LES $\mathcal{M}$ATHS : L'Ω ?

Organe officiel de la Régionale de CAEN de l'APMEP : **Numéro 12 - Rentrée 2011**
Rédacteur en Chef : Richard Choulet

Le mot de la Présidente

« À propos de la fraude au bac S, le comité national de l'APMEP a réaffirmé que l'annulation immédiate de l'épreuve aurait été certainement la solution la plus juste et celle qui permettait de mieux décourager les futurs fraudeurs. Cette fraude a mis aussi en évidence la nécessité d'une réflexion sur le baccalauréat. Il ne s'agit pas de poser simplement la question du bac parce qu'il y a eu fraude, et en particulier celle de son aménagement, voire de sa suppression.

Le bac est un enjeu de société et garde une position symbolique. L'APMEP doit-elle continuer à affirmer que le bac reste le premier examen de l'enseignement supérieur ? Quelle doit-être la place du contrôle continu (le contrôle continu n'évite pas la fraude) ? N'y a-t-il pas trop d'épreuves au bac ? Le panachage 2/3 de contrôle continu et 1/3 d'examen final, pratiqué en fin de collège est-t-il à retenir ? Le débat est ouvert et le comité national demande à chaque régionale de « lancer la réflexion » chez les adhérents afin de recueillir le plus possible d'avis. »

Éditorial. On ne revient pas sur la calamiteuse cuvée du bac de juin 2011 ... ou plutôt si tiens une fois (j'ai pris l'accent wallon - voir ci-dessous -), parlons-en. Je dissocie la fraude et la piètre gestion qui en résulta, avec toutes ces propositions possibles et inimaginables pour me fixer sur l'erreur dans l'exercice de QCM. Ma question est : peut-il y avoir une erreur dans un texte de BACCALAURÉAT ? Après avoir expérimenté, pendant quelques lustres (il y a en plus que si je mets décennies : c'est plus cossu) la constitution de sujets académiques (qui paraissaient finalement plus fiables), la vie passionnante de cobaye de sujets, les ors et la gloire en tant que référent au téléphone le jour J, désolé je dis NON. L'Oméga se fera un devoir de publier les lettres de personnes ne partageant pas ce point de vue. Allez les p'tits loups faut retourner bosser. BON COURAGE.

****

Les nouvelles. Selon une tradition bien établie depuis 2005, le reporter « se fait » une croisade belge fin août, pour assister aux journées de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française (c'est la SBPMef). Cette année ce fut Bastogne, dans les Ardennes, célèbre par la course dite Liège - Bastogne - Liège. Le thème était : « Les Mathématiques font voyager ».



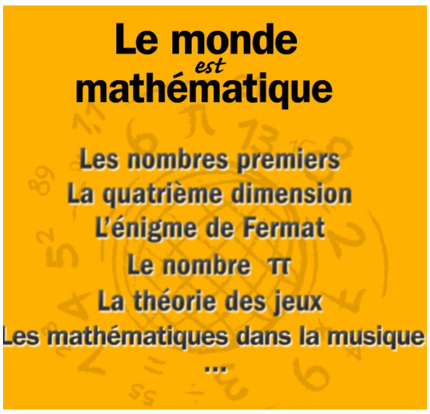
Dans les photos qui précèdent, vous connaitrez ou reconnaitrez : Frédéric Métin présentant sa conférence sur Mathématique des fortifications (vue pour certains à La Rochelle) qu'il a rénovée sous l'aspect géographique, René Scrève, membre éminent de la SBPMef dans un atelier sur les polyèdres et enfin la Ministre de l'Éducation de la communauté française lors de la cérémonie d'ouverture (au moins en Belgique on s'la pète pas : on vient et on boit un coup avec les congressistes).

Petite recension. J'ai acheté le numéro 1 de la série de livres qui s'annonce : « Le monde est mathématique ». Le premier tome à 3,99 euro s'intitule « Le nombre d'Or ». On y retrouve les classiques incursions très contestables dans l'architecture et l'art anciens. Très contestable également le couplet sur les cartes de crédit. Comme je ne connaissais pas cette pseudo-découverte, je vous en fais part. En substance il est écrit : « Faisons une petite expérience avec deux cartes de crédit quelconques. Si nous disposons la première à l'horizontale et la seconde à la verticale, et que nous les alignons selon leur base nous aurons ceci :

En effet si nous traçons la diagonale de la première carte et la prolongeons sur la deuxième, aussi incroyable que cela paraisse, elle aboutit pile au sommet opposé de cette dernière. ». C'est trop beau pour être vrai l'ami!!

