélisation conduit à l'égalité : $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 42$.

1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019 ?
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 420$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera le premier terme v_0 et la raison.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et montrer que $u_n = -140 \times 0{,}9^n + 420$.
3. Déterminer la limite de la suite (u_n) puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. La commune, qui possède initialement 380 véhicules, envisage d'acheter des voitures supplémentaires pour répondre à la demande. Le responsable de la commune souhaite prévoir à partir de quelle date le nombre de voitures sera insuffisant.
   On souhaite utiliser l'algorithme ci-dessous :

```
N ← 0
U ← 280
Tant que .........
        N ← N+1
        U ← .........
Fin Tant que
```

   a. Recopier et compléter l'algorithme.
   b. Que contient la variable N à la fin de l'exécution de l'algorithme ?
   c. En déduire le mois durant lequel la commune devra augmenter le nombre de voitures.

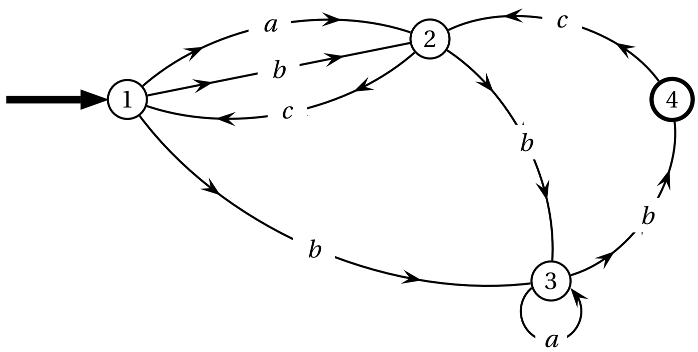
5. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation :
$$-140\times 0{,}9^n + 420 > 380$$
   et retrouver le résultat précédent.

Exercice 2 **5 points**
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Pour accéder à un local d'une petite entreprise, les employés doivent choisir un code reconnu par l'automate suivant :



Une succession de lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus, en partant du sommet 1 et en sortant au sommet 4.
Par exemple :

- le mot *bcbab* est un mot reconnu par cet automate, et correspond au chemin 121334 ;
- le mot *abac* n'est pas reconnu par cet automate.

1. Parmi les mots suivants, quels sont ceux qui sont reconnus par cet automate ?
$$abab,\ abc,\ abbcbb.$$

2. Recopier et compléter la matrice d'adjacence $M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$ associée au graphe orienté dans laquelle les sommets sont rangés dans l'ordre croissant.

3. Un logiciel de calcul formel donne

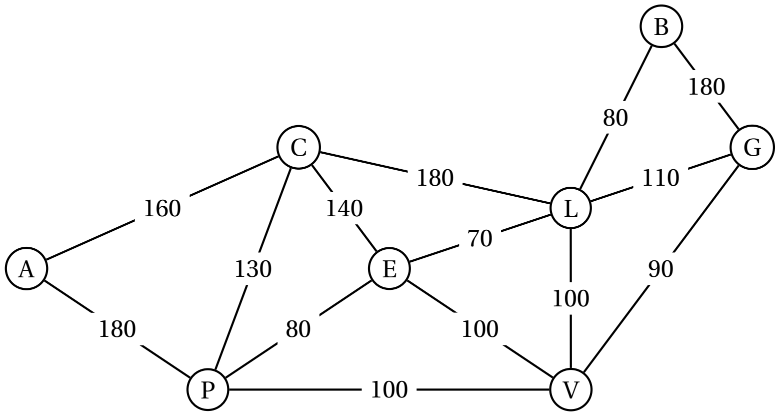
$$M^4 = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 10 & 5 \\ 1 & 6 & 7 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M^5 = \begin{pmatrix} 3 & 15 & 18 & 10 \\ 6 & 6 & 14 & 7 \\ 3 & 4 & 8 & 4 \\ 1 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Combien de mots de 4 lettres sont-ils reconnus par l'automate ? Justifier. Quels sont-ils ?

Partie B

Dans le graphe ci-après, on a fait figurer les distances routières, exprimées en kilomètre, entre certaines grandes villes de la région Auvergne-Rhône-Alpes.

A : Aurillac	G : Grenoble
B : Bourg-en-Bresse	L : Lyon
C : Clermont-Ferrand	P : Le Puy-en-Velay
E : Saint-Étienne	V : Valence



1. Un technicien doit vérifier l'état des routes du réseau représenté par le graphe ci-dessus.

a. Peut-il parcourir l'ensemble du réseau en empruntant chaque route une et une seule fois ? Justifier la réponse.

b. Si un tel parcours est possible, préciser par quelle(s) ville(s) de ce réseau routier le technicien doit commencer sa vérification.

2. Ayant terminé sa semaine de travail à Bourg-en-Bresse, le technicien souhaite retourner chez lui à Aurillac en faisant le moins de kilomètres possibles.

a. Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le plus court chemin entre les villes de Bourg-en-Bresse et Aurillac en empruntant le réseau routier.

b. La route entre Le Puy-en-Velay et Aurillac est fermée à la circulation. Quel chemin doit-il alors emprunter ?

Exercice 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}3$.
On peut affirmer que $P(X \geqslant 1)$ est égale à :

A. environ 0,972	**B.** environ 0,999
C. environ 0,121	**D.** $\frac{3}{10}$

2. La variable aléatoire T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[10\,;\,40]$.
On peut affirmer que $P(15 \leqslant T \leqslant 25)$ est égale à :

A. $\frac{2}{3}$	**B.** $\frac{1}{3}$
C. $\frac{3}{8}$	**D.** $\frac{5}{8}$

3. L'arrondi au centième de la somme $1 + 1{,}2 + 1{,}2^2 + 1{,}2^3 + \cdots + 1{,}2^{10}$ est :

A. 3,27	**B.** 25,96
C. 26,96	**D.** 32,15

4. On considère la fonction g deux fois dérivable sur $[0{,}1\,;\,10]$ par :

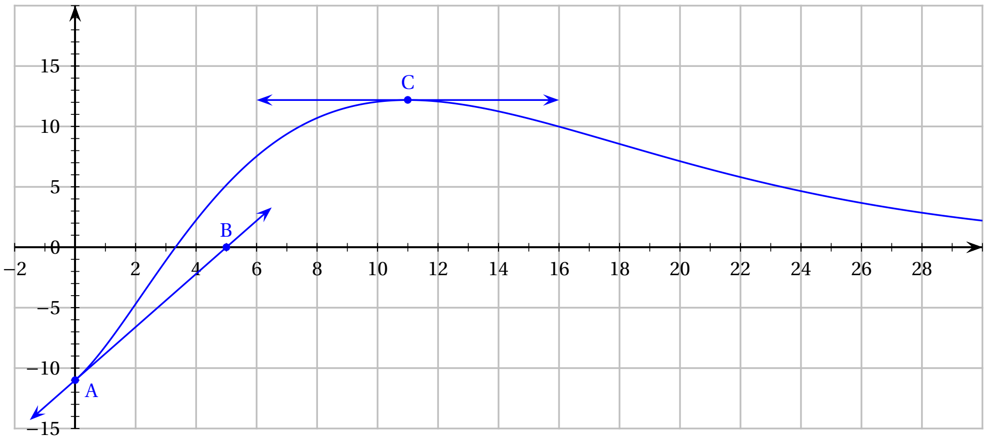
$$g(x) = x^2\,(2\ln(x) - 5) + 2.$$

A. g est concave sur $[0{,}1\,;\,10]$	**B.** g est concave sur $[\mathrm{e}\,;\,10]$
C. g est convexe sur $[0{,}1\,;\,7]$	**D.** g est convexe sur $[\mathrm{e}\,;\,10]$

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans le repère orthogonal donné ci-dessous, $\mathscr{C}_f$ est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $[0\,;30]$.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 0 passe par le point B (5 ; 0).
La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point C d'abscisse 11 est parallèle à l'axe des abscisses.



Dans toute la suite, on note f' la dérivée de la fonction f sur $[0\,;30]$ et F une primitive de f sur $[0\,;30]$.

Partie A – Lectures graphiques

1. Lire graphiquement les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(11)$.
2. L'affirmation « La fonction F est croissante sur $[0\,;11]$. » est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Partie B – Étude d'une fonction

La fonction f est définie sur $[0\,;30]$ par :

$$f(x) = \left(x^2 - 11\right)\,\mathrm{e}^{-0,2x}.$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

	Instruction :	**Résultat :**
1	$f(x) = (x^2 - 11) * \exp(-0,2 * x)$	$\left(x^2 - 11\right)\,\mathrm{e}^{-0,2x}$
2	Dérivée$(f(x))$	$\left(-0,2x^2 + 2x + 2,2\right)\,\mathrm{e}^{-0,2x}$
3	Intégrale$(f(x))$	$\left(-5x^2 - 50x - 195\right)\,\mathrm{e}^{-0,2x}$

1. Pour tout réel $x \in [0\,;30]$, justifier le résultat de l'instruction obtenu en ligne 2 du logiciel.
2. Étudier le signe de f' sur $[0\,;30]$ puis dresser le tableau des variations de f sur $[0\,;30]$.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0\,;11]$ puis donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
4. En utilisant sans le démontrer un résultat du logiciel, calculer la valeur exacte puis l'arrondi à 10^{-2} de l'intégrale : $I = \displaystyle\int_{10}^{20} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie C – Application économique

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} *si nécessaire.*

La fonction de demande d'un produit est modélisée sur l'intervalle $[5~;~30]$ par la fonction f étudiée dans la **partie B.**

Le nombre $f(x)$ représente la quantité demandée, exprimée en centaines de milliers d'objets, lorsque le prix unitaire est égal à x euros.

1. Calculer le nombre d'objets demandés, au millier près, lorsque le prix unitaire est fixé à 15 euros.
2. En utilisant les résultats de la **partie B**, déterminer la demande moyenne arrondie au millier d'objets, lorsque le prix unitaire varie entre 10 et 20 euros.
3. L'élasticité $E(x)$ de la demande par rapport au prix est le pourcentage de variation de la demande pour une augmentation de 1 % du prix.

   On admet qu'une bonne approximation de $E(x)$ est donnée par :

$$E(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \times x \text{ lorsque } x \in [5~;~30].$$

   Calculer $E(15)$ et interpréter le résultat.

Sommaire Index

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L – Liban mai 2019

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

1. Soit u la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par : $u(x) = 3\ln(x) - 2x + 1$.
Soit $\mathscr{C}_u$ la courbe représentative de la fonction u dans un repère.

   Affirmation 1 : $y = x - 2$ est l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_u$ au point d'abscisse 1.

2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left[\mathrm{e}\ ;\ \mathrm{e}^2\right]$ par $f(x) = \dfrac{1}{\mathrm{e}^2}\ln(x)$.
On admet que la fonction $x \longmapsto x\ln(x) - x$ est une primitive de la fonction $x \longmapsto \ln(x)$ sur l'intervalle $\left[\mathrm{e}\ ;\ \mathrm{e}^2\right]$.

   Affirmation 2 : f est une fonction de densité sur $\left[\mathrm{e}\ ;\ \mathrm{e}^2\right]$.

3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 3\,\mathrm{e}^{-2x+1}$.

   Affirmation 3 : La fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = -6\,\mathrm{e}^{-2x+1} + 6$ est la primitive de g qui s'annule en $\dfrac{1}{2}$.

4. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[-8\,;\,-0{,}5]$ par : $h(x) = \dfrac{4x+1}{x^2}$.

   Affirmation 4 : La fonction h est concave sur l'intervalle $[-8\,;\,-0{,}75]$.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

La Pyrale du buis est une espèce de lépidoptères de la famille des Crambidæ, originaire d'Extrême-Orient. Introduite accidentellement en Europe dans les années 2000, elle y est devenue invasive. Une étude décomptant le nombre de chenilles de Pyrale dans un camping d'Ardèche donne les estimations suivantes :

Date	01/06/18	02/06/18	03/06/18
n	0	1	2
Nombre de chenilles en centaines	97	181	258

L'exercice étudie et compare deux modélisations de l'évolution du nombre de chenilles.

Partie 1 : *Modèle 1*

Dans cette partie, on modélise le nombre de chenilles le n-ième jour après le 1er juin 2018 (nombre exprimé en centaines) par une suite géométrique (u_n) de raison $q = 1{,}63$. Ainsi $u_0 = 97$.

1. Calculer u_2. Arrondir à l'unité.
2. Exprimer u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
3. Justifier que la suite (u_n) est croissante.
4. Selon ce modèle, quel sera le nombre de chenilles le 13 juin 2018 ? Arrondir à la centaine.

Partie 2 : *Modèle 2*

Dans cette partie, on modélise le nombre de chenilles le n-ième jour après le 1er juin 2018 (nombre exprimé en centaines) par une suite (v_n) telle que :

$$v_0 = 97 \text{ et, pour tout entier naturel } n,\ v_{n+1} = 0{,}91 v_n + 93.$$

1. On admet que, pour tout entier naturel n : $v_n = \dfrac{1}{3}\left(-2\,809 \times 0{,}91^n + 3\,100\right)$.

Selon ce modèle, quel sera le nombre de chenilles le 13 juin 2018 ? Arrondir à la centaine.

2. En étudiant le signe de $v_{n+1} - v_n$, montrer que la suite (v_n) est croissante.

Partie 3 : *Comparaison des différents modèles*

La valeur relevée dans le camping le 13 juin 2018 est de 745 centaines de chenilles.

1. À partir de ce relevé, quel modèle paraît le plus adapté ?

2. On reprend l'étude du deuxième modèle.

  a. Résoudre l'inéquation : $v_n \geqslant 1\,000$.

  b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie 1

Les clients d'un restaurant sont des habitués qui y déjeunent tous les jours. En septembre 2018, le restaurateur propose trois nouveaux plats : plat A, plat B et plat C.

D'un jour à l'autre, il constate que :

- Parmi les clients ayant choisi le plat A : 30 % reprennent le plat A le lendemain, 50 % prennent le plat B le lendemain.
- Parmi les clients ayant choisi le plat B : 30 % reprennent le plat B le lendemain, 60 % prennent le plat A le lendemain.
- Parmi les clients ayant choisi le plat C : 35 % prennent le plat A le lendemain, 45 % prennent le plat B le lendemain.

On note pour tout entier n non nul :

- a_n la proportion de clients ayant choisi le plat A le n-ième jour ;
- b_n la proportion de clients ayant choisi le plat B le n-ième jour ;
- c_n la proportion de clients ayant choisi le plat C le n-ième jour.

Pour tout entier $n \geqslant 1$, on note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n & c_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste le n-ième jour.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.

2. Donner la matrice de transition M de ce graphe, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

3. Le restaurateur a noté que le premier jour 35,5 % des clients ont pris le plat A, 40,5 % ont pris le plat B et 24 % ont pris le plat C.

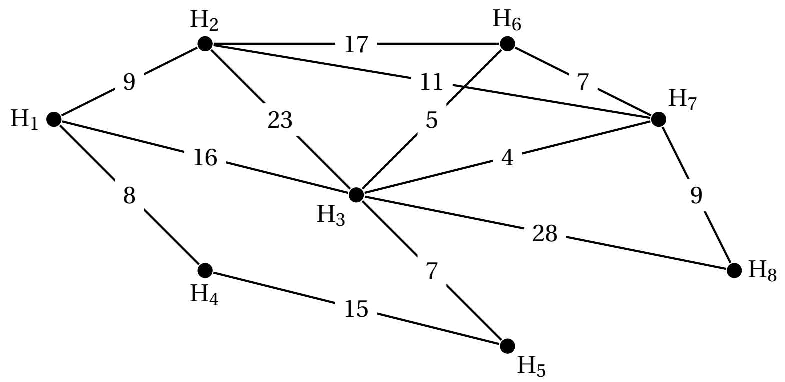
Calculer P_2.

4. Le restaurateur affirme que le douzième jour, la proportion de clients qui choisiront le plat C sera à peu près la même que le treizième jour, soit environ 15,9 %.

A-t-il raison ? Justifier.

Partie 2

Pour le dîner, le restaurateur décide de proposer des livraisons à domicile. Il fait un essai avec huit clients.
Sur le graphe ci-dessous, les sommets représentent les différents lieux d'habitation de ces huit clients. Les arêtes représentent les rues et les valeurs indiquent les durées moyennes des trajets exprimées en minutes.



1. Répondre aux questions suivantes en justifiant.
   - **a.** Existe-t-il un parcours qui emprunte toutes les rues une et une seule fois ?
   - **b.** Un tel parcours peut-il partir de H_1 et y revenir ?
2. En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le temps minimal pour aller de H_4 vers H_8. Préciser le trajet correspondant.

Exercice 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4\,;\,10]$ par :

$$f(x) = 1 + \left(-4x^2 - 10x + 8\right) \mathrm{e}^{-0,5x}.$$

1. On note f' la fonction dérivée de f.
   Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-4\,;\,10]$:
   $$f'(x) = \left(2x^2 - 3x - 14\right) \mathrm{e}^{-0,5x}.$$
2. Dresser, en justifiant, le tableau des variations de f sur l'intervalle $[-4\,;\,10]$.
   On donnera les valeurs exactes des éléments du tableau.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-4\,;\,-2]$.

   b. On considère l'algorithme ci-contre.

   Recopier et compléter la deuxième ligne du tableau ci-dessous correspondant au deuxième passage dans la boucle.

```
a ← −4
b ← −2
Tant que (b − a) > 10^−1
    m ← (a + b)/2
    p ← f(a) × f(m)
    Si p > 0 alors
        a ← m
    Sinon
        b ← m
    Fin Si
Fin Tant que
```

	m	signe de p	a	b	$b-a$	$b-a>10^{-1}$
Initialisation			-4	-2	2	VRAI
Après le 1$^{\text{er}}$ passage dans la boucle	-3	Négatif	-4	-3	1	VRAI
Après le 2$^{\text{e}}$ passage dans la boucle						

c. À la fin de l'exécution de l'algorithme, les variables a et b contiennent les valeurs $-3{,}1875$ et $-3{,}125$. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.

4. On admet qu'une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-4\,;\,10]$ est la fonction F définie par $F(x) = x + \left(8x^2 + 52x + 88\right) \mathrm{e}^{-0,5x}$.
Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[-4\,;\,10]$. Arrondir au centième.

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est composé de trois parties indépendantes.

Partie A

D'après un sondage sur la fréquence de rejet de produits polluants dans les canalisations, on estime que 72 % de la population est respectueuse de son environnement.
On interroge 300 personnes choisies au hasard pour savoir si elles jettent régulièrement des produits polluants dans les canalisations, ce qui permet de repérer des personnes respectueuses de leur environnement. On estime que la population est suffisamment grande pour que ce choix de 300 personnes soit assimilable à un tirage avec remise.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes respectueuses de leur environnement dans un échantillon de 300 personnes choisies au hasard.

1. Quelle est la loi suivie par X ? Justifier.
2. Calculer la probabilité que 190 personnes soient respectueuses de leur environnement. Arrondir à 10^{-4}.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 220 personnes soient respectueuses de leur environnement. Arrondir à 10^{-4}.

Partie 2

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^2 - 7x - 4 \geqslant 0$.
2. On choisit un nombre au hasard dans l'intervalle $[0\,;\,10]$. Calculer la probabilité que ce nombre soit solution de l'inéquation précédente.

Partie 3

1. Soit Z une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 2,3 et d'écart-type 0,11.
   a. Calculer $P(2{,}18 \leqslant Z \leqslant 2{,}42)$. Arrondir à 10^{-2}.
   b. Calculer $P(Z \geqslant 2{,}25)$. Arrondir à 10^{-2}.
2. On suppose maintenant que Z suit une loi normale d'espérance 2,3 et d'écart-type σ.
   Donner une valeur approchée de σ pour que $P(2{,}18 \leqslant Z \leqslant 2{,}42) \approx 0{,}95$. Justifier.

Sommaire Index

Baccalauréat ES Centres étrangers [1] 13 juin 2019

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante. Les résultats approchés seront arrondis au millième.

Partie A

On s'intéresse à la clientèle d'un musée.
Chaque visiteur peut acheter son billet sur internet avant sa visite ou l'acheter aux caisses du musée à son arrivée.
Pour l'instant, la location d'un audioguide pour la visite n'est possible qu'aux caisses du musée.
Le directeur s'interroge sur la pertinence de proposer la réservation des audioguides sur internet.
Une étude est réalisée. Elle révèle que :

- 70 % des clients achètent leur billet sur internet;
- parmi les clients achetant leur billet sur internet, 35 % choisissent à leur arrivée au musée une visite avec un audioguide;
- parmi les clients achetant leur billet aux caisses du musée, 55 % choisissent une visite avec un audioguide.

On choisit au hasard un client du musée. On considère les évènements suivants :

- A : « Le client choisit une visite avec un audioguide »;
- B : « Le client achète son billet sur internet avant sa visite ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité que le client choisisse une visite avec un audioguide est égale à 0,41.
3. On s'intéresse aux clients qui visitent le musée avec un audioguide.
   Si plus de la moitié d'entre eux ont acheté leur billet sur internet alors le directeur proposera à l'avenir la location de l'audioguide sur le site internet du musée.
   D'après les résultats de cette étude, que va décider le directeur? Justifier la réponse.

Partie B

On s'intéresse désormais à la fréquentation de la boutique du musée.
On note T la variable aléatoire qui, à chaque visiteur, associe la durée en minutes passée dans la boutique.
Une étude statistique a montré que la variable aléatoire T suit la loi normale de moyenne $\mu = 10$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

1. Quelle est la probabilité qu'un visiteur reste moins de six minutes dans la boutique?
2. Calculer $P(6 \leqslant T \leqslant 14)$.
3. Déterminer une valeur approchée au dixième du nombre réel a tel que $P(T \geqslant a) = 0,25$.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Les recettes obtenues par la boutique ne sont pas jugées satisfaisantes; celle-ci est donc réaménagée. Une étude menée suite à ce réaménagement montre que 25 % des visiteurs passent désormais au moins 15 minutes dans la boutique.
   Pour s'en assurer le gérant de la boutique constitue un échantillon aléatoire de 720 visiteurs. Il constate que 161 d'entre eux sont restés 15 minutes ou plus.
   Cet échantillon confirme-t-il les résultats de l'étude? Justifier la réponse.

1. Pondichéry

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Reporter sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Aucune justification n'est demandée.

Un constructeur automobile commercialise un nouveau véhicule. Afin de le faire connaître, une campagne publicitaire est organisée. On étudie l'impact de cette campagne publicitaire dans une certaine région.

1. On montre la publicité à 3 000 habitants de cette région. Parmi eux, 817 la trouvent attractive. Un intervalle de confiance au seuil de 0,95 de la proportion d'habitants de la région trouvant que la publicité est attractive est (les bornes ont été arrondies à 10^{-3}) :

A. [0,271 ; 0,273]	**B.** [0,211 ; 0,333]
C. [0,254 ; 0,333]	**D.** [0,254 ; 0,291]

2. Dans une ville de la région, sur une population de 4 200 habitants, 36 % ont pris connaissance de la publicité lors de la première semaine de la campagne. Le nombre d'habitants de cette ville ayant pris connaissance de la publicité lors de la première semaine de la campagne est :

A. 2 688	**B.** 1 512
C. 1 167	**D.** 4 164

3. Le premier jour de la campagne publicitaire, 150 habitants de la région ont pris connaissance de la publicité. Chaque jour, le nombre d'habitants de la région ayant pris connaissance de la publicité est multiplié par 2.

On souhaite écrire un algorithme qui détermine le nombre de jours au bout desquels au moins 30 000 habitants de la région auront pris connaissance de la publicité.

Parmi ces algorithmes, quel est celui dont le contenu de la variable N, après exécution de l'algorithme, répond au problème ?

A.	**B.**

$A \leftarrow 150$
$N \leftarrow 1$
Tant que $A < 30000$
    $A \leftarrow 2A$
Fin Tant que
$N \leftarrow N+1$
	$A \leftarrow 150$
	$N \leftarrow 1$
	Tant que $A < 30000$
	    $A \leftarrow 2A$
	    $N \leftarrow N+1$
	Fin Tant que

C.	**D.**

$A \leftarrow 150$
$N \leftarrow 1$
Tant que $A < 30000$
    $A \leftarrow 2A$
Fin Tant que
	$A \leftarrow 150$
	$N \leftarrow 1$
	Tant que $A > 30000$
	    $A \leftarrow 2A$
	    $N \leftarrow N+1$
	Fin Tant que

4. Dans une concession automobile de la région, le temps d'attente, exprimé en minutes, avant d'être reçu par un conseiller commercial peut être modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle [1 ; 10].

Un visiteur se présente. Quelle est la probabilité qu'il attende au moins 5 minutes avant d'être reçu par un conseiller commercial ?

