À propos de Histoire des Mathématiques

Conférence de M. Itard, Professeur au Lycée Henri-IV
faite aux journées de Sèvres en février 1950

Devant vous entretenir de l'Histoire des Mathématiques dans l'Enseignement du Second Degré, je m'efforcerai d'abord d'en montrer, sur un exemple, l'intérêt pour les professeurs.

Un des plus vieux problèmes qu'aient étudié les mathématiciens est celui de la quadrature du cercle. À l'époque d'Archimède on était déjà convaincu, soit de l'impossibilité de cette quadrature à la règle et au compas, soit, si elle était possible, de l'extrême difficulté du problème. Cependant l'astronomie naissante commençait à sentir le besoin d'une bonne évaluation approchée, non de l'aire du cercle, mais de la longueur de la circonférence, problème tout voisin. Archimède s'attaqua à ce nouveau problème, tout pratique, et par des calculs patients et ingénieux, arriva à l'approximation bien connue $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$.

Par ailleurs, il était arrivé, par deux procédés rigoureux, l'un fondé sur les principes de la statique, l'autre calqué sur la cubature de la pyramide réalisée par Eudoxe, à carrer exactement le segment de parabole. Malgré leur parenté évidente, les deux problèmes restaient distincts.

Plus tard, à une époque difficile à fixer, l'ingénieur grec Héron. donnant des évaluations approchées du segment circulaire, indiqua qu'il était commode de prendre pour valeur de son aire les deux tiers du produit de sa corde par sa flèche, ce qui revenait à l'assimiler à un segment de parabole.

Plusieurs siècles s'étaient écoulés sans que la question avançât, lorsqu'au milieu du XVII^{e} siècle, en 1654 exactement, un jeune homme de vingt-cinq ans, Huyghens. tira du procédé de Héron, qu'il le connût par tradition ou non, un procédé ingénieux de quadrature approchée du cercle, Il en déduisit en effet qu'en désignant par A_n l'aire d'un polygone régulier inscrit de n côtés, par S_n celle du polygone régulier circonscrit du même nombre de côtés, et par C celle du cercle, on a

$$A_n + \frac{4}{3}\,(A_{2n} - A_n) < C < A_n + \frac{10}{71}\,(S_n - A_n).$$

Le procédé, que l'on peut voir dans les œuvres complètes de Huyghens, est ingénieux. Il permet, sans prendre des polygones d'un nombre excessif de côtés, d'obtenir une bonne approximation pour π, et rend ainsi le calcul de ce nombre accessible à nos élèves, par des procédés élémentaires, moins rebutants que ceux calqués purement et simplement sur la méthode primitive d'Archimède. Enfin sa démonstration peut être adaptée aux divers niveaux de nos classes, de la Seconde aux trois classes terminales.

Les méthodes d'approximation étaient d'ailleurs à l'ordre du jour au XVII^{e} siècle. Elles avaient déjà une longue tradition en Trigonométrie où les procédés les plus différents et les plus ingénieux avaient été utilisés dans l'édification des tables par Ptolémée, les Indous, les Arabes, les astronomes occidentaux du Moyen Age et de la Renaissance. Neper, Briggs et leurs émules avaient, eux aussi, rivalisé d'ingéniosité pour dresser les nouvelles tables de Logarithme.

En 1670, un astronome lyonnais, le Chanoine Mouton, créait la méthode de l'interpolation par les différences finies, poussant sa table jusqu'aux différences quatrièmes. Il rencontrait un émule chez le jeune Leibniz, qui généralisait même à une infinité de différences, et à qui les mathématiciens de la Royal Society firent remarquer qu'il avait été prévenu dans sa découverte par l'humble prêtre français. Peu de temps après, Newton, étudiant dans les *Principia* le mouvement des comètes, indique un calcul approché consistant, pour étudier une courbe passant par n points, à la remplacer par une « parabole » de degré (n — 1) passant par les mêmes points, Il entendait par « parabole » une courbe d'équation y = P(x) où P est un polynôme entier.

Ces procédés d'interpolation sont étudiés par Brook-Taylor, qui publie ses résultats en 1714. « MM. les Cavaliers anglais arrivent toujours après la course », écrit Leibniz à Jean Bernoulli au reçu du livre. Son correspondant trouve que Taylor enveloppe dans le brouillard le plus épais les idées les plus claires. Mais, quelle que soit réellement l'obscurité de l'exposé de Taylor, il renferme une découverte de premier ordre. Interpolant à la manière de Mouton, poussant l'interpolation indéfiniment, c'est-à-dire ne s'arrêtant jamais à un ordre de différence donné, puis faisant tendre l'intervalle fini qui séparait les valeurs successives de la variable vers zéro, il arrivait, en effet, à la fameuse série qui devait immortaliser son nom.

Peu importe le plus ou moins de rigueur de ses preuves. Aussi bien fallut-il attendre plus d'un siècle pour qu'une démonstration solide de son théorème soit apportée. L'essentiel est que nous saisissions ici sur le vif la filiation et la genèse d'une découverte mathématique.

Et puisque nous venons de suivre depuis l'antiquité la préhistoire de la série de Taylor, disons un mot en passant sur une autre série, celle du binôme de Newton.

Ici, la préhistoire, pour le carré du binôme, remonte aux Sumériens. Pour le cube, et même les six premières puissances, elle remonte au moins à Diophante, donc aux Grecs. La généralisation par l'emploi du triangle arithmétique, dit de Pascal, apparaît dans l'*Arithmetica Integra* de Stifel (1544) et est depuis un lieu commun de la littérature mathématique, même élémentaire. Le mérite de Pascal sera de tirer de ce lieu commun un très beau mémoire. Mais déjà, avant 1636, Fermat avait donné la loi de formation des coefficients du binôme par multiplication. Quant à Newton, il a, par une intuition géniale, dans l'esprit des méthodes de son maître Wallis, étendu la formule à toutes les valeurs de l'exposant, entières où fractionnaires, positives ou négatives.

