

Doit-on réhabiliter l'identité numérique du marquis de l'Hospital ?

Jacques Borowczyk

Jacques Borowczyk est professeur de mathématiques à l'IUFM d'Orléans-Tours, site de Tours.

« Par un hasard imprévu, écrit Johann Bernoulli dans son autobiographie, nous tombâmes conjointement mon frère et moi sur un écrit de Mr. Leibniz inséré dans les Actes de Leipzig de 1684, où en cinq ou six pages seulement il donne une idée fort légère du calcul différentiel, ce qui était une énigme plutôt qu'une explication ; mais c'en était assez pour nous, pour en approfondir en peu de jours tout le secret, témoin quantité de pièces que nous publiâmes ensuite sur le sujet des infiniment petits ».

La diffusion du nouveau calcul en France

La diffusion en France du calcul différentiel, dit nouveau calcul, doit beaucoup à une rencontre entre Guillaume-François de l'Hospital et Johann Bernoulli. La chronique nous rapporte en effet que, durant les quatre mois de l'hiver 1691-1692, celui-ci initie le marquis de l'Hospital, seigneur d'Oucques, au nouveau calcul.

Nul doute que cette studieuse saison soit à l'origine de la publication en 1696 du premier traité de Calcul différentiel, l'*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* dont l'auteur est précisément le marquis Guillaume-François de l'Hospital¹.

Dans ce manuel, il présente une nouvelle méthode qui permet de résoudre des pro-

blèmes géométriques de minima, maxima, tangentes, rayons de courbure, etc. inspirée des travaux publiés de Leibniz et des frères Bernoulli. On y lit en section IX en Proposition 1, l'énoncé de ce problème :

Pour une courbe dont l'appliquée y soit exprimée par une fraction dont le numérateur & le dénominateur deviennent chacun zéro lorsque $x=a$, quelle doit être la valeur de l'appliquée ?

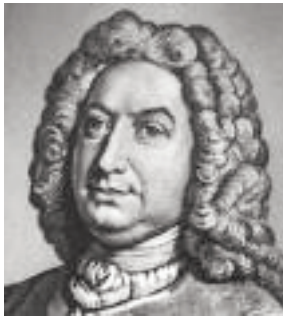
On reconnaît là la question dont la solution est connue sous le nom de règle de l'Hospital, car pour le seigneur d'Oucques : *Le calcul différentiel est la méthode pour trouver ce que deviennent les rapports entre les différences finies des quantités variables, lorsqu'on suppose que ces différences deviennent nulles* (page 16).

De son côté, l'initiateur du marquis, Johann Bernoulli, publiera un traité de Calcul intégral repris dans ses *Opera* : « *Je fus le premier, qui songeait à inventer quelque méthode pour remonter des quantités infiniment petites aux finies dont celles-là sont les éléments ou les différences. Je donnais à cette méthode le nom de Calcul intégral, n'en ayant point trouvé alors de plus convenable* ».

Mais intéressons-nous de plus près aux deux protagonistes de cette étonnante rencontre.

¹ Ce traité écrit en français est visible sur le site de la Bibliothèque nationale de France <http://gallica.bnf.fr>

Johann Bernoulli (Bâle 27 juillet 1667 – Bâle 1^{er} janvier 1748)



Avec ses frères Jacob et Nicolaus, Johann Bernoulli est membre d'une prestigieuse famille de scientifiques à la fois médecins et docteurs en droit². Pour des motifs religieux, sa famille, établie aux Pays-Bas au milieu du XVI^e siècle, a dû quitter Anvers pour Francfort avant de s'établir à Bâle. Alors que son père souhaitait qu'il reprenne le commerce familial d'épices, Johann Bernoulli s'oriente tout d'abord vers la médecine. Puis il entre à l'université de Bâle où son frère aîné Jacob (Bâle 1654 – Bâle 1705) vient d'obtenir une chaire après avoir voyagé en Hollande et en Angleterre.

Ensemble, ils vont s'intéresser aux travaux de Leibniz : en 1684, Gottfried Leibniz publie dans le volume trois de la revue *Acta Eruditorum* un article intitulé *Nova methodus pro maximis et minimis*. Isaac Newton publiera ses *Principia* deux ans plus tard. Leibniz tente de mettre au point le calcul infinitésimal et s'intéresse aux problèmes d'élasticité que permet d'aborder ce nouveau calcul.