A. 0,4	**B.** 0,5
C. $\frac{4}{9}$	**D.** $\frac{5}{9}$

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L.

Afin de conserver au fil des années un parc en bon état, un loueur de vélos se sépare chaque hiver de 20 % de son stock et achète ensuite 35 nouveaux vélos.
On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de vélos présents dans le stock de ce loueur au 1er juillet de l'année $(2018 + n)$.
Au 1er juillet 2018, le loueur possède 150 vélos, ainsi $u_0 = 150$.

1. **a.** Déterminer le nombre de vélos dans le stock du loueur au 1er juillet 2019.
   b. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,8u_n + 35$.
2. On a calculé les premiers termes de cette suite à l'aide d'un tableur.
   Une copie d'écran est donnée ci-dessous :

	A	B
1	rang n	terme u_n
2	0	150
3	1	155
4	2	159
5	3	162,2

   a. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir, par copie vers le bas, les termes successifs de la suite (u_n) ?
   b. Pour les termes de rang 36, 37, 38, 39 et 40, on obtient les résultats suivants (arrondis au millième) :

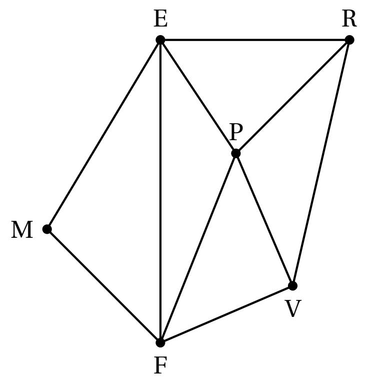
38	36	174,992
39	37	174,994
40	38	174,995
41	39	174,996
42	40	174,997

   Conjecturer la limite de la suite (u_n).
3. *Dans cette question, on cherche à démontrer la conjecture émise à la question précédente.*
   Pour cela, on pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 175$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n = -25 \times 0,8^n + 175$.
   c. Déterminer alors la limite de la suite (u_n).
4. On admet que la suite (u_n) est croissante.
   Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que : $u_n \geqslant 170$.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un restaurateur se fournit auprès de 5 producteurs locaux. Le graphe ci-dessous représente la situation géographique du restaurateur et de ses fournisseurs, les arêtes correspondant au réseau routier et les sommets aux producteurs :



Légende :
E : éleveur
F : fromager
M : maraîcher
P : pisciculteur
R : **restaurateur**
V : vigneron

1. **a.** Le graphe est-il complet ? Justifier la réponse.

   b. Le graphe est-il connexe ? Justifier la réponse.

2. Est-il possible pour le restaurateur d'organiser une visite de tous ses producteurs en partant de son restaurant et en empruntant une fois et une seule chaque route ? Justifier la réponse. Si oui, préciser le point d'arrivée et proposer un tel parcours.

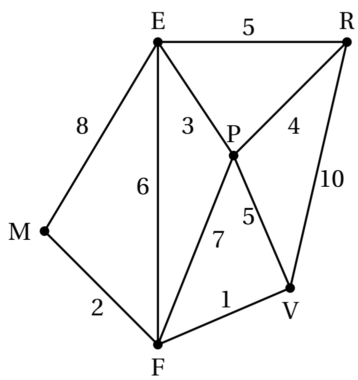
3. On appelle N la matrice d'adjacence associée à ce graphe, les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique.

   a. Déterminer la matrice N.

   b. On donne la matrice $N^3 = \begin{pmatrix} 6 & 10 & 6 & 10 & 9 & 5 \\ 10 & 6 & 6 & 10 & 5 & 9 \\ 6 & 6 & 2 & 4 & 4 & 4 \\ 10 & 10 & 4 & 8 & 8 & 8 \\ 9 & 5 & 4 & 8 & 4 & 8 \\ 5 & 9 & 4 & 8 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

   Déterminer, en justifiant la réponse, le nombre de chemins de longueur 3 reliant l'éleveur au vigneron.

4. Les arêtes du graphe sont pondérées par les distances, exprimées en kilomètre, entre les différents lieux :



Le restaurateur doit se rendre chez le maraîcher en partant de chez lui. Quel est le plus court chemin pour effectuer ce trajet ? Justifier la réponse à l'aide d'un algorithme.

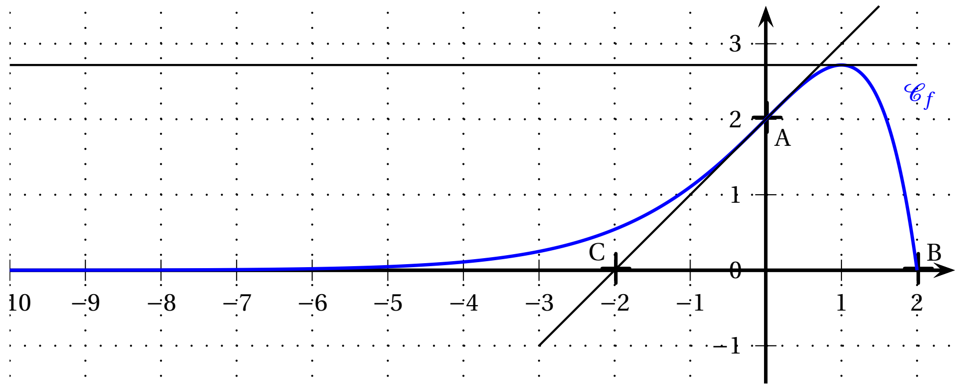
EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Dans le repère ci-dessous, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10 ; 2]$. On a placé les points A(0 ; 2), B(2 ; 0) et C(−2 ; 0).
On dispose des renseignements suivants :

- Le point B appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- La droite (AC) est tangente en A à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est une droite horizontale.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Indiquer les valeurs de $f(0)$ et de $f(2)$.
2. Indiquer la valeur de $f'(1)$.
3. Donner une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10 ; 2]$.
5. Indiquer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.
6. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe, et celui sur lequel elle est concave.
7. On s'intéresse au nombre $I = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   a. Sur le graphique donné **en annexe et à rendre avec la copie**, hachurer le domaine du plan dont l'aire, exprimée en unités d'aire, est égale à I.
   b. Donner un encadrement du nombre I par deux entiers consécutifs.

Partie B

Dans cette partie, on cherche à vérifier par le calcul les résultats lus graphiquement dans la partie A.
On sait désormais que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-10 ; 2]$ par :

$$f(x) = (2 - x)\mathrm{e}^x.$$

.

1. Calculer $f(0)$ et $f(2)$.
   a. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-10 ; 2]$.
   b. En déduire la valeur de $f'(1)$.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
3. **a.** Dresser le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 2]$.

b. En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ dans l'intervalle $[-10~;~2]$, puis donner une valeur approchée au centième de chacune de ces solutions.

4. Un logiciel de calcul formel fournit le résultat suivant :

1	$f(x) := (2-x)*\exp(x)$
	$f(x) := (-x+2)\mathrm{e}^{x}$
2	Simplifier(Dérivée(Dérivée($f(x)$)))
	$-x\mathrm{e}^{x}$

Utiliser le résultat du logiciel pour étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-10~;~2]$.

5. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[-10~;~2]$ par :

$$F(x) = (3-x)\mathrm{e}^{x}.$$

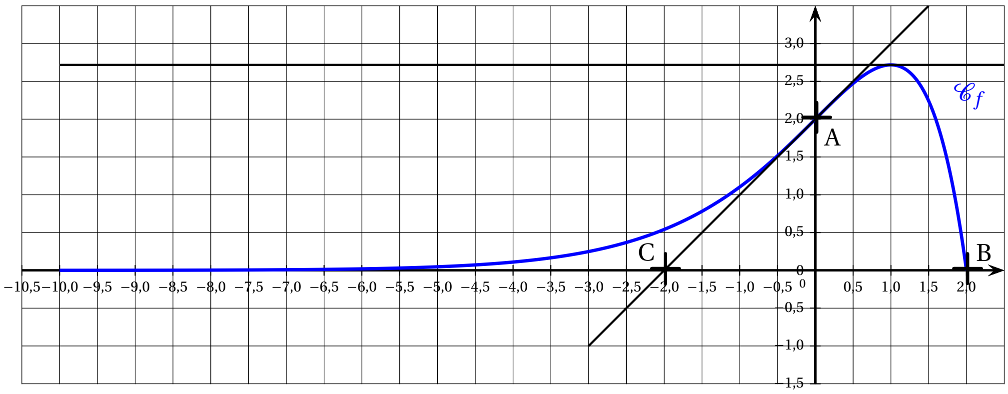
a. Vérifier que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-10~;~2]$.

b. En déduire la valeur exacte et une valeur approchée au centième du nombre

$$I = \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Feuille annexe à rendre avec la copie

Exercice 4



Sommaire Index

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Antilles-Guyane 18 juin 2019

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La partie C est indépendante des parties A et B.

Une grande enseigne décide d'organiser un jeu permettant de gagner un bon d'achat. Le jeu se déroule en deux étapes :

- **Étape 1** : chaque client tire au hasard une carte sur laquelle figure un nombre de 1 à 50, chaque numéro ayant la même probabilité d'être découvert ;
- **Étape 2** :
  - — s'il découvre un numéro compris entre 1 et 15, il fait tourner une roue divisée en 10 secteurs de même taille dont 8 secteurs contiennent une étoile ;
  - — sinon, il fait tourner une autre roue divisée elle aussi en 10 secteurs de même taille dont un seul secteur contient une étoile.

Un bon d'achat est gagné par le client si la roue s'arrête sur une étoile.

Partie A

Un client joue à ce jeu. On note :
N l'évènement « Le client découvre un numéro entre 1 et 15 » ;
E l'évènement « Le client obtient une étoile ».

1. **a.** Justifier que $P(N) = 0,3$ et que $P_N(E) = 0,8$.
   b. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le client trouve un numéro entre 1 et 15 et une étoile.
3. Justifier que la probabilité que le client gagne un bon d'achat est égale à 0,31.
4. Le client a gagné un bon d'achat. Quelle est la probabilité qu'il ait obtenu un numéro entre 1 et 15 à la première étape ?

Partie B

Le montant d'un bon d'achat est de 10 euros.
Pour ce jeu, le directeur de l'hypermarché a prévu un budget de 250 euros par tranche de 100 clients y participant. Pour vérifier que son budget est suffisant, il simule 100 fois le jeu d'un client à l'aide d'un logiciel.
On appelle X la variable aléatoire qui, à 100 jeux simulés, associe le nombre de bons d'achat gagnés. On admet que X suit une loi binomiale.

1. Préciser les paramètres de X.
2. Calculer la probabilité pour qu'il y ait exactement 30 clients gagnants.
3. Quel est le montant moyen de la somme totale offerte en bons d'achat ? Le budget prévisionnel est-il suffisant ?

Partie C

La direction de l'hypermarché étudie le temps que les clients passent dans son magasin.
On admet que le temps, exprimé en minute, passé dans ce magasin par un client peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 45$ et d'écart type $\sigma = 5$.

1. Calculer la probabilité qu'un client pris au hasard dans ce magasin reste entre 30 et 60 minutes.
2. Calculer la probabilité qu'un client pris au hasard dans ce magasin reste plus de 50 minutes.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Un infographiste simule sur ordinateur la croissance d'un bambou. Il prend pour modèle un bambou d'une taille initiale de 1 m dont la taille augmente d'un mois sur l'autre de 5 % auxquels s'ajoutent 20 cm.

Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n la taille, exprimée en centimètre, qu'aurait le bambou à la fin du n-ième mois, et $u_0 = 100$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}05 \times u_n + 20$.
3. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n + 400$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 500 \times 1{,}05^n - 400$.
   d. Calculer la taille du bambou, au centimètre près, à la fin du 7[e] mois.
4. On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel n est un entier naturel et u est un nombre réel.

```
u ← 100
n ← 0
Tant que u < 200 faire
    | u ← 1,05 × u + 20
    | n ← n + 1
Fin Tant que
```

   a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l'exécution de l'algorithme.

Test $u < 200$		vrai		...
Valeur de u	100			...
Valeur de n	0			...

   b. Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme?
   Interpréter le résultat au regard de la situation étudiée dans cet exercice.
   c. Modifier les lignes nécessaires dans l'algorithme pour déterminer le nombre de mois qu'il faudrait à un bambou de 50 cm pour atteindre ou dépasser 10 m.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

La mairie d'une ville propose une carte jeune annuelle donnant droit à des réductions sur les activités culturelles et de loisirs. La mairie espère que dans l'avenir, au moins 70 % de la population des 12-18 ans possèdent la carte et si oui, en quelle année cela se produirait.

Ces dernières années, lors du renouvellement de la carte, on a constaté que 10 % des possesseurs de la carte ne la rachètent pas. Dans le même temps, 30 % de la population des 12-18 ans qui ne la possédaient pas l'année précédente achètent la carte. On fait l'hypothèse que l'effectif de la population des 12-18 ans est constant et que l'évolution va rester la même pour les prochaines années.

En 2018, 80 % des jeunes de 12-18 ans ne possédaient pas la carte.
On note, pour tout entier naturel n, a_n la part de la population des 12-18 ans de la ville possédant la carte l'année $2018+n$, et b_n la part de la population des 12-18 ans ne la possédant pas.

Partie A

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et B où le sommet A représente l'état « posséder une carte jeune » et B l'état « ne pas posséder une carte jeune ».
2. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre A puis B des sommets.
3. **a.** Vérifier que $a_2 = 0{,}552$ et $b_2 = 0{,}448$.

   b. Interpréter le coefficient 0,552 dans le contexte de l'énoncé.
4. On note a et b les coefficients de la matrice P correspondant à l'état stable de ce graphe.

   a. Montrer que les nombres a et b sont solutions du système $\left\{\begin{array}{rcl} -0{,}1a+0{,}3b &=& 0\\ a+\quad b &=& 1\end{array}\right.$

   b. Justifier que la mairie peut espérer qu'à l'avenir au moins 70 % de la population des 12-18 ans possèdent la carte.

Partie B

On admet que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}6a_n + 0{,}3$ et que la suite (a_n) est croissante.

1. On donne l'algorithme suivant dans lequel A est un nombre réel et N est un entier naturel.

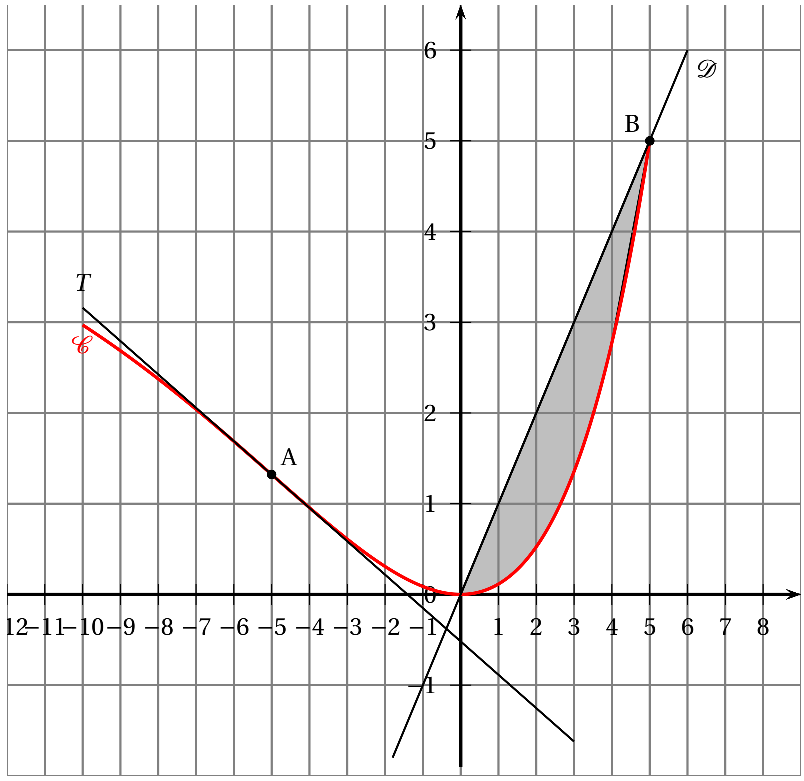
```
A ← 0,2
N ← 0
Tant que ...... faire
    | A prend la valeur ......
    | N prend la valeur ......
Fin Tant Que
```

   Recopier puis compléter les pointillés des lignes 3 à 5 de l'algorithme ci-dessus pour qu'il affiche le nombre d'années nécessaires à la mairie pour atteindre son objectif qu'au moins 70 % de la population des 12-18 ans possèdent la carte.
2. En quelle année l'objectif sera-t-il atteint ?

Exercice 3 **7 points**
Commun à tous les candidats

Dans la figure ci-dessous sont représentés dans un repère orthogonal :

- la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10 ; 5]$;
- la tangente T à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse -5 ;
- la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x$;
- le domaine S situé entre la droite $\mathscr{D}$ et la courbe $\mathscr{C}$, grisé sur la figure.



Partie A

Dans cette partie les estimations seront obtenues par lecture graphique.

Cette partie A est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. Parmi les quatre valeurs ci-dessous, la meilleure valeur approchée du coefficient directeur de la tangente T est :

   a. $-\dfrac{1}{3}$ **b.** -3

   c. 3 **d.** $\dfrac{1}{3}$

2. La fonction f semble :

   a. concave sur $[-5 ; 0]$ **b.** concave sur $[-10 ; 0]$

   c. convexe sur $[-10 ; 5]$ **d.** convexe sur $[-5 ; 5]$

3. L'aire du domaine S, en unité d'aire, appartient à l'intervalle :

   a. $[-4 ; -2]$ **b.** $[4 ; 7]$

   c. $[0 ; 3]$ **d.** $[7 ; 10]$

Partie B

La fonction f précédente, définie et dérivable sur l'intervalle $[-10 ; 5]$, a pour expression

$$f(x) = (x-5)\mathrm{e}^{0,2x} + 5.$$

1. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[-10 ; 5]$.
   - **a.** Montrer que $f'(x) = 0{,}2x\mathrm{e}^{0{,}2x}$.
   - **b.** Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [-10; 5].
   - **c.** Déterminer la valeur exacte du coefficient directeur de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse -5.
2. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	$g(x) = 0{,}2x * \exp(0{,}2x)$ $\rightarrow g(x) = \dfrac{1}{5}x\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x}$
2	Dérivée $g'(x) = \dfrac{1}{25}x\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x} + \dfrac{1}{5}\mathrm{e}^{\frac{1}{5}x}$

   - **a.** En utilisant ces résultats, justifier que la dérivée seconde de f, notée f'', est définie par $f''(x) = (0{,}2 + 0{,}04x)\mathrm{e}^{0{,}2x}$.
   - **b.** Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; 5]$.
3. On admet qu'une primitive de f sur l'intervalle $[-10 ; 5]$ est la fonction F définie par

$$F(x) = (5x - 50)\mathrm{e}^{0{,}2x} + 5x.$$

   - **a.** Déterminer la valeur exacte de I définie par $I = \displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   - **b.** Montrer que l'aire du domaine du plan situé sous la droite $\mathscr{D}$, au-dessus de l'axe des abscisses et limité par la droite d'équation $x = 5$ vaut 12,5 unités d'aire.
   - **c.** En déduire une valeur approchée de l'aire du domaine S en unité d'aire.

Exercice 4 **3 points**
Commun à tous les candidats

Afin de respecter l'accord signé sur la pollution de l'air, certaines entreprises, dès l'année 2014, ont été contraintes de diminuer chaque année la quantité de CO_2 qu'elles produisent.
Une de ces entreprises émettait 15 milliers de tonnes de CO_2 en 2014 et 14,7 milliers de tonnes en 2015.
On suppose que le taux de diminution annuel de CO_2 émis restera constant pendant les années suivantes.

1. Calculer le taux d'évolution de l'émission de CO_2 par cette entreprise entre 2014 et 2015.
2. L'accord prévoit que cette entreprise devra produire moins de 12 milliers de tonnes de CO_2 par an. En détaillant la méthode employée, déterminer à partir de quelle année la quantité de CO_2 émise par cette entreprise passera en dessous de ce seuil de 12 milliers de tonnes.

Sommaire Index

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L – Asie - 20 juin 2019

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

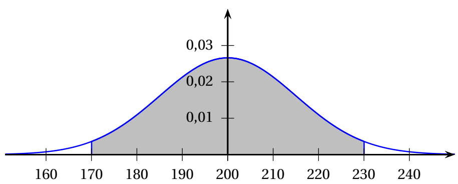
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, un seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier pour chaque question son numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse exacte rapporte 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour tout évènement E, on note $p(E)$ sa probabilité.

1. Soit X la variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(20\,;\,0{,}4)$.
   a. $p(X = 7) = 20 \times 0{,}4^7$
   b. $p(X > 4) = 0{,}98$ arrondie au centième
   c. $p(X \leqslant 4) = 0{,}05$ arrondie au centième
   d. $p(X \leqslant 7) = 0{,}25$ arrondie au centième

2. L'équation $\left(\mathrm{e}^{x}\right)^2 = 3\,\mathrm{e}^{x}$ possède :
   a. une unique solution 3
   b. une unique solution $\ln(3)$
   c. deux solutions 0 et $\ln(3)$
   d. deux solutions 0 et 3

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x}{\mathrm{e}^{x}}$.
   Une autre expression de $f(x)$ est :
   a. $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{-x}$
   b. $f(x) = -x\,\mathrm{e}^{-x}$
   c. $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{x}$
   d. $f(x) = x\,\mathrm{e}^{-x}$

4. Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale dont la densité de probabilité est représentée ci-contre. Sur le graphique, la surface grisée correspond à une probabilité de 0,95.



   Une valeur approchée à 0,1 près du nombre α tel que $p(X \geqslant \alpha) = 0{,}1$ est :
   a. $\alpha \approx 180{,}8$
   b. $\alpha \approx 212{,}6$
   c. $\alpha \approx 219{,}2$
   d. $\alpha \approx 238{,}4$

Exercice 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A, B *et* C *sont indépendantes.*
Si nécessaire, les résultat seront arrondis au centième.

Partie A

Un club de football est composé d'équipes adultes masculines, adultes féminines et d'équipes d'enfants. Chaque week-end, la présidente Claire assiste au match d'une seule des équipes du club et elle suit :

- dans 10 % des cas, le match d'une équipe adulte féminine ;
- dans 40 % des cas, le match d'une équipe adulte masculine ;
- dans les autres cas, le match d'une équipe d'enfants.

Lorsqu'elle assiste au match d'une équipe masculine, la probabilité que celle-ci gagne est 0,6.
Lorsqu'elle assiste au match d'une équipe d'enfants, la probabilité que celle-ci gagne est 0,54.
La probabilité que Claire voie l'équipe de son club gagner est 0,58.
On choisit un week-end au hasard. On note les évènements suivants :

- F : « Claire assiste au match d'une equipe adulte féminine » ;
- M : « Claire assiste au match d'une équipe adulte masculine » ;
- E : « Claire assiste au match d'une équipe d'enfants » ;
- G : « l'équipe du club de Claire gagne le match ».

Pour tous évènements A et B, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A, $p(A)$ la probabilité de A et, si B est de probabilité non nulle, $p_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

1. L'arbre de probabilité est donné en **annexe 1**. Le compléter au fur et à mesure de l'exercice.
2. Déterminer la probabilité $p(M \cap G)$.
3. **a.** Démontrer que $p(F \cap G) = 0{,}07$.
   b. En déduire $p_F(G)$.
   c. La probabilité que l'équipe adulte féminine gagne un match est 0,47. La présence de Claire semble-t-elle favoriser la victoire de l'équipe adulte féminine ?
4. Claire annonce avoir assisté à la victoire d'une équipe du club. Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi le match d'une équipe adulte féminine ?

Partie B

Au guichet, un supporter attend pour acheter son billet. On modélise le temps d'attente en minute par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 30$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. En moyenne, combien de temps attend ce supporter au guichet ?
2. Déterminer $p(25 \leqslant X \leqslant 35)$. Interpréter dans le contexte de l'exercice.
3. Le supporter ne dispose que de 15 minutes avant le début du match pour acheter son billet. Quelle est la probabilité qu'il puisse acheter son billet avant le début du match ?

Partie C

Des études statistiques ont montré que la probabilité qu'un enfant se réinscrive d'une année sur l'autre dans le même club de football est 0,6.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion d'enfants se réinscrivant d'une année sur l'autre pour un échantillon de 75 enfants pris au hasard dans le même club de football.
2. 52 des 75 enfants du club de Claire veulent se réinscrire en septembre 2018.
   La victoire de la France aux championnats du monde en 2018 a-t-elle eu un effet sur les réinscriptions en septembre 2018 dans ce club ? Justifier.

