LES $\mathcal{M}$ATHS : L'Ω ?

Organe officiel de la Régionale de CAEN de l'APMEP : **Numéro 6 - Octobre 2008**

Rédacteur en Chef : Richard Choulet

Éditorial.

C'est reparti. Bon rétablissement à Jacques, rédacteur de la prise en main de GeoGebra dans le précédent numéro ; celui-ci en effet a failli aller rejoindre Saint Pierre, Allah ou Bouddah comme on veut, courant mai, dans sa carrosserie de voiture !

Nos journées nationales

Au programme des réjouissances, l'incontournable congrès des promatheux à la Rochelle pour lequel cette année encore la régionale vous offre les frais d'inscription. N'espérez pas y inclure votre séjour conjoint en thalasso ni les biberons de votre petit dernier ! On a dit les frais d'inscription aux journées.

La journée de la Régionale

Peu de choix dans la date : inscrivez sur vos tablettes les mercredis 4 et 11 mars à repréciser plus tard. On se déplacera si possible au lycée Allende ; à voir aussi. Sont envisagés une conférence de Claudine Schwartz et des ateliers tels que graphes, stats au collège, la nouvelle classe de seconde... On a évoqué aussi «Maths : Échec ?». Vraiment quel dur métier professeur !

L'exercice du journal 5

Trouvez tous les polynômes P à coefficients dans $\mathbb{C}$ (et donc dans $\mathbb{R}$? ! ?) tels que pour tout z of course :

$$\boxed{P(z) \times P(z+1) = P(z^2 - z + 1)}.$$

Pas de réponse proposée alors je m'y colle !

Trame commune aux deux solutions : essayer d'abord de trouver les constants (seuls 0 et 1) puis le premier degré : que nenni. Le second degré y-en a comme dit ..., dans les Tontons ..., à savoir $(z-1)^2$. On peut facilement voir alors que tout $\lambda(z-1)^m(\lambda$ étant 0 ou 1) fait l'affaire. Sont-ce les seuls ? D'autre part, en prime, les coefficients ne peuvent qu'être réels : pourquoi au juste ?

La première méthode est purement algébrique : le coefficient du terme dominant de toute solution supposée non nulle est 1. Ensuite on prouve que deux solutions quelconques de même degré sont égales et on conclut avec nos petits calculs empiriques du début que toute solution est bien $\lambda(z-1)^m$. Mais pourquoi donc 1 est-il le seul zéro ?

Voilà du bien tourné, sobre, élégant, sans «barbarie inutile».

La seconde méthode fait un détour par les complexes et des subtilités mathématiques. Je dégrossis.

Soit P solution non constant d'ensemble de zéros Z. Z est un compact non vide de $\mathbb{C}$ qui est stable par $f_1 \ : \ z \longmapsto z^2 - 3z + 3$ et par $f_2 \ : \ z \longmapsto z^2 - z + 1$ (pourquoi ?).

Considérons alors l'application N de Z vers $\mathbb{R}$ qui à z associe $|z-1|$. N, continue sur un compact, atteint son maximum M. Nous supposons $M > 0$ en un certain u, ce qui fait que $|u-1| = M > 0$.

Calculons $N(f_2(u)) = |u^2 - u| = M|u|$ donc $|u| \leqslant 1$. De même $N(f_1(u)) = |u^2 - 3u + 2| = M|u-2|$ donc $|u-2| \leqslant 1$. Ainsi $u = 1$ ce qui contredit l'hypothèse donc $M = 0$ et 1 est le seul zéro de P.

À propos .....

de l'exercice 476. 2 du Bulletin Vert de l'APMEP, j'ai reçu par contre un volumineux courrier de notre pensionné Claude Dujardin.

Je rappelle le problème :

«**On s'intéresse aux suites (a_n) telles que : $a_{n+2} \times a_n + 1 = a_{n+1}^2$. Démontrez qu'avec $a_1 = 1$ et $a_2 = x \in \mathbb{N}$, tous les thermes (au bain à l'or - oh ben alors !** ai-je écrit souvent en marge de la copie **) de la suite sont entiers.**»

Notre collègue dans un courrier estival du 22 juillet authentifie le quotient $\dfrac{a_{n+1}^2 - 1}{a_n}$ comme un polynôme en x en faisant une démonstration par récurrence.

En y regardant de plus près, mais cela ne dispense pas d'une justification, on peut voir qu'il y a des coefficients binomiaux là-dessous puisque

$a_3 = x^2 - 1$, $a_4 = x^3 - 2x$, $a_5 = x^4 - 3x^2 + 1$, $a_6 = x^5 - 4x^3 + 3x$, ... La structure est assez visible avec le tableau des coefficients où j'ai laissé tomber les signes moins qui apparaissent une fois sur deux :

a_1	1													
a_2	1	0												
a_3	1	0	1											
a_4	1	0	2	0										
a_5	1	0	3	0	1									
a_6	1	0	4	0	3	0								
a_7	1	0	5	0	6	0	1							
a_8	1	0	6	0	10	0	4	0						
a_9	1	0	7	0	15	0	10	0	1					
a_{10}	1	0	8	0	21	0	20	0	5	0				
a_{11}	1	0	9	0	28	0	35	0	15	0	1			
a_{12}	1	0	10	0	36	0	56	0	35	0	6	0		
a_{13}	1	0	11	0	45	0	84	0	70	0	21	0	1	
a_{14}	1	0	12	0	55	0	120	0	126	0	56	0	7	0

mais comme le rappelait Monsieur Refleu, rappelant lui-même un quelconque rapport des Mines sur une de mes copies (eh oui désolé nobody is perfect) «**Travail sans soin, travail de rien**» : il y a du travail à faire. Les lignes du triangle de Pascal sont exactement obtenues en descendant à la manière du cheval de l'échiquier de NO vers SE ou si l'on préfère en diagonale ordinaire en ne s'occupant pas des zéros.
Merci Claude ; j'espère qu'on verra ta solution dans le BV idoine.