L'émulation, dans ses débuts très stimulante, entre les deux frères va tourner bientôt en rivalité scientifique. Jamais ils ne publieront ensemble, ils se lanceront des défis par revues interposées, et revendiqueront souvent la paternité des mêmes résultats.

En 1690, ne pouvant obtenir la chaire de mathématiques à l'université de Bâle, occupée par Jacob, Johann Bernoulli part à Paris.

C'est justement pendant l'hiver suivant qu'il initie le marquis de l'Hospital au calcul infinitésimal. Ce dernier, semble-t-il, le rétribue généreusement pour ses leçons.

En 1695, Johann Bernoulli obtient un poste à l'université de Groningue. Ses années en Hollande seront un peu difficiles : sa femme vit très mal cet « exil » et il tombe malade. De plus, il est impliqué dans des querelles religieuses. Bien que travaillant dans la même direction, les deux frères ne cessent de se défier mutuellement pour résoudre les problèmes qu'ils posent à la communauté des géomètres. En 1705, à la mort de son frère Jacob³, Johann Bernoulli retourne à Bâle pour lui succéder à l'université.

Johann Bernoulli est à l'origine d'une brillante dynastie de mathématiciens et d'astronomes, père de trois mathématiciens Nicolaus, Daniel et Johann (1710-1790) et grand-père de deux autres, Johann (1744-1807) et Jacob (1759-1789). Les relations avec son fils Daniel seront très tendues, surtout lorsqu'ils doivent se partager un prix de l'Académie des Sciences de Paris. Il semble qu'il l'ait alors obligé à quitter la maison familiale. Johann Bernoulli est un ardent propagandiste du nouveau calcul infinitésimal. Dans la querelle de priorité sur le calcul infinitésimal, il prend le parti du continental Leibniz contre l'insulaire Newton. Il relève une erreur publiée en 1710 dans le livre II des *Principia* que Newton corrigera dans les éditions ultérieures. Il est l'un des premiers à s'intéresser au calcul des variations, et résout le problème de la caténaire et celui de la brachistochrone.

² Patricia Radelet, Bernoulli, in Blay M. & Halleux R., *La science classique XVI^e-XVIII^e siècle*, Flammarion, 1998, 195-206.

³ qui demande que l'on grave sur sa tombe *Eadem mutata resurgo* avec la spirale logarithmique dont il a montré que la développée est une spirale identique.

Guillaume-François de l'Hospital (Paris 1661- Paris 1704)



Fils aîné d'Anne-Alexandre de l'Hospital⁴, lieutenant général des armées du roi, écuyer de Gaston, duc d'Orléans et d'Elisabeth Gobelin, fille de Claude Gobelin, intendant des armées du roi et Conseiller d'Etat ordinaire, Guillaume-François-Antoine est né à Paris en 1661. Destiné à une carrière des armes, il devient capitaine de cavalerie mais doit abandonner le service à cause d'une mauvaise vue. Il épouse en 1688 Marie-Charlotte de Romilly de la Chesnelaye et devient la même année, à la mort de son père, marquis de Saint-Mesme, comte d'Entremont. Son fils Elie-Guillaume naît en 1693.

Le 18 octobre 1689, Guillaume-François de l'Hospital rend foy et hommage au seigneur de Menars pour la seigneurie d'Oucques, près de Blois.

Passionné dès son plus jeune âge par les mathématiques, il parvient, en 1691, à convaincre Johann Bernoulli de venir lui enseigner les mystères du calcul leibnizien. En 1693, grâce aux leçons particulières de ce maître⁵, le marquis résout un problème posé dans un écrit de Johann Bernoulli et le 17 juin 1693, il est reçu membre honoraire de l'Académie des Sciences.

En août 1693, il dépose un mémoire *Méthode facile pour déterminer les points des caustiques par réfraction, avec une*

méthode nouvelle de trouver les développées puis en 1694 Nouvelles remarques sur les développées, sur déterminer les points d'inflexion et sur les plus grandes et plus petites quantités. Des échanges de correspondance avec Johann Bernoulli lui permettent de diversifier les solutions (lettres des 7 octobre et 2 décembre 1696).

Il s'intéresse à un problème d'équilibration du pont-levis — la solution est une *épicycloïde* — et publie ses résultats dans les *Acta eruditorum Lipsiæ* fondés par Leibniz.