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité et candidats de L

Les partie A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

Tous les ans, au mois de septembre, Richard prélève 8,5 tonnes d'algues sur les plages de sa commune.
Au 1er septembre 2018, il y avait 230 tonnes d'algues sur ces plages.
Tous les ans, entre le 1er octobre et le 1er septembre suivant, la quantité d'algues sur ces plages augmente de 4 %.
On note u_n la quantité en tonnes d'algues présente sur les plages au 1er septembre de l'année $2018 + n$. Ainsi, $u_0 = 230$.

1. Vérifier par le calcul que Richard disposera de 230,36 tonnes sur les plages au 1er septembre 2019.

   On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1{,}04\,u_n - 8{,}84$.
2. Soit (v_n) la suite définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 221$.
   a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 1,04.
   Préciser son premier terme.
   b. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n.
   c. En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 221 + 9 \times 1{,}04^n$.
3. La quantité d'algues présentes sur ces plages dépassera-t-elle un jour 250 tonnes ? Si oui, préciser au bout de combien d'années cette quantité sera atteinte.

Partie B

Pour développer son entreprise, à partir du 1er septembre 2019, Richard a besoin de 10 % d'algues de plus que l'année précédente.
On rappelle qu'au 1er septembre 2018, il disposait de 230 tonnes d'algues et qu'il en avait consommé 8,5 tonnes en septembre 2018. Dans cette nouvelle situation, il disposera de 230,36 tonnes d'algues au 1er septembre 2019 et en utilisera 9,35 tonnes pendant ce mois.
Richard souhaite étudier la quantité d'algues sur les plages concernées pour les 16 prochaines années selon ce modèle.
Pour cela il rédige l'algorithme ci-contre.

```
A ← 230
B ← 8,5
Pour K allant de 1 à 16
    A ← (A − B) × 1,04
    B ← B × 1,1
Fin pour
```

1. Que représentent les variables A et B de l'algorithme ?
2. Dans le tableau en **annexe 2**, on a obtenu différentes valeurs de A et B de l'algorithme. Compléter les lignes du tableau pour les valeurs de $K = 1$ et $K = 2$.

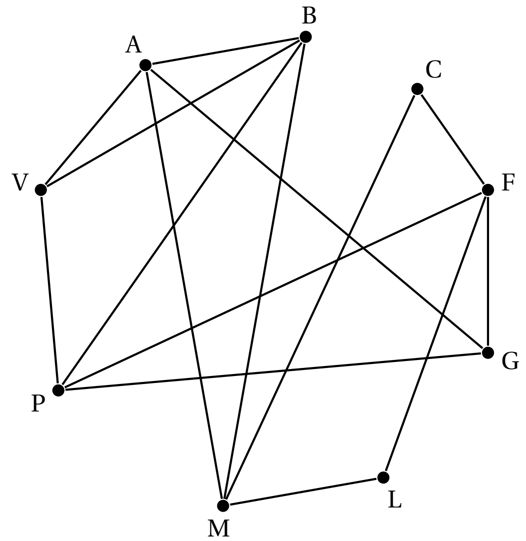
   Arrondir les résultats au centième.
3. Que peut conclure Richard pour 2034 ?

Exercice 3 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Une compagnie aérienne a représenté à l'aide d'un graphe les différentes liaisons assurées par ses avions. Les sommets du graphe sont les initiales des aéroports desservis et les arêtes correspondent aux vols effectués par un avion de cette compagnie entre deux aéroports.

Par exemple, l'arête entre A et G signifie qu'un avion effectue le vol entre les aéroports A et G, en partant de A vers G ou en partant de G vers A.



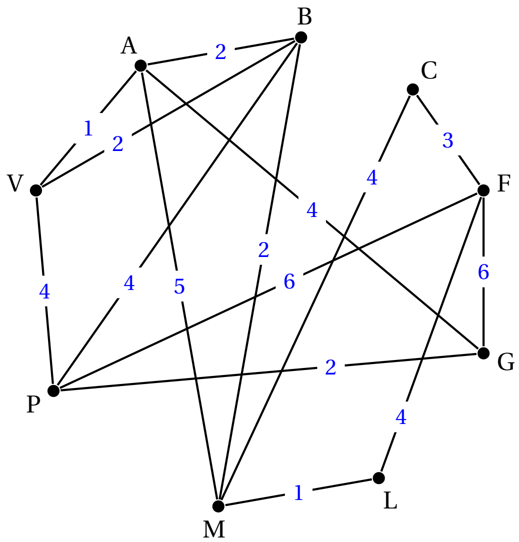
1. Le graphe est-il complet ?
   Interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.
2. On note M la matrice d'adjacence du graphe ci-dessus en classant les sommets par ordre alphabétique. Compléter les deux lignes manquantes de la matrice M donnée en **annexe 2**.
3. La compagnie souhaite qu'un avion partant de l'aéroport F effectue 3 vols avant d'arriver à l'aéroport B. À l'aide de la matrice M^3 donnée ci-après, déterminer le nombre de trajets possibles.

$$M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 & 5 & 8 & 2 & 8 & 4 & 9 \\ 9 & 6 & 2 & 5 & 4 & 2 & 8 & 9 & 7 \\ 2 & 2 & 0 & 6 & 2 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 6 & 2 & 6 & 6 & 2 & 7 & 3 \\ 8 & 4 & 2 & 6 & 2 & 2 & 4 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 6 & 2 & 0 & 6 & 2 & 3 \\ 8 & 8 & 6 & 2 & 4 & 6 & 2 & 6 & 3 \\ 4 & 9 & 2 & 7 & 8 & 2 & 6 & 4 & 8 \\ 9 & 7 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

4. L'entreprise souhaite qu'un même avion puisse parcourir successivement une fois et une seule chaque liaison.
   - **a.** Justifier qu'un avion peut le faire et préciser les aéroports de départ et d'arrivée possibles.
   - **b.** Lors de ce trajet, combien de fois cet avion doit-il se poser à l'aéroport P ?
     Expliquer la réponse.

Partie B

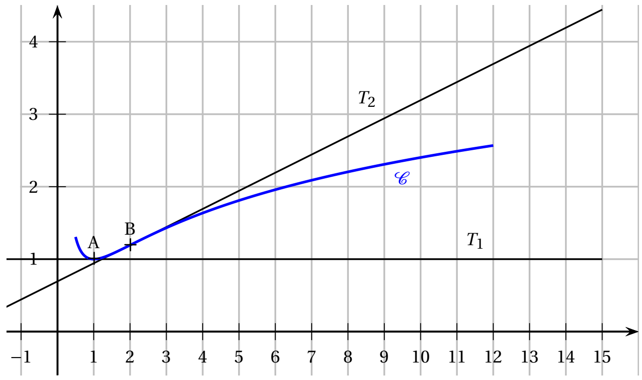
Sur le graphe ci-dessous sont indiqués les différents temps de vol en heure entre deux aéroports.



Un client souhaite utiliser une offre promotionnelle de cette compagnie pour voyager de l'aéroport V jusqu'à l'aéroport F. Combien d'heures de vol doit-il envisager au minimum ?
Préciser le trajet.

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

On a représenté ci-contre la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[0,5 ; 12]$, la tangente T_1 à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 1 et la tangente T_2 à $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 2. La tangente T_1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Par lecture graphique :
   a. Déterminer $f'(1)$.
   b. Déterminer les éventuels points d'inflexion de $\mathscr{C}$.
   c. Déterminer un encadrement de $\displaystyle\int_6^8 f(x)\,\mathrm{d}x$ par deux entiers consécutifs.
2. On admet que la fonction f est définie sur $[0,5 ; 12]$ par : $f(x) = \ln(x) + \dfrac{1}{x}$.
   a. Vérifier que, pour tout $x \in [0,5 ; 12]$, $f'(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$.
   b. Déterminer le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f.
   Si nécessaire, on arrondira à 0,1 les valeurs numériques.
3. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats suivants que l'on pourra admettre.

Calcul formel	
1	$g(x) := (x-1)/x^2$ $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$
2	Dérivée $(g(x))$ $\dfrac{x^2-2x(x-1)}{x^4}$
3	Simplifier(Dérivée($g(x)$)) $\dfrac{-x+2}{x^3}$

Déterminer par le calcul le plus grand intervalle sur lequel f est concave.

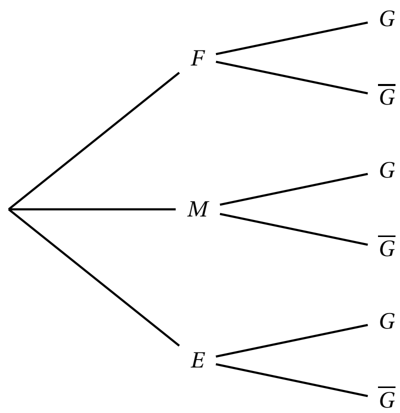
4. Soit F la fonction définie sur $[0{,}5\ ;\ 12]$ par $F(x) = (x+1)\ln(x) - x$.

a. Vérifier que F est une primitive de f sur $[0{,}5\ ;\ 12]$.

b. En déduire la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième de la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0{,}5\ ;\ 12]$.

Annexes à rendre avec la copie

Annexe 1
Exercice 2



Annexe 2
Exercice 3
Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité ou candidats de L
Valeurs de A et B obtenues à l'aide d'un tableur

K	A	B
	230	8,5
1		
2		
3	228,35	11,31
4	225,72	12,44
5	221,80	13,69
6	216,44	15,06
7	209,43	16,56
8	200,58	18,22
9	189,66	20,04
10	176,40	22,05
11	160,53	24,25
12	141,73	26,68
13	119,65	29,34
14	93,92	32,28
15	64,11	35,51
16	29,75	39,06

Annexe 2
Exercice 3
Candidats de ES ayant suivi la spécialité

$$M=\begin{pmatrix}0&1&0&0&1&0&1&0&1\\ \dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots\\ \dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots&\dots\\ 0&0&1&0&1&1&0&1&0\\ 1&0&0&1&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&1&0&0&1&0&0\\ 1&1&1&0&0&1&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&1\\ 1&1&0&0&0&0&0&1&0\end{pmatrix}$$

Sommaire Index

Durée : 3 heures

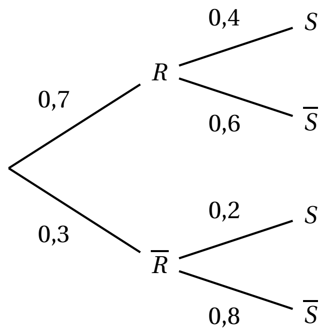
Baccalauréat Terminale ES/L – Métropole - La Réunion
21 juin 2019

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.

1. *Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.*
   On considère l'arbre pondéré suivant :



   Affirmation 1 : La probabilité de $\overline{R}$ sachant S est 0,06.

2. Soit k un réel tel que $0 \leqslant k < 18$. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[k\,;18]$. On suppose que l'espérance de X est égale à 12.

   Affirmation 2 : La valeur de k est 9.

3. On considère l'équation suivante :

$$\ln\left(x^2\right) - \ln\left(\frac{x^5}{\mathrm{e}}\right) + \ln(2) = \ln(2x) + 5.$$

   Affirmation 3 : $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ est l'unique solution de cette équation.

4. Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle $[0\,;15]$. On suppose que sa fonction dérivée, notée f', est continue sur $[0\,;15]$. Les variations de f' sont représentées dans le tableau ci-dessous.

x	0		5		15
$f'(x)$	30	↘	-5	↗	20

   Affirmation 4 : La courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f admet une et une seule tangente parallèle à l'axe des abscisses.

   Affirmation 5 : La fonction f est convexe sur $[5\,;15]$.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité ou candidats de L

En 2018, Laurence, souhaitant se lancer dans l'agriculture biologique, a acheté une ferme de 14 hectares de pommiers. Elle estime qu'il y a 300 pommiers par hectare. Chaque année, Laurence élimine 4 % des pommiers existants et replantera 22 nouveaux pommiers par hectare.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de pommiers par hectare l'année $2018+n$. On a ainsi $u_0 = 300$.

1. **a.** Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0{,}96u_n + 22$.

   b. Estimer le nombre de pommiers par hectare, arrondi à l'unité, en 2020.

2. Laurence veut savoir à partir de quelle année la densité de pommiers dépassera 400 pommiers par hectare. Pour cela on utilise l'algorithme suivant :

$N \leftarrow 0$
$U \leftarrow 300$
Tant que $U \dots$
$\quad N \leftarrow N+1$
$\quad U \leftarrow \dots$
Fin Tant que

   a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus pour qu'il détermine le rang de l'année cherchée.

   b. Quelle est la valeur de N en sortie d'algorithme ?

3. On définit la suite (v_n) en posant $v_n = u_n - 550$ pour tout entier naturel n.

   a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n puis démonter que :

   $$u_n = 550 - 250 \times 0{,}96^n.$$

   c. Estimer le nombre de pommiers de l'exploitation de Laurence en 2025.

   d. En résolvant l'inéquation $u_n > 400$, retrouver le résultat obtenu à la question **2.b.**

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Pour se rendre à l'université, Julie peut emprunter deux itinéraires, l'un passant par les routes départementales, l'autre par une voie rapide. Elle teste les deux itinéraires.
Lorsque Julie emprunte la voie rapide un jour, la probabilité qu'elle emprunte le même itinéraire le lendemain est de 0,6.
Lorsque Julie emprunte les routes départementales un jour, la probabilité qu'elle emprunte la voie rapide le lendemain est de 0,2.
Le premier jour, Julie emprunte la voie rapide.
On note :

- D l'évènement « Julie emprunte les routes départementales » ;
- R l'évènement « Julie emprunte la voie rapide ».

1. **a.** Traduire ces informations à l'aide d'un graphe probabiliste dont les sommets seront notés D et R.

   b. Donner la matrice de transition M correspondant au graphe probabiliste. Les sommets du graphe seront rangés dans l'ordre alphabétique.

2. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, l'état probabiliste le n-ième jour est défini par la matrice $P_n = \begin{pmatrix} d_n & r_n \end{pmatrix}$ où d_n désigne la probabilité que Julie emprunte les routes départementales le n-ième jour et r_n la probabilité que Julie emprunte la voie rapide le n-ième jour.

a. Donner P_1.

b. Calculer M^2 et en déduire la probabilité que Julie emprunte les routes départementales le 3[e] jour.

3. **a.** Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, P_{n+1} en fonction de P_n et en déduire les expressions de d_{n+1} et r_{n+1} en fonction de d_n et r_n.

b. Parmi les algorithmes suivants, lequel donne les termes d_3 et r_3 ?

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3

$D \leftarrow 0$
$R \leftarrow 1$
Pour N allant de 1 à 3
    $D \leftarrow 0{,}8D + 0{,}4R$
    $R \leftarrow 0{,}2D + 0{,}6R$
Fin Pour
	$D \leftarrow 0$
	$R \leftarrow 1$
	Pour N allant de 1 à 3
	    $D \leftarrow 0{,}8D + 0{,}4R$
	    $R \leftarrow 1 - D$
	Fin Pour
		$D \leftarrow 0$
		$R \leftarrow 1$
		Pour N allant de 2 à 3
		    $D \leftarrow 0{,}8D + 0{,}4R$
		    $R \leftarrow 1 - D$
		Fin Pour

4. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, $r_{n+1} = 0{,}4r_n + 0{,}2$.

5. On définit la suite (v_n) par $v_n = r_n - \dfrac{1}{3}$ pour tout entier naturel n non nul.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_1.

b. Exprimer v_n en fonction de n puis démontrer que, pour tout entier naturel n non nul :

$$v_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times 0{,}4^{n-1} = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} \times 0{,}4^n.$$

c. Que peut-on prévoir à long terme ?

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Les résultats seront arrondis au centième.

Partie A

Les cours d'eau français sont surveillés quotidiennement afin de prévenir la population en cas de crue ou de pénurie d'eau.

Dans une station hydrométrique, on mesure le débit quotidien d'une rivière.

Ce débit en mètre cube par seconde ($m^3.s^{-1}$) peut être modélisé par une variable aléatoire D qui suit la loi normale de paramètres $\mu = 15{,}5$ et $\sigma = 6$.

On estime qu'il y a pénurie d'eau lorsque le débit de la rivière est inférieur à 8 $m^3.s^{-1}$.

On estime qu'il y a un risque de crue lorsque le débit est supérieur à 26 $m^3.s^{-1}$.

Entre ces deux débits, il n'y a pas de vigilance particulière.

1. Calculer la probabilité qu'il y ait pénurie d'eau.
2. Calculer la probabilité qu'il n'y ait pas de vigilance particulière.
3. Justifier, sans utiliser la calculatrice, que la probabilité que le débit observé soit compris entre 3,5 $m^3.s^{-1}$ et 27,5 $m^3.s^{-1}$ est d'environ 0,95.

Partie B

Deux équipes effectuent les relevés de débit du cours d'eau sur la station hydrométrique. Sébastien appartient à la première équipe.

Un quart des relevés est effectué par l'équipe de Sébastien, le reste par la seconde équipe.

On choisit 10 relevés au hasard sur l'ensemble des relevés de la station, ensemble qui est suffisamment grand pour que ce choix puisse être assimilé à 10 tirages avec remise. On s'intéresse au nombre de relevés effectués par l'équipe de Sébastien parmi ces 10 relevés.

1. Quelle loi de probabilité modélise cette situation ? Préciser les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité que 4 relevés exactement soient effectués par l'équipe de Sébastien.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 2 relevés soient effectués par l'équipe de Sébastien.

Partie C

Ces relevés sont utilisés pour tester la qualité de l'eau : « satisfaisante » ou « non satisfaisante » . On s'intéresse à la proportion de relevés de qualité « satisfaisante ». Combien, au minimum, faut-il effectuer de relevés pour obtenir un intervalle au niveau de confiance de 95 % dont l'amplitude est inférieure à 0,1 ?

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un ébéniste décide de refaire les accoudoirs d'un fauteuil (ébauche du fauteuil en **annexe 1**). On modélise l'accoudoir à l'aide de la fonction f définie sur $[0\,;60]$ par ;

$$f(x) = 70 + (14x + 42)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}.$$

La courbe représentative de f, notée $\mathscr{C}_f$ est donnée en **annexe 2**.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $[0\,;60]$. On note f' sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde.

Partie A

*Dans toute cette partie, les réponses sont obtenues graphiquement à partir de la courbe représentative de f donnée en **annexe 2**.*

On admet que le point A de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 7 est un point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$.

1. Déterminer une valeur approchée de $f(0)$ et $f(60)$.
2. Déterminer $f''(7)$.
3. On considère la surface située entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_f$, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 60$.
   a. Hachurer la surface décrite ci-dessus sur l'**annexe 2**.
   b. L'ébéniste estime l'aire de cette surface à 3 800 unités d'aire. Cette estimation est-elle correcte ?

Partie B

1. Justifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;60]$ on a :

$$f'(x) = \frac{1}{5}(-14x + 28)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}.$$

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;60]$.
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;60]$.
   On arrondira à l'unité près les valeurs numériques qui apparaissent dans le tableau de variations.
3. Un logiciel de calcul formel permet d'afficher les lignes suivantes :

1	Dérivée $\left(\text{Dérivée}\left(70 + (14x + 42)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}\right)\right)$
○	$\rightarrow\quad \boldsymbol{\frac{1}{25}(14x + 42)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x} - \frac{28}{5}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x}}$
2	Factoriser $\left(\frac{1}{25}(14x + 42)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x} - \frac{28}{5}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x}\right)$
○	$\rightarrow\quad \boldsymbol{14\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}x}.\frac{x-7}{25}}$

En utilisant les résultats ci-dessus, étudier la convexité de f.

4. Pour tout nombre réel de l'intervalle $[0\,;60]$, on pose :

$$g(x) = (14x+42)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}$$

et

$$G(x) = (-70x-560)\,\mathrm{e}^{-\frac{x}{5}}.$$

a. Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $[0\,;60]$.

b. En déduire une primitive de f sur l'intervalle $[0\,;60]$.

c. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^{60} f(x)\,\mathrm{d}x$, puis en donner une valeur approchée à l'unité d'aire près.

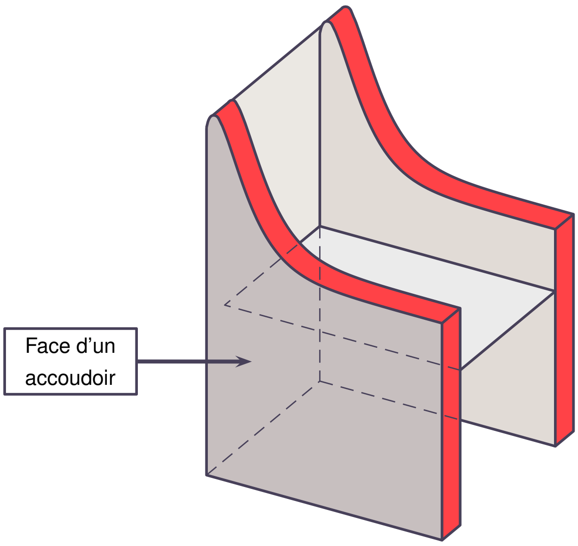
Partie C

L'ébéniste découpe 2 accoudoirs identiques sur le modèle de la surface hachurée de l'annexe 2 en choisissant comme unité le cm.
Il souhaite vernir les deux faces de chaque accoudoir (**annexe 1**) ainsi que le dossier du fauteuil dont l'aire est égale à 5 400 cm^2. Or il lui reste le quart d'un petit pot de vernis pouvant couvrir 10 m^2. Aura-t-il suffisamment de vernis ?

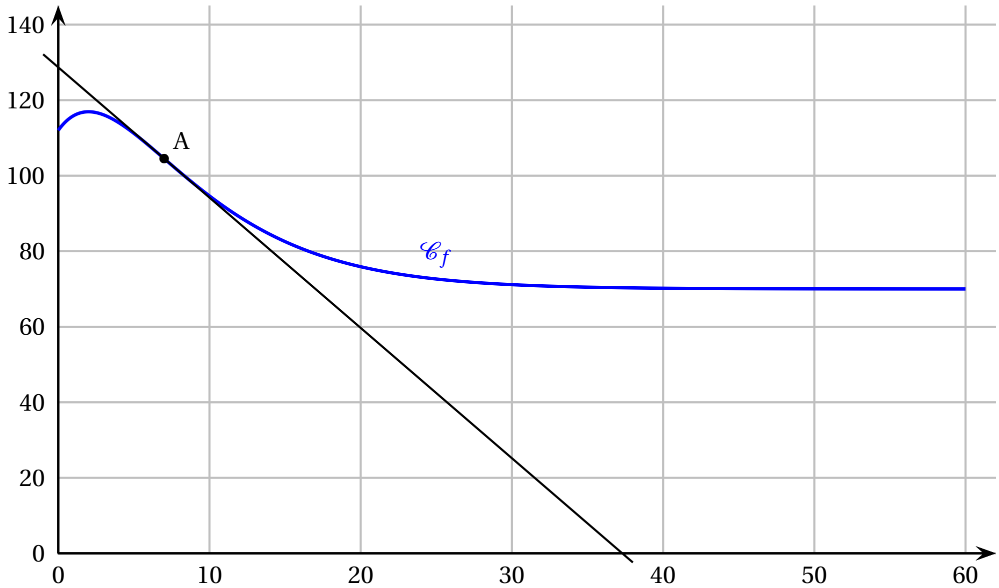
Annexes : à rendre avec la copie

Exercice 4

Annexe 1 : ébauche du fauteuil



Annexe 2



Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Polynésie 21 juin 2019

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre propositions est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer la réponse choisie.

1. On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0 ; +\infty[$ d'expression

$$f(x) = -1,5x^2 + x^2 \ln(x).$$

La fonction dérivée de f est donnée pour tout x de $]0 ; +\infty[$ par :

a. $f'(x) = -x+1$ **b.** $f'(x) = 2x\ln(x) - 2x$
c. $f'(x) = -3x+2$ **d.** $f'(x) = -x\ln(x) - 0,5x$

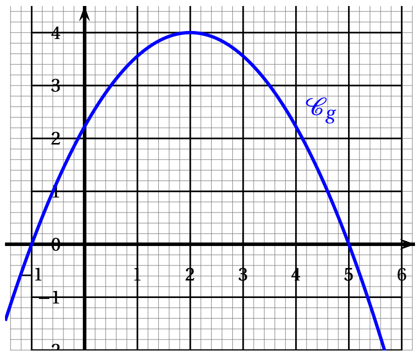
2. Entre 2006 et 2018, dans un restaurant universitaire, le prix d'un repas est passé de 2 euros à 3,50 euros en augmentant chaque année de x %. Parmi ces valeurs, la valeur la plus proche de x est :

a. 6,25 **b.** 4,77 **c.** 14,58 **d.** 0,85

3. Un adolescent joue à un jeu dont les parties successives sont indépendantes.
À chaque partie, il a une chance sur 25 de sortir vainqueur.
Après 13 parties, à 10^{-3} près, la probabilité qu'il ait gagné au moins une fois est :

a. 0,588 **b.** 0,412 **c.** 0,025 **d.** 0,975

4. On considère une fonction g définie sur $\mathbb{R}$, dont la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ est donnée ci-contre.
La fonction g admet une primitive sur $\mathbb{R}$ notée G.
La fonction G est :
a. convexe sur l'intervalle $[-1 ; 5]$.
b. concave sur l'intervalle $[-1 ; 5]$.
c. croissante sur l'intervalle $[2 ; 5]$.
d. décroissante sur l'intervalle $[2 ; 5]$



Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les parties sont indépendantes

Une entreprise vend des téléviseurs.
Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E et $p(E)$ sa probabilité.
Pour tout évènement F de probabilité non nulle, on note $p_F(E)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.