Une bonne idée...

Il a été suggéré par une collègue venant désormais grossir les rangs serrés des bataillons de nos anciens, de réunir un club anciens matheux (un CAM en quelque sorte) pour faire quoi - la question est posée - peut-être des exos, chercher des solutions variées d'un même problème, écouter un collègue qui se collerait à exposer quelque chose - que les grands timides aillent voir le psy il serait temps - bref tout est possible, tout est réalisable, dis-je en singeant Chevalier et Laspalès.
Les petits exos ci-dessus, sympas comme la soupe de bébé ours, ni trop compliqués ni trop simplistes, pourraient être une base de départ mais il faut quand même y avoir réfléchi. Bref encore une fois tout est bon pour l'Oméga.
On n'hésite pas à écrire : un tel club pourrait voir le jour sous peu.

Nouvel exercice où apparaissent Diophante et Pythagore

Trouvez tous les entiers naturels x et n tels que : $(x+1)^3 - x^3 = n^2$. On démontrera qu'alors n est lui-même la somme de deux carrés.
Si vous êtes très en forme (de quoi d'ailleurs après les vacances ?) et sauf erreur de ma part, vous devriez voir que $(x+2)^3 - x^3 = n^2$, $(x+3)^3 - x^3 = n^2$ et $(x+5)^3 - x^3 = n^2$ n'ont pas de solution. Par contre avec un écart de 4, ça marche : $32^3 - 28^3 = 104^2$ ...

Le Reportage de Nicole Lorret à Madagascar

Compte-rendu de ma mission à Madagascar suite à l'envoi de livres scolaires.
Durant mon séjour j'ai essayé de mettre des liens entre les enseignants. J'ai repris contact avec les différents enseignants et nous avons décidé de faire une réunion de l'APMM (Association des Professeurs de Mathématique de Madagascar) la semaine suivante.


Le bilan de la première distribution de livres a été fait. Les enseignants du Lycée Raherivelo Ramanonjy ont été bien servi ; d'autres n'en ont pas eu. Tous me confirment que c'est une aide précieuse. Il a été décidé de réhabiliter le local du lycée pour la constitution d'une bibliothèque avec les deux ordinateurs apportés. Une deuxième bibliothèque sera installée au Collège Les Semeurs pour les établissements de la partie Nord. Pour les établissements techniques une bibliothèque serait installée au lycée Béravina.
Le reste des livres sera distribué à tous les établissements présents ou à ceux qui en feraient la demande mais ceux-ci devront prendre en charge les frais de taxi-brousse Tana-Fianar soient 15 000 Ar (6,25 euro) par établissement. La cotisation a été fixée à 500 Ar (0,20 euro) pour l'année par personne et beaucoup l'ont payée.
Il a été décidé la constitution de commissions : *collège, lycée, primaire, lycée technique, université, journal et défis mathématiques.* Nous avons aussi décidé du nettoyage de la salle du lycée Raherivelo Ramanonjy et d'un après midi festif pour la distribution des livres.


En attendant l'arrivée des livres, j'ai visité différents établissements et leur ai donné un CD de cours, exercices et de logiciels de Maths. J'ai aussi rencontré les correcteurs du Brevet et présenté l'APMM. Au lycée Les Semeurs j'ai vu les élèves de troisième puis ceux de Terminale C et D pour leur donner des conseils pour la préparation du Brevet ou du Bac. J'ai acheté un ordinateur d'occasion et le matériel électrique pour le brancher. Nous l'avons installé dans la salle prévue pour la bibliothèque. Avec des planches un artisan a fabriqué deux tables et une bibliothèque.


Nous avons enfin eu des nouvelles des livres. Je suis partie avec M. Jean de Dieu à Tana. Nous nous sommes rendus chez le transpoteur qui nous a expliqué la procédure. Nous avons déposé une demande de franchise au ministère des finances. Ensuite M. Jean Emile, le Président de l'APMM s'est occupé du dédouanement et il a rapporté les livres à Fianar par taxi-brousse. Nous avons donc organisé la distribution.

Rangement des livres dans le local

 

Les ordinateurs ont été installés et les enseignants découvrent avec beaucoup de joie les logiciels geoplan, geospace et geogebra

 

C'était la fête ; les enseignants étaient vraiment très contents d'avoir des livres

Fin août je me suis rendue aux Olympiades organisées par M. Tsiavaliky. J'en ai profité pour les informer de l'APMM et j'ai distribué le CD à tous. 38 élèves de première C ou D avaient été sélectionnés et devaient concourir en Maths, Sciences Physiques, mais aussi il y avait aussi : débat en malgache, français et anglais, informatique, trait de vache laitière, marche sur les digues et exploitation de l'or.
Pourquoi les olympiades contribuent-elles à la lutte contre le vol des zébus ? On a depuis longtemps utilisé des méthodes répressives qui n'ont rien résolu. La meilleure solution est d'éduquer la population et les olympiades y contribuent.

Une statue d'orpailleuse

Les adresses utiles

Le président : didier.trotoux@ac-caen.fr
La trésorière : ch.faisant@wanadoo.fr
La secrétaire : annie.memin@ac-caen.fr
Le scribe : richard.choulet@orange.fr
Le site national avec notre petit coin local : www.apmep.asso.fr