En 1696, c'est le *traité des infiniment petits* qui sort des presses de l'imprimerie royale à Paris et le marquis publie l'année suivante un article sur la *brachistochrone*⁶ proposée par Johann Bernoulli. Une opposition très active au nouveau calcul s'organise à l'Académie des sciences à partir de juillet 1700 à l'occasion de la lecture d'un mémoire de Michel Rolle. Dès 1697, Pierre Varignon essayait les premières critiques de l'Académie des Sciences. Ainsi, il écrit à Johann Bernoulli : « *M. le Marquis de l'Hospital est encore à la campagne en sorte que je me trouve seul ici chargé de la défense des infiniment petits, dont je suis le vrai martyr tant j'ai déjà soutenu d'assauts pour eux contre certains mathématiciens du vieux style qui, chagrins de voir que par ce calcul les jeunes gens les attrapent et même les passent, font tout ce qu'ils peuvent pour décrier, sans qu'on puisse obtenir d'eux d'écrire contre ; il est vrai que, depuis la solution que M. le Marquis de l'Hospital a donné de votre problème de linea celerrimi descensus, ils ne parlent plus tant si haut qu'auparavant* ».

Il meurt à Paris le 2 février 1704 à l'âge de 43 ans, laissant un fils et quatre filles.

⁴ Décédé en 1701

⁵ Blay M., Calcul de l'infini, in Blay M. & Halleux R., *La science classique XVI^e- XVIII^e siècle*, Flammarion, 1998, 692-711.

⁶ *linea celerrimi descensus* ou courbe de descente la plus rapide.

Son *Traité des coniques et de leur usage pour la résolution des équations dans les problèmes tant déterminés qu'indéterminés* sera publié en 1707 et réédité en 1715. Une nouvelle édition revue et augmentée par H. Le Fevre (que j'ai consultée à la Médiathèque de Blois) est imprimée par Jombert en 1781.

L'identité numérique et le point d'honneur : le voyage de Bernoulli à Oucques et ce qui s'ensuivit.

L'histoire ne se termine pas là car, dès 1705, année du décès du marquis, un scandale éclate. Johann Bernoulli accuse son généreux « élève », le marquis de l'Hospital, d'avoir passé avec lui un contrat dont les termes seraient les suivants : en échange d'une généreuse rétribution pour les quatre mois de leçons particulières à Oucques, le maître devait lui confier des résultats de ses propres recherches pour assurer au marquis à la fois sa renommée et une carrière scientifique et académique. La fameuse « règle de l'Hospital » suivrait pour l'essentiel les idées de Johann Bernoulli. Autant dire que cette règle serait un plagiat et que, pour rendre justice au bâlois, les générations futures ne devraient parler que de règle de Johann Bernoulli ou à l'extrême rigueur de règle de Bernoulli - l'Hospital, pour ne pas trop troubler les esprits.

Mais, pour la plupart de ses contemporains, la réclamation fut jugée « injuste et tardive ». En 1704, le secrétaire de l'Académie des sciences Fontenelle prononce son *Eloge du marquis de l'Hospital*⁷.

Ces allégations attachées au nom du marquis de l'Hospital sont reprises depuis

trois siècles ; ainsi dans un ouvrage récent⁸ on peut lire :

La règle est sans doute due à Johann Bernoulli, car L'Hôpital payait à Bernoulli une pension de 300 francs par an pour le tenir informé des progrès du calcul infinitésimal, et pour résoudre les problèmes qu'il lui posait (comme celui de trouver la limite des formes indéterminées) ; de plus, ils avaient signé un contrat autorisant L'Hôpital à utiliser les découvertes de Bernoulli à sa guise. Quand L'Hôpital publia son livre, il reconnut ce qu'il devait à Bernoulli et, ne voulant pas se voir attribuer son travail, publia anonymement. Bernoulli prétendit alors être l'auteur de l'ouvrage entier, ce qui fut longtemps cru, mais la règle n'en fut pas moins nommée d'après L'Hôpital, bien qu'il n'ait jamais prétendu l'avoir inventée.

Que contient en effet la préface du traité de 1696 ?

