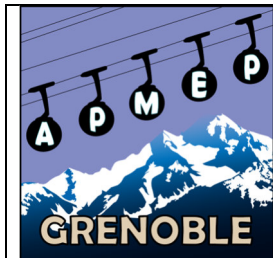


# VARIATIONS DE 07 À 74



N°73

Journal de la Régionale APMEP  
de Grenoble



JUIN 2022

## EDITO

Promesse d'entre les deux tours de l'élection présidentielle : « Nous allons remettre des mathématiques dans le tronc commun. »

Dans la lettre d'informations ministérielle arrivée dans ma boîte académique le jeudi 12 mai, je vois un point sur le « projet de programme de mathématiques pour l'enseignement scientifique ». En suivant les liens proposés, je trouve la lettre de saisine rédigée par Jean-Michel Blanquer, dans laquelle il est demandé explicitement un ajout d'un enseignement de mathématiques de 1h30 (adossé à l'enseignement scientifique) pour TOUS les élèves de filière générale.

Lundi 16 mai, nouvelle annonce : cet enseignement ne concernera que les élèves de filière générale qui N'ONT PAS CHOISI LA SPECIALITE MATHEMATIQUE.

Jeudi 2 juin, lors d'un déplacement à Marseille d'Emmanuel Macron et de son nouveau ministre de l'Education Nationale, nous apprenons finalement qu'il s'agira d'une OPTION pour les élèves qui le souhaitent et qui n'ont pas choisi la spécialité math...

Exit le tronc commun et la promesse de campagne.

Mais ce n'est pas tout : les élèves de Seconde ont déjà rendu leurs vœux de spécialité et options pour l'année prochaine. Va-t-il falloir leur courir après en cette dernière semaine de cours (tronquée) pour leur proposer encore un nouveau choix supplémentaire à faire dans l'urgence et sans grande information ?

En conseil de classe de Seconde, nous avons dit oui à des passages en 1<sup>ère</sup> générale, avec des choix de spécialités qui nous semblaient cohérents parce que les mathématiques étaient présentes dans le tronc commun... Que valent nos avis et conseils quand tout peut changer du jour au lendemain ?

### Sommaire

- Page 1** : Edito du Comité
- Page 2** : Compte-rendu de la journée régionale du 09 MARS
- Page 8** : Souvenirs...
- Page 9** : Vie de l'association
- Page 9** : Actualités
- Page 9** : Dates à retenir
- Page 10** : Humour
- Page 10** : Nous contacter

Du côté des établissements : quid des moyens prévus ? Si cette nouvelle option mathématique n'est pas mieux financée que les autres, gageons que les lycées n'auront aucune envie de remettre en cause la structure déjà prévue pour 2022-2023.

Pour ce quinquennat « nouveau » les méthodes n'ont pas changé : on gère la pénurie de professeurs de mathématiques aussi bien que la pénurie de masques...

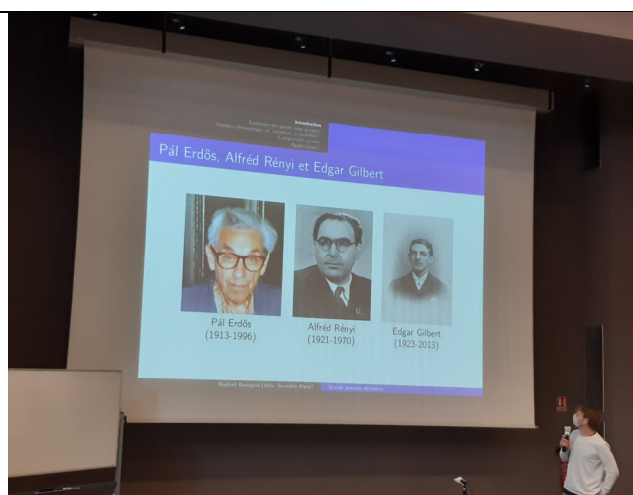
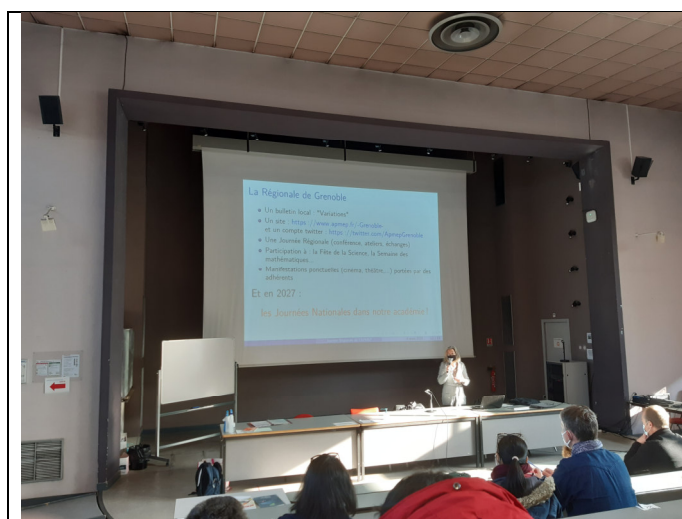
Claude Dumas.