D'abord les cartes de crédit n'ont pas de sommet mais sont à bouts ronds. Deuxio en notant l et L les dimensions de la carte, cela veut dire que $\frac{L}{l} = \frac{L+l}{L}$ donc qu'en fait $\frac{L}{l} = \Phi$. Soit. Mais si on regarde sur internet les dimensions usuelles des cartes de crédit, on trouve $L = 8,55$ et $l = 5,4$ centimètres ce que j'ai mesuré personnellement avec une règle propre et graduée. Ici $\frac{L}{l} \approx 1,583$. On est loin du nombre d'or!

Que dire? La partie purement mathématique est classique et apparemment correcte. Longue vie à cette série si l'effort de vulgarisation ne se paie pas à un prix trop élevé, une fois passées les offres des premiers numéros. Elle a au moins le mérite d'exister.

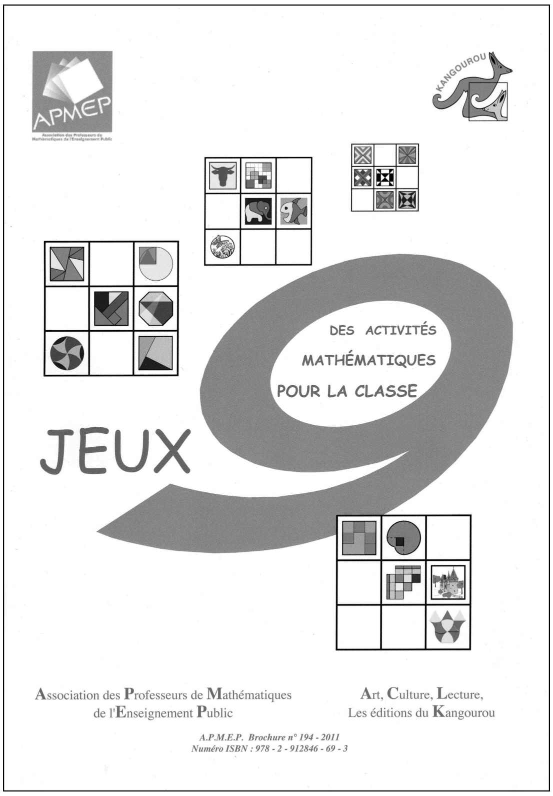


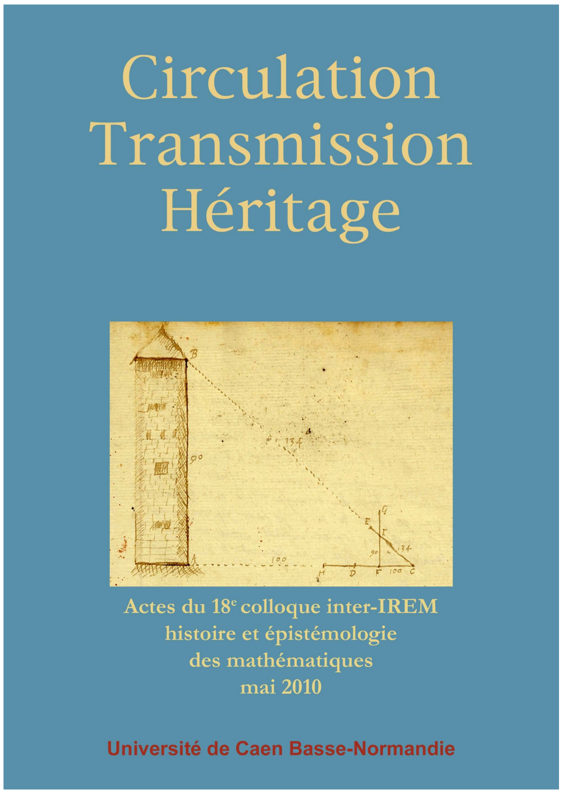
****

Promenade

Ci-dessous la grand'place Mac Auliffe de Bastogne avec ses constructions typiques : bistrots, restaurants, tavernes... et notre ancien président Fréchet, mi-figue mi-raison lors d'une conférence.