Au reste je reconnois beaucoup aux lumières de MM. Bernoulli, surtout à celles du jeune, présentement professeur à Groningue. Je me suis servi sans façon de leurs découvertes & de celles de M. Leibnitz. C'est pourquoi je consens qu'ils en revendiquent tout ce qui leur plaira, me contentant de ce qu'ils voudront bien me laisser.

Les contemporains qui rejetèrent la réclamation de Johann Bernoulli n'ont manifestement pas été crus par certains des générations ultérieures.

Qu'il paraît loin le temps où les deux protagonistes échangeaient ces lignes à propos des recherches que dissimulait Jacob Bernoulli à son frère Johann à propos du *theorema aureum* qui donne l'expression différentielle du rayon de courbure :

⁷ Académie des sciences, 1704, p. 125 inséré dans les *Acta* en 1721 et les *Œuvres diverses* de Fontenelle, III.

⁸ Maor, Elie: *The Story of a Number*. Princeton University Press, 1994, p. 116 cité par le site français de Wikipedia.

Je me souviens maintenant que vous m'envoyâtes il y a longtemps une méthode pour déterminer les points des caustiques où vous vous serviez de ces mêmes théorèmes, je suis fâché de n'y avoir pas pensé avant que j'envoyasse ma construction de la courbe de descente à Leipsic ; je vous proteste que j'y aurois fait mention exprès, pour apprendre à mon frère de parler un peu plus modestement de ses inventions qui sont déjà connues à d'autres.

Votre manière de trouver les théorèmes dorez, c'est-à-dire le rayon de la développée⁹ lorsque les appliquées partent d'un même point est très simple et très naturelle ; vous voulez sçavoir de quelle manière il faut se prendre si on veut trouver ce même rayon en marquant sur la figure des différences secondes ; voici comment je fais¹⁰ [...]

Pour contrer les conséquences funestes de cet aveu élégant, mal compris à mon avis par Elie Maor, consultons l'avis d'un expert en la matière, le créateur de l'*Analyse non-standard*, Abraham Robinson¹¹, qui écrit la notice sur l'Hospital en 1980.

Robinson mentionne que le marquis de l'Hospital ne prolongea pas son *Traité* par

un traité de Calcul intégral car il pensait que Leibniz avait l'intention de le publier. *En conclusion*, écrit-il, *L'Hospital est une figure majeure des débuts de la diffusion du calcul infinitésimal sur le continent européen. Ses travaux scientifiques ainsi que ses relations épistolaires avec Leibniz, Johann Bernoulli et Huygens ont contribué à sa réputation. Fontenelle affirme que c'est lui qui initia Huygens au nouveau calcul. D'après les témoignages de ses contemporains, c'était une personnalité attachante, à la fois modeste et généreuse, deux qualités fort peu répandues à cette époque parmi les mathématiciens.*

Chevalier, marquis de Saint Mesme, comte d'Autremont, seigneur d'Oucques et des maréchaux de France, Guillaume-François de l'Hospital était aussi juge de point d'honneur, grand bailli, gouverneur et capitaine des chasses de la généralité de Dourdan.

Que fait le juge du point d'honneur ? C'est celui qui tranche les affaires d'honneur en désignant l'offenseur et en fixant par sentence la réparation dont il doit s'acquitter. Pour rectifier l'identité numérique du marquis, la toile a peut-être besoin d'un juge du point d'honneur !

⁹ La développée d'une courbe est le lieu de ses centres de courbure.

¹⁰ Lettre du 12 janvier 1693 de Johann Bernoulli au marquis de l'Hospital citée par Patricia Radelet

¹¹ *Dictionary of Scientific Biography*, New York.

Références

Lecoq, André (abbé), *Oucques et son histoire*, tapuscrit, 1970.

Maor, Elie: *The Story of a Number*. Princeton University Press, 1994.

Prudhomme, André : Un génial mathématicien : Guillaume-François de l'Hospital, seigneur d'Oucques, *Bulletin de la Société des Sciences et Lettres de Loir-et-Cher*, n° 28, septembre 2006, p. 53.

Radelet de Grave, Patricia, La mesure de la courbure et la pratique du calcul différentiel du second ordre, *Sciences et techniques en perspective*, II^e série, vol. 8, 2004, 159-178.

Notice l'Hospital in *Dictionnaire de biographie française*.

Site *Wikipedia*, Règle de L'Hôpital, état au 5 février 2008.