Partie A

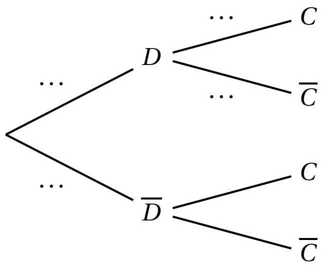
Une étude a montré que ces téléviseurs peuvent rencontrer deux types de défauts : un défaut sur la dalle, un défaut sur le condensateur.
L'étude indique que :

- 3 % des téléviseurs présentent un défaut sur la dalle et parmi ceux-ci 2 % ont aussi un défaut sur le condensateur.
- 5 % des téléviseurs ont un défaut sur le condensateur.

On choisit au hasard un téléviseur et on considère les évènements suivants :

- D :« le téléviseur a un défaut sur la dalle » ;
- C :« le téléviseur a un défaut sur le condensateur ».

1. **Les résultats seront approchés si nécessaire à 10^{-4} près**.
   - **a.** Exprimer les trois données numériques de l'énoncé sous forme de probabilités.
   - **b.** Recopier l'arbre ci-dessous et **compléter uniquement les pointillés** par les probabilités associées :



   - **c.** Calculer la probabilité $p(D \cap C)$ de l'évènement $D \cap C$.
   - **d.** Le téléviseur choisi a un défaut sur le condensateur. Quelle est alors la probabilité qu'il ait un défaut sur la dalle ?
   - **e.** La probabilité que le téléviseur choisi ait un défaut sur le condensateur mais pas de défaut sur la dalle vaut 0,049 4. Justifier cette affirmation.
2. **Les résultats seront approchés à 10^{-2} près**.

   On note T la variable aléatoire qui, à chaque téléviseur prélevé, associe le temps exprimé en mois avant la première panne. On admet que T suit la loi normale d'espérance $\mu = 84$ et d'écart type $\sigma = 6$.
   - **a.** Donner la probabilité qu'un téléviseur tombe en panne pour la première fois après 72 mois d'utilisation.
   - **b.** Quelle est la probabilité que la première panne arrive entre 6 années et 8 années d'utilisation.
   - **c.** Le téléviseur n'a pas eu de panne après 6 années d'utilisation. Quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 8 années d'utilisation ?

Partie B

Afin de satisfaire davantage de clients, l'entreprise décide d'apporter des améliorations à son service d'assistance. Après quelques mois de mise en place du nouveau service, elle affirme que 90 % des clients sont maintenant satisfaits. Un service de contrôle indépendant veut vérifier cette affirmation. Pour cela il interroge au hasard 300 clients. Parmi eux, 265 affirment être satisfaits.
Les résultats de cette étude remettent-ils en cause l'affirmation de l'entreprise ?
Justifier la réponse.

Exercice 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Sur un site de vente en ligne, Antoine a commandé une machine à café à capsules.

1. Chaque capsule achetée à l'unité coûte 0,60 €. Une offre permet d'acquérir 150 capsules au prix de 60 €.

   De quel pourcentage de réduction bénéficie-t-on grâce à l'offre par rapport à un achat à l'unité?
2. Au 1^er^janvier 2017, on comptait 60 000 utilisateurs de cette machine à café.

   On estime que chaque mois, 10 % des propriétaires cessent de l'utiliser mais on compte 24 000 nouveaux utilisateurs.
   a. Expliquer pourquoi le nombre d'utilisateurs de cette machine à café n mois après le 1^er^ janvier 2017, peut être modélisé par la suite (u_n) définie par :

   $$u_0 = 60000 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 0{,}9u_n + 24000.$$

   b. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 240000$. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
3. a. n étant un entier naturel, exprimer v_n en fonction de n.

   b. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 240000 - 180000 \times 0{,}9^n$.
4. Au bout de combien de mois le nombre d'utilisateurs de cette machine à café dépassera-t-il pour la première fois 230 000?
5. L'entreprise qui fabrique cette machine à café prétend qu'elle touchera un certain mois plus de 250 000 utilisateurs. Que penser de cette affirmation?

Exercice 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Deux grossistes A et B se partagent la clientèle d'un liquide industriel.
On suppose que le nombre total de clients reste fixe d'une année sur l'autre.
En 2017, 45 % des clients se fournissaient chez le grossiste A et 55 % chez le grossiste B.
D'une année sur l'autre, 6 % des clients du grossiste A deviennent clients du grossiste B tandis que le grossiste B conserve 86 % de ses clients.
Chaque année, on choisit au hasard un client ayant acheté le liquide.
Pour tout entier naturel n on note :

- a_n la probabilité qu'il soit client du grossiste A en $(2017 + n)$,
- b_n la probabilité qu'il soit client du grossiste B en $(2017 + n)$.

Pour tout entier naturel n, on note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne représentant l'état probabiliste de l'année $(2017 + n)$. On rappelle que $a_n + b_n = 1$.
On a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 0{,}45 & 0{,}55 \end{pmatrix}$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste dans lequel les sommets A et B correspondent aux noms des grossistes.
2. a. Donner la matrice de transition T associée à ce graphe (les sommets seront rangés par ordre alphabétique).

   b. Quelle sera, exprimée en pourcentage, la répartition prévisible des ventes entre ces deux grossistes en 2020? Justifier la réponse. On arrondira les résultats à 0,1 % près.
3. On admet que pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}8a_n + 0{,}14$.

   a. On pose pour tout naturel n : $u_n = a_n - 0{,}7$.

   Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $a_n = -0{,}25 \times 0{,}8^n + 0{,}7$.

c. Quelle part du marché, exprimée en pourcentage, le grossiste A peut-il espérer à long terme ? Justifier la réponse.

d. À partir de quelle année le grossiste A détiendra t-il plus de 65 % du marché ?

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Une entreprise produit chaque année entre 100 et 900 pneus pour tracteurs.
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,9]$ par

$$f(x) = 0{,}5x^2 - 7x + 14 + 6\ln(x).$$

On admet que la fonction f modélise le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu, exprimé en centaines d'euros, pour x centaines de pneus produits.

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,9]$ et on note f' sa fonction dérivée.

Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,9]$ on a : $f'(x) = \dfrac{x^2 - 7x + 6}{x}$.

2. **a.** Justifier les variations suivantes de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,9]$:

x	1		6		9
Variations de f		$\searrow$		$\nearrow$	

b. Justifier que, sur l'intervalle $[1\,;\,9]$, l'équation $f(x) = 5$ admet une unique solution α.

c. Donner un encadrement au centième près de α.

d. On considère l'algorithme ci-dessous :

$X \leftarrow 1$
$Y \leftarrow 7{,}5$
Tant que $Y > 5$
  $X \leftarrow X + 0{,}01$
  $Y \leftarrow 0{,}5X^2 - 7X + 14 + 6 * \ln(X)$
Fin Tantque

À la fin de l'exécution de l'algorithme, quelle valeur numérique contient la variable X ?

3. Pour quelle quantité de pneus, le coût moyen annuel de fabrication d'un pneu est-il minimal ? À combien s'élève-t-il ?

Partie B

Cette même entreprise envisage la fabrication de semoirs (gros matériel agricole). On admet que la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,100]$ par

$$g(x) = 2x - 1 + \mathrm{e}^{0{,}05x}$$

modélise le coût de fabrication, exprimé en centaines d'euros, de x semoirs.

1. Donner une primitive G de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;\,100]$.

2. Calculer la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;\,100]$.

3. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Sommaire Index

,

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Antilles-Guyane 10 septembre 2019

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. L'équation $\ln 5 + \ln(x+1) = 1$ a pour solution :
   a. $x = \text{e} - 6$
   b. $x = -1$
   c. $x = \dfrac{1}{5}\text{e} - 1$
   d. $x = -0{,}5$
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 2\ln(x) - x$. Le nombre $f'(2)$ est égal à :
   a. -1
   b. 0
   c. $2\ln 2 - 2$
   d. $2\ln 2 - 1$
3. Le plus petit entier naturel n solution de l'inéquation $2^n > 175$ est :
   a. $n = \ln\left(\dfrac{175}{2}\right)$
   b. $n = 7$
   c. $n = 8$
   d. $n = \ln 175 - \ln 2$
4. Soit une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3\ ;\ -1]$. On note f' sa dérivée et F une de ses primitives.
   On sait que pour tout x de l'intervalle $[-3\ ;\ -1]$, $f'(x) > 0$.
   On peut affirmer que, sur l'intervalle $[-3\ ;\ -1]$, la fonction F est :
   a. décroissante ;
   b. strictement croissante ;
   c. convexe ;
   d. négative.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Un grossiste en flacons de parfum souhaite étudier la qualité des flacons qu'il reçoit.
Il a reçu 1 500 flacons d'un certain modèle provenant de deux sites de production différents, le site A et le site B. Sur les 1 500 flacons de ce modèle reçus, 900 proviennent du site A, les autres du site B.
Les trois parties A, B *et* C *sont indépendantes.*
Si nécessaire, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

Le grossiste s'intéresse à l'aspect du flacon.
Parmi les flacons provenant du site A, 95 % ont un aspect conforme au cahier des charges tandis que 92 % des flacons provenant du site B ont un aspect conforme.
Il prélève au hasard un des flacons qu'il a reçus lors de la dernière livraison.
On note :

A l'évènement « Le flacon provient du site A » ;

B l'évènement « Le flacon provient du site B » ;

C l'évènement « Le flacon a un aspect conforme au cahier des charges ».

1. Déterminer la probabilité que le flacon provienne du site A et ait un aspect conforme au cahier des charges.
2. Montrer que la probabilité que le flacon ait un aspect conforme au cahier des charges est 0,938.
3. Le flacon prélevé se trouve avoir un aspect non conforme. Déterminer la probabilité qu'il provienne du site B.

Partie B

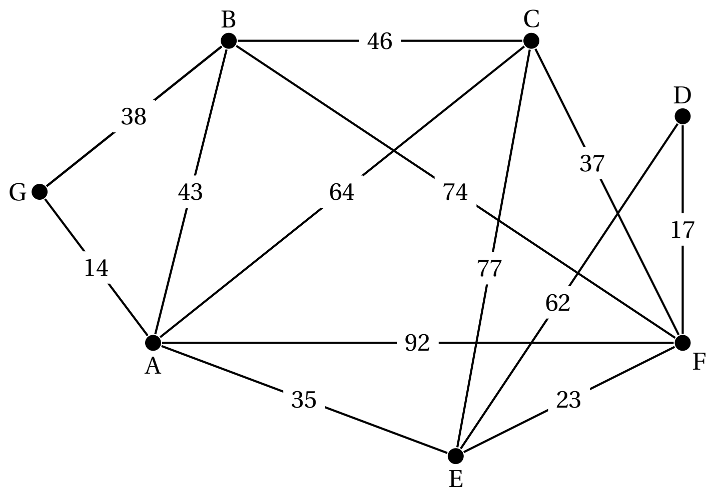
Le grossiste souhaite également étudier le volume de parfum contenu dans les flacons qu'il a reçus lors de la dernière livraison.
On considère qu'un flacon est correctement rempli s'il contient plus de 98 ml de parfum.
On admet que le volume de parfum, exprimé en millilitre, contenu dans un flacon prélevé au hasard peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 100$ et d'écart type $\sigma = 1$.
Déterminer la probabilité qu'un flacon prélevé au hasard soit correctement rempli.

Partie C

Le producteur du site A indique que le pourcentage de flacons « correctement remplis » est de 96 %.
Le grossiste contrôle un échantillon de 120 flacons prélevés au hasard dans la livraison du producteur du site A et compte 18 flacons qui ne sont pas correctement remplis. Le grossiste met alors en doute l'affirmation du producteur. Comment peut-il justifier sa contestation ?

Exercice 2 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Suite à des intempéries, un chasse-neige doit déblayer toutes les routes reliant les stations de son secteur. On modélise ce secteur par le graphe ci-dessous dont les sommets représentent les différentes stations désignées par des lettres. Les poids des arêtes sont les durées moyennes de parcours, en minute, du chasse-neige entre deux stations.



1. Le chasse-neige part de la station G. Peut-il partir de cette station et y revenir en parcourant une et une seule fois chacune des routes, matérialisées par les arêtes de ce graphe ?
2. Une saleuse doit de même parcourir l'ensemble des routes du secteur après déblaiement de la neige. Elle est garée à la station A et, après son travail, peut se garer dans n'importe quelle station.

   Peut-elle parcourir une et une seule fois chacune des routes pour traiter l'ensemble du secteur ?
3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe, les sommets étant rangés dans l'ordre alphabétique et on donne : $M^4 = \begin{pmatrix} 61 & 48 & 52 & 28 & 45 & 55 & 24 \\ 48 & 44 & 41 & 21 & 42 & 45 & 20 \\ 52 & 41 & 50 & 25 & 41 & 52 & 25 \\ 28 & 21 & 25 & 15 & 20 & 24 & 10 \\ 45 & 42 & 41 & 20 & 44 & 48 & 21 \\ 55 & 45 & 52 & 24 & 48 & 61 & 28 \\ 24 & 20 & 25 & 10 & 21 & 28 & 15 \end{pmatrix}$.

   Interpréter dans le contexte de l'exercice le nombre 10 figurant en caractère gras dans la matrice.
4. Déterminer, pour le chasse-neige, le chemin le plus rapide pour aller de la station G à la station D. On donnera le parcours trouvé ainsi que sa durée totale.
5. Le conducteur du chasse-neige part de la station G et va directement à la station A.

   Il apprend alors que la route allant de la station E à la station F est barrée.

   Comment peut-il terminer son parcours au plus vite jusqu'à la station D ? Préciser le temps qu'il mettrait alors pour finir son parcours.

   Aucune justification n'est attendue ici.

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un particulier souhaite réaménager l'espace paysager de sa parcelle boisée comptant 10 000 arbres en 2018. Pour cela, il se fixe un plan progressif qui consiste à couper chaque année 20 % des arbres et à planter 600 nouveaux pieds d'arbre.

On modélise l'évolution du nombre d'arbres de cette parcelle par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n, u_n est le nombre d'arbres de la parcelle en $2018 + n$, ainsi $u_0 = 10000$.

Partie A

1. **a.** Calculer u_1 et u_2.
   b. Justifier, pour tout entier naturel n, l'égalité $u_{n+1} = 0{,}8 \times u_n + 600$.
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 3000$ pour tout entier naturel n.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 7000 \times 0{,}8^n + 3000$.
   d. Si le réaménagement de cette parcelle se poursuit selon ce même modèle, que peut-on conjecturer à long terme concernant le nombre d'arbres de celle-ci ?

Partie B

Le propriétaire de la parcelle souhaite conserver au moins 4 000 arbres sur sa parcelle. Il cherche à déterminer l'année où il devra cesser son plan de réaménagement progressif.

1. On admet que la suite (u_n) est décroissante. Dans les algorithmes ci-dessous, U est un nombre réel et N est un nombre entier.
   Parmi ces algorithmes ci-dessous, un seul donne le nombre d'années nécessaires pour que le nombre d'arbres devienne inférieur ou égal à 4 000.

algorithme 1	algorithme 2	algorithme 3

$U \leftarrow 10000$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U \leqslant 4000$
    $N \leftarrow N+1$
    $U \leftarrow 0{,}8 \times U + 600$
Fin Tant Que
	$U \leftarrow 10000$
	$N \leftarrow 0$
	Tant que $U > 4000$
	    $N \leftarrow N+1$
	    $U \leftarrow 0{,}8^N \times U + 600$
	Fin Tant Que
		$U \leftarrow 10000$
		$N \leftarrow 0$
		Tant que $U > 4000$
		    $N \leftarrow N+1$
		    $U \leftarrow 0{,}8 \times U + 600$
		Fin Tant Que

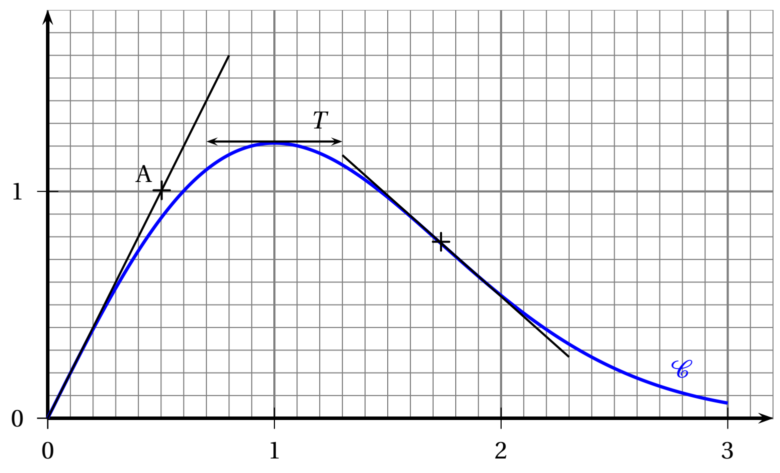
   Indiquer pourquoi les algorithmes 1 et 2 ne conviennent pas.
2. Déterminer l'année au cours de laquelle le propriétaire devra cesser son plan de réaménagement.

Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice comporte trois parties.

On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,3]$. On note f' la fonction dérivée de f.
La droite $\mathscr{D}$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 ; elle passe par le point A de coordonnées $(0{,}5\,;\,1)$.
La tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



Partie A

Dans cette partie les réponses seront obtenues par lecture graphique.

1. Déterminer une équation de la droite $\mathscr{D}$.
2. Donner la valeur de $f'(1)$.
3. Proposer un intervalle sur lequel la fonction semble concave.

Partie B

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ par

$$f(x) = 2x\mathrm{e}^{-0,5x^2}.$$

1. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$.
   a. Montrer que $f'(x) = \left(2-2x^2\right)\mathrm{e}^{-0,5x^2}$.
   b. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ et dresser son tableau de variation.
2. On admet que la fonction F, définie par $F(x) = -2\mathrm{e}^{-0,5x^2}$, est une primitive de f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$. En déduire la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ et en donner une valeur approchée au millième.

Partie C

En Europe, les observateurs d'une maladie nécessitant une hospitalisation considèrent qu'ils peuvent modéliser par cette fonction f l'évolution du nombre de lits occupés par des malades pendant les trois mois d'hiver.
Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,3]$, $f(x)$ représente le nombre de lits occupés, exprimé en million, à l'instant x, exprimé en mois.
Un journal affirme que cet hiver :

— le nombre de lits occupés lors du pic de la maladie a dépassé le million ;

— le nombre moyen de lits occupés sur les trois mois a été d'environ 400 000.

Que dire de ces deux affirmations ?

Sommaire Index

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L – Métropole - La Réunion
13 septembre 2019

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

En 2018, la France comptait environ 225 000 médecins actifs. On prévoit que chaque année, 4 % des médecins cessent leur activité tandis que 8 000 nouveaux médecins s'installent.
Pour étudier l'évolution du nombre de médecins en activité dans les années à venir, on modélise la situation par une suite (u_n). Pour tout entier naturel n, le terme u_n représente le nombre de médecins en $2018 + n$, exprimé en millier.

1. Donner u_0 et calculer u_1.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0{,}96u_n + 8$.
3. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il calcule, selon cette modélisation, le nombre de médecins que compterait la France en 2031.

```
U ← 225
Pour N allant de...à ...
        U ← ......
Fin Pour
```

4. On considère la suite (v_n) définie par, pour tout entier naturel n :

$$v_n = u_n - 200.$$

   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,96. Préciser son terme initial.

   b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 25 \times 0{,}96^n + 200$.

5. On admet que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} - u_n = -0{,}96^n$.

   a. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

   b. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

6. **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation

$$25 \times 0{,}96^n + 200 < 210.$$

   b. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. Un laboratoire reçoit un lot de prélèvements sanguins et réalise des analyses sur ce lot. On choisit un prélèvement au hasard et on note X la variable aléatoire égale au taux d'hémoglobine dans ce prélèvement. On admet que X suit une loi normale d'espérance $\mu = 12$.
   Pour tout évènement A, on note $P(A)$ sa probabilité.

   Affirmation A : $P(X > 14) = P(X < 11)$.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5\text{e}^{-0,3x} + 1$.

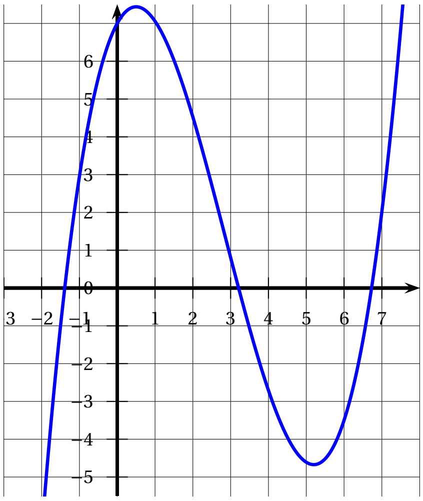
   Affirmation B : La valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0 ; 5]$ est égale à 3,6, arrondie au dixième.

3. Un comité d'entreprise souhaite mettre à disposition des salariés une salle de sport. Son directeur affirme qu'un tiers des employés serait intéressé par une telle salle. On réalise un sondage dans lequel on interroge 180 employés au hasard, parmi lesquels 72 se déclarent intéressés.

   Affirmation C : Ce sondage remet en question l'affirmation du directeur.

4. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, dont la courbe représentative est donnée ci-contre.
   Soit F une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

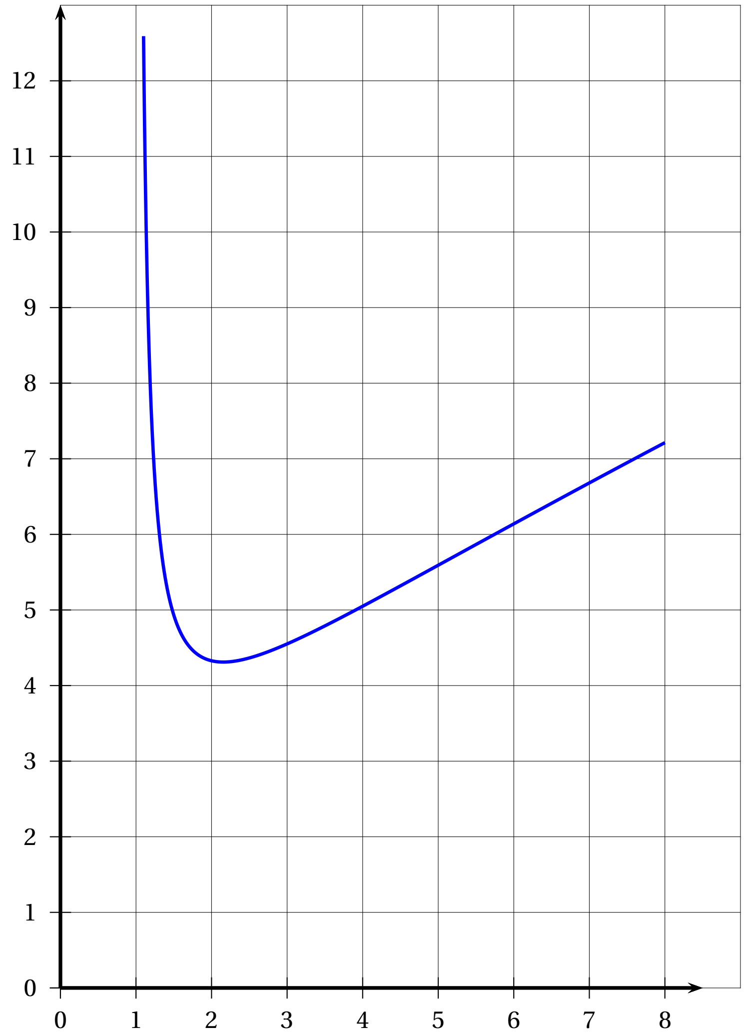
   Affirmation D : La fonction F est convexe sur $[1 ; 3]$.