On déclare parfois que c'est Mac Laurin qui, en 1742, donna la première tentative de justification de la formule de Newton. Permettez-moi d'intervenir ici en faveur d'un humble professeur français, l'oratorien Reyneau. Fontenelle, dans son éloge, l'a qualifié d'Euclide moderne. Il y a là quelque exagération, mais moins peut-être qu'on ne croit. Il nous reste de ce professeur deux ouvrages qu'il composa à Paris, après s'y être retiré en 17016, une surdité l'empêchant de continuer à enseigner les Mathématiques à l'Université d'Angers, où il avait succédé au Père Pardies et exercé pendant vingt-deux ans.

Le premier de ces deux ouvrages est « L'Analyse démontrée », 1708, le second est « La Science du calcul des grandeurs en général », sorte d'introduction au premier, édité en un volume en 1714, réédité en 1736 en deux volumes après sa mort survenue en 1716. Reyneau ne fait pas œuvre originale, et ne cherche pas à le faire. En bon professeur, il met au point, dans la mesure de ses moyens, et il lui arrive de se tromper, les découvertes des grands hommes de son temps, de Descartes à Leibniz, Jean Bernouilli, Newton, Pour le binôme de ce dernier il donne d'abord dans « L'Analyse démontrée », pour l'exposant entier, une preuve par l'étude d'une table analogue au triangle de Pascal. Il étend ensuite l'étude aux cas où n est négatif, puis fractionnaire, s'inspirant d'ailleurs ici, nettement, des tentatives même de Newton. Mais dans le tome second de « La Science du Calcul », posthume, on trouve tout d'abord, pour l'exposant entier, la preuve par les combinaisons que l'on attribue généralement à Clairaut, et pour l'exposant quelconque, la très belle preuve que l'on attribue à Euler. Bien entendu, pas plus que chez la plupart de ses contemporains, n'est étudiée la convergence de la série obtenue. Seul, où presque seul, son ami Varignon avait attiré l'attention des mathématiciens sur ce point.

Ainsi, à côté des grands noms de la Science apparaissent ceux, plus modestes, de ces bons professeurs qui assurent la continuité du progrès, et qui sont un réconfort pour nous, puisqu'ils nous montrent que notre œuvre n'est pas vaine.

Nous avons, en effet, à rendre assimilable aux nouvelles générations les acquis du passé. Je dis du passé, car la division actuelle de l'enseignement attribue à nos collègues de l'Enseignement Supérieur la mise au point des découvertes actuelles. Dans nos classes préparatoires aux Grandes Écoles, il est rare que nous ayons à traiter de questions découvertes depuis moins de cinquante ans. Le recul d'un siècle est la loi la plus fréquente, Pour les autres classes le recul va du siècle (comme pour l'inversion), à trois millénaires (comme pour le théorème de Pythagore). Pouvons-nous ignorer que cet amas d'acquisitions, humbles comme la numération décimale, si admirable cependant, où déjà fort élevées comme le calcul différentiel et intégral, pouvons-nous ignorer que ces acquisitions sont un fait humain, et, partant, ont une histoire ?

Cette histoire, c'est à nous de l'apprendre de ceux qui la savent, et quand personne ne la sait, de la retrouver. Gardons pour nous ce champ d'investigations. Il fait partie de notre héritage, de notre métier. Savoir le grec, l'arabe, l'écriture cunéiforme, cela n'est pas indispensable. Il reste, au professeur moyen, nos admirables arithméticiens et algébristes du XVI^e^ siècle les mathématiciens des XVII^e^ et XVIII^e^, la pléiade d'hommes de bonnes volontés groupés au début du siècle dernier autour des annales de Gergonne.

De l'étude de ces œuvres, parfois si éloignées de nos conceptions modernes, nous gagnerons cette notion du relatif, du contingent, de l'humain, que l'on nous reproche, souvent bien à tort, de ne pas avoir, ou d'avoir perdue. Et, peut-être, y trouverons-nous une philosophie souriante qui nous permettra de pardonner chez nos élèves les fautes qu'ils reproduisent inconsciemment d'après des modèles, parfois illustres.

J'ai fort peu parlé de l'histoire des Mathématiques enseignée à nos élèves. C'est que, si je vois tout le profit que cette discipline apporte au maître, je vois mal celui qu'elle apporte à l'élève, si ce n'est par ricochet, et parce qu'un maître plus cultivé enseigne, non pas plus, mais mieux.

Comment ferai-je comprendre à de jeunes élèves, même à des bacheliers, la grande révolution mathématique de l'époque platonicienne, quand cette révolution est due à l'acquisition du concept du continu, des incommensurables, alors que la mentalité mathématique de ces jeunes gens est, sur ce point, contemporaine des Sumériens ?

Des anecdotes, des noms, des dates, nous ne pouvons donner guère plus à nos élèves, surtout au premier cycle, sauf sur quelques points, plus proches de la technique que de la science, comme la numération, Le second cycle se prête déjà mieux, non à un enseignement historique en forme, mais à des allusions, où même des développements assez poussés à l'occasion de telle ou telle question. Il serait d'ailleurs bon, à cet égard, que les manuels réservent quelques pages finales à des développements historiques, ou, mieux, à des reproductions de quelques passages de nos grands classiques de la Science.