Fonction : petit historique autour de la notion et du mot

Henry Plane

Le mot

Le vocable même de « fonction » n'est apparu que tardivement (fin XVIII^{e} siècle).

Le concept, par contre, s'est dégagé petit à petit dans quelques ouvrages tels : « *La latitude des formes* » d'Oresme (XIV^{e} siècle), l'étude de Galilée sur la dépendance de la vitesse par rapport au temps (vers 1640), les expressions algébriques liées aux courbes chez Descartes (à la même époque).

Dans l'Antiquité, il peut même être repéré dans la confection des tables des cordes liées aux arcs de cercle (les ancêtres de nos sinus). Les nombreuses tables de calcul publiées durant le XVI^{e} siècle constituent également une approche significative.

Mais lorsque, s'exprimant en latin, le « géomètre » disait que, dans une expression, une quantité contenant deux grandeurs, on pouvait calculer l'une à partir de l'autre, il ne lui était pas nécessaire de faire appel à un mot particulier, un cas de déclinaison grammaticale pouvait suffire ; au plus usait-il d'une préposition (*a, ab, ex*).

Newton, qui rédigeait en latin, semble avoir été le premier, vers 1670, à formuler un terme propre en usant du mot « *genita* » pour désigner une quantité obtenue, engendrée, à partir d'autres quantités et ce, au moyen des quatre opérations.

Leibniz, dans deux textes en latin des « *Acta cruditorum* » de 1673 et 1692, use du vocable « *functio*, *functiones* », mot forgé à partir du participe passé du verbe *fungor* (accomplir, remplir une charge). Puis il francise le mot. Dans le « *Journal des sçavans* » de 1694, il écrit (en français) : « entre deux fonctions quelconques de la ligne AC… ». Et plus loin suit une définition en lien avec la question étudiée alors : « J'appelle fonction toutes les portions de lignes qu'on fait en menant… ». Ailleurs il désigne, toujours en français, l'abscisse, l'ordonnée, la corde comme fonctions d'une courbe.

Le terme fut alors repris par d'autres. En juillet 1698, **Leibniz** écrit à **Jean Bernoulli :** « J'ai plaisir à vous voir employer le terme fonction dans mon sens ». Et Bernoulli de lui répondre de Groningen au mois d'août « Pour noter une fonction d'une certaine quantité indéterminée x, j'aime utiliser la majuscule correspondante X ou la lettre grecque ξ . On peut voir immédiatement de quelle indéterminée dépend la fonction. »

Le concept perd alors, petit à petit, son caractère géométrique immédiat.

Dans les « *Mémoires de l'Académie des Sciences* », en 1718, Bernoulli écrit :

« DÉFINITION : On appelle ici FONCTION d'une grandeur variable, une quantité composée de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable et de constantes. »

Euler prend la suite et, dans une note de l'Académie de Saint Petersbourg (1734), il introduit la notation $f\left(\frac{x}{a}+c\right)$ pour : « une fonction arbitraire de $\frac{x}{a}+c$. »

Dans « *Introduction in analysis infinitorum* » de 1748, il reprend la définition de Bernoulli en ajoutant le mot « analytique », « … en conséquence toute expression analytique dans laquelle, à côté de la variable z, toutes les quantités qui composent cette expression sont des constantes, est une fonction de cette même z ; ainsi $a + 3z$, $a - 4zz$, etc. »

La notion

La notion de fonction n'est pas simple.

Un « dictionnaire pour débutants » du XXe siècle relève seulement une expression comme : « Cet homme remplit la fonction de chef de gare » (c'est exactement le verbe *fungor* du latin !).

Il est, par ailleurs, assez significatif de noter également que le « dictionnaire étymologique » de Dauzat ne donne rien quant à l'origine scientifique du mot.

Mais la notion ne cessera pas de se développer au cours du XIXe siècle et de nos jours encore. Elle déborde rapidement les mathématiques. Les sciences du reste en infléchissent le sens selon tel ou tel besoin propre.

Pour rester dans les seules mathématiques, c'est **Lagrange** qui écrit (An V de la République) : « On appelle fonction d'une ou plusieurs quantités, toute expression de calcul dans laquelle ces quantités entrent d'une manière quelconque, mêlées ou non avec d'autres quantités qu'on regarde comme ayant des valeurs données et invariables. »

Cauchy apparaît encore plus général dans son « cours d'analyse de l'Ecole Polytechnique ».

« Lorsque des quantités variables sont tellement liées entre elles que, la valeur de l'une étant donnée, on puisse en conclure les valeurs de toutes les autres ; on conçoit d'ordinaire ces diverses quantités expérimentées au moyen de l'une d'entre elles, qui prend alors le nom de variable indépendante et les autres quantités exprimées au moyen de la variable indépendante sont ce qu'on appelle des fonctions de cette variable. »

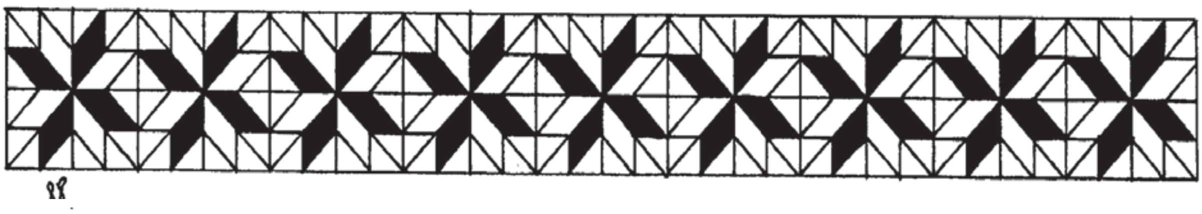
Enfin, des témoins du XXe : On trouve dans le « Petit Larousse » de 1968 :

« FONCTION : math. grandeur dépendant d'une ou plusieurs variables. »

Et dans un manuel scolaire de 1975 (Vissiot) :

« On appelle fonction de $\mathbb{E}$ vers $\mathbb{F}$ un objet mathématique défini par la triple donnée de
1) un ensemble $\mathbb{E}$
2) un ensemble $\mathbb{F}$
3) une forme propositionnelle à deux variables $p(x,y)$ telle que, pour tout élément x de $\mathbb{E}$, il existe un élément y de $\mathbb{F}$ au plus. »

Maintes langues ont adopté et adapté fonction. Ainsi on trouvera *funktion, function, funcion, funçao* voire ФУИКИНА. L'arabe et le chinois font appel à d'autres vocables en évoquant un lien orienté d'une grandeur vers une autre.



Extrait de « Les familles de frises », édition ACL-Kangourou.