Notre coin publicitaire





À gauche la première de couverture de la brochure APMEP « Jeux 9 »qui doit paraître sous peu. À droite les actes du colloque inter-IREM ayant eu lieu à Caen en 2010 « Circulation, Transmission, Héritage ».

Pour connaître le contenu et les modalités de commande de cet ouvrage :
`http ://www.math.unicaen.fr/irem/spip.php ?article 121`

****

Solution complète de l'exercice du numéro 10 par Éric Trotoux

Solution géométrique pour non daltonien (private joke !)

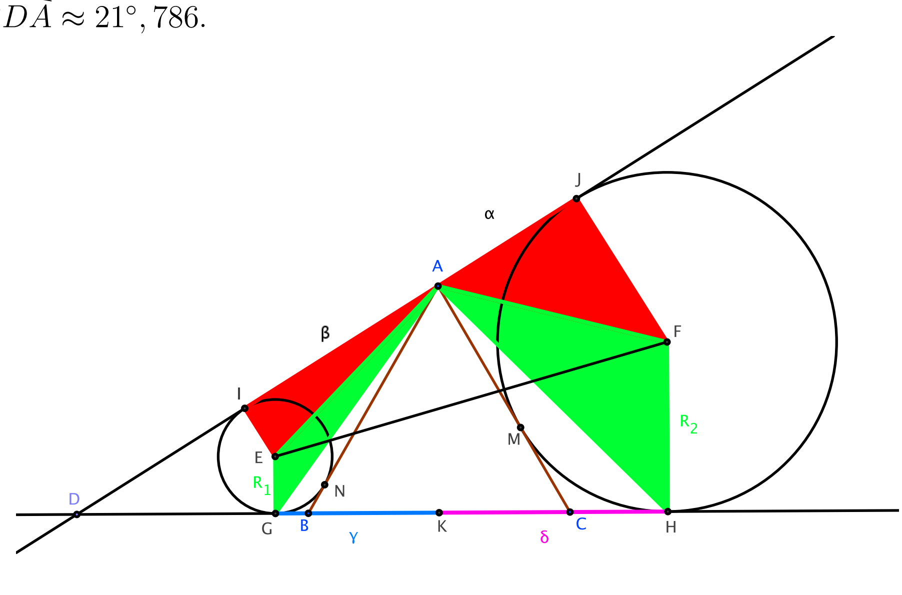
Q1 – Notons p le demi-périmètre de ABC et h la longueur de la hauteur [AK] (K est le milieu de [BC]). Posons KG$=\gamma$ et KH$=\delta$. Compte tenu des propriétés des tangentes aux deux cercles issues de A, B et C, nous avons :

AI=AN $=\beta$, GB=BN, CH=CM et AM=AJ$=\alpha$. On en déduit que GK+AN$=p$ ainsi que KH+AM$=p$. D'où $\gamma+\beta=\alpha+\delta=p$. Par symétrie axiale d'axe (EF) on a IJ=GH d'où $\alpha+\beta=\gamma+\delta=p$. En évaluant de deux façons (cinq triangles, deux rouges, deux verts et le blanc GAH d'une part, et par les formules usuelles, d'autre part) l'aire de la réunion des deux trapèzes rectangles GEFH et IEFJ, symétriques par rapport à (EF), nous obtenons :

$(\frac{R_1+R_2}{2})(\gamma+\delta)+(\frac{R_1+R_2}{2})(\alpha+\beta)=\frac{\beta R_1+\alpha R_2+\gamma R_1+\delta R_2}{2}+h\frac{(\gamma+\delta)}{2}$ qui conduit avec les relations précédentes à $\boxed{R_1+R_2=h}$ CQFD.