## JOURNEE REGIONALE du 09 MARS 2022

Comme chaque année, nous présentons un petit bilan de la journée régionale. Nous étions heureux de nous retrouver cette année, d'autant plus que nous étions nombreux dans les locaux de l'INSPE que nous remercions !

Nous avons commencé par une très belle conférence :

- **Conférence de Raphaël Rossignol (Institut Fourier, Grenoble) : « Grands graphes aléatoires »**



**Les professeurs aiment (en général) retourner dans la position d'étudiants.**

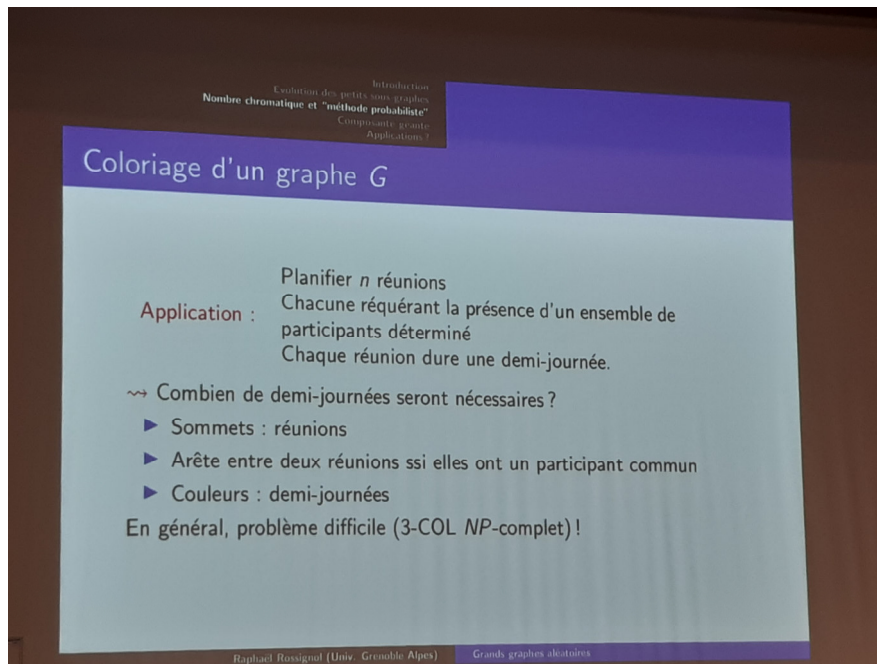
**Le conférencier présente d'abord quelques grandes figures de la théorie.**

Raphaël Rossignol a commencé par définir les objets mis en jeu : dans un graphe aléatoire, une arête possible existe avec une probabilité  $p$ . Il a ensuite formulé, de façon accessible, plusieurs questions que se sont posées les chercheurs.

Les professeurs de lycée avaient une accroche supplémentaire car ce sont successivement le dénombrement, la loi binomiale, les variables aléatoires indépendantes, et l'inégalité de Tchebychev (au programme des nouveaux enseignements de spécialité de terminale) qui ont été utilisés.