5. Soit f la fonction définie sur $[0 ; 1]$ par $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$.
   Affirmation E : f est une fonction de densité sur $[0 ; 1]$.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[1,1 ; 8]$.



Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A : étude graphique

1. Donner une valeur approchée du minimum de la fonction f sur l'intervalle $[1,1\,;\,8]$
2. Quel est le signe de $f'(5)$? Justifier.
3. Encadrer l'intégrale $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ par deux entiers consécutifs.
4. La fonction f est-elle convexe sur $[1,1\,;\,3]$? Justifier.

Partie B : étude analytique

On admet que f est la fonction définie sur l'intervalle $[1,1\,;\,8]$ par

$$f(x) = \frac{2x-1}{\ln(x)}.$$

1. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[1,1\,;\,8]$, on a :

$$f'(x) = \frac{2\ln(x) - 2 + \frac{1}{x}}{(\ln(x))^2}$$

2. Soit h la fonction définie sur $[1,1\,;\,8]$ par : $h(x) = 2\ln(x) - 2 + \frac{1}{x}$.

a. Soit h' la fonction dérivée de h sur l'intervalle $[1{,}1\,;\,8]$.
Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[1{,}1\,;\,8]$,

$$h'(x) = \frac{2x-1}{x^2}.$$

b. En déduire les variations de la fonction h sur l'intervalle $[1{,}1\,;\,8]$.

c. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1{,}1\,;\,8]$.
Donner un encadrement de α par deux entiers consécutifs.

3. Déduire des résultats précédents le signe de $h(x)$ sur l'intervalle $[1{,}1\,;\,8]$.

4. À l'aide des questions précédentes, donner les variations de f sur $[1{,}1\,;\,8]$.

Exercice 4 **5 points**

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité ou candidats de L

Pour tous évènements E et F, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E, $p(E)$ la probabilité de E et, si F est de probabilité non nulle, $P_F(E)$ la probabilité de E sachant F.
On arrondira les résultats au millième si besoin.

Partie A

Pour mieux cerner le profil de ses clients, une banque réalise un sondage qui permet d'établir que :

— 53 % de ses clients ont plus de 50 ans;

— 32 % de ses clients sont intéressés par des placements dits *risqués*;

— 25 % de ses clients de plus de 50 ans sont intéressés par des placements dits *risqués*.

On choisit au hasard un client de cette banque et on considère les évènements suivants :

— A : « Le client a plus de 50 ans »;

— R : « Le client est intéressé par des placements dits *risqués* ».

1. Donner $P(R)$ et $P_A(R)$.

2. Représenter la situation par un arbre pondéré. Cet arbre pourra être complété par la suite.

3. Montrer que la probabilité que le client ait plus de 50 ans et soit intéressé par des placements dits *risqués* est 0,132 5.

4. Sachant que le client est intéressé par des placements dits *risqués*, quelle est la probabilité qu'il ait plus de 50 ans ?

5. Calculer $P\left(\overline{A} \cap R\right)$ puis en déduire $P_{\overline{A}}(R)$.
Interpréter les deux résultats obtenus.

Partie B

L'une des agences de cette banque charge ses conseillers de proposer un placement dit *risqué*, R_1 à tous ses clients.
Elle promet à ses conseillers une prime de 150 € s'ils convainquent au moins 10 clients d'effectuer ce placement en un mois et une prime supplémentaire de 150 € s'ils convainquent au moins 15 clients d'effectuer ce placement en un mois.
L'une des conseillères de cette banque, Camille, reçoit 45 clients ce mois-ci.

1. On admet que la probabilité que Camille réussisse à placer ce produit auprès de l'un de ses clients est de 0,23 et que la décision d'un client est indépendante de celles des autres clients.

a. Déterminer la probabilité que Camille place le produit R_1 auprès de 10 clients exactement ce mois-ci.

b. Calculer la probabilité que Camille ait 300€ de prime.

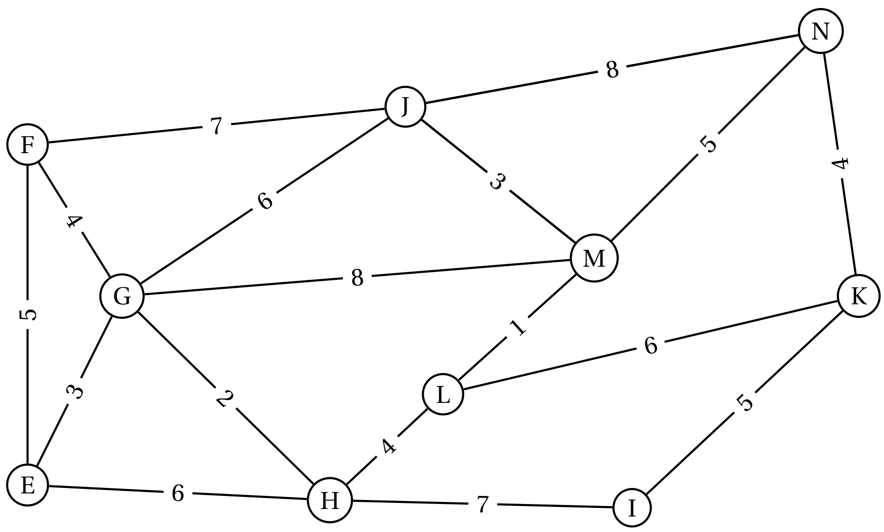
c. Montrer que la probabilité que Camille ait 150€ exactement de prime est environ de 0,532.

2. Le placement R_1 a rapporté 30 % d'intérêt sur les 5 dernières années.
Calculer le taux d'intérêt annuel moyen du placement R_1 sur ces 5 dernières années.

Exercice 4 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Deux amis, Louisa et Antoine, passent la journée dans un parc d'attraction.

Le plan du parc est donné par le graphe Γ ci-dessous. Les arêtes de ce graphe représentent les allées du parc et les sommets correspondent aux intersections de ces allées. On a pondéré les arêtes de ce graphe par les temps de parcours en minutes.



1. Le graphe est-il connexe ? Justifier.

2. Antoine prétend avoir trouvé un itinéraire permettant d'emprunter chaque allée une et une seule fois mais Louisa lui répond que c'est impossible.
Lequel des deux a raison ? Justifier la réponse.

3. On considère la matrice M ci-dessous (a, b et c sont des entiers).

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a. Déterminer les entiers a, b et c pour que la matrice M représente la matrice d'adjacence associée au graphe Γ, les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique.
Soit S la matrice définie par : $S = M + M^2 + M3$.
On admet que :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 8 & 7 & 1 & 4 & 2 & 2 & 5 & 3 \\ 7 & 4 & 9 & 3 & 2 & 8 & 1 & 4 & 4 & 3 \\ 8 & 9 & 8 & 10 & 1 & 10 & 5 & 2 & 11 & 3 \\ 7 & 3 & 10 & 2 & 6 & 5 & 0 & 8 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 6 & 0 & 2 & 5 & 0 & 4 & 0 \\ 4 & 8 & 10 & 5 & 2 & 6 & 2 & 4 & 8 & 7 \\ 2 & 1 & 5 & 0 & 5 & 2 & 0 & 7 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 2 & 8 & 0 & 4 & 7 & 0 & 8 & 1 \\ 5 & 4 & 11 & 2 & 4 & 8 & 1 & 8 & 4 & 8 \\ 3 & 3 & 3 & 5 & 0 & 7 & 6 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } S = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 11 & 9 & 2 & 6 & 2 & 3 & 6 & 3 \\ 9 & 7 & 12 & 5 & 2 & 10 & 1 & 4 & 6 & 4 \\ 11 & 12 & 13 & 12 & 2 & 13 & 5 & 4 & 13 & 5 \\ 9 & 5 & 12 & 6 & 7 & 6 & 2 & 9 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 7 & 2 & 2 & 6 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 10 & 13 & 6 & 2 & 10 & 3 & 5 & 11 & 9 \\ 2 & 1 & 5 & 2 & 6 & 3 & 3 & 8 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 4 & 9 & 2 & 5 & 8 & 3 & 9 & 3 \\ 6 & 6 & 13 & 4 & 4 & 11 & 3 & 9 & 8 & 10 \\ 3 & 4 & 5 & 5 & 1 & 9 & 7 & 3 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

b. Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant F à L. Préciser ces chemins.

c. Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 partant de E.

d. Que signifie le coefficient à l'intersection de la première ligne et de la troisième colonne de S ?

4. Un défilé part tous les jours à 14 h du sommet N. Louisa et Antoine choisissent de déjeuner dans un restaurant situé au sommet E avant d'aller admirer le défilé.

a. À l'aide d'un algorithme, déterminer le chemin que doivent emprunter Louisa et Antoine pour se rendre du restaurant au départ du défilé le plus rapidement.

b. À quelle heure au plus tard doivent-ils quitter le restaurant pour assister au début du défilé ?

Sommaire Index

∽ Baccalauréat ES/L Amérique du Sud 13 novembre 2019 ∾

Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une bonne réponse rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Pour les questions 1 et 2, on considère une entreprise qui produit des plaquettes de beurre de 250 grammes.

1. La masse des plaquettes est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart type $\sigma = 1$.
Alors, à 10^{-3} près, on a :

A. $P(X < 250) \approx 0,459$	B. $P(X > 249) \approx 0,659$
C. $P(X < 249) \approx 0,159$	D. $P(X < 252) \approx 0,997$

2. Pour être conformes, ces plaquettes de beurre doivent avoir une masse nette comprise entre 248 et 252 grammes.
Un contrôleur prélève au hasard un échantillon de 900 plaquettes et constate que 864 sont conformes.
L'intervalle de confiance, au seuil de confiance de 95 %, de la proportion de plaquettes de beurre conformes est, avec les bornes données à 10^{-3} près :

A. $[0,91 ; 1,01]$	B. $[0,926 ; 0,994]$
C. $[0,245 ; 0,255]$	D. $[0,958 ; 0,962]$

3. Lors d'une tombola, les organisateurs affirment que 20 % des tickets sont gagnants. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée des tickets gagnants pour un échantillon de 200 tickets tirés au hasard est, avec des valeurs approchées des bornes données à 10^{-3} près :

A. $[0,150 ; 0,250]$	B. $[0,195 ; 0,205]$
C. $[0,182 ; 0,218]$	D. $[0,144 ; 0,256]$

4. Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 30]$ par :

$$f(x) = x^3 - 39x^2 + 315x + 45.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative. On a alors :

A. f est convexe sur l'intervalle $[0 ; 30]$
B. f est concave sur l'intervalle $[5 ; 21]$
C. $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse 13
D. Si f' désigne la fonction dérivée de f, alors f' est croissante sur l'intervalle $[0 ; 5]$ et sur l'intervalle $[21 ; 30]$

Exercice 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

Au 1er janvier 2018, un arboriculteur possède 5 000 pommiers. Chaque année :

- il arrache 4 % des pommiers car ils sont endommagés;
- il replante 300 nouveaux pommiers.

On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre de pommiers possédés par l'arboriculteur au 1er janvier de l'année $(2018+n)$.

On obtient ainsi une suite (u_n) telle que : $u_0 = 5000$ et $u_{n+1} = 0{,}96u_n + 300$, pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1 et u_2.
Combien de pommiers possèdera l'arboriculteur au 1er janvier 2020?

2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 7500$, pour tout entier naturel n.

  a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.

  b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

  c. En déduire que, pour tout entier naturel n : $u_n = 7500 - 2500 \times 0{,}96^n$.

3. La superficie des terrains de l'arboriculteur lui permet d'avoir au maximum 6 000 pommiers. L'arboriculteur voudrait savoir en quelle année il devra acquérir un autre terrain pour pouvoir planter de nouveaux pommiers.
On considère l'algorithme ci-dessous

Ligne 1	$n \leftarrow 0$
Ligne 2	$u \leftarrow 5000$
Ligne 3	Tant que ......
Ligne 4	$\quad n \leftarrow n+1$
Ligne 5	$\quad u \leftarrow$ ......
Ligne 6	Fin tant que

  a. Recopier et compléter les lignes 3 et 5 de cet algorithme afin qu'il réponde à la problématique énoncée ci-dessus.

  b. Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Si l'évolution se poursuit toujours selon ce modèle, vers quelle valeur va tendre à terme le nombre de pommiers de cet arboriculteur? Justifier la réponse.

Exercice 3 — 5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Lors d'une course cyclosportive, 70 % des participants sont licenciés dans un club, les autres ne sont pas licenciés.
Aucun participant n'abandonne la course.

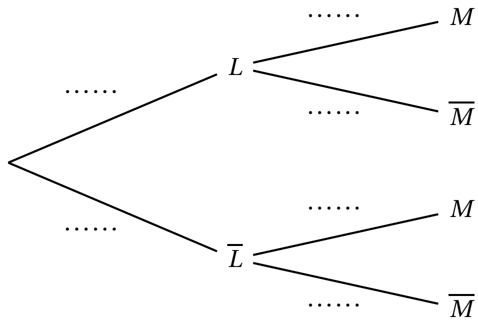
- Parmi les licenciés, 66 % font le parcours en moins de 5 heures; les autres en plus de 5 heures.
- Parmi les non licenciés, 83 % font le parcours en plus de 5 heures; les autres en moins de 5 heures.

On interroge au hasard un cycliste ayant participé à cette course et on note :

- L l'évènement « le cycliste est licencié dans un club » et $\overline{L}$ son évènement contraire,
- M l'évènement « le cycliste fait le parcours en moins de 5 heures » et $\overline{M}$ son évènement contraire.

1. À l'aide des données de l'énoncé préciser les valeurs de $P(L)$, $P_L(M)$ et $P_{\overline{L}}\left(\overline{M}\right)$.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant représentant la situation.



3. Calculer la probabilité que le cycliste interrogé soit licencié dans un club et ait réalisé le parcours en moins de 5 heures.

4. Justifier que $P(M) = 0{,}513$.

5. Un organisateur affirme qu'au moins 90 % des cyclistes ayant fait le parcours en moins de 5 heures sont licenciés dans un club. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

6. Un journaliste interroge indépendamment dix cyclistes au hasard. On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les dix cyclistes interrogés, le nombre de cyclistes ayant fait le parcours en moins de cinq heures. On suppose le nombre de cyclistes suffisamment important pour assimiler le choix de dix cyclistes à un tirage aléatoire avec remise.

   a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

   b. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'exactement quatre des dix cyclistes aient réalisé le parcours en moins de cinq heures.

   c. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'au plus trois des dix cyclistes aient réalisé le parcours en moins de cinq heures ?

Exercice 3 — 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A

Une course cyclosportive propose deux parcours : un grand de 130 kilomètres et un petit de 70 kilomètres.

L'étude ci-après porte sur les cyclistes fidèles qui participent tous les ans à cette épreuve.

En 2018, 42 % des cyclistes ont fait le grand parcours, les autres le petit.

Ces dernières années, les organisateurs ont constaté que :

- 90 % des cyclistes ayant fait le grand parcours une année se réinscrivent pour ce même parcours l'année suivante ; les autres s'inscrivent pour faire le petit parcours.
- 15 % des cyclistes ayant fait le petit parcours une année s'inscrivent sur le grand parcours l'année suivante ; les autres restent fidèles au petit parcours.

On note G l'état : « le cycliste fait le grand parcours », S l'état : « le cycliste fait le petit parcours » et $P_n = \begin{pmatrix} g_n & s_n \end{pmatrix}$ désigne la matrice ligne donnant la probabilité, pour un cycliste, de participer respectivement au grand et au petit parcours lors de la course de l'année $(2018 + n)$.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste de sommets G et S.

2. Recopier et compléter la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre des sommets G puis S :

$$M = \begin{pmatrix} 0,9 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

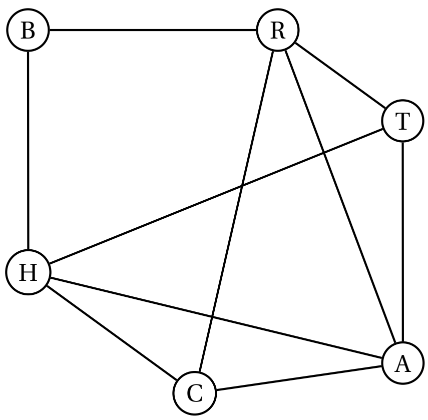
3. Déterminer l'état initial P_0 et l'état P_1.
En déduire le pourcentage de cyclistes qui, selon ce modèle, participeront au grand parcours en 2019.
4. On note $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ la matrice associée à l'état stable de ce graphe.
   a. Calculer x et y en résolvant un système.
   b. Selon ce modèle, peut-on dire qu'à long terme le grand parcours aura plus de succès que le petit ?

Partie B

Au village départ de cette course cyclosportive, les différents stands présents sont :

- le stand des vélos de routes (R),
- le stand des VTT (T),
- le stand des BMX (B),
- le stand de l'habillement (H),
- le stand des compteurs et GPS (C),
- le stand des accessoires et pièces détachées (A).

Le graphe ci-dessous représente le plan du village départ : les sommets correspondent aux stands et les arêtes aux allées qui les relient.



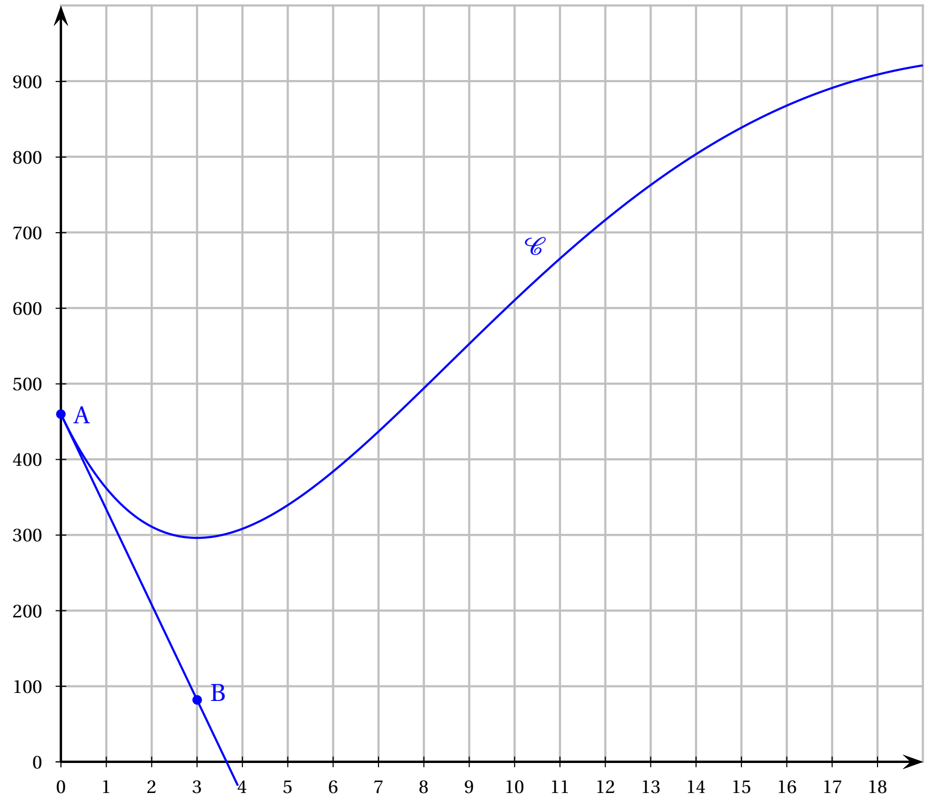
1. Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier les réponses.
2. Un cycliste peut-il visiter tous les stands en empruntant une et une seule fois chacune des allées ? Justifier la réponse. Si oui, donner un trajet possible en précisant le stand de départ et celui d'arrivée.

Exercice 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

La courbe ($\mathscr{C}$) ci-dessous, associée à une fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 19], représente l'audience journalière d'une chaîne de télévision entre le 1er janvier 2000 (année numéro 0) et le 1er janvier 2019 (année numéro 19), c'est-à-dire le nombre quotidien de téléspectateurs, en milliers.



Ainsi, le 1er janvier 2000 la chaîne a été regardée par environ 460 000 téléspectateurs.

1. Décrire l'évolution de l'audience journalière de cette chaîne de télévision entre le 1er janvier 2000 et le 1er janvier 2019.
2. Donner une valeur approchée du nombre de téléspectateurs le 1er janvier 2014.
3. La droite (AB), où les points A et B ont pour coordonnées A(0; 460) et B(3; 82), est la tangente à la courbe ($\mathscr{C}$) au point A.
   Déterminer la valeur de $f'(0)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f représentée par ($\mathscr{C}$) ?

Partie B

On cherche maintenant à prévoir l'évolution de l'audience de cette chaîne de télévision lors des dix prochaines années.
On considère que le nombre journalier (exprimé en milliers) de téléspectateurs de la chaîne est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 29]$ par :

$$f(x) = (20x^2 - 80x + 460)\,\mathrm{e}^{-0,1x}$$

où x représente le nombre d'années depuis 2000 (par exemple $x = 19$ pour l'année 2019).

1. Donner une valeur approchée au millier du nombre de téléspectateurs de la chaîne le 1er janvier 2014.
2. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0; 29]$.
   a. Démontrer que f' est définie par :
   $$f'(x) = (-2x^2 + 48x - 126)\,\mathrm{e}^{-0,1x}.$$
   b. On considère l'équation : $-2x^2 + 48x - 126 = 0$.
   Un logiciel de calcul formel donne :

Instruction :	**Résultat :**
Solve$(-2x^2 + 48x - 126 = 0)$	3 et 21

Retrouver ce résultat par le calcul.

c. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 29]$ et construire le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0 ; 29]$. Arrondir les éléments du tableau à l'unité.

d. Le nombre journalier de téléspectateurs de cette chaîne de télévision dépassera-t-il la barre du million avant l'année 2029 ? Justifier.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 800$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[3 ; 21]$. Déterminer un encadrement d'amplitude 1 de α.

Au cours de quelle année le nombre journalier de téléspectateurs de la chaîne de télévision dépassera-t-il 800 000 ?

4. On admet que la fonction F définie sur l'intervalle $[0 ; 29]$ par :

$$F(x) = \left(-200x^2 - 3\,200x - 36\,600\right)\mathrm{e}^{-0,1x}$$

est une primitive de la fonction f.

Déterminer à mille près l'audience journalière moyenne de téléspectateurs de la chaîne de télévision entre le 1er janvier 2018 et le 1er janvier 2019.

Sommaire Index

∽ Baccalauréat ES/L – Nouvelle Calédonie ∾
26 novembre 2019

Exercice 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier pour chaque question son numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse exacte rapporte 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0,9x^3 + 1,5x^2 + 1,5$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère. Le nombre de points d'intersection entre la courbe $\mathscr{C}$ et la droite d'équation $y = 2$ est :

a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3

2. Une des solutions de l'inéquation $1 - 0,85^n > 0,99$ d'inconnue n entier naturel est :

a. 28 **b.** 29 **c.** $\dfrac{\ln 0,85}{\ln 0,01}$ **d.** 28,336

3. Esteban va à l'école chaque matin avec une trousse. À la fin de la journée, il oublie sa trousse avec une probabilité de 0,2. Dans l'année le nombre de jours d'école est de 162.
On considère que les oublis journaliers sont indépendants les uns des autres.
La probabilité qu'il oublie sa trousse 30 fois exactement dans l'année est environ :

a. 0,19 **b.** 0,07 **c.** 0,60 **d.** 0,36

4. Une enquête a pour objectif d'estimer la proportion de personnes partant en vacances à l'étranger durant la semaine de Noël. Pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude 0,001 au niveau de confiance 0,95 de cette proportion, la taille de l'échantillon doit être égale à :

a. 4 000 000 **b.** 1 000 **c.** 2 000 **d.** 1 000 000

Exercice 2 — 5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Les parties* A *et* B *peuvent être traitées de manière indépendante.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

Partie A

La responsable d'un aquarium public constate qu'en l'absence d'action particulière la population d'une espèce de poisson augmente de 20 % par an.
Pour démarrer un nouveau bassin, elle décide de prélever 28 poissons à la fin de chaque année
La situation est modélisée par une suite (u_n) de terme initial $u_0 = 150$, le terme u_n donnant une estimation du nombre de poissons au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2018 + n$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,2u_n - 28$.

3. On définit la suite (w_n) par : $w_n = u_n - 140$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   a. Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison 1,2.
   Préciser son terme initial.
   b. Exprimer pour tout $n \in \mathbb{N}$, w_n en fonction de n.
   En déduire u_n en fonction de n.
4. Sachant que l'aquarium ne peut contenir plus de 200 poissons, la responsable doit-elle prévoir l'achat d'un autre aquarium dans les années à venir ? Si oui, en quelle année ?