Q2 – $S=\pi(R_1^2+(h-R_1)^2)$ et $T=\frac{h^2}{\sqrt{3}}$. Cela revient à examiner la situation classique (qui peut se traiter sous une forme géométrique moins rigoureuse que celle basée sur l'analyse, mais aussi convaincante) de la variation d'un produit $R_1(h-R_1)$ où $0<R_1<\frac{h}{2}$. Cette fonction de R_1 est strictement croissante sur $]0,\frac{h}{2}[$ d'image $]0,\frac{h^2}{4}[$. On conclut alors que la fonction $\frac{S}{T}$ décroît strictement de $\pi\sqrt{3}$ à $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ lorsque D parcourt la demi-droite issue de B ne contenant pas C.

Q3 – la réalisation de la valeur $\frac{S}{T}=\frac{5\pi\sqrt{3}}{9}$ revient après résolution d'une équation de degré deux, à construire la figure avec $R_1=\frac{h}{3}$ (on a alors $R_2=2R_1$). On construit d'abord les points E et F : Soient A' le symétrique de A par rapport à (BC), O et O' les centres respectifs de ABC et A'BC. En projetant O' en B_1 sur [A'B] et O en B_2 sur (A'C) parallèlement à (BC), on obtient E comme symétrique de B_1 par rapport à B et F comme symétrique de C par rapport à B_2. Enfin le tracé de (EF) fournit le point D comme intersection avec (BC). L'angle $\widehat{BDE}$ correspond à $\arctan(\frac{\sqrt{3}}{9})\approx 10°,89$ et $\widehat{BDA}\approx 21°,786$.



L'exercice du numéro 12 proposé par Didier Trotoux (IUT de Caen) intitulé Origami et mathématiques

On part d'un carré de papier dont on marque le milieu du côté supérieur en amenant un côté vertical sur l'autre (Fig. 1).

On rabat ensuite le coin inférieur droit sur ce milieu (Fig. 2). On obtient alors la figure suivante (Fig. 3).

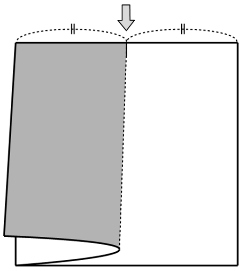


Fig. 1

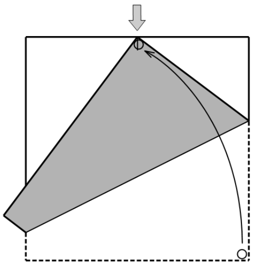


Fig. 2

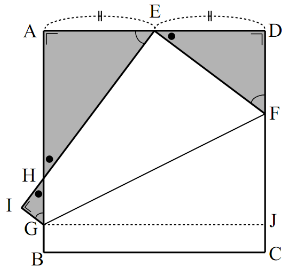
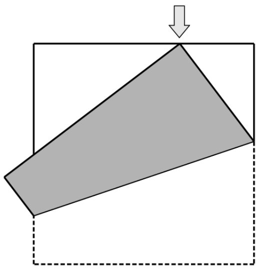


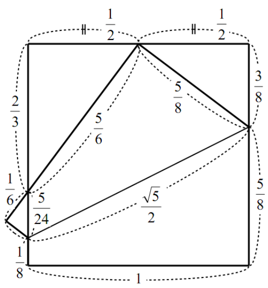
Fig. 3

a) Montrer que le triangle FDE est un triangle pythagoricien $\{3\ ;\ 4\ ;\ 5\}$, de même que les triangles EAH et GIH.
Ce résultat est connu sous le nom de 1$^{\text{er}}$ théorème de Haga[1] et le pli réalisé est appelé pli du 1$^{\text{er}}$ théorème de Haga.

b) Généraliser au cas où l'on amène le coin inférieur droit sur un point E distinct du milieu de [AD].



Réponses à la question a) :



À suivre ...

[1] Pr. Kazuo Haga, professeur de Biologie à l'université de Tsukuba (Japon).

Clin d'œil

Le texte de Jacques Faisant paru dans le numéro 11 de votre Oméga a connu la notoriété nationale après quelques aménagements, peaufinements, relectures, puisque vous le vites apparaître avec toute sa force de persuasion dans le BV 495. Marrant ce mot persuasion : ça me fait penser au serpent du Livre de la Jungle et au morceau Perfidia des Shadows sur l'album 33T « Out of the Shadows » (Mono SP 1143), où figurent Little B et Guitar Tango. Ne me demandez pas pourquoi, mon psy en pataugue encore.