Ces outils permettent de calculer la probabilité d'obtenir certains types de sous-graphes (arbres, cycles) en fonction de la probabilité  $p$  d'apparition des arêtes. Raphaël nous a exposé la démonstration pour la formule dans le cas du triangle, en mêlant arguments probabilistes, combinatoires et d'analyses (équivalents).

Est ensuite abordé le nombre chromatique d'un graphe, avec pour application, le problème délicat des réunions ! (Voir photo ci-dessous)



Le génie hongrois Paul Erdős a démontré qu'il existait des graphes avec des nombres chromatiques arbitrairement grands contenant des cycles de tailles arbitrairement grands.

Ensuite, le rédacteur de ce compte-rendu a peut-être décroché... Il s'est laissé quand même émerveiller par les composantes connexes géantes et autres magnifiques choses présentées avec brio par Raphaël Rossignol.

Nous avons tous apprécié les définitions claires des objets mis en jeu, la formulation accessible de questions qui ont été abordées par les chercheurs, ainsi que par l'attention constante du conférencier à relier son exposé aux programmes de l'enseignement secondaire.

Par M.I

Et voici un petit compte rendu des différents ateliers d'une grande variété et d'un grand intérêt

- **Compte rendu de l'atelier de Loïc Pillard : « Maths et Covid »**

L'objectif de cet atelier était de présenter de manière ludique et concrète l'usage des mathématiques et des statistiques dans la vie quotidienne et en particulier lors de la pandémie de COVID 19.

Un premier outil utilisé est l'appli TousAntiCovid qui présente les données de la pandémie. En particulier, on peut étudier et s'interroger sur les moyennes mobiles (ou moyennes glissantes).

En second, un paradoxe est présenté : celui lié à l'effet de structure d'un test de dépistage de maladie rare. Les faux négatifs sont rares, mais les faux positifs sont très fréquents, et ce malgré des tests de dépistage fiables.

Un troisième point présenté est le paradoxe de Simpson (en majeure partie inspiré d'un excellent article de Jean-Paul Delahaye dans l'ouvrage « Maths et Mystères ») : un phénomène observé dans plusieurs groupes peut s'inverser lorsqu'on l'étudie sur la population entière.

Un atelier vivant, participatif et qui s'est déroulé dans la bonne humeur ; certains sont repartis avec des idées pour leurs classes !

Par L.P & M.I

- **Compte-rendu de l'atelier de Marion Boucrot : « Quand les mathématiques ont du cœur ».**

Après quelques rappels sur les équations cartésiennes, représentations paramétriques et équations polaires de droites et cercles dans le plan, Marion nous a proposé plusieurs activités que nous pouvons reprendre en classe :

- associer des courbes (représentant des cœurs bien sûr !) et des équations,
- transformer algébriquement certaines de ces équations,
- proposer des constructions de cœurs à la règle et au compas, en ayant fixé son cahier des charges au préalable (symétrie, pointe marquée ou non...),
- tracer un cœur avec Scratch.

Un atelier où se sont mêlées géométrie, logique, calculs, algorithmique ; un atelier riche en échanges et plein de cœur, que les participants ont apprécié en chœur !

Par Claude Dumas

- **Compte rendu de l'atelier de C. Geoffroy et Emilie Quema (IREM Grenoble) :**

#### **« Raisonner prouver démontrer, l'apport du calcul formel »**

Les deux mathématiciennes font partie du groupe IREM de Grenoble qui réfléchit à l'apport du calcul formel en algèbre pour aider les élèves à construire des preuves dans le cadre du calcul littéral.