Partie B

On sait qu'il y a eu 1 350 visiteurs le premier mois et que le prix d'entrée est fixé à 8 euros. La responsable fait l'hypothèse d'une augmentation mensuelle de la fréquentation des visiteurs de 12 %. Elle veut alors savoir, sous cette hypothèse, la recette totale accumulée durant les six premiers mois.

1. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'il détermine la recette cherchée.

$S \leftarrow 0$
$V \leftarrow 1350$
Pour N allant de 1 à …
    $S \leftarrow \ldots$
    $V \leftarrow 1{,}12V$
Fin Pour
$S \leftarrow 8S$

2. Quel est le montant de la recette cherchée ?

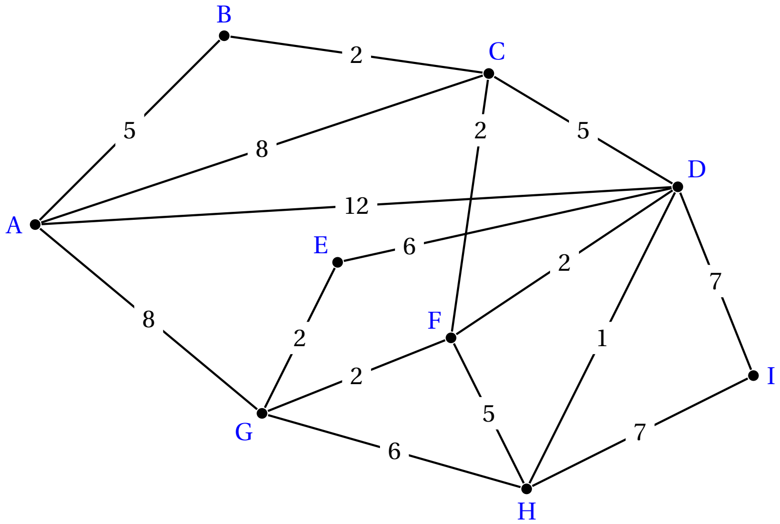
Exercice 2 — 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

Sur son lieu de vacances d'été, Inaé décide de pratiquer son activité favorite : le vélo tout terrain (VTT). Le plan des sentiers VTT de la région est représenté par le graphe ci-dessous.
Les arêtes représentent les sentiers, les sommets représentent les intersections de ces sentiers et le poids des arêtes désigne la distance en km entre chaque intersection.



1. Pourra-t-elle explorer tous les sentiers en ne passant qu'une fois sur chacun d'entre eux? Justifier.
2. Inaé se trouve en A et a rendez-vous au point I. Elle veut s'y rendre en empruntant l'itinéraire le plus court. Déterminer à l'aide d'un algorithme cet itinéraire en en préciser la longueur.

Partie B

En 2018, des vélos électriques ont été mis en location. Les clients ont donc eu le choix entre des vélos classiques et des vélos électriques. En 2018, seulement 10 % des clients ont loué des vélos électriques.
On admet que tous les clients louent un vélo et que :

- 85 % des clients ayant loué un vélo électrique une année en relouent un l'année suivante ;
- 70 % des clients ayant loué un vélo classique une année en relouent un l'année suivante.

On suppose que le nombre de clients chaque été reste constant. On s'intéresse à la répartition des clients dans les années à venir.
On note pour tout entier naturel n :

- c_n la probabilité qu'un client pris au hasard choisisse un vélo classique l'année $2018 + n$;
- e_n la probabilité qu'un client pris au hasard choisisse un vélo électrique l'année $2018 + n$;
- $P_n = \begin{pmatrix} c_n & e_n \end{pmatrix}$ la matrice correspondant à l'état probabiliste l'année $2018 + n$.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste.
   On notera C l'évènement « le client loue un vélo classique » et E l'évènement « le client loue un vélo électrique ».
2. Donner la matrice P_0 traduisant l'état probabiliste initial ainsi que la matrice de transition M en respectant l'ordre C puis E des sommets.
3. Calculer P_1.
4. Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Les parties* A, B *et* C *peuvent être traitées de manière indépendante.
Les résultats seront arrondis au centième.

Partie A

Lors d'un safari photo en Afrique, un groupe de touristes souhaite observer des familles d'éléphants. Le guide leur explique que :

- la probabilité de voir des éléphants adultes dans la journée est de 0,85 ;
- la probabilité de voir des bébés éléphants sachant que l'on voit des éléphants adultes est de 0,5 ;
- la probabilité d'observer des bébés éléphants mais pas d'adultes éléphants dans la journée est de 0,015.

On choisit au hasard un touriste de ce groupe et on considère les évènements suivants :

A : « Le touriste voit des éléphants adultes dans la journée » ;

B : « Le touriste voit des bébés éléphants dans la journée ».

Pour tous évènements E et F, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E, $p(E)$ la probabilité de E et, si F est de probabilité non nulle, $p_F(E)$ la probabilité de E sachant F.

1. Donner $p\left(\overline{A} \cap B\right)$.

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré qui sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
3. Montrer que $p(B) = 0{,}44$.
4. a. Calculer $p_{\overline{A}}(B)$.
   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

À 20 h, le groupe de touristes fait une pause autour d'un point d'eau pour observer le bain des éléphants. On considère que le temps d'attente en minute nécessaire pour observer des éléphants suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 90]$.

1. Quelle est la probabilité que le groupe attende plus d'une heure avant d'apercevoir les éléphants ?
2. Calculer l'heure moyenne d'arrivée des éléphants.

Partie C

Lors de leur séjour, les touristes ont appris que les éléphants d'Afrique sont généralement plus grands que les éléphants d'Asie.
On modélise la taille en centimètre d'un éléphant d'Afrique par une variable aléatoire X suivant la loi normale de moyenne μ et d'écart type σ. De même, on modélise la taille en centimètre d'un éléphant d'Asie par une variable aléatoire Y suivant une loi normale de moyenne μ' et d'écart type σ'.
Les courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ des densités de probabilité associées à X et Y sont données en **annexe 1**.

1. a. Associer chaque courbe $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ à sa variable aléatoire.
   b. Donner une valeur approchée à la dizaine de l'espérance pour chacune d'entre elles.
2. Représenter graphiquement $p(X > 330)$ et $p(Y > 330)$ puis comparer ces deux probabilités.
3. a. Calculer à l'aide de la calculatrice $p(Y > 330)$ sachant que $\mu' = 268$ et $\sigma' = 50$.
   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (-5x^2 + 5)\,\mathrm{e}^{x}$$

On note f' la fonction dérivée de f, et f'' la fonction dérivée seconde. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan, donnée en **annexe 2**.

1. a. Calculer les coordonnées du point A, intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec l'axe des ordonnées. Placer le point A dans le repère fourni en **annexe 2**.
   b. Démontrer que $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses en deux points. Déterminer leurs coordonnées et les placer dans le repère fourni en **annexe 2**.
   c. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (-5x^2 - 10x + 5)\,\mathrm{e}^{x}$.
   d. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-5 ; 2]$.
2. Soit Δ la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
   a. Montrer qu'une équation de Δ est $y = 5x + 5$.
   b. Tracer la droite Δ dans le repère fourni en **annexe 2**.
3. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants que l'on pourra utiliser sans justification :

1	$f(x)$
○	$\rightarrow\ (-5x^2+5)\,\mathrm{e}^{\,x}$
2	$f''(x)$
○	$\rightarrow\ -20x\,\mathrm{e}^{\,x}-5x^2\,\mathrm{e}^{\,x}-5\,\mathrm{e}^{\,x}$
3	Résoudre $(f''(x)=0,x)$
○	$\rightarrow\ \left\{x=-\sqrt{3}-2\,,x=\sqrt{3}-2\right\}$

a. Montrer que, pour tout $x\in[-5\,;\,2]$, $f''(x)=-(5x^2+20x+5)\,\mathrm{e}^{\,x}$.

b. Étudier la convexité de le fonction f sur l'intervalle $[-5\,;\,2]$.

4. On s'intéresse à l'aire $\mathscr{A}$, en unité d'aire, du domaine délimité par $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=-1$ et $x=0$.

a. Hachurer sur **l'annexe 2** ce domaine.

b. On admet que sur l'intervalle $[-1\,;\,0]$, la droite Δ est au-dessus de la courbe $\mathscr{C}$.
Justifier que l'aire $\mathscr{A}$ est inférieure à 2,5 unités d'aire.

c. On admet que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x)=(-5x^2+10x-5)\,\mathrm{e}^{\,x}$$

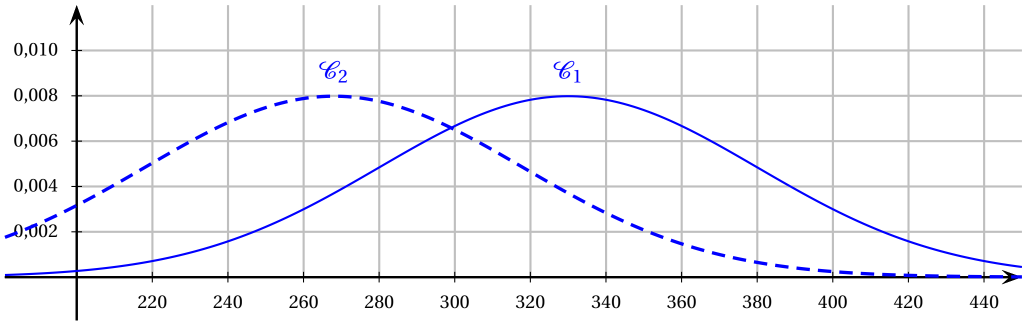
est une primitive de f.

Calculer $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.

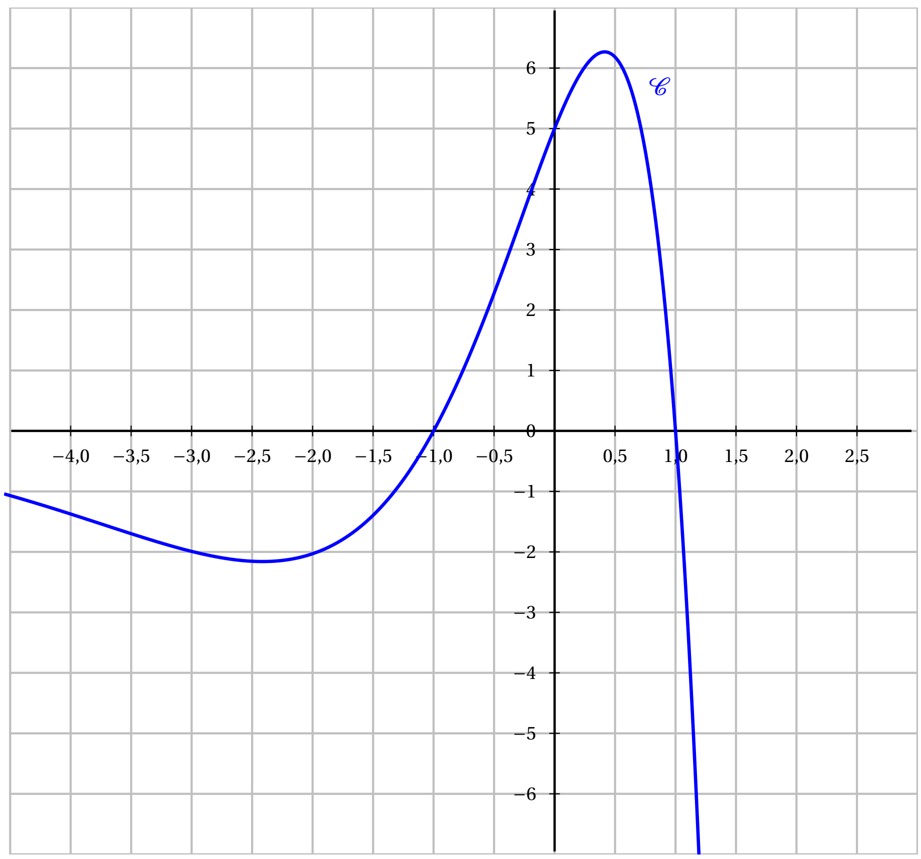
On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

Annexes à rendre avec la copie

Annexe 1
Exercice 3



Annexe 2
Exercice 4



Index

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Polynésie 2 septembre 2020

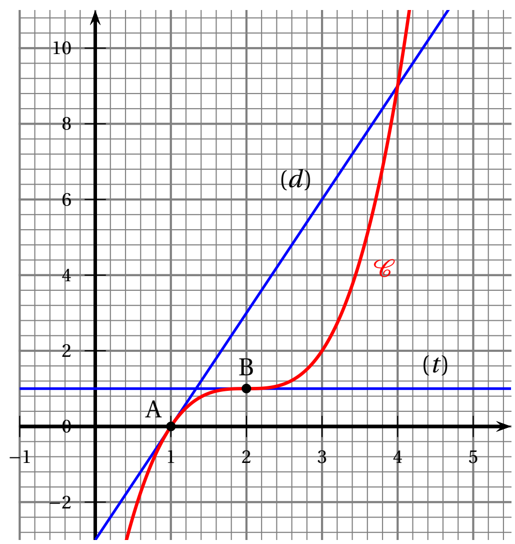
Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée.
Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.
Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Seules les affirmations 1, 2 et 3 s'appuient sur la figure ci-dessous dans laquelle :

- la courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction g définie et strictement croissante sur $\mathbb{R}$,
- le point A est le point de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse 1 et le point B celui d'abscisse 2,
- la droite (d) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A,
- la tangente (t) à la courbe $\mathscr{C}$ au point B est horizontale.



Affirmation 1

$g'(1) = 1$

Affirmation 2

Toute primitive de la fonction g est strictement croissante sur $[0\,;3]$.

Affirmation 3

Le point B est un point d'inflexion de la courbe représentative de la fonction g.

Affirmation 4

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, d'expression $f(x) = x\,\mathrm{e}^{3x}$.
La fonction dérivée de f notée f' est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = 3\,\mathrm{e}^{3x}$.

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les parties de cet exercice sont indépendantes.
Le syndrome d'apnée du sommeil se manifeste par des interruptions répétées de la respiration pendant le sommeil. Ce syndrome peut être dû à plusieurs facteurs.

Partie A

Sauf indication contraire, les résultats numériques seront approchés à 10^{-4} près

Dans cette partie, on cherche à étudier le lien entre le surpoids et le syndrome d'apnée du sommeil dans une population donnée.
Parmi les personnes participant à l'étude, 41 % sont en surpoids.
On observe que parmi les individus en surpoids, 12 % souffrent du syndrome d'apnée du sommeil, et que parmi les individus qui ne sont pas en surpoids, 4 % souffrent du syndrome d'apnée du sommeil.

Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E et $P(E)$ sa probabilité.

Pour tout évènement F de probabilité non nulle, on note $P_F(E)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.

On choisit au hasard une personne ayant participé à l'étude, et on note :
- S l'évènement : « la personne est en surpoids » ;
- A l'évènement : « la personne souffre d'apnée du sommeil ».

1. Représenter cette situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit en surpoids et souffre d'apnée du sommeil.
3. Montrer que $P(A) = 0,0728$.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. On choisit au hasard une personne qui souffre du syndrome d'apnée du sommeil. Quelle est la probabilité que cette personne soit en surpoids ?

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse au cas particulier d'un patient souffrant d'apnée du sommeil.
Pendant plusieurs nuits, on observe son rythme respiratoire au cours de son sommeil. Ces examens permettent d'établir que la durée, en seconde, des apnées de ce patient peut être modélisée par une variable aléatoire D qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 22$ et d'écart-type $\sigma = 4$.

1. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de la probabilité $P(14 \leqslant D \leqslant 30)$.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer, à 10^{-2} près, une valeur approchée de la probabilité qu'une apnée de ce patient dure plus de 30 secondes.

Partie C

Une entreprise d'équipement médical commercialise un dispositif de ventilation en pression positive continue. Ce dernier permet de maintenir ouvertes les voies respiratoires du patient, prévenant ainsi les apnées du sommeil.

L'entreprise affirme que 91 % des patients qui utilisent le dispositif ressentent une amélioration de la qualité de leur sommeil.

Une étude est menée sur 348 patients auxquels on fait tester le dispositif. Après plusieurs nuits, 290 personnes déclarent avoir ressenti une amélioration de la qualité de leur sommeil.

Peut-on remettre en cause l'affirmation de l'entreprise d'équipement médical ? Justifier la réponse.

Exercice 3 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Au 31 décembre 2017, un magazine possède 450 000 abonnés. On note que chaque année, seuls 80 % des abonnés de l'année précédente renouvellent leur abonnement auxquels viennent s'ajouter 180 000 nouveaux abonnés.

On note (u_n) une suite modélisant le nombre d'abonnés, exprimé en millier, au 31 décembre de l'année $(2017 + n)$. On a donc $u_0 = 450$.

1. Calculer, selon ce modèle, le nombre d'abonnés au 31 décembre 2018.
2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 180$.
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 900$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,8. Préciser son premier terme.

   b. Soit n un entier naturel. Exprimer v_n en fonction de n.

   c. Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n = -450 \times 0{,}8^n + 900$.
4. La direction du magazine affirme qu'à long terme, le nombre d'abonnés dépassera 900 000. Que penser de cette affirmation ? Justifier la réponse.
5. En s'appuyant sur ce modèle, au 31 décembre de quelle année le nombre d'abonnés dépassera-t-il 800 000 pour la première fois ?
6. La direction du magazine s'engage à verser chaque année 1 euro par abonnement à une association caritative.
   On dispose de l'algorithme ci-dessous :

```
U ← 450
S ← 450
Pour I allant de 1 à N
    U ← 0,8 * U + 180
    S ← S + U
Fin Pour
```

   On affecte 3 à la variable N et on exécute l'algorithme.

   a. Après l'exécution, quelle valeur numérique contient la variable S ?

   b. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les différentes parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Deux plateformes proposant des films en streaming se font concurrence sur le marché : Webflix et Yellow Cinéma.
Au 1er janvier 2019, 63 % des utilisateurs de ces plateformes sont abonnés à Webflix et les 37 % restants à Yellow Cinéma. On souhaite étudier l'évolution du marché au fil du temps.

On estime que chaque mois :

- parmi les clients de Webflix, 89 % renouvellent leur abonnement tandis que les autres quittent la plateforme pour s'abonner à Yellow Cinéma.
- parmi les clients de Yellow Cinéma, 91 % renouvellent leur abonnement tandis que les autres quittent la plateforme pour s'abonner à Webflix.

On suppose également que le nombre total de clients reste constant.
Pour tout entier naturel n, on note :
- w_n la proportion de clients abonnés à Webflix n mois après le 1er janvier 2019.
- y_n la proportion de clients abonnés à Yellow Cinéma n mois après le 1er janvier 2019.

L'état probabiliste n mois après le 1er janvier 2019 est noté $P_n = \begin{pmatrix} w_n & y_n \end{pmatrix}$.
On a ainsi $P_0 = \begin{pmatrix} 0{,}63 & 0{,}37 \end{pmatrix}$.
On rappelle que pour tout entier naturel n, $w_n + y_n = 1$.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste dans lequel on notera respectivement W et Y les sommets correspondants aux plate-formes Webflix et Yellow Cinéma.
2. **a.** Donner la matrice de transition M de ce graphe, en considérant les sommets dans leur ordre alphabétique.

   b. Calculer l'état probabiliste P_2.
3. Montrer que, pour tout entier naturel n, $w_{n+1} = 0{,}8w_n + 0{,}09$.
4. On considère la suite (a_n) définie pour tout entier naturel n, par $a_n = w_n - 0{,}45$.

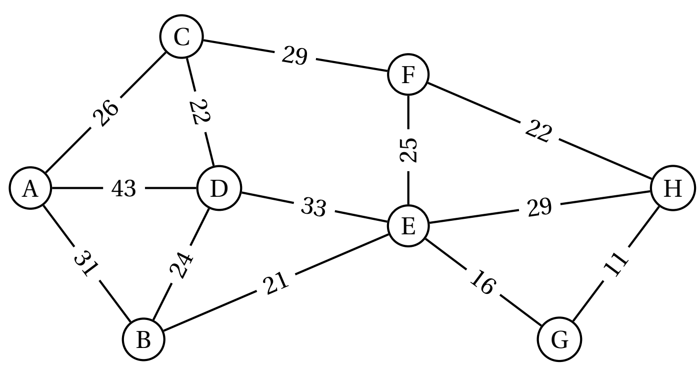
   a. Démontrer que la suite (a_n) est une suite géométrique de raison 0,8 dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. Étant donné un entier naturel n, exprimer a_n en fonction de n.

   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $w_n = 0{,}18 \times 0{,}8^n + 0{,}45$.
5. Les dirigeants de Webflix peuvent-ils espérer rester les leaders du marché à long terme ? Expliquer.

Partie B

Le réseau de serveurs permettant à Webflix de diffuser les films que la plateforme propose à ses abonnés est modélisé par le graphe ci-dessous. Les sommets représentent les serveurs et sur les arêtes on a indiqué les temps de réponse, exprimés en milliseconde, entre deux serveurs.



Des données doivent transiter du serveur A vers le serveur H.

1. Déterminer, à l'aide d'un algorithme, un chemin que doivent suivre ces informations pour que la transmission soit la plus rapide possible.
2. Préciser le temps de réponse pour le chemin trouvé précédemment.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

On étudie l'évolution du taux de natalité d'une population entre 1750 et 1870.

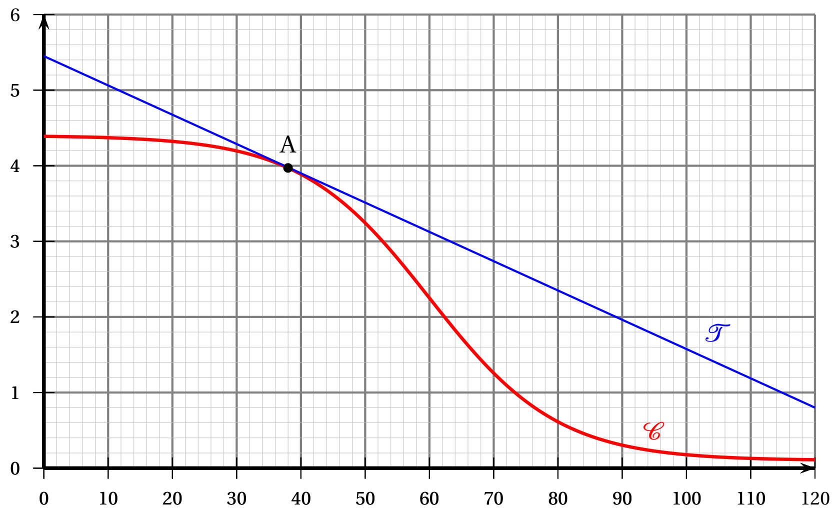
On admet que le taux de natalité peut être modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,120]$ par :

$$f(x) = 0{,}1 + \frac{4{,}3}{1 + \mathrm{e}^{0{,}1x-6}}$$

où :

- x représente le temps, exprimé en années, écoulé depuis 1750,

• $f(x)$ représente le taux de natalité, exprimé en pourcentage, de la population totale. On admet que la fonction f est dérivable sur $[0\,;\,120]$ et on note f' sa fonction dérivée.
Sur le graphique ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}$ représente la fonction f, et la droite $\mathscr{T}$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 38.



Partie A

1. Avec la précision permise par le graphique :
   a. Donner une valeur approchée de $f'(38)$.
   b. Recopier, parmi les propositions suivantes, celle qui est exacte :

$$7 \leqslant \int_{10}^{30} f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 8 \quad ; \quad 130 \leqslant \int_{30}^{120} f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 190 \quad ; \quad 700 \leqslant \int_{80}^{100} f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 800.$$

2. **a.** Vérifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,120]$:

$$f'(x) = -\frac{0{,}43\,\mathrm{e}^{\,0{,}1x-6}}{\left(1+\mathrm{e}^{\,0{,}1x-6}\right)^2}.$$

   b. Retrouver le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,120]$.
3. **a.** Justifier que sur l'intervalle $[0\,;\,120]$, l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution que l'on appelle α.
   b. Encadrer α par deux entiers consécutifs.

Partie B

1. On admet que sur l'intervalle $[0\,;\,120]$, la fonction g d'expression $g(x) = \dfrac{4{,}3}{\left(1+\mathrm{e}^{\,0{,}1x-6}\right)}$ a pour primitive la fonction G d'expression $G(x) = -43\ln\left(1+\mathrm{e}^{\,-0{,}1x+6}\right)$.
   a. Donner une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,120]$.
   b. En déduire la valeur exacte de $\displaystyle\int_{30}^{120} f(x)\,\mathrm{d}x$.
2. Calculer le taux de natalité moyen entre 1780 et 1870. On en donnera une valeur approchée à 0,01 % près.