PLUS SÉRIEUSEMENT, l'Oméga est heureux de servir de tremplin à des auteurs qu'un destin national attend. Qu'on se le dise.

****

DERNIÈRE ANNONCE pour les Journées Nationales de Grenoble

Le moment approche : le bureau local rappelle que les frais d'inscription à ces fabuleuses journées sont remboursés sur place par notre trésorière à tout membre de la régionale.

Si vous n'êtes point encore convaincus, car vous devez danser la salsa à Cuba, au risque d'attraper des germes, vous trémousser à la neige sur une quelconque planche à fractures, plonger dans les mers du sud comme appât à requins, je vous délivre l'argument suprême qui vous incitera à la prudence : à Grenoble vous verrez -je ne dis pas croirez voir- un atelier bicéphale concocté par les sieurs Faisant et Choulet, qui parlera de suites et d'algorithmes -dit comme ça c'est pour faire simple-. Je pense que là vous n'aurez plus rien de mieux à faire ! Qu'on se le dise et que cette info de première nécessité circule ailleurs que sous le manteau.

****

JACALU (Voir petite recension ci-dessus)

C'est une surprise : en prenant son journal, on peut aussi acheter un « livre de mathématiques » !

Cette collection, éditée et imprimée en Espagne, propose chaque semaine un thème différent. Le premier numéro a été consacré au nombre d'or, puis il y a eu « Mathématiques, espionnage et piratage informatique », que j'ai lu, et on sait déjà qu'il y aura ensuite les nombres premiers, la quatrième dimension, l'énigme de Fermat, le nombre π, la théorie des jeux, les mathématiques dans la musique, etc ...

Je me propose de commenter brièvement ici *Mathématiques, espionnage et piratage informatique*, qui traite de la cryptographie et qui, effectivement, présente beaucoup de faits historiques se rapportant à ce domaine.

La première chose à dire, à mon avis, c'est qu'il s'agit d'un livre agréable à lire ; en effet

- il se lit facilement
- et pourtant, son contenu est suffisamment technique pour ne pas laisser le lecteur dans le flou.

Par exemple, partant du chiffre de César qui consiste à substituer à chaque lettre du document initial celle qui suit trois positions plus loin dans l'alphabet, l'auteur fait habilement intervenir la congruence modulo 26 dans $\mathbb{Z}$ puis généralise l'idée en utilisant $x \longmapsto a.x + b$ et cite le théorème de Bézout pour indiquer que a et 26 doivent être étrangers. Plus loin, il cite avec des détails une méthode basée sur le calcul matriciel.

Les nombres premiers constituent l'autre thème mathématique fondamental de cet ouvrage. Les algorithmes de Diffie-Hellman et de Rivest-Shamir-Adelman, qui reposent sur les propriétés des nombres premiers, sont décrits de manière précise et compréhensible. On dispose ainsi, avec ce livre, d'une introduction scientifique à l'usage des clés et des certificats électroniques sur Internet.

Une dernière partie traite des ordinateurs quantiques ; il s'agit là, par nature, de questions particulièrement mystérieuses dont je ne saurais pas parler ...

Enfin, il est dommage que l'éditeur et l'auteur ou le traducteur ne se soient pas souciés de faire convenablement relire ce livre, car, par exemple, le petit théorème de Fermat, qui y est énoncé deux fois, est erroné les deux fois !

****

Les adresses utiles

La Présidente : annie.memin@ac-caen.fr
La Trésorière : ch.faisant@wanadoo.fr
Les Secrétaires : nadine.lucas@laposte.net, delevalle@wanadoo.fr
Le scribe : richard.choulet@orange.fr
Le site national avec notre petit coin local : `www.apmep.asso.fr` ;
`www.apmep.asso.fr/spip.php?rubrique58`

Pour ce numéro merci à Jacques Faisant, Didier et Éric Trotoux ainsi qu'aux relecteurs Chantal Faisant et Didier sus-nommé.