Situation :

- des problèmes qu'on peut résoudre dans un environnement technologique, mais que les élèves ne pourraient pas résoudre dans un environnement papier-crayon (par exemple factoriser un polynôme en seconde)
- l'objectif est d'améliorer la construction des concepts mathématiques (gagner du temps pour le véritable objectif)

1) Exemple d'activités expérimentées avec des élèves :

- arithmétique et raisonnement avec xcas (loto)
- nombres de Sophie Germain (nombres premiers d'une forme particulière)
- travail sur les équations équivalentes
- problèmes d'optimisation

2) A titre d'exemple, Claire et Emilie nous ont présenté le problème d'optimisation suivant (problème qui a été proposé à des élèves lors du stage MathC2+) :

« On considère le produit de la somme de nombres strictement positifs par la somme de leurs inverses. Peut-on rendre ce produit le plus petit possible ? »

Le public, bon élève, essaie : programmation python pour certains pour jouer le jeu.

Quelques questions se posent assez vite :

- Combien de nombres ?

- Des tests ?
- Début de calcul algébrique, difficultés

(a) Dans un premier temps cherchons avec 2 nombres, c'est-à-dire : peut-on minimiser  $(a + b) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$  pour  $a, b$  réels strictement positifs ?

La première étape consiste à établir une conjecture.

Les élèves ne sont pas emparés des outils mais ont majoritairement effectué des calculs à la main (peut-être moins d'usage en classe de ces outils à cause du covid).

Les outils attendus étaient le tableur et python.

Personne n'arrive à trouver un résultat en dessous de 4...D'où la conjecture.

Certains ont fait des tests avec des réels.

Preuve algébrique :

$$(a + b) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4 \Leftrightarrow \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{b^2 + a^2}{ab} \geq 2 \Leftrightarrow (b - a)^2 \geq 0 \text{ ce qui est vrai}$$

Les élèves sont perplexes devant un tel résultat (problème des équivalences, remonter...). Puis cela donne un travail sur proposition et équivalences.

(b) Pour 3 nombres, 4 nombres ? Cela devient vite long... et c'est là que l'outil numérique s'avère utile.

Introduction de l'outil de calcul formel : `expand (a+b+c)(1/a+1/b+1/c)`.

On regroupe en paires : cela mène à la conjecture générale :

$$(a_1 + \dots + a_n) \left( \frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2$$

La preuve se fait par récurrence, ou par dénombrement (hors programme, fournie sur une clef usb cadeau pour les élèves participant au stage MathC2+ en 2021).

Compte rendu de l'activité avec les élèves :

- Activité très appréciée des élèves (problème, recherche-enquête)
- Objectifs de preuve et de raisonnement atteints
- Richesse de vocabulaire
- Usage des outils numériques en retrait par rapport à ce qui était attendu
- 1h30 : délai un peu court pour aller jusqu'au bout (généralisation et exploitation du calcul instrumenté)
- Difficultés en calcul des élèves (calcul fractionnaire, reconnaissance des égalités remarquables, confusion inverse/opposé)

Apport du calcul formel : accéder rapidement à la généralisation par la forme donnée.

3) D'autres activités ont été citées :  $X > 1/X$  ; nombres de Sophie Germain (si  $a$  est un entier naturel quelconque, le nombre  $a^4 + 4$  est-il premier ?) ; travail sur les équivalences dans les équations (si le nombre de solutions n'est pas le même, les équations ne sont pas équivalentes).

En guise de conclusion :

Intérêts de l'usage du calcul formel :

\* vérifier des calculs sans intervention d'un enseignant référent

Si le résultat fourni n'est pas celui obtenu à la main, les élèves sont poussés à chercher leur erreur.

\* l'effet boule de cristal pour trouver la conjecture

\* accéder à des notions hors programme

Limites :

\* Cela nécessite une fréquentation régulière des différents outils pour un usage à bon escient.

\* Attention à la limite de certains algorithmes (exemple : le test de primalité pour de très grands nombres donne un résultat probabiliste qui risque d'être faux)

\* Nécessite une activité en salle info, mais parfois quelques secondes sur l'ordinateur dans la salle de classe habituelle peuvent réactiver les connaissances.

\* Il faut éviter le recours systématique au fonctionnement de boîte noire...