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES/L Antilles-Guyane 7 septembre 2020

Exercice 1 **6 points**

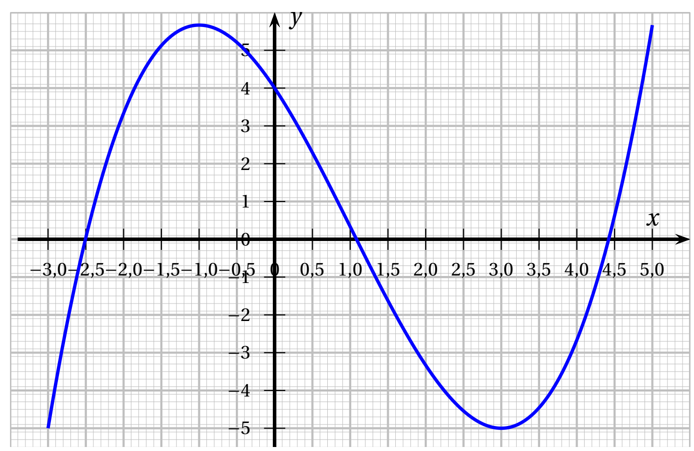
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, parmi lesquelles une seule est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque bonne réponse rapporte un point. Une réponse incorrecte, plusieurs réponses ou une question sans réponse n'apportent ni ne retirent aucun point.

Les six questions sont indépendantes

Partie A

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3 ; 5]$. La courbe ci-contre est la courbe représentative de la **fonction dérivée** f' de f.



1. La fonction f est croissante sur l'intervalle :

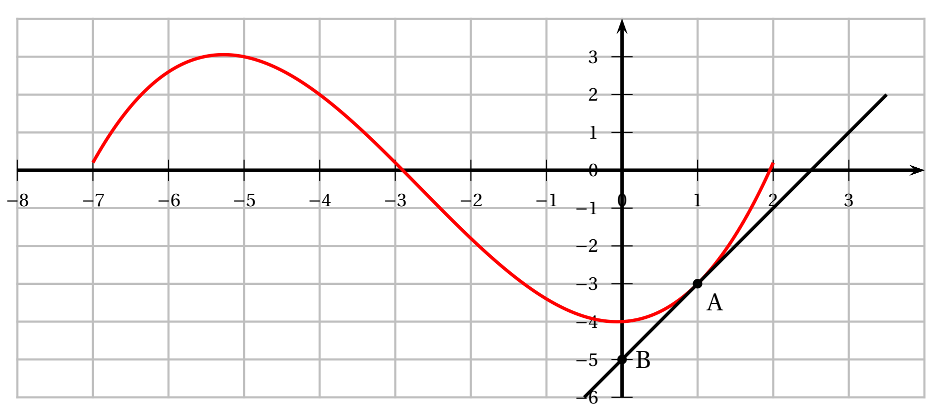
a. [1,5; 4] **a.** [-2; 0] **c.** [0; 2] **d.** [3; 4]

2. La fonction f est concave sur l'intervalle :

a. [1,5; 4] **b.** $[-2 ; 0]$ **c.** [0; 2] **d.** [3; 4]

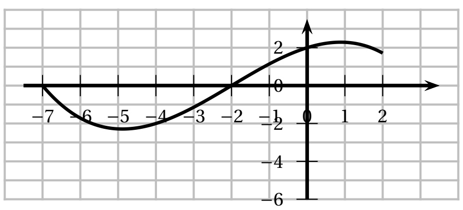
Partie B

La courbe ci-dessous représente une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[-7 ; 2]$.
La tangente au point $\text{A}(1 ; -3)$ coupe l'axe des ordonnées au point $\text{B}(0 ; -5)$.

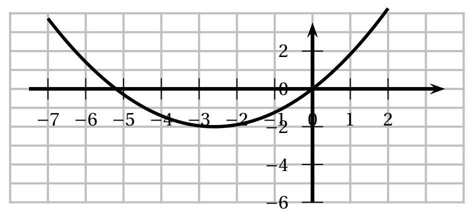


3. L'une des quatre courbes suivantes représente la fonction g' dérivée de la fonction g. Laquelle ?

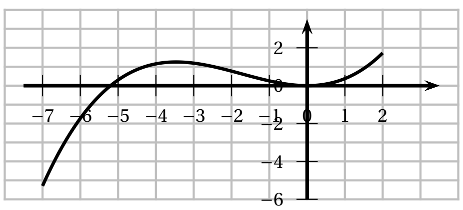
a.



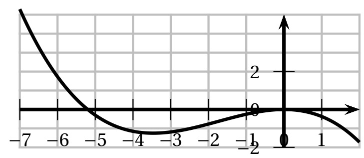
b.



c.



d.



4. L'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point A est :

a. $y = -3x + 1$ **b.** $y = x - 5$ **c.** $y = 2x - 5$ **d.** $y = x - 4$

Partie C

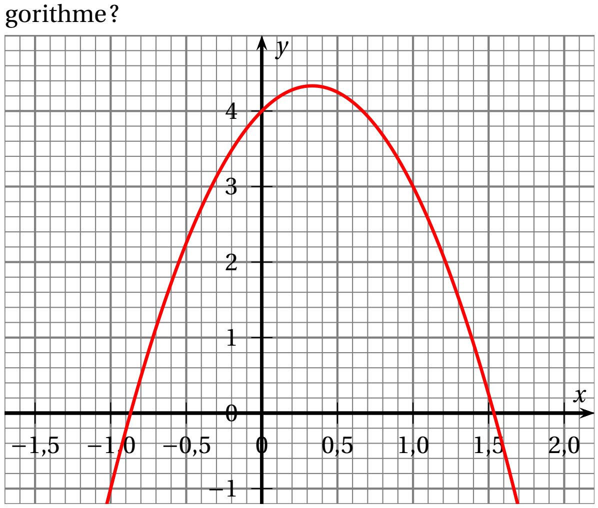
5. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'ensemble des réels par $f(x) = 5\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}$. On note f' la fonction dérivée de f et, pour tout réel x,

a. $f'(x) = \dfrac{-5x}{3}\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}$ **b.** $f'(x) = 5\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}$

c. $f'(x) = \dfrac{-5}{3}\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}$ **d.** $f'(x) = \mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}$

6. On considère la courbe ci-dessous représentative de la fonction f définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = -3x^2 + 2x + 4$.

Dans l'algorithme ci-dessous, a et b sont deux réels. Quelle est la valeur de a en sortie de l'algorithme ?




```
a ← 0
b ← 4
Tant que b > 0
    a ← a + 0,01
    b ← −3a² + 2a + 4
Fin Tant que
```

a. 1,54 **b.** 1,48 **c.** $-0,86$ **d.** $-0,87$

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

On s'intéresse à la gestion des déchets ménagers au sein d'une grande agglomération.
Grâce au développement du recyclage, les experts estiment que la quantité de déchets de l'agglomération à incinérer devrait diminuer de 5 % par an. Par ailleurs, suite à la signature d'un contrat, cette agglomération s'engage à partir du 1er janvier 2020 à collecter et incinérer 12 000 tonnes de déchets supplémentaires par an provenant d'une commune voisine.
Durant l'année 2019, l'agglomération a incinéré 300 000 tonnes de déchets.
On admet que la situation peut être modélisée par une suite (u_n) dont le terme général u_n donne, pour tout entier naturel n, une estimation de la quantité (exprimée en millier de tonnes) de déchets incinérés durant l'année $2019 + n$. On a ainsi $u_0 = 300$.

Partie A

1. **a.** Déterminer u_1.
   b. Justifier, pour tout entier naturel n, que $u_{n+1} = 0,95u_n + 12$.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 240$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,95$ dont on précisera le premier terme v_0.
   b. Exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n.
   c. En déduire, pour tout entier naturel n, que $u_n = 60 \times 0,95^n + 240$.
3. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

L'agglomération s'est fixé l'objectif d'une diminution de la quantité de déchets incinérés de 15 % d'ici 2039 par rapport à 2019.

1. Justifier que cet objectif ne sera pas atteint si la diminution des déchets suit les prévisions des experts.
2. **a.** Dans l'algorithme ci-dessous N est un nombre entier et U un nombre réel. Recopier et compléter l'algorithme afin que la variable N contienne, à la fin de l'exécution de l'algorithme, l'année à partir de laquelle la quantité de déchets incinérés aura diminué de 15 % par rapport à 2019.

```
N ← 2019
U ← 300
Tant que U …
    N ← N + 1
    U ← …
Fin Tant que
```

   b. En quelle année l'objectif sera-t-il atteint ?

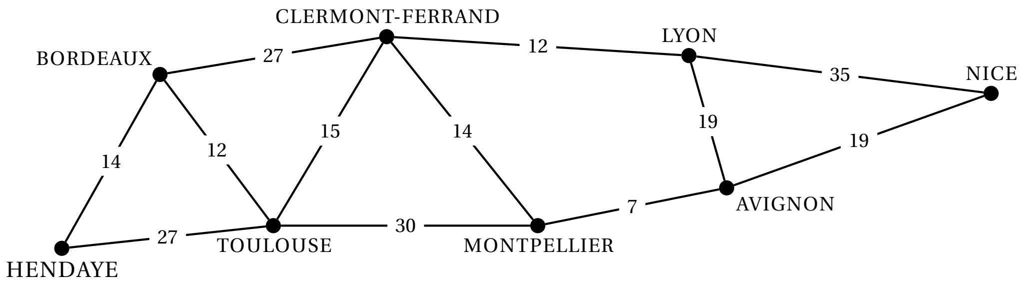
Exercice 2 **5 points**

Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Le graphe ci-dessous représente le tarif moyen, en euro, demandé sur un site de covoiturage pour effectuer le trajet entre des villes du sud de la France.



1. En justifiant la réponse, dire si :

  a. le graphe est complet ;

  b. le graphe est connexe ;

  c. il existe une chaîne eulérienne.

2. Une personne veut aller de Hendaye à Nice.
Déterminer, en utilisant un algorithme, le trajet qui serait le plus économique et préciser le coût de ce trajet.

Partie B

Un commercial d'une société basée à Montpellier effectue toujours les mêmes trajets : Montpellier-Toulouse, Montpellier-Clermont Ferrand et Montpellier-Avignon.
Au total, il a effectué 40 trajets aller-retour au cours de cette année en ayant parcouru 19 200 km et roulé 236 heures. On donne les renseignements suivants :

	Distance du trajet aller-retour (en km)	Durée totale du trajet aller-retour (en h)
Montpellier- Toulouse	480	5
Montpellier-Clermont Ferrand	680	9
Montpellier-Avignon	200	3

On se propose de déterminer combien de trajets aller-retour de chaque sorte il a effectué.
On note :

x, le nombre de trajets aller-retour Montpellier- Toulouse ;

y, le nombre de trajets aller-retour Montpellier-Clermont Ferrand ;

z, le nombre de trajets aller-retour Montpellier-Avignon.

1. Justifier que x, y et z sont solutions du système : $\left\{\begin{array}{rcr} x+\ \ y+\ z &=& 40\\ 12x+17y+5z &=& 480\\ 5x+\ 9y+3z &=& 236\end{array}\right.$.

2. Déterminer les matrices A, X et B qui permettent d'écrire le système précédent sous la forme $AX = B$.

3. Résoudre le système et interpréter dans le contexte de l'exercice le résultat obtenu.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

D'après le recensement de 2017 effectué dans une agglomération, on dénombre 385 628 habitants dont 276 110 qui résident dans la zone dite urbaine et le reste dans la zone dite rurale.
Les nouvelles lignes de tramway desservent la zone urbaine et la zone rurale. Une enquête fait apparaître que 60 % des habitants de la zone urbaine utilisent régulièrement le tramway dans leurs déplacements.
Un habitant de l'agglomération, pris au hasard, est interrogé et on note :

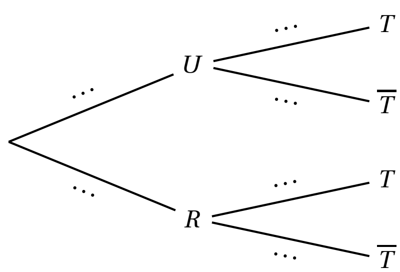
U l'évènement « l'habitant de l'agglomération réside dans la zone urbaine » ;

R l'évènement « l'habitant de l'agglomération réside dans la zone rurale » ;

T l'évènement « l'habitant de l'agglomération utilise régulièrement le tramway ».

1. Montrer que $p(U) \approx 0,716$.

2. Recopier l'arbre ci-dessous et le compléter par les probabilités correspondantes au fur et à mesure de l'exercice.



3. Calculer la probabilité que l'habitant de l'agglomération interrogé réside dans la zone urbaine et utilise régulièrement le tramway.

4. On donne $p(T) = 0,51$. Calculer $p_R(T)$ et compléter l'arbre.

5. À présent, on interroge au hasard un habitant qui utilise régulièrement le tramway.
Quelle est la probabilité qu'il habite dans la zone urbaine ?

Partie B

Les pouvoirs publics étudient le trajet le plus fréquenté, à savoir celui de la ligne A qui part à 7 h 30 du terminus T1 pour rejoindre le terminus T2. Pour cela, on mesure sur une année la durée, en minute, de ce trajet.
On admet que cette durée peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 65$ et d'écart type $\sigma = 7$.

1. Quelle est la probabilité que la durée d'un trajet sur la ligne A partant à 7 h 30 du terminus T1 soit inférieure à une heure ?

2. On suppose que les durées des trajets d'un jour à l'autre sont indépendantes.
Un utilisateur emprunte ce trajet 180 fois dans l'année.
Quelle est la probabilité qu'il ait au plus 40 fois une durée de trajet inférieure à une heure dans l'année ?

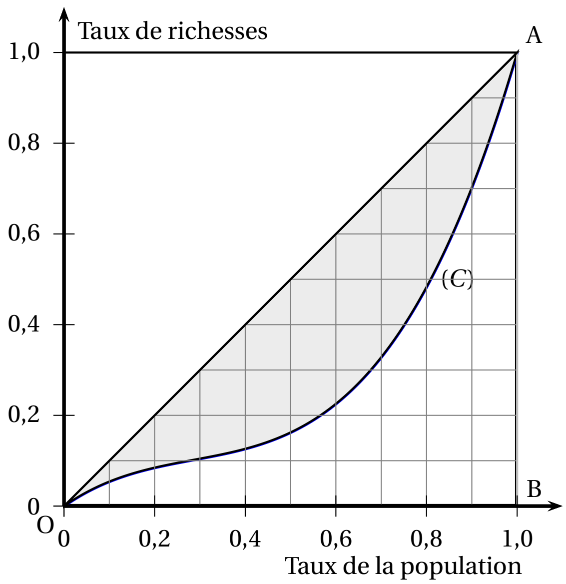
EXERCICE 4 **3 points**

Commun à tous les candidats

La courbe (C) ci-dessous rend compte de la concentration des richesses des habitants d'un certain pays en 2017.

La courbe (C) a pour équation $y = 2,1x^3 - 1,8x^2 + 0,7x$ sur l'intervalle $[0;\, 1]$.

On admet que sur l'intervalle $[0;\, 1]$, la courbe (C) est située au-dessous du segment [OA] d'équation $y = x$.



Exemple de lecture du graphique : 90 *% de la population détient* 70 *% des richesses.*

On définit le coefficient de Gini γ par le quotient $\gamma = \dfrac{\text{aire de la partie grisée}}{\text{aire du triangle OBA}}$.

On admet que le coefficient de Gini γ a les propriétés suivantes :

- $0 \leqslant \gamma \leqslant 1$.
- Plus γ est grand, plus la répartition des richesses au sein de la population est inégalitaire.

Le coefficient de Gini en France en 2017 était de 0,289.

En 2017, la répartition des richesses du pays étudié était-elle plus égalitaire qu'en France ?

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES/L – Métropole - La Réunion
11 septembre 2020

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

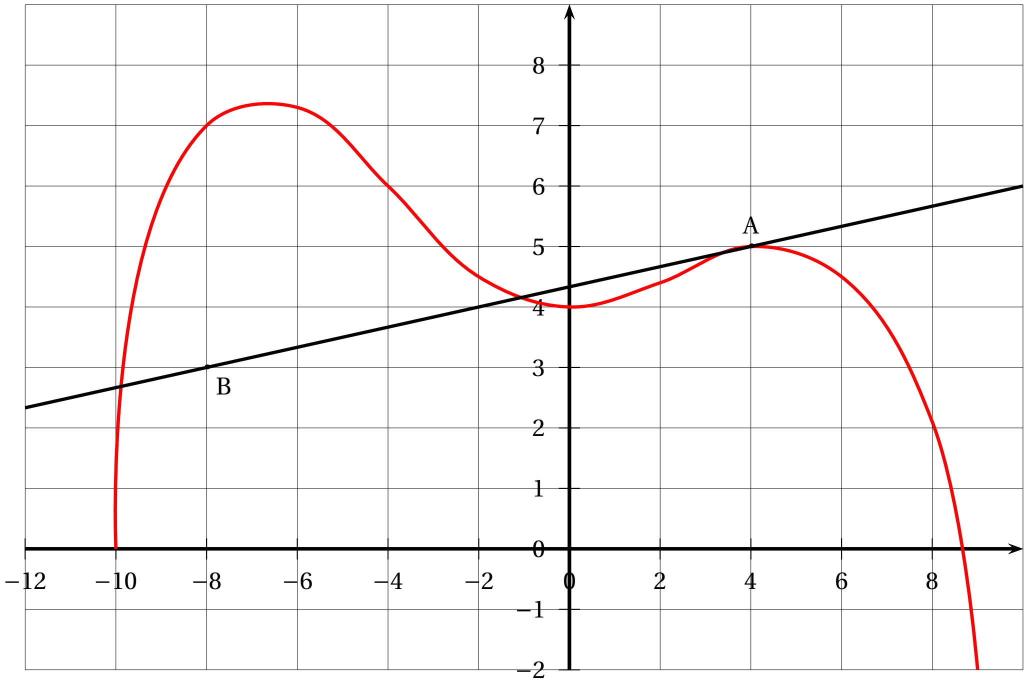
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Recopier pour chaque question son numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse exacte rapporte 1 *point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-x^2+1}$.
   La fonction f admet pour dérivée la fonction f' définie sur par :
   a. $f'(x) = \mathrm{e}^{-x^2+1}$ **b.** $f'(x) = \left(-x^2+1\right)\mathrm{e}^{-x^2+1}$
   c. $f'(x) = -2x\,\mathrm{e}^{-x^2+1}$ **d.** $f'(x) = \mathrm{e}^{-2x}$
2. Soit a un réel quelconque. On pose :
   $$B = \frac{\mathrm{e}^{a} \times \mathrm{e}^{3-a}}{\mathrm{e}}.$$
   Alors : **a.** $B = \mathrm{e}^{2}$ **b.** $B = 7,39$ **c.** $B = \mathrm{e}^{3a-a^2-1}$ **d.** $B = a \times \mathrm{e}^{3-a}$
3. Un institut réalise un sondage sur « les Français et la musique » auprès d'un échantillon représentatif de 1 408 personnes.
   28 % des personnes interrogées déclarent qu'elles chantent régulièrement sous la douche (*données : Institut BVA-Presse Régionale-Foncia, mars* 2017).
   Un intervalle de confiance, au niveau de confiance 0,95 et dont les bornes sont arrondies au millième, de la proportion de Français qui chantent régulièrement sous la douche est :
   a. [0,253 ; 0,307] **b.** [1 013 ; 1 803] **c.** [0,201 ; 0,359] **d.** [0,279 ; 0,281]

Pour les deux questions suivantes, on utilisera le repère ci-dessous, dans lequel on a tracé la courbe représentative d'une fonction g définie et dérivable sur $[-10 ; 9]$. La tangente au point A de coordonnées (4 ; 5) passe par le point B de coordonnées (-8 ; 3).



4. Le nombre dérivé $g'(4)$ est égal à :

a. 5 **b.** 0 **c.** 6 **d.** $\dfrac{1}{6}$

5. On pose $I = \displaystyle\int_{-2}^{4} g(x)\,\mathrm{d}x$.

a. $12 \leqslant I \leqslant 15$ **b.** $24 \leqslant I \leqslant 30$
c. $I = 6$ **d.** $I = g(4) - g(-2)$

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

En France, la pratique de l'escalade est en plein essor ces dernières années, notamment grâce aux nombreuses ouvertures de salles dans les villes. La Fédération Française de la Montagne et de l'Escalade (FFME) comptait 90 000 adhérents au début de l'année 2017.

On estime qu'au début de chaque année :

- 21 % des adhérents ne renouvellent pas leur adhésion;
- 29 400 nouveaux pratiquants s'inscrivent.

À partir de ces données, on modélise le nombre d'adhérents n années après le début de l'année 2017 par une suite (u_n). Ainsi $u_0 = 90\,000$.

1. Calculer le nombre d'adhérents au début de l'année 2018 puis au début de l'année 2019.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,79u_n + 29\,400$.
3. On souhaite déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n > 135\,000$.
On considère l'algorithme suivant :

```
N ← 0
U ← 90000
Tant que ...
    N ← N+1
    U ← ...
Fin Tant que
```

a. Recopier et compléter cet algorithme afin qu'il permette de répondre à la question posée.

b. Quelle est la valeur de N après l'exécution de l'algorithme ?
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$v_n = u_n - 140\,000.$$

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.

b. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n en fonction de n. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = -50\,000 \times 0,79^n + 140\,000$$

c. La FFME peut-elle espérer dépasser les 140 000 adhérents ?
Justifier la réponse.

5. Pour automatiser l'estimation du nombre d'adhérents et du nombre de personnes ne renouvelant pas leur adhésion chaque année, on prépare la feuille de calcul suivante, dans laquelle les colonnes B et C sont au format nombre, arrondi à l'unité.

	A	B	C
1	n	u_n	nombre de non renouvellements
2	0	90 000	
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		
8	6		

a. Pour obtenir les termes de la suite (u_n) quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 avant de la recopier vers le bas ?

b. Pour estimer le nombre de personnes ne renouvelant pas leur adhésion en début d'année, quelle formule peut-on saisir dans la cellule C3 avant de la recopier vers le bas ?

Exercice 3 — 5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité ou candidats de L

Pour tous évènements E et F, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E, $p(E)$ la probabilité de E et, si F est un évènement de probabilité non nulle, $p_F(E)$ la probabilité de E sachant F.

Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au millième si nécessaire.

Partie A

Une scierie produit des planches en chêne, en sapin ou en bois de hêtre pour fabriquer des parquets massifs. Il existe deux qualités de planche : les planches déclassées (de moins bonne qualité) et les planches de premier choix (de qualité supérieure). On sait que :

- 20 % des planches produites sont en chêne,
- 66 % des planches sont en sapin,
- les autres sont en bois de hêtre.

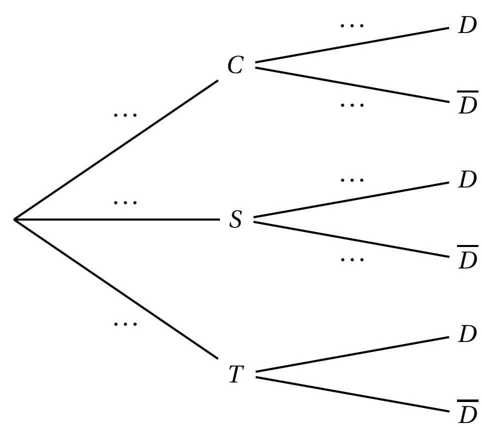
De plus, 46 % des planches en chêne sont déclassées et 25 % des planches en sapin sont déclassées.

On choisit une planche au hasard dans la production de la scierie, et on définit les évènements suivants :

- C : « la planche est en chêne » ;
- S : « la planche est en sapin » ;
- T : « la planche est en bois de hêtre » ;
- D : « la planche est déclassée ».

1. **a.** À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de $p(C)$, $p_C(D)$ et $p_S(D)$.

   b. On représente la situation par l'arbre suivant. Recopier l'arbre et compléter les pointillés.



2. Calculer la probabilité que la planche soit en chêne et déclassée.
3. On sait que la scierie produit 32 % de planches déclassées.
   Montrer que $p(T \cap D) = 0,063$.
4. On choisit une planche de la production en bois de hêtre. Quelle est la probabilité qu'elle soit déclassée ?

Partie B

On choisit un lot de 10 planches au hasard, et on suppose que le nombre de planches déclassées dans ce lot peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,32$.