Par M.I

• **Compte rendu de l'atelier de J.B Aubin : « Les mathématiques pour sauver la démocratie »**

Jean-Baptiste AUBIN est maître de conférences en statistique, enseignant-chercheur à l'INSA de Lyon et à l'Institut Camille Jordan (Lyon 1).

Après avoir fait un rapide état de la crise de notre démocratie représentative (défiance envers les politiques, vote contestataire et abstention en augmentation, représentativité discutable à l'Assemblée), Jean-Baptiste Aubin se penche sur l'une des causes : notre mode de scrutin, le scrutin majoritaire à deux tours et ses défauts (il incite au vote utile, il ne conserve que peu d'information sur les ordres de préférence, il ne prend pas en compte les votes blancs, il n'élit pas systématiquement le candidat gagnant contre les autres en tête à tête, il pousse au discours clivant).

Se pose alors la question : par quoi le remplacer ?

JB Aubin nous présente différents types de scrutin.

*Les scrutins uninominaux basés sur des ordres de préférence*

Chaque votant classe les candidats.

Quatre modes de scrutin sont examinés :

- Le scrutin majoritaire à un tour
- Le scrutin majoritaire à deux tours
- Le scrutin de Borda (1781) : on donne 3 points au candidat que l'on classe premier, 2 points au deuxième, 1 point au troisième. Le candidat qui reçoit le plus de points est élu.
- Le scrutin de Condorcet (1785) : on regarde combien de fois le candidat  $x$  bat  $y$ ,  $x$  bat  $z$ ,  $x$  bat  $t$ ,  $y$  bat  $z$  ... Celui qui bat tous les autres en tête à tête est élu.

On teste un exemple avec 4 candidats où chaque mode de scrutin donne gagnant un candidat différent ! Le choix du mode de scrutin n'est pas anodin !

De plus, ces modes de scrutin ont des limites. On pourrait attendre d'un bon mode de scrutin qu'il vérifie certaines propriétés : universalité (tout ordre de préférence

acceptable), unanimité (un ordre de préférence commun à tous les votants doit apparaître dans la préférence globale), non dictature (un votant ne décide pas pour tout le monde), indépendance vis-à-vis des alternatives tierces (le classement relatif de  $x$  et  $y$  est indépendant de la présence ou non d'un autre candidat).

Mais le théorème d'Arrow (1951) dit : « il n'existe pas de procédure d'agrégation d'ordres de préférences vérifiant simultanément les propriétés précédentes ».

Il faut donc dépasser le cadre des ordres de préférences !

### *Les scrutins uninominaux basés sur des évaluations*

Chaque votant donne à chaque candidat une note ou une appréciation. Chaque vote est représenté par un point repéré par ses coordonnées, les notes : 12 candidats, 12 notes, 12 coordonnées ; 35 millions de votants, un nuage de 35 millions de points ! Comment prendre en compte toute l'information des notes attribuées ? On examine un exemple plus simple : 2 candidats, 2 notes donc une représentation dans le plan.

Le « deepest voting » : le scrutin suit la préférence du votant le plus au « centre » du nuage, le plus « profond ».

Le centre peut être le point qui a pour coordonnées les moyennes des notes obtenues candidat par candidat (centre de gravité). Est élu le candidat dont la moyenne des notes est la plus élevée (c'est le « range voting »). Un cas particulier : 2 notes possibles, 0 (inacceptable), 1 (acceptable). C'est le vote par approbation. Facile à mettre en place, bons résultats en termes de satisfaction pour les votants, mais un votant malhonnête peut avantager artificiellement son candidat préféré.

Le centre peut être le point qui a pour coordonnées les médianes des notes obtenues candidat par candidat. Est élu le candidat dont la médiane des notes est la plus élevée (c'est le jugement majoritaire).

Ces scrutins semblent meilleurs, mais comparer les moyennes est peu robuste, comparer les médianes amène des paradoxes.

Un autre centre possible est le centre du « Convex Hull Peeling » de Barnett : on élimine tous les points « sur le bord » du nuage ... et on recommence jusqu'à ce qu'il n'en reste plus.