1. Calculer $p(X = 4)$ et interpréter le résultat.

2. Calculer la probabilité qu'au moins une planche du lot soit déclassée.

Partie C

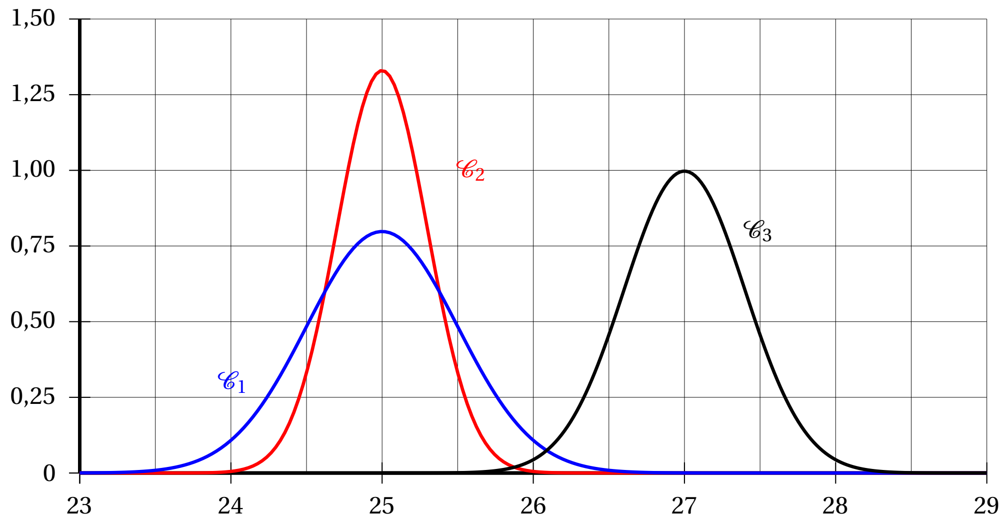
L'épaisseur en millimètre d'une planche de sapin est modélisée par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance $\mu_S = 27$ et d'écart type $\sigma_S = 0,4$.

L'épaisseur en millimètre d'une planche de chêne est modélisée par une variable aléatoire Z qui suit la loi normale d'espérance $\mu_C = 25$ et d'écart type σ_C.

On sait de plus que $\sigma_C > \sigma_S$.

1. Calculer $p(26,5 \leqslant Y \leqslant 27,5)$.

2. Parmi les courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ ci-dessous, l'une représente la densité de probabilité de Y, une autre celle de Z.



a. Quelle est la courbe représentant la fonction de densité de Y ? Justifier.

b. Quelle est la courbe représentant la fonction de densité de Z ? Justifier.

3. On sait que la probabilité qu'une planche en chêne ait une épaisseur comprise entre 24 mm et 26 mm est égale à environ 0,95. Donner une valeur approchée de l'écart type σ_C.

Exercice 3 **5 points**

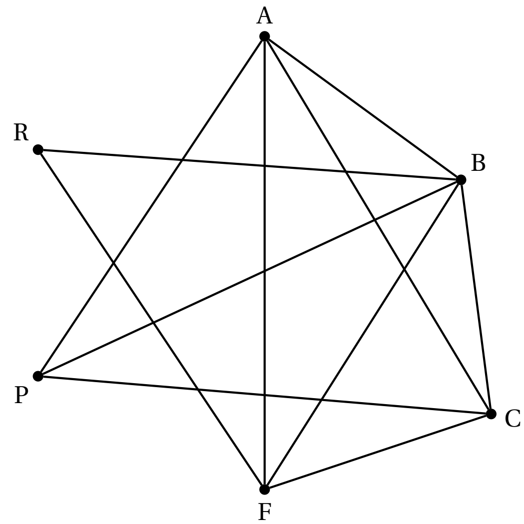
Candidats de ES ayant suivi la spécialité

L'organisatrice d'une course à pied dans la ville de Berlin voudrait faire passer les participants par les lieux suivants :

- Alexanderplatz (A)
- Porte de Brandebourg (B)
- Checkpoint Charlie (C)

- Fleamarket (F)
- Musée de Pergame (P)
- Reichstag (R)

On peut résumer la situation par le graphe ci-dessous :

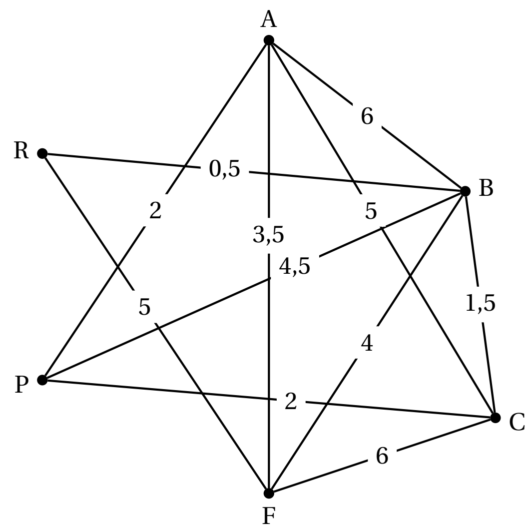


Les lieux sont représentés par les sommets, et les rues ouvertes à la course par les arêtes.

1. **a.** Quel est l'ordre de ce graphe ?
   b. Est-il complet ? Justifier.
   c. Est-il connexe ? Justifier.
2. **a.** L'organisatrice peut-elle envisager un parcours passant par tous ces lieux en empruntant une seule fois chacune des rues ? Justifier.
   b. Peut-elle envisager un parcours passant par tous ces lieux en empruntant une seule fois chacune des rues, et dont le départ et l'arrivée se font au même endroit ?
3. Donner la matrice d'adjacence M de ce graphe, en rangeant les sommets dans l'ordre alphabétique.
4. On admet que :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 10 & 13 & 11 & 12 & 10 & 5 \\ 13 & 12 & 13 & 12 & 11 & 8 \\ 11 & 13 & 10 & 12 & 10 & 5 \\ 12 & 12 & 12 & 8 & 7 & 7 \\ 10 & 11 & 10 & 7 & 6 & 5 \\ 5 & 8 & 5 & 7 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

   Combien de parcours peut-on envisager d'Alexanderplatz au Reichstag passant par exactement 3 rues ?
   Justifier la réponse.
5. L'organisatrice veut également prévoir un autre parcours pour les coureurs moins expérimentés. Ce parcours doit débuter à Alexanderplatz et se terminer au Reichstag.
   Les distances entre les différents lieux sont indiquées en kilomètres sur le graphe ci-dessous.



Déterminer le parcours le plus court possible d'Alexanderplatz au Reichstag. Donner sa longueur.

Exercice 4 **5 points**

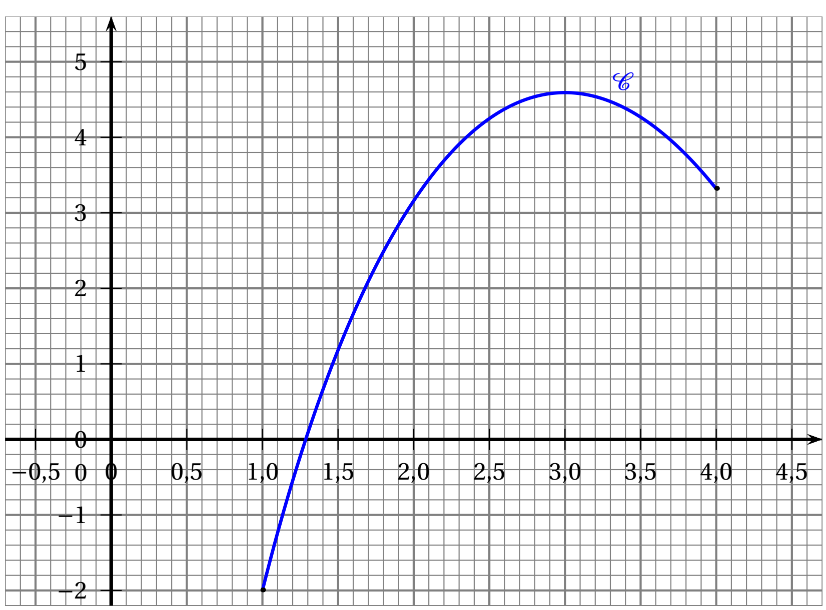
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,4]$, définie par :

$$f(x) = -x^2 + 4x - 5 + 6\ln(x).$$

La courbe représentative $\mathscr{C}$ de cette fonction est donnée dans le repère ci-dessous.



1. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[1\,;\,4]$.
   a. Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[1\,;\,4]$, on a :
   $$f'(x) = \frac{-2x^2+4x+6}{x}.$$
   b. Dresser le tableau de signe de f' sur l'intervalle $[1\,;\,4]$.
   c. En déduire le tableau de variation de f sur l'intervalle $[1\,;\,4]$. On arrondira les valeurs des images si nécessaire au millième.
2. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1\,;\,4]$. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
   b. En déduire le signe de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,4]$.
3. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants, qu'on admettra dans la suite :

1	Dériver((-2x ^2+ 4x + 6)/x) $-2-\dfrac{6}{x^2}$
2	Dériver(- x ^3 / 3 + 2x^2-11x + 6x ln (x)) $-x^2+4x-5+6\ln(x)$

   a. En utilisant le premier résultat fourni par le logiciel, justifier que la courbe $\mathscr{C}$ est située en-dessous de toutes ses tangentes.
   b. En utilisant le deuxième résultat fourni par le logiciel, calculer l'intégrale I définie par :
   $$I = \int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x.$$
   Donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au millième de I.

Partie B

Chaque mois, un prothésiste dentaire produit entre 100 et 400 prothèses.

On admet que lorsque x centaines de prothèses sont fabriquées (avec $1 \leqslant x \leqslant 4$), le bénéfice, en millier d'euros, est donné par $f(x)$, où f est la fonction définie à la partie A.

Utiliser des résultats de la partie A pour répondre aux questions suivantes :

1. Combien de prothèses faut-il fabriquer pour obtenir un bénéfice maximal ? Donner ce bénéfice maximal à l'euro près.
2. Combien de prothèses faut-il fabriquer au minimum pour obtenir un bénéfice positif ?
3. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,4]$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Baccalauréat ES/L – Nouvelle Calédonie
2 décembre 2020

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire,« type collège » est autorisé.

Exercice 1 — 5 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier pour chaque question son numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse exacte rapporte 1 *point; une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ru n'enlève de point.*

1. On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-3\ ;\ +\infty[$.
Parmi les tableaux suivants, un seul est correct. Déterminer lequel.

a.

x	-3		3		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	

b.

x	-3		3		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	

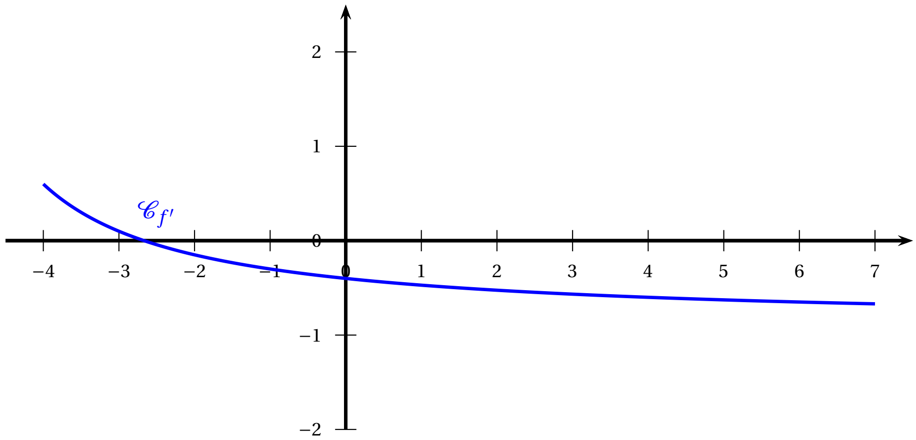
c.

x	-3		3		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	3	$\searrow$	5	$\nearrow$	

d.

x	-3		3		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	5	$\nearrow$	3	$\searrow$	

2. On donne ci-dessous la représentation graphique $\mathscr{C}_{f'}$ de la fonction dérivée f' d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4 ; 7]$.



a. f est décroissante sur l'intervalle $[-4 ; 7]$.

b. f' est négative sur l'intervalle $[-4 ; 7]$.

c. f'' est décroissante sur l'intervalle $[-4 ; 7]$.

d. f'' est négative sur l'intervalle $[-4 ; 7]$.

Dans la suite de l'exercice, pour tous évènements E et F, on note $p(E)$ la probabilité de E et, si F est de probabilité non nulle, $p_F(E)$ la probabilité de E sachant F.

3. Soit U la variable aléatoire suivant la loi uniforme sur l'intervalle $[-10 ; 40]$.

a. La fonction de densité f associée à U est définie sur l'intervalle $[-10 ; 40]$ par $f(x) = \dfrac{1}{30}$.

b. $p_{(U\geqslant 20)}(U \geqslant 30) = p(U \geqslant 10)$

c. $p(-5 \leqslant U \leqslant 20) = p(-3 \leqslant U \leqslant 22)$

d. L'espérance de U est égale à 25.

4. Soit Z la variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance $\mu = 15$ et d'écart type $\sigma = 2$.
On a :

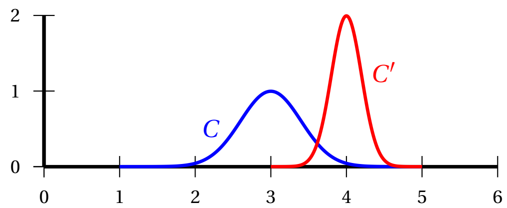
a. $p(8 \leqslant Z \leqslant 12) \approx 0,092$

b. $p(Z = 13) \approx 0,121$

c. $p(Z < 12) \approx 0,067$

d. La valeur arrondie au millième du réel a tel que $p(Z \leqslant a) \approx 0,9$ est égale à 1,282.

5. Soit X la variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.
Soit Y la variable aléatoire suivant la loi normale d'espérance μ' et d'écart type σ'.
Sur le graphique ci-dessous, C est la courbe représentative de la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire X, et C' est la courbe représentative de la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire Y.



D'après le graphique, on a :

a. $\mu < \mu'$ et $\sigma < \sigma'$

b. $\mu > \mu'$ et $\sigma < \sigma'$

c. $\mu > \mu'$ et $\sigma > \sigma'$

d. $\mu < \mu'$ et $\sigma > \sigma'$

Exercice 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

Une étude statistique sur le marché du jeu en ligne a été effectuée pour les années 2017 et 2018.

Année	2017	2018
Chiffre d'affaires annuel mondial du marché du jeu en ligne en millions de dollars	45	66

Source : Statista

1. Calculer le pourcentage d'évolution, arrondi à l'unité, du chiffre d'affaires entre 2017 et 2018.

Durant l'année 2019, l'arrivée de nouveaux acteurs sur le marché laisse prévoir une extension accélérée du jeu en ligne.
On modélise alors le chiffre d'affa1res du marché du jeu en ligne par la suite (c_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$c_{n+1} = 1,28c_n + 250,6$$

où le terme c_n représente une estimation du chiffre d'affaires en million de dollars pour l'année $2018+n$.
Le chiffre d'affaires pour l'année 2018 est donné par $c_0 = 66$.

2. Avec cette modélisation, calculer en million de dollars arrondi au dixième, le chiffre d'affaires prévu pour le marché du jeu en ligne pour l'année 2020.

3. On définit la suite (v_n) en posant pour tout entier naturel n, $v_n = c_n + 895$.

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

b. Pour tout entier naturel n, donner l'expression de v_n en fonction de n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $c_n = 961 \times 1,28^n - 895$.

4. On considère l'algorithme ci-contre :

```
c ← 66
S ← 66
Pour i allant de 1 à n
    c ← 1,28c + 250,6
    S ← S + c
Fin Pour
```

On choisit $n = 4$.

a. Recopier puis compléter le tableau ci-dessous. Les valeurs seront arrondies à l'unité.

Valeur de i		1	2	3	4
Valeur de c	66	335			
Valeur de S	66	401			

b. Après exécution de l'algorithme, quelle est la valeur de S obtenue, arrondie à l'unité, pour $n = 4$?

c. Donner une interprétation dans le contexte de l'exercice de la valeur de S obtenue à la question précédente.

Exercice 3 5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi la spécialité ou candidats de L

Les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante. Les résultats seront arrondis au millième si besoin.

Partie A

Chaque jour avant de partir s'entraîner, un groupe de cyclistes s'intéresse à l'indice mesurant la qualité de l'air. Il peut prendre les trois valeurs suivantes : *mauvais, correct* ou *bon.*

Une étude statistique a permis d'obtenir les résultats suivants :

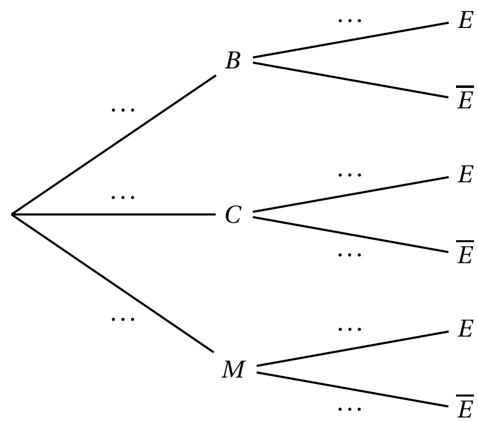
- dans 54 % des cas, l'indice mesurant la qualité de l'air est *bon*; dans 41 % des cas. il est *correct*; le reste du temps, l'indice est *mauvais.*
- si l'indice est *bon,* dans 90 % des cas le groupe de cyclistes part s'entraîner. , si l'indice est *correct,* il y a une chance sur deux pour que le groupe de cyclistes parte s'entraîner.
- si l'indice est *mauvais,* dans 80 % des cas le groupe de cyclistes ne part pas s'entraîner,

On choisit un jour au hasard. On considère les évènements suivants :

- B : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *bon* »;
- C : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *correct* »;
- M : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *mauvais* »;
- E : « Le groupe de cyclistes s'entraîne ».

Pour tout évènement E*, on note* $\overline{E}$ *l'évènement contraire de* E*.*

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Définir par une phrase l'évènement $B \cap E$ et calculer sa probabilité.
3. Montrer que la probabilité que le groupe de cyclistes s'entraîne est égale à $0,701$.
4. Sachant que le groupe de cyclistes s'est entraîné, calculer la probabilité que l'indice mesurant la qualité de l'air soit *bon.*

Partie B

Pour se protéger les jours où l'indice mesurant la qualité de l'air est *mauvais,* 30 % des cyclistes du groupe décident de s'équiper de masques de protection.
On choisit au hasard 5 cyclistes dans ce groupe. On suppose que le nombre de cyclistes dans ce groupe est suffisamment grand pour assimiler ce choix à un tirage successif avec remise.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de cyclistes qui décident de s'équiper parmi les 5 cyclistes interrogés.

1. Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

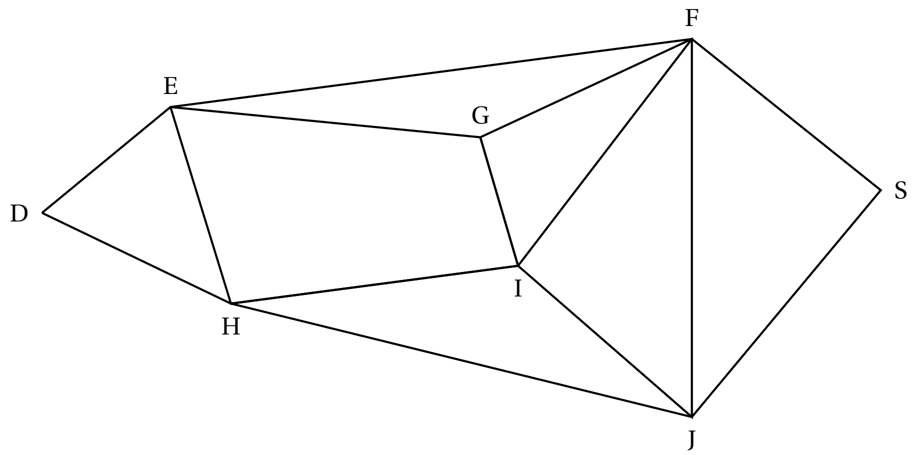
2. Déterminer la probabilité qu'exactement deux cyclistes parmi les cinq interrogés décident de s'équiper.

3. Déterminer la probabilité qu'au moins un des cinq cyclistes interrogés décide de s'équiper.

Exercice 3 — 5 points

Candidats de ES ayant suivi la spécialité

Un club cycliste se prépare pour une compétition. Le graphe ci-dessous représente l'ensemble des routes empruntables le jour de la compétition : les arêtes représentent les routes et les sommets représentent des points de passage.



1. Justifier que ce graphe est connexe.

2. **a.** Existe-t-il un trajet permettant de parcourir toutes les routes une fois et une seule ? Justifier.

b. Si un tel trajet existe, en citer un.

3. Soit M la matrice d'adjacence de ce graphe pour laquelle les sommets sont cités dans l'ordre alphabétique : D, E, F, G, H, I, J, S.

a. On donne

$$M = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Il manque certains coefficients de la matrice M. Recopier et compléter uniquement la partie manquante de M.

b. On donne :

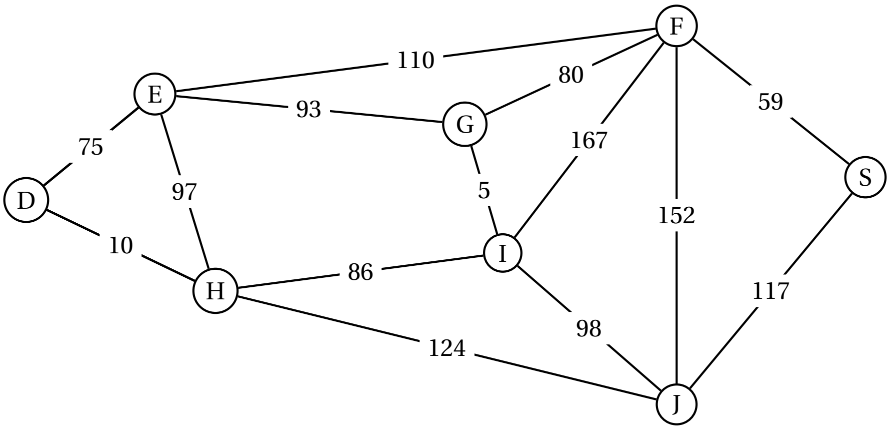
$$M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 & 3 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 11 & 8 & 10 & 5 & 6 & 3 \\ 4 & 11 & 8 & 8 & 6 & 12 & 11 & 7 \\ 3 & 8 & 8 & 4 & 5 & 9 & 6 & 4 \\ 5 & 10 & 6 & 5 & 4 & 10 & 9 & 4 \\ 4 & 5 & 12 & 9 & 10 & 6 & 9 & 4 \\ 3 & 6 & 11 & 6 & 9 & 9 & 6 & 6 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & 4 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Un cycliste souhaite aller du point D au point F en empruntant trois routes.

Combien d'itinéraires différents sont possibles ?

Donner la liste complète.

4. Dans le graphe ci-dessous, on a indiqué le temps, en minute, mis par un des cyclistes pour parcourir chacune des routes.



Afin de gagner la compétition, il doit choisir le trajet le plus rapide reliant le point D au point S.

Déterminer, en utilisant un algorithme, ce trajet minimal et préciser la durée, en minute, puis en heure de ce trajet.

Exercice 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$, donnée en annexe, est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$.

La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Le domaine grisé, noté $\mathscr{D}$, est délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_f$ et les droites verticales d'équation $x = 1$ et $x = 2$.

Partie A : Étude graphique

1. **a.** Avec la précision permise par le graphique, déterminer $f(1)$ et $f'(2)$.

b. Le nombre dérivé de f en 1 est 2. Tracer sur l'**annexe**, à rendre avec la copie, la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

2. Résoudre graphiquement, avec la précision permise par le graphique, l'équation $f(x) = 0$.

3. **a.** Exprimer l'aire $\mathscr{A}$ du domaine $\mathscr{D}$ grisé à l'aide d'une intégrale que l'on ne cherchera pas à calculer.

b. En utilisant les éléments du graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs, de l'aire $\mathscr{A}$ du domaine $\mathscr{D}$ grisé en unités d'aire.

Partie B : Étude algébrique

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$ par

$$f(x) = 4\ln(x) + 5 - 2x.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Montrer que l'on a, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0,5\,;\,9]$, $f'(x) = \dfrac{2(2-x)}{x}$.

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$.
   b. Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$,
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$.
   b. Donner à l'aide la calculatrice un encadrement de α d'amplitude $0,01$.
4. **a.** Montrer que la fonction F définie par :

$$F(x) = -x^2 + 4x\ln(x) + x$$

   est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\,9]$.

   b. En déduire la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième de l'aire $\mathscr{A}$ du domaine grisé $\mathscr{A}$, en unité d'aire.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 4