Il existe de nombreuses définitions de centre et donc de nombreux modes de scrutin possibles.

Un outil efficace pour trouver les centres des nuages de points est la fonction de profondeur (« depth function ») : le centre des profondeurs  $wL^p$  est le point qui minimise la somme de ses distances à tous les points du nuage. Il en existe une infinité ! L'un est confondu avec le jugement majoritaire, un autre avec le « range voting » (et le vote par approbation). C'est un « bon » scrutin : le théorème d'impossibilité d'Arrow est vaincu, les quatre conditions (universalité, unanimité, indépendance vis-à-vis des alternatives tierces, non dictature) sont vérifiées par le  $wL^p$  Deepest voting.

Conclusion :

Les « deepest voting » :

- généralisent les principaux modes de scrutin par évaluation
- tirent profit d'une information plus large des préférences des votants
- ne sont pas sensibles au théorème d'impossibilité d'Arrow
- sont moins sensibles à d'autres paradoxes
- élisent des candidats plus consensuels
- donnent un moyen de refuser tout candidat (notes trop faibles)

Par D. L

## SOUVENIRS...

La réforme des lycées de Jean-Michel Blanquer a détruit des années d'efforts pour lutter contre les stéréotypes de genre en sciences. Il nous a semblé important de rappeler quelques étapes de ce long cheminement vers l'égalité. Françoise Arnaud a accepté de nous livrer quelques souvenirs, ce dont nous la remercions vivement.

Le comité.

Souvenirs, souvenirs ... C'était il n'y pas si longtemps !

Ce temps où

Notre prof de maths, trépignant sur l'estrade, piquait de mémorables colères : « Vous êtes nuls, nuls, archi nuls, tous nuls !! » hurlait-il aux 52 élèves de la classe. 52 à la rentrée seulement car des méthodes éprouvées de « sélection naturelle » finiraient par convaincre une dizaine d'entre nous de rejoindre les bancs de la fac dont la rentrée était plus tardive d'un mois.

Parmi ces méthodes : le DM hebdomadaire à refaire et à re-refaire... C'est ainsi que je me suis retrouvée 1 mois après la rentrée avec 4 devoirs à rendre pour le même jour : « Votre écriture est illisible, Mademoiselle. Si vous voulez que je corrige vos devoirs il vous faudra en changer ! ». J'écrivais trop gros à son goût. J'ai dû changer mon écriture !

Ce temps où

Notre prof de physique, entrant en cours en se frottant les mains, lançait avec un clin d'œil égrillard en direction des élèves mâles de la classe : « Eh les gars ! Aujourd'hui, Festival Nanas »

Les 5 filles de la classe étaient alors, à tour de rôle, invitées à plancher au tableau sur des exercices « choisis » sous les moqueries et les sous-entendus sexistes du prof ainsi que les rires complices de nos « camarades » masculins : « Allons, Mademoiselle, la physique c'est pas d'la cuisine ! ni du tricot ! Peut-être pensiez-vous trouver ici un bon parti ! ... »

Nous étions, en Maths Sup, 15 filles sur 180 élèves, trié.e.s sur le volet, en provenance de tout le Sud-Est de la France, dont 3 de ma Savoie natale ! Le lycée du Parc à Lyon, lycée de garçons, les toléraient, au compte-gouttes, depuis une décennie environ, en demi-pension seulement.

Il n'était évidemment pas question, à l'époque, de réagir, encore moins de répondre ou de se rebeller ! Nous attendions que « ça passe » en ravalant l'humiliation.

Faire sa prépa au Parc était en soi une épreuve mais pour nous, les filles c'était la double peine !! Nous avons rapidement compris que nous n'étions pas les bienvenues dans ce monde censé former « les futures élites de la nation » (sic) qui, pour beaucoup, ne pouvaient se concevoir que masculines !

J'avais 17 ans en cette année 1965/66. Je suis toujours aussi nulle en tricot et en cuisine !! et je préfère Word à mon stylo. Mais c'est bien en prépa que j'ai rencontré l'homme avec lequel j'ai partagé 50 ans de ma vie !!

Françoise Arnaud

*PS : rappel historique*

*Ce n'est que dans les années 70 qu'a été légalisée la mixité scolaire (1975) et qu'a cessé la séparation des sexes aux concours des Grandes Ecoles :*

*- 1972 pour l'Ecole Polytechnique (Anne Chopinet major de ce premier concours ouvert aux filles),*

*- 1981, 1<sup>er</sup> concours mixte avec jury unique pour les ENS de Saint Cloud et Fontenay.*



## VIE DE L'ASSOCIATION

Les 11 et 12 Juin a eu lieu le Séminaire de l'APMEP à Paris avec pour thème : les élèves à besoin particulier. Une journée et demie très enrichissante, avec :

- une conférence sur les élèves dyspraxiques
- un atelier sur les élèves sourds et malentendants signants (la définition de nouveaux signes porteurs de sens pour les mathématiques du lycée et du supérieur m'a passionné)
- un atelier sur les élèves non-voyants (avec pratique d'activités mathématiques)
- une conférence sur la dyscalculie

Ce fut l'occasion de constater combien le chemin vers l'école inclusive est long mais porteur de sens. L'APMEP essaiera de progresser dans l'accessibilité de ses ressources.

Deux numéros d'« Au fil des maths » seront consacrés à cette thématique, mais n'hésitez pas à chercher des ressources sur le site de l'APMEP.

Le nouveau site web de l'APMEP est bientôt prêt, tout le monde a hâte de surfer sur un site bien plus ergonomique et modernisé !!!

Enfin, un nouveau bureau national se met en place, on remercie les candidats !

M.I

## ACTUALITES

Pour faire suite à l'édito, vous trouverez ci-dessous de quoi aller plus loin.

La page du ministère sur la consultation : <https://eduscol.education.fr/3206/consultation-mathematiques-pour-l-enseignement-scientifique>

Le projet de programme en première générale paru le 12 Mai : [ici](#)

Communiqué de l'APMEP du 02 Juin : <https://www.apmep.fr/Lettre-ouverte-a-Monsieur-Pap>

## DATES à RETENIR

Fête de la Science 2022 : la Régionale sera au Parvis des Sciences le samedi 8 octobre 2022 (Journée ouverte au public). Nous aurons besoin d'animateurs-trices...

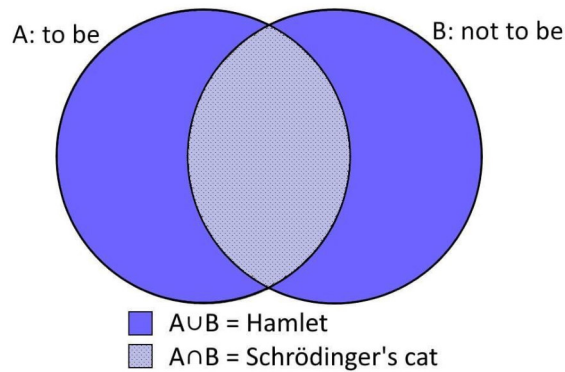
Journées Nationales de l'APMEP : 22-25 Octobre 2022 à Jonzac : <https://jonzac.apmep.fr/>

C'est assez éloigné, la question du covoiturage peut se poser. Attention, l'offre de logement n'est sans doute pas immense. Pour ceux qui aiment anticiper...

Journée Régionale de l'APMEP Grenoble : mercredi 1<sup>er</sup> mars 2023.

## HUMOUR

Pourquoi pas une rubrique humour régulière ?  
Pour ce numéro, une image vue sur les réseaux sociaux :



**VOUS RECEVEZ  
« VARIATIONS » PAR COURRIER ELECTRONIQUE**

**En cas de changement d'adresse mail, n'oubliez pas de le signaler à :  
[apmep38@gmail.com](mailto:apmep38@gmail.com)**

**APMEP : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement  
Public- Régionale de Grenoble**  
Adresse postale : APMEP. Institut Fourier. 100 rue des Maths. BP 53.  
38041 Grenoble Cedex